

Моделирование циклических колебаний в теории реального делового цикла

План доклада:

1. Цели и задачи работы
2. История вопроса
3. Постановка и разрешение стандартной RBC-модели
4. Межвременной выбор между отдыхом и работой
5. Упрощённая стандартная RBC-модель, её количественная реализация
6. Общие принципы калибровки и верификации RBC-моделей
7. Проблемы верификации RBC-моделей на российских данных
8. Направление будущих исследований

Цели и задачи

Целью данной работы является изучение принципов теоретического моделирования циклических колебаний макроэкономических показателей в теории реального делового и реализация изученных теоретических принципов в количественном моделировании.

Задачи:

- Изучение истории проблемы
- Постановка и разрешение стандартной и упрощённой стандартной RBC-модели
- Изучение основных принципов калибровки RBC-моделей
- Количественная реализация упрощённой RBC-модели в пакете MathCAD

История вопроса

Основные предпосылки появления теории RBC:

- Наличие делового цикла в рядах американских макроэкономических показателей в 70-х и последовавшие трудности с решением этой проблемы мерами макроэкономической политики.
- Оторванность кейнсианского подхода к макроэкономическому анализу от микроэкономических основ.

Решение проблемы родилось в неоклассическом лагере. Год рождения RBC-теории – 1982.

Классификация работ ¹				
Направление	Автор	Год	Основные идеи и нововведения	Результат
Модели реального делового цикла с технологическим шоком	Kydland, Prescott	1982	1) Деловые циклы можно изучать с помощью динамических моделей общего равновесия. 2) Модели теории деловых циклов должны отражать эмпирически выявленные долгосрочные тенденции экономического роста. 3) Вместо качественного сравнения модельных результатов теории делового цикла с наблюдающимися тенденциями можно использовать метод калибровки для количественного сравнения.	Характер колебаний основных макроэкономических показателей в модели очень близок к реальным характеристикам колебаний основных макропоказателей США, выявленным в работе Hodrick, Prescott (1980).
Модели реального делового цикла с технологическим шоком	King, Plosser, Rebelo	1988	Можно сравнивать откалиброванные модели с данными не по коэффициенту вариации основных показателей, а по количеству спадов - подъёмов, совпадающих в модели и в реальных данных. Спад можно определить как нахождение показателя ниже тренда X.-П. на протяжении трёх последовательных четвертей.	Модельные результаты по началу - концу спадов очень точно соответствуют официальным датам начала - конца спадов в период с 1948 по 2001 год для США, опубликованным NBER. При этом "средний" модельный спад подтверждает результаты о соотношении характеров колебаний основных показателей, полученные в работе Kydland, Prescott (1982).

¹ Классификация проведена на основе работы Rebelo S. T. Real Business Cycle Models: Past, Present, and Future / NBER Working Paper Series. 2005

