

Потенциальный ВВП и региональная конвергенция.

Цель: анализ наличия или отсутствия процессов региональной конвергенции в России с помощью экономико-математического инструментария.

Задачи:

- 1) Определить наличие или отсутствие сигма-конвергенции в России.
- 2) Обосновать подход к анализу клубной региональной конвергенции на основе расчета отклонений фактического выпуска от потенциального;
- 3) Представить основные подходы к оценке потенциального выпуска;
- 4) Представить методы выделения конвергенционных клубов среди российских регионов.

Определение наличия сигма конвергенции.

Сигма-конвергенция – снижение во времени разброса в уровнях развития регионов (стран).

Для выявления наличия или отсутствия сигма-конвергенции применяются статистические методы – расчет таких показателей, как дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и т.д. Также в некоторых подходах анализ сигма конвергенции проводится на основе анализа каких-либо индексов, например, **индекса Тейла**. Индекс Тейла обычно рассчитывается как логарифм средней геометрической взвешенной региональных доходов на душу населения, деленных на средний показатель по стране. Преимущество этого метода в том, что он является взвешенным и не зависит от количества регионов.

Невзвешенное среднее квадратическое отклонение и соответственно коэффициент вариации рассчитываются по формулам:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_{it} - \bar{y}_t)^2}$$

$$\bar{y}_t = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N y_{mt} \quad V_t = \frac{\sigma_t}{\bar{y}_t} * 100\%$$

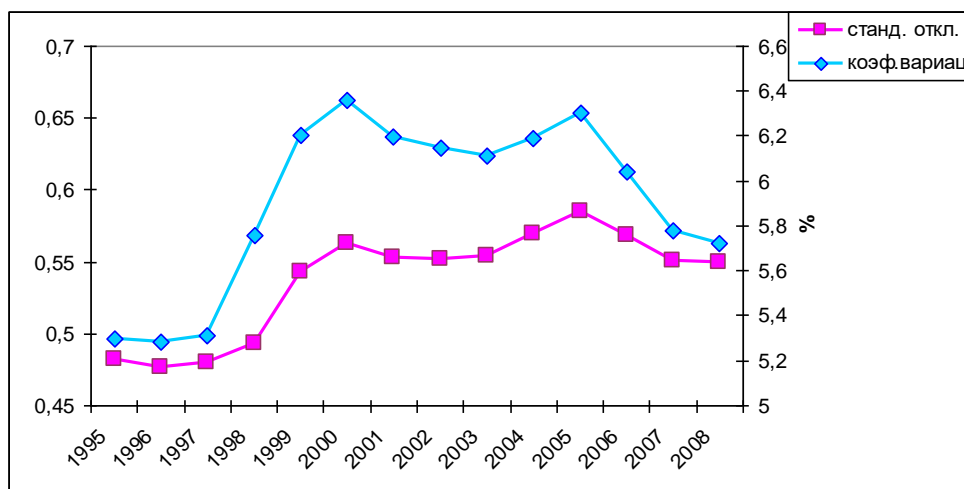


Рис.1 Сигма-конвергенция в России за 1995-2008 гг.

Сигма-дивергенция наблюдалась в 1995-2000 гг., 2004-2005 гг., в 2001-2003 гг. – стабилизация неравенства (слабая сигма-конвергенция), 2006-2008 гг. – сигма-конвергенция.

Также произведен расчет индекса Тейла.

Используется следующая его модификация:

$$IC = \sum_i y_i \log\left(\frac{y_i}{x_i}\right) = IC_{br} + IC_{wr}$$

$$IC_{br} = \sum_r Y_r \log\left(\frac{Y_r}{X_r}\right), IC_{wr} = \sum_r Y_r \left[\sum_i \frac{y_i}{Y_r} \log\left(\frac{y_i}{Y_r} / \frac{x_i}{X_r}\right) \right]$$

Здесь IC – индекс Тейла, отражающий общее неравенство в распределении анализируемого показателя, IC_{br} – индекс, отражающий межгрупповое неравенство, IC_{wr} – индекс, отражающий внутригрупповое неравенство, y_i и x_i – доли регионов в ВРП и населении в целом, Y_r и X_r – аналогичные доли для выделенных групп регионов.

