

Имитационное моделирование бюджетных процессов

План выступления:

1. Характеристика целей и задач исследования.
2. Методология расчета взносов на социальное страхование и результаты экспериментальных расчетов.
3. Общая схема модели бюджета.
4. Что же мы будем защищать?

Цель магистерской диссертации: построение имитационной балансово-эконометрической модели федерального бюджета Российской Федерации, пригодной для среднесрочного сценарного прогнозирования.

Для достижения обозначенной цели в работе последовательно реализуются следующие **задачи:**

- ✓ Изучение и анализ общей литературы по теме имитационного моделирования;
- Анализ существующих имитационных моделей экономики и определение основных принципов моделирования бюджетной сферы в указанных моделях;
- ✓ Системный анализ федерального бюджета РФ, составление логической схемы модели, выделение основных компонентов, входных и выходных переменных модели;
- ✓ Подготовка статистической базы для моделирования;
- ✓ Построение балансовых и эконометрических уравнений по каждому блоку модели;
- Сценарное прогнозирование на основе построенной модели;
- Оценка и прогнозирование налоговой нагрузки на экономику.

Возможный бонус-трек: Обособление модели бюджета от модели ЦМАКП

Общая логическая схема модели бюджета.

Прогнозирование взносов на социальное страхование.

Общая характеристика логарифмически нормальной функции распределения

- функция распределения:

$$(1) \quad F_{\eta}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln x} e^{-\frac{(t-\ln a)^2}{2\sigma^2}} dt, \text{ где } a \text{ и } \sigma \text{ являются параметрами распределения;}$$

- плотность логнормального распределения:

$$(2) \quad p_{\eta}(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \ln a)^2}{2\sigma^2}};$$

- среднее значение (математическое ожидание):

$$(3) \quad M(\eta) = a e^{\frac{\sigma^2}{2}};$$

- мода – наиболее часто встречающееся значение в выборке:

$$(4) \quad Mo(\eta) = a e^{-\sigma^2};$$

- медиана:

$$(5) \quad Me(\eta) = a.$$

Методика восстановления функции распределения по данным о распределении численности работников по размерам заработной платы

Источник информации: «Распределение численности работников по размерам начисленной заработной платы (по результатам выборочного обследования организаций за апрель 2009 г.), Росстат.

Гипотеза: функция распределения работников по размерам заработной платы является логарифмически нормальной.

Оценивание параметров логнормальной функции **методом максимального правдоподобия:**

Плотность логнормального распределения имеет вид:

$$(6) \quad p(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \ln a)^2}{2\sigma^2}}$$

Необходимо оценить методом максимального правдоподобия два параметра: a и σ^2 .

$$(7) \quad L(a, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n p(x_i) \rightarrow \max, \text{ где}$$

$L(a, \sigma^2)$ - функция правдоподобия,

i – индекс, обозначающий номер наблюдения;

n – число наблюдений.

$$\begin{aligned}
 L(a, \sigma^2) &= \frac{1}{\sigma^n (\sqrt{2\pi})^n (x_1 \cdot \dots \cdot x_n)} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_1^n (\ln x_i - \ln a)^2} = \\
 (8) \quad &= (\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \frac{1}{(x_1 \cdot \dots \cdot x_n)} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_1^n (\ln x_i - \ln a)^2}
 \end{aligned}$$

Логарифм функции правдоподобия:

$$\begin{aligned}
 \log(L) = l(a, \sigma^2) &= -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{n}{2} \ln(2\pi) + \ln \frac{1}{(x_1 \cdot \dots \cdot x_n)} - \\
 (9) \quad &-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_1^n (\ln x_i - \ln a)^2
 \end{aligned}$$

Для нахождения максимума логарифма функции правдоподобия нужно найти первые производные по искомым параметрам и приравнять их к нулю.

$$(10) \quad l'_a = \frac{1}{2\sigma^2} \frac{\sum_{i=1}^n 2(\ln x_i - \ln a)}{a} = 0 \Rightarrow$$

$$(11) \quad \sum_{i=1}^n \ln x_i - n \ln a = 0 \Rightarrow$$

$$(12) \quad \ln a = \frac{\sum_{i=1}^n \ln x_i}{n} = \overline{\ln x} \Rightarrow$$

$$(13) \quad a_{ML} = e^{\overline{\ln x}} - \text{оценка максимального правдоподобия}^1.$$

$$(14) \quad l'_{\sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \ln a)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$(15) \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\ln x_i - \ln a)^2}{n} \Rightarrow$$

$$(16) \quad \sigma^2_{ML} = \frac{\sum_{i=1}^n (\ln x_i - \overline{\ln x})^2}{n} - \text{оценка максимального правдоподобия.}$$

Полученные с помощью теоретических расчетов оценки максимального правдоподобия параметров логарифмически нормального распределения могут быть использованы для

¹ индекс ML при оценке означает, что она получена методом максимального правдоподобия (Maximum Likelihood)

восстановления функции распределения численности работников по заработной плате на основе имеющихся статистических данных.

