

Программа курса «Линейная алгебра – 2»

Тема 1. Многочлены

Многочлены. Теорема Безу. Теорема Виета. Основная теорема высшей алгебры. Разложение многочлена на линейные и квадратичные множители с действительными коэффициентами.

Литература:

Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013. Гл. 3, § 2, 3, 4.

Тема 2. Переход к новому базису

Матрица перехода к новому базису в конечномерном линейном пространстве. Изменение координат вектора при переходе к новому базису.

Тема 3. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах

Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Матрица симметрической билинейной формы. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. Квадратичная форма. Канонический вид квадратичной формы. Нормальный вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа выделения полных квадратов. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм. Критерий главных миноров.

Литература:

Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011.

Гл.9, § 9.1 -9.6

Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013. Гл. 5, § 3.

Тема 4. Евклидовы пространства

Скалярное произведение; способы его задания. Примеры. Матрица Грама; её преобразование при переходе к новому базису. Процесс ортогонализации. Определитель Грама и его свойства. Объём n -мерного параллелепипеда. Ортогональные системы функций.

Литература:

Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011.

Гл. 8, § 8.1 – 8.6

Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013. Гл. 5, § 4.

Тема 5. Линейные операторы, собственные векторы и инвариантные подпространства

Понятие линейного оператора. Примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Ядро и образ линейного оператора. Оператор симметрии. Оператор проектирования. Инвариантные подпространства; их свойства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора и его свойства. Алгебраическая и геометрическая кратность корней характеристического многочлена. Свойства собственных векторов. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду невырожденным линейным преобразованием. Существование одномерного или двумерного инвариантного подпространства. Функции от линейного оператора. Функции от матриц.

Литература:

Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011. Гл. 5.

Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013. Гл. 6, § 1, 2..

Тема 6. Жорданова нормальная форма матрицы

Корневой вектор, корневое подпространство. Нильпотентный оператор. Циклическое подпространство. Жорданов базис. Жорданова клетка. Примеры применения.

Литература:

Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011. Гл. 6.
Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013. Гл. 6, § 4.

Тема 7. Некоторые специальные виды линейных операторов в евклидовых пространствах

Сопряженный оператор и его свойства. Симметрические (самосопряжённые) линейные операторы и их свойства. Ортогональные линейные операторы и их свойства. Разложение пространства в прямую сумму одномерных и двумерных инвариантных подпространств относительно ортогонального оператора. Приведение матрицы симметрического линейного оператора к диагональному виду ортогональным преобразованием. Понятие неотрицательного оператора. Извлечение корня произвольной степени из неотрицательного оператора. Полярное разложение линейного оператора.

Литература:

Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011.
Гл. 8, § 8.8 – 8.11, 8.19.
Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013. Гл. 6, § 3.

Тема 8. Приведение квадратичной формы к главным осям

Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием (приведение к главным осям). Приведение к каноническому виду пары квадратичных форм.

Литература:

Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011.
Гл. 9, § 9.8 – 9.9.

Основная литература:

1. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. – СПб.: Лань, 2011.
2. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013.
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – СПб.: Лань, 2010.

Дополнительная литература:

4. Анно Е.И. Курс лекций по линейной алгебре.
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.1 – М: Изд-во МЦНМО, 2016.