24 марта 2011 *Зуева Татьяна, 4 курс*
tanya.zueva@gmail.com

Отчет о ходе выполнения ВКР

Тема: *«Моделирование динамической непоследовательности при взаимодействии монетарной и фискальной политики»*
***Modeling of Dynamic Inconsistency in the Interaction of Monetary and Fiscal Policies**

Цель: получить функцию совокупного предложения для многопериодной модели взаимодействия фискальной и монетарной политик.

Задачи:

1. Обосновать необходимость построения многопериодной модели взаимодействия политик
2. Построить микроэкономическую модель для описания функции совокупного предложения
3. Наметить дальнейшее развитие работы

Обоснование:

- Проблема динамической непоследовательности при взаимодействии политик не исследована российскими учеными
- Одна из наиболее цитируемых работ по данной проблематике (Dixit, Lambertini [2003]) представляет собой однопериодную модель

Микромодель

Предпосылки:

- В закрытой экономике находится N товаров, несовершенных заменителей, их число в каждом периоде постоянно.[1]
- Каждый товар производится только одним индивидом, который действует как монополистический конкурент на спросе с отрицательным наклоном.
- Труд – единственный фактор производства.
- Государство может выпускать ценные бумаги.
- Все индивиды одинаково рациональны.
- Фискальная политика создает потери «мертвого груза».

Полезность репрезентативного агента:

$$U_t^j = \left(\frac{C_t^j}{\gamma}\right)^{\gamma}\left(\frac{M_t^j / P_t}{1-\gamma}\right)^{1-\gamma} - \left(\frac{d}{\beta}\right)\left(Y_t^j\right)^{\beta} \qquad (1)$$

где, $\gamma \in (0;1)$, $d > 0$, $\beta \geq 1, C_t^j$ - реальный потребительский индекс,

[1]Blanchard and Kiyotaki (1987)

Зуева Татьяна, 4 курс
tanya.zueva@gmail.com

$$C_t^j = N^{\frac{1}{1-\theta}}\left[\sum_{z=1}^{N} C_t^j(z)^{\frac{\theta-1}{\theta}}\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}, \text{ где } \theta > 1, \tag{2}$$

$$C_t = \sum_{j=1}^{N} C_t^j \tag{3}$$

$C_t^j(z)$ - потребление *j*-ым потребителем товара *z* и θ - эластичность замещения товара.

Индекс-дефлятор в данной экономике представлен следующим образом:

$$P_t = \left[\frac{1}{N}\left(\sum_{z=1}^{N}\left(P_t^z\right)^{1-\theta}\right)\right]^{\frac{1}{1-\theta}}, \text{ где } P_t^z \text{ - цена товара } z \text{ в период } t. \tag{4}$$

Бюджетное ограничение потребителя в реальном выражении в период *t* имеет вид:

$$\frac{\sum_{z=1}^{N} P_t^z C_t^j(z)}{P_t} + \frac{M_t^j}{P_t} = \frac{P_t^j Y_t^j (1-\tau_t)}{P_t} - T_t + \frac{M_{t-1}^j}{P_t} + b_t^j - \frac{b_{t+1}^j}{1+r_t} \equiv I_t^j, \tag{5}$$

b_{t+1}^j-реальная стоимость государственных облигаций в периоде *t*, по которым индивид получает выплаты в размере 1 единицы совокупного потребления в *t+1* периоде.

где τ_t - налог с продаж, T_t - аккордный налог на душу населения.

Правительство имеет бюджетное ограничение в реальном выражении:

$$I_t^g = \frac{\sum_{j=1}^{N} P_t^j Y_t^j \tau_t (1+\alpha(\tau_t))}{P_t} + NT_t + \frac{\bar{b}_{t+1}}{1+r_t} - \bar{b}_t = 0 \tag{6}$$

$\alpha(\tau_t)$ - потери мертвого груза, присущие фискальной политике. Будем полагать, что $\alpha(\tau_t) = \alpha_t \geq 0$, когда $\tau_t < 0$, и $\alpha(\tau_t) = -\alpha_t \leq 0$, когда $\tau_t > 0$.