Модели реального делового цикла с технологическим шоком	Gali	1999	Технологические шоки - единственная причина изменений в производительности труда. Для описания этих шоков можно использовать structural VAR.	В SR количество часов занятости падает в ответ на положительный технологический шок - противоречие со всеми прошлыми моделями реального делового цикла!
Модели реального делового цикла с технологическим шоком	Chari, Kehoe, McGrattan	2004	Результат Gali (1999) обусловлен, скорее всего, неправильной спецификацией structural VAR.	Модель, аналогичная Gali (1999), не подтверждает выявленных им направлений влияния технологического шока на количество часов занятости.
Модели реального делового цикла с встроенным финансовым рынком	Mehra, Prescott	1985	Если модели реального делового цикла хорошо описывают сложную динамику макроэкономических показателей, то, возможно, введение в модель финансового рынка позволит хорошо описать взаимное поведение макроэкономических показателей и показателей финансовых рынков.	Микроэкономические основы (полезностные спецификации) моделей реального делового цикла не позволяют описывать поведение цен на акции и облигации, так как не делают разницы между двумя последними.
Модели реального делового цикла с фискальными шоками и шоками госрасходов	Christiano, Eichenbaum	1992	Возможно, шоки госрасходов и налоговых ставок, добавленные в модель, улучшат её как в качественном, так и в количественном плане. Т.е. необходимо такую модель построить.	Введение в модель фискальных шоков улучшает одновременно поведение ряда потребления и количества часов занятости, но доля реальных колебаний остальных показателей, описываемая моделью, при этом ухудшается.
Модели реального делового цикла для описания военной экономики	Cooley, Ohanian	1997	Способность моделей реального делового цикла "правильно" реагировать на уменьшение или увеличение госрасходов может быть применено для описания экономик стран, находящихся в состоянии войны.	Модель хорошо описывает основные качественные характеристики рядов макроэкономических показателей во время войны: резкое падение потребления, значительное уменьшение инвестиций и рост количества часов занятости.
Модели реального делового цикла с шоками цен на энергоносители	Finn	2000	Возможно, шоки цен на энергоносители, добавленные в модель, улучшат её как в качественном, так и в количественном плане. Т.е. необходимо такую модель построить.	Соотношения коэффициентов вариации основных макропоказателей лучше, чем в стандартных моделях реального делового цикла.
Модели реального делового цикла с шоками "специфического инвестиционного процесса"	Greenwood, Hercowitz, Krusell	2000	Возможно, причиной колебаний макропоказателей является не общий технологический шок, а шок, влияющий на производительность или стоимость исключительно новых капитальных товаров. Данный шок является шоком "специфического инвестиционного процесса".	Модель подтверждает выводы статистических исследований, свидетельствующих, что около 50% колебаний выпуска США являются следствием шоков "специфического инвестиционного процесса".
Монетарные модели реального делового цикла	Gali, Vallles, Lopes-Salido	2004	Введение в модель более сложных рыночных структур, нежели рынков совершенной конкуренции, приводит к нетривиальным ценовым решениям и широкому полю для монетарной политики. При этом оценку монетарных шоков надо проводить аналогично оценке технологических шоков в работе Gali (1999)	В данной постановке модели при резких технологических шоках (а их никто не собирался отменять) монетарная политика действенна и является необходимой корректировкой последствий шоков.
Влияние информации на шоки в моделях реальных деловых циклов	Beaudry, Portier	2004	Предположим, что экономические агенты знают, что вскоре будет доступна новая технология (например, интернет). Вызовет ли это колебания показателей сейчас? Если в будущем технология "разочарует", вызовет ли это рецессию?	Модель хорошо отражает влияние "шоков новостей" на выпуск, но не способна генерировать правдоподобные ряды потребления и инвестиций.

Постановка и разрешение стандартной RBC-модели

Стандартная RBC-модель строится на основе модели Рамсея. В стандартной RBC-модели экономика состоит из большого числа одинаковых фирм – совершенных конкурентов и большого числа одинаковых домохозяйств, являющихся совершенными конкурентами на рынке труда. Определим производственную функцию в изучаемой экономике следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_t &= e^{z_t} \cdot K_t^\alpha \cdot (A_t \cdot H_t)^{1-\alpha}; \\ z_t &= \rho z_{t-1} + \varepsilon_t; \\ \varepsilon_t &: iid(0, \sigma); \\ A_t &= (1+g)^t; \end{aligned}$$

Здесь:

- K_t - величина капитала в периоде t в экономике,
- A_t - уровень технологического развития в периоде t ,
- H_t - количество отработанных домохозяйствами часов в периоде t ,
- Y_t - выпуск в экономике в периоде t ,
- z_t - $AR(1)$ процесс, отвечающий за технологические шоки.

Рассмотрим дискретный вариант функции общей ожидаемой полезности бесконечно живущего домохозяйства:

$$U_o^e = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln c_t + \psi \ln(1-h_t)) \right].$$

Здесь:

- β - коэффициент дисконтирования будущей полезности,
- ψ - вес отдыха в полезности в каждый момент времени,
- c_t, h_t - соответственно потребление и число отработанных часов на одного человека (одно домохозяйство)²
- E_0 - матожидание в нулевой момент времени суммы всех будущих полезностей

Каждый фактор производства в модели оплачивается в соответствии со своей предельной производительностью:

$$MPL \cdot h_t + MPK \cdot k_t = y_t = e^{z_t} \cdot k_t^\alpha \cdot ((1+g)^t \cdot h_t)^{1-\alpha}; \quad MPL = w_t; \quad MPK = r_t + \delta,$$

Тогда бюджетное ограничение домохозяйства принимает вид:

$$c_t + k_{t+1} = w_t h_t + k_t + r_t k_t \Leftrightarrow c_t + k_{t+1} = e^{z_t} k_t^\alpha ((1+g)^t h_t)^{1-\alpha} + k_t (1-\delta).$$

Здесь:

- w_t - заработная плата в периоде t ,
- r_t - реальная ставка процента в периоде t ,
- δ - одинаковая для всех периодов норма выбытия капитала (норма амортизации).

