

«Взаимовлияние стран в условиях кризиса»

1. Цель и задачи работы

Цель работы:

Оценка взаимовлияния макроэкономических показателей экономических партнеров (на примере среднесрочного периода). Под среднесрочным периодом понимается горизонт планирования в 12-15 лет.

Задачи работы:

1. Анализ различных способов выявления взаимовлияния между странами.
2. Численная оценка взаимовлияния с помощью модели с латентной переменной.
3. Применение модели с латентной переменной для оценки эффекта «заражения».

2. Формулировка гипотез

Гипотеза 1: В процессе ведения экономической деятельности все страны оказывают влияние друг на друга

Гипотеза 2: Существуют как специфические страновые циклы, так и некий общий для всех стран «глобальный» цикл.

3. Методы оценки взаимовлияния

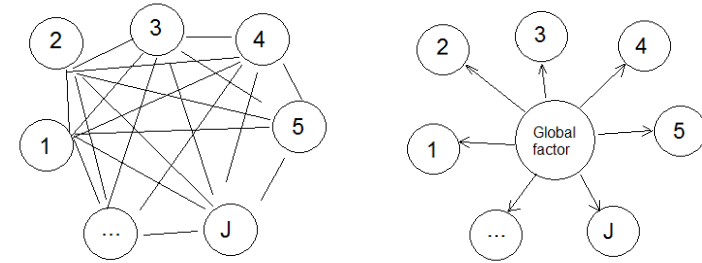
- **Причинность по Гранжеру**
 - Granger causality test
- **Расчет корреляции рядов**
 - Ряды очищаются фильтром (например, фильтром Ходрика-Прескотта или полосовым фильтром), затем рассчитываются корреляции преобразованных рядов
- **Построение моделей экономического роста**
 - Для нескольких стран строится модель экономического роста, после чего находится связь между остатками
$$y_t = f(I_{t-i}, EXP_{t-i}, \dots) + \varepsilon_t$$
- **Векторная авторегрессия**
 - Unrestricted
 - Structural
- **Модель с динамическим латентным фактором**
 - Выделение одного ненаблюдаемого фактора
 - Выделение нескольких ненаблюдаемых факторов

4. Классификация исследований в данной области

См. приложение 1.

Плохо изученная область: каждое исследование концентрируется на одном методе выявления общего цикла, отсутствуют расчеты по модели с латентной переменной для выявления эффекта «заражения».

5. Модель с латентной переменной (dynamic factor model)



VS

Рисунок 1. Многообразие связей между экономическими субъектами.

Имеется вектор экономических переменных $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$ за периоды $t = 1, \dots, T$, для которых выполняются следующие соотношения:

$$y_{i,t} = a_i + b_i y_{0,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (1.1)$$

$$E \varepsilon_{i,t} \varepsilon_{j,t-s} = 0 \text{ для } i \neq j$$

Каждая экономическая переменная линейно объясняется через одну и ту же ненаблюдаемую переменную y_0 , которую можно назвать «общий фактор».

Авторегрессионные ошибки порядка p_i :

$$\varepsilon_{i,t} = \phi_{i,1} \varepsilon_{i,t-1} + \phi_{i,2} \varepsilon_{i,t-2} + \dots + \phi_{i,p_i} \varepsilon_{i,t-p_i} + u_{i,t}$$

$$E u_{i,t} u_{j,t-s} = \sigma_i^2 \text{ для } i = j, s = 0 \quad (1.2)$$

$$E u_{i,t} u_{j,t-s} = 0 \text{ иначе}$$

Динамика общего фактора – авторегрессия порядка q :

$$y_{0,t} = \varepsilon_{0,t} \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_{0,t} = \phi_{0,1} \varepsilon_{0,t-1} + \phi_{0,2} \varepsilon_{0,t-2} + \dots + \phi_{0,q} \varepsilon_{0,t-q} + u_{0,t}$$

$$E u_{0,t} u_{0,t-s} = \sigma_0^2 \text{ для } s = 0 \quad (1.4)$$

$$E u_{0,t} u_{0,t-s} = 0 \text{ иначе}$$

При этом также предполагается, что все $u_{i,t} \sim N(0, \sigma_i^2)$

Проблемы идентификации модели (1.1)-(1.4):

