

Назаров Павел, 31.03.2011.

## Применение цепей Маркова к анализу клубной конвергенции.

**Цель:** на основе эмпирических данных обосновать существование конвергенционных клубов, получить и интерпретировать состав клубов, проверить их стабильность.

### Задачи:

1. Проверка стабильности результатов тестирования клубной конвергенции по методу Д. Ква (Galton's Fallacy and Tests of the Convergence Hypothesis, 1993).
2. Реализация теста Ква на реальных данных.
3. Модификация теста Ква с целью получения возможности формирования списочного состава клубов.
4. Интерпретация клубов и формирования «портретов» типичных представителей.

### 1. Оценка стабильности результатов тестирования по методу Ква.

Суть метода:

Для каждого года строится плотность (диаграмма) распределение среднедушевых доходов стран. Выбираются два целевых года. При этом, согласно гипотезе Ква, распределение меняется, но не вырождается в равномерное. Делим плотность на квантили (4 или 5). Вероятностью перехода в другой квантиль считаем частоту переходов. Ква (1993) получил следующую матрицу:

0,96	0,04	0	0
0,04	0,93	0,03	0
0	0,03	0,95	0,02
0	0	0,02	0,98

Высокие вероятности перехода в свой собственный клуб => конвергенционные клубы.

Количественный критерий  $Q(M)$  – сумма базисных миноров, деленная на размерность матрицы перехода.

Для единичной матрицы:  $Q(M)=1$ .

Для матрицы Ква:  $Q(M)=0,88137$ .

Для равновероятных переходов (отсутствие клубов)  $Q(M)=0,0625$ .

Чем ближе к 1, тем стабильнее состав клубов.

### Эксперимент с методов Ква.

Формируем 4 группы стран:

Бедные страны: низкий начальный доход, низкий темп роста. (I)

Быстроразвивающиеся страны: низкий начальный доход, высокий темп роста. (II)

Неопределившиеся: средний начальный доход, средний темп роста. (III)

Богатые страны: высокий начальный доход, высокий темп роста. (IV)

Для каждой группы задаем динамику ВВП на душу населения в общем виде:

$$Y_t = Y_0 g^t + \rho^t (A_1 \sin(\omega t) + A_2 \cos(\omega t)) + N(0, \sigma)$$

«Срок» эксперимента – 15 лет. Отчетные периоды: десятый и пятнадцатый.

$$P_{ij} = \frac{n_{ij}}{N_i}$$

Оценка вероятности перехода:

Без случайных колебаний:  $Q(M)=0,75$

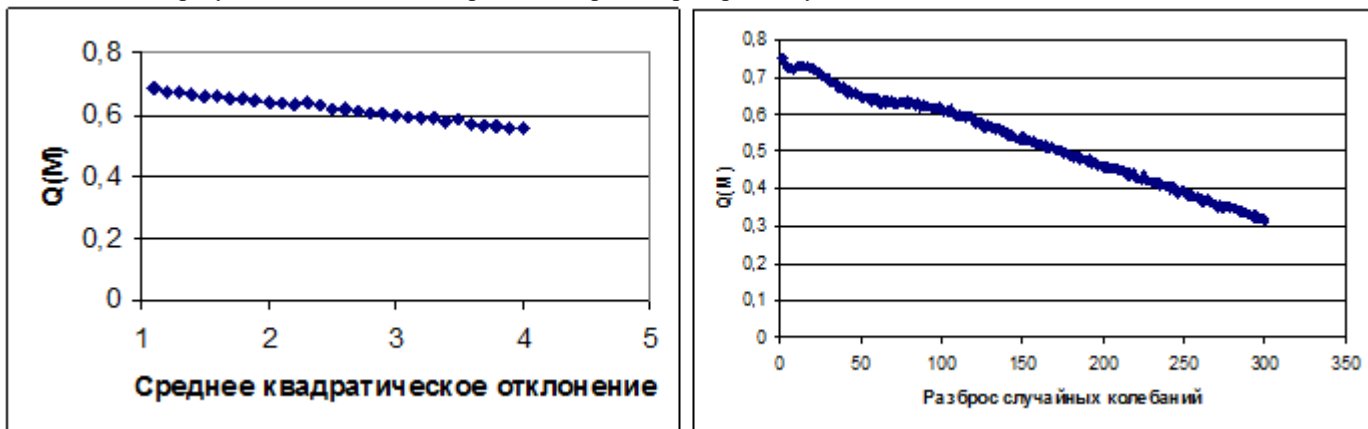
При нормально распределенном шоке с дисперсией 900:  $Q(M)=0,109$ .

