

Математические и инструментальные методы в современных исследованиях

Под редакцией
М. В. Грачевой,
Е. А. Тумановой



Экономический
факультет
МГУ
имени
М.В. Ломоносова

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова
Экономический факультет



**Математические
и инструментальные методы
в современных
экономических исследованиях**

Монография

Под редакцией
М. В. Грачевой и Е. А. Тумановой

Москва
2018

УДК 330.4
ББК 65в6
М34

М34 **Математические и инструментальные методы в современных экономических исследованиях: Монография / Под редакцией М. В. Грачевой и Е. А. Тумановой.** — М.: Экономический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2018. — 232 с.

ISBN 978-5-906932-07-5

В монографии отражены современные исследования и разработки теоретических и методологических положений в области анализа экономических процессов и систем на основании использования экономико-математических методов и инструментальных средств, рассматривается математический аппарат экономических исследований, предложены методы его применения и встраивания в инструментальные средства для повышения эффективности принимаемых решений.

ISBN 978-5-906932-07-5

© Экономический факультет
МГУ имени М. В. Ломоносова, 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	7
Раздел 1. Математические методы анализа экономики	9
Глава 1.1. Подходы к математическому моделированию	11
Глава 1.2. Однородные и гомотетичные функции в задачах оптимизации	17
1.2.1. Условные обозначения	17
1.2.2. Однородные функции	18
1.2.3. Свойства однородных функций	19
1.2.4. Преобразование подобия (гомотетия)	24
1.2.5. Примеры однородных функций для экономических исследований	25
1.2.6. Гомотетичные функции	26
1.2.7. Условный экстремум и гомотетичные функции	30
1.2.8. Свойства точек условного экстремума для задач с однородными функциями	34
1.2.9. Дополнение. Однородные функции и дифференциальные уравнения	36
Литература	38
Глава 1.3. Методы эконометрического моделирования последствий выбора политики	39
1.3.1. Методика эконометрического моделирования последствий выбора режима монетарной политики	40
1.3.2. Моделирование воздействия выбора целевого ориентира монетарной политики на динамику выпуска по подвыборкам стран	43
1.3.3. Моделирование воздействия выбора целевого ориентира монетарной политики на динамику выпуска с учетом уровня разнообразия	45
1.3.4. Моделирование воздействия выбора целевого ориентира монетарной политики на динамику выпуска для стран-нефтеэкспортеров	50
1.3.5. Заключение	54
Литература	55

Глава 1.4. Математические модели в страховании рисков природных катастроф	57
1.4.1. Основные подходы к моделированию рисков природных катастроф	58
1.4.2. Модели параметрического страхования для защиты от рисков катастроф	64
Литература	69
Раздел 2. Макро- и микроэкономический анализ: проблемы и методы решения	71
Глава 2.1. Модели экзогенного экономического роста	73
2.1.1. Модель Рамсея — Касса — Купманса	73
2.1.2. Равновесие при централизованном управлении	76
2.1.3. Искажающие налоги	78
2.1.4. Модель Сидрауского	80
Литература	86
Глава 2.2. Современные подходы к анализу циклических колебаний в экономике	87
2.2.1. Теория реального делового цикла	88
2.2.2. Межвременное замещение и предложение труда	89
2.2.3. Стандартная модель теории реальных деловых циклов	90
2.2.4. Калибровка модели реального делового цикла	92
2.2.5. Новокейнсианская динамическая стохастическая модель общего макроэкономического равновесия (<i>NK DSGE</i>)	94
2.2.6. Базовая постановка <i>NK DSGE</i> -модели [6]	95
Литература	104
Глава 2.3. Проблема динамической несогласованности макроэкономической политики	106
2.3.1. Временная несогласованность бюджетно-налоговой политики ...	107
2.3.2. Проблема несогласованности при координации монетарной и фискальной политик	112
2.3.3. Роль качества институтов при координации монетарной и фискальной политик	118
Литература	120
Глава 2.4. Выбор в условиях неопределенности	121
2.4.1. Экономические приложения теории ожидаемой полезности	121
2.4.2. Теория ожидаемой полезности в модели принципал — агент: моральный риск	131

2.4.3. Теория ожидаемой полезности и поведенческая экономика.....	134
Литература	140
Раздел 3. Математические методы в инвестиционно-проектной деятельности: учет рисков	142
Глава 3.1. Традиционные методы оценки рисков инвестиционного проекта	143
3.1.1. Предпосылки моделирования инвестиционно-проектной деятельности.....	144
3.1.2. Модель экспресс-анализа	145
3.1.3. Бизнес-план как модель инвестиционного проекта.....	147
3.1.4. Сущность проектных рисков и анализ методов их исследования	148
3.1.5. Анализ чувствительности и построение матрицы чувствительности и прогнозируемости	153
3.1.6. Сценарный подход, расчет ожидаемых значений критериев оценки проектной эффективности и показателей риска	155
3.1.7. Имитационное моделирование	156
Литература	167
Глава 3.2. Нетрадиционные подходы в риск-анализе.....	169
3.2.1. Понятие концепции риска как ресурса.....	169
3.2.2. Метод планирования эксперимента.....	170
3.2.3. Нечетко-множественный подход	172
3.2.4. Опционный подход	175
Литература	180
Глава 3.3. Методология комплексного риск-менеджмента инвестиционных проектов в современных условиях	181
3.3.1. Сущность и методы управления проектными рисками.....	181
3.3.2. Инструментарий экономико-математического моделирования в общей схеме управления риском.....	182
Литература	186
Раздел 4. Инструментальные средства	187
Глава 4.1. Что такое информационная революция	188
4.1.1. Информационная революция и другие формы технического прогресса.....	189
4.1.2. Искусственный интеллект как <i>GPT</i>	193
4.1.3. Возможные перспективы	196
Литература	206

Глава 4.2. Информационная и аналитическая компоненты в современных приложениях.....	208
4.2.1. Этапы разработки информационной системы	210
4.2.2. Информационные модели	211
4.2.3. Экономико-математические модели аналитической компоненты.....	214
4.2.4. Реализация информационных и экономико-математических моделей в приложении	217
Литература	223
Заключение	225
Приложение к главе 1.3.....	227

ВВЕДЕНИЕ

В монографии отражены результаты исследований и разработок в области анализа экономических процессов и систем на основании использования экономико-математических методов и инструментальных средств. Развивается математический аппарат экономических исследований, предложены методы его применения и встраивания в инструментальные средства для повышения эффективности принимаемых решений.

Модельный подход, возникший в отдельных науках еще в глубокой древности, постепенно стал универсальным методом научного познания. В настоящее время неопределима важность использования математических методов в анализе экономических процессов, связанная с возможностью как более строгого обоснования теоретических концепций, так и количественной оценки экономических взаимосвязей.

Настоящая монография посвящена описанию результатов применения современных математических, эконометрических и инструментальных методов в различных областях экономической теории и практики.

Структура монографии включает четыре раздела.

В первом разделе представлены результаты разработок авторами математических методов решения оптимизационных задач, а также демонстрируется применение эконометрических методов для анализа последствий макроэкономической политики, излагаются основные подходы к моделированию рисков природных катастроф.

Во втором разделе монографии обсуждаются подходы к исследованию проблем макроэкономических колебаний, экономического роста и взаимодействия различных типов экономической политики. Рассматриваемые модели используют идею агрегирования на уровне экономики в целом результатов решений репрезентативных экономических агентов. Анализ этих решений проводится с учетом неопределенности. Отличительной чертой раздела является использование аппарата динамической оптимизации и стохастических моделей.

Третий раздел посвящен исследованию использования экономико-математических подходов в инвестиционно-проектной деятельности, приобретающих особую значимость в условиях нестационарной экономики. Проанализирована современная методология инвестиционного риск-менеджмента, представлен ряд новых методов и подходов, разработанных и используемых в последнее время.

Четвертый раздел монографии отражает авторское исследование инструментальных методов, роль которых в условиях цифровизации экономики неизмеримо возросла. Обсуждается современная информационная революция, рассматриваемая как разработка и внедрение новой технологии общего назначения — искусственного интеллекта. Показана роль информационного моделирования и связь информационных моделей с аналитической компонентой, в которой реализуются экономико-математические модели.

Исследования, отраженные в монографии, будут полезны всем, кто интересуется теорией инструментальных и математических методов в экономике. Некоторые представленные методы и модели могут быть непосредственно использованы специалистами-практиками в этой области. Отдельные главы могут использоваться в преподавании при подготовке магистров и аспирантов.

Над созданием монографии трудился следующий авторский коллектив:
Введение: Грачева М. В., Туманова Е. А., Шагас Н. Л.

Раздел 1: Рощина Я. А. (Гл. 1.1); Кочергин А. В. (Гл. 1.2); Картаев Ф. С. (Гл. 1.3); Буданова М. М., Котловский И. Б., Лукаш Е. Н. (Гл. 1.4).

Раздел 2: Туманова Е. А., Шагас Н. Л. (Гл. 2.1, 2.2) Добронравова Е. П. (Гл. 2.2, 2.3), Чахоян В. А. (Гл. 2.4).

Раздел 3: Грачева М. В. (Гл. 3.1 (3.1.1–3.1.6), Гл. 3.2 (3.2.1, 3.2.2), Гл. 3.3), Рощина Я. А. (Гл. 3.1 (3.1.7)), Бабаскин С. Я. (Гл. 3.2 (3.2.2)), Никитин С. А. (Гл. 3.2 (3.2.3)), Петренева Е. А. (Гл. 3.2 (3.2.4)).

Раздел 4: Лугачев М. И., Скрипкин К. Г. (Гл. 4.1); Липунцов Ю. П. (Гл. 4.2).

Заключение: Грачева М. В., Туманова Е. А., Шагас Н. Л.

Авторы выражают свою глубокую благодарность и признательность Загайновой И. А. за техническую помощь при оформлении монографии.

*Никакой достоверности нет в науках там,
где нельзя приложить ни одной из математических
наук, и в том, что не имеет связи с математикой.*

Леонардо да Винчи

РАЗДЕЛ 1

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭКОНОМИКИ

В разделе, состоящем из трех глав, представлены результаты исследований авторов в области математических методов анализа экономики. В первой из них проанализированы подходы к математическому моделированию. Доказано, что несомненным плюсом экономико-математического моделирования является возможность выбора «уровня существенности», что позволяет получать в качестве модели отражение действительности, упрощенное в требуемой исследователю степени. Как правило, высокая степень абстракции позволяет выявлять основные закономерности развития сложных макроэкономических процессов, таких как экономический рост, инфляция и другие последствия выбора режима монетарной политики, безработица и ряд следствий проводимой макроэкономической политики, циклические колебания в экономике. Более низкая степень абстракции чаще используется при моделировании микроэкономических процессов, позволяя решать задачи, связанные с проблемами оптимизации, рационального выбора, риск-анализа.

Вторая глава этого раздела посвящена развитию применения однородных и гомотетичных функций в задачах оптимизации. Однородные и гомотетичные функции представляют собой инструментарий, часто применяемый в экономических исследованиях, особенно теоретических. Широко известны, например, используемые в качестве производственных функций различные варианты функции Кобба — Дугласа, функции Леонтьева, CES-функция и т.п. Гомотетичные функции применяются в качестве функции полезности.

Эконометрическое моделирование последствий выбора режима монетарной политики исследуется в третьей главе данного раздела. Автором

показано применение методов эконометрического анализа на панельных данных для целей анализа последствий макроэкономической политики. Моделируется влияние на экономический рост выбора различных целевых ориентиров денежно-кредитной политики (ДКП): дискреционной политики, таргетирования денежной массы, инфляционного таргетирования и режима фиксированного валютного курса. При помощи моделей с фиксированными эффектами оцениваются долгосрочные динамические мультипликаторы режимов политики центрального банка. Преимущество проведенных исследований по сравнению с предшествующими состоит в том, что, во-первых, в рамках одной модели одновременно сопоставляются все основные целевые ориентиры монетарной политики, а во-вторых, исследован ряд специфических подвыборок стран, сформированных по разным критериям: по критерию принадлежности к тому или иному континенту, по критерию характера экономики, по критерию уровня этнолингвистического разнообразия.

В ходе эконометрического моделирования автором было выявлено устойчивое (к изменению рассматриваемой группы стран) позитивное воздействие режима инфляционного таргетирования на долгосрочную динамику выпуска. Для альтернативных номинальных якорей денежно-кредитной политики подобного устойчивого эффекта не выявлено.

В последней главе излагаются основные подходы к моделированию рисков природных катастроф. Приведены схемы функционирования инструментов страхования рисков природных катастроф, таких как перестрахование, облигации катастроф, страховые пулы и параметрическое страхование. Приведены авторские модели параметрического страхования рисков засухи и сделан расчет нетто-ставки страховой премии для региона России. Глава условно разделена на две части — математические модели в страховании рисков природных катастроф, широко применяемые в международной практике, и модели параметрического страхования рисков засухи.

Действительно важные и значительные объясняющие теории, оказывается, основаны на предположениях, весьма неточно представляющих действительность, и в целом чем более значительна теория, тем менее реалистичны ее предположения.

Милтон Фридман (нобелевский лауреат)

ГЛАВА 1.1

ПОДХОДЫ К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

Среди всех видов моделирования наиболее абстрактным и, как следствие, применимым к наиболее широкому классу реальных объектов является математическое моделирование, ставящее в соответствие изучаемому объекту его математическую модель. Вид модели зависит от трех основных параметров:

- свойств моделируемого объекта;
- цели моделирования;
- требуемой точности моделирования.

Применение математических методов существенно расширяет возможности моделирования, позволяет формулировать новые задачи, повышает качество принимаемых управленческих решений. Так, экономико-математические модели, с помощью различного математического аппарата моделирующие основные свойства реальных процессов и явлений, представляют собой один из наиболее эффективных инструментов исследования сложных экономических проблем. Для их построения нужно выделить наиболее существенные характеристики исследуемого реального объекта и абстрагироваться от несущественных.

Порядок построения любой экономико-математической модели состоит из следующих шагов.

1. Определение объекта моделирования (экономика государства в целом, отрасль, фирма, социально-экономический процесс, группа потребителей и т.д.).
2. Формулирование цели моделирования.
3. Выделение в объекте моделирования основных структурных и функциональных элементов и их существенных характеристик, влияющих на достижение цели.

4. Выбор подходящего подхода к моделированию.
5. Для каждого из выделенных элементов и для всех его характеристик (образующих в совокупности набор переменных модели) определение того, будет ли переменная экзогенной (внешней, заданной вне модели) или эндогенной (внутренней, определяемой в модели, зависящей, в том числе, от эндогенных переменных)¹.
6. Указание для каждой переменной источника данных и/или способа ее предварительной оценки.
7. Указание для каждой эндогенной переменной характера ее зависимости от остальных переменных модели.
8. Построение удобной системы символьных обозначений для переменных модели.
9. Построение модели, получение результатов и выводов².
10. Верификация результатов и выводов модели.

Одним из ключевых является четвертый шаг, связанный с выбором подходящего экономико-математического подхода к моделированию. Классификация существующих подходов может производиться по различным признакам, основными из которых являются:

- целевое назначение;
- масштаб;
- способ отражения взаимосвязей;
- способ учета времени;
- математический инструментарий.

С развитием экономико-математического моделирования классификация применяемых моделей усложняется. Появляются как новые типы моделей, так и новые способы построения смешанных моделей уже существующих типов, что приводит к возникновению новых признаков классификации.

По признаку целевого назначения выделяют теоретико-аналитические и прикладные модели. Теоретико-аналитические модели предназначены для изучения общих закономерностей функционирования *экономической системы*, тогда как прикладные модели анализируют и оценивают параметры *конкретных экономических объектов* и позволяют формулировать рекомендации для принятия практических управленческих решений.

По признаку масштаба выделяют макроэкономические и микроэкономические модели. Макроэкономические модели описывают экономику

¹ Классификация переменных на экзогенные и эндогенные зависит от выбранного математического инструментария и от цели моделирования. Например, в качестве экзогенных переменных эконометрических моделей могут выступать эндогенные переменные за предшествующий период времени.

² В случае невозможности получения точного решения применяют алгоритмы, позволяющие получить приближенное решение.

отдельного государства или взаимодействие нескольких национальных экономик, оперируя такими параметрами, как ВВП, совокупные и потребление, импорт, экспорт, инвестиции, инфляция, денежная масса и другие. Микроэкономические модели описывают экономику более мелких, чем государство, объектов хозяйствования — отдельной отрасли, региона, фирмы, потребителя. В более детальной классификации возможно также выделение моделей мезоуровня, межнациональных и региональных моделей.

По признаку способа отображения взаимосвязей объектов различают детерминированные (жестко заданные), стохастические (учитывающие неопределенность) и теоретико-игровые (учитывающие неопределенность более высокой степени, не поддающуюся описанию вероятностными законами) модели. Три основных возможных типа экономико-математических моделей перечислены выше в порядке возрастания сложности моделирования.

Большую роль при экономико-математическом моделировании играет фактор времени. По признаку способа его учета модели делятся на статические, модели сравнительной статики и динамические. Статические модели описывают состояние изучаемой системы в конкретный период времени. Модели сравнительной статики описывают результаты перехода системы между несколькими (равновесными) состояниями, но не интересуются тем, как происходит этот переход. Динамические модели описывают механизм такого перехода, задавая дискретное или непрерывное изменение состояния изучаемой системы во времени.

Также отметим, что независимо от способа учета времени модели могут иметь разный горизонт прогнозирования и делятся по этому признаку на краткосрочные, среднесрочные и долгосрочные. Конкретные временные рамки для отнесения модели к одному из этих видов зависят от природы моделируемых объектов.

Наконец, самая широкая классификация может быть проведена по признаку используемого для моделирования математического инструментария. Во-первых, можно выделить модели, опирающиеся на «классические» разделы математики, такие как линейная алгебра, теория вероятностей и математическая статистика, эконометрика, дифференциальное исчисление, теория графов и сетей, теория игр, безусловная и условная оптимизация (в том числе линейное и выпуклое программирование, целочисленное программирование, динамическое программирование). Во-вторых, можно выделить модели, основанные на относительно новых подходах, таких как нейронные сети, продвинутые эконометрические методы, агентное моделирование и многие другие. В-третьих, можно отметить, что все чаще применяется комбинация различных подходов: используя только один метод, зачастую невозможно представить изучаемую систему на тре-

бурном уровне абстракции, кроме того, задачи, которые приходится решать, становятся все сложнее, и все более обоснованной становится идея разбивать их на составные части и описывать, применяя разные методы.

В современном экономико-математическом моделировании математика выступает в качестве необходимого набора инструментов, предоставляя для решения практически любой экономической задачи подходящий математический метод. Но с развитием аппарата моделирования усложняется и проблема классификации: вместе с возникновением новых видов моделей и объединением моделей разных видов в более сложные конструкции возникают и новые признаки классификации. Тем не менее приведенные выше «классические» разделы математики представляют собой схемы общего вида и позволяют построить «верхний» уровень классификации экономико-математических моделей. Наиболее применимый «классический» математический инструментарий сведен в общую таблицу (табл. 1).

Выбирая на практике конкретный метод моделирования, полезно представлять типовые математические схемы, подходящие для различных ситуаций. Например, как следует из таблицы, для построения детерминированных моделей с непрерывным временем часто используются обыкновенные дифференциальные уравнения, а для представления таких моделей в дискретном времени применяются конечные автоматы.

Перечисленные в таблице «Экономико-математические модели» типовые математические схемы, конечно, не претендуют на возможность описания на их основе всех процессов, происходящих в сложных реальных системах. Для их моделирования необходимо применять комплексный подход, позволяющий описать систему как набор объектов и взаимосвязей между ними, однако подходящая типовая схема может стать основой для моделирования составляющих систему объектов.

Двумя основными видами математического моделирования сложных реальных систем являются аналитическое и имитационное.

Аналитическое моделирование основано на косвенном описании моделируемого объекта с помощью математических формул. Оно предполагает использование систем алгебраических, дифференциальных и других уравнений, связывающих выходные и входные переменные модели, дополненных системой ограничений и целевой функцией, причем, как правило, существует способ получения аналитического решения уравнений. Примерами аналитических моделей служат модели линейного и нелинейного программирования, регрессионного анализа, динамического программирования. Недостатками такого подхода являются вычислительная сложность решения уравнений (особенно при большой размерности изучаемых объектов), а также необходимость упрощать реальные объекты для обеспечения наличия точного решения.

Таблица 1

Экономико-математические модели

	Детерминированные			Стохастические			Теоретико-игровые	
	статические	динамические		статические	динамические		статические	динамические
		дискретное время	непрерывное время		дискретное время	непрерывное время		
Матем. аппарат описания модели	графы, таблицы соответствия, функции вещественных переменных	конечные автоматы, разностные уравнения, сети Петри, диаграммы теории расписаний	облакообразные дифференциальные уравнения	схема независимых испытаний, регрессионные уравнения, простейшие эконометрические уравнения	марковские цепи, стохастические автоматы, стохастические разностные уравнения, временные ряды, панельное представление данных	стохастические дифференциальные уравнения	нормальная и развернутая форма игры	нормальная и развернутая форма игры
Методы анализа и оценки параметров	методы математической логики, системы линейных и нелинейных уравнений, интерполяция, аппроксимация	методы теории конечных автоматов, теории расписаний	идентификация, численное интегрирование облакообразных дифференциальных уравнений, анализ устойчивости	стат. оценка вероятностей и параметров (метод моментов, метод макс. правдоподобия), дисперсионный анализ, простейший эконометрический анализ	оценка переходных вероятностей, статистическое моделирование, методы теории автоматов, статистическое оценивание, МНК, имитационное моделирование, анализ временных рядов, панельный эконометрический анализ, методы теории стохастических автоматов	методы теории массового обслуживания, анализ стохастической устойчивости	методы теории статических игр с полной информацией, методы теории кооперативных игр	методы теории динамических игр с полной информацией, методы теории кооперативных игр
Методы синтеза и оптимизации	карты Карно, методы линейного, выпуклого и целочисленного программирования	методы оптимального управления, принципа максимума	методы оптимального управления, принцип максимума	методы стохастического программирования, методы оптимального управления	методы динамического программирования, методы оптимального управления	методы оптимального и адаптивного управления	методы нахождения равновесия, метода Шелли	методы нахождения равновесия, эволюционно устойчивых стратегий

Источник: составлено на основе материалов [3].

Имитационное моделирование основано на прямом описании моделируемого объекта. Важным отличием от аналитических моделей служит структурное подобие исследуемого объекта и модели (и, в частности, более низкий уровень упрощения реальных объектов). Имитационное моделирование целесообразно использовать тогда, когда число различных вариантов развития событий настолько велико, что делает аналитическую формализацию затруднительной. В этой ситуации важным преимуществом имитационного подхода является возможность представления смены состояний моделируемой системы как последовательности воспроизводимых, допускающих анализ в динамике процессов. Так, имитационные модели позволяют описать состояние системы при различных значениях параметров (ставки процента, среднего времени обслуживания клиента), что дает возможность увидеть узкие места и выделить наиболее подходящие альтернативы. При этом диапазон моделируемых значений параметров колеблется от минимально необходимого до максимально широкого в зависимости от технических возможностей и потребностей исследователя. Еще одним аргументом в пользу имитационного подхода является тот факт, что сложность прикладных задач постоянно растет, так же как и различие между исследуемыми системами. Разрабатывать подходящую аналитическую модель для каждой из них дольше и дороже, чем использовать общий подход, численно моделирующий поведение системы, особенно учитывая рост производительности вычислительной техники.

Литература

1. *Клейнер Г. Б.* Экономика. Моделирование. Математика. Избранные труды / Российская академия наук, Центральный экономико-математич. ин-т. — М.: ЦЭМИ РАН, 2016. — 856 с.
2. *Куприяшкин А. Г.* Основы моделирования систем: учеб. пособие / Норильский индустр. ин-т. — Норильск: НИИ, 2015. — 135 с.
3. *Советов Б. Я., Яковлев С. А.* Моделирование систем: учеб. для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высшая школа, 2001.
4. *Тутов Л. А., Рогожникова В. Н.* Экономика и математика: возможности и границы взаимодействия // *Философия хозяйства*. — 2015. — № 6 (102). — С. 89–100.
5. *Федосеев В. В.* и др. *Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособие для вузов*. — М.: ЮНИТИ, 1999. — 391 с.

ГЛАВА 1.2

ОДНОРОДНЫЕ И ГОМОТЕТИЧНЫЕ ФУНКЦИИ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ

Однородные и гомотетичные функции часто используются в экономических исследованиях, особенно теоретических. Широко известны, например, используемые в качестве производственных функций различные варианты функции Кобба — Дугласа, функции Леонтьева, CES-функция и т.п. Гомотетичные функции применяются в качестве функции полезности.

Данная глава посвящена изучению свойств решений задач на условный экстремум, в которых и целевая функция, и ограничения задаются с помощью однородных или гомотетичных функций. Знание этих свойств позволяет лучше ориентироваться в экономико-математических моделях и заранее видеть их особенности. Рассматриваются ограничения в виде равенств, так как в задачах с гомотетичными функциями ограничения в виде неравенств легко сводятся к равенствам.

Для полноты изложения приводится оригинальное изложение элементарных сведений об однородных и гомотетичных функциях. Особое внимание уделяется простоте и наглядности результатов и их обоснования. Некоторые теоремы доказываются, на наш взгляд, проще, чем в стандартных источниках. Например, свойства производных и градиентов однородной функции, а также теорема Эйлера для однородных функций доказываются, что называется, «в лоб», исходя из определения производной вдоль вектора.

1.2.1. Условные обозначения

Введем некоторые обозначения:

\mathbb{R} — множество вещественных чисел,

\mathbb{R}^n — n -мерное арифметическое пространство,

векторы-столбцы этого пространства будем обозначать жирным шрифтом:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Скалярные, одномерные, величины обозначаются простым шрифтом.

Запись $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ означает, что задана функция f с областью определения D , а ее значения — действительные числа, т. е. это скалярная функция.

Запись $D \subset \mathbb{R}^n$ означает, что D лежит в n -мерном пространстве, тем самым f является функцией n (скалярных) переменных. При этом записи $f(\mathbf{x})$ и $f(x_1, \dots, x_n)$ равносильны.

Векторная функция-столбец, задающая отображение в пространство размерности большей, чем 1, также обозначена жирным шрифтом.

Выражение $\mathbf{g}: D \rightarrow E \subset \mathbb{R}^m$ означает, что на множестве D задана m -мерная вектор-функция \mathbf{g} (столбец), множество значений которой содержится в множестве E , но не обязательно совпадает с этим множеством. Возможны различные формы записи, например векторная форма

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}),$$

смешанная векторно-скалярная форма

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \mathbf{g}_m(\mathbf{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{g}_1(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ \mathbf{g}_m(x_1, \dots, x_n) \end{pmatrix}$$

или скалярная форма

$$\begin{cases} y_1 = g_1(x_1, \dots, x_n), \\ \dots \\ y_m = g_m(x_1, \dots, x_n). \end{cases}$$

Функции $g_i(\mathbf{x})$ иногда называются координатными функциями.

1.2.2. Однородные функции

Пусть $D \subset \mathbb{R}^n$, $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ — функция, определенная на множестве D , p — действительное число.

Определение 1. Функция f называется однородной степени p , если для любого $\mathbf{x} \in D$ и любого $k > 0$ $f(k\mathbf{x}) = k^p f(\mathbf{x})$, или в развернутой (скалярной) форме

$$f(kx_1, \dots, kx_n) = k^p f(x_1, \dots, x_n).$$

Из определения 1 следует, что область определения D функции f состоит из лучей, выходящих из начала координат (такое множество называется *конусом*). Само начало координат в принципе может входить, а может и не входить в область определения. В дальнейшем под лучом мы понимаем *открытый* луч, выходящий из начала координат: $\{x = kx_0 : k > 0\}$. Он задается некоторой точкой $x_0 \in D$, $x_0 \neq 0$, через которую проходит. Параметр k можно рассматривать как координату точки kx_0 на луче. Точке x_0 соответствует координата $k = 1$. На каждом луче однородная функция представляет собой степенную функцию от k :

$$\varphi(k) = f(kx_0) = k^p f(x_0).$$

Чтобы определить однородную функцию, достаточно, например, задать степень однородности и значение функции в одной точке на каждом луче из области определения.

На каждом луче $\varphi(k)$ сохраняет знак.

Если $f(x_0) \neq 0$, то при $p > 0$ график функции $\varphi(k)$ является параболой (или прямой) степени p , которую можно доопределить по непрерывности и при $k = 0$, т.е. в начале координат; при $p < 0$ график функции $\varphi(k)$ является гиперболой, стремящейся к бесконечности при $k \rightarrow +0$. При $p \leq 0$ функцию, вообще говоря, нельзя доопределить по непрерывности в начале координат.

Будем считать, что если начало координат входит в область определения, то $f(0) = 0$.

Однородная функция нулевой степени постоянна на каждом луче.

Через $H^p(D)$ обозначим пространство всех однородных функций степени p , определенных на D .

1.2.3. Свойства однородных функций

Свойство 1. $H^p(D)$ является линейным пространством с естественными операциями сложения и умножения на число.

Доказательство. Достаточно показать, что если $f, g \in H^p(D)$, то $f + g \in H^p(D)$ и $\alpha f \in H^p(D)$ для любого $\alpha \in \mathbb{R}$. Пусть $x \in D$, $k > 0$. Тогда

$$\begin{aligned} (f + g)(kx) &= f(kx) + g(kx) = k^p f(x) + k^p g(x) = \\ &= k^p (f(x) + g(x)) = k^p (f + g)(x). \end{aligned}$$

Аналогично

$$(\alpha f)(kx) = \alpha f(kx) = \alpha k^p f(x) = k^p \alpha f(x) = k^p (\alpha f)(x),$$

что и требовалось доказать.

Свойство 2. Если $f \in H^p(D)$, $g \in H^q(D)$, то $fg \in H^{p+q}(D)$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{x} \in D$, $k > 0$. Тогда

$$\begin{aligned}(f+g)(k\mathbf{x}) &= f(k\mathbf{x}) + g(k\mathbf{x}) = k^p f(\mathbf{x}) + k^q g(\mathbf{x}) = \\ &= k^{p+q} (f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})) = k^{p+q} (f+g)(\mathbf{x}),\end{aligned}$$

т.е. $fg \in H^{p+q}(D)$.

Свойство 3. Если $f \in H^p(D)$, $g \in H^q(D)$ и $g(\mathbf{x}) \neq 0$ для любого $\mathbf{x} \in D$,

то $h = \frac{f}{g} \in H^{p-q}(D)$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{x} \in D$, $k > 0$. Тогда

$$h(k\mathbf{x}) = \frac{f(k\mathbf{x})}{g(k\mathbf{x})} = \frac{k^p f(\mathbf{x})}{k^q g(\mathbf{x})} = k^{p-q} \frac{f(\mathbf{x})}{g(\mathbf{x})} = k^{p-q} h(\mathbf{x}),$$

т.е. $h \in H^{p-q}(D)$.

Свойство 4. Если $f(\mathbf{x}) = 0$ для любого $\mathbf{x} \in D$, то $f \in H^p(D)$ для любого p .

Иными словами, функция, тождественно равная нулю, является однородной любой степени, в чем легко непосредственно убедиться.

Свойство 5. Если $f, g \in H^p(D)$, то $h_1 = \max(f, g) \in H^p(D)$, $h_2 = \min(f, g) \in H^p(D)$.

Доказательство. Рассмотрим произвольную точку $\mathbf{x} \in D$ и $k > 0$. Пусть для определенности $h_1(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$, т.е. $f(\mathbf{x}) \geq g(\mathbf{x})$. Тогда $f(k\mathbf{x}) = k^p f(\mathbf{x}) \geq k^p g(\mathbf{x}) = g(k\mathbf{x})$, значит, $h_1(k\mathbf{x}) = f(k\mathbf{x}) = k^p f(\mathbf{x}) = k^p h_1(\mathbf{x})$.

Случай $f(\mathbf{x}) \leq g(\mathbf{x})$ ничем не отличается. Значит, функция h_1 однородна степени p .

Аналогично доказывается однородность функции h_2 .

Можно ввести понятие однородной **вектор-функции** (или однородного отображения) $\mathbf{g} : D \rightarrow E \subset \mathbb{R}^m$.

Определение 2. Векторная функция (отображение) $\mathbf{g} : D \rightarrow E \subset \mathbb{R}^m$ называется однородной степени p , если для любого $\mathbf{x} \in D$

$$\mathbf{g}(k\mathbf{x}) = k^p \mathbf{g}(\mathbf{x}),$$

или более подробно, в векторно-скалярной форме,

$$\mathbf{g}(k\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} g_1(kx_1, \dots, kx_n) \\ \vdots \\ g_m(kx_1, \dots, kx_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k^p g_1(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ k^p g_m(x_1, \dots, x_n) \end{pmatrix} = k^p \mathbf{g}(\mathbf{x}).$$

Очевидно, что функция \mathbf{g} однородна степени p тогда и только тогда, когда каждая из координатных функций g_i однородна той же степени.

Точно так же, как и для скалярной функции, область определения однородной вектор-функции состоит из лучей, выходящих из начала координат.

Замечание. Для векторов-строк, например градиентов, определение однородной вектор-функции ничем не отличается.

Свойство 6. Если векторная функция \mathbf{g} однородна, то для любой точки $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ из области определения в точках луча $\{k\mathbf{x} : k > 0\}$, выходящего из начала координат, направление векторов $\mathbf{g}(k\mathbf{x})$ постоянно.

В самом деле, $\mathbf{g}(k\mathbf{x}) = k^p \mathbf{g}(\mathbf{x})$, значит, векторы $\mathbf{g}(k\mathbf{x})$ и $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ сонаправлены.

Свойство 7 (Однородность сложной функции). Пусть $D \subset \mathbb{R}^n$, $\mathbf{g} : D \rightarrow E \subset \mathbb{R}^m$, $f : E \rightarrow \mathbb{R}$. Если $f \in H^p(E)$, $\mathbf{g} \in H^q(D)$, то $h = f \circ \mathbf{g} \in H^{pq}(D)$.

Подробнее это можно записать так. Имеется однородная степени p функция $f(y_1, \dots, y_m)$, определенная на множестве $E \subset \mathbb{R}^m$. При этом

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_m(x_1, \dots, x_n) \end{pmatrix} = \mathbf{g}(\mathbf{x}),$$

а каждая из координатных функций $g_i(\mathbf{x})$ однородна степени q , причем при $\mathbf{x} \in D$ значение $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \in E$. Тогда сложная функция

$$f(\mathbf{g}(\mathbf{x})) = f(g_1(x_1, \dots, x_n), \dots, g_m(x_1, \dots, x_n))$$

однородна степени pq .

Доказательство. Пусть $\mathbf{x} \in D$, $k > 0$. Тогда

$$h(k\mathbf{x}) = f(\mathbf{g}(k\mathbf{x})) = f(k^q \mathbf{g}(\mathbf{x})) = (k^q)^p f(\mathbf{g}(\mathbf{x})) = k^{pq} h(\mathbf{x}),$$

что и требовалось доказать.

Свойство 8. Множество значений однородной функции ненулевой степени состоит из одной, двух или трех следующих компонент: $(0, +\infty)$, $(-\infty, 0)$ и $\{0\}$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{x} \in D$. Если $f(\mathbf{x}) > 0$, то на луче $\{k\mathbf{x} : k > 0\}$ функция f принимает все значения из интервала $(0, +\infty)$, если $f(\mathbf{x}) < 0$, то $f(k\mathbf{x})$ пробегает все отрицательные значения, а если $f(\mathbf{x}) = 0$, то $f(k\mathbf{x}) = 0$ на всем луче.

Если $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, то либо $f(\mathbf{x}) = 0$, либо $f(\mathbf{x})$ не определено.

Замечание. Множество значений однородной функции нулевой степени может иметь другие свойства.

Свойство 9. Множество значений однородной ненулевой степени векторной функции $\mathbf{g} : D \rightarrow \mathbb{R}^m$ состоит из лучей в пространстве \mathbb{R}^m и, быть может, начала координат.

Заметим, что точно так же можно сформулировать это свойство для скалярной однородной функции. Свойство 9 немедленно следует из свойства 6.

Следующие свойства в силу их важности сформулируем в виде теорем.

Теорема 1. Если $f \in H^p(D) \cap C^1(D)$, то для любого вектора $\bar{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^n$ производная вдоль вектора $f'_{\bar{\mathbf{v}}} \in H^{p-1}(D)$.

Иными словами, если функция однородна степени p и всюду на области определения дифференцируема, то ее производная вдоль любого фиксированного вектора является функцией однородной степени $p-1$.

Доказательство. Пусть $k > 0$. По определению производной вдоль вектора

$$\begin{aligned} f'_{\bar{\mathbf{v}}}(k\mathbf{x}_0) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(k\mathbf{x}_0 + s\bar{\mathbf{v}}) - f(k\mathbf{x}_0)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(k(\mathbf{x}_0 + (s/k)\bar{\mathbf{v}})) - f(k\mathbf{x}_0)}{s} = \\ &= \lim_{(s/k) \rightarrow 0} k^p \frac{f(\mathbf{x}_0 + (s/k)\bar{\mathbf{v}}) - f(\mathbf{x}_0)}{k \cdot (s/k)} = k^{p-1} f'_{\bar{\mathbf{v}}}(\mathbf{x}_0), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Следствие 1. Любая первая частная производная однородной дифференцируемой функции является однородной степени на единицу ниже, чем исходная функция.

Действительно, частная производная по i -му аргументу — это производная вдоль вектора, все координаты которого — нули, кроме i -й, которая равна 1.

Следствие 2 (теорема «о структуре градиента»). Структура градиента однородной функции постоянна вдоль луча, выходящего из начала координат.

Структурой градиента $(f'_{x_1}; f'_{x_2}; \dots; f'_{x_n})$ мы называем формальную пропорцию $(f'_{x_1} : f'_{x_2} : \dots : f'_{x_n})$. В этой пропорции некоторые компоненты могут равняться нулю, т.е. деление может быть невозможно. Но все невырожденные отношения вдоль луча сохраняются. Геометрически постоянство структуры означает, что все градиенты вдоль луча коллинеарны, что сразу следует из однородности одной и той же степени всех первых частных производных.

Следствие 3. Градиент однородной дифференцируемой функции является однородной вектор-функцией на единицу меньшей степени.

Замечание. Теорему 1 можно сформулировать для случая, когда функция f не всюду дифференцируема, но в ряде точек вдоль отдельных векторов существуют производные.

Теорема 1'. Если $f \in H^p(D)$ и для некоторых $\mathbf{x} \in D$ и $\bar{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^n$ существует производная вдоль вектора $f'_{\bar{\mathbf{v}}}(\mathbf{x})$, то для любого $k > 0$

$$f'_{\bar{\mathbf{v}}}(k\mathbf{x}) = k^{p-1} f'_{\bar{\mathbf{v}}}(\mathbf{x}).$$

Собственно, это утверждение и было доказано выше.

Теорема 2 (Эйлера). Если $f \in H^p(D) \cap C^1(D)$, то на D справедливо тождество

$$x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \dots + x_n \frac{\partial f}{\partial x_n} = pf,$$

или в матричной форме $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{x} = pf$.

Замечание. Выражение, стоящее в левой части последнего равенства, есть производная $f'_x(\mathbf{x})$ функции f вектора \mathbf{x} в точке \mathbf{x} . Вычислим ее по определению и получим доказательство теоремы Эйлера, несколько отличающееся от классического:

$$\begin{aligned} f'_x(\mathbf{x}) &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(\mathbf{x} + t\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f((1+t)\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})}{t} = \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(1+t)^p f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})}{t} = f(\mathbf{x}) \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(1+t)^p - 1}{t} = pf(\mathbf{x}). \end{aligned}$$

Справедлива теорема, обратная к теореме Эйлера.

Теорема 2' (обратная теорема Эйлера). Если $f \in C^1(D)$, где D — конус в \mathbb{R}^n , и для любого $\mathbf{x} \in D$ выполнено равенство

$$x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1}(\mathbf{x}) + \dots + x_n \frac{\partial f}{\partial x_n}(\mathbf{x}) = pf(\mathbf{x}),$$

то $f \in H^p(D)$.

Доказательство. Фиксируем $\mathbf{x} \in D$, $\mathbf{x} \neq 0$, и рассмотрим вспомогательную функцию $\varphi(t) = f(t\mathbf{x})$, $t > 0$. Тогда условие теоремы переписется в виде

$$\varphi'(t) = \frac{p}{t} \cdot \varphi(t).$$

Решив это дифференциальное уравнение и подставив начальное условие $\varphi(1) = f(\mathbf{x})$, получим $\varphi(t) = t^p f(\mathbf{x})$. Учитывая единственность решения задачи Коши для дифференциального уравнения, получаем $f(t\mathbf{x}) = t^p f(\mathbf{x})$, что и требовалось доказать.

1.2.4. Преобразование подобия (гомотетия)

Рассмотрим преобразование подобия пространства \mathbb{R}^n с центром в начале координат и положительным коэффициентом k : $\mathbf{x} \mapsto k\mathbf{x}$. В дальнейшем, говоря о преобразовании подобия, мы будем иметь в виду именно такое преобразование подобия. Точно так же, говоря о лучах, если не оговорено иное, мы имеем в виду лучи, выходящие из начала координат.

Теорема 3. Пусть $f \in H^p(D)$. Тогда преобразование подобия с коэффициентом k отображает взаимно однозначно поверхность уровня c функции f в поверхность уровня $k^p c$.

Доказательство. $f(\mathbf{x}) = c \Leftrightarrow f(k\mathbf{x}) = k^p f(\mathbf{x}) = k^p c$.

Примеры однородных функций.

1. Однородные функции одной переменной: $t^p, |t|$.

2. а) Однородные многочлены: $x_1^2 + x_2^2$; $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ — однородные второй степени;

б) $3x_1^3 - 4x_1x_2^2 - 5x_2^3$ — однородная третьей степени;

в) $x_1^{-1}x_2^{-0,5}$ — однородная степени $-\frac{3}{2}$.

3. Сложные функции $\sqrt{x_1^4 - x_2^4}$; $|x_1^2 - x_2^2| + \sqrt[3]{x_1^6 - x_1^2x_2^4 + 3x_2^6}$ — однородные степени 2.

4. $\max\left(|x_1 - x_2|, \frac{x_1^2 - x_1x_2 - 2x_2^2}{x_1 + x_2}\right)$ — однородная степени один (максимум из двух однородных степени один).

5. $\ln \frac{x_1^2 - x_1x_2 - 2x_2^2}{2x_1x_2}$ — однородная степени ноль, так как постоянна на каждом луче, выходящем из начала координат и лежащем в области определения.

6. Неоднородная функции: $u(x_1, x_2) = \min\left(|x_1 - x_2|, \frac{x_1^2 - x_1x_2 - 2x_2^2}{x_1x_2}\right)$.
Функция $\frac{x_1^2 - x_1x_2 - 2x_2^2}{x_1x_2}$ однородна степени ноль, т.е. постоянна на лучах.

Рассмотрим луч, на котором она положительна. При стремлении точки луча к началу координат $|x_1 - x_2| < \frac{x_1^2 - x_1x_2 - 2x_2^2}{x_1x_2}$, поэтому u на этом луче ведет себя как кусочно линейная функция.

1.2.5. Примеры однородных функций для экономических исследований

1. Функция Кобба — Дугласа имеет вид

$$Y(x_1, \dots, x_n) = F \cdot x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n},$$

где $\alpha_i \geq 0$, $\alpha = \alpha_1 + \dots + \alpha_n > 0$, F — константа, называемая постоянным производственным фактором (в некоторых моделях его считают зависящим от времени). Область определения этой функции $x_i > 0$, $i = 1, \dots, n$.

Степень однородности α определяет эффект масштаба (или отдачу от масштаба).