- одновременное определение знаков b_i и $y_{0,t}$ - идентичность решений $(b_i; y_{0,t})$ и $(-b_i; -y_{0,t})$,
- одновременное определение масштаба b_i и $y_{0,t}$ - идентичность решений $(b_i; y_{0,t})$ и $(\gamma b_i; \frac{1}{\gamma} y_{0,t})$

Алгоритм решения задачи:

Если φ - набор параметров, $\varphi = (a_i, b_i, \sigma_i^2, \phi_{i,j}, i=1, \dots, n)$, а f - латентный фактор, то по начальному значению f^0 мы можем получить φ^1 из условного распределения $p(\varphi | f^0)$. Затем по тому же принципу мы находим f^1 из условного распределения $p(f | \varphi^1)$ и так далее.

Формальное решение задачи:

1. Поиск распределений параметров, условных по латентному фактору

Предполагая нормальность рядов y_i по первым p_i наблюдениям, оцениваем распределение $\tilde{y}_{i,1} \sim N(a_i + b_i \tilde{y}_{0,1}, \sigma_i^2 \Sigma_i)$, находим $\hat{\Sigma}_i$

$$\beta_i | y_i, \varphi_{-\beta_i} \sim N(E(\beta_i | y_i, \varphi_{-\beta_i}), \Sigma_{\beta_i}) \quad (1.5)$$

$$\phi_i | y_i, y_0, \varphi_{-\phi_i} \propto \Psi(\phi_i) \times N(\hat{\phi}_i, \Sigma_{\hat{\phi}_i}) I_{s\phi} \quad (1.6)$$

$$\sigma_i^2 | y_i, y_0, \varphi_{-\sigma_i^2} \sim IG\left(\frac{\bar{v}_i + T}{2}, \frac{\delta_i + d_i}{2}\right) \quad (1.7)$$

IG - обратное гамма-распределение, $\bar{v}, \delta_i, d_i, \hat{\phi}_i$ - некоторые расчетные параметры, $I_{s\phi}$ - индикатор стационарности.

При известном значении y_0 происходит генерация из условных распределений (1.5) и (1.7). Для генерации ϕ_i используется алгоритм Метрополиса-Гастингса (Metropolis-Hastings algorithm): на каждом шаге k генерируется «кандидат» ϕ_i^* из распределения $N(\hat{\phi}_i, \Sigma_{\hat{\phi}_i}) I_{s\phi}$, затем $\phi_i^{(k)} = \phi_i^*$ с вероятностью

$\mathcal{G} = \min(\Psi(\phi_i^{(k)}) / \Psi(\phi_i^{(k-1)}), 1)$ и $\phi_i^{(k)} = \phi_i^{(k-1)}$ с вероятностью $1 - \mathcal{G}$

2. Поиск распределения латентного фактора, условного по параметрам

Задача решается через поиск функции правдоподобия

$$f(y_0 | y^*, \varphi) \sim N(f, H^{-1}) \quad (1.8)$$

Практические результаты расчетов:

- восстановленный ряд латентного фактора
- коэффициенты b_i (факторные нагрузки)
- доля дисперсии, объясняемая общим фактором

$Var(y_{i,t}) = b_i^2 Var(y_{0,t}) + Var(\varepsilon_{i,t})$, откуда искомая доля $b_i^2 \frac{Var(y_{0,t})}{Var(y_{i,t})}$

