

Таблица 1

Исследование взаимосвязи инфляции, выпуска и предложения денег

	Инфляция/предложение денег	Выпуск/предложение денег	Выпуск/инфляция
Положительная связь	McCandless, G.T., Jr. and Weber, W.E. (1995) McMillin, W.D. (2001), Lastrapes, W.D. (2006)	McCandless, G.T., Jr. and Weber, W.E. (1995) для стран ОЭСР	Bullard, J. and Keating, J.W. (1995) для стран с низкой инфляцией
Отрицательная связь	-	-	Barro, R. J. (1995) Barro, R. J. (1996) Bullard, J. and Keating, J.W. (1995) для стран с высокой инфляцией
???	Fischer, M.E. and Seater, J.J (1990).	McCandless, G.T., Jr. and Weber, W.E. (1995); Kormendi, R.C. and Meguire, P.G.(1984); Geweke, J.(1986). Boschen, J. F. and Mills, L.O. (1995)	McCandless, G.T., Jr. and Weber, W.E. (1995); Bullard, J. and Keating, J.W. (1995)

Таблица 2

Взаимосвязь инфляции, предложения денег и выпуска в российской экономике

Функция	$Cor(CPI_t, M_{t+i})$		$Cor(PMI_t, M_{t+i})$	
	$i < 0$	$i > 0$	$i < 0$	$i > 0$
Форма представления временного ряда				
Сглаженный	+	-	+	-
Детрендированный с помощью HP фильтра	+	-	?	?

VAR и VEC

Открытая векторная авторегрессия (VAR)

$$y_t = \mu + \Pi_1 y_{t-1} + \Pi_2 y_{t-2} + \dots + \Pi_{p+1} y_{t-p-1} + Bx_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

N временных рядов: y_{1t}, \dots, y_{Nt} , $y \sim (N \times 1)$.

$\Pi_i, i = 1, \dots, p+1 \sim (N \times N)$ – матрицы коэффициентов при эндогенных переменных.

$x \sim (k \times 1)$ – вектор экзогенных переменных.

$\mu \sim (k \times 1)$ – вектор констант.

$B \sim (N \times k)$ – матрица коэффициентов при экзогенных переменных.

Модель открытой VAR в исходном виде используется для моделирования динамики стационарных временных рядов.

Модель векторной коррекции ошибок (VEC)

$$y_{jt} \sim I(1), j = 1, \dots, N.$$

$\beta = (\beta_1, \dots, \beta_N)'$ – коинтегрирующий вектор.

$$\beta_1 y_{1t} + \beta_2 y_{2t} + \dots + \beta_N y_{Nt} \sim I(0) \quad (2)$$

Если $c = E(\beta_1 y_{1t} + \beta_2 y_{2t} + \dots + \beta_N y_{Nt})$, то говорят о долговременном положении равновесия системы в виде: $c = \beta_1 y_{1t} + \beta_2 y_{2t} + \dots + \beta_N y_{Nt}$ (3)

r – максимальное количество коинтегрирующих векторов (*ранг коинтеграции*)

Представление VAR(p+1) в форме модели векторной коррекции ошибок VEC(p+1):

$$\Delta y_t = \mu + \alpha \beta' y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \Gamma_p \Delta y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (4)$$

$\Gamma_1, \dots, \Gamma_p \sim (N \times N)$ матрицы коэффициентов

$\alpha, \beta \sim$ матрицы полного ранга r .

$\beta_{(1)}, \dots, \beta_{(r)}$ – столбцы матрицы β , являющиеся линейно-независимыми коинтегрирующими векторами.

α_{ij} – коэффициенты при стационарных линейных комбинациях;

Для коинтегрированной системы, состоящей из N рядов $r = 1, \dots, N - 1$.

$r = 0 \Rightarrow$ ряды не коинтегрированы;

$r = N \Rightarrow$ ряды стационарны.

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \beta' + I + \Gamma_1 = \Pi_1 \\ -\Gamma_1 + \Gamma_2 = \Pi_2 \\ \dots \\ -\Gamma_{p-1} + \Gamma_p = \Pi_p \\ -\Gamma_p = \Pi_{p+1} \end{array} \right. \quad (5)$$

или

$$\Gamma_j = -\sum_{i=j+1}^{p+1} \Pi_i, \quad \alpha \beta' = -I + \sum_{i=1}^{p+1} \Pi_i. \quad (6)$$

VAR в исследованиях

Sims (1972): двухпараметрическая VAR (выпуск, денежная масса).

Sims (1980): трехпараметрическая VAR (выпуск, денежная масса, цены).

Leeper, Sims and Zha (1996): история развития методологии VAR.