Для оценивания используются не точечные наблюдения, полученные Росстатом в результате опросов, а агрегированные данные, следовательно формулы примут несколько другой вид:

$$(17) \quad a_{ML} = e^{\overline{\ln x}},$$

$$(18) \quad \overline{\ln x} = \sum_{i=1}^m w_i \ln x_i \text{ где}$$

x_i – середина интервала заработной платы, вычисляемая как среднее арифметическое между верхней и нижней границей интервала;

w_i – доля населения, имеющая доходы, попадающие в i -й интервал;

m – число интервалов (по данным Росстата от 19 до 23).

$$(19) \quad \sigma^2_{ML} = \sum_{i=1}^m w_i (\ln x_i - \overline{\ln x})^2$$

По указанным формулам производится расчет параметров a и σ для каждого года из рассматриваемого временного периода.

Методика расчета взносов на социальное страхование по восстановленной функции распределения численности работников по размерам заработной платы.

Таблица 1.

Регрессивная шкала взносов на социальное страхование

Налоговая база на каждое физическое лицо, нарастающим итогом сначала года	Взносы на социальное страхование, всего
До 280 000 руб.	26%
От 280 000.1 до 600 000 руб.	72 800 руб. + 10% с суммы, превышающей 280 000 руб.
Свыше 600 000.1 руб.	104 800 руб. + 2% с суммы, превышающей 600 000 руб.

Уровень обложения фонда заработной платы взносами на социальное страхование составляет 90%.

Знание закона распределения численности работников по уровню начисленной заработной платы позволяет оценить, какая доля фонда заработной платы находится в каждом из интервалов, определенных регрессивной шкалой, т.е. рассчитать налогооблагаемую базу.

Если обозначить некую условную численность занятых, с заработной платы которых уплачиваются взносы на социальное страхование, как L , то можно записать равенство:

$$(20) \quad L \cdot \overline{X} = \PhiЗП, \text{ где}$$

\overline{X} - средняя заработная плата в целом по России, за месяц;

ФЗП – фонд заработной платы.

Таким образом,

$$(21) \quad L = \PhiЗП / \bar{X} - \text{условная численность занятых.}$$

Объем фонда заработной платы, сконцентрированный в интервале заработных плат от 0 до X_0 , может быть рассчитан как средняя заработная плата в интервале от 0 до X_0 (\bar{X}_0), умноженная на условную численность занятых и на долю населения, получающего заработную плату менее X_0 (d_0), т.е.:

$$(22) \quad L \cdot d_0 \cdot \bar{X}_0 = \PhiЗП_0.$$

Доля фонда заработной платы, сконцентрированная в интервале от 0 до X_0 (α_0), может быть рассчитана, как соотношение:

$$(23) \quad \alpha_0 = \frac{L \cdot d_0 \cdot \bar{X}_0}{L \cdot \bar{X}} = \frac{d_0 \cdot \bar{X}_0}{\bar{X}}$$

$$(24) \quad d_0 \cdot X_0 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{X_0} e^{-\frac{(t-\ln a)^2}{2\sigma^2}} dt$$

Приведенный интеграл не имеет решения в аналитической форме, однако является вычислимым.

Величина взносов, начисляемых с заработной платы, годовой объем которой не превышает 280 тыс. руб. (или в среднем 23333.33 руб. в месяц) рассчитывается по формуле:

$$(25) \quad T^{280} = \alpha_{280} \cdot \PhiЗП \cdot 0.26, \text{ где}$$

T^{280} – величина взносов, начисляемых с годовой заработной платы, не превышающей 280 тыс. руб. в год.

α_{280} – доля фонда заработной платы, приходящаяся на интервал заработной платы от 0 до 280 тыс. руб.

Формула расчета взносов на социальное страхование для фонда заработной платы, лежащего в интервале от 280 до 600 тыс. руб. в год (согласно действующему законодательству):

$$(26)$$

$$T^{600-280} = [(\alpha_{600} - \alpha_{280}) \cdot \PhiЗП - 72800 \cdot d_{600-280} \cdot L] \cdot 0.1 + 72800 \cdot d_{600-280} \cdot L, \text{ где:}$$

$T^{600-280}$ – величина взносов на социальное страхование, начисляемых с заработной платы, лежащей в интервале от 280 до 600 тыс. руб. в год;

$$\begin{aligned}
 d_{600-280} &= F(600000/12) - F(280000/12) = \\
 (27) \quad &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln(600000/12)} e^{-\frac{(t-\ln a)^2}{2\sigma^2}} dt - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln(280000/12)} e^{-\frac{(t-\ln a)^2}{2\sigma^2}} dt - \text{доля населения,}
 \end{aligned}$$

чья годовая заработная плата находится в интервале от 280 до 600 тыс. руб. в год;

α_{600} – доля фонда заработной платы, приходящаяся на интервал заработной платы от 0 до 600 тыс. руб. в год.