6. Расчет на искусственных данных

$$y_t = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,8 \\ 0,4 \\ 0,9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1,2 \\ 0,4 \\ 0,6 \\ 0,5 \end{pmatrix} y_{0,t} + \varepsilon_t \quad (1.9)$$

$$\varepsilon_t = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,8 \\ 0,6 \\ 0,5 \end{pmatrix} \varepsilon_{t-1} + \begin{pmatrix} -0,1 \\ -0,4 \\ 0,1 \\ 0,2 \end{pmatrix} \varepsilon_{t-2} + \begin{pmatrix} -0,2 \\ -0,1 \\ -0,3 \\ -0,3 \end{pmatrix} \varepsilon_{t-3} + u_t \quad (1.10)$$

$$y_{0,t} = \varepsilon_{0,t} \quad (1.11)$$

$$\varepsilon_{0,t} = 0,7 \cdot \varepsilon_{0,t-1} - 0,3 \cdot \varepsilon_{0,t-2} + 0,2 \cdot \varepsilon_{0,t-3} + u_{0,t} \quad (1.12)$$

Иными словами,

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,8 \\ 0,4 \\ 0,9 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,2 \\ 0,4 \\ 0,6 \\ 0,5 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,1 & -0,2 \\ 0,8 & -0,4 & -0,1 \\ 0,6 & 0,1 & -0,3 \\ 0,5 & 0,2 & -0,3 \end{bmatrix} \phi_0 = [0,7 \quad -0,3 \quad 0,2]$$

Причем $u_0 \sim N(0,5)$; $u_1 \sim N(0,3)$; $u_2 \sim N(0,4)$; $u_3 \sim N(0,9)$;

$u_4 \sim N(0,6)$. Первоначальные значения для $\varepsilon_{i,t}$ для i от 0 до 4 и для t от -2 до 0 были приравнены к нулю. На основе заданных распределений были сгенерированы ряды длиной 500 элементов. Последние 100 наблюдений были сохранены и использованы для расчетов.

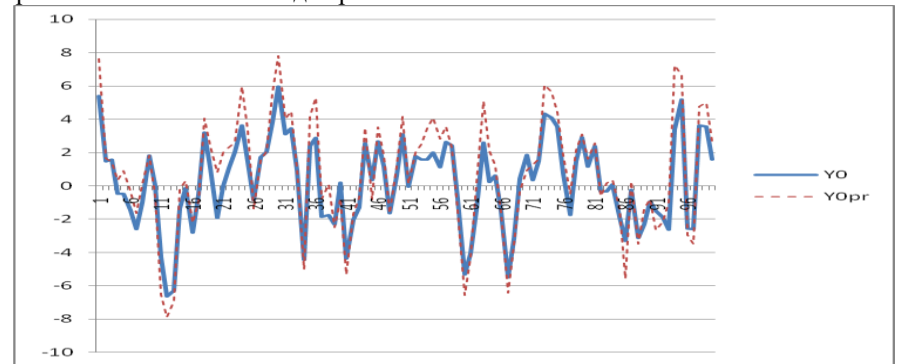


Рисунок 2. Истинный ряд ненаблюдаемого фактора (Y_0) и восстановленные данные (Y_0pr).

7. Расчет на годовых данных

Однофакторная модель, представленная вместе со статистикой авторами [1]-[3].
Годовые данные по приросту реального ВВП по 87 странам за период 1970-2004