Результаты расчетов индекса Тейла представлены на рис.2

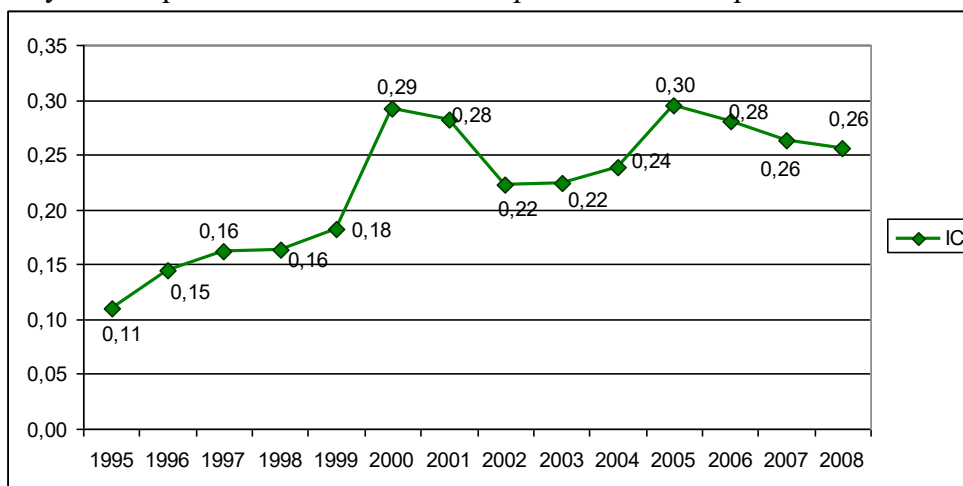


Рис.2 Индекс Тейла в России для 1995-2008 гг.

Сигма-дивергенция наблюдается за период 1995-2000 гг., 2004-2005 гг., сигма-конвергенция 2001-2003 гг., 2006-2008 гг. Результаты в целом согласуются с полученными по коэффициенту вариации и стандартному отклонению. В целом разброс растет – за исследуемый период неравенство выросло более, чем в два раза.

Отследим различия в вариации между группами и внутри групп. В качестве групп предварительно взяты федеральные округа.

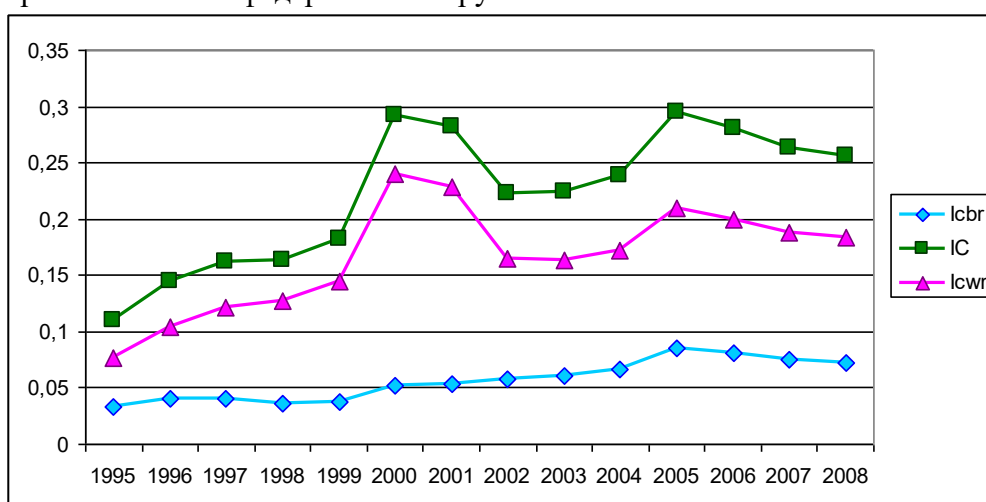


Рис.3 Разбивка индекса IC на IC_{br} и IC_{wr}

Декомпозиция индекса Тейла на две составляющие позволяет сделать вывод о том, что региональное неравенство практически не объясняется разделением на федеральные округа.

Вывод: в целом в течение рассматриваемого периода наблюдалась сигма-дивергенция, однако в отдельные периоды имела место сигма-конвергенция.

