

# МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

**Статус:** по выбору, читается на программе бакалавров по направлению «Экономика» в 3 семестре

**Лектор:** Клачкова Ольга Александровна ([sparrow889@gmail.com](mailto:sparrow889@gmail.com))

**Предполагаемые семинаристы:** Клачкова О.А., Красков В.В., Курош Н.А., Рощина Я.А., Сутормина Е.И., Сучкова О.В.

**Пререквизиты:** математический анализ – 2, линейная алгебра – 2. Если Вы не слушали курсы МА-2 и ЛА-2, то Вы можете быть допущены к курсу Методов оптимальных решений при условии получения оценки «отлично» на курсе Элементы высшей математики. Обратите внимание, что на курсе Методов оптимальных решений большое внимание уделяется изучению теоретического материала, базирующегося на линейной алгебре и математическом анализе.

**В свою очередь, курс является пререквизитом** к следующим курсам по выбору:

“Теория игр” (4 семестр), “Модели экономического роста” (7 семестр)

## Содержание:

### Тема 1. ВВЕДЕНИЕ

Постановка задачи линейного программирования. Основные понятия, примеры задач линейного программирования: задача планирования производства, транспортная задача, сетевые задачи. Геометрическая интерпретация и геометрическое решение задачи линейного программирования в случае двух переменных.

### Тема 2. ГЕОМЕТРИЯ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Понятие отрезка в  $n$ -мерном пространстве. Понятие выпуклого множества. Выпуклость множества допустимых решений и множества оптимальных решений задачи линейного программирования. Теоремы о соответствии крайних точек и допустимых базисных решений, о существовании допустимого и оптимального базисного решения задачи линейного программирования. Многогранное множество, многогранник. Теорема о представлении многогранника. Представление допустимого и оптимального множеств задачи линейного программирования.

### Тема 3. СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД

Алгебра симплексного метода. Симплексная таблица и работа с ней. Признак оптимальности допустимого базисного решения. Признак неограниченности целевой функции. Признак неединственности оптимального решения. Нахождение всех оптимальных решений и всех базисных оптимальных решений. Понятие вырожденного базисного решения. Проблема закливания. Дополнительные переменные и их использование в симплексном методе. Метод искусственного базиса. Двойственный симплекс-метод.

### Тема 4. ТЕОРИЯ ДВОЙСТВЕННОСТИ И АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Двойственность в линейном программировании. Построение сопряженной задачи для исходной задачи в стандартной, канонической и общей формах. Первая теорема двойственности. Вторая теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости. Теорема о маргинальных значениях. Экономическая и геометрическая интерпретация двойственных переменных. Анализ устойчивости. Вывод функций спроса на ресурсы и предложения товаров. Связь между вырожденностью и неединственностью решения. Двойственный симплексный метод.

### Тема 5. ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Целочисленные задачи линейного программирования. Сведение ЗЦЛП к ЗЛП. Метод отсечений. Отсечение Данцига. Отсечение Гомори, правильность отсечения Гомори, лемма Гомори.

Комбинаторные методы дискретного программирования. Метод ветвей и границ. Некоторые экономические задачи целочисленного программирования.

### **Тема 6. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

Различные формы транспортной задачи. Сбалансированность и допустимость транспортной задачи. Ранг матрицы ограничений транспортной задачи. Нахождение исходного допустимого базисного решения методом северо-западного угла и методом минимального элемента. Понятие цикла. Метод потенциалов решения транспортной задачи. Вырожденность и неединственность в транспортной задаче. Транспортная задача с ограничениями на пропускную способность. Задача о назначениях. Составление расписания.

### **Тема 7. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ НА СЕТЯХ**

Основные понятия теории графов. Задача о кратчайшем пути. Алгоритм Дейкстры и его сложность. Сведение задачи ЦЛП к задаче о кратчайшем пути. Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Понятие увеличивающей цепи. Понятие минимального разреза. Теорема Форда-Фалкерсона. Анализ социальных взаимодействий на основе сетей. Связность графа. Матрица смежности графа. Применение графов в управлении временем проекта, метод критического пути.

### **Тема 8. ЭЛЕМЕНТЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана для решения задач динамического программирования с конечным и бесконечным горизонтом. Существование и единственность решения уравнения Беллмана. Лемма Блэквелла. Алгоритмы решения оптимизационных задач, основанные на принципе Беллмана. Методы поиска функции ценности (value function).

### **Система оценивания**

Баллы в течение семестра можно получить, написав две потоковые контрольные работы. По каждой работе установлен критерий (порядка 30% от максимума). При невыполнении критерия по любой из работ студенту на экзамене предлагается спецвариант, в результате написания которого можно получить оценку не выше, чем “удовлетворительно”. Итоговая оценка выставляется на основе результатов экзамена, а также общей суммы баллов за семестр. Для получения оценки «отлично» необходимо выполнить критерий по теории, изучаемой в рамках курса.

### **Список литературы**

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – СПб: Лань, 2011.
2. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. – СПб: Лань, 2012.
3. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. – М.: Факториал Пресс, 2008.
4. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. – М.: КноРус, 2010.
5. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
6. Таха Х. Введение в исследование операций (в 2-х книгах). – М.: Мир, 1985.
7. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование. Теория и конечные методы. – М.: ФизМатЛит, 1963.
8. Sundaram R.K., A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996.
9. Jackson M.O. Social and Economic Networks. – Princeton University Press. – 2010.