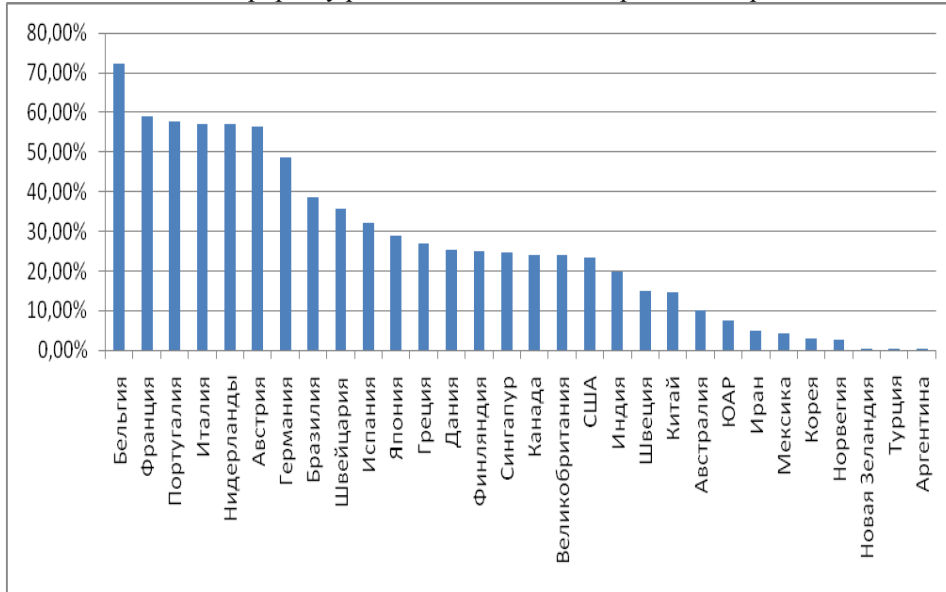


Рисунок 3. Доля дисперсии, объясняемая глобальным фактором

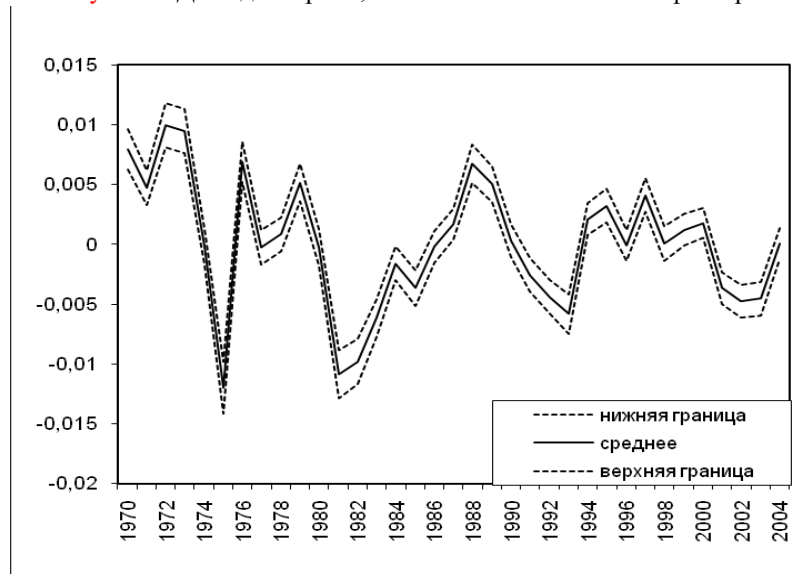


Рисунок 4. Динамика глобального фактора и доверительные интервалы.