Расчет величины взносов на социальное страхование, начисляемых с заработной платы, превышающей 600 тыс. руб. в год, производится по следующей формуле:

$$(28) \quad T^{600} = [(1 - \alpha_{600}) \cdot \Phi ЗП - 104800 \cdot (1 - d_{600}) \cdot L] \cdot 0.02 + 104800 \cdot (1 - d_{600}) \cdot L, \text{ где:}$$

T^{600} – величина взносов на социальное страхование, начисляемых с заработной платы, превышающей 600 тыс. руб. в год;

$$(29) \quad d_{600} = F(600000/12) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln(600000/12)} e^{-\frac{(t-\ln a)^2}{2\sigma^2}} dt - \text{доля населения,}$$

чья годовая заработная плата не превышает 600 тыс. руб. в год.

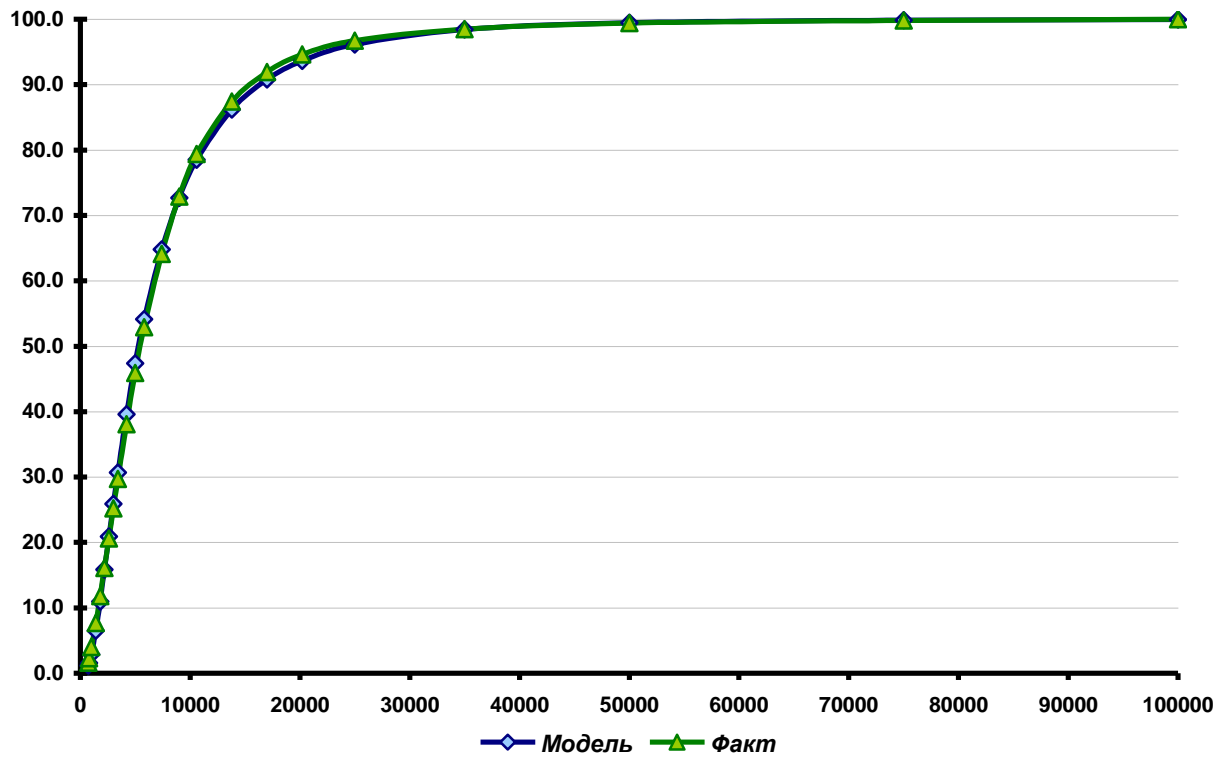
Экспериментальные расчеты взносов на социальное страхование по предложенной методике (за отчетный период).

1. Восстановление функции распределения численности работников по заработной плате за 2005-2009 г.

Восстановленная функция распределения численности занятых по заработной плате в 2005 г.:

$$(30) \quad F_{\eta}(x) = \frac{1}{0.878\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln x} e^{-\frac{(t-\ln 5297)^2}{2(0.878)^2}} dt.$$