На результаты теста Ква не влияют случайные шоки, и слабо влияют дисперсия и разброс случайных колебаний.

Назаров Павел, 31.03.2011.

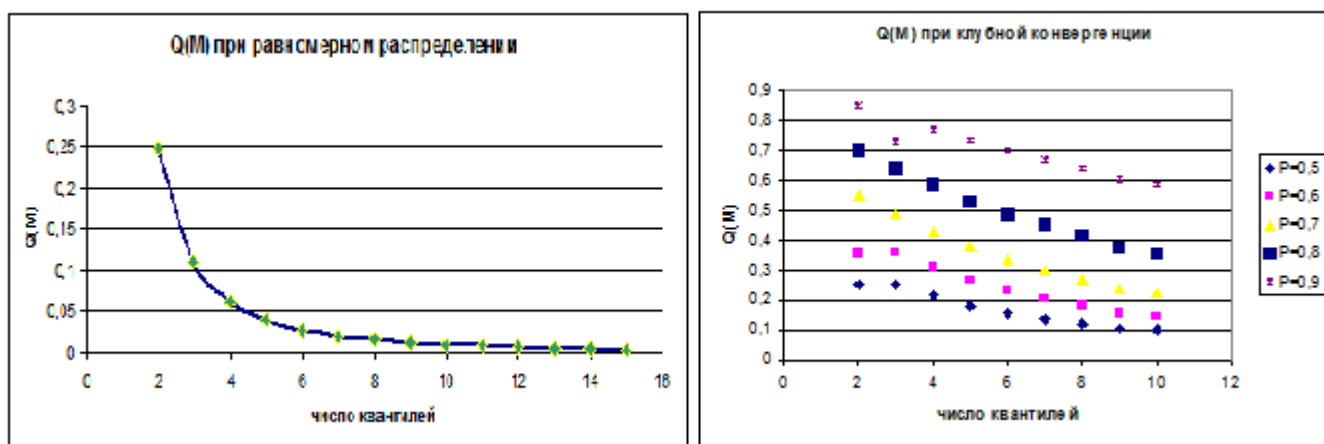
Общая динамика:

Рис. 1. Реакция результатов теста Ква на рост дисперсии и разброса случайных колебаний.



Выбор критического значения.

Рис. 2. Критерий стабильности клубов при равномерном распределении и при клубной конвергенции.



Для 3 клубов:  $Q(M) > 0,65$

Для 4 клубов:  $Q(M) > 0,6$

Для 5 клубов:  $Q(M) > 0,55$ .

**2. Применение метода Ква.**

Выборка: ВВП на душу населения в долларах США в постоянных ценах 2005 года, пересчитанный с помощью индекса Ласпейраса, по 162 странам, 1990-2007, [Penn World Tables 5.6](#).

Оценка вероятности – по частоте переходов в другие клубы. Число клубов: 4.

Средняя за 17 лет матрица перехода:

0,980	0,020	0,000	0,000
0,000	0,984	0,016	0,000
0,000	0,045	0,919	0,036
0,002	0,000	0,003	0,984

Средняя за 16 лет (кроме 1997-1998) матрица перехода:

0,978	0,022	0,000	0,000
0,000	0,983	0,017	0,000
0,000	0,044	0,917	0,039
0,000	0,000	0,003	0,987

Динамика количественного критерия:



Основные выводы по результатам применение методики Ква.

1. Существование конвергентционных клубов: подтверждается (диагональные элементы матриц перехода).

Назаров Павел, 31.03.2011.

2. Гипотеза Ква (богатые страны богатеют, бедные беднеют, «средние» распределяются по крайним группам): опровергается, средние группы устойчивы.
3. Устойчивость полученных клубов: подтверждается (вероятность перехода в другой клуб не превышает 5%).

#### Недостатки методики Ква:

1. Экзогенный выбор числа клубов.
2. Отсутствие возможности формирования списочного состава конвергенционных клубов.
3. Отсутствие количественного критерия.