Клубная конвергенция.

Под клубной конвергенцией будем понимать стабильное опережение (запаздывание) экономического роста региона по отношению к потенциальному.

Стабильность – низкая вероятность изменения структуры экономического роста.

Конвергенционный клуб – группа регионов, демонстрирующие стабильное опережение (запаздывание) экономического роста региона по отношению к потенциальному в указанных границах.

Идея выделения конвергенционных клубов:

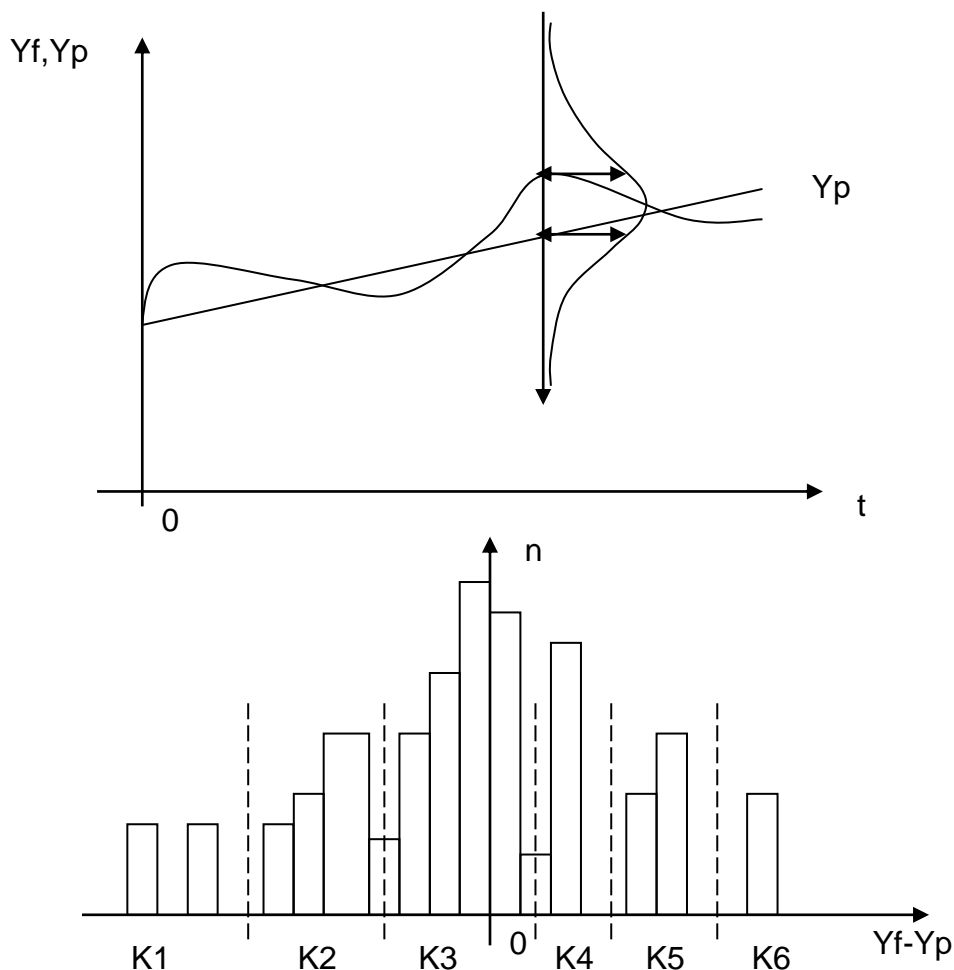


Рис.4 Выделение конвергенционных клубов в России.

Две проблемы:

- определение потенциального ВВП;
- разработка методики шкалирования.

1. Определение потенциального ВВП.

Эволюция подходов к оценке потенциального ВВП (ВРП)

• 1960-начало 1970-х гг. – потенциальный выпуск определялся как тренд (time-trend approach), полученный на основе деловых циклов (пики циклов). Потенциальный выпуск в принципе определялся как максимально возможный выпуск.