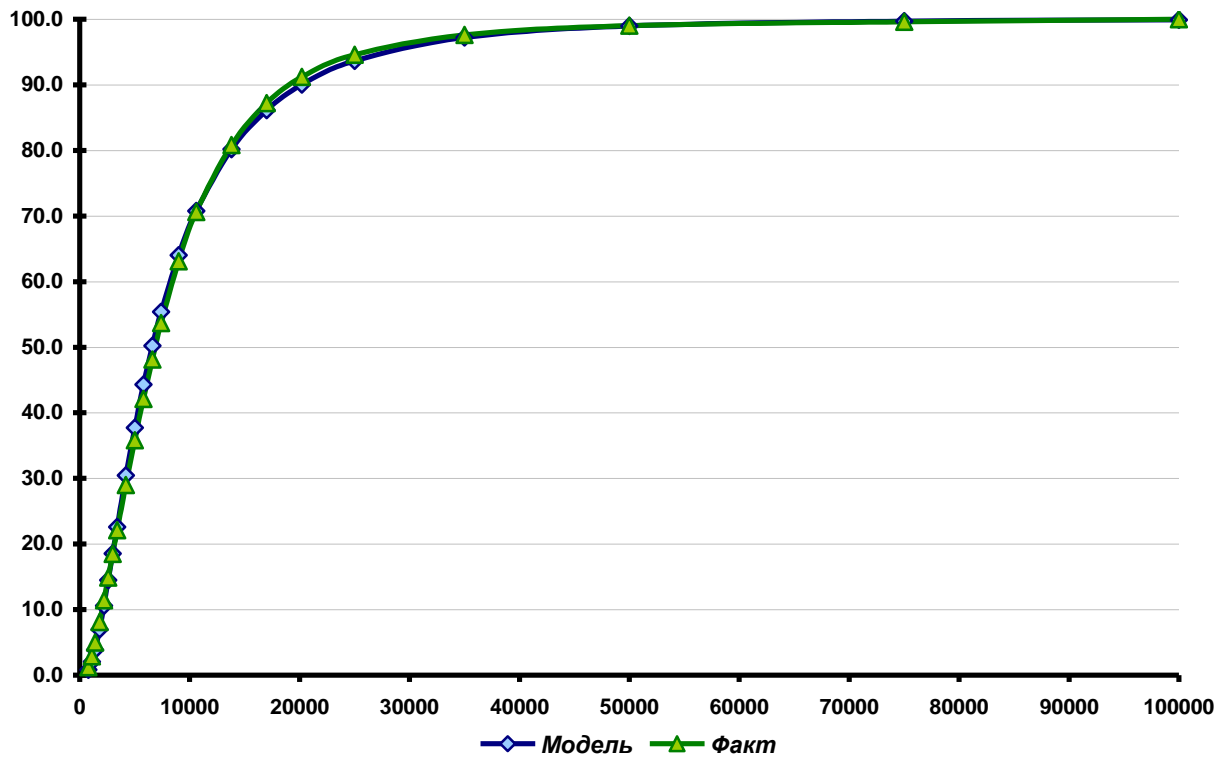
График 1. Сравнение модельной функции распределения и фактической накопленной частоты для распределения численности работников по размерам заработной платы в апреле 2005 г.



Восстановленная функция распределения численности занятых по заработной плате в 2006 г.:

$$(31) \quad F_{\eta}(x) = \frac{1}{0.875\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln x} e^{-\frac{(t-\ln 6571)^2}{2(0.875)^2}} dt .$$

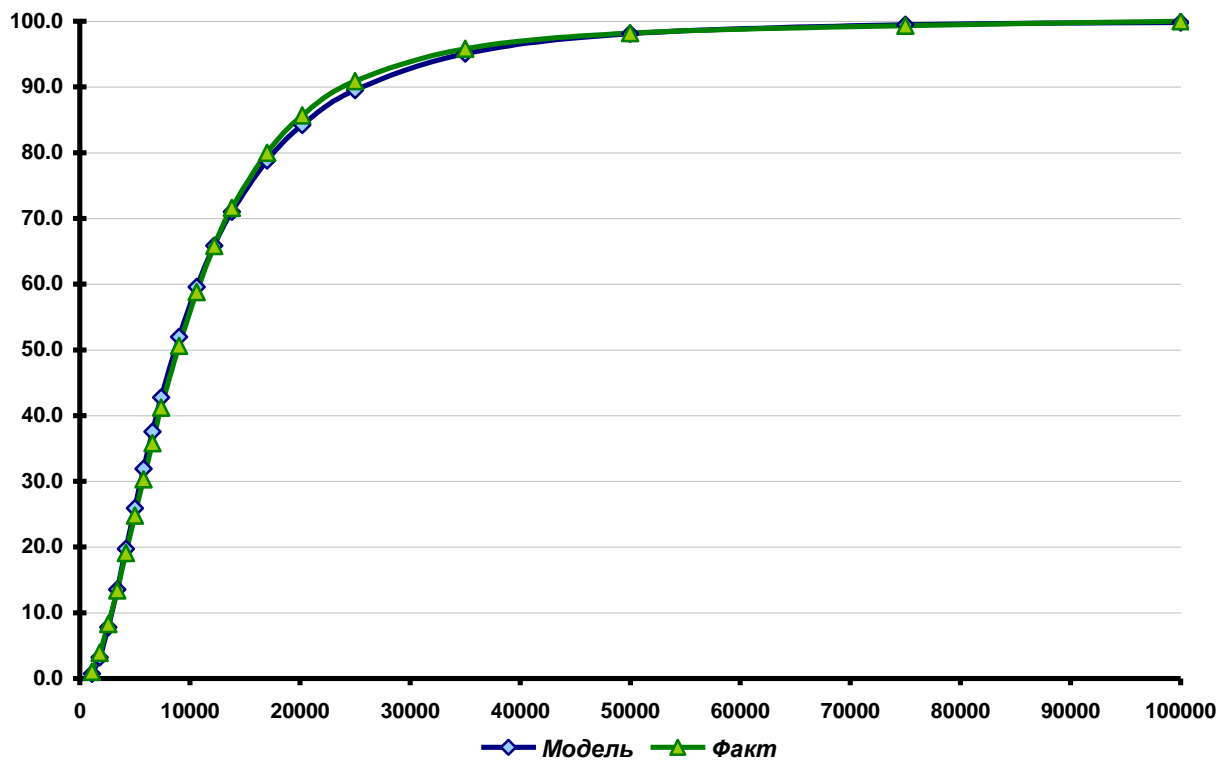
График 2. Сравнение модельной функции распределения и фактической накопленной частоты для распределения численности работников по размерам заработной платы в апреле 2006 г.