В простейших моделях микро- и макроэкономики используют производственную функцию двух переменных:

$$Y(K, L) = F \cdot K^{\alpha_1} L^{\alpha_2},$$

где Y — объем выпуска, K — объем используемого капитала, L — количество используемого труда. Степень однородности этой функции равна $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

В силу свойств однородных функций однородными (степени на 1 меньше) являются и другие функции, получаемые из функции Кобба — Дугласа:

$$AY_K(K, L) = \frac{Y(K, L)}{K} \text{ — средняя производительность капитала;}$$

$$AY_L(K, L) = \frac{Y(K, L)}{L} \text{ — средняя производительность труда;}$$

$$MY_K(K, L) = \frac{\partial Y}{\partial K}(K, L) \text{ — предельная производительность капитала;}$$

$$MY_L(K, L) = \frac{\partial Y}{\partial L}(K, L) \text{ — предельная производительность труда.}$$

$$\text{Функции } \frac{MY_K}{AY_K} \text{ (эластичность объема выпуска по капиталу) и } \frac{MY_L}{AY_L}$$

(эластичность объема выпуска по труду) однородны нулевой степени, т.е. постоянны на лучах.

2. Функция CES.

Р. М. Солоу в 1956 г. предложил производственную функцию с *постоянной эластичностью замещения* ресурсов (Constant Elasticity of Substitution) вида

$$Q(K, L) = F \cdot (aK^r + (1-a)L^r)^{\frac{1}{r}}. \quad (1)$$

Здесь Q — объем выпуска, F — постоянный производственный фактор, $K > 0$ и $L > 0$ — объемы используемых ресурсов, a и $(1-a)$ — весовые

коэффициенты, r — параметр функции, связанный с эластичностью замещения. $Q(K, L)$ линейно однородна по переменным K и L . Многомерная функция CES имеет вид

$$Q(\mathbf{x}) = F \cdot (a_1 x_1^r + \dots + a_n x_n^r)^{\frac{1}{r}}, \quad (2)$$

где весовые коэффициенты a_i неотрицательны и

$$a_1 + \dots + a_n = 1.$$

Иногда рассматривают функции CES неединичной степени однородности a :

$$Q(\mathbf{x}) = F \cdot (a_1 x_1^r + \dots + a_n x_n^r)^{\frac{\alpha}{r}}.$$

Функции CES используются также в качестве функции полезности в теории потребления.

3. Линейно однородная функция Леонтьева двух переменных имеет вид

$$Y(K, L) = F \cdot \min\left(\frac{K}{a}, \frac{L}{b}\right), \quad K, L, a, b > 0.$$

В многомерном случае

$$Y(\mathbf{x}) = F \cdot \min\left(\frac{x_1}{a_1}, \dots, \frac{x_n}{a_n}\right), \quad x_i, a_i > 0.$$

Заметим, что при $K, L, a, 1-a > 0$

$$\lim_{r \rightarrow 0} (aK^r + (1-a)L^r)^{1/r} = K^a L^{1-a}.$$

и

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (aK^r + (1-a)L^r)^{1/r} = \min(K, L).$$

1.2.6. Гомотетичные функции

Определение. Функция $g: D \rightarrow \mathbb{R}$ называется гомотетичной, если ее можно представить в виде

$$g(\mathbf{x}) = \varphi(h(\mathbf{x})), \quad (3)$$

где h — однородная ненулевой степени функция на D , а φ — функция одной переменной, определенная на области значений функции h и строго монотонная на этой области.

Представление гомотетичной функции в виде (3) неоднозначно. Например, для функции $\ln(x_1^2 + x_2^2)$ возможны представления $\varphi_1(z) = \ln z$, $h_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ и $\varphi_2(z) = 2 \ln z$, $h_2(x_1, x_2) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$.

Более того, может быть так, что в «очевидном» представлении функция φ не является монотонной на области изменения внутренней однородной функции, однако из этого еще нельзя делать вывод о негомотетичности сложной функции.

Пример. Пусть $f(x_1, x_2) = e^{|x_1^2 - x_2^2|}$. Положим

$$h(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2, \quad \varphi(z) = e^{|z|}.$$

Множество значений функции h — вся числовая прямая, а на всей числовой прямой φ не является монотонной. Таким образом, из данного представления мы не можем сделать вывод, что f является гомотетичной. Однако и вывода о ее негомотетичности мы тоже не можем сделать. Если положить

$$h_1(x_1, x_2) = |x_1^2 - x_2^2|, \quad \varphi_1(z) = e^z,$$

то мы получаем представление $f(x_1, x_2) = \varphi_1(h_1(x_1, x_2))$, из которого следует гомотетичность f . В самом деле, h_1 — однородная степени 2, ее множество значений $[0, +\infty)$, а на этом множестве функция φ_1 строго возрастает.

Для гомотетичной функции можно подобрать такое представление в виде (3), что «внешняя» функция φ будет строго возрастающей на множестве значений «внутренней» функции.

Негомотетичность функции часто можно доказать, используя следующие **необходимые условия гомотетичности**.

Лемма (о монотонности на луче). *Гомотетичная функция строго монотонна или постоянна на любом луче, выходящем из начала координат и лежащем в области определения.*

Доказательство. Пусть $f(\mathbf{x}) = \varphi(h(\mathbf{x}))$ — гомотетичная в области D функция, $\{\mathbf{x} = k\mathbf{x}_0 : k \in \mathbb{R}_+\}$ — луч, проходящий через точку $\mathbf{x}_0 \in D$. На луче «внутренняя» однородная функция $h(k\mathbf{x}_0)$ либо строго монотонна по k , либо тождественно равна нулю. В первом случае в силу строгой монотонности φ функция $f(k\mathbf{x}_0) = \varphi(h(k\mathbf{x}_0))$ тоже строго монотонна, а во втором ее значение постоянно и равно $\varphi(0)$.

Таким образом, чтобы доказать негомотетичность функции, достаточно указать луч, на котором функция немонотонна. Иногда, правда, этого мало. Приведем еще одно необходимое условие гомотетичности.

Теорема 4 (Теорема о структуре градиента). Пусть $f = \varphi \circ h$ — гомотетичная функция, причем h — однородная ненулевой степени непрерывно дифференцируемая функция, φ — строго монотонная на множестве значений h функция с не обращающейся в ноль производной. Тогда структура градиента f вдоль луча, выходящего из начала координат, постоянна.

Доказательство. По теореме о производной сложной функции

$$\text{grad } f|_x = \varphi'(h(x)) \cdot \text{grad } h|_x.$$

Таким образом, вектор $\text{grad } f|_x$ получается из вектора $\text{grad } h|_x$ умножением на число, знак которого не меняется вдоль луча. Так как градиенты однородной функции h в точках луча сонаправлены, то и градиенты f тоже сонаправлены, а это означает постоянство структуры.

Замечание. На самом деле, не обязательно требовать, чтобы φ' не обращалось в ноль. Можно считать, что нулевой вектор имеет любую структуру, поскольку коллинеарен любому вектору.

Примеры

1. Функция $\ln(xy)$ гомотетична, поскольку представима в виде $\varphi(h(x, y))$, где $h(x, y) = xy$ определена на области $D = \{(x; y) : xy > 0\}$, однородна степени два, ее множество значений $(0, +\infty)$, функция $\varphi(z) = \ln z$ строго возрастает на $(0, +\infty)$.

2. Для функции $f(x, y) = (x^2 + 2xy + 3y^2) \ln(x^2 + 2xy + 3y^2)$ имеем: $h(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ — однородная второй степени со множеством значений $(0, +\infty)$, $\varphi(z) = z \ln z$, которая не монотонна на $(0, +\infty)$. Чтобы показать негомотетичность рассматриваемой функции, воспользуемся леммой о монотонности на луче. Рассмотрим, например, луч $x > 0, y = 0$. Получим $f(x, 0) = 2x \ln x$. Немонотонность этой функции говорит о негомотетичности функции $f(x, y)$.

3. Функция $(x^2 + 2xy + 3y^2) \ln(x^2 + 2xy + 3y^2 + 1)$ гомотетична: $h(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ — однородная второй степени со множеством значений $(0, +\infty)$, $\varphi(z) = z \ln(z + 1)$ строго возрастает на $(0, +\infty)$.

4. Сумма двух ненулевых на области D функций, разной степени однородности, не является однородной. Для этого достаточно доказать, что если $p \neq q, p \neq r$ и $ak^p + bk^q + ck^r = 0$ для любого $k > 0$,

$$\text{то } a = b = c = 0 \text{ или } \begin{cases} q = r, \\ a = 0, \\ b + c = 0. \end{cases}$$

5. Сумма двух однородных функций может быть, но может и не быть гомотетичной.

а) $f_1(x, y) = x^2 + x^4 + y^2 + y^4 + 2x^2y^2 = (x^2 + y^2) + (x^2 + y^2)^2$ гомотетична: $h = x^2 + y^2$, $\varphi(z) = z + z^2$;

б) $f_2(x, y) = x^2 + x^4 + y^2 + y^4$ негомотетична. Для доказательства воспользуемся свойством сохранения структуры градиента гомотетичной функции вдоль луча. На луче $x = t$, $y = 2t$, $t > 0$ имеем

$$\frac{(f_2)'_x}{(f_2)'_y} = \frac{1 + 2t^2}{2 + 16t^2}.$$

Это отношение меняется с изменением t , в чем можно убедиться, подставив различные значения t .

Как следует из названия «гомотетичные», **преобразование подобия** играет особую роль для таких функций.

Теорема 5. Если функция f гомотетична на области D , то преобразование подобия (с положительным коэффициентом и с центром в начале координат) сохраняет для точек из D отношения $f(\mathbf{x}) > f(\mathbf{y})$ и $f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{y})$, а именно, для любого $k > 0$ и любых $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in D$ условие $f(\mathbf{x}) > f(\mathbf{y})$ эквивалентно условию $f(k\mathbf{x}) > f(k\mathbf{y})$ и, как следствие, $f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{y})$ эквивалентно $f(k\mathbf{x}) = f(k\mathbf{y})$.

Доказательство. Пусть $f(\mathbf{x}) = \varphi(h(\mathbf{x}))$. Сначала рассмотрим случай строго возрастающей φ . Строгое возрастание означает, что для любых z_1, z_2 из области значений h $z_1 > z_2 \Leftrightarrow \varphi(z_1) > \varphi(z_2)$. Таким образом,

$$\begin{aligned} f(k\mathbf{x}) > f(k\mathbf{y}) &\Leftrightarrow \varphi(h(k\mathbf{x})) > \varphi(h(k\mathbf{y})) \Leftrightarrow \{\varphi \text{ возрастает}\} \\ &\Leftrightarrow h(k\mathbf{x}) > h(k\mathbf{y}) \Leftrightarrow k^p h(\mathbf{x}) > k^p h(\mathbf{y}) \Leftrightarrow h(\mathbf{x}) > h(\mathbf{y}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \{\varphi \text{ возрастает}\} \Leftrightarrow \varphi(h(\mathbf{x})) > \varphi(h(\mathbf{y})) \Leftrightarrow f(\mathbf{x}) > f(\mathbf{y}). \end{aligned}$$

Случай строго убывающей φ , в силу упражнения 4, можно не рассматривать, но для тех, кто это упражнение не выполнил, мы рассмотрим и этот случай.

$$\begin{aligned} f(k\mathbf{x}) > f(k\mathbf{y}) &\Leftrightarrow \varphi(h(k\mathbf{x})) > \varphi(h(k\mathbf{y})) \Leftrightarrow \{\varphi \text{ убывает}\} \\ &\Leftrightarrow h(k\mathbf{x}) < h(k\mathbf{y}) \Leftrightarrow k^p h(\mathbf{x}) < k^p h(\mathbf{y}) \Leftrightarrow h(\mathbf{x}) < h(\mathbf{y}) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \{\varphi \text{ убывает}\} \Leftrightarrow \varphi(h(\mathbf{x})) > \varphi(h(\mathbf{y})) \Leftrightarrow f(\mathbf{x}) > f(\mathbf{y}). \end{aligned}$$

В этой цепочке неравенств знак неравенства дважды менялся на противоположный из-за убывания функции φ .

Теперь легко доказать от противного, что отношение равенства значений f также сохраняется при преобразовании подобия. Теорема доказана.

Как следствие, получаем, что поверхность уровня гомотетичной функции при преобразовании подобия взаимно однозначно переходит в поверхность некоторого другого уровня. А именно, справедлива

Теорема 6. Если $f = \varphi(h(\mathbf{x}))$, где $h \in H^p(D)$, $p \neq 0$, φ строго монотонна на множестве значений функции h , то преобразование подобия с коэффициентом k линию уровня c отображает взаимно однозначно на линию уровня $\varphi(k^p \varphi^{-1}(c))$.

(Через φ^{-1} обозначена функция, обратная к φ ; она определена на множестве значений φ в силу строгой монотонности.)

Доказательство. Доказательство следует из следующей цепочки равносильных равенств:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) = c &\Leftrightarrow \varphi(h(\mathbf{x})) = c \Leftrightarrow h(\mathbf{x}) = \varphi^{-1}(c) \Leftrightarrow h(k\mathbf{x}) = k^p \varphi^{-1}(c) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \varphi(h(\mathbf{x})) = \varphi(k^p \varphi^{-1}(c)) \Leftrightarrow f(\mathbf{x}) = \varphi(k^p \varphi^{-1}(c)), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

1.2.7. Условный экстремум и гомотетичные функции

Рассмотрим задачу нахождения условного экстремума

$$\begin{cases} f(\mathbf{x}) \rightarrow \text{extr}, \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\mathbf{x} \in D \subset \mathbb{R}^n$, $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $\mathbf{g}: D \rightarrow \mathbb{R}^m$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$, $m < n$.

Функция f называется *целевой функцией*, система уравнений $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}$ — *ограничениями (ограничением)* или *системой уравнения связи (уравнением связи)*.

Напомним определение точки условного максимума.

Определение. Точка $\hat{\mathbf{x}}$ называется точкой условного максимума для задачи (4), если:

- 1) $\hat{\mathbf{x}}$ удовлетворяет системе уравнений связи, т.е. $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{b}$;
- 2) существует такая проколотая окрестность $U(\hat{\mathbf{x}}) \subset D$, что для любого $\mathbf{x} \in U(\hat{\mathbf{x}})$, удовлетворяющего уравнению связи $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}$, выполняется неравенство $f(\mathbf{x}) \leq f(\hat{\mathbf{x}})$.

Аналогично определяются точки *условного минимума*.

Точки условного максимума и условного минимума называются точками *условного экстремума*.

Теорема 7. Если целевая функция и левые части ограничений в задаче (4) являются гомотетичными функциями, то преобразование подобия с коэффициентом $k > 0$ отображает взаимно однозначно точки условного экстремума в задаче (4) в точки условного экстремума того же типа для задачи

$$\begin{cases} f(\mathbf{x}) \rightarrow \text{extr}, \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}', \end{cases} \quad (5)$$

где

$$\mathbf{b}'_i = \varphi_i(k^{p_i} \varphi_i^{-1}(b_i)), \quad i = 1, \dots, m. \quad (6)$$

(Считаем, что $g_i = \varphi_i \circ h_i$, где $h_i \in H^{p_i}(D)$, φ_i строго монотонна на множестве значений функции h_i .)

Доказательство. Пусть для определенности $\hat{\mathbf{x}}$ является точкой условного максимума в задаче (4). Это означает, что $\hat{\mathbf{x}}$ удовлетворяет системе уравнений связи, т.е. $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{b}$, и существует такая окрестность $U_\varepsilon(\hat{\mathbf{x}}) \subset D$, что для любого $\mathbf{x} \in U_\varepsilon(\hat{\mathbf{x}})$, удовлетворяющего уравнению связи $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}$, выполняется неравенство $f(\mathbf{x}) \leq f(\hat{\mathbf{x}})$.

Покажем, что точка $k\hat{\mathbf{x}}$ является точкой условного максимума в задаче (5). Значение \mathbf{b}' в (6) подобрано в соответствии с теоремой о поверхностях уровня гомотетичной функции так, что $\mathbf{g}(k\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{b}'$, а $k\hat{\mathbf{x}}$ удовлетворяет уравнению связи. При рассматриваемом преобразовании подобия окрестность $U_\varepsilon(\hat{\mathbf{x}})$ переходит в окрестность $U' = U_{k\varepsilon}(k\hat{\mathbf{x}})$. Для любого \mathbf{x} обозначим $\mathbf{x}' = k\mathbf{x}$. Рассмотрим произвольную точку \mathbf{x}' из U' , удовлетворяющую уравнению связи $\mathbf{g}(\mathbf{x}') = \mathbf{b}'$. Условие $\mathbf{x}' \in U'$ равносильно $\mathbf{x} \in U_\varepsilon(\hat{\mathbf{x}})$, а условие $\mathbf{g}(\mathbf{x}') = \mathbf{b}'$ равносильно $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}$, откуда следует, что $f(\mathbf{x}) \leq f(\hat{\mathbf{x}})$, а поскольку преобразование подобия сохраняет знак неравенства между значениями f , то и $f(\mathbf{x}') \leq f(k\hat{\mathbf{x}})$, откуда и следует, что $k\hat{\mathbf{x}}$ — точка условного максимума.

Для точек условного минимума рассуждения аналогичны. Теорема доказана.

Рассмотрим задачу (4) с гомотетичными целевой функцией и левой частью ограничения, состоящего из одного уравнения. Справедлива теорема 8.

Теорема 8. При изменении правой части ограничения в допустимых пределах (в пределах множества значений функции g на луче) в задаче отыскания условного экстремума с одним уравнением связи точки условного экстремума смещаются по лучам, выходящим из начала координат.

Доказательство. Пусть $\hat{\mathbf{x}}_0$ — точка условного экстремума функции f при условии $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}$ и задано новое ограничение $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}'$, причем $\mathbf{b}' \in E_{\mathbf{g}}$. Рассмотрим представление функции g в виде $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \varphi(h(\mathbf{x}))$, где $h \in H^p(D)$, $p \neq 0$, φ строго монотонна на E_h . Найдем коэффициент подо-

бия k из условия $g(k\hat{\mathbf{x}}_0) = b'$. Это уравнение равносильно $h(k\hat{\mathbf{x}}_0) = \varphi^{-1}(b')$, или $k^p h(\hat{\mathbf{x}}_0) = \varphi^{-1}(b')$, откуда

$$k = \left(\frac{\varphi^{-1}(b')}{b} \right)^{1/p}.$$

Согласно теореме 7, преобразование подобия с коэффициентом k переводит точку $\hat{\mathbf{x}}_0$ условного экстремума функции f с ограничением $g(\mathbf{x}) = b$ в точку $\hat{\mathbf{x}}_1 = k\hat{\mathbf{x}}_0$ условного экстремума того же типа с ограничением $g(\mathbf{x}) = b'$ (так подобран коэффициент k).

Если же при ограничении $g(\mathbf{x}) = b'$ существует какая-то другая точка $\hat{\mathbf{x}}_1^*$ условного экстремума, то на соответствующем луче точка $\hat{\mathbf{x}}_0^* = \hat{\mathbf{x}}_1^* / k$ является точкой условного экстремума при ограничении $g(\mathbf{x}) = b$. Таким образом, имеется взаимно однозначное соответствие между точками условного экстремума в задачах с разными ограничениями.

Теорема доказана.

Замечание. Для задачи с большим числом ограничений при изменении правых частей ограничений точки условного экстремума смещаются не обязательно по лучам. В этом случае точка условного экстремума $\hat{\mathbf{x}}(b_1, \dots, b_m)$ является функцией, вообще говоря, нескольких переменных и может являться m -мерной поверхностью (это уже теорема о неявной функции). Согласно теореме 7, эта поверхность состоит из лучей, но смещение точек условного экстремума по этим лучам будет происходить только при «синхронизированном» изменении правых частей ограничений.

В связи с доказанной теоремой рассмотрим две взаимно обратные задачи, в которых целевая функция и левая часть единственного ограничения предполагаются гомотетичными, а точка условного экстремума для каждого допустимого значения b единственной.

Задача 1. Как изменится значение целевой функции в точке условного экстремума, если ограничение $g(\mathbf{x}) = b$ заменить на $g(\mathbf{x}) = b'$?

Задача 2. Как следует изменить правую часть ограничения, чтобы значение целевой функции увеличилось на $p\%$ (на столько-то единиц и т.п. в зависимости от задачи)?

Чтобы не решать задачи оптимизации, в обоих случаях нужно поступить следующим образом.

1. Проверить выполнение условий теоремы 8 и, сославшись на нее, обосновать, что точка условного экстремума смещается по лучу.

2. Отыскать коэффициент подобия исходя из условия задачи, как это сделано в доказательстве теоремы.

3. Используя коэффициент подобия, вычислить изменение значения целевой функции в задаче 1 или значения правой части ограничения в задаче 2.

Пример задачи 1. Пусть кривая производственных возможностей некоторой фирмы описывается уравнением

$$3x_1^2 - x_1x_2 + 2x_2^2 = b,$$

где x_1 и x_2 — объемы выпускаемых товаров, а b — объем некоторого ресурса; функция полезности имеет вид

$$U(x_1, x_2) = \ln(x_1^2 x_2) + 2.$$

Не решая задачу оптимизации, определите, как изменится оптимальное значение целевой функции, если увеличить объем ресурса на $p\%$?

Решение. Оптимальное (максимальное) значение целевой функции определяется с помощью задачи отыскания значения условного максимума в задаче

$$\begin{cases} u(\mathbf{x}) = \ln(x_1^2 x_2) + 2 \rightarrow \max, \\ g(\mathbf{x}) = 3x_1^2 - x_1x_2 + 2x_2^2 = b, \\ x_1, x_2 > 0. \end{cases}$$

1. Существование точки условного максимума следует из графических соображений: ограничение задает вогнутую кривую, изокванты целевой функции выпуклы, а ее градиент направлен на северо-восток. Целевая функция гомотетична, так как функция $\varphi(z) = \ln z + 2$ строго монотонна на области определения, а функция $h(\mathbf{x}) = x_1^2 x_2$ однородна третьей степени, а ограничение задано однородной функцией второй степени. Поэтому точки условного максимума $\hat{\mathbf{x}}$ при изменении правой части ограничения сдвигаются по лучу.

2. Пусть сдвиг точки экстремума вдоль луча задан коэффициентом подобия k . В силу однородности g получаем новое значение правой части ограничения $b' = k^2 b$. С другой стороны, оно увеличивается на $p\%$, откуда

$$k^2 = 1 + \frac{p}{100}.$$

3. Вычислим приращение значения целевой функции при преобразовании подобия с коэффициентом k :

$$\begin{aligned} \Delta u &= \ln(h(k\hat{\mathbf{x}})) + 2 - (\ln(h(\hat{\mathbf{x}})) + 2) \\ &= \ln(k^3 h(\hat{\mathbf{x}})) - \ln(h(\hat{\mathbf{x}})) = 3\ln k. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем, что полезность вырастет на

$$\Delta u = \frac{3}{2} \ln \left(1 + \frac{p}{100} \right).$$

(При достаточно малых p эта величина примерно равна $\frac{3p}{200}$.)

Пример задачи 2. В условиях предыдущей задачи нужно определить, как изменился объем ресурса, если полезность фирмы уменьшилась на a единиц (т. е. $\Delta u = -a$).

Аргументация первого пункта (обоснование метода) остается такой же, как в предыдущем примере.

Коэффициент преобразования подобия, переводящего одну точку условного экстремума в другую, вычисляется на основе преобразований (6) из уравнения

$$3 \ln k = \Delta u = -a, \text{ т. е. } k = e^{-a/3}.$$

Так как ограничение задается однородной функцией второй степени, то новая величина ресурса равна $k^2 b$, т. е. она умножилась на коэффициент $e^{-2a/3}$. Или можно сказать, что сократилась на $(1 - e^{-2a/3}) \cdot 100\%$. При достаточно малых a это сокращение примерно на $\frac{200a}{3}\%$.

1.2.8. Свойства точек условного экстремума для задач с однородными функциями

Пусть в задаче

$$\begin{cases} f(\mathbf{x}) \rightarrow \text{extr}, \\ g(\mathbf{x}) = b, \end{cases} \quad (7)$$

скалярные функции f и g однородны ненулевой степени:

$$f \in H^p(D), \quad g \in H^q(D), \quad p, q \neq 0,$$

b — параметр. Домножив при необходимости ограничение на -1 , можем для определенности считать, что $b > 0$.

Пусть $\mathbf{x}_0 = \hat{\mathbf{x}}(b_0)$ — точка строгого условного экстремума в задаче (9) для $b = b_0$.

Пусть

- $\hat{\mathbf{x}}(b)$ — точка условного экстремума, лежащая на луче $k\mathbf{x}_0$ и соответствующая значению параметра b того же знака, что и b_0 ;
- $V(b) = f(\hat{\mathbf{x}}(b))$ — функция экстремума.

Из теоремы 8 следует, что обе эти функции аргумента b определены на полупрямой $b > 0$.

Теорема 9. В приведенных выше условиях точка условного экстремума $\hat{\mathbf{x}}(b)$ является однородной функцией степени $1/q$, функция экстремума $V(b)$ — однородная функция степени p/q :

$$\hat{\mathbf{x}} \in H^{\frac{1}{q}}(0, +\infty), \quad V \in H^{\frac{p}{q}}(0, +\infty).$$

Доказательство. Пусть фиксирована точка условного экстремума $\hat{\mathbf{x}}(b)$ для некоторого $b, t > 0$. Точка $\hat{\mathbf{x}}(tb)$ получается из $\hat{\mathbf{x}}(b)$ преобразованием подобия с некоторым коэффициентом $k > 0$:

$$\hat{\mathbf{x}}(tb) = k\hat{\mathbf{x}}(b). \quad (8)$$

Зависимость между t и k найдем из соотношения $g(\hat{\mathbf{x}}(b)) = b$, которое справедливо для любого $b > 0$. Таким образом,

$$tb = g(\hat{\mathbf{x}}(tb)) = g(k\hat{\mathbf{x}}(b)) = k^q g(\hat{\mathbf{x}}(b)) = k^p b,$$

откуда $k = t^{1/q}$.

Подставив это равенство в (8), получаем

$$\hat{\mathbf{x}}(tb) = t^{1/q} \hat{\mathbf{x}}(b),$$

то есть однородность функции $\hat{\mathbf{x}}(b)$ степени $1/q$.

Согласно лемме об однородности сложной функции, функция $V(b) = f(\hat{\mathbf{x}}(b))$ однородна степени p/q , поскольку $f \in H^p(D)$, $\hat{\mathbf{x}} \in H^{1/q}(0, +\infty)$, а ее значения лежат в D .

Замечание. Приведенное доказательство не предполагает никаких условий гладкости f и g , а тем более условий на градиенты функций. Поэтому и о множителе Лагранжа в этой теореме не говорится. Множитель Лагранжа возникает только в случае выполнения дополнительных условий.

Теорема 10. Пусть в дополнение к условиям теоремы 9:

- функции f и g непрерывно дифференцируемы в области D ,
- $\text{grad } g|_{\hat{\mathbf{x}}(b_h)} \neq 0$.

Тогда $\hat{\lambda}(b)$ — множитель Лагранжа в точке условного экстремума $\hat{\mathbf{x}}(b)$ — является однородной функцией аргумента b степени $\frac{p}{q} - 1$:

$$\hat{\lambda} \in H^{\frac{p-1}{q}}(0, +\infty).$$

Доказательство. Мы предполагаем, что функция Лагранжа имеет вид

$$L = f + \lambda(b - g),$$

и согласно необходимому условию условного экстремума, $\hat{\lambda}(b)$ является коэффициентом пропорциональности градиентов f и g в точке условного экстремума $\hat{x}(b)$. Выберем переменную x_i , по которой $\frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{\hat{x}(b_0)} \neq 0$. Тогда

$$\hat{\lambda}(b) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} : \frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{x=\hat{x}(b)}.$$

Производные являются однородными функциями аргумента x степеней $p-1$ и $q-1$ соответственно, поэтому их отношение как функция от x имеет степень $p-q$, а функция $\hat{x}(b)$, как было доказано выше, однородна степени $1/q$. По теореме об однородности сложной функции получаем, что степень однородности $\hat{\lambda}(b)$ равна $\frac{p-q}{q}$, что и требовалось.

Заметим, что этот результат можно получить из теоремы о маргинальных значениях, которая утверждает, что при определенных условиях производная функции экстремума по b равна значению множителя Лагранжа. Правда, при этом требуются дополнительные предположения. Но это уже другая история.

1.2.9. Дополнение. Однородные функции и дифференциальные уравнения

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений на плоскости

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y), \\ \dot{y} = g(x, y), \end{cases} \quad f, g \in H^p(D) \cap C^1(D). \quad (9)$$

Теорема 11. *Преобразование подобия отображает взаимно однозначно точки одной траектории, задаваемой системой (9), в точки другой траектории этой системы. Одно решение отображается в другое решение путем замены переменных вида*

$$\tilde{t} - \tilde{t}_0 = \frac{t - t_0}{k^{p-1}}, \tilde{x}(\tilde{t}) = kx(t), \tilde{y}(\tilde{t}) = ky(t).$$

Доказательство. Этот факт геометрически совершенно нагляден. Рассмотрим две кривые, одна из которых является траекторией системы, а другая получается из нее преобразованием подобия с коэффициентом k . Вектор $(f(kx, ky); g(kx, ky))$ коллинеарен вектору $(f(x, y); g(x, y))$, который, в свою очередь, касается первой траектории в точке $(x; y)$, поэтому вектор $(f(kx, ky); g(kx, ky))$ касается второй кривой в точке $(kx; ky)$, и его можно рассматривать как вектор скорости движения точки по второй кривой.

Отсюда легко посчитать, как относятся времена прохождения подобных (гомотетичных) участков: путь умножается на k , скорость на k^p , поэтому время прохождения участка делится на k^{p-1} .

Приведем формальное доказательство. Рассмотрим решение $(x(t); y(t))$ задачи Коши, задаваемой системой (11) и начальными условиями $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$ (без ограничения общности мы считаем, что $t_0 = 0$, $\tilde{t}_0 = 0$). Это решение удовлетворяет системе интегральных уравнений

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \int_0^t f(x(\tau), y(\tau)) d\tau, \\ y(t) = y_0 + \int_0^t g(x(\tau), y(\tau)) d\tau. \end{cases}$$

Положим

$$\tilde{t} = \frac{t}{k^{p-1}}, \tilde{\tau} = \frac{\tau}{k^{p-1}}, \tilde{x}(\tilde{t}) = kx(\tau), \tilde{y}(\tilde{t}) = ky(\tau). \quad (10)$$

Эти соотношения показывают, что для нашего преобразования подопытия на одном луче лежат точки $(x(t); y(t))$ и $(\tilde{x}(\tilde{t}); \tilde{y}(\tilde{t}))$. Покажем, что векторная функция $(\tilde{x}(\tilde{t}); \tilde{y}(\tilde{t}))$ удовлетворяет системе интегральных уравнений

$$\begin{cases} \tilde{x}(\tilde{t}) = kx_0 + \int_0^{\tilde{t}} f(\tilde{x}(\tilde{\tau}), \tilde{y}(\tilde{\tau})) d\tilde{\tau}, \\ \tilde{y}(\tilde{t}) = ky_0 + \int_0^{\tilde{t}} g(\tilde{x}(\tilde{\tau}), \tilde{y}(\tilde{\tau})) d\tilde{\tau}, \end{cases}$$

а значит, она удовлетворяет системе (9) и начальным условиям $\tilde{x}_0 = kx_0$, $\tilde{y}_0 = ky_0$. Для этого в последних интегралах сделаем приведенную выше замену переменных (мы проведем эту замену только для первого интеграла, для второго выкладки аналогичны). Получим

$$\begin{aligned} \tilde{x}(\tilde{t}) &= kx_0 + \int_0^{\tilde{t}} f(\tilde{x}(\tilde{\tau}), \tilde{y}(\tilde{\tau})) d\tilde{\tau} = kx_0 + \int_0^t f(kx(\tau), ky(\tau)) \frac{d\tau}{k^{p-1}} = \\ &= kx_0 + \int_0^t k^p f(x(\tau), y(\tau)) \frac{d\tau}{k^{p-1}} = \\ &= kx_0 + k \int_0^t f(x(\tau), y(\tau)) d\tau = kx(t) = \tilde{x}(\tilde{t}), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Следствие. Если система (9) имеет периодическую траекторию с периодом T , то преобразование подобия с коэффициентом k отображает ее в траекторию с периодом $\frac{T}{k^{p-1}}$. В частности, если $p = 1$, то периоды движения по замкнутым подобным траекториям совпадают.

Замечание. Приведенная выше теорема легко обобщается на системы любой конечной размерности.

Литература

1. *Вэриан Х. Р.* Микроэкономика. Промежуточный уровень. Современный подход. — М.: ЮНИТИ, 1997. — 767 с.
2. *Черемных Ю. Н.* Микроэкономика. Продвинутый уровень. — М.: ИНФРА-М, 2008. — 844 с.
3. *Simon C. P., Blum L.* Mathematics for Economists. — W. W. Norton & Company, Inc., 1994. — 930 p.

Найди математическое ожидание, дисперсию, корреляционную функцию, асимметрию, эксцесс, обеспеченность, плотность распределения и спи спокойно.

Георгий Александров

ГЛАВА 1.3

МЕТОДЫ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОСЛЕДСТВИЙ ВЫБОРА ПОЛИТИКИ

В этой главе на примере анализа воздействия режимов монетарной политики на динамику макроэкономических показателей описан подход к эконометрическому моделированию последствий выбора экономической политики.

Развитие макроэкономической науки в последние десятилетия было ознаменовано значительным прогрессом в таких разделах теории, как денежно-кредитная политика и долгосрочный экономический рост. Тем не менее на их стыке остаются пробелы, требующие восполнения и соответствующих исследовательских усилий. Влияние выбора режима монетарной политики на экономический рост — один из таких примеров. Проблема имеет практическое значение для многих экономик с развивающимися рынками, сталкивающихся с необходимостью преодоления повышенного инфляционного фона и волатильности курса национальной валюты.

В частности, эта проблема актуальна для России, где центральный банк перешел к таргетированию инфляции в 2014 г., однако дискуссия по поводу оправданности этого решения не утихает в академическом сообществе до сих пор. Причина споров состоит в том, что переход к такому режиму ДКП может оказывать два противоположных эффекта на динамику выпуска. С одной стороны, жесткая политика денежных властей вызывает повышение номинальных процентных ставок, что делает заемные средства менее доступными для экономических агентов, оказывает дестимулирующее воздействие на инвестиции и, следовательно, на экономический

рост. С другой стороны, в долгосрочной перспективе достижение ценовой стабильности, напротив, может создать более благоприятные условия для роста экономики.

Наиболее современные эмпирические исследования, посвященные анализу воздействия выбора целевого ориентира монетарной политики на долгосрочную динамику выпуска [1; 2; 3; 4; 5], приходят к общему выводу о том, что второй (позитивный) эффект от перехода к инфляционному таргетированию оказывается преобладающим. Содержательно работоспособность этого канала может быть объяснена следующим образом: переход к инфляционному таргетированию позволяет снизить инфляционные ожидания, уровень и волатильность инфляции (в работах [6] и [7] показано, что это действительно так, по крайней мере для развивающихся стран). Достижение ценовой стабильности, в свою очередь, приводит к уменьшению реальных процентных ставок, а также к снижению общего уровня неопределенности, с которым сталкиваются фирмы. Эти два фактора позитивно сказываются на динамике реальных инвестиций и в конечном счете приводят к увеличению потенциального ВВП.

Авторы всех упомянутых работ осуществляют эконометрическое моделирование, разделяя анализируемые страны на группы развитых и развивающихся экономик. Это позволяет усомниться в надежности полученных выводов, так как анализируемые совокупности стран являются существенно неоднородными, и нет уверенности в том, что воздействие этой неоднородности в полной мере нивелируется используемыми контрольными переменными и фиксированными эффектами.

Поэтому целесообразно проверить устойчивость выявленного положительного эффекта использования инфляционного таргетирования на долгосрочную динамику выпуска путем анализа более однородных выборок стран. Именно этой цели посвящено данное исследование.

1.3.1. Методика эконометрического моделирования последствий выбора режима монетарной политики

Использование моделей работы на панельных данных обладает рядом преимуществ по сравнению с пространственными регрессиями и временными рядами. Оно позволяет, с одной стороны, отличить эффект перехода к новому режиму монетарной политики от прочих шоков, с которыми столкнулась экономика данной страны в момент перехода, а с другой стороны, учесть как индивидуальные особенности каждой страны, так и межвременные эффекты.

Обычно исследования в этой области анализируют последствия выбора только одного из возможных целевых ориентиров денежно-кредитной политики, в то время как остальные альтернативы не рассматрива-

ются. Как отмечается в диссертации Картаева Ф.С.¹, такая стратегия может приводить к возникновению смещения из-за пропуска существенных переменных. Поясним это на следующем простом примере. Представим, что некоторая зависимая переменная определяется только выбором режима монетарной политики:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 IT_i + \beta_2 ERT_i + \beta_3 MT_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

где для случайных ошибок ε_i выполнены все предпосылки классической линейной модели множественной регрессии со стохастическими объясняющими переменными, а ERT_i , IT_i , MT_i — фиктивные переменные режимов фиксированного валютного курса, таргетирования инфляции и таргетирования денежной массы соответственно. Если все переменные одновременно равны нулю, то данная страна придерживается режима монетарной политики без явного номинального якоря.

Представим, что истинное значение коэффициента $\beta_1 = 0$, т.е. инфляционное таргетирование не влияет на зависимую переменную. Представим также, что использование альтернативных режимов влияет на нее положительно: $\beta_2 > 0$ и $\beta_3 > 0$. Если в этом случае исследователь будет игнорировать все режимы, кроме инфляционного таргетирования, и оценит парную регрессию y_i по IT_i , то предел по вероятности для МНК-оценки коэффициента β_1 в этой регрессии будет равен:

$$\widehat{\beta}_1 \xrightarrow{p} \frac{\beta_2 \text{cov}(ERT_i, IT_i) + \beta_3 \text{cov}(MT_i, IT_i)}{\text{var}(IT_i)} < 0.$$

Таким образом, в этом случае исследователь скорее всего придет к ошибочному (для нашего примера) выводу о негативном влиянии инфляционного таргетирования на зависимую переменную. Для устранения указанной проблемы следует осуществлять всесторонний анализ воздействия выбора номинального якоря монетарной политики на долгосрочный выпуск (с одновременным учетом всех возможных альтернатив: валютного курса, денежной массы, инфляции или использования политики без явного номинального якоря).

Информационная база исследования включает межстрановые данные за период с 1999 по 2015 г. Всего в выборку включены данные по 188 странам. При этом для некоторых стран информация доступна не для всех рассматриваемых лет, поэтому число наблюдений в эконометрических моделях может быть не кратно числу стран.

¹ *Картаев Ф. С.* Моделирование влияния выбора целевого ориентира монетарной политики на экономический рост: дисс. ... доктора экономических наук по специальности 08.00.13. М.: МГУ, 2017. URL: <https://istina.econ.msu.ru>

Оценивалась следующая базовая спецификация уравнения:

$$\ln GDP_{i,t} = \sum_{j=1}^p \alpha_j ERT_{i,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_j IT_{i,t-j} + \sum_{j=1}^p \gamma_j MT_{i,t-j} + \delta X_{i,t} + \mu_i + \varepsilon_{i,t}.$$

Здесь индекс i характеризует страну, а индекс t — период времени; $\ln GDP$ — логарифм реального ВВП; ERT , IT , MT — фиктивные переменные режимов фиксированного валютного курса, таргетирования инфляции и таргетирования денежной массы соответственно; X — вектор контрольных переменных; μ_i — фиксированные страновые эффекты; $\varepsilon_{i,t}$ — случайные ошибки.

Для оценивания параметров в базовой спецификации мы использовали модель с фиксированными эффектами. Как видно из уравнения, переменные, характеризующие режим ДКП, включались в уравнение с лагом, чтобы снизить риск возникновения проблемы эндогенности.

Порядок максимального лага p в основной спецификации равнялся трем годам. Для проверки устойчивости результатов также оценивались спецификации для p , равного четырем и пяти годам. При такой специ-

фикации сумма $\sum_{j=1}^p \beta_j$ может быть интерпретирована как накопленный за p лет долгосрочный эффект (так называемый долгосрочный динамический мультипликатор) применения инфляционного таргетирования, характеризующий изменение реального ВВП по сравнению со случаем использования политики без явного номинального якоря.

Аналогично в рамках используемой спецификации могут быть оценены долгосрочный эффект перехода к таргетированию денежной массы (сумма $\sum_{j=1}^p \gamma_j$) или к режиму фиксированного курса (сумма $\sum_{j=1}^p \alpha_j$). Подробнее об используемой методологии см. [5, 84–85].

Набор контрольных переменных определялся в соответствии с работами [1, 542] и [9, 114].

Все прочие неизменные во времени (или изменяющиеся медленно) специфические страновые особенности, а также уровень экономического развития каждой из стран в начальный момент анализируемого периода времени автоматически учитываются в фиксированных страновых эффектах.

Особенностью данного исследования по сравнению с упомянутыми работами является учет в явном виде региональных отличий анализируемых стран. С целью анализа и сопоставления особенностей последствий использования различных режимов ДКП мы проанализировали ряд отдельных подвыборок:

- европейские страны;
- страны Азии;

- страны Африки;
- страны Южной Америки.

Мы не оценивали отдельно модель для Северной Америки и Австралии, так как выборка в этом случае была бы слишком мала. Однако данные по странам с этих континентов использовались при оценке модели по полной выборке.

Кроме того, была выделена одна подвыборка не по географическому признаку, а по другому критерию, который тем не менее является важным с точки зрения анализа эффективности денежно-кредитной политики: подвыборка переходных экономик.

Наконец, отдельно анализировались несколько групп стран, разделенных по уровню этнолингвистического разнообразия. Были выделены три группы стран: характеризующиеся высоким, средним и низким уровнями разнообразия.

В качестве переменной, на основе которой осуществлялось деление, использовался индекс разнообразия Гринберга. Он равен вероятности того, что любые два выбранных наугад жителя страны будут говорить на разных языках. Таким образом, самое высокое теоретически возможное значение этого индекса равно единице и соответствует ситуации, когда каждый человек в стране говорит на своем языке. Самое низкое значение индекса — ноль, оно соответствует ситуации, когда в стране все говорят на одном и том же языке. См. подробнее в [10].

Источник всех данных, кроме информации об уровне этнолингвистического разнообразия, — база данных Международного валютного фонда (МВФ). Данные по разнообразию взяты из Ethnologue Global Dataset¹.

1.3.2. Моделирование воздействия выбора целевого ориентира монетарной политики на динамику выпуска по подвыборкам стран

В табл. 1 представлены оценки долгосрочного эффекта выбора целевого ориентира денежно-кредитной политики для всех анализируемых подвыборок (и, для сравнения, по полной выборке стран). Более подробные результаты моделирования с оценками коэффициентов при контрольных переменных и другими характеристиками качества уравнения можно найти в табл. П.1–П.2 в Приложении.

Абсолютно во всех спецификациях долгосрочный динамический мультипликатор перехода к инфляционному таргетированию является положительным и статистически значимым. Таким образом, можно заключить, что накопленный эффект от перехода к инфляционному таргетированию

¹ URL: <https://www.ethnologue.com/> (дата обращения 14.07.2017).

является позитивным для всех рассматриваемых групп стран независимо от их специфических особенностей.

Использование альтернативных целевых ориентиров монетарной политики не позволяет получить столь же устойчивого положительного воздействия на долгосрочную динамику реального ВВП. Для подвыборок «Европа», «Азия», «Южная Америка» и «Африка» соответствующие долгосрочные мультипликаторы отличаются от нуля статистически незначимо.

Полученный результат говорит об устойчивости выводов работы [5], полученных при анализе развитых и развивающихся экономик. Переход к более однородным данным не меняет выводов моделирования, что косвенно говорит в пользу их надежности.

Интересно отметить специфическую особенность переходных экономик. Для них использование валютного курса или номинальной денежной массы в качестве целевого ориентира также оказывает значимое позитивное воздействие на выпуск (см. последние строки правого столбца табл. 1). Таким образом, отказ от дискреционной политики в пользу любого номинального якоря для таких экономик позволяет снизить инфляционные ожидания, достичь ценовой стабильности, что способствует росту инвестиций и в конечном счете стимулирует выпуск. Впрочем, и для этого типа стран инфляционное таргетирование является предпочтительным вариантом денежно-кредитной политики, так как долгосрочный динамический мультипликатор использования этого режима является не только положительным, но и самым большим по абсолютной величине.