Пусть $g = 0$, тогда вся задача максимизации полезности домохозяйства примет вид:

$$\begin{cases} U_o^e = E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln c_t + \psi \ln(1-h_t)) \right] \rightarrow \max_{c_t, h_t, k_{t+1}} \\ k_{t+1} = (1-\delta)k_t + e^{z_t} k_t^\alpha h_t^{1-\alpha} - c_t \end{cases}$$

Наша цель – получить в результате решения задачи зависимости c_t, h_t, k_{t+1} от набора $\{\beta, \psi, \alpha, \delta, \rho, \sigma, k_t\}$, т.е., по сути, от переменных k_t и z_t . Данная задача представляет собой

² Далее все выкладки будут проводиться в переменных на душу (на домохозяйство)

задачу динамической оптимизации. Её непосредственное разрешение требует сложных математических преобразований и применения принципа максимума Понтрягина. Существует более простой математически приближённый способ решения интересующей нас задачи. На первом его этапе (совпадающем с принципом максимума) после долгих преобразований получается система стохастических разностных уравнений, разрешение которой позволит получить рекуррентные соотношения для выражения c_t, h_t, k_{t+1} через k_t и z_t :

$$\begin{cases} \frac{1}{c_t} = \beta \cdot E_t \left(\frac{1}{c_{t+1}} \cdot (\alpha \cdot k_{t+1}^{\alpha-1} \cdot h_{t+1}^{1-\alpha} \cdot e^{z_{t+1}} + 1 - \delta) \right) \\ c_t \cdot \frac{\psi}{1-h_t} = (1-\alpha) \cdot k_t^\alpha \cdot h_t^{-\alpha} \cdot e^{z_t} \\ c_t + k_{t+1} = (1-\delta)k_t + e^{z_t} \cdot k_t^\alpha \cdot h_t^{1-\alpha} \\ z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases} \quad (1.1)$$

В моей работе приведен способ приближённого решения системы (1.1) путём её линеаризации вокруг устойчивого уровня, т.е. замены каждого компонента в любом уравнении системы (1.1) на его первое приближение формулой Тейлора с центром в устойчивом уровне данного компонента³. В результате линеаризации получена система:

$$\begin{cases} \alpha_1 (c_t - c) = E_t \{ \alpha_2 (c_{t+1} - c) + \alpha_3 (k_{t+1} - k) + \alpha_4 (h_{t+1} - h) + \alpha_5 z_{t+1} \} \\ \alpha_6 (c_t - c) + \alpha_7 (h_t - h) = \alpha_8 (k_t - k) + \alpha_9 (h_t - h) + \alpha_{10} z_t \\ (c_t - c) + (k_{t+1} - k) = \alpha_{11} (k_t - k) + \alpha_{10} (h_t - h) + y z_t \\ z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases} \quad (1.2), \text{ где:}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{1}{c}; \alpha_2 = -\frac{\beta \left(\alpha \frac{y}{k} + 1 - \delta \right)}{c}; \alpha_3 = \frac{\alpha(\alpha-1)\beta y}{k^2}; \alpha_4 = \frac{\alpha(1-\alpha)\beta y}{kh}; \alpha_5 = \frac{\alpha y \beta}{k}; \alpha_6 = \frac{\psi}{1-h}; \\ \alpha_7 &= \frac{\psi c}{(1-h)^2}; \alpha_8 = \frac{\alpha(1-\alpha)y}{kh}; \alpha_9 = -\frac{\alpha(1-\alpha)y}{h^2}; \alpha_{10} = \frac{(1-\alpha)y}{h}; \alpha_{11} = 1 - \delta + \alpha \frac{y}{k} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Итак, нашей целью является разрешение системы (1.2) по k_t, z_t относительно c_t, h_t, k_{t+1} .

Выразим из него компоненту $(c_t - c)$:

$$c_t - c = \left(\frac{\alpha_9 - \alpha_7}{\alpha_6} \right) (h_t - h) + \frac{\alpha_8}{\alpha_6} (k_t - k) + \frac{\alpha_{10}}{\alpha_6} z_t \quad (1.4)$$

С учётом (1.4) первое уравнение системы (1.2) преобразуем к следующему виду:

$$E_t \left\{ \begin{aligned} \alpha_2 \left[\left(\frac{\alpha_9 - \alpha_7}{\alpha_6} \right) (h_{t+1} - h) + \frac{\alpha_8}{\alpha_6} (k_{t+1} - k) + \frac{\alpha_{10}}{\alpha_6} z_{t+1} \right] + \alpha_3 (k_{t+1} - k) + \alpha_4 (h_{t+1} - h) + \alpha_5 z_{t+1} - \\ - \alpha_1 \left(\frac{\alpha_9 - \alpha_7}{\alpha_6} \right) (h_t - h) - \alpha_1 \frac{\alpha_8}{\alpha_6} (k_t - k) - \alpha_1 \frac{\alpha_{10}}{\alpha_6} z_t \end{aligned} \right\} = 0 \quad (1.5)$$