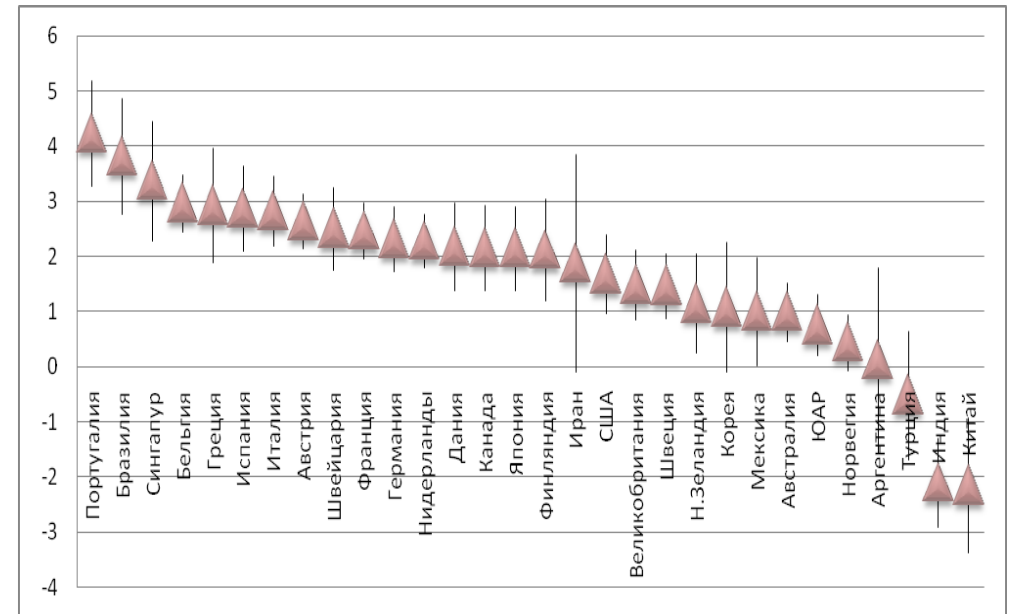


Рисунок 5. Значение факторных нагрузок с доверительным интервалом (\pm стандартная ошибка коэффициента).

8. Расчет на квартальных данных

Квартальные данные из системы EUROSTAT 1995:2-2009:2 по 24 странам (22 европейские страны, США, Япония).

Наблюдаемый фактор: абсолютный рост реального ВВП (в млн евро).

Разбиение периода на два (аналогично работе [2]) на два более однородных:

1) 1995:2-2002:4 и 2) 2003:1-2009:2

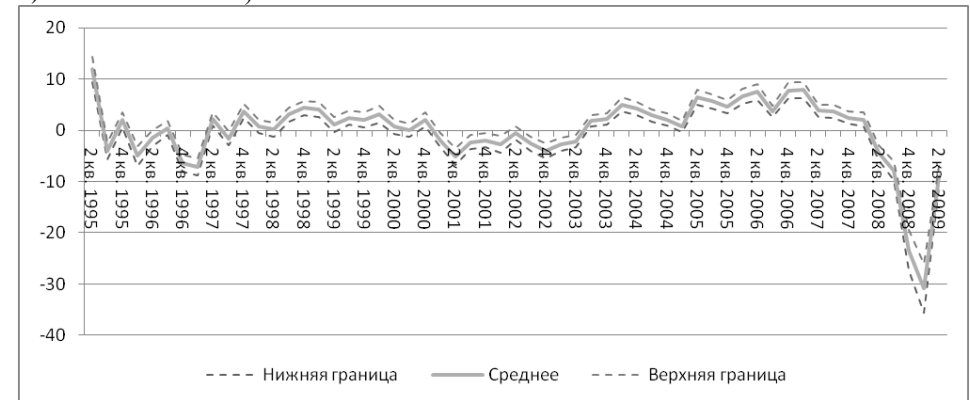


Рисунок 6. Динамика глобального фактора и доверительные интервалы.