Таблица 1

Долгосрочные эффекты воздействия перехода к различным целевым ориентирам монетарной политики (по сравнению с политикой без явного номинального якоря)

Выборка	Полная выборка	Европа	Азия
Долгосрочный эффект таргетирования инфляции	0,267 (0,041)	0,201 (0,044)	0,416 (0,063)
Долгосрочный эффект использования валютного курса в качестве номинального якоря	0,057 (0,039)	-0,024 (0,041)	0,108 (0,087)
Долгосрочный эффект таргетирования денежной массы	0,087** (0,035)	0,072 (0,025)	0,167 (0,089)
Выборка	Африка	Южная Америка	Переходные экономики
Долгосрочный эффект таргетирования инфляции	0,237*** (0,060)	0,238** (0,094)	0,417*** (0,062)

Окончание табл. 1

Выборка	Полная выборка	Европа	Азия
Долгосрочный эффект использования валютного курса в качестве номинального якоря	0,088 (0,064)	0,008 (0,068)	0,299*** (0,042)
Долгосрочный эффект таргетирования денежной массы	0,063 (0,040)	0,015 (0,079)	0,310*** (0,061)

Примечания. В скобках под оценками эффектов указаны робастные стандартные ошибки. Символы ** и *** означают значимость на пяти- и однопроцентном уровнях соответственно.

Источник: рассчитано автором.

1.3.3. Моделирование воздействия выбора целевого ориентира монетарной политики на динамику выпуска с учетом уровня разнообразия

Все страны были разделены на три группы, в качестве критериев разделения использовались 33-процентный квантиль и 67-процентный квантиль распределения по уровню разнообразия. Важно отметить, что в каждой группе стран имеется достаточное количество наблюдений, относящихся к каждому из режимов монетарной политики. Во всех группах преобладающим целевым ориентиром является валютный курс (47%, 54% и 52% от общего числа наблюдений соответственно в группах стран с низким, средним и высоким уровнями разнообразия). Таргетирование денежной массы чаще всего используется в странах с высоким уровнем этнолингвистического разнообразия (9%, 11% и 19%). Оставшиеся наблюдения относятся к случаю применения политики без явного номинального якоря. Инфляционное таргетирование, напротив, чаще встречается в странах с низким уровнем разнообразия (20%, 10% и 9%).

Характерным примером страны с однородным этнолингвистическим составом, использующей инфляцию в качестве целевого ориентира, является Чили. В качестве противоположного примера (с высоким уровнем разнообразия) можно привести Израиль. К группе стран со средним уровнем этнолингвистического разнообразия относится в числе прочих Турция, которая несколько лет назад совершила успешный переход к этому же режиму ДКП.

Альтернативной эмпирической стратегией могло бы быть не разделение стран на подвыборки, а включение переменной разнообразия в качестве самостоятельного регрессора в модель. Мы не использовали такой подход, так как этнолингвистические характеристики стран меняются во времени довольно медленно, поэтому в рамках методологии модели с фиксированными эффектами их воздействие не могло бы быть иден-

тифицировано из-за невозможности отличить его от прочих специфических страновых характеристик, которые постоянны во времени или изменяются очень плавно.

В табл. 2 представлены оценки долгосрочных накопленных динамических мультипликаторов, отражающих воздействие целевого ориентира ДКП на выпуск в группах стран с низким, средним и высоким уровнями разнообразия. Как видно из табл. П1 Приложения, коэффициенты при контрольных переменных имеют разумные с точки зрения макроэкономической теории знаки.

Таблица 2

**Долгосрочные эффекты воздействия перехода
к различным целевым ориентирам монетарной политики для стран
с различным уровнем разнообразия
(по сравнению с политикой без явного номинального якоря)**

Выборка	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Долгосрочный эффект таргетирования инфляции	0,205*** (0,058)	0,288*** (0,072)	0,375*** (0,099)
Долгосрочный эффект использования валютного курса в качестве номинального якоря	0,042 (0,037)	0,0243 (0,089)	0,099 (0,084)
Долгосрочный эффект таргетирования денежной массы	0,013 (0,038)	0,051 (0,087)	0,155** (0,065)

Примечания. В скобках под оценками эффектов указаны робастные стандартные ошибки. Символы ** и *** означают значимость на пяти- и однопроцентном уровнях соответственно.

Источник: рассчитано автором.

Можно заключить, что во всех проанализированных группах стран использование инфляции в качестве целевого ориентира на горизонте в три года приводит к статистически значимому росту выпуска как по сравнению с политикой без явного номинального якоря, так и по сравнению с использованием альтернативных таргетов. Причем чем выше уровень разнообразия, тем при прочих равных условиях сильнее позитивный эффект от применения режима инфляционного таргетирования¹.

Содержательное объяснение такого характера взаимосвязи между уровнем разнообразия и эффективностью ДКП нуждается в отдельном исследовании. Однако можно отметить, что вывод о важности этнолинг-

¹ Для стран, характеризующихся высоким уровнем разнообразия, также наблюдается значимый позитивный эффект от применения таргетирования денежной массы. Этот результат, однако, неустойчив, поэтому следует относиться к нему с осторожностью.

вистических характеристик согласуется с работой [11]. В ней отмечается, что решение о принятии страной режима инфляционного таргетирования коррелировано с преобладанием английского языка в этой стране.

Рассмотрим исторические примеры реализации этого режима ДКП, позволяющие показать, что инфляционное таргетирование действительно с успехом применяется странами, относящимися к каждой из рассмотренных подвыборок.

К группе стран с низким уровнем разнообразия относится Бразилия, которая перешла к инфляционному таргетированию в 2000 г. В течение первого года инфляция находилась на целевом уровне, однако в последующие годы центральный банк Бразилии столкнулся с рядом трудностей в реализации выбранного режима: 1) существенный рост регулируемых цен, более значительный, чем рыночных; 2) усиление в 2002 г. по сравнению с 2001 г. влияния на цены колебаний валютного курса (эффект переноса валютного курса). Ситуация усугублялась тем, что денежные власти не были полностью независимыми, что дополнительно снижало доверие к ним.

В работе [12] указываются следующие шаги, предпринятые центральным банком Бразилии для преодоления указанных проблем. Был увеличен целевой уровень инфляции и расширен интервал вокруг целевого уровня, внутри которого денежные власти обязывались удерживать темпы роста цен. Это позволило учесть особенности Бразилии как развивающейся экономики, которая в значительной степени подвержена влиянию внешних шоков.

Режим инфляционного таргетирования был относительно новым для Бразилии, но оказался успешным в смысле устойчивости против значительных шоков. Высокая прозрачность политики центрального банка и достижение целевого уровня инфляции (ставшее возможным в том числе благодаря смягчению целей) позволили завоевать доверие экономических агентов. Удалось успешно контролировать инфляционные ожидания, заметно снизился уровень инфляции. Эдвардс [13] указывает на радикальное снижение эффекта переноса валютного курса, который, по его оценкам, в результате перехода к инфляционному таргетированию сократился с 0,72 до 0,06. В работе [12] отмечается уменьшение потерь в выпуске при изменении уровня инфляции.

Среди стран со средним уровнем разнообразия, перешедших к инфляционному таргетированию в течение рассматриваемого промежутка времени, интересен случай Турции. В 2001 г. в связи с крупнейшим финансовым кризисом возникла необходимость перехода от использования фиксированного валютного курса к другому режиму монетарной политики. Однако резкий переход к инфляционному таргетированию мог плохо отразиться на доверии к центральному банку.

Как справедливо указывается в [14], в экономике Турции отсутствовали предпосылки для успешного начала таргетирования инфляции: лира была сильно обесценена, инфляция в последние годы была очень высокой, механизмы денежной трансмиссии — неясными, государственный долг — большим, причем более половины его составлял внешний долг. Однако одно важное условие — независимость денежных властей — выполнялось благодаря принятию в 2001 г. Закона о центральном банке Турции.

Поэтому было принято решение сначала перейти к так называемому скрытому инфляционному таргетированию, означающему стадию перехода от поддержания стабильного валютного курса к чистому таргетированию инфляции.

Вызовы для прогнозирования и контроля уровня инфляции, с которыми столкнулся центральный банк:

- 1) фискальное доминирование из-за большого государственного долга и связанная с этим неясность механизма кредитно-денежной трансмиссии, сильные колебания премии за риск;
- 2) значительный эффект переноса;
- 3) слабое развитие банковского сектора;
- 4) неэффективность методов обработки и получения информации (например, недостатки в составе потребительской корзины, невозможность проводить сезонную подстройку данных).

Эти проблемы затрудняли возможность центрального банка публиковать прогнозы уровня инфляции и, следовательно, подрывали доверие населения.

Центральный банк Турции избрал политику «наклона против ветра». За весь период 2002–2005 гг. он ни разу не поднимал ключевую ставку процента. Вместо этого опирался на фискальные реформы и использовал все доступные каналы, чтобы убедить общественность в том, что экономика стабилизируется при новой монетарной политике. Рост ключевой ставки означает увеличение премии за риск, что может повлечь за собой отток капитала, затем обесценение национальной валюты и в результате эффекта переноса рост уровня инфляции.

В первые три года (2002–2004) политика турецких денежных властей была дискреционной и непрозрачной при принятии решений.

Переход к режиму чистого таргетирования инфляции ставил перед центральным банком три основные задачи:

- 1) улучшение технических сторон анализа и прогнозирования уровня инфляции;
- 2) обеспечение доступной и качественной информации для населения;
- 3) обеспечение предсказуемости и систематичности принятия решений центральным банком.

Совместное установление целей денежными властями и правительством, фискальная дисциплина, а также последовательная политика центрального банка привели к укреплению его репутации и снижению инфляционных ожиданий. Значительно уменьшилась разница между ожидаемым и фактическим уровнем инфляции. Уменьшились колебания валютного курса, снизилась премия за риск. В результате уменьшились номинальная и реальная процентные ставки. Кроме того, уменьшилось влияние колебаний валютного курса на уровень инфляции.

В конце 2004 г. центральный банк анонсировал переход к чистому инфляционному таргетированию к 2006 г. Он использовал оставшееся время для последних приготовлений к новой политике и объявил о них населению. Основные нововведения для режима чистого инфляционного таргетирования:

- 1) принятие решений Комитетом монетарной политики с помощью голосования;
- 2) установление целевого ориентира и объявление прогноза уровня инфляции, публикация их в «Инфляционном отчете»;
- 3) ответственность центрального банка за отклонения уровня инфляции от намеченной цели.

Постепенный переход к инфляционному таргетированию оказался успешной политикой. Инфляция снизилась с 68% в 2001 г. до 7,7% в 2005 г., что создало условия для ускорения долгосрочного роста экономики.

Наконец, среди стран с высоким уровнем разнообразия, которым удалось успешно реализовать режим инфляционного таргетирования, можно привести пример Израиля.

Этот случай интересен в качестве иллюстрации успешного применения гибкого инфляционного таргетирования, при котором центральный банк уделяет внимание не только инфляции, но и динамике других макроэкономических показателей (в частности, валютного курса). Так, в период кризиса 2008 г. денежные власти Израиля направляли свою политику в том числе на поддержание внутренней деловой активности. Поэтому инфляция в это время превышала целевой ориентир. В связи с рецессией инфляционные ожидания упали значительно ниже цели, Банк Израиля снизил процентную ставку. В 2008–2009 гг. банк был вынужден проводить валютные интервенции, а затем из-за падения учетной ставки до рекордно низкой отметки использовать другой инструмент — покупку государственных облигаций. Все это способствовало превышению уровня инфляции над целевым. После начала восстановления экономики в 2009 г. Банк Израиля снова продолжил действия по антиинфляционной политике: были остановлены покупки государственных облигаций, валютные интервенции, повышена ставка процента.

Использованный Банком Израиля широкий арсенал инструментов ДКП позволил ему не допускать сильных отклонений инфляции от целевого уровня и в то же время не создавать угроз для долгосрочного роста экономики. Эмпирические свидетельства в пользу того, что гибридный вариант инфляционного таргетирования, в рамках которого центральный банк осуществляет управление валютным курсом, может позитивно влиять на долгосрочную динамику выпуска, обсуждаются в статье [15].

1.3.4. Моделирование воздействия выбора целевого ориентира монетарной политики на динамику выпуска для стран-нефтеэкспортеров

Авторы всех указанных работ концентрируются на анализе развитых или развивающихся экономик или рассматривают обе эти группы стран одновременно. При этом ни в одном из исследований не анализируются отдельно специфические особенности стран, являющихся крупными нефтеэкспортерами. В то же время существенная подверженность подобных экономик внешним шокам цен на энергоресурсы может сказываться на сравнительной эффективности различных режимов монетарной политики. Актуальна эта проблема и для России. Так, в ряде работ отечественных исследователей (см., например, [3.a]) высказываются сомнения по поводу того, что решение об отказе Центрального банка Российской Федерации от режима фиксированного валютного курса и переход к инфляционному таргетированию являются целесообразными для сильно зависимой от экспорта энергоресурсов экономики России.

Поэтому представляется важным оценить воздействие выбора целевого ориентира монетарной политики на долгосрочную динамику реального ВВП в странах-нефтеэкспортерах. Решению этой задачи посвящено наше исследование.

Для получения оценок интересующих нас параметров мы применяли модель с фиксированными эффектами. Нами использовались данные за период 1999–2014 гг. по 189 развитым и развивающимся странам мира. Оценивалась следующая спецификация уравнения регрессии:

$$\begin{aligned} \ln GDP_{i,t} = & \sum_{j=1}^p \alpha_j \cdot ERT_{i,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot IT_{i,t-j} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \cdot MT_{i,t-j} + \\ & + \sum_{j=1}^p \alpha_j^{Oil} \cdot OilExporter_i \cdot ERT_{i,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_j^{Oil} \cdot OilExporter_i \cdot IT_{i,t-j} + \\ & + \sum_{j=1}^p \gamma_j^{Oil} \cdot OilExporter_i \cdot MT_{i,t-j} + \delta \cdot X_{it} + \mu_i + \varepsilon_{it}. \end{aligned}$$

Здесь индекс i характеризует страну, а индекс t — период времени; $\ln GDP$ — логарифм реального ВВП; ERT , IT , MT — фиктивные переменные режимов таргетирования валютного курса, инфляции и денежной массы соответственно; X — вектор контрольных переменных; μ_i — фиксированные страновые эффекты; ε_{it} — случайные ошибки; $OilExporter$ — фиктивная переменная, равная единице для 15 стран, которые по состоянию на 2014 г. являлись крупнейшими экспортерами нефти. К этим странам относятся: Ангола, Арабские Эмираты, Венесуэла, Ирак, Иран, Казахстан, Канада, Катар, Кувейт, Ливия, Мексика, Нигерия, Норвегия, Россия и Саудовская Аравия.

Отметим, что оценка предложенной спецификации возможна, так как страны-нефтеэкспортеры на протяжении рассматриваемого промежутка времени использовали все режимы монетарной политики (как режимы с тремя различными целевыми ориентирами, так и режим монетарной политики без явного номинального якоря). В качестве примера нефтеэкспортеров, таргетировавших денежные агрегаты, можно привести Мексику, Нигерию и Иран. Инфляцию таргетировали Канада, Норвегия и снова Мексика (в течение рассматриваемого промежутка времени эта страна успела сменить режим монетарной политики). Наконец, фиксацию валютного курса в тот или иной период времени применяли многие экспортеры нефти, например, Иран, Саудовская Аравия и Россия.

Представленные перекрестные эффекты позволяют учесть особенности воздействия выбора целевого ориентира монетарной политики (валютного курса, денежной массы или инфляции) на реальный выпуск для стран — экспортеров нефти.

С учетом указанной спецификации сумма коэффициентов $\sum_{j=1}^p \alpha_j$ представляет собой долгосрочный эффект от использования фиксированного валютного курса для стран, не входящих в группу крупных нефтеэкспортеров. А сумма $\left(\sum_{j=1}^p \alpha_j + \sum_{j=1}^p \alpha_j^{Oil} \right)$ — аналогичный эффект для стран, входящих в группу крупных нефтеэкспортеров (в том числе для России). Таким же образом могут быть интерпретированы суммы коэффициентов $\sum_{j=1}^p \beta_j$ и $\left(\sum_{j=1}^p \beta_j + \sum_{j=1}^p \beta_j^{Oil} \right)$, первая из которых соответствует долгосрочному эффекту перехода к таргетированию инфляции для стран, не входящих в группу крупных нефтеэкспортеров, а вторая — для стран из этой группы, а также суммы $\sum_{j=1}^p \gamma_j$ и $\left(\sum_{j=1}^p \gamma_j + \sum_{j=1}^p \gamma_j^{Oil} \right)$, определяющие долгосрочный эф-

фект перехода к таргетированию денежной массы для стран, не являющихся и являющихся крупными нефтеэкспортерами.

Следующие переменные использовались в качестве контрольных:

- Логарифм численности населения.
- Доля инвестиций в основной капитал в ВВП.
- Уровень охвата образованием (gross enrollment ratio secondary both sexes). Эта переменная является стандартной характеристикой качества человеческого капитала.
- Уровень развития финансового сектора — отношение депозитов к ВВП.
- Открытость экономики — сумма импорта и экспорта по отношению к ВВП.
- Политическая стабильность — индекс политической стабильности, рассчитываемый Всемирным банком, характеризует вероятность возникновения политической нестабильности и политически мотивированного насилия (включая терроризм). Большему значению индекса соответствует более высокий уровень политической стабильности.
- Стабильные во времени специфические характеристики отдельных стран, а также начальный уровень их экономического развития автоматически учитывается в фиксированных страновых эффектах.

Отметим также, что все страны-нефтеэкспортеры, рассматриваемые в нашей работе, оставались такими на протяжении всего периода оценивания, поэтому переменную *OilExporter* саму по себе (без перемножения с другими переменными) в уравнение включать не имеет смысла: ее эффект уже учтен в фиксированных страновых эффектах μ_i .

Источник данных об индексе политической стабильности и переменных, характеризующих развитие финансового сектора, — Всемирный банк. Данные по всем остальным переменным взяты из отчета Международного валютного фонда.

Мы изменяли порядок максимального лага переменных монетарной политики (параметр p) от 3 до 5. В табл. 1 представлены сводные результаты оценивания интересующих нас долгосрочных эффектов для всех трех вариантов модели.

В табл. П.5 (табл. П.1–П.5 представлены в Приложении к главе 1.3) в качестве примера приведены более подробные результаты оценивания для трехлетнего лага (см. столбец «Модель 2»). В этой таблице для наглядности сопоставления представлены также результаты оценивания модели без учета переменных стран нефтеэкспортеров (см. столбец «Модель 1»).

Сравнивая между собой результаты для стран-нефтеэкспортеров и для остальных стран можно сделать следующие выводы. Для стран, не ориентированных на экспорт энергоресурсов, предпочтительным (с точки

зрения стимулирования долгосрочного выпуска) режимом монетарной политики является режим инфляционного таргетирования, остальные режимы не оказывают статистически значимого влияния на уровень выпуска для этих стран. В то же время для экспортеров нефти использование режима фиксированного валютного курса не менее привлекательно, чем использование таргетирования инфляции.

Эффект от таргетирования денежной массы для стран — экспортеров нефти сопоставим с эффектом от фиксации валютного курса (различия между ними статистически незначимы). Выбор любого из этих режимов способствует значимому увеличению выпуска по сравнению с ситуацией использования режима без явного номинального якоря.

Из табл. П.4 видно, что выводы по поводу воздействия различных вариантов целевых ориентиров монетарной политики не изменяются для разных спецификаций модели, что является аргументом в пользу устойчивости полученных результатов. Также на результаты не влияет добавление в модель фиктивных переменных, характеризующих временные периоды.

Знаки коэффициентов при контрольных переменных соответствуют экономической теории (см. табл. П.5). Рост населения, увеличение нормы инвестирования и качества человеческого капитала связаны с увеличением реального выпуска. Улучшение вовлеченности страны в международную торговлю, а также позитивные институциональные изменения, выражающиеся в развитии финансового сектора и росте уровня политической стабильности, также ассоциируются с более высоким уровнем реального ВВП. Формальные тесты говорят о необходимости включения в уравнение фиксированных страновых эффектов, а также о том, что добавление в модель переменных, характеризующих особенности стран-нефтеэкспортеров, является оправданным. Все эти результаты также косвенно свидетельствуют о корректности спецификации уравнения.

При сравнении стран, экспортирующих энергоресурсы, с остальными странами можно отметить некоторые отличия с точки зрения того, какая монетарная политика является оптимальной для стимулирования долгосрочного выпуска. Для стран, не ориентированных на экспорт энергоресурсов, предпочтительным режимом является инфляционное таргетирование. Для стран-нефтеэкспортеров эффективность этого режима сравнительно ниже, хотя отказ от политики без явного номинального якоря в пользу политики инфляционного таргетирования все равно приводит к росту выпуска.

Следует отметить, что для стран-нефтеэкспортеров благоприятно на выпуске также сказывается переход от дискреционной монетарной политики к режиму управляемого валютного курса. Этот результат может быть объяснен следующим образом: экономики стран, ориентированных

на экспорт сырья, более подвержены внешним шокам мировой конъюнктуры. Центральный банк может сравнительно быстро воздействовать на денежную массу и особенно на валютный курс, что позволяет оперативно реагировать на эти шоки.

В данной главе были проанализированы последствия выбора различных целевых ориентиров ДКП: политики без явного номинального якоря, таргетирования денежной массы, использования валютного курса в качестве номинального якоря и инфляционного таргетирования.

Был исследован ряд специфических подвыборок стран, сформированных по разным критериям: по критерию принадлежности к тому или иному континенту, по критерию характера экономики, по критерию уровня этнолингвистического разнообразия.

Был выявлен чрезвычайно устойчивый результат, который сохраняется для всех рассмотренных групп стран. Он подтверждает выводы более ранних исследований, которые были получены на основе анализа менее однородных выборок (для моделей, построенных на основе выборки всех стран мира или всех развивающихся стран мира). Этот результат состоит в том, что переход к инфляционному таргетированию в долгосрочной перспективе положительно сказывается на динамике реального ВВП. Полученные оценки вычислены как накопленные за три-пять лет динамические мультипликаторы, поэтому могут быть интерпретированы именно как долгосрочный эффект использования этого режима ДКП.

Содержательно этот результат может быть объяснен следующим образом: переход к инфляционному таргетированию позволяет снизить инфляционные ожидания экономических агентов, что обеспечивает достижение ценовой стабильности. Это, в свою очередь, снижает для фирм издержки высокого уровня инфляции, а также издержки неопределенности по поводу будущего уровня цен, вызываемых высокой волатильностью инфляции. Поэтому увеличивается инвестиционная активность фирм, что в конечном счете стимулирует экономический рост. Работоспособность этого канала подтверждается выводами исследований [16, 17, 18], где выявлено отрицательное влияние чрезмерного уровня инфляции на экономический рост, а также исследований [19, 20], где показано, что высокая волатильность инфляции также негативно сказывается на динамике реального выпуска.

Кейс-стади позволяет заключить, что режим инфляционного таргетирования может быть эффективно реализован в странах с любым уровнем разнообразия. Это хорошо согласуется с выводами эконометрического моделирования и является дополнительным аргументом в пользу их корректности.

Альтернативные целевые ориентиры (таргетирование денежных агрегатов или фиксация валютного курса) обеспечивают значимый прирост

ВВП по сравнению с дискреционной монетарной политикой только для некоторых групп стран: для переходных экономик и для экономик, характеризующихся высоким уровнем разнообразия. При этом численная оценка величины этого эффекта все равно ниже по сравнению с инфляционным таргетированием. Тот факт, что эти режимы ДКП все еще применяются рядом стран мира, может быть объяснен исключительно сравнительной технической простотой их реализации, а также недостаточным для перехода к инфляционному таргетированию уровнем развития финансовых рынков. В пользу этого аргумента говорит то, что они остаются популярными только среди развивающихся экономик. По мере развития финансовых рынков и совершенствования инструментов ДКП таким экономикам целесообразно также создавать предпосылки для перехода к чистому или смешанному инфляционному таргетированию.

Литература

1. *Mollick A., Cabral R., Carneiro F.* Does inflation targeting matter for output growth? Evidence from industrial and emerging economies // *Journal of Policy Modeling*. – 2011. – Vol. 33. – No. 4. – P. 537–551. doi: 0.1016/j.jpolmod.2011.03.010
2. *Ayres K., Belasen A. R., Kutan A. M.* Does inflation targeting lower inflation and spur growth? // *Journal of Policy Modeling*. – 2014. – Vol. 2. – No. 36. P. 373–388. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jpolmod> (дата обращения: 12.08. 2012).
3. *Hale G., Philippov A.* Is Transition to Inflation Targeting Good for Growth? // *FRBSF Economic Letter*. – 2015. – No. 14.
- 3.a. *Полтерович В. М., Попов В. В.* Валютный курс, инфляция и промышленная политика // *Журнал Новой экономической ассоциации*. 2016. № 1 (29). С. 192–198.
4. *de Guimarães e Souza G. J., de Mendonça H. F., de Andrade J. P.* Inflation targeting on output growth: A pulse dummy analysis of dynamic macroeconomic panel data // *Economic Systems*. – 2016. – Vol. 40. – No. 1. – P. 145–169. doi: 10.1016/j.ecosys.2015.06.002
5. *Картаев Ф. С.* Влияет ли режим монетарной политики на реальный выпуск? // *Вестник Института экономики Российской академии наук*. – 2017. – № 1. – С. 81–92.
6. *Gonçalves C. E. S., Salles J. M.* Inflation Targeting in Emerging Economies: What Do the Data Say? // *Journal of Development Economics*. – 2008. – Vol. 85. – No. 1–2. P. 312–318. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jdevco> (дата обращения: 07.02. 2006).
7. *Lin S., Ye H.* Does Inflation Targeting Make a Difference in Developing Countries? // *Journal of Development Economics*. – 2009. – Vol. 89. – No. 1. – P. 118–123. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jdevco> (дата обращения: 04.06. 2008).
8. *Вебер Ш., Довер П. А., Давыдов Д. В.* Трансферты и предотвращение конфликтов «за» и «против» // *Экономика и математические методы*. – 2014. – № 4. – С. 135–144.

9. *Картаев Ф. С., Филиппов А. П., Хазанов А. А.* Эконометрическая оценка воздействия таргетирования инфляции на динамику ВВП // Журнал Новой экономической ассоциации. – 2016. – № 1. – С. 107–129.
10. *Liebersohn S.* Language diversity and language contact. – Palo Alto: Stanford University Press, 1981. – 390 p.
11. *Willard L. B.* Does inflation targeting matter? A reassessment // Princeton University CEPS Working Paper. – 2006. – No. 120.
12. *Minella A., De Freitas P., Goldfajn I., Muinhos M.* Inflation Targeting in Brazil: Lessons and Challenges. Banco Central do Brazil // Working Paper Series. – 2002. – No. 53. – P. 1–47.
13. *Edwards S.* The relationship between exchange rates and inflation targeting revisited // National Bureau of Economic Research. – 2006. – No. 12163. doi: 10.3386/w12163
14. *Kara A.* Turkish Experience With Implicit Inflation Targeting // Research and Monetary Policy Department Central Bank of the Republic of Turkey Istiklal Caddesi. – 2008. – No. 10.
15. *Pourroy M.* Does exchange rate control improve inflation targeting in emerging economies? // Economics Letters. – 2012. – Vol. 116. – No. 3. – P. 448–450. doi: 10.1016/j.econlet.2012.04.036
16. *Eggoh J. C., Khan M.* On the nonlinear relationship between inflation and economic growth // Research in Economics. – 2014. – Vol. 68. – No. 2. – P. 133–143.
17. *Ibarra R., Trupkin D. R.* Reexamining the relationship between inflation and growth: Do institutions matter in developing countries? // Economic Modelling. – 2016. – Vol. 52. – P. 332–351.
18. *Kremer S., Bick A., Nautz D.* Inflation and growth: New evidence from a dynamic panel threshold analysis // Empirical Economics. – 2013. – Vol. 44. – No. 2. – P. 861–878.
19. *Bhar R., Mallik G.* Inflation, inflation uncertainty and output growth in the USA // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2010. – Vol. 389. – No. 23. – P. 5503–5510.
20. *Neanidis K. C., Savva C. S.* Macroeconomic uncertainty, inflation and growth: Regime-dependent effects in the G7 // Journal of Macroeconomics. – 2013. – Vol. 35. – P. 81–92.

Математика в страховых расчетах играет такую же роль, как нотная запись в музыке.

Автор неизвестен

Г Л А В А 1 . 4

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В СТРАХОВАНИИ РИСКОВ ПРИРОДНЫХ КАТАСТРОФ

Теория вероятностей и математическая статистика являются основой страхового дела. Математические модели в страховании применяются в различных направлениях бизнеса: модели индивидуального и коллективного риска в личном страховании [1], модели числа страховых событий и модели размера страховых претензий в личном страховании, в страховании имущества и перестраховании [2]. Для каждого типа контракта в перестраховании используется математическая модель, которая приспособливается для целей страхования. Моделирование функции распределения суммарного риска и моделирование совокупности претензий с помощью генератора случайных чисел применяются для расчета размера страхового возмещения, когда существуют отношения зависимости между переменными или необходимо учесть такие факторы, как периодичность, инфляция, несколько направлений бизнеса. Математические модели в страховании помогают спрогнозировать финансовый поток с учетом риска возникновения страхового события. В связи с активным развитием страховой отрасли и экономики России в целом возникла необходимость разработки теоретических моделей и их последующего применения в конкретных областях страхования. Разработка математических моделей страхования рисков природных катастроф и их практическое применение является актуальным направлением деятельности. Это связано с тем, что ущерб от катастроф природного характера достаточно высок и компенсации производятся из государственного бюджета. Разработка математических подходов к страхованию этого вида рисков позволяет разделить ответственность между всеми участниками. В международной практике математические модели достаточно давно

применяются в страховании рисков катастроф. В нашей стране применение такого рода моделей не получило достаточного распространения, поэтому необходимо уделить особое внимание существующим подходам в этой области и выделить те, которые могут быть использованы в российской практике.

1.4.1. Основные подходы к моделированию рисков природных катастроф

Практика моделирования катастрофических рисков составляет примерно 35 лет. Управление рисками катастроф не существовало как организованная система ни в одной стране в мире до 1970-х гг. В этот период произошли серьезные землетрясения в ряде стран, которые изменили отношение к такому управлению. В результате землетрясений в Перу в 1970 г. погибло 66 794 человека (сумма убытков составила 530 млн долл.), в США в Сан-Фернандо в 1971 г. погибло 65 человек (сумма убытков составила 535 млн долл.), в Гватемале в 1976 г. — 23 000 погибших (сумма убытков составила 1 млрд долл.) [3]. Разрушительные природные катаклизмы 70-х гг. XX в. показали, что реальные убытки от катастроф значительно превысили ожидаемые и оказались значительно выше потенциальных возможностей быстрого покрытия. Произошедшие катастрофы привлекли внимание к вопросу моделирования убытков при наступлении рисков событий.

В начале 1980-х гг. профессором Университета Калифорнии Карлом Стайнбрюге и его коллегами из государственного департамента страхования США была сформулирована концепция максимально возможных потерь. Данная концепция актуальна в настоящее время и с некоторыми изменениями используется в страховании и перестраховании. Концепция максимально возможных убытков делит территорию на зону с расчетом вероятности возможных катастрофических событий, убытки для зданий рассчитываются исходя из классов объектов, находящихся на территории, и стоимости их полного восстановления.

На основе концепции максимально возможных убытков построены модели страхования и оценки рисков, такие как CRM (Catastrophic Risk Management), IRAS (Insurance and Investment Risk Assessment System). Компьютерная реализация моделей основана на данных о зданиях на территории, топологии объекта, геологической информации. На основе математической модели производится оценка возможного убытка, который пересчитывается при изменении данных, формируется проект решения и дается анализ последствий его принятия (см. рис. 1).

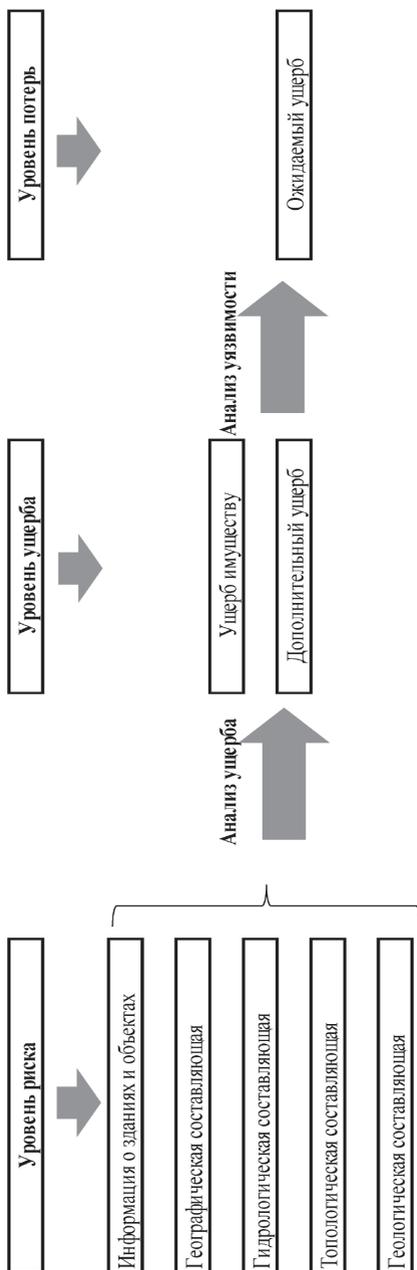


Рис. 1. Модель оценки катастрофического риска IRAS
Источник: составлено авторами на основе [4].

Обмен информацией между страховыми компаниями и государственными органами необходим с точки зрения оценки последствий при наступлении страхового события, а также в силу урбанизации, изменения уровня смертности и рождаемости, увеличения темпов миграции населения в города. Интегрированный подход состоит в единой оценке рисков землетрясений, ураганов и других катастрофических событий с учетом информации от страховщиков. В настоящий момент существуют три наиболее известные модели по оценке риска катастроф, основанные на концепции максимально возможных убытков: AIR (1987), RMS (1988) и EQECAT (1994).

Для защиты от катастрофических рисков используются различные инструменты, выбор которых связан с возможностями страховых рынков отдельных стран, развитием практики страхования и перестрахования, а также возможностями внедрения инновационных подходов. На некоторых страховых рынках используют инструменты управления рисками катастроф, к которым относятся страховые пулы, катастрофические облигации, резервные фонды, которые помогают распределить нагрузку на бюджет с помощью передачи риска на другие рынки капитала.

Перестрахование является важнейшим элементом успешного функционирования системы защиты от катастрофических рисков. Перестрахование является традиционным способом передачи и сбалансированного распределения риска. При перестраховании страховщик передает часть ответственности по рискам другим страховщикам. Цель перестрахования заключается в снижении риска по портфелю договоров страхования и в сбалансированном распределении риска для обеспечения финансовой устойчивости и рентабельности страховых операций. Риски природных катастроф по своей природе обладают следующими характеристиками: низкая вероятность реализации и высокая вероятность ущерба при реализации риска. В связи с этим для страхования рисков природных катастроф страховщикам необходимо распределить ответственность между несколькими участниками рынка. Страховщик должен взять на себя большой объем рисков, часть которых страховщик может покрыть самостоятельно, а другую часть, чтобы сбалансировать портфель, необходимо передать другим страховщикам с помощью механизма перестрахования. Таким образом, риск распределяется между несколькими участниками страхового рынка, часто среди международных страховщиков в связи с тем, что национальные страховщики одной страны не могут полностью покрыть объем всех рисков, связанных с катастрофами. Существует множество видов перестраховочных решений, однако непропорциональное перестрахование, в особенности договоры типа перестрахования превышения убытка (*catastrophe excess of loss — CATXL*), широко распространены при страховании катастрофических рисков. В связи с тем, что этот

вид перестрахования рассчитан на максимально крупные суммы, в рамках договора страховые суммы могут быть разделены на уровни. Несколько перестраховщиков могут делить ответственность по рискам внутри одного уровня. Выплаты по договору перестрахования превышения убытка могут производиться несколько раз в течение периода страхования (обычно 1 год), тем не менее сумма выплат ограничивается оговоренным числом выплат по договору и суммой. На рис. 2 представлена схема организации такого вида перестрахования катастрофических рисков.

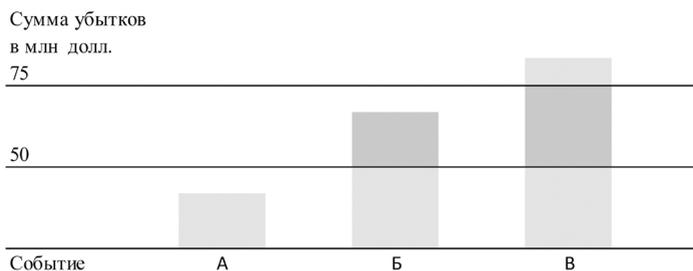


Рис. 2. Схема договора перестрахования превышения убытка для катастрофических рисков

Источник: [5].

Договор перестрахования превышения убытка покрывает потери по каждому страховому случаю в диапазоне от 50 до 75 млн долл. При этом количество страховых случаев ограничивается договором. Покрытие составляет 25 млн долл., если общая сумма убытков выше 50 млн долл. Убыток при событии «А» попадает в диапазон менее 50 млн долл., поэтому полностью ложится на страхователя. В случае «Б» убыток, который превышает 50 млн долл., ложится на перестрахователя. В случае события «В» убыток превышает лимит покрытия по договору, а именно 75 млн долл., поэтому перестрахователь заплатит максимально возможную сумму — 25 млн долл., а превышение лимита ляжет на страхователя.

Роль перестрахования в управлении рисками катастроф заключается в возможности организации переноса крупных рисков и их диверсификации за сумму премии, которая будет уплачена за риск. С целью обеспечения функционирования рынка перестрахования государство может учредить перестраховочную компанию, которая будет брать на себя риски катастроф. Такой метод вмешательства государства базируется на нескольких уровнях: уровень страхователей, страховых компаний, перестраховщиков и государственной перестраховочной компании.

Одним из распространенных подходов к финансированию последствий катастроф является создание резервных фондов. При этом фонд может использовать комбинированный подход к финансированию риска: резерви-

рование и выпуск облигаций катастроф. В Мексике был применен комбинированный подход и впервые выпущена параметрическая облигация с целью защиты от рисков катастроф. В 2009 г. правительство Мексики решило включить в покрытие различные риски нескольких регионов. Так, появилась программа по страхованию множественных катастрофических рисков (MultiCat Programm). Финансовые цели программы заключались в переносе катастрофических рисков на рынки капитала и снижении давления на бюджет регионов, подверженных таким рискам, обеспечении достаточности фондов для восстановительных мер, покрытия множества рисков. Облигация состояла из 4 траншей (см. табл. 1).

Таблица 1

Структура облигации в рамках программы по страхованию множественных катастрофических рисков (MultiCat Programm)

Облигация Multi Cat Mexico 2009				
Риск	Класс А: землетрясение	Класс В: ураган в зоне Тихого океана (зона А)	Класс С: ураган в зоне Тихого океана (зона В)	Класс D: ураган в зоне Атлантического океана
Сумма покрытия, млн долл.	140	50	50	50
Параметр выплат	7,9 или 8 баллов по шкале Рихтера	Атмосферное давление в центре ураганной воронки ниже 944 мбар	Атмосферное давление в центре ураганной воронки ниже 944 мбар	Атмосферное давление в центре ураганной воронки ниже 920 мбар
Рейтинг S&P	В	В	В	ВВ-

Источник: [6].

На рис. 3 представлена операционная структура программы, которая состоит из пяти шагов:

1. Фонд защиты от стихийных бедствий подписывает страховой контракт с местной страховой компанией о страховании рисков катастроф.
2. Страховая компания перестраховывает все риски катастроф с помощью перестраховщика Swiss Re.
3. Перестраховщик Swiss Re подписывает с проектной компанией контракт на выпуск дериватива на рынке капитала для инвесторов.
4. Проектная компания выпускает катастрофические облигации с плавающей процентной ставкой для хеджирования обязательств Swiss Re по рискам катастроф. Доход от продажи облигаций инвестируется в американский казначейский фонд краткосрочных инвестиций. Часть средств находится на депозите как залоговое обеспечение.

- Отдельный счет при наступлении катастрофического события открывается в отдельном банке, чтобы фонд FONDEN получил выплаты в случае катастрофы напрямую из проектной компании.



Рис. 3. Операционная структура функционирования катастрофической облигации в Мексике

Источник: [6].

Фонд защиты от стихийных бедствий выпустил параметрическую облигацию на основе четырех траншей за три года общей стоимостью 290 млн долларов. Проектная компания на основе параметрического страхования дает возможность застраховать риски землетрясений в трех регионах около Мехико и риски ураганов на побережье Тихого и Атлантического океанов. Проценты по облигациям выплачиваются инвесторам до момента наступления катастрофического события. Подписка на облигацию была больше, чем ожидалось при выпуске. С помощью выпуска облигации Мексика впервые перенесла риски катастроф на международный финансовый рынок и обеспечила защиту от рисков катастроф на три года.

Еще одним инструментом, применяемым для защиты от рисков природных катастроф, является создание пулов. Пул функционирует как страховая компания, собирает премии, возмещает убытки, покупает страхование и перестрахование. Каждый страхователь — участник пула вносит премию, основанную на оценке собственного риска потенциального убытка. В обмен пул оплачивает возмещение ущерба в случае возникновения страхового случая. Экономия в пуле достигается за счет масштаба администрирования ведения претензий и приобретения эксцедентного страхования и перестрахования. Пример взаимодействия страхового пула представлен на рис. 4.

Моделирование катастроф стало основным направлением работы в управлении рисками. С учетом растущей сложности моделирования, появления новых опасностей и рисков необходимо постоянно совершенствовать эту деятельность путем развития понимания рисков и анализа как ценообразования через многоаспектные модели. Для реализации этой задачи необходимо сотрудничество между учеными, занимающимися фундаментальными исследованиями, и теми, кто может применить результаты этих исследований на практике.

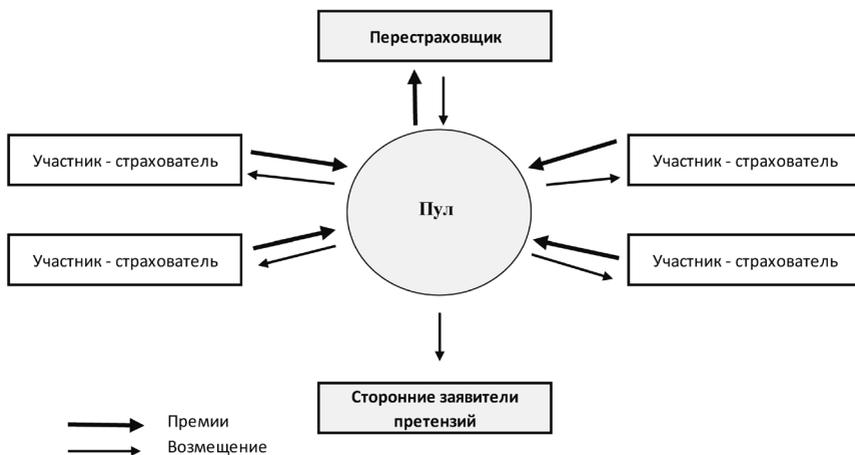


Рис. 4. Взаимодействие участников в рамках страхового пула

Источник: [7].

В настоящее время, исходя из опыта развитых и некоторых развивающихся стран, создание доступных страховых программ для предприятий и домохозяйств, находящихся в рисковом регионе, является актуальным направлением для исследования. Создание программ страхования катастрофических рисков снизит проблему морального риска, которая заключается в том, что бизнес и население надеются на помощь государства при возникновении катастрофы. Их поведенческая стратегия сводится к удержанию риска, а не использованию страховых услуг. Перспективным направлением является разработка региональных программ страхования от конкретных видов природных катастроф (землетрясений, паводков, засухи) с учетом природно-климатических факторов конкретных регионов, в том числе программ параметрического страхования, в которых возмещение ущерба производится при превышении установленных пороговых значений метеорологических и сейсмических показателей [8].

1.4.2. Модели параметрического страхования для защиты от рисков катастроф

Для развития системы страхования рисков природных катастроф в России предлагается внедрение новых страховых продуктов. Первая модель параметрического страхования от засухи основана на корреляции между двумя параметрами — урожайностью и осадками. При достаточно высокой корреляции между этими параметрами в регионе России можно выделить значения осадков, при которых урожайность является низкой. На основе

низких значений осадков определяем пороги для начала страховых выплат: α — гарантия выплат и β — начало страховых выплат (рис. 5).