Задача потребителя:

$$\sum_{s=t}^{T} \delta^{s-t} U_s^j + \sum_{s=t}^{T} \lambda_s I_s^j \to \max_{C_t^j, M_t^j}, \text{ где } \delta \text{ -дисконтирующий множитель} \tag{7}$$

Откуда оптимальное потребление в момент *t* товара z *j*-ым потребителем:

$$C_t^j(z) = \frac{C_t^j}{N}\left[\frac{P_t^z}{P_t}\right]^{-\theta} \tag{8}$$

Оптимальный реальный денежный запас средств в момент t у *j*-го потребителя:

$$\frac{M_t^j}{P_t} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot \frac{C_t^j}{\frac{i_{t+1}^e}{1+i_{t+1}^e}}, \text{ где } (1+i_{t+1}^e) = (1+r_t)\frac{P_{t+1}}{P_t} \tag{9}$$

Зуева Татьяна, 4 курс
tanya.zueva@gmail.com

Можно выразить объемы оптимального потребления и запасов денежных средств через бюджетное ограничение потребителя:

$$C_t^j = \frac{\gamma \cdot i_{t+1}^e \cdot I_t^j}{(1-\gamma+i_{t+1}^e)}, \tag{10}$$

$$\frac{M_t^j}{P_t} = \frac{(1-\gamma)(1+i_{t+1}^e)I_t^j}{(1-\gamma+i_{t+1}^e)}. \tag{11}$$

Тогда выражение оптимального потребления товара *z* *j*-ым потребителем примет вид:

$$C_t^j(z) = \frac{C_t^j}{N}\left[\frac{P_t^z}{P_t}\right]^{-\theta} = \frac{\gamma \cdot i_{t+1}^e \cdot I_t^j}{1-\gamma+i_{t+1}^e}\left[\frac{P_t^z}{P_t}\right]^{-\theta}. \tag{12}$$

Пусть $W_t = \dfrac{\gamma \cdot i_{t+1}^e \cdot I_t}{(1-\gamma+i_{t+1}^e)N}$, где $I_t = \sum\limits_{j=1}^{N} I_t^j$ (13)

Спрос на товар *z* может быть получен агрегированием индивидуальных спросов всех потребителей:

$$Y_t^d(z) = \sum_{j=1}^{N} C_t^j(z) = \left(\frac{P_t^z}{P_t}\right)^{-\theta} W_t \tag{14}$$

Когда товар производится индивидом *j*, то можно записать выражение (14) следующим образом:

$$Y_t^j = \sum_{j=1}^{N} C_t^j(j) = \left(\frac{P_t^j}{P_t}\right)^{-\theta} W_t \tag{15}$$

Цена и выпуск *j*-го производителя находятся из его косвенной функции полезности:

$$U_t^j = H\left[(1-\tau_t)W_t^{\frac{1}{\theta}}\left(Y_t^j\right)^{\frac{\theta-1}{\theta}} - T_t + \frac{M_{t-1}^j}{P_t} + b_t^j - \frac{b_{t+1}^j}{1+r_t}\right] - \left(\frac{d}{\beta}\right)\left(Y_t^j\right)^{\beta}, \tag{16}$$

где $H = \dfrac{\gamma \cdot i_{t+1}^e}{1-\gamma+i_{t+1}^e} \cdot \left[\dfrac{i_{t+1}^e}{1+i_{t+1}^e}\right]^{1-\gamma}$.

Оптимальная относительная цена товара *j* находится из решения задачи максимизации косвенной полезности (16) и использовании для Y_t^j выражения (15):

$$\frac{P_t^j}{P_t} = \left[\frac{d\theta}{H(\theta-1)(1-\tau_t)} W_t^{\beta-1}\right]^{\frac{1}{1+\theta(\beta-1)}} \tag{17}$$

Предположим, что параметры d, θ, β - стохастические, со стандартными отклонениями $\sigma_d, \sigma_\theta, \sigma_\beta$ соответственно. Предположим, что $\sigma_\beta = 1$ и то, что все параметры независимы.