Mihov, Scott (2001), **Romer and Romer** (2004): трехпараметрическая VAR (выпуск, уровень цен, процентная ставка).

Rudebusch (1998), **Brunner** (2000): критика VAR.

Ограничения на коэффициенты VAR

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = A(L) \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{yt} \\ u_{xt} \end{bmatrix} \quad (7)$$

y_t - уровень выпуска в экономике;

x_t - инструмент кредитно-денежной политики.

$A(L) \sim (2 \times 2)$ - матрица, элементы которой представляют собой лаговые полиномы.

u_{it} - шок, влияющий на i -ю переменную.

$$\begin{bmatrix} u_{yt} \\ u_{xt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{yt} + \theta e_{xt} \\ \varphi e_{yt} + e_{xt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \theta \\ \varphi & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{yt} \\ e_{xt} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} e_{yt} \\ e_{xt} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Σ_u - ковариационная матрица u_{it} ;

Σ_e - ковариационная матрица e_{it} ;

$$\Sigma_u = B \Sigma_e B \quad (9)$$

Модельный пример

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{yt} \\ u_{xt} \end{bmatrix}, \quad 0 < a_1 < 1 \quad (10)$$

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i u_{yt-i} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i a_2 u_{xt-i-1} \quad (11)$$

Отклик y_{t+i} на u_{xt} : $0, a_2, a_1 a_2, a_1^2 a_2, \dots$ (12)

$$y_t = e_{yt} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i (a_1 + a_2 \varphi) e_{yt-i-1} + \theta e_{xt} + \sum_{i=0}^{\infty} a_1^i (a_1 \theta + a_2) e_{xt-i-1} \quad (13)$$

Отклик y_{t+i} на e_{xt} : $\theta, a_1 \theta + a_2, a_1 (a_1 \theta + a_2), a_1^2 (a_1 \theta + a_2), \dots$ (14)

Подходы к решению проблемы идентификации:

- ✓ Наложение дополнительных ограничений на матрицу B (Sims(1972), Bernanke (1986), Gordon and Leeper (1994), Bernanke and Mihov (1998)).

В терминах модельного примера: $\theta = 0$

- ✓ Наложение ограничений на долгосрочные зависимости между переменными. Например, предположение о нейтральности денег - e_x - не оказывает постоянного долгосрочного влияния на y . (Gali (1992), McMillin(2001)).

В терминах модельного примера: $\theta + (a_1 \theta + a_2) \sum a_1^i = 0$ или $\theta = -a_2$.

Eichenbaum(1992)

Уровень цен, выпуск, предложение денег (M1), процентная ставка (federal funds rate).

$M1 \uparrow \Rightarrow r \uparrow$,

$M1 \uparrow \Rightarrow Y \downarrow$ - “output puzzle”

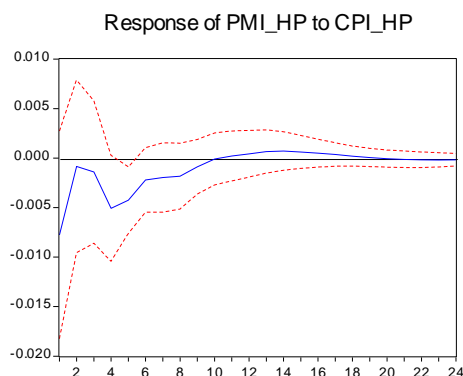
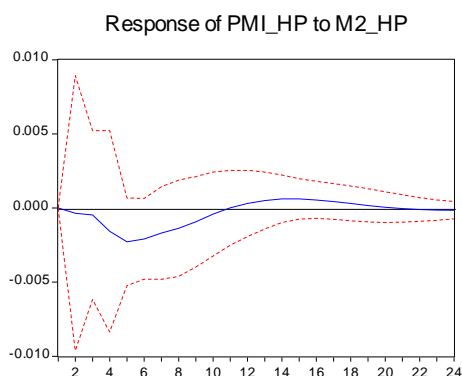
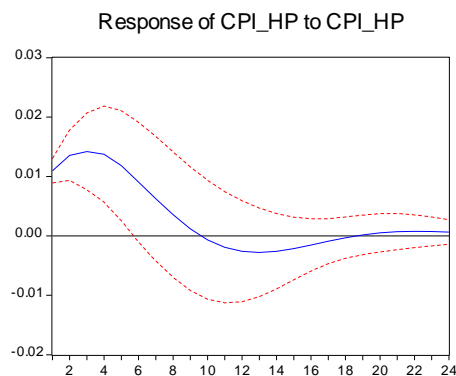
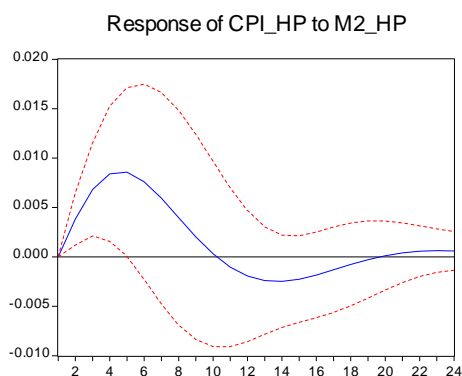
$r \uparrow \Rightarrow Y \downarrow$

$r \uparrow \Rightarrow P \uparrow$ - “price puzzle”.