Второе же уравнение системы (1.2) с учётом (1.4) принимает следующий вид:

$$(k_{t+1} - k) + \left(\frac{\alpha_9 - \alpha_7}{\alpha_6} - \alpha_{10} \right) (h_t - h) + \left(\frac{\alpha_8}{\alpha_6} - \alpha_{11} \right) (k_t - k) + \left(\frac{\alpha_{10}}{\alpha_6} - y \right) z_t = 0 \quad (1.6)$$

Для упрощения записи уравнений (1.5) и (1.6) введём следующие обозначения:

³ Если принять за $f(x_0)$ устойчивый уровень некоторой исследуемой функции, то тогда указанная линеаризация заменяет каждый член $f(x)$ в уравнении на $f(x) - f(x_0) \cong \left(\frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=x_0} \right) \cdot (x - x_0)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha_9 - \alpha_7}{\alpha_6} - \alpha_{10} = A; \frac{\alpha_8}{\alpha_6} - \alpha_{11} = B; \frac{\alpha_{10}}{\alpha_6} - y = C; \frac{\alpha_2}{\alpha_6} (\alpha_9 - \alpha_7) + \alpha_4 = D; \frac{\alpha_2}{\alpha_6} \alpha_8 + \alpha_3 = G; \\ \frac{\alpha_2}{\alpha_6} \alpha_{10} + \alpha_5 = H; -\alpha_1 \left(\frac{\alpha_9 - \alpha_7}{\alpha_6} \right) = J; -\alpha_1 \frac{\alpha_8}{\alpha_6} = M; -\alpha_1 \frac{\alpha_{10}}{\alpha_6} = O \end{array} \right\} (1.7)$$

В результате получим необходимый вид преобразованной системы из последнего уравнения системы (1.2), уравнений (1.5) и (1.6) с учётом преобразований (1.7):

$$\left\{ \begin{array}{l} (k_{t+1} - k) + A(h_t - h) + B(k_t - k) + C(z_t) = 0 \\ E_t \{ D(h_{t+1} - h) + G(k_{t+1} - k) + H(z_{t+1}) + J(h_t - h) + M(k_t - k) + O(z_t) \} = 0 \\ E_t \{ z_{t+1} \} = \rho z_t \end{array} \right\} (1.8)$$

Система (1.8) линейна по всем компонентам отклонений от устойчивых уровней. Поэтому можно утверждать, что⁴:

$$\left\{ \begin{array}{l} (k_{t+1} - k) = P(k_t - k) + Q(z_t) \\ (h_t - h) = R(k_t - k) + S(z_t) \\ (h_{t+1} - h) = R(k_{t+1} - k) + S \cdot E_t \{ z_{t+1} \} \end{array} \right\} (1.9)$$

Систему (1.9) необходимо подставить в систему (1.8) для нахождения неизвестных параметров P, Q, R, S . Прделаем это:

$$\left\{ \begin{array}{l} P(k_t - k) + Q(z_t) + AR(k_t - k) + AS(z_t) + B(k_t - k) + C(z_t) = 0 \\ DRP(k_t - k) + DRQ(z_t) + DS\rho(z_t) + GP(k_t - k) + GQ(z_t) + \\ + H\rho(z_t) + JR(k_t - k) + JS(z_t) + M(k_t - k) + O(z_t) = 0 \end{array} \right\} (1.10)$$

Ввиду того, что система уравнений (1.10) должна выполняться как система тождеств, необходимо приравнять к нулю коэффициенты при $(k_t - k)$ и при z_t в обоих уравнениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} AR + B + P = 0 \\ DRP + GP + JR + M = 0 \\ Q + AS + C = 0 \\ DRQ + DS\rho + GQ + H\rho + JS + O = 0 \end{array} \right\} (1.11)$$

Ключевая в модели система (1.11) должна быть разрешена относительно P, Q, R, S . После чего, с использованием (1.9), (1.4), (1.7), (1.3) получаются оптимальные траектории k_{t+1}, h_t, c_t модели.