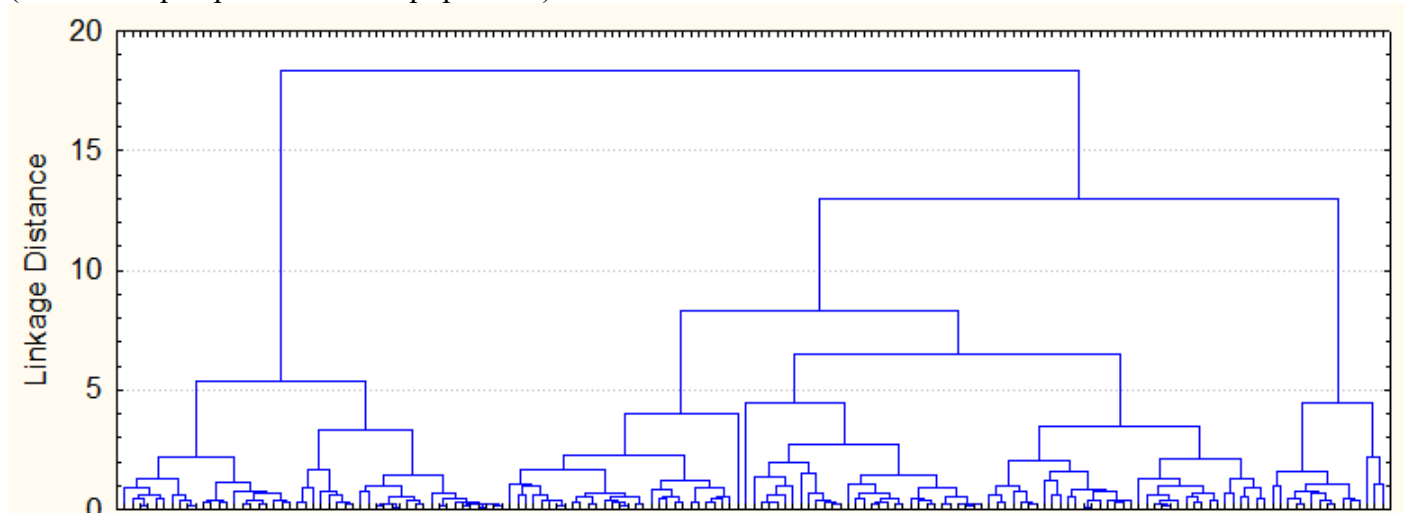
### 3. Модификация теста Ква.

Для преодоления ряда недостатков методики Ква делаем процедуру расчета матрицы перехода двухшаговой:

1. С помощью кластерного анализа определяем возможное число клубов.
2. В процедуре Ква определяем клуб как группу стран, не переходящих через квантиль в течение 5 лет.

#### Шаг 1. Кластеризация.

Рис. 3. Дендограмма. Кластеризация стран по натуральному логарифму среднедушевого дохода (данные нормированы и центрированы).



Выборку можно разделить на 3 или 4 кластера.

#### Шаг 2.1. Матрица перехода для 4 кластеров.

Состав кластеров определяем с помощью кластеризации методом K-means. Это ещё не клубы, поскольку не учтена динамика. Квантили нам известны. Допустим, клубом является та часть квантиля, которая не менялась на протяжении последних 5 лет, если в течение эти лет не было всплесков нестабильности.

Рассмотрим 2002-2007 годы:

Первый клуб (самые бедные): 47 стран.

Третий клуб: 15 стран.

Второй клуб: 37 стран.

Четвертый клуб: (самые богатые) 38 стран.

Переходили из клуба в клуб: 29 стран.  $Q(M)=0,600017$ .

Матрица переходов:

0,91	0,09	0	0
0,22	0,7	0,08	0
0	0,1	0,75	0,15
0	0	0,07	0,93

1. Существование конвергенционных клубов: подтверждается (диагональные элементы матрицы перехода).
2. Гипотеза Ква (богатые страны богатеют, бедные беднеют, «средние» распределяются по крайним группам): подтверждается.
3. Устойчивость полученных клубов: подтверждается для крайних клубов (вероятность перехода в другой клуб не превышает 5%).

#### Шаг 2.2. Матрица перехода для 3 кластеров.

Назаров Павел, 31.03.2011.

Результаты прямого метода Ква:

Итоговая матрица:

0,992	0,008	0,000
0,045	0,965	0,018
0,001	0,015	0,984

$Q(M)=0,96$ .



При косвенном методе Ква:

Матрица перехода:

0,988	0,013	0,000
0,025	0,975	0,000
0,000	0,023	0,977

$Q(M)=0,963$ .

Вывод: более стабильный результат достигается при разделении на три клуба.