Рис. 5. Подход к выплатам для контракта параметрического страхования
Источник: [9].

Если фактический уровень осадков (O_{ϕ}) находится на уровне от 0 мм до α мм, то выплата производится полностью. Если осадки находятся на уровне от α мм до β мм, выплата производится частично. Если осадки находятся на уровне от β мм, то выплата не производится. Условия могут быть записаны следующим образом:

$$\text{Выплата } G(O_{\phi}) = \begin{cases} 100, & O_{\phi} \leq \alpha \\ \frac{100 \cdot \beta}{\beta - \alpha} - \frac{100}{\beta - \alpha} \cdot O_{\phi}, & \alpha < O_{\phi} < \beta. \\ 0, & O_{\phi} > \beta \end{cases}$$

Модель параметрического страхования урожая от засухи на основе показателей «осадки» и «урожайность»

В мировой практике существуют модели страхования урожая на основе одного из параметров — скорости ветра, температуры, индекса вегетации и др., однако модель страхования на основе комбинации двух параметров предложена впервые. Модель на основе двух параметров не позволит произвести выплату возмещения, если сигнал для выплат по осадкам говорит о возможности возмещения, в то время как температура находится за пределами сигнала для выплат. Модель представлена на рис. 6.

На рис. 7 представлена схема выплат 100 руб. возмещения для двух условных параметров и описаны условия получения страхового возмещения.

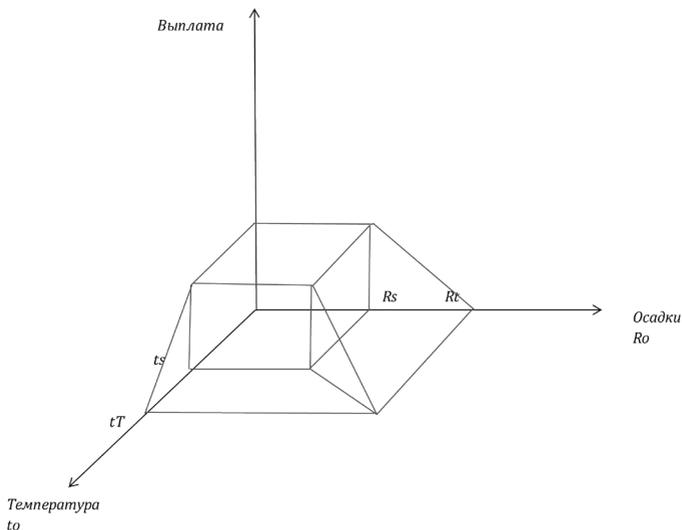


Рис. 6. Схема организации контракта индексного страхования на основе двух параметров (осадков и температуры) для расчета страховой суммы на 100 рублей страхового возмещения, где R_s — порог для начала выплат по осадкам; R_t — наибольшее значение по осадкам, при котором производятся выплаты; t_s — порог для начала выплат по температуре; t_T — наибольшее значение температуры воздуха, при котором производятся выплаты.

Источник: [10].

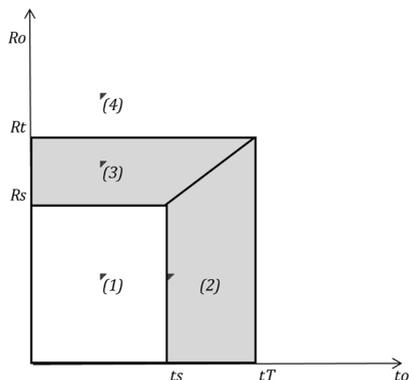


Рис. 7. Схема выплат 100 рублей возмещения для двух условных параметров (вид сверху), где R_s — порог для начала выплат по осадкам; R_t — наибольшее значение по осадкам, при котором производятся выплаты; t_s — порог для начала выплат по температуре; t_T — наибольшее значение температуры воздуха, при котором производятся выплаты.

Источник: [10].

Ниже описаны условия выплат:

$$\text{Выплата} = \begin{cases} 1) 100, 0 \leq R_a \leq R_s, t_o < t_s; \\ 2) 100 \cdot \frac{tT - ta}{tT - ts}, 0 \leq R_a < R_s + \frac{Rt - Rs}{tT - ts} \cdot (t_a - t_s); \\ 3) 100 \cdot \frac{RT - Ra}{RT - Rs}, R_s \leq R_a < R_T, 0 \leq t_a \leq t_s + \frac{tT - ts}{rT - Rs} \cdot (R_a - R_s); \\ 4) 0, t_a > t_T \text{ или } R_a > R_T. \end{cases}$$

Примечание. R_a — фактическое значение по осадкам, RT — фактическое значение по температуре.

Страховое возмещение будет выплачено в том случае, если фактические осадки и температура попадают в диапазон заранее согласованных параметров, находящихся в зонах 1, 2 и 3. Если фактические осадки и температура попадают в зону 4, то возмещение не производится.

Авторы предлагают применение моделей параметрического страхования в связи с тем, что в России имеется база по метеорологическим показателям по регионам, что позволит построить отдельные контракты страхования в зависимости от колебаний температур и осадков и отследить их влияние на урожайность.

В рамках первой модели рассчитаем экономическую выгоду применения параметрического страхования в сравнении с традиционным страхованием сельскохозяйственных рисков природного характера в Ставропольском крае.

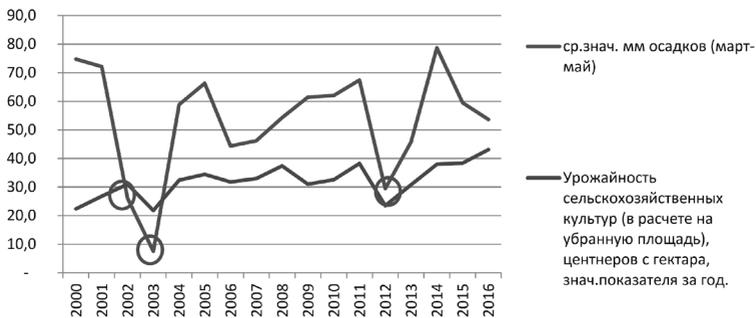


Рис. 8. Корреляция между осадками (март-май) и урожайностью в Ставропольском крае

Источник: составлено авторами.

Осадки и урожайность по годам разделены на два кластера методом «К-средних», чтобы определить уровень осадков, при котором значение урожайности находится на низком уровне и данные по кластеру рас-

смаатриваются в качестве порога для начала выплат. В Ставропольском крае второй кластер дает наименьшие значения урожайности и осадков, а именно в 2002, 2003 и 2012 гг. Среднее значение в период с марта по май во втором кластере (21 мм) будет порогом начала выплат, минимальное значение (7,5 мм) означает гарантию полной выплаты.

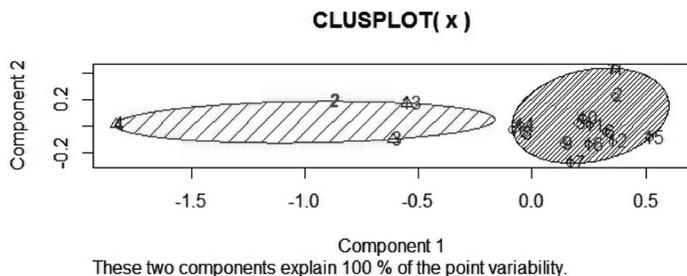


Рис. 9. Кластеризация данных осадков и урожайности с 2000 по 2016 методом *k* — средних по Ставропольскому краю: компонент 1 — урожайность; компонент 2 — осадки.

Источник: составлено авторами в R Studio.

В табл. 2 приведены пороги для начала выплат в Ставропольском крае.

Таблица 2

**Пороговые значения параметра «Осадки», в мм,
в модели параметрического страхования урожая,
выбранные на основе кластеризации**

Описание порога	Обозначение в модели	Ставропольский край (мм)
Переход от полной к частичной выплате	α	7,5
Переход от частичной к нулевой выплате	β	21,0
Период	—	март — май

Источник: составлено авторами.

Расчет экономической выгоды для Ставропольского края в рамках первой модели:

$$E(\text{ожидаемые выплаты}) = 2,095. \text{ Сумма премии} = \text{приведенная стоимость} \cdot E(\text{ожидаемые выплаты}) = e^{-0,0902}(2,095) = 1,91^1.$$

¹ Ставка дисконтирования равна доходности по 30-летним ОФЗ = 9,02%. Данные от 15.06.2017. URL: http://www.cbr.ru/hd_base/Default.aspx?Prtid=zcyc_params

Страховой нетто-тариф равен 1,91 и дает возможность страхового возмещения в 100 рублей. С учетом 30% рискованной надбавки и расходов на ведение дел брутто-тариф составит 2,49. В 2016 г. в Ставропольском крае на 100 рублей страховой суммы приходится брутто-тариф, равный 6,89. При параметрическом страховании для Ставропольского края при страховой сумме в 17 934 461 тыс. рублей страховой взнос составил бы 446 546 тыс. рублей, что является экономически выгодным в сравнении со страховым взносом в 2016 г. 1 235 559 тыс. рублей в случае страхования с государственной поддержкой. Экономическая выгода в случае параметрического страхования для Ставропольского края составляет 789 013 тыс. рублей.

В России необходимо развивать моделирование рисков катастроф и потенциального ущерба по регионам, что представляется наиболее возможным при создании национальной статистической базы учета последствий природных катастроф. Для организации базовых ставок страховых тарифов необходима статистика по ущербу по регионам для модерирования суммы ущерба и расчет тарифа по регионам. В связи с тем, что риск распределяется неравномерно и вероятность возникновения и влияния риска может варьироваться не только от города к городу, но и в рамках района, предлагается создание базы данных с дальнейшей перспективой ее использования для создания региональных программ для защиты от наводнений и других катастроф. Управление рисками предполагает устойчивость и является непрерывным процессом. Отсутствие данных об ущербе от катастроф не позволяет измерить уровень риска, и управление рисками становится невозможным в полной мере. В связи с этим на данном этапе возможным выходом являются развитие моделей параметрического страхования и накопление опыта моделирования отдельных рисков¹.

Литература

1. Денисов Д. В. Теория риска. URL: <https://www.twirpx.com/file/466601/>.
2. Иваницкий А. Ю. Теория риска в страховании. — М.: МЦНМО, 2013.
3. База данных. URL: http://emdat.be/emdat_db/
4. Вон Ф., Дон В. Управление рисками катастроф. 1996. URL: http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/11_981.PDF
5. Отчет Швейцарского перестраховочного общества «Природные катастрофы и перестрахование» / NATURAL CATASTROPHES AND REINSURANCE. 2003. URL: <http://www.swissre.com/library/88565222.html>

¹ Исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ №16-06-00459 «Совершенствование механизмов компенсации убытков от рисков природных и техногенных катастроф».

6. *Абуслейман И.* Пример использования катастрофических облигаций в Мексике 2011/ Issam Aboussleiman, Case Study “Insuring Against Natural Disaster Risk in Mexico”. 2011. Eng.
7. *Эллиот М. У.* Основы финансирования риска. — М.: ИНФРА-М, 2010.
8. *Буданова М. М., Котловский И. Б.* Анализ практики финансирования рисков катастроф на развитых и развивающихся страховых рынках // Страховое дело. — 2017. — № 5. — С. 20–28.
9. *Котловский И. Б., Буданова М. М., Лукаш Е. Н.* Возможности применения индексного страхования в России // Страховое дело. — 2017. — № 8. — С. 15–26.
10. *Котловский И. Б., Буданова М. М., Лукаш Е. Н.* Потенциал развития региональных программ параметрического страхования в России // Вестник Финансового университета. — 2018. — № 2. — С. 106–123.

Даже ничтожный прогресс требует долгих лет мучительного вызревания.

Э. Золя

РАЗДЕЛ 2

МАКРО- И МИКРОЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ: ПРОБЛЕМЫ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

В настоящем разделе демонстрируются примеры использования различных экономико-математических методов и моделей в микро- и макроэкономическом анализе. В первой главе раздела рассмотрены модели экономического роста, предназначенные для анализа долгосрочного макроэкономического равновесия. Для решения этих моделей используются методы статической и динамической оптимизации в непрерывной или дискретной постановке (метод Лагранжа, принцип максимума Понтрягина). Во второй главе описаны основные положения теории реального делового цикла и разработанная на ее основе динамическая стохастическая модель общего экономического равновесия. Эта модель широко используется для анализа причин и последствий циклических колебаний, в частности центральными банками для исследования последствий принятия тех или иных инструментов денежно-кредитной политики. Решение моделей основано на методе калибровки, включающем вероятностные подходы и имитационное моделирование.

Третья глава раздела содержит анализ моделей, исследующих проблемы непоследовательности при проведении макроэкономической политики. Акцент делается на моделировании слабо изученной области возникновения такой проблемы — непоследовательности при осуществлении бюджетно-налоговой политики. Решение моделей основано на использовании теоретико-игрового подхода.

В четвертой главе второго раздела исследуется ряд подходов к решению проблемы неопределенности при принятии экономических решений, приводится авторская формализация отдельных содержательных ситуаций. Асимметрия информации рассмотрена как один из источников

неопределенности, описано приложение теории ожидаемой полезности для моделирования контрактных отношений в ситуации морального риска. Обсуждены также основные положения теории перспектив (поведенческой экономики), которые были сформулированы и приняты в результате психологических исследований, опровергающих предпосылки теории ожидаемой полезности.

ГЛАВА 2.1

МОДЕЛИ ЭКЗОГЕННОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

*Если тебе тяжело, значит ты поднимаешься в гору.
Если тебе легко, значит ты летишь в пропасть.*

Генри Форд

В настоящей главе будут рассмотрены модели экономического роста, для решения которых используются методы динамической оптимизации. Описываемые модели разработаны в рамках теории экзогенного экономического роста и используют неоклассические предпосылки о свойствах производственной функции и функции полезности. Предложенные постановки отличаются эндогенным определением нормы сбережения (одной из основных детерминант экономического роста) и относятся к классу моделей общего экономического равновесия. На основе их решения выводятся факторы экономического роста и определяется характер их влияния. Рассматриваются как реальный сектор — модель Рамсея [1], [2], так и включение в анализ монетарный сектор — модель Сидрауского [3].

2.1.1. Модель Рамсея — Касса — Купманса

Общее экономическое равновесие в закрытой экономике с совершенной конкуренцией и без вмешательства государства соответствует траектории развития всех показателей (чистых активов, потребления, капиталовооруженности, реальной ставки процента и реальной ставки заработной платы) в расчете на одного члена домашнего хозяйства $(a_i, c_i, k_i, r_i, w_i)$.

Общее экономическое равновесие в закрытой экономике с совершенной конкуренцией и без вмешательства государства означает одновременное выполнение равновесия на следующих макроэкономических рынках: товаров и услуг, ресурсов, заемных средств. Каждый агент в моделируемой экономике действует в собственных интересах и определяет либо спрос, либо предложение на соответствующих рынках. Цены свободно устанавливаются так, что рынки ресурсов, заемных средств и товаров приходят в равновесие. Типичный член домашнего хозяйства предъявляет спрос на потребительские товары и услуги и накапливает активы, которые формируют предложение на рынке заемных средств.

$$U = \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-\rho t} dt \rightarrow \max$$

$$\dot{a} = w + ra - c - na$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a_t e^{-\int_0^t [r(v)-n] dv} \geq 0.$$

Производитель определяет величину используемого капитала и труда и формирует предложение на рынке товаров и услуг.

Поэтому при описании общего равновесия используются решения задач потребителя и производителя. Опишем все условия, определяющие равновесие на всех макроэкономических рынках. Будем различать величину запаса капитала в расчете на одного работника с постоянной эффективностью \hat{k} и переменной эффективностью k . Их взаимосвязь можно выразить следующим образом: $k = \hat{k}E = \hat{k}e^{gt}$, откуда $\dot{\hat{k}} = \hat{k}e^{-gt}$. Аналогично потребление в расчете на одного работника с постоянной эффективностью $\hat{c} = \frac{C}{LE}$, $\dot{\hat{c}} = \hat{c}e^{-gt}$. $\rho, n, g > 0 - const$.

Возьмем в качестве функции полезности функцию $u(c) = \frac{c^{(1-\theta)} - 1}{1-\theta}$ с постоянной эластичностью замещения, равной $1/\theta$.

Тогда:

1. Из решения задачи потребителя определяется уравнение Эйлера и условие трансверсальности

$$\frac{\dot{\hat{c}}}{\hat{c}} = \frac{1}{\theta}(r - n - \rho) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} a_t e^{-\int_0^t [r(v)-n] dv} = 0.$$

Уравнение Эйлера показывает, что потребление будет расти (оставаться постоянным, убывать) во времени, если доходность отказа от единицы потребления в пользу сбережений $(r - n)$ будет выше (равна, ниже) потерь в полезности (ρ) , связанных с этим отказом. Эта интерпретация уравнения Эйлера получила название «правило Кейнса — Рамсея».

2. Из задачи производителя определяется спрос на капитал и спрос на труд, предложение которого неэластично.

$$f'(\hat{k}) = r + \delta \quad [f(\hat{k}) - \hat{k}f'(\hat{k})]e^{gt} = w.$$

3. Равновесие на рынке товаров и услуг в расчете на одного работника с постоянной эффективностью принимает вид:

$$f(\hat{k}) = \hat{c} + \dot{\hat{k}} + (\delta + n + g)\hat{k},$$

где валовые инвестиции на единицу эффективного труда отражаются суммой

$$\hat{k} + (\delta + n + g)\hat{k}.$$

4. В закрытой экономике весь запас капитала принадлежит резидентам. Поскольку домашнее хозяйство в конце концов выплачивает долг полностью (это гарантируется условием трансверсальности), в этой экономике величина активов индивида a совпадает с запасом капитала на одного работающего: $k = \frac{K}{L}$. Поэтому на рынке заемных средств условие равновесия имеет вид $a = k$.

5. На рынке труда предложение неэластично по реальной ставке заработной платы.

6. Начальные условия $a(0) = a_0$.

Таким образом, под равновесной понимается такая траектория $(k_t, c_t, a_t, r_t, w_t)_{t=0}^{\infty}$ при начальном состоянии a_0 , на которой выполняются:

1. Задача потребителя (условия 1).
2. Задача фирмы (условия 2).
3. Условие равновесия на рынке товаров и услуг (условия 3).
4. Условие равновесия на рынке капитала (заемных средств) ($a = k$).

На рынке труда $L_t = L_0 e^{nt}$, так как предложение труда неэластично.

Таким образом, ищется решение, описывающее равновесную динамику показателей. Уравнение Эйлера и решение фирмы о величине используемого капитала позволяют определить динамику потребления в расчете на единицу эффективного труда

$$\begin{aligned} (\hat{c} &= ce^{-gt}) \\ \frac{\hat{c}}{\hat{c}} &= \frac{\dot{c}}{c} - g, \end{aligned}$$

откуда, с учетом ранее полученных соотношений,

$$\frac{\hat{c}}{\hat{c}} = \frac{1}{\theta}(r - n - \rho) - g = \frac{1}{\theta}[f'(\hat{k}) - \delta - n - \rho - \theta g].$$

Перепишем условие равновесия на рынке благ в виде, отражающем изменение запаса капитала в расчете на единицу эффективного труда

$$\hat{k} = f(\hat{k}) - \hat{c} - (\delta + n + g)\hat{k}.$$

Из одновременного выполнения условия трансверсальности

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a_t e^{-\int_0^t [r(v) - n] dv} = 0, \text{ равновесия на рынке заемных средств } a = k \text{ и реше-}$$

ния фирмы об используемом объеме капитала $f'(\hat{k}) = r + \delta$, а также с учетом связи уровней капиталовооруженности одного работника и одного работника с постоянной эффективностью $k = \hat{k}e^{gt}$ получим

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\hat{k}_t e^{-\int_0^t [f'(\hat{k}_v) - \delta - g - n] dv} \right) = 0.$$

Очевидно, что в стационарном состоянии темп роста капиталовооруженности должен быть меньше выражения, стоящего в квадратных скобках, т. е. $f'(k) - \delta - g - n > 0$. Или, что то же самое, в стационарном состоянии должно выполняться условие

$$MPK > \delta + n + g.$$

Оно означает, что чистый предельный продукт капитала в стационарном состоянии ($MPK - \delta$) должен быть выше темпа роста запаса капитала ($n + g$). Это условие называется *модифицированным Золотым правилом*. При его выполнении потребление на одного работника с постоянной эффективностью неизменно во времени. В наиболее общей постановке модифицированное Золотое правило имеет вид: $f'(k) = \delta + n + \rho + \theta g$. Оно выполняется, если $\rho + \theta g > g$. Так как $\theta > 0$, это условие будет автоматически выполнено, если $\rho > g$.

В связи с тем, что предельная производительность капитала является убывающей функцией, сформулированное условие означает, что в стационарном состоянии уровень капиталовооруженности не может превышать уровня Золотого правила.

Итак, в стационарном состоянии показатели в расчете на единицу эффективного труда не изменяются, поэтому справедливыми становятся выражения

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\hat{c}}}{\hat{c}} = 0 &\Leftrightarrow f'(\hat{k}) = n + \delta + \rho + \theta g \\ \dot{\hat{k}} = 0 &\Leftrightarrow \hat{c} = f(\hat{k}) - (\delta + n + g)\hat{k}. \end{aligned}$$

2.1.2. Равновесие при централизованном управлении

Для того чтобы проанализировать, является ли решение модели Рамсея в описанной выше постановке, представляющей собой децентрализованную рыночную экономику, оптимальным по Парето, предлагается сравнить его с решением так называемой задачи централизованного управления. Такая постановка является чисто гипотетической для рыночной экономики. Она не только позволяет проверить оптимальность по Па-

рето задачи для рыночной экономики, но и облегчает зачастую формальное решение конкретных постановок модели Рамсея.

Предполагается, что орган централизованного управления решает задачу в интересах потребителя, т.е. максимизирует ту же функцию интегральной полезности, которая рассматривалась выше. В качестве ограничения для него служит условие равновесия на рынке товаров и услуг (все ресурсы в экономике должны использоваться полностью, и результаты труда востребованы).

Можно показать, что решение этой задачи (оптимальная траектория, т.к. задача однокритериальная) совпадет с полученной выше равновесной траекторией [4].

Формулировка задачи централизованного управления будет выглядеть следующим образом:

$$U = \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-\rho t} dt \rightarrow \max,$$

$$\dot{k} = f(\hat{k}) - ce^{-gt} - (\delta + n + g)\hat{k}; c \geq 0; \hat{k} \geq 0 \text{ и } k_0.$$

Функция Гамильтона для этой задачи имеет вид

$$H = u(c)e^{-\rho t} + \lambda [f(\hat{k}) - ce^{-gt} - (\delta + n + g)\hat{k}].$$

Необходимые условия:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = u'(c)e^{-\rho t} - \lambda e^{-gt} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial \hat{k}} = \lambda [f'(\hat{k}) - (\delta + n + g)] = -\dot{\lambda}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t \hat{k}_t = 0.$$

Прологарифмировав первое условие и взяв производную по времени, получим

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{u''(c)}{u'(c)} \dot{c} - \rho + g,$$

откуда с учетом второго

$$\frac{u''(c)}{u'(c)} \dot{c} - \rho + g = -[f'(\hat{k}) - (\delta + n + g)].$$

После преобразований это условие принимает вид

$$\left[\frac{u''(c)}{u'(c)} c \right] \frac{\dot{c}}{c} = \rho - [f'(k) - \delta - n],$$

что соответствует уравнению Эйлера для децентрализованной задачи.

Преобразование условия трансверсальности для описанной задачи позволяет прийти к условию трансверсальности для децентрализованной экономики.

Таким образом, оптимальная траектория в задаче централизованного управления полностью совпадает с равновесной траекторией децентрализованной задачи. Это означает, что решение децентрализованного варианта модели Рамсея оптимально по Парето.

2.1.3. Искажающие налоги

Обычно выделяют два способа учета влияния государственной политики на равновесие в модели Рамсея. Первый — это политика сбалансированного бюджета. Результатом такой стимулирующей политики является вытеснение потребления. Второй — долговая политика. В этом случае справедливо равенство Рикардо, т.е. потребительские решения не меняются в зависимости от способа финансирования государственных расходов — «долг не имеет значения». В обоих случаях решение децентрализованной и централизованной задач совпадают, то есть решение децентрализованной задачи остается оптимальным по Парето.

Рассмотрим третий способ учета государственного влияния — введение искажающего налогообложения.

Будем считать, что государство не проводит самостоятельной политики, требующей государственного финансирования, а лишь перераспределяет доходы граждан. Пусть оно облагает доходы от активов по ставке τ ($0 < \tau < 1$) и распределяет его между потребителями в виде паушального трансферта z . Ясно, что в равновесии $(1 - \tau)r_t a_t = z_t$, однако потребитель не видит этой связи, он считает трансферт z некоторой фиксированной величиной.

С учетом вышесказанного задача потребителя принимает вид:

$$U = \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-\rho t} dt, \quad (1)$$

$$\dot{a} = w + (1 - \tau)ra - c - na + z \quad (2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a_t e^{-\int_0^t [(1-\tau)r(v)-n]dv} \geq 0. \quad (3)$$

Эту задачу динамической оптимизации будем по-прежнему решать с помощью принципа максимума Понтрягина.

Для этого строится функция Гамильтона

$$H = u(c)e^{-\rho t} + \lambda(w + (1 - \tau)ra - c - na + z).$$

Необходимые условия для ее максимизации имеют вид

$$\frac{\partial H}{\partial c} = u'(c)e^{-\rho t} - \lambda = 0, \text{ откуда } u'(c)e^{-\rho t} = \lambda, \quad (4)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a} = ((1-\tau)r - n)\lambda = -\dot{\lambda}, \text{ откуда } \dot{\lambda} = -((1-\tau)r - n)\lambda. \quad (5)$$

Условие трансверсальности:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t a_t = 0.$$

Возьмем, как и ранее, в качестве функции полезности функцию $u(c) = \frac{c^{(1-\theta)} - 1}{1-\theta}$ с постоянной эластичностью замещения, равной $1/\theta$. Тогда правило Кейнса — Рамсея будет иметь вид:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}((1-\tau)r - n - \rho).$$

Задача фирмы не изменится и будет иметь такое же решение, как и в модели без участия государства.

Таким образом, теперь стационарное состояние достигается при одновременном выполнении условий

$$\dot{k} = f(\hat{k}) - \hat{c} - (\delta + n + g)\hat{k} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}[(1-\tau)(f'(\hat{k}) - \delta) - n - \rho - \theta g] = 0 \quad (7)$$

Отсюда стационарное состояние описывается системой уравнений

$$\hat{c} = f(\hat{k}) - (\delta + n + g)\hat{k} \quad (8)$$

$$f'(\hat{k}) = \delta + \frac{n + \rho + \theta g}{1 - \tau}. \quad (9)$$

Условие (9) изменяется по сравнению со случаем модели Рамсея без участия государства. Так как $f'(\hat{k})$ в стационарном состоянии теперь увеличилось, то новое стационарное состояние \hat{k}_1^* достигается при уровне капиталовооруженности более низком, чем раньше. Соответственно стационарный уровень потребления также уменьшается.

Таким образом, результатом введения искажающих налогов является снижение капиталовооруженности и удельного потребления.

Очевидно, что централизованный вариант модели Рамсея остается без изменений по сравнению со случаем отсутствия влияния государства, поскольку государство только перераспределяет средства внутри частного сектора и не делает никаких закупок. Это означает, что решение центра-

лизованной задачи не изменится в результате введения государством механизма перераспределения доходов.

Так как решение централизованной задачи не изменилось, то траектория решения децентрализованной уже не будет оптимальной по Парето. Именно поэтому рассмотренный тип налогообложения называется искажающим.

Можно рассмотреть политику государства, состоящую в том, что государство вводит паушальные налоги в размере z и субсидирует за их счет потребителей пропорционально полученным ими процентным платежам (по ставке τ). Тогда расходы на субсидии покрываются за счет собранных паушальных налогов, однако потребитель опять не связывает эти события между собой и воспринимает паушальные налоги как постоянную величину. С помощью аналогичных выкладок можно показать, что в этом случае в новом стационарном состоянии капиталовооруженность вырастет по сравнению со случаем модели Рамсея без участия государства. Изменение потребления будет зависеть от того, выросла капиталовооруженность до состояния выше, равном или ниже уровня Золотого правила.

Таким образом, при политике дотирования сбережений в модели Рамсея потребление может достичь уровня Золотого правила. Однако оптимум централизованной задачи и в этом случае не изменится, то есть это решение не будет оптимальным по Парето. В новом равновесии (если оно по Золотому правилу) домашние хозяйства потребляют больше, чем в старом, однако существуют неприемлемые с точки зрения интегральной полезности издержки перехода из старого состояния в новое.

2.1.4. Модель Сидрауского

Модель Сидрауского представляет собой обобщение модели Рамсея, включающее денежный рынок. Использование этой модели позволяет продемонстрировать неоклассический постулат об отсутствии влияния в долгосрочном периоде денежной политики на реальные показатели (нейтральность и супернейтральность денег).

Отличительной особенностью модели является включение денег в функцию полезности домашних хозяйств. В этой постановке их полезность зависит как от потребления, так и от реальных запасов денежных средств. Такую зависимость можно объяснить, например, тем, что полезность зависит от потребления и времени отдыха. Деньги сокращают издержки, связанные с покупкой товара, так как их наличие позволяет совершить сделку немедленно, не прибегая к конвертации других активов в деньги. Тем самым деньги высвобождают свободное время для отдыха.

Таким образом, чем выше реальные запасы денежных средств, тем выше полезность. Однако с ростом реальных запасов каждая последующая их единица все меньше прибавляет к уже имеющимся возможностям совершать сделки и дает поэтому все меньшую прибавку полезности. Говоря другими словами, имеет место свойство убывающей предельной полезности реальных запасов денежных средств. Все неоклассические свойства функции полезности сохраняются таким образом и по отношению к реальным запасам денежных средств.

Постановка модели

Супернейтральность денег означает, что изменение темпов роста денежной массы не влияет на реальные показатели.

Ниже излагается модель с дискретным временем, однопродуктовая, децентрализованная. В качестве экономических агентов выступают домашние хозяйства и фирмы.

Как и в модели Рамсея, рассматривается бесконечно живущее домохозяйство (потребитель). Число членов домохозяйства в момент t равно L_t . $L_{t+1} = (1+n)L_t$, n — темп роста населения. В начале момента t домашнее хозяйство имеет сбережения в объеме $P_{t-1}S_{t-1}$ и номинальные денежные сбережения $M_{t-1}L_{t-1}$ (M_t — денежные сбережения на душу населения в момент $t - 1$). В конце момента $t - 1$ домашнее хозяйство получает процентные платежи i_t по прошлым сбережениям, принимает решение о потреблении C_t , а оставшиеся средства делит между сбережениями P_tS_t и денежными накоплениями M_t . Если в экономике осуществляется денежная эмиссия в размере X_t , то деньги непосредственно поступают в доходную часть бюджетного ограничения домашних хозяйств.

Задача домашнего хозяйства

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{u(c_t, m_t)}{(1+\rho)^t} \rightarrow \max_{c_t, m_t, s_t} \quad (1)$$

Полезность в момент t зависит от потребления в этот же момент (c_t), реальных запасов денежных средств (m_t). Зависимость от реальных запасов, как подчеркивалось ранее, можно объяснить, например, экономией времени для сделок и высвобождением таким образом времени для отдыха.

Функция обладает обычными неоклассическими свойствами по каждой переменной (c_t и m_t).

Бюджетное ограничение домашнего хозяйства:

$$P_t C_t + P_t S_t + M_t L_t = P_t w_t L_t + (1+i_t) P_{t-1} S_{t-1} + M_{t-1} L_{t-1} + X_t L_t \quad (2)$$

Делим бюджетное ограничение на $P_t L_t$ и получаем:

$$c_t + s_t + m_t = w_t + \frac{(1+i_t)P_{t-1}}{P_t} \frac{S_{t-1}}{(1+n)L_{t-1}} + \frac{M_{t-1}L_{t-1}}{(1+\pi_t)P_{t-1}(1+n)L_t} + x_t$$

$$\left[P_t = (1+\pi_{t-1})P_{t-1} \right]$$

$$(1+r_t) = \frac{1+i_t}{1+\pi_{t-1}}.$$

Таким образом, бюджетное ограничение имеет вид:

$$c_t + s_t + m_t = w_t + (1+r_t) \frac{S_{t-1}}{1+n} + \frac{m_{t-1}}{(1+\pi_{t-1})(1+n)} + x_t \quad (3)$$

$$s_t \geq 0.$$

В целом задача потребителя:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=0}^{\infty} \frac{u(c_t, m_t)}{(1+\rho)^t} \rightarrow \max_{c_t, m_t, s_t} \\ c_t + s_t + m_t = w_t + (1+r_t) \frac{S_{t-1}}{1+n} + \frac{m_{t-1}}{(1+\pi_{t-1})(1+n)} + x_t \\ s_t \geq 0. \end{array} \right.$$

Задача фирмы:

$$\Pi = F(K_t, L_t) - w_t L_t - r_t K_t \rightarrow \max_{L_t, K_t}.$$

Выбытие капитала и НТП отсутствуют.

Решение:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_t = f'(k_t) \\ w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) = f(k_t) - r_t k_t. \end{array} \right.$$

Пусть заданы начальные уровни сбережений на душу населения s_0 и деньги на душу населения m_0 . Тогда равновесная траектория — это последовательность $\{c_t, s_t, m_t, k_t, P_t, \pi_t, w_t, r_t\}_{t=1}^{\infty}$ такая, что выполнены:

1. Задача домохозяйства.
2. Задача фирмы.
3. Условие равновесия на товарном рынке

$$f(k_t) = c_t + \overbrace{(1+n)k_{t+1} - k_t}^{i_t}.$$

4. Условие равновесия на рынке заемных средств (капитала)

$$s_{t-1}L_{t-1} = k_t L_t \Rightarrow k_t = \frac{s_{t-1}}{1+n}.$$

5. Условие равновесия на рынке денег $M_t L_t = M_{t-1} L_{t-1} + X_t L_t$.

Предполагается, что уровень денежной эмиссии таков, что обеспечивает постоянный рост денежной массы в экономике с темпом θ .

$$L = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{u(c_i, m_i)}{(1+\rho)^i} + \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i \left[w_i + (1+r_i) \frac{s_{i-1}}{1+n} + \frac{m_{i-1}}{(1+\pi_{i-1})(1+n)} + x_i - c_i - s_i - m_i \right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = 0 \Rightarrow \frac{u'_{ct}}{(1+\rho)^t} - \lambda_t \Rightarrow \frac{u'_{ct}}{(1+\rho)^t} = \lambda_t \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_t} = \frac{u'_{mt}}{(1+\rho)^t} - \lambda_t + \frac{\lambda_{t+1}}{(1+\pi_t)(1+n)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{u'_{mt}}{(1+\rho)^t} = \lambda_t - \frac{\lambda_{t+1}}{(1+\pi_t)(1+n)} \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial s_t} = -\lambda_t + \frac{\lambda_{t+1}(1+r_{t+1})}{1+n} = 0 \Rightarrow \lambda_t = \frac{\lambda_{t+1}(1+r_t)}{1+n}. \quad (6)$$

Из уравнения (6) $\lambda_{t+1} = \frac{1+n}{1+r_{t+1}} \lambda_t$.

$$\text{Из уравнения (5)} \quad \frac{u'_{mt}}{(1+\rho)^t} = \lambda_t - \frac{\frac{1+n}{1+r_{t+1}} \lambda_t}{(1+\pi_t)(1+n)} = \lambda_t \left(1 - \frac{1}{\underbrace{(1+\pi_t)(1+r_{t+1})}_{1+i_{t+1}}} \right).$$

Подставим из (4) λ_t , тогда

$$\frac{u'_{mt}}{(1+\rho)^t} = \frac{u'_{ct}}{(1+\rho)^t} \left(\frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u'_{mt} = u'_{ct} \left(\frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}} \right). \quad (7)$$

Выражение (7) связывает потребление, реальные запасы денежных средств и номинальный процент на равновесной траектории.

Рассмотрим стационарный режим:

$$\forall t: s_t = s^*, m_t = m^*, c_t = c^*, w_t = w^*, k_t = k^*, \pi_t = \pi^*, r_t = r^*.$$

Все эндогенные переменные, кроме уровня цен p_t на равновесной траектории, не меняются, а p_t растет с постоянным темпом π^* .

На стационарной траектории:

из (4)

$$\frac{u'_c}{(1+\rho)^t} = \lambda_t; \quad \frac{u'_c}{(1+\rho)^{t+1}} = \lambda_{t+1}; \quad \lambda_{t+1} = \frac{\lambda_t}{1+\rho};$$

из (6)

$$\begin{aligned} \lambda_{t+1} &= \frac{1+n}{1+r^*} \lambda_t \Rightarrow \frac{\lambda_t}{1+\rho} = \frac{1+n}{1+r^*} \lambda_t \Rightarrow (1+r^*) = \\ &= (1+n)(1+\rho) \Rightarrow r^* \approx n+\rho \Rightarrow f'(k^*) \approx n+\rho. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, реальный процент на стационарной траектории равен сумме темпа роста населения и нормы межвременного предпочтения экономических агентов и не зависит от функции полезности и производственной функции.

Отсюда, с учетом условия 3:

$$c^* = f(k^*) - nk^*. \quad (9)$$

Так как k^* определяется из (8), то ни капиталовооруженность, ни потребление (см. (9)) не зависят от темпа роста денежной массы, т.е. выполняется свойство супернейтральности денег.

Супернейтральность имеет место на стационарной траектории. Чтобы она имела место на равновесной траектории, нужно наложить дополнительные условия на мгновенную функцию полезности u (требуется, чтобы функция была сепарабельна по факторам).

Можно показать, что существует траектория X_t , обеспечивающая постоянство темпа роста денежной массы на стационарной траектории.

Пусть H_t — совокупный объем денежной массы в экономике в момент t .

$$\text{Тогда } m_t = \frac{H_t}{p_t L_t}.$$

На стационарной траектории $m_t = m^* \quad \forall t$.

Отсюда на стационарной траектории H_t и $p_t L_t$ растут с одинаковым темпом, то есть

$$(1+\sigma) = (1+\pi^*)(1+n) \Rightarrow \sigma \approx \pi^* + n.$$

Теперь определим X_t из баланса денег:

$$X_t L_t = p_t x_t L_t = H_t - H_{t-1} = \sigma H_{t-1} = \sigma p_{t-1} m_{t-1} L_{t-1}.$$

Отсюда:

$$x_t = \sigma \frac{p_{t-1} m_{t-1} L_{t-1}}{p_t L_t} = \sigma \frac{m_{t-1}}{(1+\pi_{t-1})(1+n)}$$

$$x^* = \frac{m^*}{(1 + \pi^*)(1 + n)} = \frac{\sigma}{\sigma + 1} m^*. \quad (10)$$

Таким образом, существует такая стационарная траектория x_t , которая обеспечивает постоянство темпа роста денежной массы (см. (10)).

Правило Фридмана

На основе модели Сидрауского М. Фридманом было сформулировано правило проведения денежной политики. Идея заключалась в следующем.

Если деньги нейтральны и супернейтральны, то они не влияют на потребление. Поэтому функция полезности $u(c, m)$ достигает максимума по m независимо от c , т.е. для всякого значения c существует m такое, что достигается максимум полезности.

Тогда логично проводить эмиссию таким образом, чтобы этот максимум и реализовывался в стационарном режиме. То есть нужно выбрать темп роста денежной массы такой, чтобы достигалось оптимальное значение m^* .

При $m^* u'(m) = 0$. Предполагается, что $u'(c) \neq 0$.

Тогда из (7) вытекает, что $i_t = 0$. Это правило Фридмана, или Чикагское правило, которое предписывает центральному банку поддерживать нулевую ставку процента. При этом будет реализована ситуация, при которой потребителю безразлично, вкладывать средства в капитальные товары или держать их в форме денег.

$$i_t = 0 \Rightarrow 1 + \pi^* = \frac{1}{1 + r^*} \Rightarrow \pi^* = \frac{1}{1 + r^*} - 1 \Rightarrow \pi^* \approx -r^*.$$

Таким образом, для достижения максимального уровня полезности необходима дефляция с темпом, приблизительно равным реальному проценту.

Можно вычислить соответствующий темп изменения денежной массы:

$$\bar{\sigma} = -\frac{\rho}{\rho + 1} \approx -\rho.$$

Для выполнения правила Фридмана денежную массу следует уменьшать с темпом ρ .

Почему не выполняется правило Фридмана, а в большинстве стран мира наблюдается положительная инфляция? Причина состоит в том, что в случае его применения государство лишается возможности финансировать бюджетный дефицит за счет эмиссии, т.е. лишается дохода от печатания денег (сеньоража).

Литература

1. *Cass D.* Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation// *Review of Economic Studies*. — 1965. — Vol. 32.
2. *Koopmans T.* On the Concept of Optimal Economic Growth // *The Economic Approach to Development Planning*. — Amsterdam: Elsevier, 1965.
3. *Sidrauski M.* Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy // *American Economic Review*. — 1967. — Vol. 57. — № 2. — P. 534–544.
4. *Туманова Е. А., Шагас Н. Л.* Макроэкономика. Элементы продвинутого подхода: Учебник. — М.: ИНФРА-М, 2004. — С. 357–378.

*Колебания экономики сопоставимы
разве что с колебаниями экономистов.*

Джон Уильямс

ГЛАВА 2.2

СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К АНАЛИЗУ ЦИКЛИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

Традиционной важной областью макроэкономической теории как науки является анализ характера и свойств циклического поведения экономической системы. Отношение к природе и причинам деловых циклов является предметом дискуссий и по-разному обосновывается с точки зрения принятых постулатов различных макроэкономических школ.

Кейнсианский подход, которого придерживались в 60-е гг. XX в. многие экономисты, обеспечил теоретическую основу для выработки рекомендаций по управлению спросом и уровнем экономической активности с помощью денежно-кредитной или фискальной политик. Бизнес-цикл сглаживался с помощью контрциклических мер экономической политики, и единственный выбор, с которым сталкивались управляющие органы, заключался в определении наиболее желательного соотношения между инфляцией и безработицей на основе кривой Филлипса.

Однако в 70-х гг. XX в. в связи с многократными эпизодами одновременного увеличения как уровней безработицы, так и инфляции, появились сомнения в пригодности кейнсианской модели для описания делового цикла и последствий экономической политики. Интересно отметить, что недостатки в результатах эмпирической оценки выводов кейнсианской парадигмы выявились одновременно с теоретическими сомнениями в такой модели, в которой компоненты спроса на агрегированных рынках товаров и денег (функция потребления, инвестиционная функция, функция спроса на деньги и т.д.) не базировались на микроэкономических основах. Многие функции, отражающие экономическое поведение, оказались структурно неустойчивыми, функции потребления, инвестиций, спроса на деньги менялись с течением времени и в том числе в ответ на изменения в политике. В этом контексте было просто невозможно предсказать

последствия экономической политики с помощью моделей. Поведение агентов, обычно предполагаемое в таких моделях соответственно задаваемым агрегированными функциями, реагировало неизвестным способом на изменения политики.

В начале 1970-х гг. началось развитие так называемой новой классической школы, которая бросила вызов доминирующему кейнсианскому взгляду. Изменение принципов макроэкономической теории и политики характеризуется двумя основными чертами: во-первых, внедрением механизма рациональных ожиданий, через которые экономические агенты формируют свои прогнозы о будущих событиях (предполагается, что экономические агенты не делают систематических ошибок в своих прогнозах). Во-вторых, использованием макроэкономических моделей с явными микроэкономическими основаниями (как, например, модель Рамсея, где потребительское и инвестиционное поведение не предполагается, а является эндогенным). Согласно этим представлениям в 80-е гг. XX в. и начался исследовательский проект Ф. Кидланда и Эд. Прескотта по разработке модели реального делового цикла (*Real Business Cycle*, или *RBC*). Применение нового подхода в макроэкономике к изучению периодических колебаний совокупной экономической активности и занятости стало в те годы одним из основных направлений развития макроэкономической теории. К середине 90-х гг. макроэкономисты поняли, как с помощью моделей *RBC* эффективно анализировать макроэкономическую динамику развитых стран.