- 1970-е гг. – линейный тренд, «проводимый» через середину цикла.
- 1980-е гг. Три подхода:

1. изучение вклада факторов - метод построения производственных функций (н-р, Кобба-Дугласа, CES) с оценкой вклада различных факторов в выпуск.

Примером служит следующая спецификация: $Y_t = \alpha_t + \beta K_t + (1 - \beta)L_t$, где Y_t – выпуск, K_t – капитал, L_t – труд, β – доля дохода на капитал, α_t – общая факторная производительность (TFP, Laxton, Tetlow, 1992).

Как правило, β оценивалась по другим источникам, зная оценку β , из модели можно было получить оценку α_t . Потенциальный выпуск находился из полученной модели на основе определения «равновесных» уровней капитала и труда.

Важным преимуществом метода производственной функции над методом тренда является тот факт, что можно выделить влияние отдельных факторов на изменения потенциального выпуска.

2. структурный подход – разработка методов, позволяющих лучше оценить структурные сдвиги в экономике (не просто фиктивные переменные). Например, Clark (1983), Ford and Rose (1989), Adams and Coe (1990) применяли системы одновременных уравнений, обосновывая правомерность тем, что макроэкономические шоки влияют одновременно на выпуск, безработицу, цены и заработную плату. Rose (1988) и Coe (1990) исследовали влияние демографических и политических факторов.

3. стохастический подход – колебания выпуска рассматриваются как стохастический процесс. Вводятся различные ограничения, которые позволяют разделять влияние шоков спроса и шоков предложения. Часто предполагается, что шоки предложения оказывают постоянное влияние на выпуск, в шоки спроса – временное.

Расчет потенциального ВРП.

1. Тренд заданного вида (например, Baxter, King, 1999)

Задается функциональный вид структурной составляющей $g(t)$ как функции от параметров.

$$\left\{ (y_t - g(t))^2 \right\} \rightarrow \min_{\beta_i}$$

Оценка параметров производится из решения задачи минимизации:

Достоинство – простота метода. Недостатки – корректная спецификация тренда, требуются достаточно длинные ряды.

2. Метод скользящего среднего.

$$g_t = \sum_{i=-K}^K \beta_i y_{t-i}$$

Представляет собой просто линейный фильтр вида: Предполагается, что

веса симметричны относительно среднего $\beta_i = \beta_{-i}$ и $\sum \beta_i = 1$.

Достоинства метода: не требуется накладывать ограничения на вид тренда, простота применения, наглядность результатов. Недостаток – неопределенность в выборе весов и длины коридора.

3. Полосовой (band-pass) фильтр (Baxter, King, 1999).

Является частным случаем метода скользящего среднего. Идея: для идеального фильтра (с бесконечным коридором) можно подобрать такие веса β_i , что фильтр будет пропускать только заданный диапазон частот. Тогда если предположить, что структурная компонента не может иметь частот выше определенного значения, то фильтр выделит именно эти частоты. Если коридор конечен, то веса можно подобрать таким образом, что шумы более высоких частот будут минимальны.

4. Фильтр Ходрика-Прескотта (Hodrick, Prescott, 1997).

Временной ряд раскладывается на постоянную и циклическую составляющие: $y_t = g_t + c_t$

Задача минимизации имеет вид: $\left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - g_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1})]^2 \right\} \rightarrow \min_{g_t}$

Предполагается возможность изменения тренда, однако за смену тренда вводится штраф. Собственно, первая сумма характеризует качество подгонки, а второе – «штраф» за изменение тренда. Параметр λ – параметр сглаживания. Если $\lambda \rightarrow \infty$, то тренд становится линейным, если $\lambda \rightarrow 0$, то полученный тренд повторяет исходный ряд. Величина параметра λ зависит от характера данных (н-р, годовые, квартальные и проч.).