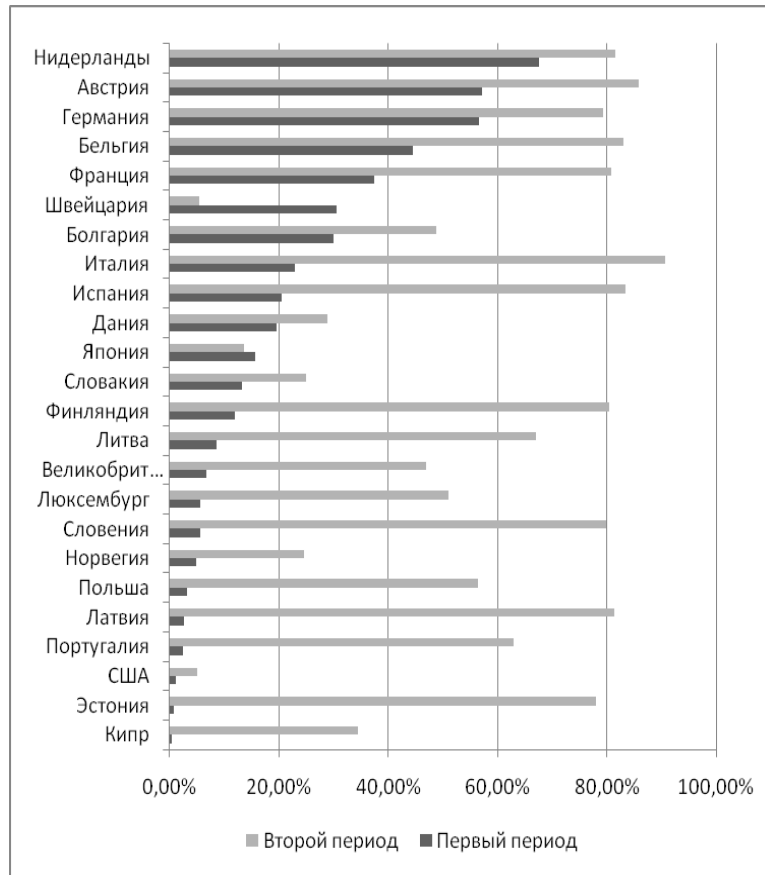


Рисунок 7. Сравнение доли дисперсии для двух периодов

9. Выводы

В периоде, содержащем мировой экономической кризис, наблюдается повышение доли дисперсии ВВП, которая объясняется «общим» латентным фактором. Это означает, что в период между двумя периодами произошло качественное изменение связей между рассматриваемыми странами.

10. Направления для дальнейшего исследования

- 1) сбор статистической информации по большинству стран мира для оценки модели с глобальным, а не с «общеевропейским» фактором
- 2) оценка модели с тремя латентными переменными вида

$$Y_t^{i,j,k} = \beta_{global}^{i,j,k} f_t^{global} + \beta_{economy_k}^{i,j,k} f_t^{economy_k} + \beta_{country_j}^{i,j,k} f_t^{country_j} + \varepsilon_t^{i,j,k} \quad (1.13)$$

$$f_t^m = \phi^m(L) f_{t-1}^m + \mu_t^m \quad \text{для } m=1...(1+K+J) \quad (1.14)$$

$$\varepsilon_t^{i,j,k} = \phi^{i,j,k}(L) \varepsilon_{t-1}^{i,j,k} + v_t^{i,j,k} \quad (1.15)$$

- 3) определение оптимальной точки разрыва периода для выявления эффекта «заражения»

11. Список использованной литературы

1. Christopher Otrok and Charles H. Whiteman. Bayesian Leading Indicators: Measuring and Predicting Economic Conditions in Iowa. International Economic Review, Vol. 39, No. 4, 1998 November
2. M. Ayhan Kose, Christopher Otrok, Eswar S. Prasad. Global Business Cycles: Convergence or Decoupling? NBER Working Paper 14292, 2008 October
3. Mario J. Crucini, M. Ayhan Kose, and Christopher Otrok. What Are the Driving Forces of International Business Cycles? NBER Working Paper No. 14380, 2008 October
4. Stock, J.H. M.W. Watson, New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators, in O. Blanchard and S. Fischer, eds., NBER Macroeconomics Annual, 1989.
5. Stock, J.H. M.W. Watson, A Procedure for Predicting Recessions with Leading Indicators: Econometric Issues and Recent Performance, Federal Reserve Bank of Chicago Working Paper WP-92-7, Federal Reserve Bank of Chicago, 1992.
6. Stock, J.H. M.W. Watson, A Procedure for Predicting Recessions with Leading Indicators: Econometric Issues and Recent Experience, in James H. Stock and Mark W. Watson, eds., Business Cycles, Indicators, and Forecasting, The University of Chicago Press, 1993.
7. M. Creel, Estimation of Dynamic Latent Variable Models Using Simulated Nonparametric Moments, Universitat Autònoma de Barcelona Working paper 725.08, 2008 June
8. Çiğdem Akin and M. Ayhan Kose, Changing Nature of North-South Linkages: Stylized Facts and Explanations, IMF Working Paper 07280, 2007 December
9. Chib, S., E. Greenberg, Bayes Inference in Regression Models with ARMA (p, q) Errors, Journal of Econometrics 64 (1994), 183-206. 1993, August.
10. Christopher A. Sims "Comparison of Interwar and Postwar Business Cycles: Monetarism Reconsidered". The American Economic Review, Vol. 70, No. 2, pp. 250-257, 1980, May.