Восстановленная функция распределения численности занятых по заработной плате в 2007 г.:

$$(32) \quad F_{\eta}(x) = \frac{1}{0.847\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln x} e^{-\frac{(t - \ln 8635)^2}{2(0.847)^2}} dt .$$

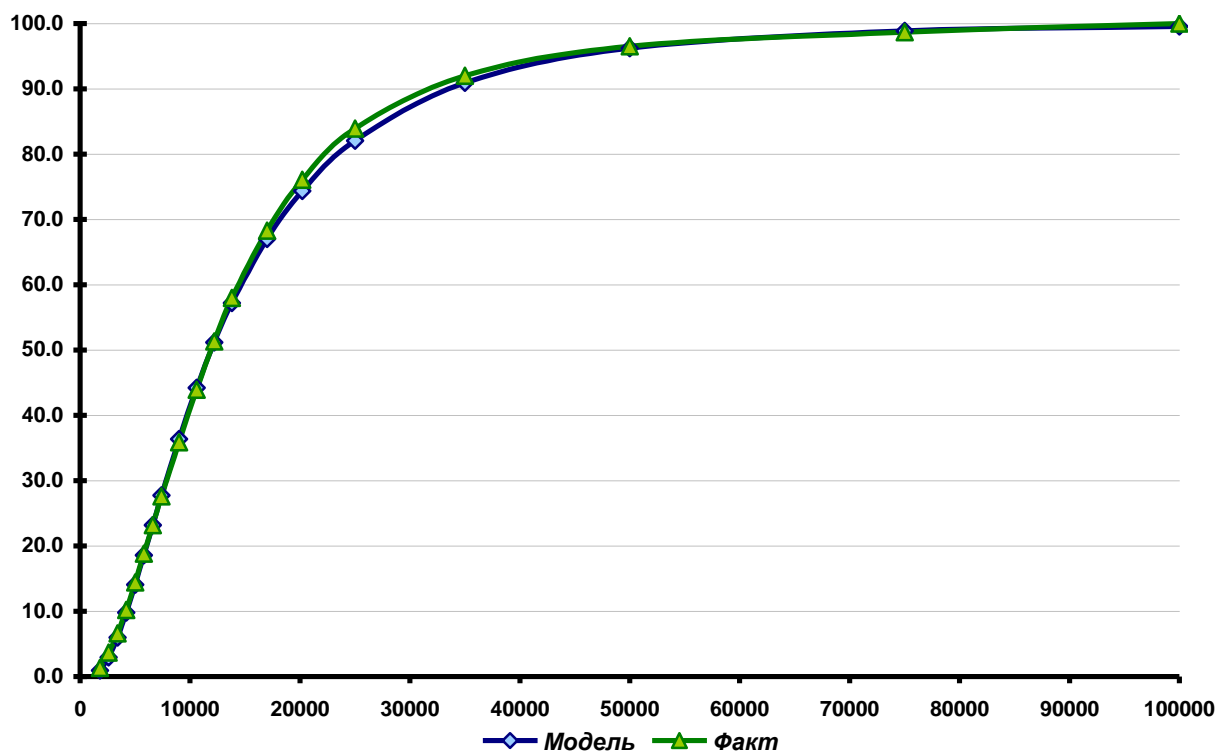
График 3. Сравнение модельной функции распределения и фактической накопленной частоты для распределения численности работников по размерам заработной платы в апреле 2007 г.



Восстановленная функция распределения численности занятых по заработной плате в 2008 г.:

$$(33) \quad F_{\eta}(x) = \frac{1}{0.806\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln x} e^{-\frac{(t-\ln 11737)^2}{2(0.806)^2}} dt .$$

График 4. Сравнение модельной функции распределения и фактической накопленной частоты для распределения численности работников по размерам заработной платы в апреле 2008 г.



Восстановленная функция распределения численности занятых по заработной плате в 2009 г.:

$$(34) \quad F_{\eta}(x) = \frac{1}{0.712\sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln x} e^{-\frac{(t-\ln 13460)^2}{2(0.712)^2}} dt.$$

График 5. Сравнение модельной функции распределения и фактической накопленной частоты для распределения численности работников по размерам заработной платы в апреле 2009 г.