5. Многомерный фильтр Ходрика-Прескотта (Laxton, D., Tetlow, R., 1992),

Совершенствование фильтра Ходрика-Прескотта за счет включения дополнительных факторов. В общем виде задачу для многомерного фильтра можно представить следующим образом:

$$\min_{x_{1,t}^*, \dots, x_{n,t}^*} \left\{ \begin{aligned} & \omega_1 \left[\sum_{t=1}^T (x_{1,t} - x_{1,t}^*)^2 - \lambda \sum_{t=2}^T (\Delta x_{1,t}^* - \Delta x_{1,t-1}^*)^2 \right] + \\ & \quad \vdots \\ & + \omega_n \left[\sum_{t=1}^T (x_{n,t} - x_{n,t}^*)^2 - \lambda \sum_{t=2}^T (\Delta x_{n,t}^* - \Delta x_{n,t-1}^*)^2 \right] + \\ & + \omega_{n+1} \sum_{t=1}^T (y_1 - f(X, X^*))^2 + \dots + \omega_{n+m} [(y_m - f(X, X^*))^2] \end{aligned} \right\}$$

В данном случае n переменных и m поведенческих уравнений.

Laxton, Tetlow предложили наиболее часто применяемую спецификацию многомерного фильтра – включение в модель ограничений, основанных на следующих макроэкономических зависимостях – кривая Филлипса, закон Окуня и использование информации о загрузке мощностей в экономике.

Кривая Филлипса:

$$\pi_t = \alpha \pi_{t-1} + (1 - \alpha) E_t(\pi_{t+1}) + \beta y_t^{gap} + \varepsilon_t^\pi \quad \text{здесь } \pi_t \text{ и } E_t(\pi_{t+1}) - \text{ инфляция и}$$

инфляционные ожидания, y_t^{gap} - разрыв выпуска, ε_t^π - остатки кривой Филлипса.

Вопрос представляет идентификация инфляционных ожиданий. Н-р, Демиденко, Кузнецов использовали комбинацию рациональных и адаптивных ожиданий:

$$E_t(\pi_{t+1}) = \omega \pi_{t-1} + (1 - \omega) \pi_{t+1}. \text{ Веса были выбраны } 0,75 \text{ и } 0,25 \text{ соответственно.}$$

Закон Окуня:

$$u_t - nairu_t = \mu y_t^{gap} + \varepsilon_t^u, \quad \text{здесь } u_t - \text{ уровень безработицы, } nairu_t - \text{ не ускоряющий}$$

инфляцию уровень безработицы, ε_t^u - остатки. Из закона Окуня коэффициент μ обычно полагается равным 0,33.

Для оценки $nairu$ часто применяется метод Элмескова – он основан на фильтре Ходрика-Прескотта, в качестве дополнительной информации о динамике безработицы используется модель рынка труда, предсказывающая, что реальная заработная плата будет расти, когда уровень безработицы ниже $nairu$, и наоборот. В итоге $nairu$ находится из следующей задачи:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^T (u_i - nairu_i)^2 + \lambda \sum_{i=1}^T [(nairu_{i+1} - nairu_i) + (nairu_i - nairu_{i-1})]^2 + \vartheta \sum_{i=1}^T (\varepsilon_i^{ule})^2$$

Наконец, часто включается информация о загрузке производственных мощностей в экономике.

$$cu_t - cu_t^{eq} = \varphi y_t^{gap} + \varepsilon_t^{cu}, \text{ здесь } cu_t - \text{ коэффициент использования мощностей, } cu_t^{eq} -$$

равновесный уровень использования мощностей, ε_t^{cu} - остатки.

Тогда в итоге задача принимает вид:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^T (y_t - \tilde{y}_t)^2 + \lambda \sum_{i=1}^T [(\tilde{y}_{t+1} - \tilde{y}_t) + (\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t-1})]^2 + \\ + \omega_x \sum_{i=1}^T (\varepsilon_t^x)^2 + \omega_u \sum_{i=1}^T (\varepsilon_t^u)^2 + \omega_{cu} \sum_{i=1}^T (\varepsilon_t^{cu})^2$$

Параметры ω_i , как правило, подбираются на основе калибровки.

За счет включения в модель дополнительной информации можно получить более точные оценки потенциального выпуска, а также решить проблему «конечных» точек.

6. Фильтр Кальмана (Kalman, 1960)

Представляет собой рекурсивную процедуру, которая позволяет оценить ненаблюдаемые переменные, при условии, что они входят в качестве объясняющих переменных в модель, которую можно представить в «форме пространства состояний». «Пространство» состояний состоит из уравнений измерения и уравнений перехода.