Определим совокупный выпуск следующим образом:

Зуева Татьяна, 4 курс
tanya.zueva@gmail.com

$$Y_t = \sum_{j=1}^{N} \frac{P_t^j Y_t^j}{P_t} = \sum_{j=1}^{N} \frac{P_t^j \left(\frac{P_t^j}{P_t}\right)^{-\theta} W_t}{P_t} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\left(P_t^j\right)^{1-\theta}}{P_t^{1-\theta}} W_t = NW_t \qquad (18)$$

В данной модели бюджетно-налоговая политика состоит в субсидировании производителей. Правительство собирает налоги T_t, а затем перераспределяет их в виде τ_t. Экспансионистская фискальная политика состоит в уменьшении τ_t. Можно показать, что:

$$W_t = \frac{K}{N}\left[Y_t(1+\tau_t\alpha_t) + \frac{\overline{M}_{t-1}}{P_t}\right], \text{ где } K = \frac{\gamma \cdot i_{t+1}^e}{1-\gamma+i_{t+1}^e}, \qquad (19)$$

$$Y_t = \frac{K}{1-K(1+\tau_t\alpha_t)} \frac{\overline{M}_{t-1}}{P_t}. \qquad (20)$$

Пусть ϕ - доля всех товаров (где $0<\phi<1$), которая сохраняет цены неизменными в каждом из периодов. [2] Тогда как оставшаяся часть товаров $(1-\phi)$ в каждый из периодов продается по новой цене.

Предполагается, что вероятность того, что цена на какой-либо товар будет изменена в данном периоде *t*, не зависит от момента времени после того, как цена была изменена. Считаем, что вероятность изменения цены описывается Пуассоновским процессом с параметром $(1-\phi)$.

Таким образом, в каждый период времени *t* мы знаем долю товаров ϕ с ранее выбранным уровнем цены, и эта доля постоянна. Обозначим этот уровень цены для товара *z* как P_{t-1}^z.

Цену на товар *z* из оставшейся группы обозначим $\widetilde{P}_t^z$.

Тогда уровень цен в период *t* равен:

$$P_t^{1-\theta} = \left[\phi \cdot E_t P_{t-1}^{1-\theta} + (1-\phi)\widetilde{P}_t^{1-\theta}\right] \qquad (21)$$

Производитель выбирает новую цену товара в момент времени *t* из условия максимизации ожидаемой косвенной полезности. Эта цена должна быть установлена таким образом, чтобы она была оптимальна в данный период (при данной реализации шоков и проводимой политике), а также, чтобы она была оптимальна в будущем. Оптимальность цены в будущем означает, что она будет зависеть от ожидаемой реализации шоков и политики, а следовательно (согласно закону больших чисел), будет равна среднему значению установленных ранее цен, уже существующих в экономике. Таким образом, должно выполнятся:

[2] Это дискретная модель «липких» цен G. Calvo (1983)

$$\tilde{\pi}_t^j = (1-\phi\delta)\left[\pi_t^j + \frac{\phi\delta}{1-\phi\delta}\bar{\pi}_t^j\right], \qquad (22)$$

где $\tilde{\pi}_t^j = \ln \tilde{P}_t^j$, $\bar{\pi}_t^j = \ln E_t \bar{P}_t^j$, $\pi_t^j = \ln P_t^j$.

Значение $\bar{\pi}_t^j$ находится из максимизации ожидаемой косвенной полезности. Из условия «жесткости» цен следует, что $\frac{P_t^j}{P_t} \cdot \frac{\partial P_t}{\partial P_t^j} \neq 1$, и если предположить, что величины имеют логнормальное распределение, то можно получить следующее выражение:

$$\bar{\pi}_t^j = \chi_0 + \bar{e}E_t\pi_t + (1-\bar{e})E_t\mu_t + \bar{f}E_t\tau_t, \qquad (23)$$

где $\mu_t = \ln \overline{M}_{t-1}$,

$$\chi_0 = \frac{1}{E_t(1+\theta(\beta-1)}[E_t\left(\ln d + \ln\frac{\theta}{(\theta-1)H} + (\beta-1)\ln\frac{K}{H}\right) + \frac{1}{2}(\mathrm{var}_0 - \mathrm{var}_0) + \mathrm{cov}(\mu_t, \beta-1) +$$

$$+\mathrm{cov}(\frac{\alpha K(\beta-1)}{1-K}, \tau_t) + \mathrm{cov}(\pi_t, (\theta-1)(\beta-1)],$$

$$\mathrm{var}_0 = \mathrm{var}(\ln(dW_t^\beta \theta P_t^{\theta\beta}), \qquad \mathrm{var}_1 = \mathrm{var}(\ln(H(1-\tau_t)W_t(\theta-1)P_t^{\theta-1},$$

$$\bar{e} = \frac{E_t[1+(\theta-1)(\beta-1)]}{E_t[1+\theta(\beta-1)]}, \qquad \bar{f} = \frac{[1-K+\alpha_t KE_t(\beta-1)]}{(1-K)E_t[1+\theta(\beta-1)]}$$