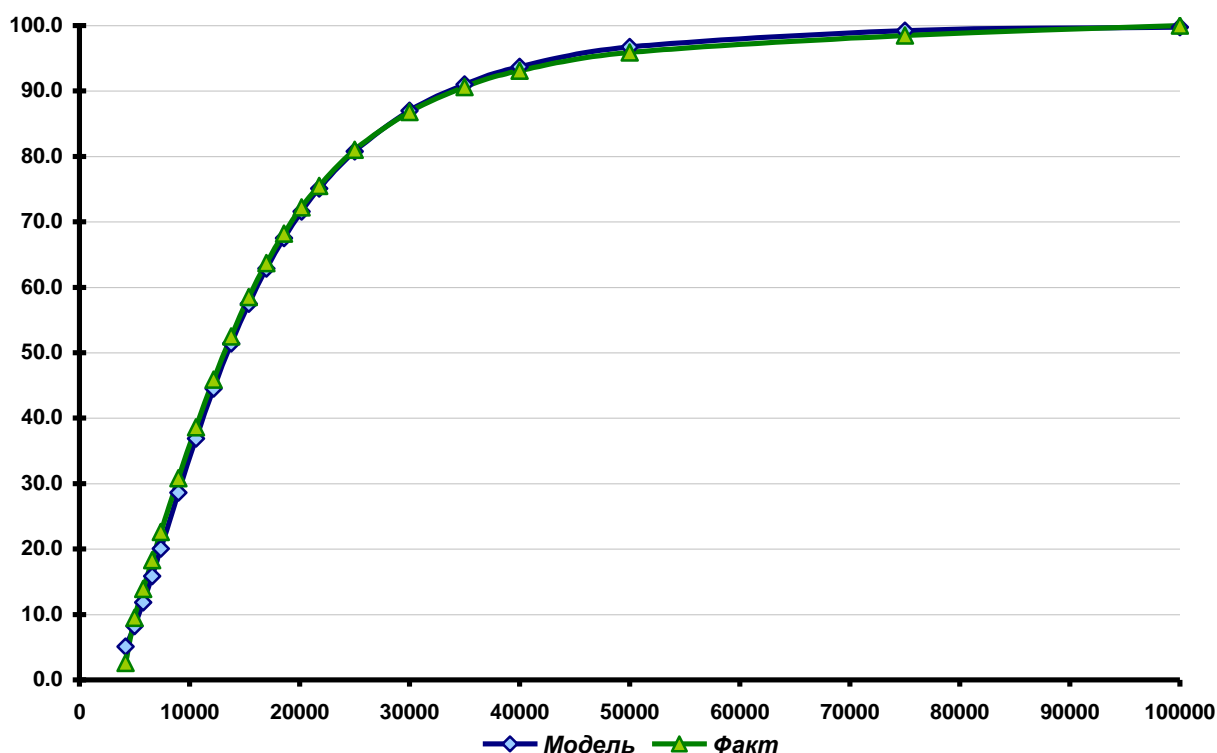


Таблица 2

Результаты оценивания функции распределения численности занятых по заработной плате за 2005-2009 г.

	2005	2006	2007	2008	2009
Среднеквадратичное отклонение логарифма заработной платы, σ_{ML}	0.878	0.875	0.847	0.806	0.712
Медиана, a_{ML}	5297	6571	8635	11737	13460

2. Расчет взносов на социальное страхование с помощью восстановленной функции распределения численности работников по заработной плате за 2005-2009 г.

С помощью исходных данных по фонду заработной платы и средней заработной платы можно вычислить условную численность занятых L (см. табл. 3).

Таблица 3

Расчетная величина условной численности занятых за 2005-2009 г.

	2005	2006	2007	2008	2009
Фонд заработной платы, млрд. руб.	4948	6137	7984	10242	10746
Облагаемый фонд заработной платы, млрд. руб.	4453	5524	7185	9218	9672
Среднемесячная заработная плата (модель), руб.	7790	9639	12358	16247	17344
Условная численность занятых, млн. чел.	47.6	47.8	48.5	47.3	46.5

Для каждого года вычисляем значение коэффициентов α_{280} и α_{600} , показывающих, какая доля фонда заработной платы сконцентрирована в интервале заработных плат от 0 до 280 или 600 тыс. руб., по формуле:

$$(35) \quad \alpha_0 = \frac{L \cdot d_0 \cdot \overline{X_0}}{L \cdot \overline{X}} = \frac{d_0 \cdot \overline{X_0}}{\overline{X}} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{X_0} e^{-\frac{(t-\ln a)^2}{2\sigma^2}} dt, \text{ где}$$

$X_0=280000/12$ для α_{280} и $X_0=600000/12$ для α_{600} .

Для каждого года необходимо вычислить коэффициенты d_{280} и d_{600} , показывающие какая доля занятых получает заработную плату в диапазоне от 0 до 280 или 600 тыс. руб., по формуле:

$$(36) \quad d_0 = F(X_0) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\ln(X_0)} e^{-\frac{(t-\ln a)^2}{2\sigma^2}} dt, \text{ где } X_0=280000/12 \text{ для } d_{280} \text{ и}$$

$X_0=600000/12$ для d_{600} .