Межвременной выбор между отдыхом и работой

Важное отличие стандартной RBC-модели от модели Рамсея состоит в добавлении в RBC-модели отдыха в производственную функцию. Данная операция сразу же поднимает вопрос, как указанное изменение отразится на поведении предложения труда в многопериодной модели? Для того чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим двухпериодную модель межвременного выбора, вложенную во все RBC – модели. Предположим, что домохозяйство решает задачу максимизации суммарной полезности за нулевой и первый периоды при стандартном бюджетном ограничении:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln c_0 + \psi \ln(1 - h_0) + \beta [\ln c_1 + \psi \ln(1 - h_1)] \rightarrow \max_{\{c_0, c_1, h_0, h_1\}} \\ c_0 + \frac{c_1}{1+r} = w_0 h_0 + \frac{w_1 h_1}{1+r} \end{array} \right.$$

Для данной задачи очевидным образом выписывается функция Лагранжа, для которой считаются необходимые условия безусловного экстремума:

⁴ Далее применяется стандартный метод неопределённых коэффициентов

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial c_0} = \frac{1}{c_0} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial c_1} = \frac{\beta}{c_1} - \frac{\lambda}{1+r} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial h_0} = -\frac{\psi}{1-h_0} + \lambda w_0 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial h_1} = -\frac{\beta\psi}{1-h_1} + \frac{\lambda w_1}{1+r} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{c_1}{c_0} = (1+r) \cdot \beta \\ \frac{1-h_1}{1-h_0} = (1+r) \cdot \beta \cdot \frac{w_0}{w_1} \end{cases}$$

Из последней системы условий можно сделать несколько выводов, важных для осознания микроэкономической природы всех моделей RBC:

- Пусть для простоты $(1+r) \cdot \beta = 1$, тогда из второго уравнения получаем, что если $w_0 > w_1 \Rightarrow 1-h_1 > 1-h_0$, т.е. если в одном из двух периодов зарплата в экономике выше, то именно в этом периоде предложение труда будет больше.
- Рассматривая второе уравнение в его первоначальном виде, получим, что чем больше ставка процента, тем больше домохозяйства будут работать в нулевом периоде, т.к. доход на капитал в данном случае выше.

Упрощённая стандартная RBC-модель, её количественная реализация

Упрощённый вариант модели, изложенной выше, можно предложить, приняв норму выбытия капитала (норму амортизации) равной 1. Модель тут же обретает точное (не приближённое!) решение. Пусть:

$$\begin{cases} c_t = \pi_1 \cdot e^{z_t} \cdot k_t^\alpha \\ k_{t+1} = \pi_2 \cdot e^{z_t} \cdot k_t^\alpha \\ h_t = \bar{h} \end{cases} \quad (2.1)$$

Определённым образом комбинируя системы (2.1) и (1.1), получим:

$$\begin{cases} \bar{h} = \frac{\alpha - 1}{\alpha - 1 - \psi + \psi \cdot \alpha \cdot \beta}; \\ c_t = (1 - \alpha\beta) \cdot k_t^\alpha \cdot \bar{h}^{1-\alpha} \cdot e^{z_t}; \\ k_{t+1} = \alpha \cdot \beta \cdot k_t^\alpha \cdot \bar{h}^{1-\alpha} \cdot e^{z_t}; \\ y_t = k_t^\alpha \cdot \bar{h}^{1-\alpha} \cdot e^{z_t} \end{cases} \quad (2.2)$$

Основные особенности упрощённой модели:

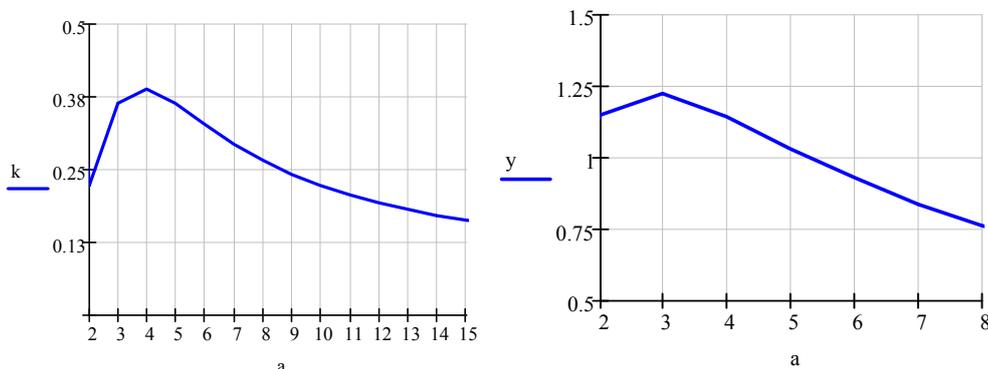
- Заметим, что из второго уравнения системы (2.2), очевидно, получается $c_t = (1 - \alpha\beta) \cdot y_t$, т.е. предельная склонность к потреблению не меняется во времени, что прямо свидетельствует о том, что потребление и инвестиции колеблются во времени одинаково (в любой момент времени отличаются на константу).
- Любопытное свойство упрощённой модели связано с поведением выпуска. Можно получить:

$$\begin{cases} \ln y_t = (\alpha + \rho) \ln y_{t-1} - \alpha\rho \ln y_{t-2} + \xi + \varepsilon_t \\ \xi = (1 - \rho) \ln \pi_2 + [(1 - \alpha) \ln \bar{h} - \ln \pi_2] (1 + \alpha\rho - \alpha - \rho) \\ \varepsilon_t : iid(0, \sigma) \end{cases} \quad (2.3)$$

Система (2.3) задаёт $AR(2)$ процесс, которому подчиняется выпуск. Данный процесс имеет положительный коэффициент при выпуске в прошлом периоде и отрицательный при выпуске в позапрошлом периоде.

Количественная реализация упрощённой модели проведена с помощью программы MathCAD. При количественной реализации модели, прежде всего, хотелось бы понять, как реагирует симитированная экономика на единичный технологический шок. Для этого были приняты

следующие «удобные» значения параметров модели: $\alpha = 0.33, \beta = 0.95, \psi = 0.7$. Технологический шок в соответствие с поставленной задачей принимает вид: $\xi_1 = 1; \xi_{2,3,\dots,t_{\max}} = 0$. Значение k_1 было принято равным 1. В результате были получены классические для теории RBC выпуклые траектории реакции экономики на единичный технологический шок:



Общие принципы калибровки и верификации RBC-моделей

Допустим, мы калибруем базовую (не упрощённую) модель реального делового цикла. Для её калибровки нам необходимо придать некоторые значения набору экзогенных параметров $\{\alpha, \beta, \delta, \psi, \rho, \sigma, g\}$. Для калибровки δ традиционно используется бюджетное ограничение:

$$1 + g = 1 - \delta + \frac{y - c}{k} = 1 - \delta + \frac{i}{k}.$$

Оно получается путём деления стандартного бюджетного ограничения базовой модели на k (устойчивый) в предположении о том, что $z_t = 0$.

Калибровка β осуществляется на основе первого уравнения системы(1.1), также записанного в предположении о том, что $z_t = 0$:

$$\frac{c_{t+1}}{c_t} = (1 + g) = \beta \cdot \left(\alpha \cdot \frac{y}{k} + 1 - \delta \right).$$

Далее необходимо откалибровать ψ . Для этого используется второе уравнение системы(1.1), записанное, по-прежнему, в предположении об отсутствии шоков:

$$\frac{1 - h}{h} = \frac{\psi}{1 - \alpha} \cdot \left(\frac{c}{y} \right).$$

После этого остаётся откалибровать шоки. Для этого используем логарифм отношения ПФ для периодов t и $t-1$:

$$z_t - z_{t-1} = \ln Y_t - \ln Y_{t-1} - \alpha (\ln K_t - \ln K_{t-1}) - (1 - \alpha) (\ln A_t H_t - \ln A_{t-1} H_{t-1})$$

Вычисляется правая часть и исследуется ряд первых разностей шоков с целью определения ρ и δ .

Имея откалиброванную модель можно приступить к её верификации. «Руководство по верификации» выглядит так:

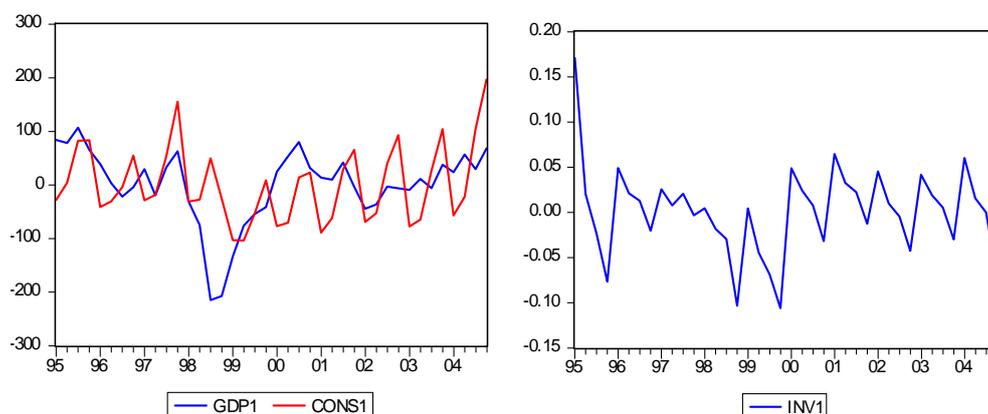
1. Берём временные ряды ВВП, конечного потребления, накопления капитала, инвестиций, фонда рабочего времени, занятости, производительности труда и заработной платы для исследуемой страны (группы стран).
2. Очищаем их от «длинных» колебаний фильтром Ходрика-Прескотта⁵.

