

ПРОГРАММА

аттестационного испытания для перевода на экономический факультет
из других вузов и с других факультетов МГУ имени М.В.Ломоносова

ЧАСТЬ I. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

ТЕМА 1. ВВЕДЕНИЕ

Значение алгебраической культуры в современном образовании экономиста. Краткая история применения алгебраических методов в экономике. Использование в экономике алгебраических понятий и моделей.

ТЕМА 2. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Системы линейных уравнений. Векторы и матрицы. Эквивалентные преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса последовательного исключения неизвестных. Метод Жордана — Гаусса. Общее решение систем линейных уравнений.

ТЕМА 3. n -МЕРНЫЕ ВЕКТОРЫ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

n -мерные векторы и операции над ними. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг и база набора векторов. Максимальные линейно независимые подсистемы векторов. Теорема о двух наборах векторов.

ТЕМА 4. РАНГ МАТРИЦЫ. ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ. ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема Кронекера — Капелли. Операции над матрицами и их свойства. Теорема о существовании обратной для каждой невырожденной матрицы. Вычисление обратной матрицы с применением метода Гаусса — Жордана.

ТЕМА 5. КОНЕЧНОМЕРНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе. Подпространства линейного пространства. Два способа задания подпространств: в виде линейной оболочки набора векторов и в виде множества решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений. Алгебраические операции над векторными множествами. Сумма множеств в смысле Минковского. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана. Структура множества решений неоднородной системы линейных уравнений. Линейные многообразия. Взаимное расположение линейных многообразий. Аффинные оболочки множеств. Выпуклые множества; их свойства.

Выпуклые оболочки множеств.

ТЕМА 6. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня. Многочлены. Лемма о делимости двух многочленов. Теорема Безу. Теорема Виета. Основная теорема высшей алгебры. Разложение многочлена на линейные и квадратичные множители с действительными коэффициентами.

ТЕМА 7. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Определение и свойства определителя. Эквивалентные определения определителя. Вычисление определителей методом элементарных преобразований. Решение систем с квадратной матрицей по правилу Крамера. Нахождение обратной матрицы с помощью определителей. Определитель Грама и его свойства.

ТЕМА 8. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ В ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Билинейные и квадратичные формы и их матрицы. Канонический вид квадратичных форм. Теорема инерции. Знакоопределённые квадратичные формы и их связь с задачами оптимизации функций многих переменных. Критерий Сильвестра положительной определённости квадратичных форм. Критерий главных миноров.

ТЕМА 9. ЕВКЛИДОВЫ ПРОСТРАНСТВА

Скалярное произведение и его свойства. Длина вектора, угол между векторами, расстояние между ними. Неравенство Коши — Буняковского и неравенство треугольника. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональные дополнения к подпространствам и их свойства. Теорема о проекции. Расстояние между линейными многообразиями. Общий перпендикуляр к двум линейным многообразиям. Несовместные системы линейных уравнений и метод наименьших квадратов. Псевдорешения. Использование метода наименьших квадратов для обработки данных в экономике.

ТЕМА 10. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И ИХ МАТРИЦЫ. ПЕРЕХОД К НОВОМУ БАЗИСУ

Линейные операторы и их матрицы. Матрица перехода к новому базису. Изменение координат вектора при переходе к новому базису. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. невырожденные линейные операторы. Эквивалентные определения. Обратный оператор. Образ и ядро линейного оператора.

ТЕМА 11. СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА

Инвариантные подпространства и собственные векторы. Характеристический многочлен. Алгебраическая и геометрическая кратность корней характеристического многочлена. Свойства собственных векторов. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду невырожденным линейным преобразованием.

ТЕМА 12. МАТРИЦЫ С НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Свойства матриц с неотрицательными элементами. Теоремы Перрона и Фробениуса и их применение в экономике.

ТЕМА 13. НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВИДЫ ЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Симметрические линейные операторы и их свойства. Эрмитовы линейные операторы и их свойства. Ортогональные линейные операторы и их свойства. Приведение матрицы симметрического линейного оператора к диагональному виду ортогональным преобразованием.

ТЕМА 14. ПРИВЕДЕНИЕ КВАДРАТИЧНОЙ ФОРМЫ К ГЛАВНЫМ ОСЯМ

Преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. (Приведение к главным осям). Приведение к каноническому виду пары квадратичных форм.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ПО ЭТОЙ ЧАСТИ ЭКЗАМЕНА

1. Белоусов Е.Г., Курош Н.А. Линейная алгебра: операции с множествами. М.: ТЭИС, 2003.
2. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия, М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2007.
3. Ким Г.Д., Крицков Л.В. Алгебра и аналитическая геометрия. Теоремы и задачи. Т.1-2. Москва, Планета Знаний, 2007.
4. Кострикин И.А., Сенченко Д.В., Слепак Б.Э., Черемных Ю.Н. Линейная алгебра. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990.
5. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. СПб.: Лань, 2010.
6. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011.