#### 4. Интерпретация результатов и выводы.

Клуб 1.	"Бедные" страны	Африканские страны, кроме ЮАР, центральная Азия, Индия и Китай, слаборазвитые страны Южной Америки.
Клуб 2.	Переходный клуб	СНГ (кроме Азии), развитые страны Южной Америки, ЮАР.
Клуб 3.	"Богатые" страны	ОЭСР (кроме Мексики, Польши, Чили, Эстонии), нефтедобывающие страны ближнего востока, государства – оффшорные зоны.

#### 5. Список литературы.

1. Economic Growth in a Cross Section of Countries: Robert J. Barro Source: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 106, No. 2 (May, 1991), pp. 407-443.
- 2.. Galton's Fallacy and Tests of the Convergence Hypothesis: Danny Quah Source: The Scandinavian Journal of Economics, Vol. 95, No. 4, Endogenous Growth (Dec., 1993), pp. 427-443.
3. European Economic Review 40 (1996), Regional convergence clusters across Europe Danny T. Quah, 1996.
4. Twin Peaks: Growth and Convergence in Models of Distribution Dynamics Author(s): Danny T. Quah Source: The Economic Journal, Vol. 106, No. 437 (Jul., 1996), pp. 1045-1055
5. Journal of Economic Growth, 1: 95-124 (March, 1996) Convergence Empirics Across Economies with (Some) Capital Mobility Danny T. Quah.

Назаров Павел, 31.03.2011.

6. Oxley L., Greasley D., “A Nordic convergence club”, Applied Economic Letters, №6, 1999.

7. Canova F., “Testing for convergence clubs in income per capita”, International Economic Review, №1, 2004.

9. Barro R.J, Sala-i-Martin X, “Regional Growth and Migration: A Japan-United States Comparison”, Journal of the Japanese and international economies, №6, 1992.

10. Sala-i-Martin X., “Regional cohesion: Evidence and theories of regional growth and convergence”, European Economic Review 40 (1996).

11. Bernard A.B., Durlauf S.N., “Interpreting tests of the convergence hypothesis”, Journal of Econometrics 71 (1996).

### Приложение 1.

Списочный состав клубов:

Клуб 1.			Клуб 2		Клуб 3.
Афганистан	Мальдивы		Аргентина		Австралия
Албания	Мали		Белиз		Австрия
Алжир	Мавритания		Ботсвана		Багамы
Ангола	Микронезия		Бразилия		Бахрейн
Бангладеш	Монголия		Болгария		Барбадос
Бенин	Черногория		Кабо-Верде		Бельгия
Бутан	Марокко		Чили		Бермуды
Боливия	Мозамбик		Колумбия		Бруней
Буркина-Фасо	Намибия		Коста-Рика		Канада
Бурунди	Непал		Хорватия		Кипр
Камбоджи	Никарагуа		Куба		Чехия
Камерун	Нигер		Доминиканская Республика		Дания
Центральная Африка	Нигерия		Экваториальная Гвинея		Финляндия
Чад	Пакистан		Эстония		Франция
Китай	Папуа новая Гвинея		Габон		Германия
Коморос	Парагвай		Гренада		Греция
Кот-д'Эвуар	Перу		Венгрия		Исландия
Джибути	Филиппины		Иран		Ирландия
Эквадор	Руанда		Ямайка		Израиль
Египет	Самоа		Ливан		Италия
Сальвадор	Сенегал		Ливия		Япония
Эфиопия	Сьерра-Лионе		Малайзия		Корея
Фиджи	Соломоновы Острова		Маршалловы острова		Кувейт

Назаров Павел, 31.03.2011.

Гамбия	Сомали		Маврикий		Люксембург
Гана	Шри-Ланка		Мексика		Макао
Гватемала	Судан		Палау		Мальта
Гвинея	Сирия		Панама		Нидерланды
Гайана	Танзания		Польша		Новая Зеландия
Гаити	Того		Румыния		Норвегия
Гондурас	Турция		Россия		Оман
Индия	Уганда		Сейшеллы		Португалия
Индонезия	Узбекистан		Словакия		Пуэрто-Рико
Ирак	Вануату		Южная Африка		Катар
Иордания	Вьетнам		Суринам		Саудовская Аравия
Кения	Замбия		Свазиленд		Словения
Кирибати	Зимбабве		Таиланд		Испания
Лаос			Тунис		Швеция
Лесото			Уругвай		Швейцария
Либерия			Венесуэла		Тайвань
Македония					Арабские Эмираты
Мадагаскар					Великобритания
Малая					США