Основополагающей концепцией для изучения колебаний макроэкономической активности в настоящее время является теория динамического стохастического общего равновесия (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*, или *DSGE*), которая выросла из теории реального делового цикла.

В настоящей главе обсуждается постановка базовой модели реального делового цикла, а также основные принципы построения на ее основе моделей *DSGE*.

2.2.1. Теория реального делового цикла

Теория реального делового цикла в качестве источника экономических колебаний рассматривает резкие сдвиги со стороны предложения, а в качестве источника этих сдвигов — краткосрочные изменения уровня технологии (то есть производственной функции). В отличие от стандартных моделей экономического роста, которые предполагают, что технологический прогресс развивается постепенно и равномерно (растет с постоянным темпом), эта теория считает, что изменение технологии происходит неравномерно и является источником краткосрочных колебаний уровня

выпуска. Однако предпосылка о резких изменениях уровня технологии не позволяет сама по себе объяснить колебания уровня занятости. Поэтому второй важной предпосылкой является *межвременное замещение* при решении задачи предложения на рынке труда.

2.2.2. Межвременное замещение и предложение труда

В теории реального делового цикла предполагается, что работник может выбирать уровень своего предложения труда в зависимости от ожидаемого вознаграждения. Если он ожидает в будущем снижения уровня заработной платы, то он постарается в настоящем работать больше, если же он ожидает в будущем рост реальной заработной платы, то он может снизить в настоящем свои трудовые усилия или вообще временно отказаться от работы. Поэтому периоды высокой занятости чередуются с периодами, когда работники предпочитают работать меньше или вообще не работать. Такое распределение занятости носит название межвременного замещения в предложении труда.

Эффект замещения обычно иллюстрируется с использованием двух-периодной модели межвременного выбора (см., например, [1]). При принятии решения о предложении труда работник сравнивает вознаграждение за труд в различные моменты времени, обращая внимание как на реальную заработную плату, так и на реальную ставку процента. Чем выше реальная зарплата в настоящем по сравнению с будущим, тем более привлекателен сегодняшний труд. Чем выше ставка процента, тем больший доход будет получен от текущей зарплаты, если ее сберечь. Таким образом, работники принимают решение об объеме предлагаемого труда в момент t в зависимости от межвременной относительной цены труда:

$$\frac{(1+r) \cdot w_t}{w_{t+1}},$$

где w_t и w_{t+1} — уровни реальной заработной платы соответственно в моменты t и $t+1$.

Если w_t возрастает по сравнению с w_{t+1} или растет ставка процента r , то межвременная относительная цена труда увеличивается. Это означает, что при прочих равных (при неизменном уровне полезности) работники будут в настоящем увеличивать предложение своего труда. В противном случае они его уменьшают. Таким образом, колебания безработицы носят добровольный характер. Другими словами, безработица всегда находится на естественном уровне, который может изменяться в зависимости от колебаний ставок процента и зарплаты, связанных с технологическими шоками, вызывающими изменения производительности труда и капитала.

2.2.3. Стандартная модель теории реальных деловых циклов

Стандартная модель РДЦ обычно строится на основе дискретного варианта модели Рамсея, которая имеет два ключевых отличия от ее традиционной постановки. Во-первых, полезность зависит не только от потребления, но и от досуга, что предполагает не только межвременное замещение потребления, но и межвременное замещение в предложении труда. Во-вторых, учитывается неопределенность в доходах (ставках заработной платы и ставках процента), на величину которых оказывают влияние технологические шоки.

Предпосылки модели

1. Предпочтения

В экономике существует много типичных бесконечно живущих индивидов, имеющих суммарную полезность за весь бесконечный горизонт жизни:

$$\mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t),$$

где β — норма межвременных предпочтений; $U(C_t, L_t)$ — мгновенная функция полезности в период времени t ; C_t — потребление в период t ; N_t — досуг в период t .

Предполагается, что мгновенная функция полезности дважды дифференцируема, возрастает по каждому аргументу и является вогнутой, т.е. подразумевается нормальность благ C и N .

2. Ограничения на общий фонд времени

В каждый момент времени индивиды выбирают между продолжительностью времени на работу L_t и на досуг N_t .

Для удобства общая продолжительность времени нормируется и приравнивается к 1. Тогда ограничение на общий фонд времени выглядит

$$N_t + L_t = 1. \quad (1)$$

3. Производственная функция

Выпуск в экономике в каждый период времени t определяется

$$Y_t = F(A_t, K_t, L_t), \quad (2)$$

где A_t — уровень технологии, отражающий постоянный рост экономики за счет технологического прогресса и случайные технологические шоки.

Производственная функция является дважды дифференцируемой и вогнутой.

4. Ограничения ресурсов

Экономика закрытая, состоит только из частного сектора, поэтому

$$Y_t = C_t + I_t. \quad (3)$$

5. Накопление капитала

Изменение запаса капитала описывается условием

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t. \quad (4)$$

Общая математическая постановка основной модели РДЦ в рамках обозначенных предпосылок заключается в следующем:

$$\max \mathbb{E} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, 1 - L_t)$$

при условиях (1)–(4).

Фактически решается задача централизованного управления в модели Рамсея, так как ее решение совпадает с решением децентрализованной задачи.

Решение модели РДЦ должно быть представлено в виде набора траекторий поведения во времени эндогенных переменных Y , C , I , K , L в зависимости от начального уровня капитала и технологии в экономике.

Строгое аналитическое разрешение модели в общем случае затруднительно, поэтому предлагается приближенный метод, который требует более точных спецификаций производственной функции и мгновенной функции полезности. Этот метод заключается в аппроксимации динамических уравнений системы необходимых условий максимума модели относительно устойчивого состояния.

Будем рассматривать линейную аппроксимацию указанной системы в процентных отклонениях от устойчивого состояния путем разложения функциональных компонентов уравнений в ряд Тейлора в первом приближении. Данная линеаризация приведет рассматриваемую систему к системе разностных уравнений первого порядка, которая решается методом неопределенных коэффициентов.

Необходимые уточнения рассматриваемых функций делаются из соображений достижения экономикой устойчивого состояния в рамках рассматриваемой модели.

Функциональная спецификация

Рассматривается функция Кобба — Дугласа

$$Y_t = A_t (L_t X_t)^\alpha K_t^{1-\alpha}$$

Она удовлетворяет всем неоклассическим свойствам, включая условия Инада, а механизм распространения технологии уточняется.

Под A_t понимается уровень технологии, отражающий технологические шоки, он предполагается авторегрессионным процессом первого порядка

$$\ln A_t = (1 - \rho) \ln A + \rho \ln A_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (5)$$

Динамика эффективности единицы труда в период времени t X_t описывается как

$$X_t = (1 + g)X_{t-1},$$

где g — заданная экзогенно постоянная величина.

Таким образом, экзогенно заданный темп роста технологического прогресса g является единственным фактором модели, генерирующим устойчивый долгосрочный темп роста выпуска, вокруг которого и колеблется модельный ряд выпуска, подверженный действию технологических шоков.

Если предположить, что мгновенная функция полезности является логарифмической, то модель принимает вид:

$$U = \mathbb{E} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln C_t + b \ln(1 - L_t)] \rightarrow \max_{C, L, K}$$

при ограничении

$$A_t K_t^{1-\alpha} (L_t X_t)^\alpha = C_t + K_{t+1} - K_t + \delta K_t.$$

Поставленная задача решается с помощью функции Лагранжа. Составляется система уравнений из условий первого порядка и из нее, в предположении об отсутствии технологических шоков, находится детерминированная стационарная траектория. Для поиска оптимальной траектории применяют следующую схему. Уравнения системы, составленной из условий первого порядка, линеаризуют с помощью разложения в ряд Тейлора первого порядка вокруг найденного стационарного состояния. Полученную систему стохастических конечно-разностных уравнений решают с помощью стандартной процедуры методов для подобного рода систем.

2.2.4. Калибровка модели реального делового цикла

Обычно в целях верификации модели проводится сравнение модельных результатов с реальными данными на основе эконометрических методов. Однако провести прямую эконометрическую оценку результатов модели не представляется возможным из-за сложности оценки большого числа используемых параметров.

Представители теории реального делового цикла для проверки своей гипотезы предложили использовать *метод калибровки*, который заключается в компьютерной имитации отклика экономической динамики на стохастические сдвиги технологического развития. Используется модель реального делового цикла, специфицированная для анализируемой экономики. Релевантность оценивается путем сравнения полученных модельных результатов с фактическими данными [2].

В широком смысле метод калибровки состоит из следующих этапов:

- для динамической модели общего экономического равновесия выбираются конкретные формы производственной функции и функции полезности;

- различными способами оцениваются экзогенные параметры, которые соответствуют особенностям конкретной экономики;
- с помощью датчика случайных чисел имитируется влияние случайных технологических сдвигов на динамику основных макроэкономических показателей;
- оценивается сравнительная волатильность модельных и фактических макроэкономических переменных.

Проведенные имитации показали, что конкурентная экономика, испытывающая повторяющиеся резкие технологические сдвиги, демонстрирует колебания, близкие к реально наблюдаемым. Другими словами, модельные результаты в целом удовлетворительно описывают временные ряды основных макроэкономических показателей. Однако динамика ряда показателей не соответствует эмпирическим фактам.

Так, расчеты Хансена и Райта [3] показали, что ряды ВВП и потребления хорошо согласуются с фактическими данными, инвестиций и зарплаты — хуже. Они использовали функцию Кобба — Дугласа и удалили тренд с помощью фильтра Ходрика — Прескотта. Остальные экзогенные параметры положили равными: $\alpha = 0,36$, $\delta = 2,5$, $\rho = 1\%$, $b = 2$. В качестве меры, описывающей влияние технологических изменений, использовали остаток Солоу.

Таблица 1

**Характеристики волатильности расчетных по модели РБЦ
и реальных макроэкономических данных США**

	Данные США	Модельные данные
σ_Y	1,92	1,3
σ_C / σ_Y	0,45	0,31
σ_I / σ_Y	2,78	3,15
σ_L / σ_Y	0,96	0,49
$\text{Corr}(L, Y/L)$	-0,14	0,93

Источник: [2].

Данные табл. 1 показывают, что волатильность выпуска больше волатильности потребления, но меньше волатильности инвестиций. Это соответствует теоретическим представлениям. Однако модельные данные указывают на гораздо более низкую волатильность занятости относительно волатильности выпуска, чем в реальности. Кроме того, в экономике США затраты труда не коррелированы с производительностью, а по модельным данным эта корреляция высока. Таким образом, только технологическими шоками с помощью базовой модели РДЦ не удалось убедительно продемонстрировать ее адекватность. Поэтому было предло-

жено учитывать и шоки государственных закупок, а впоследствии и многие другие.

Таким образом, в дискуссиях об адекватности модели реального делового цикла точка до сих пор не поставлена. Однако описываемые идеи явились отправным пунктом для новокейнсианских разработок, включивших в анализ жесткость цен в краткосрочном периоде.

2.2.5. Новокейнсианская динамическая стохастическая модель общего макроэкономического равновесия (NK DSGE)

Критика модели реального делового цикла новой классической школы со стороны новых кейнсианцев заключалась в первую очередь в несоответствии результатов эмпирических исследований предпосылкам о нейтральности денег и абсолютной гибкости цен:

1. Эмпирически на макроэкономическом уровне подтверждено, что кредитно-денежная политика не является нейтральной в краткосрочном периоде, т.е. она влияет на реальный сектор экономики (реальный ВВП, потребление, инвестиции, ставки процента и т.п.) [4].
2. Кредитно-денежная политика влияет на темпы инфляции, но не мгновенно, как это подразумевает количественная теория денег: наблюдается медленное приспособление уровня цен к долгосрочному уровню, причем скорость приспособления не одинакова в разных странах.
3. Существуют микроэкономические эмпирические доказательства жесткости цен и номинальных заработных плат (например, [5]).

Сторонники школы новых кейнсианцев выделяют ряд факторов, обуславливающих жесткость цен в краткосрочном периоде, таких как «издержки меню», фиксированные цены в длительных контрактах, отсутствие у продавца полной информации о рынке, боязнь потерять покупателей при повышении цен в одиночку и т.п.

Новокейнсианская DSGE-модель объединила в себе ряд старых идей кейнсианской школы (жесткость цен, ключевая роль шоков совокупного спроса) и новых идей как ответ на критику неоклассиков (ключевая роль ожиданий, микроэкономическое обоснование основных макроэкономических уравнений, важная роль стабилизационной монетарной политики).

Таким образом, в модель РДЦ с гибкими ценами введены две новые ключевые предпосылки:

- 1) монополистическая конкуренция на рынке товаров — цены не являются заданными, каждая фирма является монополистом на своем участке потребительского спроса;

- 2) жесткость номинальных показателей — фирма устанавливает цену с учетом существующих ограничений на частоту пересмотра этой цены.

2.2.6. Базовая постановка *NK DSGE*-модели [6]

Экономика состоит из бесконечно живущих домохозяйств, фирм и государства. На товарном рынке монополистическая конкуренция: континуум фирм производит континуум дифференцированных товаров. Полезность потребителя и накопление капитала зависят от объемов композитного товара — агрегированного уровня.

Постановка задачи потребителя

Потребитель максимизирует суммарную приведенную к настоящему моменту ожидаемую полезность¹:

$$\mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t), \quad (1)$$

где $\beta \in (0, 1)$ — дисконтирующий множитель; N_t — затраты труда одного домохозяйства в период t ; C_t — композитное потребление одного агента в период t , состоящее из потребления континуума дифференцированных товаров с постоянной эластичностью замещения:

$$C_t \equiv \left[\int_0^1 C_t(i)^{\frac{(\epsilon-1)}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}, \quad (2)$$

где $\epsilon > 1$ — эластичность замещения между товарами, $C_t(i)$ — потребление i -го товара в период t .

В каждый период времени бюджетное ограничение потребителя представляет собой неравенство:

$$\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di + B_t \leq (1+i_{t-1}) B_{t-1} + W_t N_t + D_t \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

где $P_t(i)$ — цена i -го товара в период t , B_t — объем купленных однопериодных облигаций, i_t — номинальная ставка процента, W_t — номинальная ставка заработной платы, D_t — дивиденды от владения акциями фирм.

Завершает постановку задачи потребителя условие отсутствия игры Понци:

¹ В различных постановках мгновенная функция полезности может включать в качестве аргумента также шок потребительских предпочтений, реальные запасы денежных средств [11] и т.п.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} B_{t+T} \geq 0. \quad (4)$$

Решение задачи потребителя в общем виде

Задача потребителя решается в два этапа. На первом этапе определяется оптимальный состав потребительской корзины. Домашнее хозяйство максимизирует композитное потребление (2) по каждому наименованию товаров $C_t(i)$ при ограничении на величину затрат на потребление X_t (5)¹.

$$\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di = X_t. \quad (5)$$

Решение задачи первого этапа методом множителей Лагранжа позволяет определить спрос потребителя на каждый товар, входящий в потребительскую корзину:

$$C_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\epsilon} C_t \quad \forall i \in [0, 1], \quad (6)$$

где P_t — общий уровень цен в экономике:

$$P_t \equiv \left[\int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}. \quad (7)$$

В сочетании уравнения (2), (7) и (5) позволяют получить условие

$$\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di = P_t C_t = X_t.$$

Отсюда видно, что объем потребления композитного товара C_t равен реальной величине затрат на потребление $\frac{X_t}{P_t}$. Таким образом, индивидуальный потребительский спрос на товар i (6) зависит от реальной цены товара i относительно общего уровня цен, реальных общих затрат индивида на потребление и эластичности замещения².

На втором этапе потребитель максимизирует свою суммарную приведенную полезность (1) с учетом ограничения (3), выполненного как равенство. Задача решается также методом Лагранжа. Итогом второго этапа

¹ Аналогичный результат будет получен при решении задачи минимизации суммарных издержек на потребление $\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di$ при условии (2).

² Она же является эластичностью спроса на товар по его относительной цене.

являются условия оптимума потребителя: внутрипериодное (8), выраженное в выборе между потреблением и трудом (досугом), и межпериодное (9), выраженное в выборе между потреблением в текущем и в следующем периоде.

$$U_{N,t} + \frac{W_t}{P_t} U_{C,t} = 0 \quad (8)$$

$$-\frac{1}{P_t} U_{C,t} + \beta \mathbb{E}_t \left\{ U_{C,t+1} \frac{(1+i_t)}{P_{t+1}} \right\} = 0, \quad (9)$$

где $U_{N,t} < 0$ — предельная (анти)полезность труда в период t ; $U_{C,t} > 0$ — предельная полезность потребления в период t .

Увеличив количество часов труда на одну единицу, домашнее хозяйство сможет увеличить объем потребления на величину реальной заработной платы. Уравнение (8) показывает, что домохозяйство до тех пор готово предлагать дополнительные единицы труда, пока дополнительная полезность от увеличения потребления будет покрывать снижение полезности от уменьшения часов досуга.

Отказываясь от одной единицы композитного потребления, домохозяйство вкладывает освободившиеся у него деньги в размере P_t в облигации, которые в следующем периоде принесут ему ожидаемый реальный доход в размере $\mathbb{E}_t \left\{ \frac{(1+i_t)}{P_{t+1}} \right\}$. Уравнение (9) показывает, что потребитель готов отказываться от потребления сегодня до тех пор, пока ожидаемая полезность от потребления в будущем покрывает снижение текущей полезности.

Функциональная спецификация

Наиболее часто используется следующая спецификация мгновенной функции полезности:

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\phi}}{1+\phi}. \quad (10)$$

При (10) внутрипериодное условие оптимума примет вид:

$$C_t^\sigma N_t^\phi = \frac{W_t}{P_t}. \quad (11)$$

В логарифмической форме¹:

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \phi n_t. \quad (12)$$

¹ Здесь и далее печатные буквы обозначают натуральные логарифмы показателей, обозначаемых аналогичными строчными буквами, например $p_t \equiv \ln P_t$.

Межвременное условие оптимума:

$$C_t^{-\sigma} = \beta(1+i_t)\mathbb{E}_t\left\{C_{t+1}^{-\sigma}\frac{P_t}{P_{t+1}}\right\}. \quad (13)$$

В логарифмической форме (13) можно привести к виду:

$$c_t = \mathbb{E}_t\{c_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma}(i_t - \mathbb{E}_t\{\pi_{t+1}\} - \rho), \quad (14)$$

где $\pi_{t+1} \equiv p_{t+1} - p_t$ — темп инфляции в периоде $t+1$; $-\rho \equiv \ln\beta$.

Условие (12) представляет собой предложение труда, (14) — потребительский спрос на товарном рынке.

Производственный блок

В производственном блоке представлен континуум идентичных фирм, производящих дифференцированные товары по единой технологии (неконкурентное благо). Производственная функция зависит от уровня технологии A_t и количества использованного труда $N_t(i)$ и характеризуется постоянной отдачей от масштаба.

$$Y_t(i) = A_t N_t(i), \quad (15)$$

где $Y_t(i)$ — объем производства i -й фирмы.

В агрегированной форме совокупный выпуск в экономике Y_t составит

$$Y_t = \int_0^1 Y_t(i) di = \int_0^1 A_t N_t(i) di = A_t N_t, \quad (16)$$

что в логарифмической форме можно записать как

$$y_t = a_t + n_t. \quad (17)$$

Уровень технологии представляет собой стохастический процесс и в логарифмической форме имеет вид:

$$a_t \equiv \ln A_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a, \quad (18)$$

где ρ_a — коэффициент авторегрессии, $\varepsilon_t^a \sim i.i.d(0, \sigma_a^2)$ — технологический шок.

Ценообразование на рынке финансовых активов

Исходя из условия (9), можно утверждать, что домашнее хозяйство готово приобрести финансовый актив (акцию) по реальной цене Q_t , если реальный доход (дивиденд D_{t+k}), полученный им через k периодов, позволит восполнить потери полезности от недопотребления в текущем периоде:

$$-Q_t U_{C,t} + \beta^k \mathbb{E}_t \left\{ \frac{D_{t+k}}{P_{t+k}} U_{C,t+k} \right\} = 0. \quad (19)$$

Отсюда реальную цену актива можно выразить следующим образом:

$$Q_t = \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+k} * \frac{D_{t+k}}{P_{t+k}} \right\}, \quad (20)$$

где $\Lambda_{t,t+k} \equiv \beta^k \frac{U_{C,t+k}}{U_{C,t}}$ — стохастический дисконтирующий множитель между периодами t и $t+k$.

Реальная стоимость активов фирмы представляет собой суммарную приведенную реальную стоимость всех дивидендных доходов:

$$V_t = \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \Lambda_{t,t+k} * \frac{D_{t+k}}{P_{t+k}} \right\} \quad (21)$$

Жесткость цен по Кальво

Наиболее простым и популярным способом формализации предпосылки о жесткости цен в новокейнсианских моделях общего равновесия является метод Кальво [7]. Экзогенно задается величина $(1-\theta)$ — вероятность того, что отдельная фирма в данном периоде сможет изменить свою цену. Эта величина является постоянной и не зависит от того, как давно фирма меняла цену на свою продукцию в прошлый раз. Сам показатель $\theta \in [0,1]$ называется индексом (степенью) жесткости цен. Так как в рассматриваемой экономике континуум идентичных фирм, то $(1-\theta)$ — доля фирм, которые могут поменять цену в текущем периоде, и все они установят одинаковую цену, равную P_t^* . По тем же причинам θ — доля фирм, которые в текущем периоде не могут изменить цену на свою продукцию, и поэтому их цена равна цене прошлого периода $P_{t-1}(i)$. Общий уровень цен в экономике можно представить следующим образом:

$$P_t \equiv \left[\int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} = \left[\theta P_{t-1}^{1-\epsilon} + (1-\theta) P_t^{*1-\epsilon} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}. \quad (22)$$

При разложении вокруг стационарного состояния с нулевым темпом инфляции (22) преобразуется в

$$p_t = \theta p_{t-1} + (1-\theta) p_t^*. \quad (23)$$

Задача фирмы

Если фирме в текущем периоде доступно изменение цены на ее продукцию, то она будет решать оптимизационную задачу. Выбирая оптимальное поведение, фирма будет исходить из вероятности того, что она

не сможет сменить цену в последующих периодах. В зависимости от постановки фирма может максимизировать как ожидаемую прибыль, так и стоимость своих активов. Рассмотрим второй случай. Ожидаемая приведенная стоимость активов будет равна:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \Lambda_{t,t+k} \frac{D_{t+k}}{P_{t+k}} \right\} = \\ & = \theta^k \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \Lambda_{t,t+k} \frac{D_{t+k}}{P_{t+k}} \mid S_{t+k} = t \right\} + (1-\theta)^l \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} \Lambda_{t,t+l} \frac{D_{t+l}}{P_{t+l}} \mid S_{t+l} > t \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

где S_{t+k} — последний на момент $t+k$ период, когда фирма меняла цену.

Второе слагаемое в равенстве (24) не зависит от того, какую цену фирма выберет сегодня. Поэтому задача фирмы заключается в максимизации первого слагаемого¹. Если предположить, что дивиденд, выплачиваемый владельцам активов, целиком представляет собой прибыль фирмы, то эта задача становится эквивалентной задаче максимизации прибыли фирмы по устанавливаемой в текущем периоде цене с учетом вероятности того, что цену в будущие периоды изменить не удастся:

$$\max_{P_t} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+k} \frac{1}{P_{t+k}} \left(P_t^* Y_{t+k|t} - TC_{t+k}(Y_{t+k|t}) \right) \right\}, \quad (25)$$

где $TC_{t+k}(\cdot)$ — функция общих издержек фирмы, а $Y_{t+k|t}$ — объем производства в момент времени $t+k$ при цене, установленной в период t ; он получается из функции индивидуального спроса на товар (6):

$$Y_{t+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\epsilon} C_{t+k}. \quad (26)$$

Решение задачи фирмы

Условие оптимума в задаче фирмы:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+k} \frac{Y_{t+k|t}}{P_{t+k}} \left(P_t^* - M\Psi_{t+k} \right) \right\} = 0, \quad (27)$$

где $M \equiv \frac{\epsilon}{\epsilon-1}$ — оптимальная наценка (наценка в случае гибких цен, когда $\theta = 0$); Ψ_{t+k} — предельные издержки фирмы в период $t+k$.

Пусть эффективной наценкой называется величина $M_t \equiv \frac{P_t}{\Psi_t}$, тогда:

¹ В текущем периоде $k=0$, поэтому включение реальной величины дивиденда текущего периода в первое слагаемое оправдано.

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}} - \frac{M}{M_{t+k}} \right) \right\} = 0. \quad (28)$$

При разложении вокруг стационарного состояния с нулевым темпом инфляции (28) преобразуется в

$$p_t^* = (1 - \beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k \mathbb{E}_t \{ \mu + \psi_{t+k} \}. \quad (29)$$

Приведа условие (29) в рекурсивную форму и совместив с результатами уравнения (23), можно получить следующую зависимость:

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \{ \pi_{t+1} \} - \lambda (\mu_t - \mu), \quad (30)$$

где $\lambda \equiv \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta}$.

Уравнение (30) показывает, что основными факторами роста цен в экономике являются, во-первых, инфляционные ожидания, а во-вторых, отклонение эффективной наценки от оптимального уровня, которое является результатом жесткого ценообразования. Величина эффективной наценки определяется следующим образом. Так как заданная уравнением (15) производственная функция обладает постоянной отдачей от труда, то предельные издержки увеличения выпуска на 1 единицу равны:

$$\Psi_t = \frac{1}{A_t} W_t. \quad (31)$$

Тогда эффективная наценка, записанная в логарифмической форме, с учетом (12), (17) и (31) принимает вид

$$\mu_t = p_t - \psi_t = a_t - (w_t - p_t) = a_t - (\sigma c_t + \phi n_t) = (1 + \phi) a_t - (\sigma c_t + \phi y_t). \quad (32)$$

Равновесие на товарном рынке

Поскольку в базовой модели нет инвестиций и капиталовложений, то условие равновесия на товарном рынке выглядит как равенство совокупного выпуска совокупному потреблению:

$$Y_t = C_t \quad (33)$$

или же в логарифмической форме:

$$y_t = c_t. \quad (34)$$

Это условие позволяет завершить аналитический вывод базовых уравнений DSGE-модели из условий оптимума потребителя и фирмы.

Вывод новокейнсианской кривой Филлипса

Подставив условие (34) в уравнение (32), можно получить зависимость эффективной наценки от уровня выпуска и уровня технологии (все в логарифмической шкале):

$$\mu_t = (1 + \phi)a_t - (\sigma + \phi)y_t. \quad (35)$$

В условиях гибких цен выпуск достигает естественного уровня y_t^n , поэтому оптимальную наценку можно записать в виде:

$$\mu = (1 + \phi)a_t - (\sigma + \phi)y_t^n. \quad (36)$$

Подставив результаты (35) и (36) в условие оптимума фирмы (30), получим уравнение новокейнсианской кривой Филлипса (НКРС), которая связывает темп инфляции и уровень разрыва выпуска:

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \{ \pi_{t+1} \} + \kappa \tilde{y}_t, \quad (37)$$

где $\kappa \equiv \lambda(\sigma + \phi)$ — наклон кривой Филлипса, $\tilde{y}_t \equiv y_t - y_t^n$ — разрыв выпуска, равный разности логарифмов фактического выпуска при жестких ценах и естественного выпуска, достигаемого при гибких ценах.

Новокейнсианская кривая Филлипса в каждый момент времени определяет, каким будет темп инфляции при заданных инфляционных ожиданиях и заданной траектории разрыва выпуска.

Вывод динамической кривой IS

Подставив условие (34) в уравнение (14), получаем:

$$y_t = \mathbb{E}_t \{ y_{t+1} \} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \{ \pi_{t+1} \} - \rho). \quad (38)$$

Чтобы от фактического уровня выпуска перейти к разрывам выпуска, как это сделано в уравнении НКРС (37), следует вычесть из правой и левой частей естественный уровень выпуска:

$$y_t - y_t^n = \mathbb{E}_t \{ y_{t+1} - y_{t+1}^n \} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \{ \pi_{t+1} \} - \rho) + \mathbb{E}_t \{ y_{t+1}^n - y_t^n \}. \quad (39)$$

Таким образом, получается динамическая кривая IS (*DIS*), являющаяся в неокейнсианской *DSGE*-модели аналогом совокупного спроса:

$$\tilde{y}_t = \mathbb{E}_t \{ \tilde{y}_{t+1} \} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \{ \pi_{t+1} \} - r_t^n), \quad (40)$$

где $r_t^n \equiv \rho + \sigma \mathbb{E}_t \{ \Delta y_{t+1}^n \}$ — долгосрочный уровень реальной ставки процента при гибких ценах, при этом ожидаемый рост естественного уровня выпуска определяется уровнем технологии:

$$\mathbb{E}_t \{ \Delta y_{t+1}^n \} = \frac{1+\phi}{\sigma+\phi} \mathbb{E}_t \{ \Delta a_{t+1} \} = \frac{1+\phi}{\sigma+\phi} (\rho_a - 1) a_t. \quad (41)$$

Динамическая кривая IS в каждый момент времени определяет, каким будет разрыв выпуска при заданной траектории долгосрочной реальной ставки процента и фактической реальной ставки процента ($i_t - \mathbb{E}_t \{ \pi_{t+1} \}$).

Монетарное правило

Для того, чтобы замкнуть модель, требуется еще одно уравнение, которое определяло бы, как номинальная ставка процента меняется во времени, т.е. показывало, как в экономике устроена монетарная политика. Таким образом, реальные переменные в экономике с жесткими ценами зависят от монетарной политики, т.е. монетарная политика не является нейтральной.

Одним из наиболее распространенных монетарных правил в макроэкономических моделях является правило Тейлора:

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t + v_t, \quad (42)$$

где $v_t \sim i.i.d.(0, \sigma_v^2)$ — экзогенный шок монетарной политики.

Решение модели методом пертурбаций

Аналитическим решением модели является набор уравнений (37), (40) и (42). Они по сути описывают спрос и предложение благ и монетарную политику, проводимую центральным банком. Данные уравнения уже представлены в логарифмической форме (и потому они линейные), все показатели выписаны в форме отклонений от стационарного состояния. Они представляют собой систему разностных уравнений, в которой методом неопределенных коэффициентов могут быть получены траектории эндогенных переменных π_t и \tilde{y}_t в зависимости от экзогенных шоков модели. Эти траектории можно представить в виде функции импульсного отклика (IRF) на шок величиной в одно стандартное отклонение. IRF можно построить также и для прочих производных эндогенных переменных, таких как номинальная и реальная ставки процента, занятость, заработная плата и т.п. Аналитически решить это разностное уравнение можно только для самых простых постановок с одним экзогенным шоком, поэтому чаще всего модель решается численно. Для численного решения модели калибруются значения экзогенных параметров.

Результаты калибровки DSGE-моделей

Калибровка NK DSGE-моделей позволяет доказать ряд важных моментов [8].

Во-первых, она позволяет проиллюстрировать работу канала процентной ставки в трансмиссионном механизме монетарной политики. Сдерживающий шок кредитно-денежной политики выражается в росте номинальной процентной ставки, что ведет к снижению совокупного спроса, в частности к снижению спроса на каждый отдельный товар. Это, в свою очередь, выражается в снижении объемов производства каждой отдельной фирмы, снижении номинальных заработных плат и в снижении общего уровня цен. Таким образом, монетарная политика не является нейтральной.

Во-вторых, анализ функций импульсного отклика позволил выявить, что шок ограничительной монетарной политики оказывает значимый долговременный эффект на реальные макроэкономические показатели и вызывает постепенное снижение общего уровня цен.

В то же время технологический шок в данной постановке модели оказывает не такой сильный эффект на экономику, как это предсказывали модели реального делового цикла. Рост выпуска, вызванный положительным технологическим шоком, в условиях жестких цен оказывается не таким сильным, как в условиях гибких цен, поэтому, несмотря на рост фактического выпуска, отрицательный разрыв ВВП также растет.

Таким образом, модели *DSGE* удалось достичь основных поставленных задач:

- 1) дать микроэкономическое обоснование базовым уравнениям макроэкономической динамики и учесть важность ожиданий экономических агентов;
- 2) показать, что в условиях несовершенной конкуренции и жесткости номинальных показателей монетарная политика не является нейтральной;
- 3) показать важность шоков совокупного спроса в объяснении циклических колебаний по сравнению с шоками совокупного предложения.

Литература

1. Шагас Н. Л., Туманова Е. А. Макроэкономика-2. — М.: ТЕИС, 2006.
2. Hansen G., Wright R. The Labor Market in Real Business Cycle Theory // Federal Reserve Bank of Minneapolis/ Quarterly Review. — 1992. — Vol. 16. — No. 2.
3. Kydland F., Prescott E. Time to Build and Aggregate Fluctuations // Econometrica. — 1982. — No. 50.
4. Christiano L. J., Eichenbaum M., and Evans C. L. Monetary policy shocks: What have we learned and to what end // Handbook of macroeconomics. — 1999. — Vol. 1. — P. 65–148.
5. Dhyne E., Alvarez L. J., Le Bihan H., Veronese G., Dias D., Hoffman J., Jonker N., Lunnemann P., Rumler F., and Vilmunen J. Price Changes in the Euro Area and the

- United States: Some Facts from Individual Consumer Price Data // *Journal of Economic Perspectives*. — 2006. — Vol. 20. — No. 2. — P. 171–192.
6. *Gali J.* Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the New Keynesian framework // *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the New Keynesian framework* / Ed. by Gali J. Princeton University Press, 2015.
 7. *Calvo G. A.* Staggered prices in a utility-maximizing framework // *Journal of Monetary Economics*. — 1983. — Vol. 12. — No. 3. — P. 383–398.
 8. *Gali J.* Technology, employment, and the business cycle: do technology shocks explain aggregate fluctuations? // *American Economic Review*. — 1999. — Vol. 89. — No. 1. — P. 249–271.
 9. *Yun T.* Nominal price rigidity, money supply endogeneity, and business cycles // *Journal of Monetary Economics*. — 1996. — Vol. 37. — P. 345–370.
 10. *Gali J., Gelter M.* Inflation dynamics: A structural econometric analysis // *Journal of Monetary Economics*. — 1998. — Vol. 44. — No. 2. — P. 195–222.
 11. *Fernandez-Villaverde J., Rubio-Ramirez J., and Schorfheide F.* Solution and estimation methods for DSGE models // *PIER Working Papers*. — 2015. — No. 15-042.

*Кто не знает, куда направляется, очень удивится,
попав не туда.*

Марк Твен

Г Л А В А 2.3

ПРОБЛЕМА ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕСОГЛАСОВАННОСТИ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ

Проблема временной несогласованности при проведении макроэкономической политики — кредитно-денежной или бюджетно-налоговой — в последнее время выдвигается на первый план и становится все более актуальной. Эта проблема появляется тогда, когда меры политики, декларируемые органами власти *ex-ante*, будучи оптимальными изначально, оказываются неоптимальными *ex-post* на момент, когда принимается окончательное решение. Возможность такой ситуации была отмечена впервые Кидландом и Прескоттом при моделировании процесса реализации политики поддержания низкой инфляции и проиллюстрирована с помощью теоретико-игрового подхода. В работе [1] сформулирована модель кредитно-денежной политики, которая показывает, что инфляционное смещение, т.е. постоянная инфляция, более высокая, чем целевой для центрального банка уровень, является результатом попытки ЦБ следовать сразу двум целям — минимизации неожиданной инфляции и минимизации уровня безработицы. Дальнейшие исследования динамической несогласованности монетарной политики предпринимались многими авторами и шли по линии выявления конкретных способов, препятствующих образованию инфляционного смещения. При рассмотрении исключительно монетарной политики основными способами борьбы с временной несогласованностью обычно признаются делегирование полномочий консервативному главе центрального банка [2], стимулирующие контракты для главы ЦБ, а также создание репутации консервативного, следующего заявленным правилам центрального банка в условиях полной [3] и неполной информации [4], [5] (подробнее см. [6]).

Если случай с возникновением динамической непоследовательности кредитно-денежной политики описан и проанализирован достаточно подробно, то случай проявления непоследовательности бюджетно-налоговой политики получил гораздо меньшее раскрытие. Стандартным способом его представления является обсуждение проблемы налогообложения капитала и труда. В настоящей главе он будет рассматриваться на примере политики поддержания фискальной стабильности, понимаемой как часть обеспечения общей стабилизации экономики. Следует отметить, что модели динамической несогласованности обычно различаются за счет выбора разных целей органа (органов) управления и под стабилизацией экономики подразумевают стабильность государственного долга и поддержание разных бюджетных правил, стабильность совокупного выпуска в ходе экономического цикла и экономического роста, банковской системы, уровня цен и т.д.

Кроме того, отдельным направлением исследований, приобретающим большую актуальность, стало моделирование динамической непоследовательности, возникающей при координации кредитно-денежной и бюджетно-налоговой политик. Научно-практический интерес к этому аспекту вызывается прежде всего формированием и развитием интеграционных союзов государств и региональных образований. Во втором параграфе настоящей главы будет рассмотрена эта проблема.

Аппарат, который традиционно используется в моделях непоследовательности экономической политики, обычно сводится к методам оптимальных решений, теории игр, а также эконометрическим методам, используемым для верификации модельных выводов.

2.3.1. Временная несогласованность бюджетно-налоговой политики

Временная несогласованность бюджетно-налоговой политики может возникнуть вследствие выбора правительства между двумя целями — стимулированием выпуска и стабилизацией государственного долга.

Общая постановка модели

В исследовании [7] описана модель, иллюстрирующая этот компромисс с учетом ограничения на динамику государственного долга:

$$B_t - B_{t-1} = D_t + r_t B_{t-1}, \quad (43)$$

где B_t — величина государственного долга в момент времени t ; D_t — величина первичного дефицита государственного бюджета; r_t — реальная ставка процента. Разделив правую и левую части уравнения (43) на величину выпуска Y_t , можно получить следующее бюджетное ограничение государства:

$$\Delta b_t = b_t - b_{t-1} = d_t + (r_t - g_t)b_{t-1}, \quad (44)$$

где $b_t = \frac{B_t}{Y_t}$, $d_t = \frac{D_t}{Y_t}$, g_t — темп роста совокупного выпуска в момент времени t .

Реальная ставка процента по государственному долгу включает премию за риск:

$$r_t = \bar{r}_t + \gamma(\Delta b_t^e), \quad \gamma \geq 0 \quad (45)$$

где \bar{r}_t — равновесная реальная ставка процента (без учета риск-премии); $\gamma(\Delta b_t^e)$ — премия за риск, прямо пропорциональная ожидаемому приросту государственного долга. Если агенты ожидают снижение уровня госдолга (или того, что он не изменится), т.е. $\Delta b_t^e \leq 0$, то они исключают риск дефолта, и $\gamma = 0$. Если же ожидается рост госдолга, т.е. $\Delta b_t^e > 0$, то $\gamma > 0$.

В экономике производится только одно композитное благо. Рост дефицита государственного бюджета может быть вызван снижением налогов. Более низкие налоги оказывают воздействие как на совокупный спрос, так и на совокупное предложение. Таким образом, условие равновесия на рынке товаров и услуг принимает вид

$$C(T_t, \bar{r}_t + \gamma(\Delta b_t^e)) + I(T_t, \bar{r}_t) + G_t = Y(T_t), \quad (46)$$

где C_t — совокупное потребление; I_t — инвестиции; T_t — налоги; G_t — государственные закупки; причем $\frac{dC_t}{dT_t} < 0$, $\frac{dC_t}{dr_t} < 0$, $\frac{dI_t}{dT_t} < 0$, $\frac{dI_t}{dr_t} < 0$, $\frac{dY_t}{dT_t} < 0$.

Это означает, что с точки зрения совокупного предложения налоги являются искажающими: снижение налогов приводит к увеличению предложения. С точки зрения совокупного спроса снижение налогов приводит к увеличению потребления (отказ от гипотезы Барро — Рикардо) и инвестиций (если решение о накоплении капитала зависит от внутренней нормы доходности за вычетом налоговой ставки). Равновесие на рынке товаров и услуг достигается путем корректировки равновесной ставки процента \bar{r}_t .

Если государственные закупки неизменны, то из уравнения (46) следует, что

$$Y_t = f(D_t), \quad f'(D_t) > 0. \quad (47)$$

Исходя из уравнения (47), можно представить слагаемые из ограничения (44) в виде:

$$d_t = \frac{D_t}{f(D_t)} \quad (48)$$

$$g_t = \frac{f(D_t) - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}. \quad (49)$$

Подставив условия (45), (48) и (49) в ограничение (44), получим:

$$\Delta b_t = h(D_t) + \gamma(\Delta b_t^e) b_{t-1}, \quad (50)$$

где $h(D_t) \equiv \frac{D_t}{f(D_t)} + b_{t-1} \left[\bar{r}_t(D_t) - \frac{f(D_t) - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \right]$, $h'(D_t) > 0$.

Правительство преследует две конфликтующие между собой цели: стабилизации совокупного выпуска и стабилизации государственного долга. Функция потерь правительства принимает следующий вид:

$$L = a(\Delta b_t)^2 + (Y_t - Y^*)^2 = a \left(h(D_t) + \gamma(\Delta b_t^e) b_{t-1} \right)^2 + (f(D_t) - Y^*)^2, \quad (51)$$

где Y^* — целевой уровень выпуска.

Решение задачи правительства при помощи методов статической оптимизации приводит к следующим условиям оптимума первого порядка:

$$a^* h'(D_t) \left(h(D_t) + \gamma(\Delta b_t^e) b_{t-1} \right) = -f'(D_t) (f(D_t) - Y^*). \quad (52)$$

Пусть D^{opt} — оптимальный уровень дефицита государственного бюджета, получаемый путем решения уравнения (52); при этом D^{st} — уровень дефицита государственного бюджета, обеспечивающий полную стабилизацию государственного долга (т.е. $\Delta b_t = 0$), так что

$$h(D^{st}) = -\gamma(\Delta b_t^e) b_{t-1}. \quad (53)$$

Если $D_t = D^{st}$, то левая часть уравнения (52) равна нулю. При равенстве $D^{st} = D^{opt}$ проблемы временной несогласованности не возникает, так как оптимальный уровень дефицита государственного бюджета также целиком удовлетворяет цели стабилизации государственного долга.

Если же $Y^* > f(D^{st})$, то $h(D^{opt}) > -\gamma(\Delta b_t^e) b_{t-1}$ и $D^{opt} > D^{st}$, т.е. правительство предпочитает увеличить уровень дефицита государственного бюджета для снижения разрыва ВВП¹.

Сравнение различных режимов бюджетно-налоговой политики

Рассматриваемая далее модель представляет собой динамическую игру между населением и правительством. Выбор стратегии населения заключается в формировании ожиданий относительно прироста государственного долга (Δb_t^e), а следовательно, и в формировании премии за риск по облигациям правительства. Выбор стратегии правительства заключается в вы-

¹ Далее рассматривается именно этот случай.

боре режима бюджетно-налоговой политики (*ex-ante* и *ex-post*), которая определит величину дефицита государственного бюджета. Под дискреционной политикой подразумевается выбор оптимального уровня дефицита государственного бюджета (с точки зрения минимизации функции потерь) при заданных ожиданиях населения. Под политикой по правилам подразумевается строгое следование заявлениям, сделанным относительно будущих темпов роста государственного долга. Таким образом, в каждый период времени возможна реализация одного из трех профилей стратегий.

1. Обман населения и дискреционная политика.

Правительство заявляет о том, что цель стабилизации государственного долга является первичной. Население доверяет правительству и формирует нулевые ожидания $\Delta b_t^e = 0$. *Ex-post*, т.е. при уже сформированных ожиданиях населения, этой политики придерживаться невыгодно, и правительство проводит дискреционную политику с учетом нулевых ожиданий $D_t = D^{opt} = D^f$:

$$a * h'(D^f) h(D^f) = -f'(D^f)(f(D^f) - Y^*). \quad (54)$$

Так как $Y^* > f(D^{st})$, то $D^f > D^{st}$. Тогда ожидания населения не оправдываются, и фактический прирост государственного долга составляет $\Delta b_t > \Delta b_t^e = 0$.

2. Дискреционная политика и рациональные ожидания населения о динамике государственного долга.