⁵ Состоит он в следующем: рассматриваемый временной ряд y_t представляется как сумма циклической компоненты y_t^c и компоненты роста y_t^g : $y_t = y_t^g + y_t^c$. Далее для заданного значения параметра λ минимизируется по y_t^g функционал $\sum_{t=0}^{\infty} (y_t^c)^2 + \lambda \cdot \sum_{t=0}^{\infty} ((y_{t+1}^g - y_t^g) - (y_t^g - y_{t-1}^g))^2$. Особенность данного функционала, очевидно, состоит в том, что в нём содержится «штраф» за большие колебания компонент роста. Ввиду этого, при

3. Для полученных рядов «коротких» колебаний рассчитываем коэффициенты вариации $\hat{v}_x = \frac{s_{x_t}}{\bar{x}}$ и коэффициенты корреляции рядов с рядом циклических колебаний ВВП. Составляем табличку с полученными значениями.
4. Генерируем модельные ряды (той же длины, что и реальные) всех выше указанных переменных и для полученных рядов проделываем пункты 2 и 3
5. Сравниваем таблички из пунктов 4 и 5 прежде всего по коэффициентам вариации.

Проблемы верификации RBC-моделей на российских данных

Для верификации простой модели, которая не предполагает колебаний занятости, на российских данных были взяты лишь ряды ВВП, потребления и инвестиций на душу населения – остальное рассматривать не имеет смысла. Для рассмотренных трёх рядов проведена корректировка на сезонность с помощью процедуры, реализованной в пакете EViews. Далее, из скорректированных на сезонность рядов удалён тренд Ходрика-Прескотта. Полученные результаты приведены ниже:

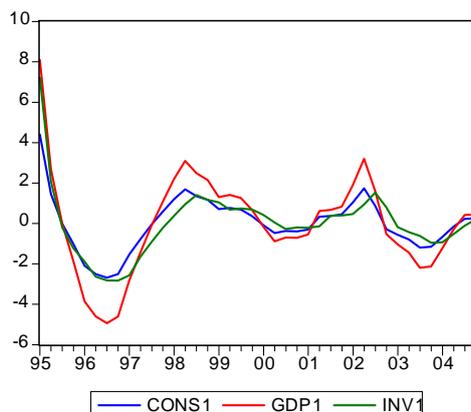


Коэффициент вариации инвестиций оказался равным 39,65, коэффициент вариации потребления 51,83, коэффициент вариации ВВП подсчитать не удалось, поскольку средняя ряда колебаний ВВП очень близка к нулю. При этом коэффициент корреляции инвестиций и ВВП оказался равным 0,37, коэффициент корреляции потребления и ВВП – 0,31. Данные результаты полностью противоположны «привычным» американским. То, что американские показатели колеблются «меньше» было очевидно (коэффициенты вариации потребления и ВВП менее 2, коэффициент вариации инвестиции около 6), менее очевидно было то, что коэффициенты корреляции рядов инвестиций и потребления с ВВП окажутся в России настолько ниже американских – те же самые коэффициенты на американских данных получают все выше 0,85. Также характерно то, что в России наиболее колеблемым рядом оказался ряд ВВП, наименее колеблемым – инвестиций. На американских данных в порядке возрастания коэффициента вариации ряды будут расположены так: потребление, ВВП, инвестиции. В рамках выявленного «полного» несовпадения характеристик рядов проблема верификации усложняется в несколько раз – реальный деловой цикл-то придумывался для описания «хороших» американских данных. Будет ли он работать на «плохих» российских? Пока мы вооружены только упрощённой моделью для ответа на этот вопрос.

Упрощённая откалиброванная по российским данным модель просчитана в пакете MathCAD. Даже первичные визуальные результаты показывают нам то, что упрощённая модель не способна описывать российские данные. И «заслуга» здесь, в первую очередь, даже не в «сложных» для моделирования российских данных, а в свойствах модели. Мы уже обсуждали, что основным «передаточным механизмом» циклических колебаний в рассматриваемых

$\lambda = 0$ (т.е. при отсутствии штрафа) y_t^g совпадает с y_t , при $\lambda \rightarrow \infty$ (т.е. при бесконечно большом штрафе за колебания) y_t^g - просто линейный тренд. Считается, что при работе с квартальными данными выбор $\lambda = 1600$ позволяет «включить» в y_t^g все колебания, частота которых выше 8 лет. Оставшийся ряд y_t^c и есть интересный нам ряд краткосрочных колебаний.

