«Линейная алгебра – 1»

Статус дисциплины: *обязательная*, читается на программе бакалавров по направлению «Экономика» в 1 семестре

Место дисциплины в структуре основной образовательной программы подготовки бакалавра

Линейная алгебра–1 вместе с математическим анализом–1 составляют фундаментальную математическую основу для таких курсов, как элементы высшей математики, линейная алгебра–2, математический анализ–2, математический анализ–3, дифференциальные уравнения, математическая статистика, многомерный статистический анализ, эконометрика, методы оптимальных решений, теория игр и ряда экономико-математических дисциплин..

Лекторы: Кострикин И.А., Курош Н.А.

Предполагаемые семинаристы: Кострикин И.А., Курош Н.А., Анно Е.И., Дёмушкина О.И., Клачкова О.А., Любкин А.А., Павлова Л.С., Ромашова В.М., Рощина Я.А.

Тема 1. Введение

Значение алгебраической культуры в современном образовании экономиста. Краткая история применения алгебраических методов в экономике. Примеры использования в экономике алгебраических понятий и моделей.

Тема 2. Элементы аналитической геометрии

Векторы на прямой, плоскости и в трехмерном пространстве. Скалярное произведение векторов. Различные способы задания прямой на плоскости. Различные способы задания прямой и плоскости в трехмерном пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Расстояния на плоскости и в трёхмерном пространстве.

Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений и матрицы

Системы линейных алгебраических уравнений. Эквивалентные преобразования систем линейных алгебраических уравнений. Матрицы. Умножение матрицы на вектор. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Матричная запись систем линейных уравнений.

Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных уравнений. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений. Главные (базисные) и свободные неизвестные. Геометрическая интерпретация решений систем с двумя и тремя переменными.

Тема 4. Линейные пространства

Аксиомы линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость векторов. Критерий линейной зависимости. Ранг и база набора векторов. Теорема о двух наборах и теорема о рангах двух наборов. Эквивалентные определения базы. Теорема о пополнении линейно независимого набора. Базис и размерность линейного пространства.

Тема 5. Подпространства линейных пространств

Линейная оболочка и множество решений однородной системы линейных алгебраических уравнений – два способа задания подпространства. Свойство минимальности линейной оболочки. Базис и размерность линейной оболочки. Базис (фундаментальный набор решений) и размерность подпространства решений однородной системы. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана. Прямая сумма двух подпространств.

Тема 6. Алгебра матриц

Сложение матриц и умножение матрицы на число. Линейное пространство матриц. Умножение матриц. Транспонированная матрица. Симметрические и кососимметрические матрицы. Перестановочные матрицы. Обратная матрица. Теорема существования обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Свойства обратных матриц. Вырожденные и невырожденные матрицы. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Ранг произведения матриц.

Тема 7. Понятие линейного оператора

Понятие линейного оператора; примеры линейных операторов, действующих в различных линейных пространствах. Матрица линейного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме. Изоморфизм пространства линейных операторов и пространства матриц.

Тема 8. Структура множества решений произвольной системы линейных алгебраических уравнений. Понятие линейного многообразия

Теорема Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений и для матричных уравнений. Понятие линейного многообразия. Прямые, k-мерные плоскости и гиперплоскости в n-мерном линейном пространстве. Теорема о структуре множества решений неоднородной системы линейных уравнений.

Тема 9. Определители

Понятие полилинейной формы. Симметрические и кососимметрические полилинейные формы. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Геометрическая интерпретация определителя матрицы и определителя матрицы линейного оператора. Критерий невырожденности квадратной матрицы. Формулировка теоремы о базисном миноре. Понятие присоединённой матрицы. Вычисление элементов обратной матрицы с помощью определителей. Правило Крамера решения систем линейных уравнений с квадратной матрицей.

Тема 10. Евклидовы пространства

Скалярное произведение. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника. Длина вектора и угол между векторами. Ортогональность векторов. Существование ортонормированного базиса в конечномерном евклидовом пространстве. Ортогональное дополнение к подпространству и его свойства. Теорема о разложении евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Расстояние от вектора до линейного подпространства и до линейного многообразия. Несовместные системы линейных уравнений и метод наименьших квадратов приближенного решения систем линейных уравнений. Псевдорешения. Использование метода наименьших квадратов для обработки данных в экономике.

Тема 11. Комплексные числа

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Действия над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня.

Примечание. При чтении курса окончательный набор тем, их наполнение и порядок изучения определяются **лектором**. Количество, формат и график контрольных работ также регулируется **лектором**.

Система оценивания

Экзаменационная оценка выставляется по итогам двух поточных контрольных работ, и экзаменационной работы, на которую приходится 40% от общей суммы баллов. По контрольным работам, по экзаменационной работе и по общей сумме баллов установлены критерии, на основании которых выставляется экзаменационная оценка. Если к экзамену не зачтена хотя бы одна из семестровых контрольных работ, студент пишет на экзамене так называемый спецвариант, включающий в себя задачи и вопросы по практическим и самым простым теоретическим материалам всего семестра. Студент, пишущий спецвариант, заведомо получает оценку не выше, чем "удовлетворительно"; при этом, как и на основном варианте, учитывается работа в семестре.

Литература

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013.
2. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты. СПб.: Лань, 2011.
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. СПб.: Лань, 2010.
4. Кострикин И.А., Сенченко Д.В., Слепак Б.Э., Черемных Ю.Н. Линейная алгебра. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990.
5. Белоусов Е.Г., Курош Н.А. Линейная алгебра: операции с множествами. М.: ТЭИС, 2003.
6. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия, М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2007.