11. *Jordi Galí* "How Well Does the IS-LM Model Fit Postwar U.S. Data?" The Quarterly Journal of Economics, Vol. 107, No. 2, pp. 709-738, 1992, May.
12. *Selin Sayek and David D. Selover*, International Interdependence and Business Cycle Transmission between Turkey and the European Union. Southern Economic Journal, Vol. 69, No. 2, pp. 206-238, 2002, October.
13. *Finn E., Prescott Edward C.*, The Econometrics of the General Equilibrium Approach to Business Cycles. The Scandinavian Journal of Economics, Vol. 93, No. 2, pp 161-178, 1991, June.
14. *Baxter M., King Robert G.*, Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time-Series. The Review of Economics and Statistics, Vol. 81, No. 4, pp 575-593, 1999, November.
15. *Hodrick Robert J., Prescott Edward C.*, Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 29, No. 1, pp 1-16, 1997, February.
16. *Gomez Victor*, Three Equivalent Methods for Filtering Finite Nonstationary Time Series. Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 17, No. 1, pp 109-116, 1999, January.
17. *Bodman Philip, Mark Cosby*, Are Business Cycles Independent in the G7? International Economic Journal, Vol. 19, No. 4, 483–499, 2005, December.
18. *Basu Susanto, Taylor Allan M.*, Business Cycles in International Historical Perspective. The Journal of Economic Perspective, Vol. 13, No. 2, pp 45-68, 1999, September.
19. *Sandra Eickmeier*, Business Cycle Transmission from the US to Germany – A structural factor approach., Science Direct Working Paper, 2006, June.
20. *Norbert Fiess*, Capital Flows, Country Risk and Contagion., World Bank Working Paper, 2008, January

Приложение 1. Исследования в области взаимовлияния экономик.

Теория	Область	Метод	Автор и работа	Основные результаты
Теория реальных деловых циклов	Изучение циклов отдельных стран	Построение и калибровка моделей общего экономического равновесия (CGEM)	Hodrick, Prescott 1997 Baxter, King 1999	Основная часть исследований по расчетам деловых циклов относится к экономике США после ВМВ на основе макроэкономических рядов, очищенных от тренда при помощи фильтра Ходрика-Прескотта. Расчетная часть в данном классе работ часто ограничивается дисперсионным и ковариационным анализом.
		Построение векторных авторегрессионных моделей (VAR)	Sims 1980 Galí 1992	В работах строятся структурные авторегрессионные модели (SVAR), которые описывают экономику одной страны. Анализируется импульсная функция отклика шоков одних переменных на другие
	Изучение связи между циклами группы стран	Выделение циклических компонент и их анализ	Bodman 2005 Basu 1999	В большинстве работ исследуется связь циклических компонент макроэкономических рядов, полученных с помощью фильтра Ходрика-Прескотта. На основе корреляционного анализа подтверждается наличие или отсутствие связи между циклами стран. Используется понятие "comovement" (сонаправленность движения), которое применяется при сравнении циклов различных стран с циклами в США. Расчетная часть посвящена в большей мере корреляционному анализу, а также разбиению причин цикла на внутренние и внешние факторы. После выделения циклических компонент исследуются взаимосвязи компонент ВВП с самим ВВП.
		Построение SVAR для нескольких стран	Sayek 2002	В работе строится модель для двух стран, одна из которых – Турция. Структурная модель авторегрессии позволяет выявить единый для Германии и Турции деловой цикл, на основе чего делается вывод о наличии феномена синхронизации деловых циклов.
		Выделение динамического ненаблюдаемого фактора (латентная переменная)	Creel 2008 Otrok and Kose 2008 Otrok, Kose, Crucini 2008 Otrok and Whiteman 1998	Выделяются несколько типов циклов: «общемировые», характерные для всех стран мира, «региональные», характерные отдельным регионам, и «страновые», свойственные соответствующей стране. Модель с динамическим ненаблюдаемым фактором позволяет оценить, какую долю экономических колебаний объясняют глобальные и региональные циклы (разложение дисперсий), коэффициент при латентной переменной для каждого ряда (факторные нагрузки), а также получить в явном виде значения ненаблюдаемой переменной.