В данном случае население не верит правительству и формирует такие ожидания, что $\Delta b_t^e = \Delta b_t = \Delta b^d$, и оптимальный уровень дефицита государственного бюджета D^d удовлетворяет условию:

$$a * h'(D^d) (h(D^d) + \gamma(\Delta b_t) b_{t-1}) = -f'(D^d) (f(D^d) - Y^*). \quad (55)$$

В случае реализации этого профиля правительство несет большие издержки, чем в случае обмана населения из-за того, что агенты требуют выплачивать по государственным облигациям большую ставку с учетом премии за риск:

$$L(D^d) = a(h(D^d) + \gamma(\Delta b_t) b_{t-1})^2 + (f(D^d) - Y^*)^2 > a(h(D^d))^2 + (f(D^d) - Y^*)^2 > a(h(D^f))^2 + (f(D^f) - Y^*)^2 = L(D^f). \quad (56)$$

3. Строгая политика по правилам с нулевыми темпами роста государственного долга: $\Delta b_t^e = \Delta b_t = 0$, $D_t = D^{st} = D^c$. В таком случае потери, которые понесет правительство, будут равны:

$$L(D^c) = (f(D^c) - Y^*)^2. \quad (57)$$

Временная несогласованность бюджетно-налоговой политики

В каком случае политика правительства может оказаться несогласованной во времени? Если *ex-ante* правительство изначально выбирает дискреционный режим, то он оказывается оптимальным и *ex-post*. В данном случае несогласованности не возникает. Однако если оптимальным режимом *ex-ante* является политика по правилам, то после формирования ожиданий населения на нулевом уровне более выгодным для правительства *ex-post* (в однопериодной игре) будет обмануть население и провести дискреционную политику, при которой $\Delta b_t > \Delta b_t^e$.

Чтобы понять, какая политика (дискреционная или по правилам) все-таки является более выгодной для правительства *ex-ante*, сравним его потери во втором и в третьем случае (т.е. сравним левую часть неравенства (56) и выражение (57)):

$$L(D^d) - L(D^c) = a(h(D^d) + \gamma(\Delta b_t)b_{t-1})^2 + \left[(f(D^d) - Y^*)^2 - (f(D^c) - Y^*)^2 \right]. \quad (58)$$

Первое слагаемое из уравнения (58) является положительным, а второе слагаемое — отрицательное¹. Это говорит о том, что однозначного ответа о выборе оптимального режима фискальной политики дать нельзя. Это происходит потому, что дискреционная политика подразумевает более низкий разрыв ВВП, но большие процентные ставки по государственному долгу, в то время как политика по правилам, наоборот, при большем разрыве ВВП подразумевает более низкие ставки процента. Таким образом, в данной постановке модели проблема временной несогласованности возникнет не всегда.

Авторы [7] показывают, что *ex-ante* выбор режима будет зависеть от уже достигнутого уровня государственного долга (в % от ВВП) b_{t-1} . Они показывают, что существует такое пороговое значение уровня госдолга, при превышении которого правительство будет отдавать предпочтение режиму бюджетно-налоговой политики по правилам:

$$\exists \hat{b} : \text{если } b_{t-1} < \hat{b}, \text{ то } L(D^d) < L(D^c); \text{ если } b_{t-1} = \hat{b}, \text{ то } L(D^d) = L(D^c); \\ \text{если } b_{t-1} > \hat{b}, \text{ то } L(D^d) > L(D^c).$$

Это следует из того факта, что выражение (58) монотонно возрастает с ростом b_{t-1} . Причем при $b_{t-1} \rightarrow \infty$ $L(D^d) - L(D^c) > 0$, а при $b_{t-1} = 0$ $L(D^d) - L(D^c) < 0$.

¹ Так как $Y^* > f(D^d) > f(D^c)$.

Этот результат можно содержательно проинтерпретировать. При достаточно низком достигнутом уровне государственного долга правительство не понесет больших издержек на выплату чуть более высоких процентов по госдолгу, поэтому выгода от снижения разрыва ВВП будет покрывать эти издержки, и уже *ex-ante* оно выберет дискреционную политику. В таком случае временной несогласованности не возникает.

Если государственный долг уже довольно высокий, то приняв *ex-ante* решение о проведении дискреционной политики, правительство берет на себя большие издержки по будущим выплатам высоких процентов и премии за риск. Таким образом, ему выгодней провозгласить режим политики по правилам, чтобы премия за риск была нулевой. Однако это равновесие не будет устойчивым, так как при обмане населения правительству удастся достигнуть как более низких процентных выплат, так и лучшего снижения разрыва ВВП.

Рассмотренная модель иллюстрирует проблему несогласованности во времени бюджетно-налоговой политики, которая возникает, когда достигнут высокий уровень государственного долга к ВВП.

2.3.2. Проблема несогласованности при координации монетарной и фискальной политик

Отсутствие координации между монетарной и фискальной политикой в совокупности с искажающим налогообложением может также привести к проблеме временной несогласованности. Базовой моделью, описывающей взаимодействие фискальных и монетарных органов власти в контексте временной несогласованности, является модель Алесины — Табеллини [8]. В качестве примера воздействия на результаты политики искажающего налога авторы рассматривают налог на выручку фирм, однако в модель может быть введен любой другой искажающий налог. Важную роль с точки зрения выводов модели играет факт зависимости или независимости центрального банка от нужд правительства в финансировании государственного бюджета. Авторы называют центральный банк зависимым, если при принятии решений он учитывает в своей функции потерь бюджетное ограничение правительства. Несмотря на то что в большинстве стран запрещено эмиссионное финансирование дефицита государственного бюджета, де-факто в развивающихся странах часть дефицита все равно покрывается за счет центрального банка.

Предпосылки модели

Совокупное предложение выводится из решения задачи совершенно конкурентной фирмы, использующей труд в качестве единственного фактора производства:

$$y_t = \alpha(p_t - w_t - \tau_t), \quad (59)$$

где y_t — логарифм реального выпуска¹; α характеризует наклон совокупного предложения; p_t — логарифм общего уровня цен; w_t — логарифм номинальной заработной платы; τ_t — ставка налога на доходы фирм (искажающий налог). Этот налог является единственным источником доходов государственного бюджета.

Заработные платы на рынке труда устанавливает профсоюз, который стремится минимизировать потери отклонения фактической реальной заработной платы от целевой величины, связанного с неожиданной инфляцией:

$$V^{TU} = \frac{1}{2} \mathbb{E} \left\{ \sum_{t=0}^T \rho^t (w_t - p_t - v)^2 \right\}, \quad (60)$$

где $\rho \in (0, 1)$ — дисконтирующий множитель; v — целевая реальная ставка заработной платы.

Условием оптимума первого порядка будет:

$$w_t = p_t^e + v, \quad (61)$$

что позволит преобразовать функцию совокупного предложения (59) в следующий вид:

$$y_t = \alpha(\pi_t - \pi_t^e - \tau_t - v), \quad (62)$$

где $\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$ и $\pi_t^e \equiv p_t^e - p_{t-1}$ — фактический и ожидаемый темпы инфляции соответственно.

По предпосылкам модели правительству недоступно финансирование дефицита бюджета за счет выпуска долговых обязательств. Таким образом, оно действует в рамках политики сбалансированного бюджета. Расходами бюджета являются государственные закупки товаров и услуг g_t . Источниками дохода являются налоги τ_t и сеньораж (инфляционный налог) π_t :

$$g_t = \tau_t + \pi_t. \quad (63)$$

Функция потерь центрального банка имеет вид:

$$V^{CB} = \frac{1}{2} \mathbb{E} \left\{ \sum_{t=0}^T \beta^t \left(\pi_t^2 + \mu_1 y_t^2 + \mu_2 (g_t - \tilde{g})^2 \right) \right\}, \quad (64)$$

где $\mu_1 > 0$, $\mu_2 \geq 0$ — веса, придаваемые центральным банком целям сокращения циклической безработицы и достижения целевого уровня госрасхо-

¹ Здесь и далее подразумевается, что величина выпуска нормирована к величине потенциального выпуска. Таким образом, $\bar{Y} = 1$; т.е. $\ln \bar{Y} = 0$; $y_t = \ln \left(1 + \frac{(Y_t - \bar{Y})}{\bar{Y}} \right)$ и представляет собой также разрыв ВВП.

дов соответственно по сравнению с целью минимизации темпов инфляции до нулевого уровня; $\beta \in (0, 1)$ — дисконтирующий множитель ЦБ; $\tilde{g} > 0$ — целевой уровень государственных расходов правительства.

Аналогичной функцией потерь, но с другими весами (δ_1 и δ_2 соответственно) задается задача фискальных органов власти (правительства)¹:

$$V^G = \frac{1}{2} \mathbb{E} \left\{ \sum_{t=0}^T \theta^t \left(\pi_t^2 + \delta_1 y_t^2 + \delta_2 (g_t - \tilde{g})^2 \right) \right\}, \quad (65)$$

где θ — дисконтирующий множитель правительства.

Единственной выгодой от инфляции в данной модели являются доходы сеньоража, однако в более общей постановке инфляция может снизить реальную ставку процента (эффект Манделла — Тобина).

Конфликт между двумя органами власти возникает именно вследствие различного восприятия экономических целей их политики. Центральный банк может иметь различную степень зависимости от правительства, правительство, в свою очередь, напрямую несет ответственность за свои действия перед электоратом. Основной предпосылкой рассмотренной модели является тот факт, что для правительства цели по снижению уровня безработицы и разрыва ВВП, а также по достижению определенного уровня госзакупок важнее, чем для центрального банка, т.е. $\delta_i \geq \mu_i$, $i = \{1, 2\}$.

Стратегическое взаимодействие между тремя игроками рассматривается при нескольких режимах.

Дискреционное равновесие независимых органов власти

Равновесие при дискреционной политике заключается в том, что ни один из органов власти не берет на себя заранее каких-либо обязательств. Поскольку игра повторяется конечное число периодов, то совершенным в подыграх равновесием в ней будет равновесие Нэша в однопериодной игре².

В случае стандартных функций потерь, не преследующих достижения целевого уровня государственных расходов, параметры $\mu_2 = \delta_2 = 0$. Поиск равновесия заключается в следующем: центральный банк минимизирует свою функцию издержек (64) с учетом ограничений (62) и (63) по темпам инфляции π_t . Решение может быть получено при помощи методов статической оптимизации:

$$\min_{\pi} \frac{1}{2} \left(\pi_t^2 + \mu_1 \alpha^2 (\pi_t - \pi_t^e - \tau_t - v)^2 \right). \quad (66)$$

¹ Правительство и центральный банк также могут преследовать цели снижения налогового бремени, как это сделано в [3], [4].

² В целом возможны и другие устойчивые репутационные равновесия.

Условием оптимума первого порядка для этой задачи будет равенство:

$$(1 + \mu_2)\pi_t - \alpha^2\mu_1\tau_t = \alpha^2\mu_1\nu. \quad (67)$$

Правительство минимизирует свою функцию издержек (66) с учетом ограничений (62) и (63) по ставке налога τ_t :

$$\min_{\tau_t} \frac{1}{2} \left(\pi_t^2 + \delta_1 \alpha^2 (\pi_t - \pi_t^e - \tau_t - \nu)^2 \right). \quad (68)$$

Условием оптимума первого порядка для этой задачи будет равенство:

$$\tau_t = -\nu. \quad (69)$$

Из условий оптимума первого порядка (67), (69) можно получить, что равновесные уровни разрыва ВВП и темпов инфляции совпадают с целевыми значениями, т.е. равны нулю. При этом $g_t = \tau_t = -\nu$, т.е. отрицательные налоги означают, что правительство субсидирует фирмы, пока не будет достигнут потенциальный выпуск. Таким образом, при включении в модель искажающих налогов проблема временной несогласованности исчезает сама.

Дискреционное равновесие зависимых органов власти

Однако предположение о том, что правительство не преследует цели достижения определенного уровня расходов (т.е. $\delta_2 = 0$), является нереалистичным. Возникновение этой цели в целевых функциях органов власти, проводящих макроэкономическую политику, ключевым образом меняет результаты моделирования.

Аналогичным предыдущему пункту образом формируется дискреционное равновесие в случае, когда $\mu_2 \neq 0$ и $\delta_2 \neq 0$. Центральный банк решает задачу статической оптимизации:

$$\min_{\pi_t} \frac{1}{2} \left(\pi_t^2 + \mu_1 \alpha^2 (\pi_t - \pi_t^e - \tau_t - \nu)^2 + \mu_2 (\tau_t + \pi_t - \tilde{g})^2 \right). \quad (70)$$

Условием оптимума первого порядка для этой задачи будет равенство:

$$(1 + \mu_2)\pi_t + (\mu_2 - \alpha^2\mu_1)\tau_t = \alpha^2\mu_1\nu + \mu_2\tilde{g}. \quad (71)$$

Правительство решает задачу статической оптимизации:

$$\min_{\tau_t} \frac{1}{2} \left(\pi_t^2 + \delta_1 \alpha^2 (\pi_t - \pi_t^e - \tau_t - \nu)^2 + \delta_2 (\tau_t + \pi_t - \tilde{g})^2 \right). \quad (72)$$

Условием оптимума первого порядка для этой задачи будет равенство:

$$\delta_2\pi_t + (\alpha^2\delta_1 + \delta_2)\tau_t = \delta_2\tilde{g} - \alpha^2\delta_1\nu. \quad (73)$$

Из условий оптимума первого порядка (71)–(73) получены равновесные значения уровня государственных закупок, разрыва ВВП и темпов инфляции¹:

$$(\tilde{g} - g^d) = \frac{\alpha^2 \delta_1 (v + \tilde{g})}{\alpha^2 \delta_1 (1 + \mu_2) + \delta_2 (1 + \alpha^2 \mu_1)} > 0 \quad (74)$$

$$y^d = -\frac{\delta_2}{\alpha \delta_1} (\tilde{g} - g^d) < 0 \quad (75)$$

$$\pi^d = \frac{\mu_1 \delta_2 + \mu_2 \delta_1}{\delta_1} (\tilde{g} - g^d) > 0. \quad (76)$$

В дискреционном равновесии уровень государственных расходов и выпуска оказывается ниже своих целевых значений, в то время как темпы инфляции, наоборот, выше. Чем больше целевой уровень государственных закупок и целевая реальная ставка заработной платы профсоюзов, тем сильнее будет это смещение. Увеличение μ_1 или μ_2 , которое можно расценивать как увеличение степени независимости центрального банка, приведет к снижению темпов инфляции, но и к увеличению (по абсолютной величине) разрыва ВВП. Так как ЦБ стремится сильнее снизить темпы инфляции, правительству приходится увеличивать налоги, что приводит к снижению фактического выпуска.

Равновесие при политике по правилам

Дискреционное равновесие в рассмотренной игре не подвержено проблеме временной несогласованности, поскольку ни одному из игроков невыгодно отклоняться от выбранной стратегии. Однако при выборе монетарного правила в момент до того, как будет установлена номинальная заработная плата, центральный банк выступает как лидер по Штакельбергу, и равновесие может получиться динамически несогласованным.

Разница в ходе решения модели заключается лишь в том, что условие $\pi_t = \pi_t^e$ подставляется в ограничения (62)–(63) в задаче центрального банка до того, как будут взяты первые производные. Это означает, что центральный банк, будучи лидером и обладая полной информацией, заранее учитывает при принятии решения будущие действия профсоюзов. Задача статической оптимизации для центрального банка принимает следующий вид:

$$\min_{\pi_t} \frac{1}{2} (\pi_t^2 + \mu_1 \alpha^2 (\tau_t + v)^2 + \mu_2 (\tau_t + \pi_t - \tilde{g})^2). \quad (77)$$

Условием оптимума первого порядка для этой задачи будет равенство:

¹ Верхний индекс d означает дискреционное равновесие.

$$(1 + \mu_2)\pi_t + \mu_2\tau_t = \mu_2\tilde{g}. \quad (78)$$

Решение задачи правительства останется аналогичным (72)–(73). В итоге получено следующее равновесие¹:

$$(\tilde{g} - g^c) = \frac{\alpha^2\delta_1(v + \tilde{g})}{\alpha^2\delta_1(1 + \mu_2) + \delta_2} > 0 \quad (79)$$

$$y^c = -\frac{\delta_2}{\alpha\delta_1}(\tilde{g} - g^c) < 0 \quad (80)$$

$$\pi^c = \mu_2(\tilde{g} - g^c) > 0. \quad (81)$$

Сравнительный анализ равновесий при дискреционной политике ЦБ (74)–(76) и при политике по правилам (79)–(81) дает следующий результат:

$$g^c < g^d; \quad y^c < y^d. \quad (82)$$

В отношении темпов инфляции также можно дать однозначный ответ, преобразовав их к следующему виду:

$$\pi^c = \frac{v + \tilde{g}}{1 + \frac{\alpha^2\delta_1 + \delta_2}{\alpha^2\delta_1\mu_2}} < \frac{v + \tilde{g}}{1 + \frac{\alpha^2\delta_1 + \delta_2}{\alpha^2(\delta_1\mu_2 + \delta_2\mu_1)}} = \pi^d. \quad (83)$$

При этом, если интересы правительства и центрального банка совпадают (т.е. $\delta_i = \mu_i$), т.е. фискальная и монетарная политики скоординированы, то предпочтительной для обоих органов власти является политика по правилам:

$$\begin{aligned} V_{disc}^{CB} = V_{disc}^G &= \alpha^4\delta_1^2\delta_2(v + \tilde{g})^2 \frac{(4\alpha^2\delta_1\delta_2 + \alpha^2\delta_1 + \delta_2)}{(2\alpha^2\delta_1\delta_2 + \alpha^2\delta_1 + \delta_2)^2} > \\ &> \alpha^4\delta_1^2\delta_2(v + \tilde{g})^2 \frac{1}{\alpha^2\delta_1\delta_2 + \alpha^2\delta_1 + \delta_2} = V_{comm}^{CB} = V_{comm}^G. \end{aligned} \quad (84)$$

Если же интересы центрального банка отличаются от интересов правительства (т.е. $\mu_i < \delta_i$), т.е. координация между фискальной и монетарной политикой отсутствует, то предпочтительным для обоих органов власти будет дискреционный режим.

Таким образом, показано, что выбор оптимального (с точки зрения отсутствия проблемы динамической непоследовательности и минимизации инфляционного смещения) режима кредитно-денежной политики зависит от:

¹ Верхний индекс c означает равновесие в игре по правилам.

- 1) степени независимости центрального банка;
- 2) наличия координации между монетарной и фискальной политикой;
- 3) величины целевых ориентиров в реальной заработной плате и уровне государственных закупок.

2.3.3. Роль качества институтов при координации монетарной и фискальной политик

Слабость государственных институтов, выражаемая в утечке налоговых поступлений и невозможности их полного использования для финансирования эффективных государственных закупок, в развивающихся странах является одним из ключевых факторов, которые нужно учитывать при выборе оптимального режима монетарной политики. Важность качества институтов можно проиллюстрировать на примере модели [9].

В ситуации скоординированных кредитно-денежной и бюджетно-налоговой политик ($\delta_1 = \mu_1$, $\delta_2 = \mu_2$) предположим, что целевой уровень реальной заработной платы равен 1 (т.е. в логарифмах $v = 0$). Ключевым изменением предпосылок модели Алесины — Табеллини в этом случае является то, что бюджетное ограничение правительства (63) преобразуется в следующий вид:

$$g_t = \pi_t + \phi \tau_t, \quad (85)$$

где $\phi \in [0, 1]$ — показатель качества институтов. Если $\phi = 1$, то все собранные государством налоги идут на финансирование государственных закупок, и качество институтов оценивается как максимальное. Если $\phi < 1$, то часть собранных налогов «пропадает» вследствие коррупции.

В случае проведения политики по правилам решение модели получается аналогично модели Алесины — Табеллини. Из условий первого порядка:

$$\pi_t^c = \frac{\alpha^2 \delta_1 \delta_2 \tilde{g}}{\alpha^2 \delta_1 (1 + \delta_2) + \delta_2 \phi^2} \quad (86)$$

$$\tau_t^c = \frac{\delta_2 \phi \tilde{g}}{\alpha^2 \delta_1 (1 + \delta_2) + \delta_2 \phi^2} \quad (87)$$

$$V_{comm}^{CB} = V_{comm}^G = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 \delta_1 \delta_2 \tilde{g}}{\alpha^2 \delta_1 (1 + \delta_2) + \delta_2 \phi^2}. \quad (88)$$

Таким образом, чем хуже качество институтов в стране (чем меньше величина параметра ϕ), тем:

- 1) выше будет целевой темп инфляции, установленный центральным банком при проведении политики по правилам;

- 2) налоговая ставка может быть как выше, так и ниже, чем в стране с высоким качеством институтов;
- 3) выше потери общественного благосостояния, возникающие вследствие коррупции.

***Новые направления исследований временной несогласованности.
Проблема мультизадачности центрального банка***

После финансового кризиса 2008 г. проблема мультизадачности центрального банка приобретает все большую актуальность. Национальный центральный банк может проводить более гибкую политику как в случае реальных шоков, так и в случае шоков финансового сектора. Наиболее используемым инструментом политики ЦБ по-прежнему остается ставка процента (в рамках однопериодных моделей она свободно может быть заменена темпом инфляции). Однако помимо стандартных задач регулирования темпов инфляции и уровня безработицы наиболее популярной в последнее время стала задача поддержания финансовой стабильности. Поскольку эти задачи конфликтуют между собой, ЦБ сталкивается уже с необходимостью достижения двойного компромисса при проведении экономической политики.

Первый компромисс между инфляцией и безработицей отражается включением кривой Филлипса в ограничения задачи центрального банка. Второй компромисс — это компромисс между инвестициями и финансовой стабильностью. Его суть заключается в том, что стимулирующая кредитно-денежная политика, ведущая к увеличению инвестиций, сопровождается внешними эффектами, в том числе увеличением количества выдаваемых кредитов, что, в свою очередь, способствует росту финансовой нестабильности. Его изучение началось относительно недавно.

В моделях, учитывающих стабильность финансовой системы среди целей центрального банка, например [10], [11], [12], описывается равновесная монетарная политика в закрытой экономике. По сути, эту политику нельзя назвать макропруденциальной, так как в моделях центральный банк не использует никаких дополнительных инструментов для регулирования деятельности коммерческих банков. Скорее это ориентация на банковскую систему при проведении кредитно-денежной политики или же попытка мерами монетарной политики достичь стабильности в финансовом секторе. Например, работа [13] показывает, что борьба с кредитными циклами должна вестись в первую очередь при помощи жесткой монетарной политики, а прочие меры макропруденциального регулирования должны оставаться на втором плане.

Если центральный банк ориентируется на поддержание стабильности банковской системы, то он должен выбрать соответствующий показа-

тель, который будет служить индикатором этой стабильности и зависеть от ставки процента. Поскольку стимулирование выпуска и увеличение инвестиций влияет на стабильность банков через кредитный канал, то в качестве индикатора в рассмотренных теоретико-игровых моделях обычно применяется показатель финансового левериджа. Зависимость среднего по банкам финансового левериджа от ставки монетарной политики проиллюстрирована в [14].

Литература

1. *Kydland F., Prescott E.* Rules rather than discretion: the inconsistency of optimal plans // *Journal of Political Economy.* — 1977. — Vol. 85. — No. 3. — P. 473–491.
2. *Rogoff K.* The optimal degree of commitment to an intermediate monetary target // *Quarterly Journal of Economics.* — 1985. — Vol. 100. — No. 4. — P. 1169–1189.
3. *Barro R., Gordon D.* Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy // *Journal of Monetary Economics.* — 1983. — Vol. 12. — No. 1. — P. 101–122.
4. *Kreps D., Wilson R.* Reputation and imperfect competition // *Journal of Economic Theory.* — 1982. — Vol. 27. — No. 2. — P. 253–279.
5. *Bachus D., Driffil J.* Inflation and reputation // *American Economic Review.* — 1985. — Vol. 75. — No. 3. — P. 530–538.
6. *Туманова Е. А., Шагаз Н. Л.* Макроэкономика. Элементы продвинутого подхода: учебник. — М.: ИНФРА-М, 2004. — С. 357–378.
7. *Bianchi C., Menegati M.* Rules versus Discretion in Fiscal Policy // *The Manchester School.* — 2012. — Vol. 80. — No. 5. — P. 603–629.
8. *Alesina A., Tabellini G.* Rules and discretion with noncoordinated monetary and fiscal policies // *Economic Inquiry.* — 1987. — Vol. 25. — No. 4. — P. 619–630.
9. *Huang H., Wei S. J.* Monetary policies for developing countries: The role of institutional quality // *Journal of International Economics.* — 2006. — Vol. 70. — P. 239–252.
10. *Cao J., Cholette L.* Central Banking and Financial Stability in the Long Run // *CE-Sifo Working Paper Series.* — 2013. — No. 4272.
11. *Ueda K., Valencia F.* Central bank independence and macro-prudential regulation // *Economic Letters.* — 2014. — Vol. 125. — No. 2. — P. 327–330.
12. *Добронравова Е. П.* Влияние политики центрального банка на решение об экономической и валютной интеграции // *Аудит и финансовый анализ.* — 2016. — №. 5. — С. 48–52.
13. *Adrian T., Shin H. S.* Financial Intermediaries, Financial Stability and Monetary Policy // *Federal Reserve Bank of New York, Staff Reports.* — 2008. — Vol. 346.
14. *Kashyap A. K., Stein J. S.* The Optimal Conduct of Monetary Policy with Interest on Reserves // *American Economic Journal: Macroeconomics.* — 2012. — Vol. 4. — No. 1. — P. 266–282.
15. *Debrun X., Masson P. R.* Modelling monetary union in Southern Africa: welfare evaluation for the CMA and SADC // *South African Journal of Economics.* — 2013. — Vol. 81. — No. 2. — P. 275–291.
16. *Masson P. R.* Fiscal asymmetries and the survival of the Eurozone // *International Economics.* — 2012. — No. 129. — P. 5–29.

«...теория, даже работающая, входит в противоречие с текущей, более фактурной реальностью».

Нассим Николас Талеб «Черный лебедь
(под знаком непредсказуемости)»

ГЛАВА 2.4

ВЫБОР В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В главе рассматриваются возможные подходы к решению проблемы неопределенности при принятии экономических решений в порядке их исторического появления. Особо отмечается роль теории ожидаемой полезности Неймана — Моргенштерна, которая стала основным математическим инструментом при решении многих экономических проблем. Приводится точка зрения автора относительно возможных путей становления новой экономической парадигмы, в рамках которой возможно удастся получить новые результаты при решении проблемы учета неопределенности.

2.4.1. Экономические приложения теории ожидаемой полезности

Неопределенность присутствует в нашей жизни и в экономической, в частности. С ней сталкиваются все экономические агенты: и потребители товаров, и их производители. Каким образом должен принимать решения рациональный потребитель или производитель в условиях неопределенности? Какие ответы на эти вопросы предлагает нам экономическая теория?

Считается, что впервые в экономической литературе проблема учета неопределенности при принятии экономических решений была поставлена в середине XX в. Ф. Найтом [1], [2]. Хотя справедливости ради следует отметить, что один из представителей математической династии Бернулли, а именно Д. Бернулли, еще в XVIII в. озадачился проблемой неопределенности при принятии решений, что нашло отражение в работе *«Опыт новой теории потребления»* (1738). Бернулли предположил, что, принимая решения, связанные с риском, люди ориентируются не на величину выигрыша, а на величину ожидаемой полезности, которую обеспечивает выигрыш. Однако он не привел обоснования рациональности этого критерия выбора.

Строгое (математическое) обоснование того, что принцип максимизации ожидаемой полезности может быть критерием рациональности принимаемых решений, было сделано гораздо позднее фон Нейманом и Моргенштерном [3] (Теория игр и экономическое поведение), а также Эрроу [4]. Нейман и Моргенштерн доказали, что при выполнении пяти фундаментальных аксиом относительно предпочтений индивида ожидаемые полезности альтернативных вариантов решений (лотерей) обеспечивают тот же порядок предпочтений, что и сами альтернативы, т.е. большая ожидаемая полезность лотереи всегда соответствует той лотерее, которой индивид отдает большее предпочтение. Оценивая полученный результат, Нейман и Моргенштерн отмечали, что они «практически определили численную полезность как объект, для которого подсчет математических ожиданий является законным» [3, с. 54]. Предложенная для оценки этой численной полезности функция ожидаемой полезности Неймана — Моргенштерна является единственной с точностью до положительных линейных преобразований, т.е. если функция $U(x)$ задает отношение индивида к риску, то функция $U^*(x)$ задаст то же отношение тогда и только тогда, когда $U^*(x) = aU(x) + b$ для некоторых чисел a и b , $a > 0$.

«Можно без преувеличения сказать, что теория ожидаемой полезности в послевоенный период являлась основной парадигмой всех исследований в области принятия решений. В управленческих дисциплинах (в особенности в анализе решений) она использовалась для предписаний, в финансовой и экономической теории — для предсказаний, в психологии — для описаний» [5, с. 529]. Однако, несмотря на активное использование модели ожидаемой полезности как в теоретических, так и в эмпирических исследованиях, она подвергалась и критике, которая способствовала более глубокому осмыслению ее предпосылок и возможностей применения.

В экономической теории встречается множество приложений теории ожидаемой полезности. Новый инструмент, который получили экономисты, позволил моделировать ситуации, в которых присутствует неопределенность, и предлагать определенные решения. Приведем некоторые из них, которые остались практически незамеченными [6] или были представлены содержательно, без должного математического описания [7].

Поиск высокой заработной платы

Допустим, что заработная плата в рассматриваемом наборе рабочих мест равномерно распределена от 100 до 200. Обозначим заработную плату через w , а функцию плотности ее распределения через $p(w)$.

$$p(w) = \begin{cases} \frac{1}{100}, & \text{если } w \in [100; 200] \\ 0, & \text{если } w \notin [100; 200]. \end{cases}$$

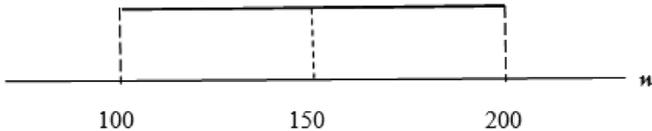


Рис. 1. Предложенная заработная плата равна 150 ДЕ

Предположим, что затраты на ознакомление с каждым рабочим местом составляют 5 денежных единиц (ДЕ).

Вы начали поиск работы, и в первом же случае вам предложили 150 ДЕ (рис. 1).

Следует ли принять это предложение?

Для ответа на этот вопрос надо сопоставить издержки на изучение другого предложения с ожидаемыми выгодами.

Выгоды будут, если заработная плата при новом предложении превысит 150 ДЕ.

$$P(w > 150) = 1 - P(w < 150) = 0,5.$$

Функция плотности равномерного распределения заработной платы на отрезке $[150; 200]$ имеет вид (обозначим ее $\tilde{p}(w)$):

$$\tilde{p}(w) = \begin{cases} \frac{1}{50}, & \text{если } w \in [150; 200] \\ 0, & \text{если } w \notin [150; 200]. \end{cases}$$

Ожидаемая (средняя) заработная плата $E(w)$ для равномерного распределения на отрезке $[150; 200]$ равняется 175. То есть ожидаемый выигрыш может составить 25 ($175 - 150$). Но его может и не быть. Вы имеете дело с рисковой ситуацией (лотереей), которую можно описать как лотерею с двумя исходами: c_1 — в результате дополнительного поиска не была предложена заработная плата выше 150, c_2 — в результате дополнительного поиска была предложена заработная плата выше 150. $L = (c_1, c_2; 0,5, 0,5) = (0, 25; 0,5, 0,5)$.

Ожидаемый доход этой лотереи $E(C) = 12,5 > 5$. Значит, имеет смысл продолжить поиск.

Можно обобщить эту ситуацию. Допустим, заработная плата в рассматриваемом вами наборе рабочих мест равномерно распределена на отрезке $[100; 200]$, а затраты на ознакомление с новым рабочим местом составляют Z ДЕ.

$$p(w) = \begin{cases} \frac{1}{100}, & \text{если } w \in [100; 200] \\ 0, & \text{если } w \notin [100; 200]. \end{cases}$$



Рис. 2. Предложенная заработная плата равна W^*

Вы начали поиск работы, и в первом же случае вам предложили W^* ДЕ (рис.2).

Следует ли принять это предложение?

Выгоды будут, если заработная плата при новом предложении превысит W^* ДЕ.

$$P(w > W^*) = 1 - P(w < W^*) = 1 - \int_{100}^{W^*} \left(\frac{1}{100} \right) dw = 1 - \frac{W^*}{100} + 1 = \frac{200 - W^*}{100}.$$

Плотность равномерного распределения заработной платы $\tilde{p}(w)$ на отрезке $[W^*, 200]$

$$\tilde{p}(w) = \begin{cases} \frac{1}{200 - W^*}, & \text{если } w \in [W^*; 200] \\ 0, & \text{если } w \notin [W^*; 200]. \end{cases}$$

Тогда ожидаемая заработная плата на отрезке $[W^*, 200]$ может быть найдена как математическое ожидание и равна

$$E(\tilde{W}) = \int_{W^*}^{200} \frac{1}{200 - W^*} w dw = \frac{200 + W^*}{2}.$$

Возможность выигрыша в заработной плате от дополнительного поиска может быть представлена как следующая лотерея:

$$L = \left(0 \text{ или } \frac{200 - W^*}{2}; \frac{W^* - 100}{100}, \frac{200 - W^*}{100} \right),$$

где $\frac{200 - W^*}{2}$ — это возможный выигрыш от рассмотрения дополнительного предложения заработной платы. Ожидаемый выигрыш этой лотереи

равен $\frac{(200 - W^*)^2}{200}$.

При нейтральном отношении к риску величина *принимаемой заработной платы* может быть найдена из равенства ожидаемого выигрыша затратам на рассмотрение еще одного предложения, т.е.

$$E(c) = \frac{(200 - W^*)^2}{200} = Z.$$

И если $Z = 5$, $W^* = 168,38$.

Поиск наиболее дешевого продукта

Допустим, цена некоторого товара равномерно распределена на отрезке $[0, p]$. Обозначим через $f(p)$ функцию плотности распределения цены на этом отрезке. График функции плотности $f(p)$ приведен на рис. 3.

$$f(p) = \begin{cases} 0, & \text{если } p \notin [0, p] \\ \frac{1}{p}, & \text{если } p \in [0, p]. \end{cases}$$

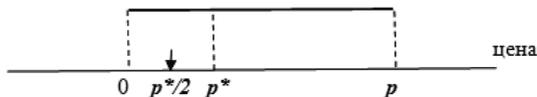


Рис. 3. Цена случайно выбранного продукта равна p^*

Если цена случайно выбранного продукта составляет p^* ДЕ, то

$$P(p < p^*) = \int_0^{p^*} f(p) dp = \frac{1}{p} p^* = \frac{p^*}{p} = \pi.$$

Средняя цена при выборе продукта дешевле p^* на отрезке $[0, p^*]$ равняется $\frac{p^*}{2}$.

$$\left\{ E(p) = \int_0^{p^*} \left(\frac{1}{p^*} p \right) dp = \frac{p^*}{2} \right\}$$

Если при дальнейшем поиске будет найден **более дешевый** продукт, то ожидаемая экономия составит

$$p^* - E(p) = \frac{p^*}{2}.$$

Но он не обязательно будет найден, поэтому выигрыш может быть описан как следующая лотерея:

$$L = \left(0, \frac{p^*}{2}; 1 - \pi, \pi \right), E(L) = \frac{(p^*)^2}{2p}.$$

При затратах на поиск более дешевого продукта равных Z ДЕ для расчета *принимаемой цены* следует приравнять ожидаемую цену и затраты на поиск.

Таким образом,

$$E(L) = Z, \text{ а } p^* = (2pZ)^{\frac{1}{2}}.$$

Регулирование уклонения от уплаты подоходного налога

Пусть система уплаты подоходного налога в некоторой стране устроена следующим образом:

1. С каждой задекларированной денежной единицы дохода взимается налог в размере t денежных единиц (*ставка налога*).
2. Если при проверке будет обнаружено, что полученный доход задекларирован не полностью, то индивид должен выплатить весь налог и заплатить штраф в размере f денежных единиц с каждой не указанной в декларации единицы дохода (*ставка штрафа*).
3. Вероятность проверки равняется π , индивид об этом осведомлен, проверка обязательно обнаруживает скрытый доход.

Применим модель оптимизации потребительского выбора в пространстве *случайных товаров* [7, глава 7] для ответа на вопрос, какую часть дохода выгодно декларировать индивиду, с определенной системой предпочтений, в условиях описанной выше системы налогообложения.

Допустим, известны функция полезности денег для индивида $V(c)$ и полученный доход — M . Доход потребителя при наличии проверки (неблагоприятный для него исход) будем считать первым товаром (T_1), а его количество обозначать c_1 . Доход потребителя в отсутствие проверки (благоприятный для него исход) будем считать вторым товаром (T_2), а его количество обозначать через c_2 .

Построим бюджетное ограничение, отражающее множество точек пространства случайных товаров, соответствующих всем возможным решениям индивида относительно величины декларируемого дохода. Обозначим через M^* доход индивида после уплаты налога полностью, т.е. $M^* = M(1 - t)$ (можно считать M^* располагаемым доходом). Тогда *результаты* всевозможных решений (действий) индивида относительно величины незадекларированного дохода (или относительно величины невыплаченного налога) можно описать как множество лотерей.

Обозначим величину незадекларированного дохода через y . Тогда результат недекларирования **одной** денежной единицы можно описать как следующую лотерею *относительно дохода* M^* :

$$L = (-f, +t; \pi, 1 - \pi).$$

Если индивид не задекларировал y денежных единиц своего дохода, то результат этого решения может быть представлен как лотерея

$$L_y^* = (M^* - fy, M^* + ty; \pi, 1 - \pi).$$

Таким образом, все возможные *результаты* решений индивида относительно y можно представить как следующее множество лотерей:

$$\{L_y^*\} = \{(M^* - fy, M^* + ty; \pi, 1 - \pi)\}, \text{ где } y \in [0, M].$$

Если $y = 0$, т.е. индивид декларирует доход полностью, то результат этого решения можно описать как лотерею: $L_0^* = (M^*, M^*, \pi, 1 - \pi)$. Если $y = M$, т.е. индивид не декларирует весь доход, то имеет место лотерея: $L_M^* = (M^* - fM, M^* + tM, \pi, 1 - \pi)$ или

$$L_M^* = (M(1 - t - f), M; \pi, 1 - \pi).$$

Построим бюджетное ограничение в пространстве (c_1, c_2) .

Лотерея L_0^* соответствует точка a бюджетного ограничения, лежащая на линии определенности (ЛО), лотерея L_M^* — точка b . Множеству всех возможных решений индивида относительно y соответствует множество лотерей $\{L_y^*\}$, отражающих возможные *результаты* его решений при доходе M и данной системе налогообложения.

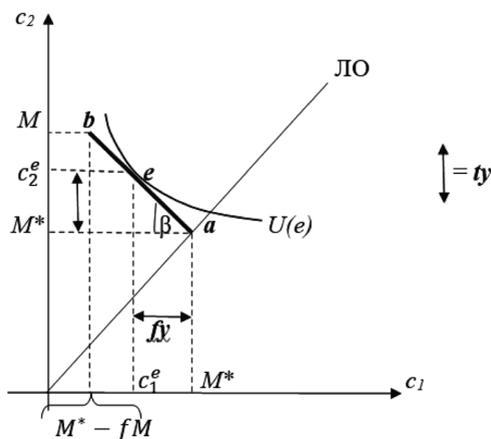


Рис. 4. Выбор оптимальной величины декларируемого дохода

Все возможные *результаты* решений индивида образуют отрезок $[a, b]$, который и является бюджетным ограничением индивида в пространстве случайных товаров. Опишем аналитически данный отрезок. Наклон бюджетного ограничения равен $k = -\frac{t}{f} = -\tan\beta$. Тогда $c_2 = A - kc_1$. Подставив в это уравнение координаты точки $a = (M^*, M^*)$ и проведя простые преобразования, получаем

$$c_2 = \frac{M^*(t+f)}{f} - \frac{t}{f}c_1 \text{ или } tc_1 + fc_2 = M^*(f+t), \text{ где } t \text{ и } f \text{ — «условные цены»}$$

первого и второго товаров (T_1 и T_2).

Таким образом, бюджетное ограничение в данной задаче имеет следующий вид:

$$\begin{cases} tc_1 + fc_2 = M^*(f+t) \\ M^* - fM \leq c_1 \leq M^* \end{cases}$$

Задача оптимизации потребительского выбора в пространстве случайных товаров формулируется следующим образом:

$$U(c_1, c_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2) \max$$

$$\begin{cases} tc_1 + fc_2 = M^*(f+t) \\ M^* - fM \leq c_1 \leq M^* \end{cases}$$

Если решением данной задачи оптимизации потребительского выбора на заданном бюджетном ограничении является точка $e = (c_1^e, c_2^e)$, то можно ответить на вопрос, какую часть дохода индивиду выгодно декларировать, а какую скрыть от налогообложения.

Действительно, «выигрыш» индивида от неуплаты части налога равен $ty = c_2^e - M^*$, а «проигрыш» в случае проверки равен $M^* - c_1^e = fy$. Отсюда легко найти y двумя способами: через ставку налога или через ставку штрафа.

$$y = \frac{M^* - c_1^e}{f} = \frac{c_2^e - M^*}{t}.$$

Определение величины страхуемого ущерба

Рассмотрим ситуацию страхования. Пусть некоторый индивид владеет богатством в M ДЕ. Но существует рисковая ситуация (неблагоприятная), вероятность которой равняется p , в результате наступления которой он может понести ущерб в размере Y ДЕ.

Индивид может застраховать определенную величину ущерба в зависимости от стоимости страхования и его отношения к риску. Пусть стоимость страхования одной денежной единицы равняется γ ДЕ, индивид является **не склонным к риску** и функция полезности денег для индивида $V(c)$ (c — величина дохода).

Тогда рискованная ситуация для него может быть описана как следующая лотерея:

$$L = (c_1, c_2; p, 1 - p) = (M - Y, M; p, 1 - p),$$

где c_1 — доход индивида в случае наступления рискованной ситуации (неблагоприятный исход), а c_2 — доход индивида при ее ненаступлении (благоприятный исход). Графически можно изобразить эту лотерею в пространстве «доход-полезность».

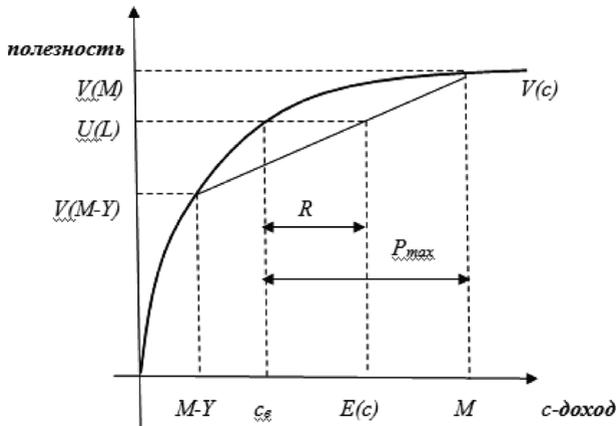


Рис. 5. Максимальная цена страховки

На рис. 5 $U(L)$ — ожидаемая полезность лотереи L , $E(c)$ — ожидаемый доход лотереи, c_g — безрисковый (гарантированный) доход лотереи, R — премия за риск. Тогда максимальная цена, которую индивид готов заплатить за страхование $P_{\max} = M - c_g (> R)$.

Для ответа на вопрос о величине страхуемого ущерба опишем ситуацию в пространстве случайных товаров (c_1, c_2) . Построим бюджетное ограничение и сформулируем задачу оптимизации потребительского выбора в пространстве случайных товаров.

Если индивид застраховал y денежных единиц своего дохода, то результат этого решения может быть представлен как лотерея

$$L_y = (M - Y + (1 - \gamma)y, M - \gamma y; \pi, 1 - \pi).$$

Тогда *результаты* решений индивида относительно y можно представить как следующее множество лотерей:

$$\{L_y\} = \{M - Y + (1 - \gamma)y, M - \gamma y; \pi, 1 - \pi\}, \text{ где } y \in [0, Y].$$

Если $y = 0$, т.е. индивид не страхует ни одной единицы ущерба, то результат этого решения можно описать как лотерею: $L_0 = (M - Y, M; \pi, 1 - \pi)$. Если $y = Y$, т.е. индивид страхует весь ущерб, то имеет место лотерея: $L_Y = (M - \gamma Y, M - \gamma Y; \pi, 1 - \pi)$.