VAR для российской экономики

$$y_t = \mu + \Pi_1 y_{t-1} + \Pi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad y_t = \begin{bmatrix} CPI_HP_t \\ M2_HP_t \\ PMI_HP_t \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Response to One S.D. Innovations ± 2 S.E. Response to One S.D. Innovations ± 2 S.E.



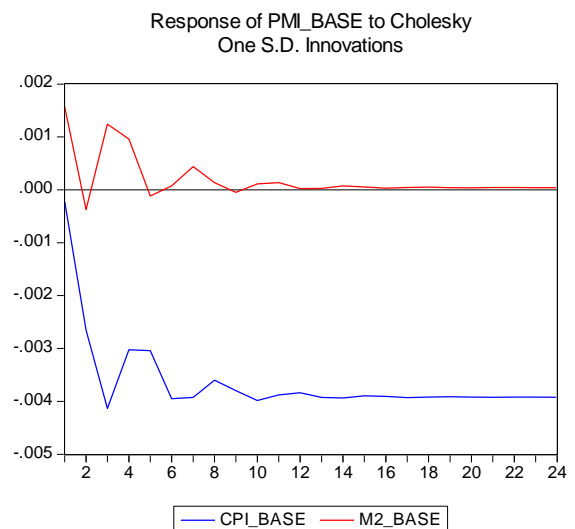
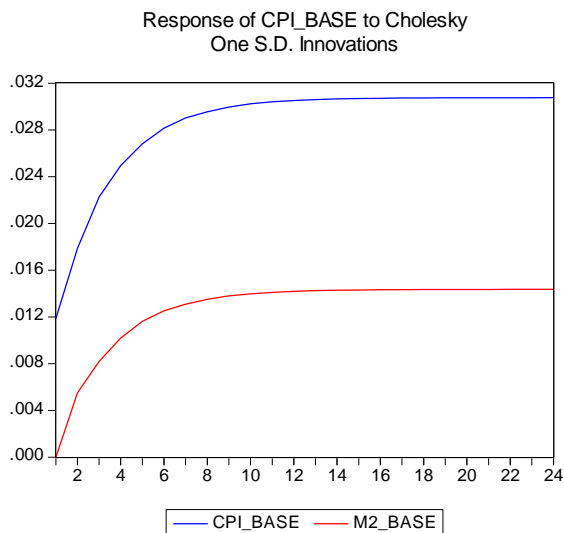
VEC для российской экономики

$$y_t = \alpha \beta' z_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + Bx_t + \varepsilon_t, \quad y_t = \begin{bmatrix} CPI_BASE_t \\ M2_BASE_t \\ PMI_BASE_t \end{bmatrix}, \quad x_t = \begin{bmatrix} Credit_rate_t \\ d_12 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

d_12_t - центрированная сезонная dummy переменная на декабрь

$$z_t = \beta_1 CPI_BASE_t + \beta_2 PMI_BASE_t + \beta_3 PMI_BASE + C + Trend, \quad (17)$$

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ -0,03 \\ 8,86 \\ -0,05 \\ -7,45 \end{bmatrix}$$