Уравнения измерения включают наблюдаемые переменные как функции от ненаблюдаемых:

$$Y_t = zA_t + dX_t + e_t, \text{ здесь } Y_t - \text{ вектор наблюдаемых переменных, } X_t - \text{ вектор экзогенных}$$

переменных, A – вектор ненаблюдаемых переменных, z и d – векторы параметров, e_t – остатки.

Уравнения перехода описывают траекторию ненаблюдаемых переменных.

$$A_t = TA_{t-1} + v_t, \text{ здесь } T - \text{ вектор параметров, } v_t - \text{ вектор остатков.}$$

Наиболее часто для расчета потенциального ВВП применяется фильтр Ходрика-Прескотта, как одномерный, так и многомерные его модификации.

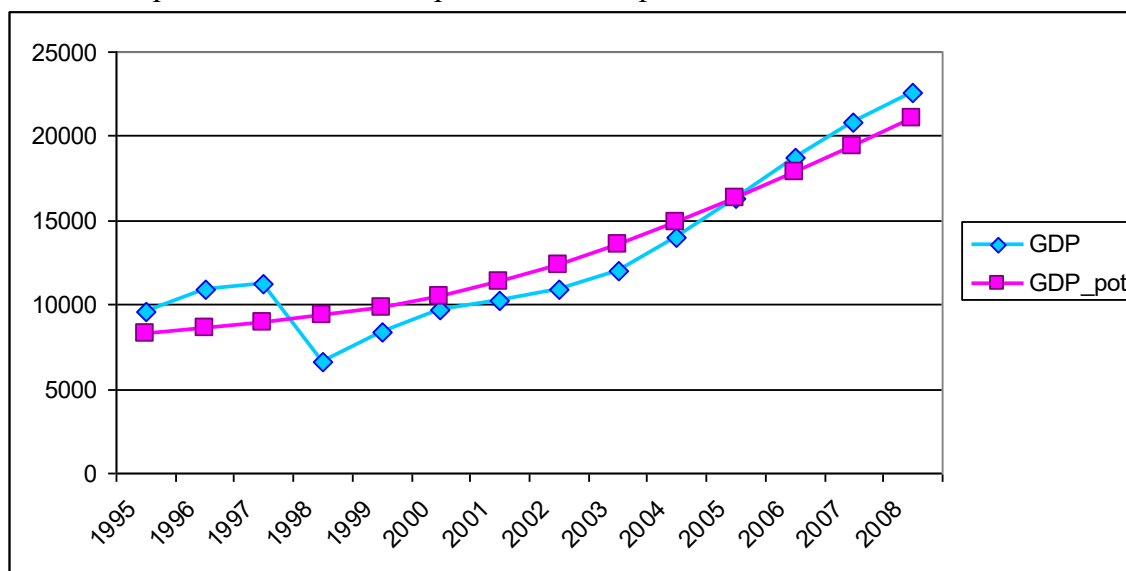


Рис.5. Потенциальный и фактический ВВП на душу населения в России.

Для оценки потенциального ВВП регионов используется фильтр Ходрика Прескотта. Решение задачи минимизации получено Danthine, Girardin:

$$\hat{g} = [I + \lambda K' K]^{-1} y,$$

где $y = [y_1, \dots, y_T]'$, $g = [g_1, \dots, g_T]'$, I – единичная матрица размерности $T \times T$, K – матрица размерности $T \times 2T$, каждый элемент которой равен:

$$k_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i=j \text{ или } i=j+2 \\ -2, & \text{если } i=j+1 \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Расчет потенциального ВРП согласно данному методу проводился в программе Excel, параметр сглаживания $\lambda=100$.

Выборка состояла из 79 субъектов РФ, данные за 1995-2008 гг. (рис.5)

Разработка методики шкалирования

1. Отсекать по интервалам, в которые не входит ни одного региона (рис.6). Недостаток – метод «на глазок», неоднозначность.

