

**«Элементы высшей математики (для экономистов)»****Тема 1. Точечные множества в  $n$ -мерном пространстве**

Конечномерное евклидово пространство,  $n$ -мерная окрестность, проколота окрестность. Понятие открытого множества. Понятие замкнутого множества. Понятие пути, связного множества. Понятие ограниченного множества.

**Тема 2. Функции нескольких переменных, их непрерывность**

Понятие функции нескольких переменных. Область определения и область изменения функции. Множество уровня. Понятие предела. Понятие непрерывной функции. Свойства непрерывных функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса (формулировка). Теорема Больцано–Коши (формулировка).

**Тема 3. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных**

Первые частные производные. Понятие дифференцируемой функции нескольких переменных, понятие дифференциала. Производная по направлению и вдоль вектора. Градиент. Формулы производной по направлению и вдоль вектора для дифференцируемой функции. Свойства градиента. Касательная плоскость к графику функции нескольких переменных, геометрический смысл дифференциала. Понятие частной производной порядка выше первого. Полные дифференциалы высших порядков.

**Тема 4. Квадратичные формы в линейных пространствах**

Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа выделения полных квадратов. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм.

**Тема 5. Классические методы оптимизации**

Понятие локального экстремума. Необходимое условие локального абсолютного экстремума первого порядка. Характерные графики квадратичных форм. Достаточное условие (второго порядка) локального абсолютного экстремума и его отсутствия (формулировка).

Постановка задачи условной оптимизации с одним ограничением. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума (геометрическая идея доказательства). Исследование с помощью линий уровня и градиентов. Достаточные условия условного экстремума (формулировка). Задача глобальной оптимизации. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.

**Тема 6. Неопределенный интеграл**

Лемма о функциях, имеющих одинаковую производную на интервале. Понятие первообразной функции. Понятие неопределенного интеграла, его свойства. Таблица интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле и интегрирование по частям. Примеры применения методов интегрирования.

**Тема 7. Определенный интеграл**

Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства определенного интеграла, связанные с подынтегральной функцией, с отрезком интегрирования и выражаемые неравенствами. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона–Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Вычисление площадей и длин дуг кривых.

### **Тема 8. Несобственные интегралы**

Несобственные интегралы первого и второго рода. Способы вычисления несобственных интегралов. Примеры сходящихся и расходящихся несобственных интегралов. Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов. Эталонные интегралы.

### **Тема 9. Двойные интегралы**

Понятие двойного интеграла. Свойства двойного интеграла, связанные с подынтегральной функцией и с областью интегрирования. Интегрируемость непрерывной функции. Переход к повторному интегралу. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. Понятие несобственного двойного интеграла. Вычисление интеграла Пуассона с помощью двойного интеграла.

### **Тема 10. Линейные операторы (основы теории)**

Понятие линейного оператора. Примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора и его свойства.

Линейная независимость собственных векторов с попарно различными собственными значениями. Теорема о соотношении алгебраической кратности и геометрической кратности корня характеристического многочлена. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

### **Тема 11. Элементы теории дифференциальных уравнений**

Понятие дифференциального уравнения. Примеры простейших дифференциальных уравнений первого порядка: с разделяющимися переменными и линейных. Примеры линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

### **Литература**

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. М.: Физматлит, 2005.
2. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013.
3. Кочергин А.В., Кострикин И.А. Методические материалы по курсу математического анализа (Интеграл и функции нескольких переменных). М.: Экономический ф-т МГУ, ТЕИС, 2009
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: АСТ: Астрель, 2010.
5. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. СПб.: Лань, 2010.