Список литературы

- Sims, C.A. “Comparison of Interwar and Postwar in Business Cycles”, *American Economic Review*, 62(4), 1972
- Sims, C.A. “Money, Income and Causality”, *American Economic Review*, 70(2), 1980.
- McMillin, D.G. “The Effects of Monetary Policy Shocks: Comparing Contemporaneous versus Long-Run Identifying Restrictions”, *Southern Economic Journal*, Vol. 67, No. 3. (Jan., 2001);
- Allan D. Brunner “On the Derivation of Monetary Policy Shocks: Should We Throw the VAR out with the Bath Water?” *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 32, No. 2. (May, 2000);
- Glenn D. Rudebusch “Do Measures of Monetary Policy in a Var Make Sense?” *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, Symposium on Forecasting and Empirical Methods in Macroeconomics and Finance (Nov., 1998);
- Ilian Mihov; Andrew Scott “Monetary Policy Implementation and Transmission in the European Monetary Union”, *Economic Policy*, Vol. 16, No. 33. (Oct., 2001).
- McCandless, G.T., Jr. and Weber, W.E. “Some Monetary Facts”, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 19(3), Summer 1995.
- Bullard, J. and Keating, J.W. “The Long-run Relationship between Inflation and Output in Postwar Economies”, *Journal of Monetary Economics*, 36(3), Dec. 1995.
- Barro, R. J. “Inflation and Economic Growth”, *Bank of England Quarterly Bulletin*, May 1995.
- Barro, R. J. “Inflation and Growth” *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 78(3), May 1996.
- Kormendi, R.C. and Meguire, P.G. “Cross-Regime Evidence of Macroeconomic Rationality”, *Journal of Political Economy*, 92(5), Oct. 1984.
- Geweke, J. “The Superneutrality of Money in the United States: an Interpretation of Evidence”, *Econometrica* 54(1), Jan. 1986.
- Romer D.C. and Romer D.H. «A New Measure of Monetary Shocks: Derivation and Implications”, *American Economic Review*, 94(4), 2004.

График 1

$$Cor(PMI_hp_t, X_{t+i}), i = -18, \dots, 18, X_t = H_hp, M0_hp, M2_hp.$$

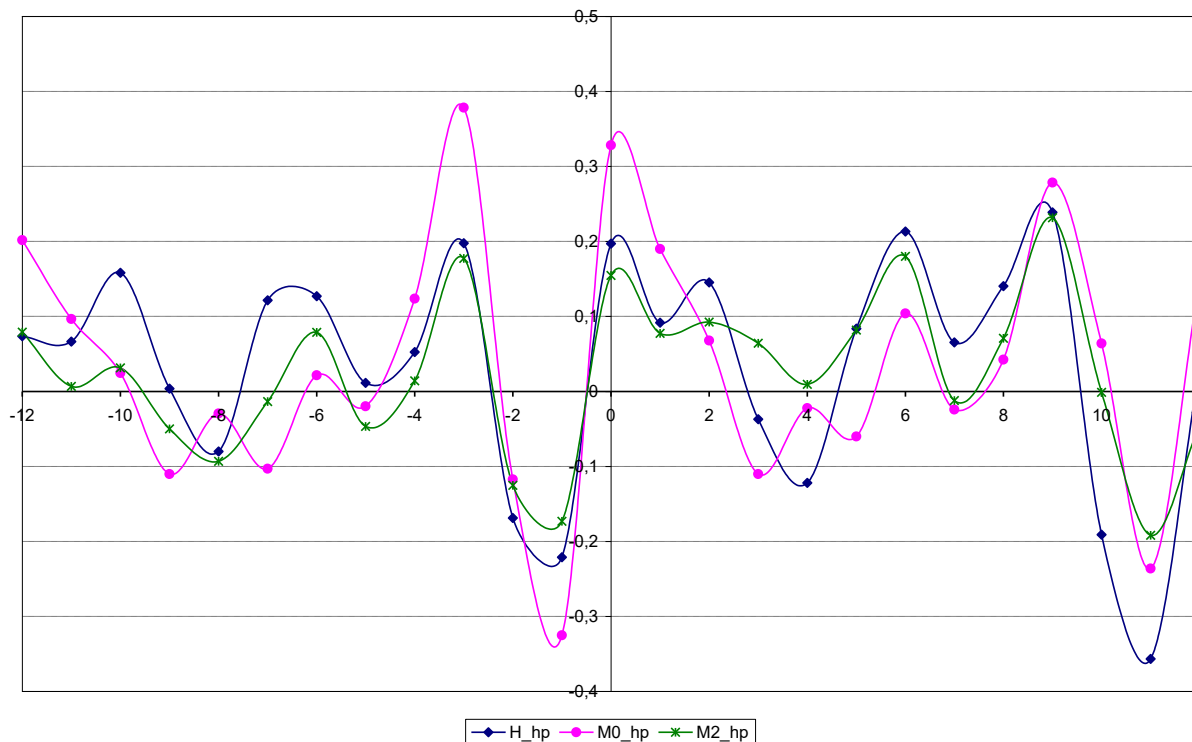


График 2

$$Cor(PMI_{yoy_es}_t, X_{t+i}), i = -12, \dots, 12, X_t = SHyoy, SM0yoy, SM2yoy$$