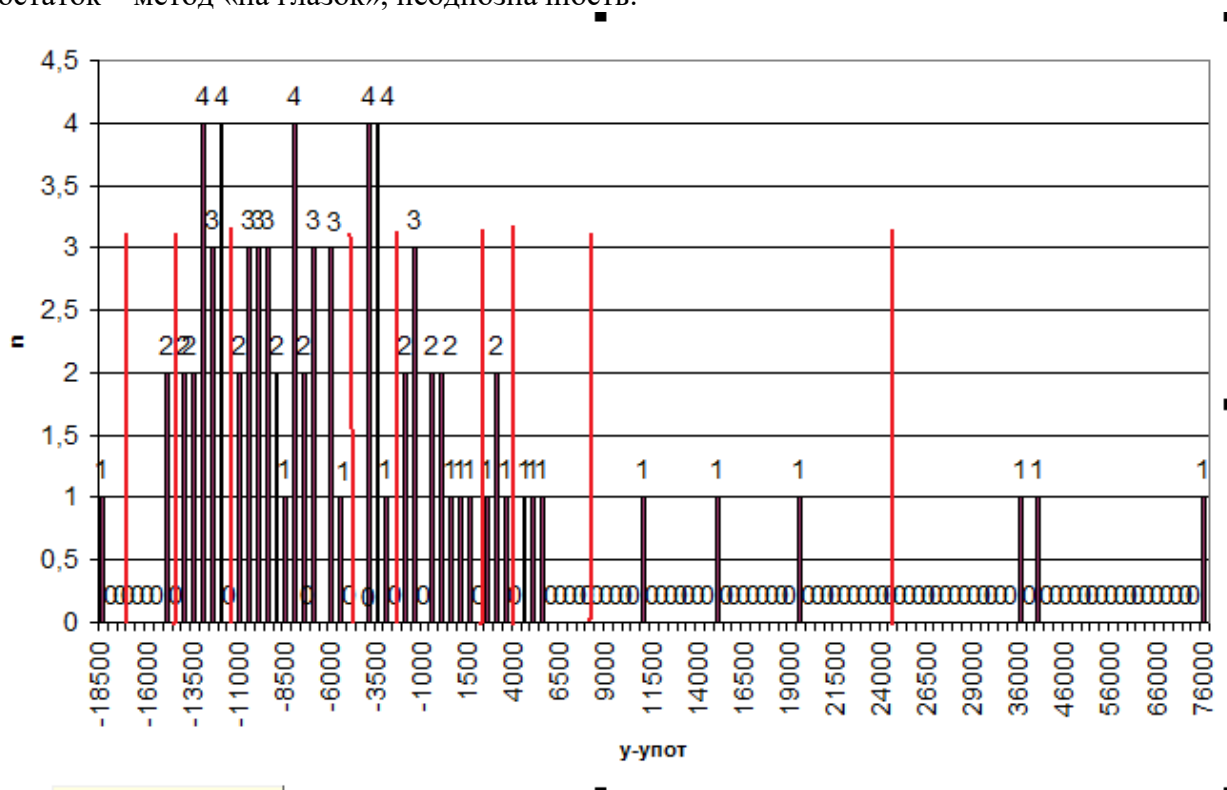


Рис.6 Подход к шкалированию на основе «отсечения по нулям».

2. Статистический – выделить децили или квантили для полученного вариационного ряда (таблица 2.).

Таблица 2. Результаты шкалирования по квантилям.

квантиль	первый	второй	третий	четвертый	пятый
граница	-11500	-8846,1	-4333,3	1100	78000
количество регионов	18	13	14	20	14

Проверка полученного распределения регионов по клубам на стабильность.

Таблица 3. Средние отклонения по клубам ВРП от потенциального.

год	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Клуб 1	-3115	-3065	-3415	-5902	-6036	-6804	-7264
Клуб 2	-1610	-1792	-2052	-5114	-4862	-5164	-5551
Клуб 3	-143	208	-298	-3496	-2739	-3792	-3929
Клуб 4	1207	1670	1404	-3126	-2082	-1465	-2021
Клуб 5	5599	7504	7653	1606	4053	6955	7603
год	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Клуб 1	-8030	-8855	-9759	-10823	-11362	-12116	-13148
Клуб 2	-6097	-6753	-7374	-8305	-8550	-9086	-9761
Клуб 3	-4360	-4909	-5612	-6190	-6271	-6594	-6886
Клуб 4	-2450	-2746	-1832	-1974	-1513	-1509	-1788
Клуб 5	7452	8253	10055	12131	13660	15728	16503