моделях являются колебания предложения труда. Упрощённая модель, предполагая полное выбытие капитала в каждом периоде, опосредованно блокирует возможность модели генерировать колебания предложения труда. Даже не прибегая к расчётам, можно сказать, что цикл в такой модели очень быстро затухает, что явно не соответствует целевым результатам. Тем не менее, расчёты произведены и лишь подтверждают выше приведённый тезис:



Здесь приведены графики отклонений модельных рядов от тренда Ходрика-Прескотта, которые, очевидно, имеют мало общего с теми графиками, которые хотелось бы симитировать (см. предыдущую страницу). Смысла сравнивать статистики в таких условиях нет.

Направление будущих исследований

Выявленные для России особенности трёх основных макроэкономических рядов ставят под сомнение успешность применения моделей реального делового к нашим условиям. Возможно, немаловажную роль здесь играет качество статистики. Прежде всего, 40 точек – достаточно короткий ряд для изучения циклических колебаний. Печально в данном контексте то, что продлить ряд ВВП, например, со временем не получится, ввиду изменения методики подсчёта ВВП Росстатом. Невозможность найти эти же 40 точек для прочих необходимых для моделирования рядов (фонд рабочего времени, например) ещё более утверждает во мнении, что перспективы проверки теории реальных деловых циклов для России очень туманны.

Ввиду всего вышесказанного, хочется обозначить направление будущих исследований, как «изучение вопроса применимости моделей реального делового цикла для стран с переходной экономикой». И одной из основных задач будущего исследования, видимо, станет проблема поиска качественной и достаточно «длинной» статистики по переходным экономикам. Данная работа показала, что весь последующий анализ стоит строить как минимум на стандартной не упрощённой модели реального делового цикла, позволяющей генерировать колебания занятости. В данном направлении изрядная часть работы уже проделана – в среде MathCAD получены решения ключевых уравнений и систем стандартной модели.

Тем не менее, в заключении, ещё раз резюмируя итоги проделанной к данному моменту работы, хотелось бы привести уместную цитату немецкого физика Шнейдера, который в 1987 году в одной из своих работ писал: «Часто имеет смысл для начала атаковать проблему простой моделью и только затем, используя полученные результаты, вывести исследование на качественно новый уровень». К тому и будем стремиться.

Список использованных источников:

1. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления.– М.:Наука, 1966.
2. Туманова Е.А., Шагас Н.Л. Макроэкономика. Элементы продвинутого подхода.– М.: Инфра-М, 2004.
3. Barro R.J., Sala-i-Martin X. Economic Growth.– The MIT Press, 1999.
4. Rohaly J. Solutions Manual to Accompany Romer Advanced Macroeconomics.– McGraw-Hill, 1996
5. Romer D. Advanced Macroeconomics.– McGraw-Hill, 1996.
6. Snowdon B., Vane H.R. Modern Macroeconomics. Its Origins, Development and Current State.– Edward Elgar, 2005.
7. Christiano L.J., Eichenbaum M., Current Real-Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations / The American Economic Review. 1992. Vol. 82. No. 3. pp. 430-450.
8. Gali J., Technology, Employment, and the Business Cycle: Do Technology Shocks Explain Aggregate Fluctuations? / The American Economic Review. 1999. Vol. 89. No. 1. pp. 249-271.
9. King R.G., Rebelo S.T. Resuscitating Real Business Cycles / Handbook of Macroeconomics. 1999. Vol. 1. pp. 928-1007.
10. Kydland F.E., Prescott E.C. Time to Build and Aggregate Fluctuations / Econometrica. 1982. Vol. 50, No. 6. pp. 1345-1370.
11. Kydland F.E., Prescott E.C. The Computational Experiment: An Econometric Tool / The Journal of Economic Perspectives. 1996. Vol. 10, No. 1. pp. 69-85.
12. Plosser C.I. Understanding Real Business Cycles / The Journal of Economic Perspectives. 1989. Vol. 3. No. 3. pp. 51-78
13. Rebelo S. T. Real Business Cycle Models: Past, Present, and Future / NBER Working Paper Series. 2005.
14. <http://dge.repec.org/> (The Quantitative Macroeconomics and Real Business Cycle Home Page).
15. <http://hassler-j.iies.su.se/> (The Home Page of John Hassler at IIES, Stockholm University).