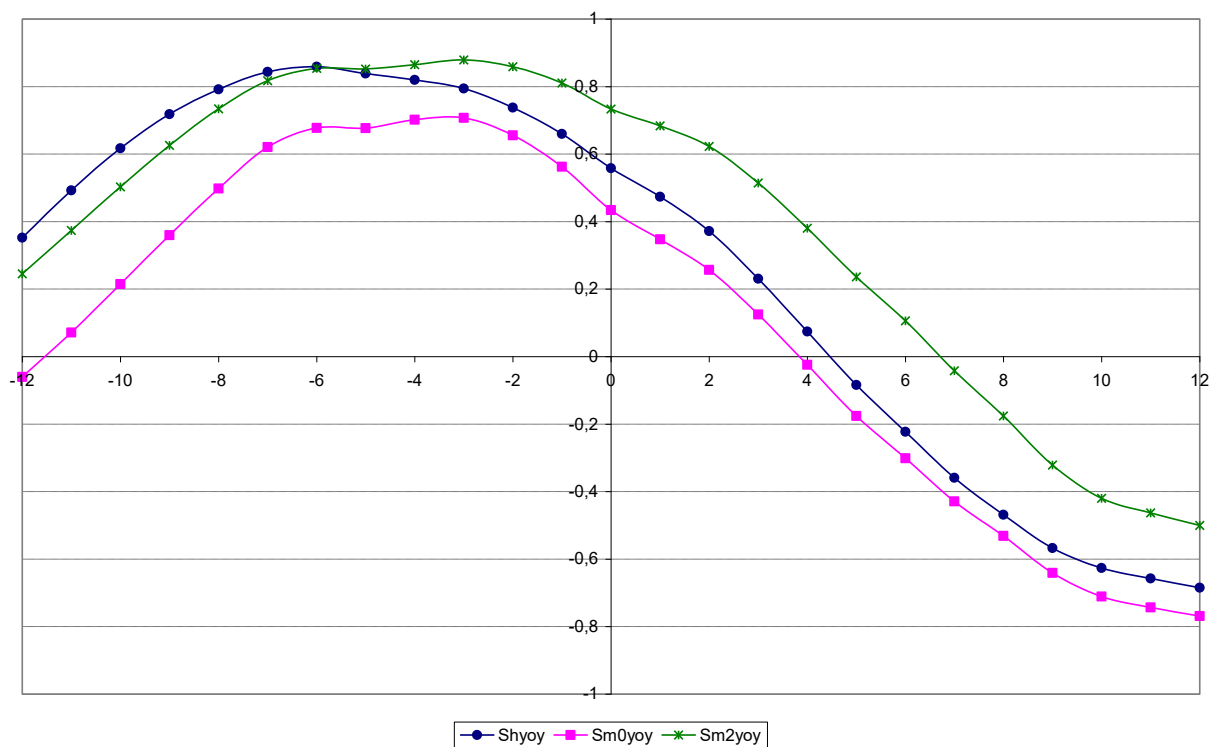


График 3

$Cor(CPI_t, PMI_{t+i}), Cor(SCPIyoy_t, PMIyoy_{es_{t-i}}), Cor(CPI_{hp_t}, PMI_{hp_{t-i}}), i = -18, \dots, 18$