Построим бюджетное ограничение в пространстве (c_1, c_2) , где c_1 — доход индивида, когда имеет место ущерб (неблагоприятный исход), вероятность которого равна π , а c_2 — доход индивида в отсутствие ущерба (благоприятный исход) (рис. 6).

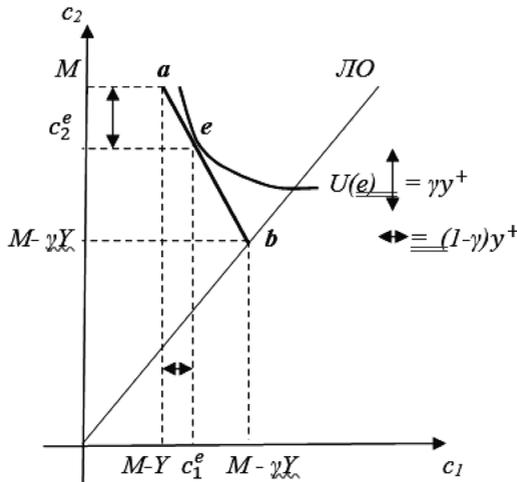


Рис. 6. Определение оптимальной величины страхования ущерба

Лотерее L_0 соответствует точка a бюджетного ограничения. Лотерее L_Y — точка b , лежащая на линии определенности (ЛО). Множеству всех возможных решений индивида относительно y соответствует множество лотерей $\{L_y\}$, отражающих возможные *результаты* его решений относительно величины страхуемого ущерба y^+ при доходе M , ущербе Y и данной плате за страхование, равной γ . Наклон бюджетного ограничения равен $\left(-\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)$.

Все возможные *результаты* решений индивида образуют отрезок $[a, b]$ (см. рис. 6), который и является бюджетным ограничением индивида в пространстве случайных товаров.

Опишем аналитически данный отрезок. Легко показать, что бюджетное ограничение в данной задаче имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \gamma c_1 + (1-\gamma)c_2 = M - \gamma Y \\ M - Y \leq c_1 \leq M - \gamma Y. \end{cases}$$

Задача оптимизации потребительского выбора в пространстве случайных товаров формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} U(c_1, c_2) &= \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2) \max \\ \begin{cases} \gamma c_1 + (1-\gamma)c_2 = M - \gamma Y \\ M - Y \leq c_1 \leq M - \gamma Y, \end{cases} \end{aligned}$$

где $\pi_1 = \pi$, $\pi_2 = 1 - \pi$.

Если решением данной задачи оптимизации потребительского выбора на заданном бюджетном ограничении является точка $e = (c_1^e, c_2^e)$, то можно ответить на вопрос, какую часть ущерба Y индивиду выгодно застраховать. Действительно, $M - c_2^e = \gamma y^+$, с другой стороны

$$c_1^e - (M - Y) = (1 - \gamma)y^+. \text{ Тогда } y^+ = \frac{M - c_2^e}{\gamma} = \frac{c_1^e}{1 - \gamma} \frac{(M - Y)}{1 - \gamma}.$$

2.4.2. Теория ожидаемой полезности в модели принципал — агент: моральный риск

Применение теории ожидаемой полезности при разработке математических моделей преодоления неопределенности, источником которой является асимметрия информации, способствовало формированию нормативной теории агентских отношений (теория принципал — агент). Покажем на примере модели принципал — агент моральный риск, приведенный в работе Фуруботна и Рихтера [9, глава 5], каким образом теория ожидаемой полезности помогает моделировать условия контракта.

Допустим, агент осуществляет контроль над фирмой, которой владеет принципал. Рассмотрим постановку задачи принципал — агент, когда величина дохода Q фирмы определяется не только уровнем усилий агента e , но и некоторым внешним воздействием (воздействием Природы) $\tilde{\theta}$, т.е. функция валового дохода имеет вид:

$$\tilde{Q} = e + \tilde{\theta}, \tilde{\theta} = N(0; \sigma^2). \quad (1)$$

Уровень усилий агента и значения параметра $\tilde{\theta}$ не могут непосредственно наблюдаться принципалом, но фактический результат деятельности агента Q может наблюдаться и принципалом, и агентом без искаже-

ний и издержек. Поэтому принципал может предложить агенту, допустим, следующую шкалу стимулирования

$$W = r + \alpha Q, \text{ где } 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (2)$$

где r — фиксированная часть заработной платы, а α — доля агента от полученного дохода ($0 \leq \alpha \leq 1$).

В этом случае прибыль принципала и полезность агента являются случайными величинами. Обозначим прибыль принципала через \widetilde{PR} , а полезность агента через \widetilde{A} .

Обычно предполагается, что принципал нейтрален к риску, а агент избегает риска.

Допустим, функция полезности денег агента, не склонного к риску, имеет вид

$$v(\widetilde{A}) = -\exp(-a\widetilde{A}), a > 0. \quad (3)$$

Обозначим безрисковый эквивалент через $C(\widetilde{A})$, $C(\widetilde{A}) = E(\widetilde{A}) - R$, ($R > 0$), где R — премия за риск. Для функции полезности вида (3) и при нормальном распределении случайного параметра $\tilde{\theta}$ премия за риск $R = \frac{a}{2} \alpha^2 \sigma^2$, $a > 0$ [9].

Тогда, если функция издержек агента $C = \frac{k}{2} e^2$ ($k > 0$), шкала стимулирования (2), то полезность агента

$$\widetilde{A} = r + \alpha e + \alpha \tilde{\theta} - \frac{k}{2} e^2. \quad (4)$$

Безрисковый эквивалент агента

$$C(\widetilde{A}) = r + \alpha e - \frac{k}{2} e^2 - \alpha^2 \frac{a}{2} \sigma^2. \quad (5)$$

Сначала найдем первое наилучшее решение, чтобы использовать его как ориентир при оценке решений в условиях неопределенности. Для этого введем предпосылку о симметричности информации, т.е. что принципал способен непосредственно наблюдать уровень усилий агента и, следовательно, предметом контракта может быть уровень усилий агента e .

Задача принятия решения принципалом принимает вид

$$\max_{e, \alpha, r} E(\widetilde{PR}) = (1 - \alpha)e - r \quad (6)$$

при условии (ограничении участия)

$$C(\widetilde{A}) = r + \alpha e - \frac{k}{2} e^2 - \alpha^2 \frac{a}{2} \sigma^2 \geq \bar{C}. \quad (7)$$

Будем считать, что ограничение участия выполняется как строгое равенство и, для простоты, что $\bar{C} = 0$. Тогда можно снизить размерность задачи принятия решения принципалом

$$\max_{e, \alpha} E(\widetilde{PR}) = e - \frac{k}{2}e^2 - \alpha^2 \frac{a}{2}\sigma^2. \quad (8)$$

Решение задачи (8) легко получить, учитывая, что прибыль уменьшается с ростом доли агента в прибыли α ($0 \leq \alpha \leq 1$), $\alpha^* = 0$, а $e^* = \frac{1}{k}$, $r^* = \frac{1}{2k}$. Итак, первое наилучшее решение в нашем случае

$$w^* = \frac{1}{2k} \text{ и } e^* = \frac{1}{k}, \quad (9)$$

т.е. агент получает фиксированную заработную плату, а нейтральный по отношению к риску принципал несет весь риск.

Теперь снимем предпосылку о симметричности информации и покажем, что в этом случае первое наилучшее решение (9) недостижимо.

Сформулируем задачу принятия решения принципалом в этих условиях с учетом *ограничения стимулирования* и *ограничения участия*.

Ограничение стимулирования следует из решения задачи определения агентом оптимального уровня усилий, обеспечивающих максимальную величину безрискового эквивалента.

$$\max_e C(\tilde{A}) = r + \alpha e - \frac{k}{2}e^2 - \alpha^2 \frac{a}{2}\sigma^2. \quad (10)$$

Согласно необходимому условию экстремума $e = \frac{\alpha}{k}$. Это уравнение является ограничением стимулирования. Ограничение участия обеспечивается уравнением (7) для безрискового эквивалента при $\bar{C} = 0$.

Имеем следующую задачу принятия решений принципалом:

$$E(\widetilde{PR}) = (1 - \alpha)e - r \quad (11)$$

при ограничениях

$$e = \frac{\alpha}{k} \quad (12)$$

$$r + \alpha e - \frac{k}{2}e^2 - \alpha^2 \frac{a}{2}\sigma^2 \geq 0. \quad (13)$$

При выполнении ограничения (13) как равенства

$$r = -\alpha e + \frac{k}{2}e^2 + \alpha^2 \frac{a}{2}\sigma^2. \quad (14)$$

После подстановки (12) и (14) в (11) получаем задачу принципала в упрощенном виде:

$$\max_{\alpha} E(\widetilde{PR}) = \frac{\alpha}{k} - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{k} - \alpha^2 \frac{a}{2} \sigma^2.$$

Решение этой задачи:

$$\alpha^{**} = \frac{1}{1 + k\alpha\sigma^2} < 1, e^{**} = \frac{1}{k(1 + k\alpha\sigma^2)} < \frac{1}{k}, r^{**} = \frac{k\alpha\sigma^2 - 1}{2k(1 + k\alpha\sigma^2)^2} > -\frac{1}{2k}. \quad (15)$$

Подставив (15) в целевую функцию прибыли, получим ее оценку

$$E(\widetilde{PR}) = \frac{1}{2k(1 + k\alpha\sigma^2)}. \quad (16)$$

Можно было бы продолжить исследование полученных условий контракта с точки зрения распределения риска и прибыли между принципалом и агентом в зависимости от значений параметров a — степени отклонения риска агентом, k — величины предельных издержек и неопределенности результата σ^2 . Эти результаты, несомненно, представляют теоретический интерес.

Но если занять критическую позицию, то можно отметить поразительное смешение предпосылок модели: с одной стороны, говорится об ограниченной информированности принципала, с другой — принимается гипотеза о том, что принципалу известны предпочтения и отправная полезность агента. Как всегда, согласно неоклассическому подходу, предполагается, что и принципал, и агент совершенно рациональны. Как результат этих предпосылок шкала стимулирования оказывается чрезвычайно чувствительной к значениям информационных переменных, что не соответствует реальности и характеризует слабость рассмотренной модели как инструмента предсказания.

2.4.3. Теория ожидаемой полезности и поведенческая экономика

Приведенные в параграфах 2.4.1 и 2.4.2 примеры применения теории ожидаемой полезности отражают принятие решений рациональным потребителем, поведение которого соответствует тем аксиомам, которые положены в основу теории потребительского выбора. Как известно, в экономике он называется «*homo oeconomicus*» (*рационал* или *экон*). «Экону» неведомы психологические особенности принятия решений людьми, он действует согласно предписанным правилам. Теория ожидаемой полезности обосновывает, как надо индивиду делать выбор (логика выбора

основана на элементарных правилах (аксиомах) рациональности) и описывает, как этот выбор делают «эконы».

Однако полученные данные экспериментов и наблюдений выбора в условиях неопределенности убедительно свидетельствуют о том, что зачастую люди ведут себя вовсе не в соответствии с аксиомами теории ожидаемой полезности.

Первые же попытки проверить аксиомы индивидуального выбора на реальных фактах привели к парадоксальным результатам. М. Алле [10], исследовав эмпирические предпочтения игроков лотерей, пришел к выводу, что многие часто встречающиеся особенности индивидуального выбора находятся в прямом противоречии с теорией ожидаемой полезности и должны быть признаны «иррациональными». Этот вывод получил название «парадокса Алле». Впоследствии другие парадоксы и противоречия с теорией ожидаемой полезности были открыты Эллсбергом [11], Лиштенштейн, Словик, Канеманом и Тверски [12].

Теория перспектив Д. Канемана и А. Тверски

Как вспоминает Д. Канеман [12, с. 190], он был поражен, насколько отличается подход к изучению принятия решений индивидом в экономической теории от подхода в психологии, когда прочитал брошюру швейцарского экономиста Бруно Фрея, где обсуждались психологические аспекты экономической теории: «Агент экономической теории рационален, эгоистичен, и его вкусы не меняются».

Для психолога самоочевидно, что человек не полностью рационален, не полностью эгоистичен и что его вкусы никоим образом не стабильны. Кажется, что экономическая теория и психология изучают представителей двух разных видов. Эти виды представитель поведенческой экономики Ричард Талер назвал впоследствии «эконы» и «гуманы».

Ознакомившись с теорией ожидаемой полезности, в которой индивид был совершенно не похож на того, которого изучали психологи Д. Канеман и А. Тверски, они решили исследовать экспериментальным путем, как «гуманы» делают выбор в условиях неопределенности, не выдвигая никаких предположений об их рациональности. В результате экспериментального изучения отношения человека к выбору в условиях риска они предложили свое объяснение того, чем руководствуется человек в выборе между двумя простыми рисковыми альтернативами (лотереями) или между рискованной альтернативой и гарантированным результатом. Оно нашло отражение в эссе под названием «Теория перспектив: анализ принятия решений в условиях риска» [13].

Модель Д. Канемана и А. Тверски была чисто описательной, она предназначалась для отражения и объяснения систематических нарушений

аксиом рациональности при выборе в условиях неопределенности (между рисковыми альтернативами или лотереями). Они назвали ее теорией перспектив, потому что она объясняла, как люди принимают решения исходя из своих перспектив, которые всегда сопряжены с неопределенностью.

По результатам экспериментов было установлено, что реакции людей на эквивалентные в денежном выражении потери и выигрыши значительно различаются. Из данного заключения следует существование двух различных понятий, связанных с оценкой: «выгодность» (или полезность) и «ценность». Поведение рационального агента связано с понятием «выгодность», которая означает для него чистую прибыль или чистые издержки. Понятие «ценность» является мерой психологического удовлетворения индивида от различных достигаемых ему результатов выбора. Ученые акцентируют внимание не на *полезности*, как предлагает теория ожидаемой полезности, а на *ценности* возможных ситуаций, поэтому в качестве альтернативы функции полезности Неймана — Моргенштерна они вводят гипотетическую функцию ценности.

Три когнитивных свойства, которые лежат в основе теории перспектив, определяют вид функции ценности.

1. Оценка производится относительно нейтральной исходной точки, называемой *точкой отсчета*, относительно которой оцениваются выигрыши и потери. Оценки полезности потерь и выигрышей делаются людьми относительно некоторой точки отсчета.
2. Принцип *снижения чувствительности*, согласно которому одинаковая потеря в доходе ощутима сильнее при низком уровне богатства, чем при высоком.
3. *Неприятие потерь* означает, что индивид субъективно воспринимает потерю некоторой суммы денег острее, чем выигрыш этой же суммы. Вследствие этого при потерях изменение (уменьшение) субъективной ценности по абсолютной величине больше, чем положительный прирост его ценности при эквивалентном росте дохода.

Эти три принципа, влияющие на ценность результатов выбора индивида и определяющие вид функции ценности, проиллюстрированы на рис. 7.

Вторая составляющая теории перспектив — весовая функция, отражающая отношение людей к вероятностям наступления последствий. Результаты проведенных исследований доказывают, что индивиды в большинстве случаев оценивают вероятности субъективно, а не так, как они задаются в теории ожидаемой полезности. Чтобы учесть данное отличие в теории перспектив, вводятся *веса решений* — показатели того, как индивид оценивает вероятность наступления того или иного события в реальности.

«Веса решений — это не вероятности: они не подчиняются аксиомам вероятностей и не должны интерпретироваться как меры убежденности» [1, 13, с. 280]. Оценка важности (вес) исхода может сильно отличаться от его вероятности, так как, во-первых, люди склонны переоценивать низкие вероятности возникновения альтернатив и недооценивать высокие вероятности их наступления. Во-вторых, вес решений идентичен соответствующим вероятностям лишь в крайних точках — 0, когда событие невозможно, и 1, когда оно достоверно произойдет. В-третьих, как и гипотетическая функция ценности, функция оценки вероятности также демонстрирует снижение предельной чувствительности: по мере того как вероятность стремится в направлении от своих крайних значений, функция оценки вероятности сглаживается. Следовательно, можно отметить переоценку индивидом малых вероятностей, которая указывает на то, что индивид склонен к риску, когда ему будет предложен выбор с низкой вероятностью выигрыша, но с большим вознаграждением, и сильную недооценку высоких вероятностей, делающую полное избегание риска очень привлекательным.

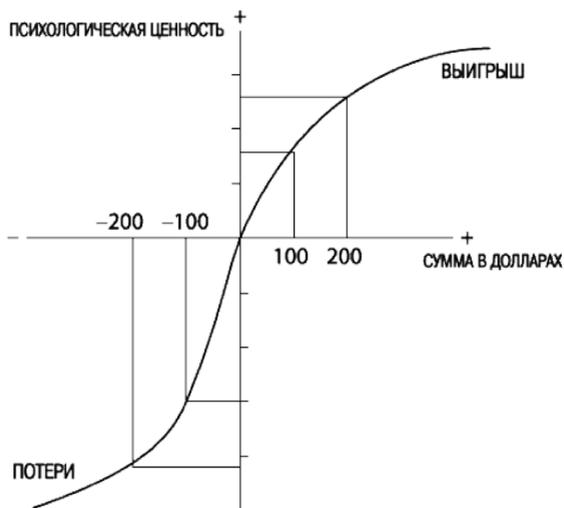


Рис. 7. Функция ценности

Источник: [12]

Оценка выбора индивида на основе функции ценности и весов решений позволила авторам теории перспектив построить собственную модель предпочтений индивида в условиях неопределенности, которую они назвали *четырёхчастной схемой* [12]. Эта модель представлена ниже в табл. 1.

Четырехчастная схема предпочтений считается одним из основных достижений теории перспектив.

В первом ряду каждой ячейки таблицы приведены конкретные рисковые альтернативы (для наглядности).

Во втором ряду отражены психологические эмоции восприятия той или иной составляющей рискованной альтернативы.

В третьем ряду указано отношение к риску при наличии выбора и определенной оценке веса альтернативы. Считается, что если предпочтение отдается гарантированной сумме, имеет место неприятие риска, а стремление к риску связано с выбором игры.

В четвертом ряду перечислены возможные соглашения между представителями сторон, участвующих в принятии решений.

Согласно **верхней левой** ячейке, люди избегают риска при рассмотрении альтернативы со значительным шансом на получение крупного выигрыша и поэтому соглашаются на меньший выигрыш, лишь бы не проиграть.

Таблица 1

Четырехчастная схема принятия решений

	ВЫГОДЫ	ПОТЕРИ
ВЫСОКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ <i>Эффект определенности</i>	95%-ный шанс выиграть 10000 \$ Страх разочарования НЕПРИЯТИЕ РИСКА Принятие неблагоприятных условий договора	95%-ный шанс проиграть 10000 \$ Надежда избежать потери СТРЕМЛЕНИЕ К РИСКУ Отказ от благоприятных условий договора
НИЗКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ <i>Эффект возможности</i>	5%-ный шанс выиграть 10000 \$ Надежда на крупную прибыль СТРЕМЛЕНИЕ К РИСКУ Отказ от благоприятных условий договора	5%-ный шанс проиграть 10000 \$ Страх крупной потери НЕПРИЯТИЕ РИСКА Принятие неблагоприятных условий договора

Источник: [12].

Как видно по **левой нижней** ячейке, когда выигрыш достигает больших размеров, индивид согласен рискнуть, отказываясь даже от благоприятных условий договора. Этим можно объяснить популярность лотерей. Покупатель билета согласен рискнуть, забывая о том, что шанс выигрыша очень мал. Тем не менее с покупкой билета у него появляется такой шанс. В этом случае имеет место *эффект возможности*.

В нижней правой ячейке можно найти объяснение существованию страхования. Чтобы избежать риска больше ожидаемой стоимости, люди готовы платить, так как в этом случае приобретается устранение тревог и душевное спокойствие, что индивидом оценивается выше, чем просто защита от маловероятной неприятности.

Что касается содержимого **верхней правой** ячейки, оно стало неожиданным для Д. Канемана и А. Тверски. Как подчеркивали сами авторы, некоторые исследователи отмечали стремление к риску в случае отрицательного результата. Однако не было уделено внимания ни подтверждению, ни объяснению этого явления. В отличие от них, Д. Канеман и А. Тверски выстроили схему принятия решений, которая позволила выявить и объяснить причины данного эффекта. Это снижение чувствительности к проигрышу и рост веса решения, соответствующего высокой вероятности потери. В данном случае *эффект определенности* уменьшает неприятие игры, так как существует возможность избежать потери, которая подталкивает к принятию риска. А снижение чувствительности повышает оценку веса решения, что делает гарантированный проигрыш более нежелательным, чем проигрыш (выбор между верным проигрышем и рискованной альтернативой с возможностью еще большего проигрыша).

В верхней левой ячейке высокая вероятность выигрыша и эффект определенности ослабляют заманчивость рискованной альтернативы и усиливают привлекательность гарантированного выигрыша. Люди точно так же стремятся к риску в области потерь, как избегают его в случае крупных приобретений.

В нижнем ряду снижение чувствительности к проигрышу и вес решения действуют в противоположных направлениях. Снижение чувствительности к проигрышу и переоценка низких вероятностей (рост веса решения, соответствующего низкой вероятности) порождают неприятие риска в случае потерь и стремления к риску ради выигрыша.

Таковы основные выводы, полученные психологами Д. Канеманом и А.Тверски в результате экспериментального исследования отношения человека к выбору в условиях неопределенности и поиска ответа на вопрос, как ведут себя люди, осуществляя этот выбор.

Новая поведенческая экономика

Теория перспектив стала ядром современной поведенческой экономики, опирающейся на реальные данные о поведении людей. Она постоянно тестируется на самых разных данных, собранных при наблюдении поведения участников игровых телешоу, профессиональных инвесторов на фондовом рынке, учителей и учеников в сфере образования и др. Это и отличает теорию перспектив от теории ожидаемой полезности, которая опирается на аксиомы рациональности и рассматривается как нормативная теория выбора.

На протяжении многих лет критические замечания в адрес Рационалов парировались экономистами неправдоподобными объяснениями эмпирических наблюдений, которые ставили под сомнение принятые в экономи-

ческой теории постулаты. Однако игнорировать исследования, в которых описан неправильно сделанный выбор в условиях принятых предпосылок в значимых сферах жизни общества, становится невозможным.

Появление большого числа молодых креативных экономистов, готовых рискнуть и отступить от традиционных подходов в экономической теории, сформировали новое направление под названием «поведенческая экономика». Это экономика, обогащенная знаниями из области психологии и других общественных наук, с тем чтобы повысить точность принимаемых решений.

При этом представители нового направления не считают, что модели, описывающие поведение несуществующих Рационалов, бесполезны. Модели, опирающиеся на гипотезу о том, что человек является Рационалом, могут служить в качестве стартовой точки построения более реалистичных моделей принятия решений. Возможно, в некоторых отдельных случаях модели принятия решений Рационалом могут дать приемлемое представление о том, что происходит в реальном мире. Но основная работа экономистов должна заключаться в исследовании реальных процессов функционирования рынков, принятия решений различными экономическими агентами на основании изучения собранных данных об этих процессах, а не исходя из предпосылки о рациональном поведении людей.

«Когда все экономисты откажутся от своих предубеждений и начнут включать важные переменные в свои аналитические модели, даже если рациональная модель считает эти переменные предположительно мало значимыми, тогда поведенческая экономика исчезнет. Вся экономика станет настолько бихевиористской, насколько требуется. А те, кто упрямо держится за воображаемый мир, в котором живут одни Рационалы, поднимут белый флаг вместо невидимой руки» [14, с. 20].

Литература

1. *Knight F.* Risk, Uncertainty and Profit. — Boston, Mass.: Houghton Mifflin, Reprint, London: London School of Economics (1921), 1946.
2. *Найм Ф. Х.* Риск, неопределенность и прибыль: пер. с англ. — М.: Дело, 2003.
3. *Фон Нейман Дж., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. — М.: Наука, 1970.
4. *Arrow K. J.* Social Choice and Individual Values. — New York: John Wiley, 1951.
5. *Schoemaker P. J. H.* The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations // *Journal of Economic Literature*. — 1982. — June. — Vol. XX. — No. 2. — P. 529–563.
6. *Франк Р. Х.* Микроэкономика и поведение. — М.: ИНФРА-М, 2000.
7. *Кац М., Роузен Х.* Микроэкономика. — Минск: Новое знание, 2004.
8. Моделирование экономических процессов. — М.: ЮНИТИ, 2013.
9. *Фуруботн Э. Г., Рихтер Р.* Институты и экономическая теория. — СПб.: Издательский дом СПб. университета, 2005.

10. *Allais M.* Le comportement de l'homme rationnel devant le risqué, critique des postulats et axiomes de l'école Américaine // *Econometrica*. — 1953. — No. 21. — P. 503–546.
11. *Ellsberg D.*, Risk, ambiguity and the Savage axioms // *Quarterly Journal of Economics*. — 1961. — No.75. — P. 527–556.
12. *Канеман Д.* Думай медленно... решай быстро: пер. с англ. — М.: АСТ, 2014.
13. *Kahneman D., Tversky A.* Prospect theory: An analysis of decision under risk // *Econometrica*. — 1979. — Vol. 47. — No. 2. — P. 263–291.
14. *Талер Р.* Новая поведенческая экономика: пер. с англ. — М.: Издательство «Э», 2017.

*Математика для ученого — то же самое,
что скальпель для анатома.*

Нильс Абель

РАЗДЕЛ 3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ИНВЕСТИЦИОННО-ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ: УЧЕТ РИСКОВ

Данный раздел посвящен анализу и развитию применения математических методов в инвестиционно-проектной деятельности. Особый акцент сделан на авторском модельном подходе при управлении рисками проектов, в том числе в условиях нестационарности; обосновано, что в качестве инструмента управления инвестиционным проектом должен выступать его бизнес-план; проанализированы новые возможности нетрадиционных подходов проектного риск-менеджмента.

В первой главе вскрыта сущность проектных рисков, представлено исследование методов их учета и проведен критический анализ традиционных количественных модельных инструментов, применяемых для оценки рисков инвестиционного проекта (анализ чувствительности, дополненный матрицей чувствительности и прогнозируемости; сценарный подход, имитационное моделирование). Во второй главе отражены авторские исследования в области разработки и развития нетрадиционных подходов в риск-анализе: методы нечеткой математики в риск-анализе, концепция риска как ресурса, метод планирования эксперимента, опционный подход. Методология комплексного современного риск — менеджмента инвестиционных проектов, построенная с использованием экономико-математического инструментария, представлена в третьей главе.

Никогда опасность не преодолевается без риска.

Публилий Сир

*Собираясь чего-то добиться, мы должны
рисковать настолько, насколько мы претендуем.*

Джим Рон

ГЛАВА 3.1

ТРАДИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ РИСКОВ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

Пусть инвестиционный проект — это «вложение денежных средств в комплекс взаимосвязанных мероприятий, предназначенных для достижения в течение ограниченного периода времени и при установленном бюджете поставленных задач с четко определенными целями» [2, с. 15]. Данное определение означает, что инвестиционный проект характеризуется:

- «четкой формулировкой цели и решаемых задач;
- ограниченностью продолжительности проекта во времени;
- наличием бюджета;
- ограниченностью требуемых ресурсов;
- уникальностью (неповторимостью);
- новизной;
- комплексностью;
- правовым и организационным обеспечением» [14, с. 47].

С кибернетической точки зрения «инвестиционный проект — система, на вход которой из окружающей его среды поступают единовременные (инвестиционные) и эксплуатационные по своему содержанию потоки материально-вещественного свойства (оборудование, сырье и пр.), нематериального характера (патенты, лицензии и пр.), трудовые и финансовые ресурсы и т.д. Стоимостный эквивалент таких входных потоков Среда — Проект называется затратами. Тогда как проектная продукция или услуги, измеряемые в денежной форме, служат элементами выходного потока (Проект — Среда) и называются доходами (выгодами). При по-

строении бюджета проекта и принятии инвестиционного решения следует учесть проектные затраты и доходы в приростной форме с указанием запланированного времени их осуществления. Это требует обособления элементов (внутренней среды) проекта от элементов внешней среды» [2, с. 18], а также анализа взаимовлияния проекта и его внешнего окружения, для чего используется многоаспектный подход (системный анализ).

3.1.1. Предпосылки моделирования инвестиционно-проектной деятельности

Методические рекомендации [15] содержат описание сущности основополагающих принципов, на которых опираются разработка, анализ и экспертиза инвестиционных проектов. Их можно трактовать как предпосылки для моделирования проектной деятельности. Эти принципы включают использование альтернативного подхода; «обязательное моделирование потоков продукции (услуг) и разнообразных ресурсов (в том числе и денежных) в виде потоков денежных средств; разработку и комплексный анализ проекта по ряду ключевых разделов или аспектов (технический, коммерческий, институциональный, экологический, социальный, финансовый (микроуровень) и экономический (макроуровень) аспекты; применение принятых в мировой практике критериев оценки эффективности проектов» [3, с. 29]. Эти критерии (*NPV*, *IRR*, *DPP*, *PI*, *MIRR*) рассчитываются на основе «определения эффекта сопоставлением предстоящих интегральных результатов и затрат с ориентацией на достижение требуемой нормы дохода на капитал и других показателей и приведение при этом предстоящих расходов и доходов к условиям их соизмеримости с учетом теории ценности денег во времени; учет неопределенности и рисков, связанных с осуществлением проекта» [14, с. 36].

В [3] показано, что срок жизни проекта (проектный цикл) — ограниченный период времени между моментами появления идеи проекта и его ликвидации является важным понятием как для принятия управленческих решений, так и для исследования проблем финансирования проектных работ. Специфика инвестиционно-проектной деятельности привела к необходимости введения понятия горизонта планирования проекта или расчетного срока жизни проекта, длительность которого не может превышать длительность проектного цикла, а для ее определения можно использовать ряд индикаторов, обоснованных в [2].

Финансовый анализ в [3] трактуется как «квинтэссенция изучения проекта». В целом он представляет собой «исследование финансовой результативности проекта на микроуровне, связанное не только с самим проектом, но и с реализующим его предприятием, которое является организационной формой осуществления инвестиционного проекта» [2]. Это означает,

что оценка предприятия также должна проводиться в ходе анализа финансовой эффективности. Поэтому в дополнение к прогнозным расчетам по проекту добавляется ряд таких важнейших расчетных документов финансовой отчетности, как бухгалтерский баланс, отчет о прибыли, отчет о денежных потоках. На их основе рассчитываются прогнозные финансовые коэффициенты — система показателей для оценки финансового состояния предприятия.

В [2] обосновано, что инвестиционно-проектный процесс базируется на двух моделях:

- 1) модель «проект-предприятие», т.е. когда предприятие создается под проект;
- 2) модель «предприятие-проект», т.е. если уже существует организация, являющаяся базой для осуществления проекта.

Кроме того, инвестиционный проект должен быть финансово реализуемым, т.е. характеризоваться положительным накопленным сальдо денежных потоков на каждом шаге своей реализации.

3.1.2. Модель экспресс-анализа

Поскольку доказательство эффективности проекта возможно только на прогнозной «платформе», то разработчику требуется достоверная информация о будущих приростных (учитывающих ситуации “с” и “без” проекта) проектных потоках денежных средств, включающих генерируемые проектом приросты поступлений от реализации продукции или услуг и всю совокупность связанных с этим приростных значений проектных затрат (единовременных и текущих). Для проведения расчетов эффективности проекта его аналитик компонует всю необходимую информацию в блочно-временном разрезе в табличной форме. Подобная модульная (блочная) структура модели полезна в практических целях, поскольку отражает логику принятия инвестиционно-проектных решений и позволяет последовательно анализировать влияние воздействий внешней среды на эффективность проекта. Одна из возможных схем формирования расчетной информации (модель экспресс-анализа проекта) разработана в [2] и представлена в табл. 1.

Таблица 1

Модель экспресс-анализа проекта

№ п/п	Элементы денежного потока проекта	1-й год	2-й год	...	t-й год
1	Проектный приток				
2	Проектный отток				
3=1–2	Результат до налогообложения				

Окончание табл. 1

№ п/п	Элементы денежного потока проекта	1-й год	2-й год	...	t-й год
4	Налогообложение				
5=3-4	Результат после налогообложения				
6	Финансирование				
7	Чистый денежный поток проекта				

Источник: [1].

Поскольку все элементы денежного потока в табл. 1 представлены агрегированно, то проектный аналитик в процессе реализации модели должен их детализировать с учетом конкретики проекта.

Как уже указывалось, в настоящее время для расчета проектной эффективности используют дисконтированные критерии, охарактеризованные в [14]:

«*NPV* (Net Present Value) — чистый дисконтированный доход — ЧДД в Методических рекомендациях (в русскоязычной литературе встречаются различные варианты перевода дисконтированных критериев, например, данного — чистая приведенная (текущая, сегодняшняя, современная) стоимость (ценность) и т.д.);

IRR (Internal Rate of Return) — внутренняя норма доходности (рентабельности) проекта — ВВД в Методических рекомендациях;

DPP (Discounted Payback Period) — срок окупаемости с учетом дисконтирования;

PI (Profitability Index) — индекс прибыльности».

Присутствующая в критериях ставка (норма) дисконта может быть постоянной (не зависящей от времени) и переменной величиной, а для ее определения используются разные способы, отраженные в [16]: приравнивание к уровню инфляции; принятие равной номинальной ставке доходности, т.е. ставке, существующей на рынке для инвестиционных решений данного уровня риска; принятие на уровне доходов, которые могут быть получены в результате практически безрискового вложения капитала; рассмотрение как фактора, обобщенно характеризующего влияние макроэкономической среды и конъюнктуру финансового рынка; приравнивание стоимости собственного капитала проекта; рассмотрение в качестве параметра, позволяющего сравнивать проект с другими альтернативами инвестирования).

Кроме того, существует ряд моделей для расчета ставки дисконтирования. Так, в случае денежного потока при использовании собственного капитала применимы модель оценки капитальных активов (*SAPM*) и модель кумулятивного построения (*CCM*). Тогда как в случае денежного потока

для всего инвестированного капитала целесообразно применять модель средней взвешенной стоимости капитала (*WACC*).

Еще раз подчеркнем, что для оценки эффективности проекта его анализируют необходима детальная информация о приростных значениях объемов затрат и доходов в соответствующие периоды времени, что приводит к понятию чистого денежного потока проекта. Если начало проекта характеризуется отрицательной величиной чистого денежного потока, а потом с ростом проектных доходов его величина становится положительной, то такой профиль чистого денежного потока называется классическим (типичным или стандартным).

В [2] показано, что «критерии *NPV*, *IRR* и *PI* — фактически разные версии одной и той же концепции, поэтому их результаты связаны друг с другом и для одного проекта, имеющего типичный (классический) профиль чистого денежного потока, выполняются следующие математические соотношения:

Если $NPV > 0$, то $PI > 1$ и $IRR > r$.

Если $NPV < 0$, то $PI < 1$ и $IRR < r$.

Если $NPV = 0$, то $PI = 1$ и $IRR = r$,

где *r* — требуемая норма доходности (альтернативная стоимость капитала)».

3.1.3. Бизнес-план как модель инвестиционного проекта

Бизнес-проектирование представляет собой многоэтапный процесс, результатом выполнения которого является бизнес-план — детальное описание будущего бизнеса и исполняющей организации. В условиях рыночной экономики бизнес-план — основная форма плана, разрабатываемая коммерческими организациями.

В бизнес-плане инвестиционного проекта описывается цель его разработки, устанавливаются правила и условия ее достижения на основе интеграции в единую систему множества факторов объективного и субъективного характера. Все это позволяет считать бизнес-план своеобразной организационно-экономической моделью виртуального проекта. Понятно, что в бизнес-плане должны быть не только проанализированы все возможные риски, но прописаны и оценены механизмы реагирования на них. Таким образом, бизнес-план служит двум целям: является инструментом как планирования проекта, так и получения кредита. В этом смысле его можно рассматривать как статический документ.

Но учитывая, что бизнес-план является перспективным документом и что в нем заложена стратегия развития, его можно рассматривать в качестве инструмента управления инвестиционным проектом. В этой связи

в процессе реализации проекта из-за изменяющихся условий внешней среды бизнес-план требует периодической коррекции. То есть бизнес-план не только отражает статичную картину состояния объекта и служит тактическим целям, но и позволяет учитывать динамику его развития.

3.1.4. Сущность проектных рисков и анализ методов их исследования

Неопределенность — это «неполнота или неточность информации об условиях реализации проекта, в том числе связанных с ними затратах и результатах. Неопределенность, связанная с возможностью возникновения в ходе реализации проекта неблагоприятных ситуаций и последствий, характеризуется понятием риска» [2, с. 84]. Неопределенность существует объективно как для проекта в целом, так и для всех его участников.

В проектном подходе риск — это «возможность недостижения запланированного результата каждым из участников проекта и проектом в целом. Понятие «риска» является субъективным, поскольку связано с оценкой возможности возникновения последствий, неблагоприятных для каждого конкретного участника проекта в ходе его реализации. Субъективность проявляется в том, что «плохие» для одного участника условия могут оказаться для другого «хорошими» [16].

Понятно, что риски, сопутствующие проектному циклу, различаются между собой по месту и времени возникновения, совокупности внешних и внутренних факторов, влияющих на их уровень, что отражается в способах их анализа и методах управления ими.

В работе [15, с.14] под нестационарной экономикой понимается «хозяйственная система, которой присущи достаточно резкие и плохо предсказуемые изменения многих макроэкономических показателей, динамика которых не отвечает нормальному рыночному циклу, а скорее присуща кризисным или посткризисным экономическим процессам». А риски в таких условиях обладают сложной структурой, включающей как систематические, так и несистематические (особенно значительные) риски; являются высокими и переменными; плохо прогнозируются. Поэтому возникает потребность либо в создании новых специальных подходов, либо в адаптации к условиям нестационарности традиционно используемых в обычной практике инвестиционно-проектной деятельности подходов и методов.

«Аудит» используемых на практике методов анализа проектных рисков, отраженный в [3], показывает, что их чаще всего классифицируют на качественный и количественный подходы.

«Целью качественного анализа является получение данных, которые позволят потенциальным партнерам принять решение о целесообразно-

сти участия в инвестиционном проекте и выработать меры для защиты от возможных финансовых потерь» [3].

Как видно из представленного рис. 1, результат проведения процедуры качественного анализа проектных рисков состоит не только в выявлении самих рисков и причин их возникновения, но и в получении стоимостной оценки (количественного результата), отражающей денежные эквиваленты, как величины ущерба от реализации выявленных рисков, так и затрат на предлагаемые антирисковые мероприятия. Таким образом, проведение качественного анализа проектных рисков позволяет создать систему организационно-экономических стабилизационных механизмов, требующих от участников инвестиционно-проектного процесса дополнительных затрат, которые подлежат учету при определении эффективности проекта.

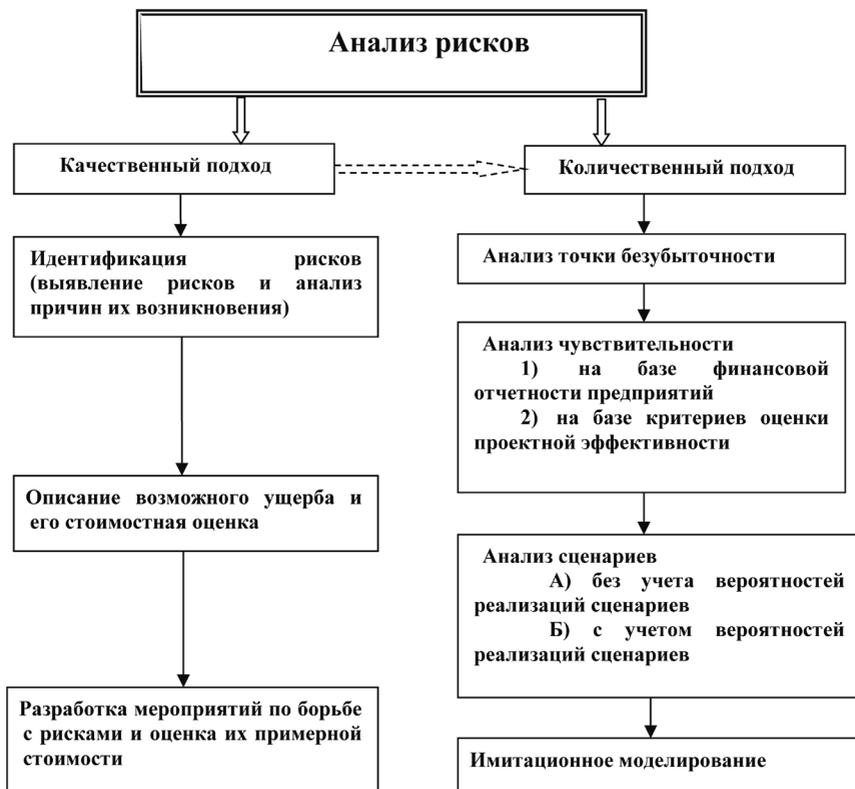


Рис. 1. Схема анализа проектных рисков
Источник: [3].

Выявление рисков может осуществляться на основе имеющихся в литературе различных классификаций направлений поиска рисков, но при этом для большей точности анализа необходимо стремиться оперировать прежде всего с простыми рисками (более неделимыми «квантами»). Поэтому, пользуясь имеющимися классификациями, нужно понимать, что большинство из них помогают определить направление поиска рисков, их принадлежность к той или иной группе.

В [2] показано, что количественный подход, «являющийся продолжением качественного исследования проектных рисков, в роли основного инструмента использует уже рассчитанные величины критериев оценки проектной эффективности. А цель количественного анализа — оценка влияния изменений факторов рисков проекта на поведение критериев его эффективности. Реализация количественного анализа происходит на основе анализа чувствительности, сценарного подхода и имитационного моделирования».

В условиях нестационарности — «при отсутствии полной или достоверной информации о сложившейся ситуации — в ходе применения методов риск-анализа целесообразно расширять использование экспертных подходов. Кроме того, особую роль должны играть нетрадиционные подходы к анализу проектных рисков: концепция риска как ресурса, планирование эксперимента, нечеткие множества и опционный подход» [17, с. 22].

В качестве основных инструментов экспертного подхода, описанных в [14], чаще всего выступают *SWOT*-анализ, построение «розы» и «спирали» рисков, метод аналогий, метод ставки процента с поправкой на риск и метод критических значений.

Механизм экспертной оценки включает комплекс логических и математико-статистических методов и процедур, связанных с деятельностью эксперта по переработке необходимой для анализа и принятия решений информации.

В табл. 2 отражена сущность названных экспертных подходов.

Таблица 2

Основные экспертные подходы к анализу проектных рисков

№	Название метода	Сущность метода	Сфера применения
1	Метод экспертных оценок	Комплекс логических и математико-статистических методов и процедур по переработке необходимой информации, связанных с деятельностью эксперта	Идентификация рисков, ранжирование рисков, качественная оценка, вероятностная оценка

Окончание табл. 2

№	Название метода	Сущность метода	Сфера применения
2	<i>SWOT</i> -анализ	Таблица, позволяющая наглядно противопоставлять сильные и слабые стороны проекта, его возможности и угрозы	Экспертная оценка рисков. Основной результат — меры по управлению рисками
3	Роза (звезда), спираль рисков	Иллюстративная экспертная оценка рискованности факторов	Ранжирование рисков
4	Метод аналогий или консервативные прогнозы	Исследование накопленного опыта по проектам-аналогам с целью расчета вероятностей возникновения потерь	Оценка рисков часто повторяющихся проектов
5	Метод ставки процента с поправкой на риск	Увеличение безрисковой ставки процента на величину надбавки за риск (рисковая премия)	Дополнительный учет факторов риска при расчете эффективности проекта
6	Метод критических значений	Нахождение тех значений переменных (факторов), проверяемых на риск, которые приводят расчетную величину соответствующего критерия эффективности проекта к критическому пределу	Мониторинг рисков в процессе управления проектом в условиях риска и неопределенности

Источник: [2].

Для проведения количественного анализа рисков требуется наличие базисного, согласованного со всеми участниками проекта, варианта расчета бизнес-плана и результаты проведения качественного анализа. Как уже указывалось, количественные методы риск-анализа отражают попытку идентифицировать силу связи между рискованными факторами и значениями некоторого результативного показателя (например, критерия проектной эффективности). Все количественные методы используют модельный подход, в основе которого всегда лежит система исходных предпосылок. Необходимо помнить, что любые отклонения от этой системы приводят к уменьшению точности результата, увеличивают риск провала проекта.