Значение π_t^j находится из максимизации косвенной полезности в текущем периоде и задается:

$$\pi_t^j = \chi_0 + e\pi_t + (1-e)\mu_t + f\tau_t \qquad (24)$$

где $\chi_1 = \frac{1}{1+\theta(\beta-1)}\left(\ln d + \ln\frac{\theta}{(\theta-1)H} + (\beta-1)\ln\frac{K}{H}\right)$,

$$e = \frac{[1+(\theta-1)(\beta-1)]}{[1+\theta(\beta-1)]}, \qquad f = \frac{[1-K+\alpha_t K(\beta-1)]}{(1-K)[1+\theta(\beta-1)]}$$

Уровень цен в экономике это среднее из уже установленных и новых цен, логлинеаризация выражения (21) приводит к следующему соотношению:

$$\pi_t = \phi\bar{\pi}_t^j + (1-\phi)\tilde{\pi}_t^j.$$

Используя (22) можно переписать

$$\pi_t = \rho\bar{\pi}_t^j + (1-\rho)\pi_t^j, \qquad \rho = \phi[1+(1-\phi)\delta] \qquad (25)$$

С помощью полученных ранее выражений (23) и (24) можно записать уровень цен как функцию от монетарной и фискальной политики:

$$\pi_t = m_t + cx_t, \qquad (26)$$

где $x_t = -\tau_t$, $m_t = \frac{1}{1-e(1-\rho)}\{\rho[\chi_0 + \bar{e}E_t\bar{\pi}_t + (1-\bar{e})E\mu_t + \bar{f}E_t\tau_t] + (1-\rho)[\chi_1 + (1-e)\mu_t\}$,

$$c = \frac{-(1-\rho)[1-K+K\alpha_t(\beta-1)]}{(1-K)\{\rho[1+\theta(\beta-1)]+(1-\rho)(\beta-1)\}} < 0\,.$$

Из соотношения оптимальных цен (17) и функции совокупного выпуска (18) получим выражение для совокупного предложения:

$$\boxed{y_t = \bar{y} + b(\pi_t - \bar{\pi}_t^j) + ax_t}, \tag{27}$$

где $y_t = \ln Y_t$, $\bar{y} = \ln N + \frac{1}{\beta-1}\ln\frac{(\theta-1)}{\theta d}$, $a = \frac{1}{\beta-1} > 0$, $b = \frac{\rho[1+\theta(\beta-1)]}{(1-\rho)(\beta-1)} > 0$.

Дальнейшие шаги:

1. Построение функции общественных потерь
2. Построение многопериодной модели взаимодействия монетарной и фискальной политик
3. Эмпирическая проверка результатов модели

Используемая литература:

1. **Blanchard, Oliver J. and Kiyotaki, Nobuhiro**. Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand”. *American Economic Review*, Sep. 1987, 77(4), pp. 647-666.
2. **Calvo, Guillermo**. “Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework”. *Journal of Monetary Economics*, Dec. 1983 , pp. 383-398.
3. **Dixit, Avinash and Lambertini, Luiza**. “Interactions of Commitment and Discretion in Monetary and Fiscal Policies”. *American Economic Review,* Dec. 2003, Vol. 93, No 5, pp. 1522-1542.
4. **Rotemberg, Julio and Woodford, Michael**. “An Optimization-Based Econometric Framework for the Evaluation of Monetary Policy”. *NBER macroeconomics annual*. Cambridge and London: MIT Press, 1997, pp. 297-346.
5. **Lambertini, Luisa**. “Monetary-Fiscal Interactions with a Conservative Central Bank”. *Scottish Journal of Political Economy*, 2006, Vol. 53, No. 1, pp. 90-128.
6. **Sokoler, Meir**. “Interaction between Fiscal and Monetary Policy in Israel”. *BIS Papers, 20*, pp. 158-166.
7. **Лозгачева, Е., Дементьев, А., Шульгин, А**. «Оптимальный консерватизм и независимость центрального банка в условиях взаимодействия фискальной и монетарной политики. *Препринт WP12/2010/01, М.: ГУ ВШЭ, 2007. – 92 с.*
8. **Мерзляков, С.** «Валютная политика и взаимодействие правительства и Центрального банка, *сборник АНЦЭА, 2007.*