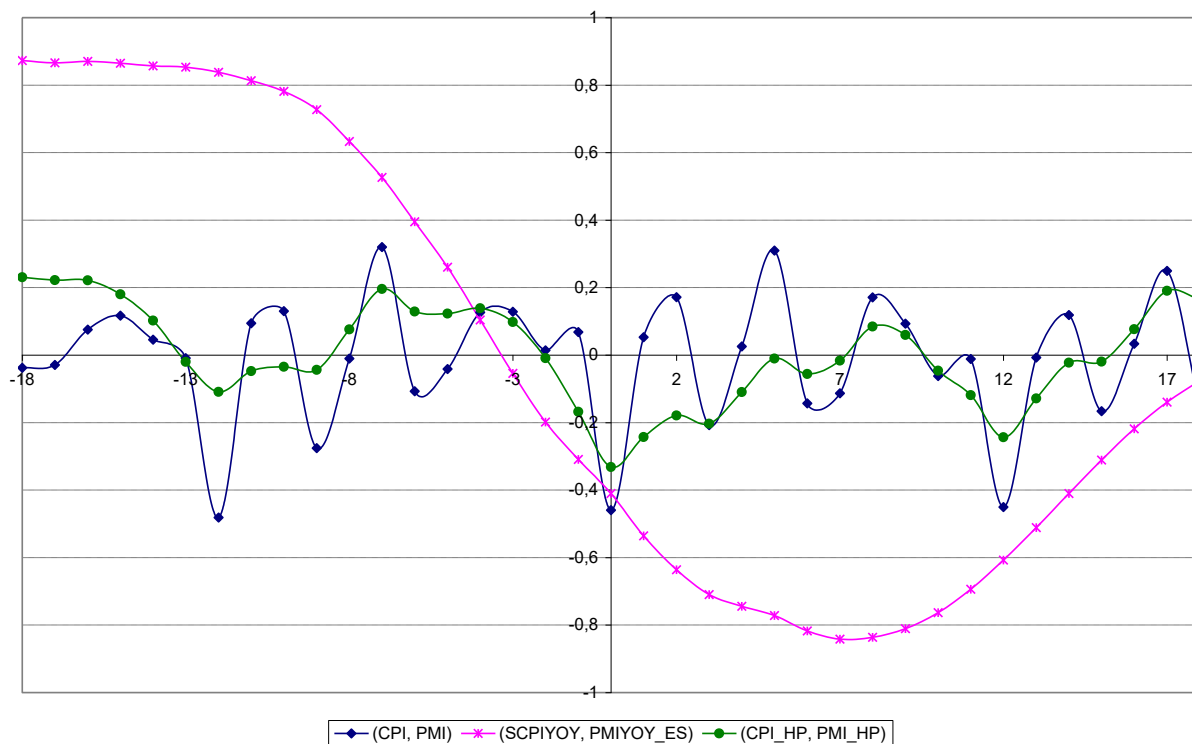


График 4

$Cor(D(CPI)_t, X_{t+i}), i = -12, \dots, 12, X_t = D(H_temp), D(M0_temp), D(M2_temp)$

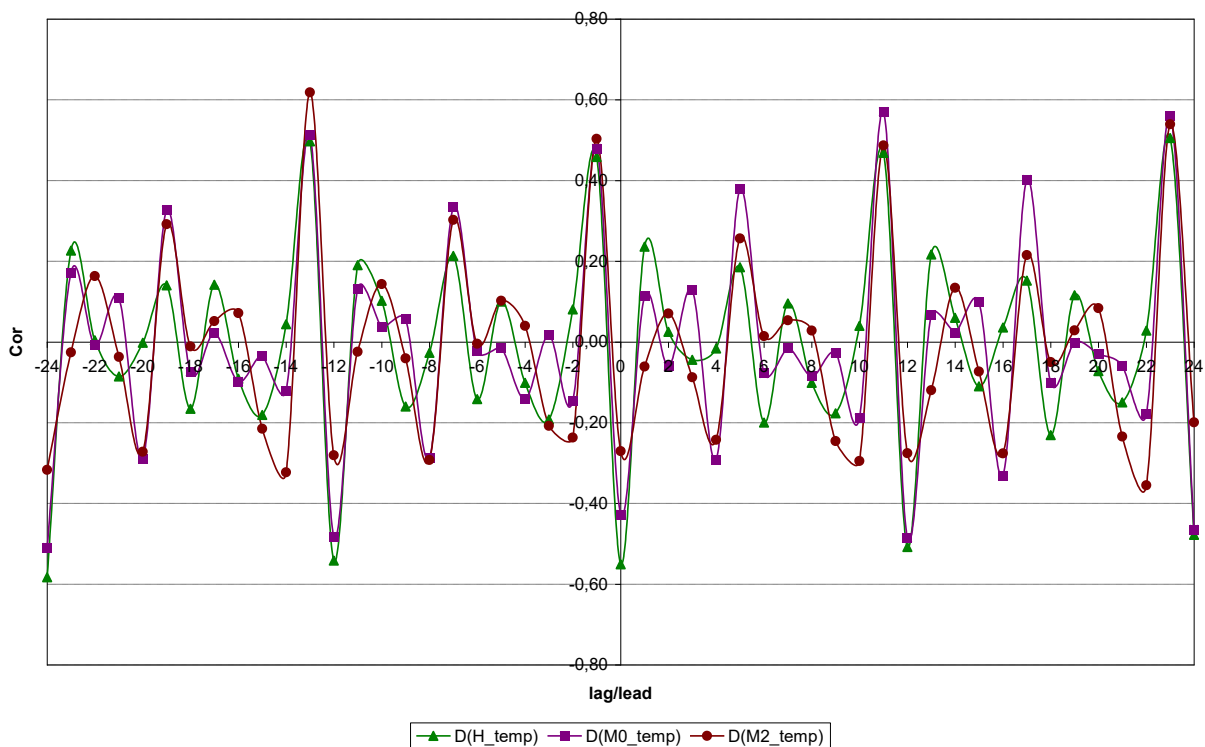


График 5

$$Cor(SCPI_{yoy}, X_{t+i}), i = -24, \dots, 24, X_t = SHyoy_t, SM0yoy_t, SM2yoy_t$$