Таблица 4. Результаты расчетов по модели тренда.

	b	cons	R2	Прогноз
Клуб 1	-794,509	-1876,434194	0,99	-13794,1
Клуб 2	-626,13	-1166,105425	0,96	-10558,1
Клуб 3	-556,557	244,8070708	0,92	-8103,54
Клуб 4	b1=-1119, b2=60,7	266,0368629	0,71	-441,248
Клуб 5	865,3117	2421,297535	0,75	15400,97

Таблица 5. Матрица перехода

	Клуб 1	Клуб 2	Клуб 3	Клуб 4	Клуб 5
Клуб 1	1	0	0	0	0
Клуб 2	0,040	0,959	0,001	0	0
Клуб 3	0	0,1335	0,8665	0,00000	0
Клуб 4	0	0	0,119	0,880	0,0008
Клуб 5	0	0,0	0	0	1

Не стабильны третий и четвертый клубы.

3. Матрицы перехода.

Входными данными будет панель: года-регионы-отклонение от потенциального ВВП. Целью являются стабильные клубы, что означает, что матрица перехода стремится к единичной. Необходимо задать начальные границы ($n-1$ штук, где n – число клубов) и шаг границы. Для каждого конкретного положения границ расчет матрицы перехода. Задав критерий признания матрицы единичной получим оптимальное положение границ, а, следовательно, стабильные клубы.

Выводы:

- Все использованные для анализа сигма-конвергенции методы показали, что в течение исследуемого периода в России наблюдалась региональная сигма-дивергенция, неравенство выросло более чем в два раза. Тем не менее в отдельные периоды наблюдалась стабилизация неравенства и сигма-конвергенция.
- Клубную региональную конвергенцию можно определить, как стабильное опережение (запаздывание) экономического роста региона по отношению к потенциальному.
- Для расчета потенциального ВВП применяется фильтр Ходрика-Прескотта.

- Методы шкалирования по квантилям и «отсечение по нулям» являются достаточно приближительными методами и не дают гарантии получения стабильных конвергенционных клубов.

Что дальше?

1. Реализация третьего способа шкалирования и итоговое разбиение на конвергенционные клубы.
2. Расширение выборки.
3. Усовершенствование методики расчет потенциального ВВП.

Список литературы.

1. Демиденко М., Кузнецов А. Оценка равновесного реального ВВП: фильтр Ходрика-Прескотта/ Банковский Вестник, 2011.
2. Казакова, Мария Владимировна. Анализ структурной и конъюнктурной составляющих налоговой нагрузки в российской экономике / Казакова М. В., Синельников-Мурылев С. Г., Кадочников П. А. – М. : ИЭПП, 2009. - 208 с.
3. Иодчин А.А., Эконометрическое моделирование региональной конвергенции в России, автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, Москва, 2007.
4. Omes, N., Dynnikova, O. 2006. The Utilization-Adjusted Output Gap: Is the Russian Economy Overheating? IMF Working Paper, №06/68 (Washington: International Monetary Fund).
5. Laxton, D., Tetlow, R., (1992). A simple multivariate filter for the measurement of potential output. Technical Report № 59, Bank of Canada.
6. Hodrick, R. J. and Prescott, E. C., (1997). Postwar US business cycles: an empirical investigation, Journal of Money, Credit and Banking, 24, 1–16.
7. Baxter, M and King, R (1999), “Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series”, NBER Working Paper # 5022.
8. Harvey A., Trimbur T. (2008), “Trend estimation and the Hodrick-Prescott Filter”, J.Japan Statist. Soc., Vol. 38, No.1, pp.41-49
9. Shlicht, Ekkehart, (2004) “Estimating the Smoothing Parameter in the So-Called Hodrick-Prescott Filter/ <http://epub.ub.uni-muenchen.de/304/>
10. Terrasi M. (1999) “Convergence and divergence across Italian regions”, The Annals of Regional Science, №33, pp. 491-510
11. Yildirum J., Ocal N. (2006) “Income Inequality and Economic Convergence in Turkey”, Transition Studies Review, №13, pp. 559-568