Таблица 4

Коэффициенты, необходимые для расчета взносов на социальное страхование, за 2005-2009 г.

	2005	2006	2007	2008	2009
Коэффициент α_{280}	0.79	0.72	0.63	0.52	0.52
Коэффициент d_{280}	0.95	0.93	0.88	0.80	0.78
Коэффициент α_{600}	0.95	0.93	0.89	0.84	0.87
Коэффициент d_{600}	0.99	0.99	0.98	0.96	0.97

Таблица 5

Результаты расчетов взносов на социальное страхование за 2005-2009 г., млрд. руб.

Взносы на социальное страхование	2005	2006	2007	2008	2009
с заработной платы менее 280 тыс. руб.	916	1029	1174	1242	1318
с заработной платы от 280 до 600 тыс. руб.	198	314	510	794	905
с заработной платы свыше 600 тыс. руб.	30	58	110	205	181
Итого:	1144	1402	1794	2242	2404
Факт	1064	1317	1848	2113	
Коэффициент собираемости:	0.93	0.94	1.03	0.94	

Схема 1. Блок налоговых доходов консолидированного бюджета.

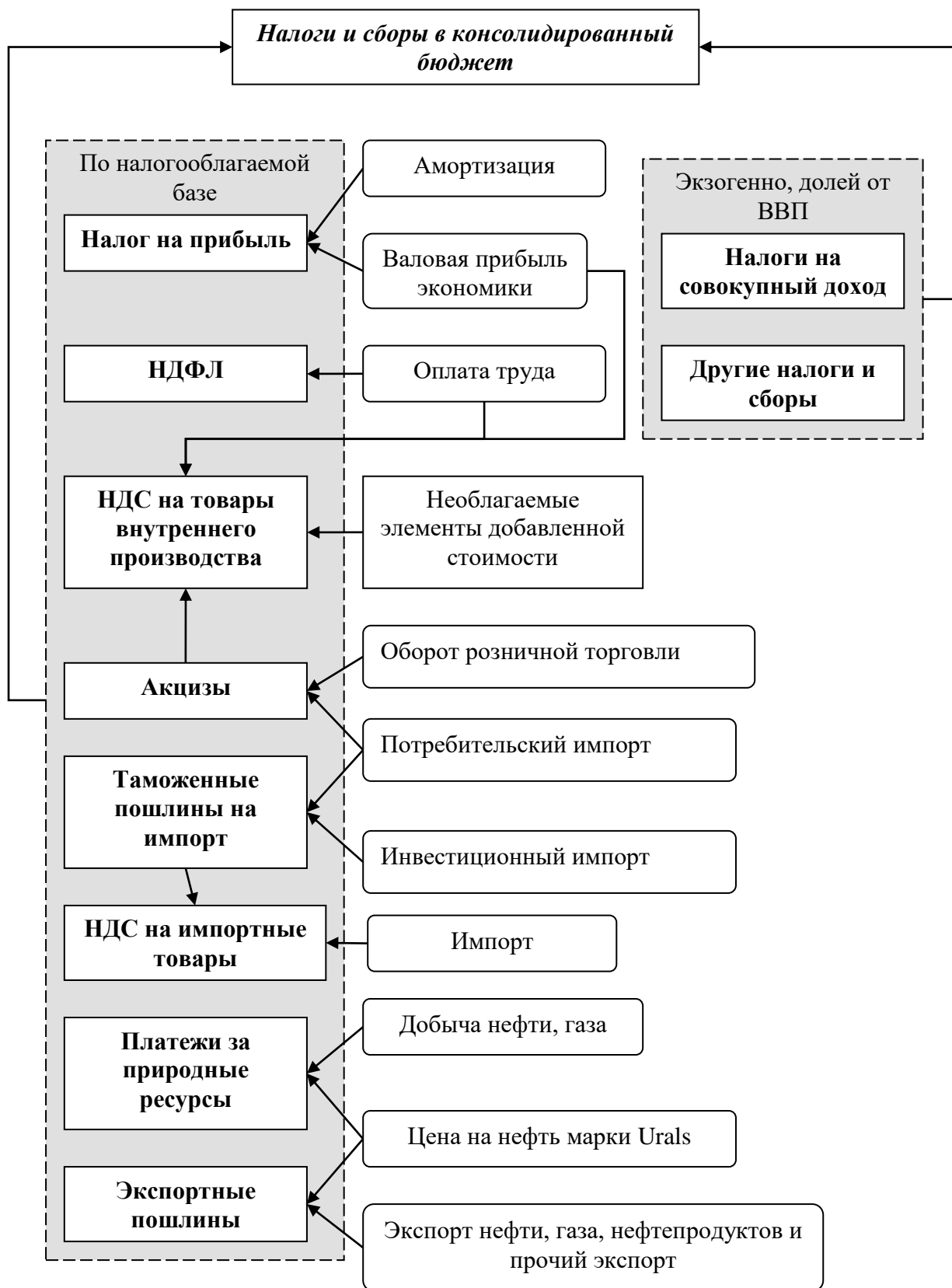
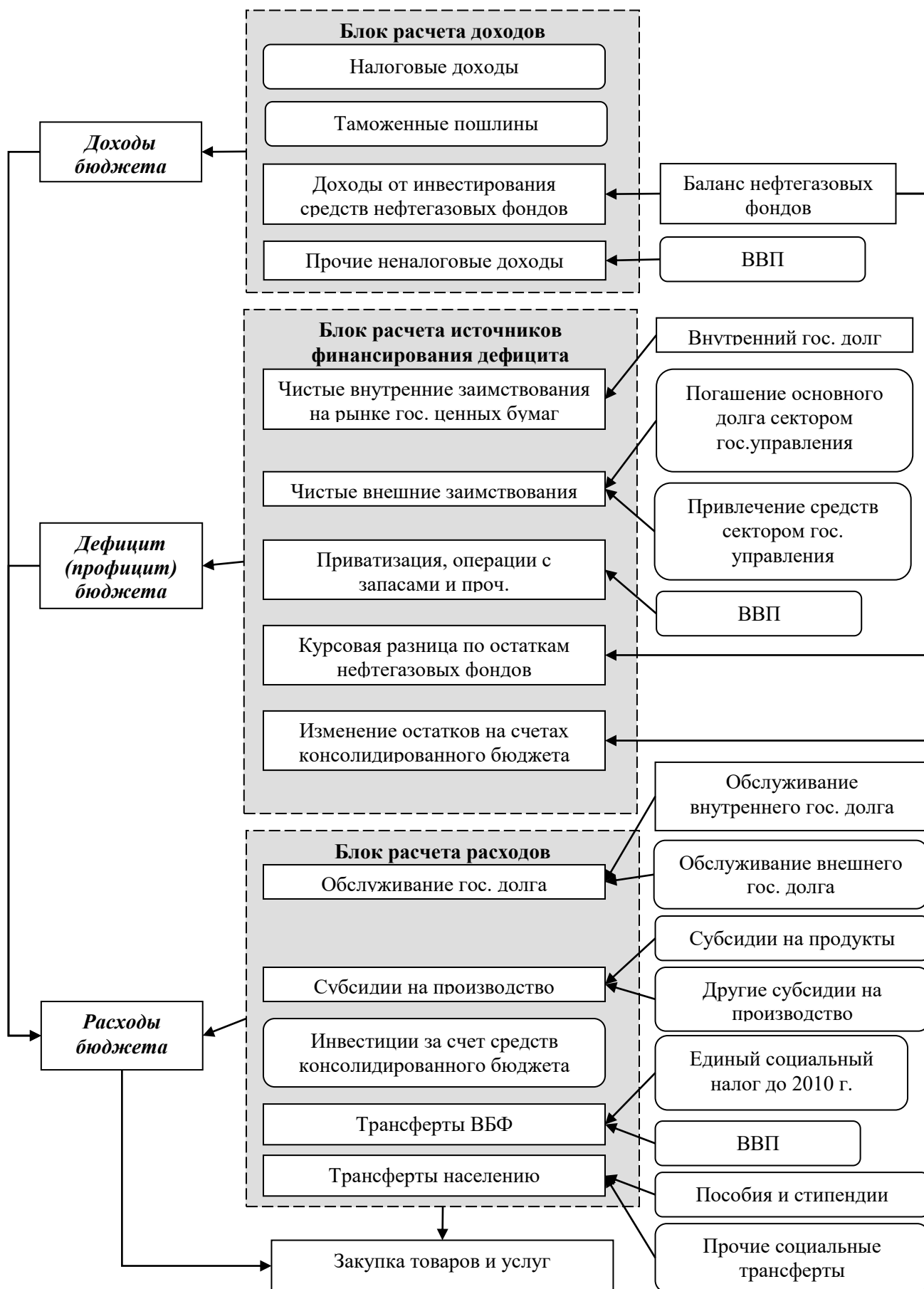


Схема 2. Блок консолидированного бюджета



Список литературы:

1. Емельянов А.А., Власова Е.А., Дума Р.В., Имитационное моделирование экономических процессов. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.
2. Кобелев Н.Б., Основы имитационного моделирования сложных экономических систем: Учеб пособие. – М.: Дело, 2003. – 336 с.
3. Михайленко К.В., «Экономико-математическое обеспечение сценарных прогнозов социально-экономического развития России на среднесрочную перспективу», диссертация на соискание ученой степени к.э.н., 2005
4. Шеннон Р., Имитационное моделирование систем: искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 421 с.
5. Almon C., “The Craft of Economic Modelling”, Department of Economics University of Maryland, 1988.
6. Fromm G., Klein L.R., Schink G.R., “Short- and Long-term Simulations with the Brookings model, NBER book “Econometric Models of Cyclical Behavior”, 1972.
7. Meade D., “The LIFT Model” // working paper, INFORUM, 2001.
8. McCarthy M., “LIFT: INFORUM’s Model of the U.S. Economy” // Economic Systems Research, Vol. 3, No. 1, 1991.
9. Documentation of the DRI Model of the U.S. Economy, 1993