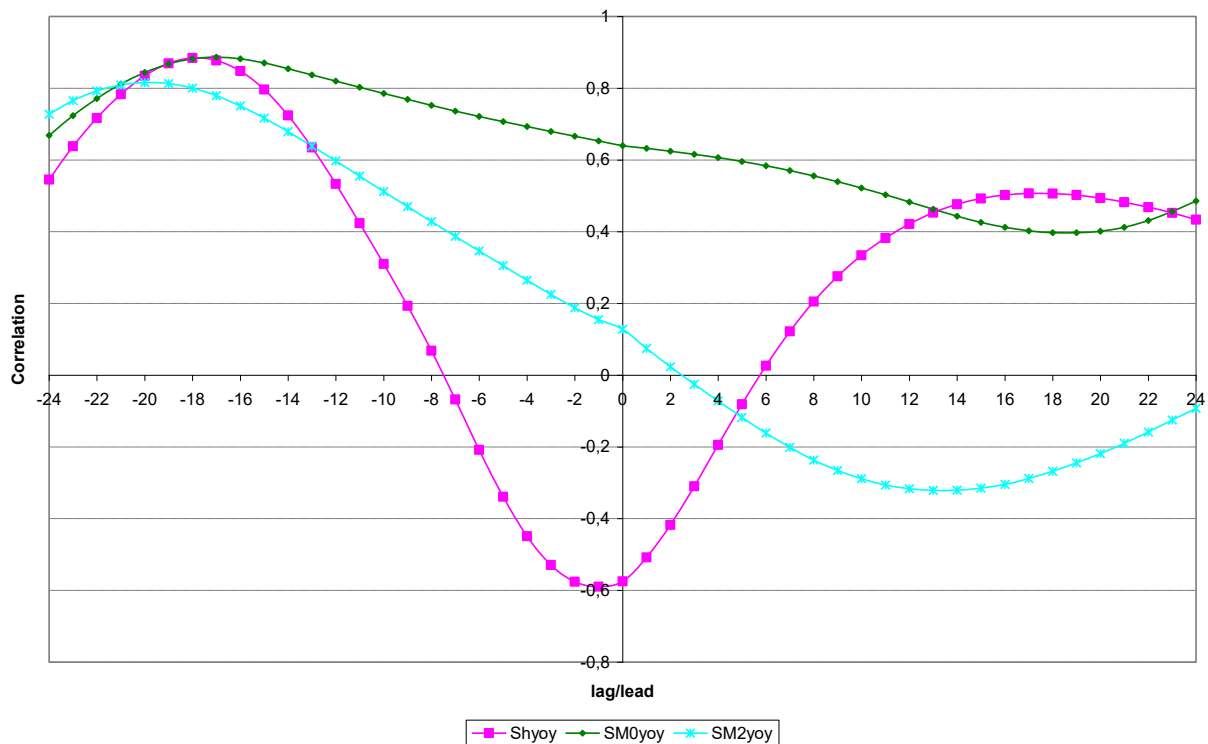
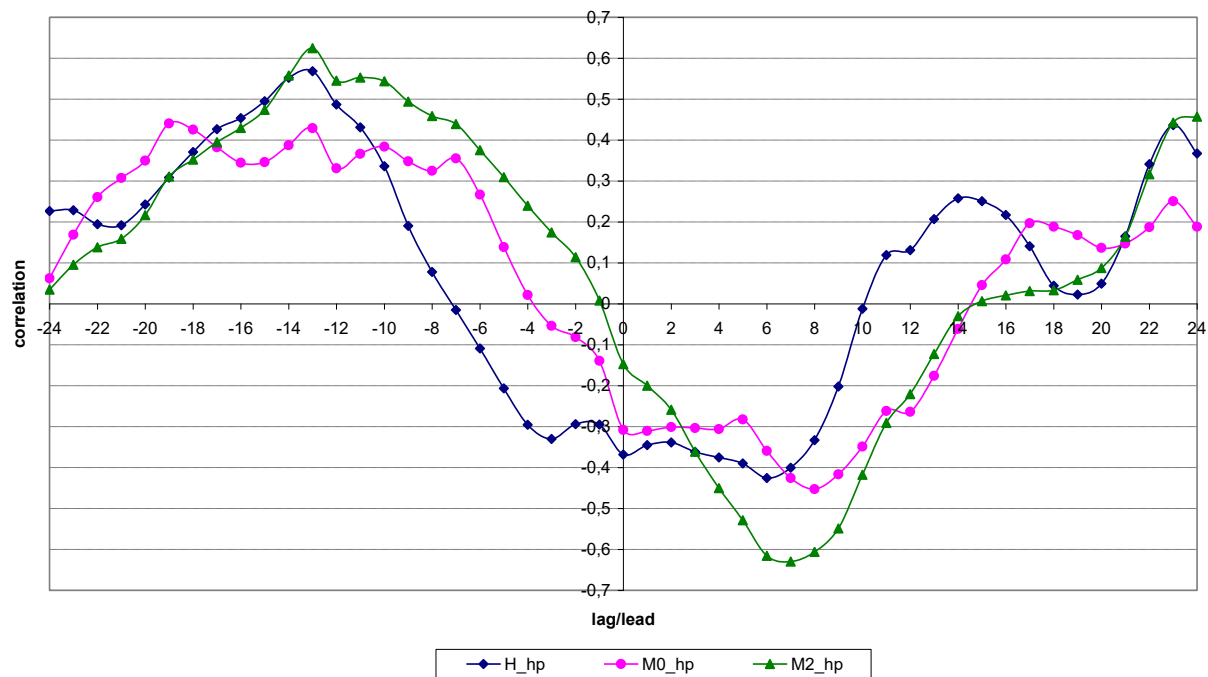


График 6

$$Cor(CPI_hp_t, X_{t+i}), i = -24, \dots, 24, X_t = H_hp_t, M0_hp_t, M2_hp_t$$



Обозначения переменных

- Cp_i – ИПЦ в процентах к предыдущему месяцу;
- H_temp – денежная база в широком определении (темп прироста в процентах к предыдущему месяцу);
- $M0temp$ – наличные деньги $M0$ (темп прироста в процентах к предыдущему месяцу);
- $M2temp$ – денежная масса $M2$ (темп прироста в процентах к предыдущему месяцу).
- $cr1y0y$ – ИПЦ в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года;
- $hy0y$ - - денежная база в широком определении в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года;
- $m0y0y$ - наличные деньги $M0$ широком определении в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года;
- $m2y0y$ - денежная масса $M2$ в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года;
- $scr1y0y$ – ИПЦ в процентах к соответствующему периоду предыдущего года, сглаженный с помощью скользящего среднего хронологического с окном +/-6;
- $scay0y$ - уровень корсчетов кредитных организаций в Банке России в процентах к соответствующему периоду предыдущего года, сглаженный с помощью скользящего среднего хронологического с окном +/-6;
- $scashy0y$ - наличные деньги в обращении с учетом остатков в кассах кредитных организаций России в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года, сглаженные с помощью скользящего среднего хронологического с окном +/-6;
- $shy0y$ – денежная база в широком определении в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года, сглаженная с помощью скользящего среднего хронологического с окном +/-6;
- $sm0y0y$ - наличные деньги $M0$ широком определении в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года, сглаженная с помощью скользящего среднего хронологического с окном +/-6;
- $sm2y0y$ - - наличные деньги $M0$ широком определении в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года, сглаженная с помощью скользящего среднего хронологического с окном +/-6;
- $cr1_base$ – ИПЦ накопленным итогом к базовому периоду;
- $cr1_hr$ - ИПЦ накопленным итогом к базовому периоду, очищенный от тренда с помощью фильтра Ходрика-Прескотта.
- h_hr – денежная база в широком определении накопленным итогом в процентах к базовому периоду, очищенная от тренда с помощью фильтра Ходрика-Прескотта.
- h_base – денежная база в широком определении накопленным итогом в процентах к базовому периоду.
- $m0_base$ – наличные деньги $M0$ накопленным итогом в процентах к базовому периоду;
- $m0_hr$ - наличные деньги $M0$ накопленным итогом в процентах к базовому периоду, очищенные от тренда с помощью фильтра Ходрика-Прескотта.
- $m2_base$ – денежная масса $M2$ накопленным итогом в процентах к базовому периоду;
- $m2_hr$ - денежная масса $M2$ накопленным итогом в процентах к базовому периоду, очищенная от тренда с помощью фильтра Ходрика-Прескотта.
- pmi – индекс промышленного производства в процентах к предыдущему месяцу;
- pmi_base – индекс промышленного производства в процентах к базовому периоду.
- pmi_hr – индекс промышленного производства в процентах к базовому периоду, очищенный от тренда с помощью фильтра Ходрика-Прескотта.
- $pmi0y0y$ - индекс промышленного производства в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года.
- $spmi0y0y$ - индекс промышленного производства в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года, сглаженный с помощью скользящего среднего хронологического с окном +/-6;
- $rpmi0y0y_es$ - индекс промышленного производства в процентах к соответствующему месяцу предыдущего года, экспоненциально сглаженный.