В табл. 3 представлены сущность и возможности исследуемых далее количественных подходов риск-анализа.

Таблица 3

Количественные методы анализа проектных рисков

Название метода	Сущность метода	Возможности
Анализ чувствительности и построение матрицы чувствительности и прогнозируемости	Однофакторный анализ: анализ изменения критериальных показателей проекта в результате учета прогнозов последовательного изменения только одного фактора риска	Ранжирование факторов риска на основе расчетов эластичностей
Сценарный подход	Многомерный анализ («дискретный» случай): разработка возможных сценариев развития проекта с учетом взаимозависимостей (корреляции) отклонения параметров	Оценка рискованности проекта в целом на основе расчета ожидаемых значений критериев и показателей риска (вероятности реализации неэффективного проекта и ожидаемого ущерба)
Имитационное моделирование	Многомерный анализ («непрерывный» случай): серия численных модельных экспериментов при заданных значениях детерминированных составляющих входных переменных и случайных реализациях случайных величин или функций, входящих в состав модели	Оценка рискованности проекта в целом на основе построения вероятностного распределения всех возможных значений <i>NPV</i> и расчетов ожидаемых потерь инвестора и ожидаемых доходов проекта
Концепция риска как ресурса	Построение производственной функции на основе оперирования ресурсно-подобными рисками	Принятие инвестиционных решений по проектам, имеющим существенную инновационную составляющую
Метод планирования эксперимента	Выявление оптимальных условий на основе разработки математической или имитационной модели, построение регрессионных зависимостей с участием как количественных, так и качественных факторов, выделение существенных факторов, оценка и уточнение констант этих моделей	Анализ построенной многофакторной регрессии позволяет судить о силе воздействия как отдельных факторов риска, так и результата их совместного взаимодействия, выявить комбинации факторов риска, приводящие к недопустимым потерям, и разработать антирисковые мероприятия
Нечетко-множественный подход (нечеткая логика)	Последовательное применение законов нечеткой логики, основанных на совместном использовании качественных (лингвистических) переменных и количественных характеристик	Исследование результатов проведения анализа рисков с точки зрения необходимости улучшения как самого проекта, так и его описания (модели)

Окончание табл. 3

Название метода	Сущность метода	Возможности
Метод реальных опционов	Анализ реальных инвестиционных решений по аналогии с финансовыми опционами	Количественная оценка характеристик проекта, которые могли бы быть качественно описаны в рамках традиционных подходов

Источник: составлено автором на основе [1, 2, 12].

3.1.5. Анализ чувствительности и построение матрицы чувствительности и прогнозируемости

Анализ чувствительности, как отмечено в [1], — это «однофакторный анализ, состоящий в последовательно-единичном изменении всех проверяемых на рискованность переменных. А именно, на каждом шаге только одна из переменных изменяет свое значение (в сторону, уменьшающую эффективность проекта) на прогнозируемое число процентов по отношению к своему базисному уровню, и на этой основе пересчитывается новая величина используемого критерия».

Получившиеся результаты (см. пункты 1–4 табл. 4) представляют собой важную часть анализа чувствительности, называемую анализ «что, если...» и имеющую самостоятельное значение. Затем рассчитывается процент изменения выбранного для анализа критерия, определяются эластичности (значения которых берутся по модулю), позволяющие проранжировать все рискованные факторы по степени влияния на изменение критерия, что позволяет выявить наиболее «опасные» для проекта. Результаты количественного анализа представлены в табл. 4.

Таблица 4

Схема проведения анализа чувствительности

№	Факторы риска	% изменений фактора риска	Новое значение критерия эффективности	% изменений критерия	Эластичности	Рейтинг факторов риска
1	2	3	4	5	6=5:3	7
1	А	+1%	Новое значение	3%	3	1
2	В	+3%	Новое значение	3%	1	4
3	С	-2%	Новое значение	4%	2	2
4	Д	+4%	Новое значение	6%	1,5	3
...
ВЫВОДЫ:						

Источник: [2, 3].

Подчеркнем, что однофакторный анализ не предполагает учета взаимозависимостей факторов риска, поэтому большую роль в принятии решения о рискованности проекта играет точность прогноза процентного изменения каждого фактора риска, и, как уже подчеркивалось, основным инструментом такого прогноза в условиях нестационарности выступает экспертный подход.

Развитие возможностей анализа чувствительности, представленное в [2], связано с построением матрицы чувствительности и прогнозируемости, также использующим экспертный подход. Считается, что по уровню чувствительность можно разделить на высокую, среднюю и низкую. Риск-аналитикам проекта разумно связывать эти уровни с рассчитанными в ходе анализа чувствительности величинами эластичностей. В свою очередь, прогнозируемость, определяемая точностью заданного прогноза изменения каждого фактора риска, может быть низкой, средней и высокой. В ходе подготовки информации для построения матрицы чувствительности и прогнозируемости все факторы риска получают эти две характеристики, что, как указано в [2], позволяет заполнить табл. 5.

Таблица 5

Матрица чувствительности и прогнозируемости

Прогнозируемость	Чувствительность		
	Высокая	Средняя	Низкая
Низкая	I	I	II
Средняя	I	II	III
Высокая	II	III	III

Источник: [2].

В [2, 3] девять элементов матрицы распределены по зонам, а также отмечено, что местоположение каждого фактора в определенной зоне означает конкретную рекомендацию для принятия решения о дальнейшей с ним работе по анализу риска. Так, первая зона — левый верхний угол матрицы — зона дальнейшего риск-анализа попавших в нее факторов. Вторая зона совпадает с элементами побочной диагонали матрицы, а попавшие в нее факторы риска требуют их дальнейшего мониторинга по ходу развития проекта (для этого полезно рассчитывать критические значения каждого фактора, т.е. такие их предельные уровни, при которых соответствующий критерий оценки проектной эффективности еще не свидетельствует об убыточности проекта). Наконец, те факторы риска, которые при всех прочих сделанных риск-аналитиками прогнозах и расчетах попали в третью зону (правый нижний угол таблицы), являются наименее рискованными и не подлежат дальнейшему рассмотрению.

Метод анализа чувствительности, обладающий определенными преимуществами (ему присущи: объективность, теоретическая прозрачность, простота расчетов, экономико-математическая естественность результатов и наглядность их толкования), не свободен от недостатков, основной из которых — это его однофакторность, приводящая к недоучету возможной связи между отдельными факторами (их корреляции).

3.1.6. Сценарный подход, расчет ожидаемых значений критериев оценки проектной эффективности и показателей риска

Более полная и точная оценка проектной эффективности в условиях неопределенности требует рассмотрения различных сценариев реализации проекта. Как показано в [1], методология сценарного подхода «основана на формировании разумного перечня подлежащих рассмотрению сценариев, она базируется на учете взаимосвязи параметров проекта при установлении их значений для каждого сценария и требует расчета обобщающего показателя эффективности проекта (ожидаемый эффект) по значениям в отдельных сценариях».

Анализ сценариев является многофакторным анализом: «одновременному непротиворечивому изменению подвергается вся группа проверяемых на риск переменных проекта» [3]. Таким образом, определяется воздействие одновременного изменения всех основных переменных проекта, характеризующих его денежные потоки. Сценарный подход, как подчеркивается в [2], «является развитием методики анализа чувствительности проекта, а его важное преимущество состоит в том, что отклонения параметров рассчитываются с учетом их взаимозависимостей (корреляции). Построение различных вариантов осуществления проекта позволяет получить некоторое представление об устойчивости всего проекта в целом к изменениям внешней среды». Процесс разработки сценариев и построения моделей является содержательным и позволяет проектному аналитику получить более четкое представление о проекте и возможностях его будущего осуществления, выявить как узкие места проекта, так и его позитивные стороны.

Процедура формализованного описания неопределенности, описанная в [3], позволяет, оценивая риск проекта в целом, рассчитать величину ожидаемой эффективности проекта, равную сумме произведений эффекта каждого сценария на вероятность его реализации.

Например, «если проектный аналитик смоделировал n сценариев, а в качестве критерия принятия решений был выбран критерий NPV , то

$$NPV_{\text{ож.}} = NPV_1 p_1 + NPV_2 p_2 + \dots + NPV_n p_n,$$

где p_1, p_2, \dots, p_n — вероятность реализации соответствующего сценария, при этом сумма вероятностей всех рассматриваемых сценариев равна 1.

Кроме того, можно рассчитать интегральный риск неэффективности проекта $P_{\text{нэ}}$ и ожидаемую величину неэффективности или ожидаемый ущерб от реализации проекта в случае его неэффективности $Y_{\text{нэ}}$:

$$P_{\text{нэ}} = \sum_{i=1}^k P_i \quad Y_{\text{нэ}} = \sum_{i=1}^k \frac{|NPV_i \times p_i|}{P_{\text{нэ}}}$$

где k — число неэффективных проектов» [3].

В [1] подчеркивается, что основная трудность в практическом использовании сценарного подхода состоит в необходимости построения модели инвестиционного проекта и выявлении связи между переменными. Кроме того, требуется проведение глубокого качественного исследования модели проекта, т.е. разработка ряда моделей, соответствующих каждому сценарию, включающих объемные подготовительные работы по отбору и аналитической переработке информации. При этом проектный аналитик находится в дискретном пространстве сценариев: он как бы «перебирает» отдельные сценарии, обладающие достаточной неопределенностью, «размытостью» своих границ. Возникает эффект ограниченного числа возможных комбинаций переменных: поскольку количество сценариев, подлежащих детальной проработке ограничено, так же как и число переменных, подлежащих варьированию. Поэтому для получения общего распределения последствий проекта проектному аналитику требуется «работать в непрерывном пространстве», для чего используется имитационное моделирование.

3.1.7. Имитационное моделирование

Концепции имитационного моделирования

Имитационное моделирование подразумевает, что направление развития каждого моделируемого процесса зависит от возникновения случайного события или от значения, которое приняла случайная величина. Такое сочетание случайности и зависящего от нее выбора создает большое число возможных траекторий каждого процесса, причем на отдельных участках траекторий на процесс могут также влиять новые случайные воздействия и менять направление его развития. Согласно [4], существуют четыре основные концепции имитационного моделирования:

1. *Непрерывное динамическое моделирование.* В рамках данной концепции фиксируется начальное состояние системы и действующие в ней причинно-следственные связи, которые моделируются обыкновенными дифференциальными уравнениями. При компьютерной имитации бес-

конечно малые приращения dt заменяются на конечные приращения Δt , и решение уравнений последовательно пересчитывается.

2. *Системное динамическое моделирование.* Основоположником концепции, разработчиком теории системной динамики является американский ученый Джей Форрестер [5]. Предложенная им модель служит для изучения сложных систем с нелинейными обратными связями, ее основу составляют дифференциальные уравнения для основных переменных (так называемых системных уровней). Хотя изначально модель была задумана как учебная, ей удалось стать образцом для последующих работ и привлечь внимание к проблеме мировой динамики, породив новое направление исследований, называемое «глобальным моделированием» [6].

3. *Дискретно-событийное моделирование.* Данный подход к моделированию предполагает отказ от понятия непрерывного времени и рассматривает процессы, протекающие в моделируемой системе, как цепочку отдельных событий. Основоположником подхода является англо-американский ученый Джеффри Гордон, разработчик системы имитационного моделирования *GPSS* (General Purpose Simulation System) — одного из наиболее распространенных пакетов автоматизации имитационного моделирования. В основе дискретно-событийного подхода лежит идея выделения конечного множества абстрактных компонентов, необходимых для описания элементов реальной системы (заявок, очередей, ресурсов), и конечное множество стандартных операций, задаваемых потоковыми диаграммами и описывающих связи между элементами. В целом данный подход можно рассматривать как глобальную схему обработки заявок со стохастическими элементами. Из всех четырех концепций дискретно-событийное моделирование является наиболее развитым и применимым, в частности оно наиболее подходит для моделирования производственных процессов.

4. *Мультиагентное моделирование.* В отличие от предыдущих концепций мультиагентное моделирование не интересуется поведением системы в целом, а является децентрализованным — динамика системы возникает как результат деятельности многих агентов, чье поведение определяется на индивидуальном уровне. Все они находятся в единой модельной среде и активно взаимодействуют с ней, что позволяет исследовать и прогнозировать поведение сложных систем в таких областях, как системы массового обслуживания, торговля, компьютерные игры, транспортные системы. Данный подход включает в себя клеточные автоматы, элементы теории игр, сложных систем, вычислительной социологии, метода Монте-Карло и эволюционного программирования [7]. Перечислим преимущества агент-ориентированных моделей, проявляющиеся при анализе инновационных процессов. Согласно [8], такие модели:

- устраняют одностороннее понимание сущности инновационных процессов, возникающее в рамках идеализации большинства традиционных подходов, непосредственно моделируя взаимодействующих агентов;
- позволяют проводить сценарные имитационные расчеты при различных экономических условиях и выбирать оптимальные пути решения существующих проблем;
- являются гибким модульным инструментом, предоставляющим исследователям и лицам, принимающим решения, удобный интерфейс для модификации отдельных частей модели, визуализации экспериментов и проведения сценарного анализа;
- не используют сложные математические абстракции, предполагая непосредственное проецирование зависимостей и свойств экономической реальности в искусственное общество агентов.

В отличие от традиционного моделирования, например, с помощью стохастических линейных или разностных уравнений, при построении агентской модели описывается поведение не системы в целом, а только ее отдельных элементов — агентов. Поведение всей системы определяется ею самой в ходе имитационного эксперимента, тогда как функциональные связи, возникающие в ходе взаимодействия агентов, остаются за рамками описательной части модели. Итак, основная идея данного подхода заключается в построении вычислительного инструмента, представляющего собой множество агентов с определенным набором свойств и правил поведения, позволяющего проводить симуляции реальных явлений. Здесь заложен принцип моделирования «снизу вверх», т.е. деятельность независимых агентов на микроуровне влияет на показатели макроуровня [9]. Это отличается от традиционных подходов проектирования имитационной модели «сверху вниз», когда заданы глобальные законы функционирования системы, на базе которых работают ее элементы. Глобальное функционирование системы заведомо неизвестно исследователю. Два-три простейших правила уже могут привести к весьма разнообразным формам поведения в группе агентов [10].

Одной из типовых ситуаций, характеризующейся многосценарностью и сложностью аналитического моделирования при инвестиционном проектировании, является проведение риск-менеджмента проекта. Применение в такой ситуации имитационного моделирования позволяет количественно учесть влияние неопределенности на его эффективность, а также оценить общий уровень риска. Чаще всего имитационное моделирование реализуется на основе метода Монте-Карло, позволяющего получить распределение результирующего показателя, опираясь на известные законы распределения экзогенных переменных. Для выбора подходящих законов

распределения возможно опираться как на данные статистических наблюдений, так и на экспертные оценки. Процесс имитационного моделирования методом Монте-Карло состоит в нахождении распределения результирующего показателя на основе распределения экзогенных параметров. Полученный результат (в виде гистограммы, таблицы распределения или функции плотности) является на порядок более информативным, чем численная оценка, даваемая более простыми методами. Итак, рассмотрим подробнее особенности и возможности метода Монте-Карло.

Метод Монте-Карло для анализа проектных рисков

Как описано в [6], впервые описание метода Монте-Карло появилось в 1949 г. в статье американских математиков Дж. Неймана и С. Улама “The Monte Carlo Method”. Название метода происходит от известного благодаря своим казино города Монте-Карло, ведь именно рулетка является простейшим механическим «генератором случайных чисел», на работе которого основан сам метод. Область применения метода Монте-Карло довольно обширна: от расчета систем массового обслуживания до вычисления определенного интеграла от сложных функций.

Опишем общую схему использования метода Монте-Карло для количественного анализа проектных рисков. На первом этапе строится математическая модель зависимости характеризующего проект результирующего показателя (как правило, NPV) от различных переменных и параметров проекта. Те факторы, значения которых могут меняться, являются переменными и моделируются случайными величинами. Те факторы, значения которых постоянны в течение жизненного цикла проекта, являются параметрами и моделируются константами. В итоге результирующий показатель представляется в виде случайной функции многих переменных. При проведении очередной имитации модель пересчитывается, и результаты всех экспериментов объединяются в единую выборку значений результирующего показателя. На последнем этапе данная выборка анализируется с помощью статистических методов.

Хорошо известно, что, как правило, решение об эффективности конкретного инвестиционного проекта принимается на основе анализа значений различных интегральных показателей — NPV , IRR , DPP , PI и т.д. При этом данные показатели рассчитываются, опять-таки как правило, только для базового варианта инвестиционного проекта, реализация которого наиболее вероятна. Для их расчета строится прогнозная модель денежных потоков проекта, служащая моделью принятия решений в условиях определенности — при выполнении предпосылок базового варианта. Хотя он и является наиболее вероятным, принятие всех предпосылок приводит к значительному упрощению действительности, поскольку

реальные денежные потоки всегда отличаются от прогнозных. Возникающее между ними уже при запуске проекта расхождение с каждым этапом его реализации в среднем возрастает. Различные негативные события могут привести к значимым дополнительным издержкам, что приведет к превышению прогнозных потоков над реальными, и, напротив, реальные денежные потоки могут превысить прогнозные. Одной из распространенных причин такого «благоприятного» расхождения является ситуация преувеличения оценок, связанная с тем, что при оценке затрат большинство людей склонны их несколько завысить, опасаясь недооценки больше, чем переоценки. Любое расхождение между прогнозными и реальными денежными потоками является негативным фактором для управления как проектом в целом, так и его рисками, и естественным требованием является устойчивость временных и стоимостных оценок проекта в любой ситуации. Другими словами, проект должен быть устойчивым к изменениям внешней среды, как благоприятным, так и неблагоприятным. Имитационное моделирование с помощью метода Монте-Карло позволяет оценить устойчивость проекта, дав численную оценку риска. Оно не исключает предварительного осуществления стандартных инвестиционных расчетов, а, напротив, опирается на них и уточняет их результаты. Качественная (что является необходимым условием) исходная модель инвестиционного проекта служит основой проведения результативного имитационного моделирования. Результаты сравнительного анализа двух методов оценки эффективности инвестиционного проекта (метода Монте-Карло и метода стандартных инвестиционных расчетов) приведены в табл. 6, составленной с использованием материалов [12].

Таблица 6

**Стандартные инвестиционные расчеты и риск-анализ
методом Монте-Карло**

Характеристика	Классический метод (стандартные расчеты)	Метод Монте-Карло
Переменные	Детерминированные величины	Случайные величины с заданными законами распределения
Модель	Денежных потоков	Денежных потоков
Алгоритм	Расчет единственного прогнозного сценария реализации проекта	Расчет большого числа сценариев реализации проекта при различных реализациях переменных
Результат	Конкретное значение интегрального показателя эффективности проекта	Эмпирическое распределение вероятностей интегрального показателя эффективности проекта

Источник: составлено авторами с использованием материалов [12].

Основным отличием метода Монте-Карло от других способов количественного анализа рисков является отказ от детерминированности параметров модели и их представление в виде случайных величин. Это вводит в модель вероятностную неопределенность и позволяет применить к ее анализу аппарат теории вероятностей и математической статистики. Преимущества метода Монте-Карло перед более простыми способами анализа рисков (методом анализа чувствительности и методом анализа сценариев) позволяют ему преодолеть их основные недостатки, отмеченные в [12] и показанные в табл. 7.

Таблица 7

Недостатки методов анализа чувствительности и анализа сценариев и их преодоление в методе Монте-Карло

Метод	Недостаток	Решение с помощью имитационного моделирования
Анализ чувствительности	Не учитывается наличие корреляции между составляющими проекта	Корреляция моделируется разными методами и учитывается в модели
	Рассматривается влияние только одной варьируемой переменной при неизменных остальных составляющих проекта	Появляется возможность одновременно моделировать случайные изменения нескольких составляющих проекта с учетом условий коррелированности
Анализ сценариев	Требуются отбор и аналитическая обработка информации для создания нескольких сценариев	Сценарии случайны и формируются автоматически при реализации алгоритма метода Монте-Карло
	Границы сценариев размыты, а построенные оценки значений переменных для каждого сценария в некоторой степени произвольны	Сценарии формируются исходя из диапазонов возможных изменений случайных величин и подобранных законов распределения
	Рассматривается эффект ограниченного числа возможных комбинаций переменных; рост числа сценариев и числа изменяемых переменных усложняет моделирование	Число случайных сценариев может быть сколь угодно велико, так как процесс имитации реализован в виде компьютерной программы, существует метод выбора необходимого числа сценариев, гарантирующего с определенной вероятностью (надежностью) точность результатов моделирования

Источник: [12].

Анализ рисков методом Монте-Карло состоит из следующих основных этапов:

- 1) определение включаемых в модель переменных на основе качественного анализа рисков проекта;
- 2) подбор вероятностного распределения каждой переменной;
- 3) определение взаимозависимостей между переменными;
- 4) осуществление имитаций;
- 5) анализ результатов.

Подробно каждый из них на основании [12] представлен далее.

1. Определение включаемых в модель переменных отражает прежде всего результаты качественного исследования рисков проекта. Решение о включении/невключении переменной принимается на основе анализа чувствительности проекта к изменениям переменной, степени неопределенности переменной (возможных границ ее изменения) и экспертных мнений о степени ее влияния на результирующий показатель эффективности. Некачественно проведенный отбор переменных приводит к двум проблемам — невключению в модель существенных переменных и включению в модель несущественных переменных. Первая проблема является более критичной, поскольку ведет к некорректному построению функциональной связи и, как следствие, к неверным результатам. Однако ошибочной стратегией является включение в модель «всех подряд» переменных, необходимо выделить только наиболее значимые из них, поскольку с ростом их числа растут финансовые, организационные, временные издержки построения модели, а также сложность моделирования взаимозависимостей между переменными и контроля отсутствия в модели мультиколлинеарности.

Процесс определения риск-переменных начинается с составления рейтинга чувствительности результирующего показателя проекта к изменению переменной. Далее выбираются переменные, оказавшиеся в верхней части рейтинга, т.е. такие, чувствительность проекта к их изменению которых достаточно высока. Список корректируется на основе анализа степени неопределенности переменных и экспертных мнений о степени влияния на результирующий показатель эффективности. Так, например, возможно включение нескольких дополнительных переменных из первой половины рейтинга, если они кажутся экспертам значимыми для данного проекта, или исключение переменной, возможные границы изменения которой представляют собой интервал небольшой длины.

2. Подбор вероятностного распределения осуществляется для каждой переменной, включенной в модель на предыдущем шаге. Основными способами подбора служат экспертный метод и метод проверки согласованности выборочных данных и подбираемого закона распределения. Критерии проверки такой гипотезы о согласованности носят в математической статистике общее название критериев согласия. Стоит отметить, что проверяют не то, что переменная действительно имеет определенное распределение, а то, достаточно ли хорошо выборочные данные

согласуются с этим распределением, чтобы можно было использовать его для дальнейшего анализа. *Наиболее часто используемые* критерии — это критерии хи-квадрат Пирсона и Фишера, а также критерий Колмогорова. Точность подбора распределения растет с ростом объема выборки, что обосновывает необходимость проведения большого числа имитаций. При подборе распределения экспертным методом сложнее оценить точность полученного результата, и нет такого явного роста точности с ростом числа наблюдений. Это связано с психологическими трудностями оценки вероятностей и с организационными сложностями проведения репрезентативного опроса. Поэтому подход, связанный с использованием субъективных вероятностей экспертов, часто критикуют, считая, что можно обойтись методами математической статистики. С другой стороны, существуют методы избегания различного рода психологических «ловушек» при организации опросов и, как следствие, повышения качества результатов. В целом так как при принятии решений крайне важно учитывать всю доступную информацию, то оптимальным является грамотное сочетание экспертного метода и методов математической статистики. При этом экспертный метод необходим, в том числе для уточнения результатов и окончательного выбора вида распределения.

Наиболее используемыми на практике распределениями являются нормальное (в силу центральной предельной теоремы), а также такие вычислительно простые распределения, как равномерное, треугольное и дискретное. С развитием вычислительных технологий наблюдается также тенденция к использованию более сложных распределений с так называемыми «тяжелыми хвостами». Такие распределения, как правило, являются обобщением нормального закона и придают больший «вес» относительно редким событиям, что особенно актуально в финансовой сфере при анализе волатильности различных инструментов.

Отметим, что выбранный метод подбора закона распределения влияет на свойства оценок распределения (несмещенность, состоятельность, эффективность), что, в свою очередь, непосредственно влияет на качество модели и ее результат. Уточнение вида распределения приводит к значительному изменению результатов моделирования. Так, например, проект с треугольным распределением переменных обладает, при том же диапазоне их изменения, большей устойчивостью, чем с равномерным распределением. Получение отрицательного NPV при таком распределении менее вероятно, а коэффициент вариации, характеризующий относительный разброс значений NPV , намного ниже. Это, конечно, не значит, что треугольное распределение «лучше» равномерного, а лишь иллюстрирует важность как можно более точного подбора закона распределения.

3. *Определение взаимозависимостей между переменными* необходимо для получения несмещенных результатов моделирования. Включение

в модель связанных переменных без учета характера их зависимости (вероятностного, функционального) может привести к серьезным искажениям получаемых результатов. Степень смещения результатов зависит от значимости зависимых переменных и от силы их связи. Поэтому важно до проведения имитаций установить наличие зависимости, в частности корреляции (парной и множественной), применяются методы регрессионного и корреляционного анализа, а также расчет различных параметрических и непараметрических показателей корреляции.

4. *Осуществление имитаций* является ключевым этапом имитационного моделирования, при проведении которого с помощью специализированного программного обеспечения реализуется алгоритм метода Монте-Карло, состоящий в многократном выполнении последовательности следующих шагов:

1. Генерирование выборки (объема, совпадающего с числом переменных модели) из равномерного на отрезке $[0,1]$ распределения. Каждое полученное случайное число (элемент выборки) рассматривается как значение функции распределения для соответствующей переменной.
2. Поиск значений каждой независимой переменной путем расчета обратной функции распределения от полученного случайного числа.
3. Поиск значений зависимых переменных на основании выбранного в модели способа учета зависимости.
4. Расчет значения интегрального показателя эффективности проекта (например, *NPV*).

Результаты моделирования (значения интегрального показателя) сохраняются для каждого имитационного эксперимента, образуя выборку объема n (совпадающего с числом проведенных имитаций). Поскольку каждая имитация моделирует случайный сценарий, то, с одной стороны, n должно быть достаточно велико, чтобы сделать выборку репрезентативной и повысить точность моделирования, с другой стороны, с его ростом повышаются и издержки метода. Выбор числа имитаций является важной, но плохо формализуемой задачей и зависит от большого числа факторов, таких как структура математической модели, глубина ее детализации, число переменных, доступные вычислительные мощности и объем имеющегося в распоряжении времени. Общее правило таково: следует осуществить достаточное для обеспечения необходимой точности моделирования число имитаций, при этом понести разумные временные, организационные и финансовые издержки.

5. *Анализ результатов* является последним этапом процесса риск-анализа инвестиционного проекта. Существуют два основных способа его проведения: графический анализ и анализ количественных показателей.

Для проведения *графического анализа* необходимо построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму, которые в каждой точке являются наилучшими оценками функции распределения и плотности результирующего показателя. Первым шагом к этому является построение на основе проведенных имитаций выборки из n его значений, которая затем сортируется для получения вариационного ряда. Далее ряд разбивается на k интервалов, причем значение k подбирается в соответствии с рекомендациями математической статистики. Одна из них состоит в использовании формулы Стерджеса, согласно которой число интервалов можно задать как $k = 1 + \log_2 n$. Более простым вариантом этого подхода является присвоение $k = \ln(n)$. Далее эмпирическая функция распределения и гистограмма строятся стандартным способом. Поскольку вероятность того, что проектный результат будет ниже определенного порога, представляет собой отношение числа имитаций, при которых значение показателя было ниже этого порога, к общему числу имитаций, то по построенным графикам можно оценить вероятность того, что результат проекта будет ниже любого наперед заданного порогового уровня.

Для проведения *анализа количественных показателей* производится расчет различных характеристик полученного результирующего показателя, как правило, описывающих его среднее значение и разброс. Набор характеристик варьируется в зависимости от вида результирующего показателя и от отношения ЛППР к риску. Наиболее востребованными являются следующие показатели.

Ожидаемое значение EV (expected value) позволяет агрегировать всю имеющуюся информацию о распределении вероятностей и представить ее в виде одного числа. И хотя часть информации при этом, безусловно, теряется, такое число, рассчитываемое как взвешенное среднее значение всех возможных результатов, дает адекватное представление об ожидаемом значении показателя. Применение *EV* при анализе проекта в ситуации неопределенности позволяет провести оценку эффективности проекта и сравнить ее с эффективностью альтернативных проектов, поскольку учитывает риск и соответствует аксиомам рационального поведения. Но поскольку, как было сказано выше, часть информации теряется, этот показатель (как и любой одномерный числовой показатель) не дает всей информации о степени рискованности проекта в целом и в сравнении с другими проектами. Поэтому для выполнения такого анализа целесообразно использовать также и другие критерии, описанные ниже на основе [13].

Ожидаемый выигрыш EG (expected gains) также определяется как средневзвешенная сумма, но только лишь положительных значений. Данный показатель может применяться для оценки коммерческой эффективности проекта в целом. Для оценки проекта с учетом схемы финансирования

ния он совпадает с предыдущим показателем, поскольку отрицательные значения отсутствуют (при выполнении условия финансовой реализуемости проекта).

Ожидаемые потери EL (expected losses) вновь определяются как взвешенная сумма, но теперь отрицательных значений. Показатель также может применяться для оценки коммерческой эффективности проекта. Однако для оценки с учетом схемы финансирования он не информативен (равен нулю), поскольку величина NPV в этом случае положительна (при выполнении условия финансовой реализуемости проекта).

Коэффициент ожидаемых потерь ELR (expected loss ration) — доля абсолютного значения ожидаемых потерь в сумме абсолютных значений ожидаемых потерь и выигрыша:

$$ELR = \frac{|EL|}{EG + |EL|}.$$

Коэффициент является безразмерной величиной и варьируется в пределах от нуля, что означает отсутствие ожидаемых потерь и низкую рискованность проекта, до единицы, что означает отсутствие ожидаемого выигрыша и абсолютную рискованность проекта. Показатель служит хорошим индикатором риска проекта, поскольку учитывает не только вероятность возникновения, но и величину возможных потерь.

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение показывают, насколько велик разброс значений вокруг среднего. Показатели активно используются для оценки риска портфельных инвестиций, поскольку при их расчете рассматривается возможность как отрицательных, так и положительных отклонений от среднего значения. Это абсолютные измерители риска, принимающие значения от нуля (отсутствие риска) до, теоретически, плюс бесконечности. Размерность дисперсии является квадратом размерности самого показателя, а размерность среднего квадратического отклонения (корня из дисперсии) соответственно совпадает с размерностью показателя, что делает его особенно удобным ориентиром величины отклонения показателя от своего среднего значения.

Коэффициент вариации является относительным показателем риска, рассчитываемым как абсолютное значение (среднее квадратическое отклонение), нормированное на ожидаемое значение:

$$V = \frac{\sigma}{EV} \cdot 100\%.$$

В отличие от среднего квадратического отклонения, коэффициент вариации дает абсолютную оценку меры разбросанности значений и позволяет понять, насколько она велика относительно самих значений. При положительном знаменателе верно, что чем ниже коэффициент вариации,

тем меньше разброс показателя эффективности проекта относительно его ожидаемого значения. Стоит учитывать, что, как и предыдущие индикаторы, данный коэффициент учитывает как отрицательные, так положительные отклонения от ожидаемого значения, что не очень удобно при риск-анализе проекта.

Оценка вероятности реализации неэффективного проекта представляет собой относительную частоту появления неэффективного проекта. Это вновь безразмерный показатель, позволяющий рассматривать рискованность проекта при расчетах его коммерческой эффективности без учета источников финансирования. В качестве недостатка можно отметить, что при расчете данного показателя учитывается только частота, но не величина потерь.

Вероятность реализации проекта со значением результирующего показателя ниже порогового уровня показывает относительную частоту появления такого проекта и рассчитывается как отношение числа имитаций со значением показателя ниже порогового уровня к общему числу имитаций. Показатель служит относительным измерителем риска и полезен прежде всего для отдельных участников проекта, которые могут выбрать интересующие их критерий и его пороговое значение. При этом риск трактуется как возможность потерь, поэтому показатель может использоваться при расчетах эффективности участия в проекте. Недостаток, как и у предыдущего показателя, состоит в том, что, показывая частоту нарушений эффективности, он не оценивает величину потерь.

Подводя итог, можно отметить, что для анализа результирующего показателя по результатам имитационного моделирования оптимальным является использовать сочетание показателя эффективности (как правило, ожидаемого значения) и показателя рискованности (как правило, вероятности реализации неэффективного проекта или коэффициента ожидаемых потерь).

Литература

1. *Грачева М. В., Ляпина С. Ю.* Управление рисками в инновационной деятельности: учеб. пособие. — М.: ЮНИТИ-Дана, 2010.
2. *Проектный анализ: Продвинутый курс.* — М.: Экономический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2017. 404. ISBN 978-5-906783-42-4
3. *Грачева М. В.* Учет проектных рисков в нестационарных условиях // Финансовая аналитика: проблемы и решения. — 2015. — № 32 (266).
4. *Журавлев С. С.* Краткий обзор методов и средств имитационного моделирования производственных систем / СО РАН. — Новосибирск, 2010. URL: <http://simulation.su/uploads/files/default/obzor-2010-guravlev.pdf>
5. *Форрестер Д.* Мировая динамика: пер. с англ. — М.: АСТ, 2006.

6. *Махов С. А.* Математическое моделирование мировой динамики и устойчивого развития на примере модели Форрестера // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — 2005. — № 80.
7. *Gordon G.* The application of GPSS V to discrete system simulation. — Prentice-Hall, 1975. — 389 p.
8. *Бахтизин А. Р.* Гибридные методы моделирования общего экономического равновесия с использованием агент-ориентированных моделей: дис. ... д-ра экон. наук : 08.00.13 Центр. эконом.-мат. ин-т РАН (ЦЭМИ). — М., 2008.
9. *Фролова Н. В., Селянинов А. В.* Агент-ориентированная модель инновационного процесса появления, отбора и реализации инновационных идей // Вестник Пермского университета. Серия: Экономика. — 2012. — Вып. 3.1.
10. *Фаттахов М. Р.* Агент-ориентированная модель социально-экономического развития мегаполисов: автореф. дис. ... канд. экон. наук: 08.00.13. — М., 2011.
11. *Замятина Е. Б., Каримов Д. Ф., Митраков А. А.* Архитектура агентно-ориентированной системы имитации с агентами, основанными на нейронных сетях // Информатизация и связь. — М., 2014. — № 2. — С. 89–97
12. *Metropolis N., Ulam S.* The Monte Carlo Method // J. Amer Statistical Assoc. — 1949. — Vol. 44. — No. 247.
13. Моделирование экономических процессов: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / под ред. М. В. Грачевой, Ю. Н. Черемных, Е. А. Тумановой. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Юнити-Дана, 2013.
14. *Смоляк С. А.* Оценка эффективности инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности (Теория ожидаемого эффекта) (интернет-версия) // М., 2012. URL: <http://sasmolyak.socionet.ru/files/BOOK2012.pdf>
15. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов. — М.: Экономика, 2000.
16. *Лившиц В. Н.* О методологии оценки эффективности российских инвестиционных проектов. ИСА и ЦЭМИ РАН. Научный доклад. — М.: Институт экономики РАН, 2009.

*Все с детства знают, что то-то и то-то невозможно.
Но всегда находится невежда, который этого
не знает. Он-то и делает открытие.*

А. Эйнштейн

ГЛАВА 3.2

НЕТРАДИЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ В РИСК-АНАЛИЗЕ

3.2.1. Понятие концепции риска как ресурса

Автором концепции риска как ресурса является М. Гринфилд (1998) [1]. Его основная идея состоит в том, что управление рисками должно быть схожим с управлением ресурсами. Поэтому «оптимизация затрат на управление риском должна осуществляться путем сравнения предельных издержек и выгод, где издержками являются затраты на управление риском, а выгодами — предотвращаемые потери» [2].

Концепция риска как ресурса использует понятие ресурсно-подобного риска. В [2] показано, что «увеличение уровня ресурсно-подобного риска может привести к дополнительным выгодам, т.е. данный риск характеризуется наличием состава позитивных факторов». Но увеличение уровня ресурсно-подобного риска эффективно до определенного предела, т.е. речь идет о существовании некоторого оптимального уровня. Управление ресурсно-подобным риском состоит в поддержании его на определенном оптимальном уровне.

Вместе с тем от принятия ресурсно-подобного риска можно уклониться.

Риск-менеджмент инвестиционного проекта в сфере реальных инвестиций заключается в проведении мероприятий, направленных на подавление воздействия негативных факторов риска. Однако, как обосновано в [2], для многих инвестиционных проектов существует ряд составляющих совокупного риска проекта, которые можно считать ресурсно-подобными (например, инновационный и маркетинговый риски). Тогда целесообразно использовать подход, связанный с построением аналога

производственной функции, выражающей конечный результат принятия и реализации решения в зависимости от объема используемых ресурсов, в состав которых включается также и риск.

3.2.2. Метод планирования эксперимента

Одним из основных инструментов познания в естественных науках служит эксперимент, который нуждается в управлении. Эксперимент в [2] определяется как «совокупность действий, к которым приходится обращаться исследователю, чтобы задавать природе интересующие его вопросы». В ходе проведения эксперимента важно учитывать совместное влияние нескольких факторов, повышать точность получаемых результатов. Для этого в естественных науках используется теория планирования эксперимента. Рассматриваемая далее адаптация основных положений этой теории для риск-менеджмента инвестиционных проектов позволяет повысить качество управления рисками.

В настоящее время в теории планирования эксперимента, в зависимости от цели исследования, выделяют следующие типы экспериментов (табл. 1):

Таблица 1

Типы и сущность экспериментов

Тип эксперимента	Сущность эксперимента
Регрессионный	Нахождение зависимости между наборами величин для определения численных значений ее неизвестных параметров
Факторный	Построение регрессионной модели только на основе полиномиальных функций. При этом переменные в модели могут принимать как количественные, так и качественные значения
Экстремальный	Нахождение экстремума функции отклика для построения последовательности значений вектора параметров, сходящейся к значению, обеспечивающему экстремальное значение функции отклика в области определения параметров
Отсеивающий	Из общего количества факторов выделить набор только тех факторов, которые оказывают наиболее сильное влияние на результат
Дискриминирующий	Выбрать вид функции отклика, наилучшим образом описывающий исследуемое явление

Источник: составлено автором.

В риск-менеджменте инвестиционного проекта с экспериментом целесообразно сопоставить процедуру количественного анализа рисков. При этом эксперимент проводится на математических и имитационных моделях инвестиционных проектов, так как здесь трудно представить про-

ведение эксперимента на реальном экономическом объекте. Анализ методик планирования эксперимента показывает, что в наибольшей степени для целей риск-менеджмента инвестиционных проектов подходят методики факторных экспериментов, которые позволяют строить регрессионные зависимости с участием как количественных, так и качественных факторов. В частности, для этих целей может быть с успехом применена методика полного факторного эксперимента. Полный факторный план требует, чтобы число проведенных опытов было равно числу всех возможных комбинаций факторов измерений.

Как правило, план эксперимента строится относительно одного (основного) выходного скалярного параметра Y , который называется наблюдаемой переменной.

С помощью полного факторного эксперимента можно аппроксимировать функцию отклика неполной квадратичной регрессией, которая имеет вид [2]:

$$y(x_1, \dots, x_m) = k_0 + \sum_{i=1}^m k_i x_i + \sum_{i < j} k_{ij} x_i x_j,$$

где

$$k_j = \frac{\sum_{i=0}^N k_{ji} y_i}{N}.$$

Например, для трех факторов эта зависимость будет иметь вид:

$$y(x_1, x_2, x_3) = K_0 + k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + k_{12} x_1 x_2 + k_{13} x_1 x_3 + k_{23} x_2 x_3 + k_{123} x_1 x_2 x_3.$$

Эта зависимость называется неполной квадратичной, поскольку в ней отсутствуют члены типа x_i^2 .

Традиционно при планировании и реализации полного факторного эксперимента выделяется ряд этапов, которые далее адаптированы для риск-менеджмента инвестиционного проекта с точки зрения использования полного факторного эксперимента.

Выбор параметров оптимизации и уровней их варьирования. В процессе планирования эксперимента важное значение имеет выбор факторов модели и функции отклика.

Кодирование факторов — перевод натуральных значений уровней факторов в кодовые безразмерные величины с целью построения стандартной матрицы эксперимента. Использование таких кодированных значений факторов значительно облегчает расчет коэффициентов регрессии, а переход к безразмерному масштабу изменения факторов дает возможность их взаимного сопоставления.

Составление матрицы планирования эксперимента, позволяющей выделять из смешанных эффектов эффекты от отдельных факторов. Суще-

ствуют хорошо разработанные теории построения матриц планирования экспериментов.

Рандомизация опытов, связанная с работой с вероятностными объектами или моделями. В практике инвестиционного проектирования чаще всего используют детерминированные модели.

Реализация плана эксперимента — это проведение расчетов в соответствии с матрицей планирования эксперимента.

Проверка однородности дисперсий параллельных опытов, воспроизводимости результатов. Данный этап актуален только в том случае, если была проведена рандомизация.

Расчет коэффициентов уравнения регрессии, их ошибок и значимости. Для этого составляется специальная вспомогательная матрица, с помощью которой определяются формулы для коэффициентов регрессии.

Проверка адекватности модели — последний этап, на котором используются традиционные для данной сферы знаний подходы и методы.

В работе [2] показано, как готовые решения планов полного факторного эксперимента можно использовать для анализа рисков инвестиционного проекта.

3.2.3. Нечетко-множественный подход

Для проектного эксперта-аналитика, проводящего оценку рисков, важно уметь рассчитать всевозможные последствия их реализации. Ему необходимо оценить всю рисковую ситуацию в целом и значимость отдельных ее составляющих, после чего проанализировать потенциальные последствия и предложить наилучшее решение.

Возможность решить эти задачи, прибегая к помощи классических методов, возможно не всегда в силу того в них отвергаются такие понятия, как неясность, нечеткость или неточность. Но в реальности исследователь сталкивается с множеством ситуаций, когда невозможно избежать неясностей в данных (или их неточности) о событиях, характеристиках и оценках.

Теория нечетких множеств, разработанная в 1965 г. Л. А. Заде, позволила использовать различные подходы, в которых при оценке факта неопределенности или неясности субъективное суждение может играть главную роль, и поэтому в процессе анализа рисков неясность, как одна из форм проявления неопределенности, может быть в него встроена. Чаще всего при проведении различных инвестиционных расчетов большинством исследователей принимается во внимание только неизвестность относительно наступления определенных событий, связанных с риском, при этом предполагается, что количество возможных состояний однозначно определено.

Формы, в которых проявляется неопределенность, можно разделить на:

- 1) неопределенные отношения, т.е. такие, которые не являются однозначно ложными или истинными (например, нечто «явно лучше, чем» или «несколько больше, чем»);
- 2) неопределенные описания явлений или как результат информационной неясности, или возникающие на основе человеческих ощущений.

Неясные описания или отношения, которые могут быть описаны при помощи нечетко-множественного подхода, характерны для большого количества инвестиционных проблем. В основе этого подхода лежит снятие четкого разграничения между принадлежностью и непринадлежностью элементов к определенному множеству, и таким образом, принадлежность элемента к определенному множеству можно описать значениями, лежащими между 0 и 1. В этом состоит преимущество подхода нечеткой логики перед классическим подходом при сравнительном применении их к проектному анализу, т.е. что при использовании нечетко-множественного подхода появляется возможность не проводить аналитического описания процесса. В нечеткой логике, предложенной Л. А. Заде и развитой в [2], присутствуют два типа нечеткости: нечеткость восприятия, вызванная сложностью объекта или идей, которые не могут быть поняты сразу или оказались непонятны вообще, и нечеткость значения (важности), обусловленная относительностью значения, т.е. тем, что значения объектов связаны функциями, которые они выполняют при реализации различных целей [2].

Способность аналитика делать значащие и точные выводы о поведении системы постепенно исчезает с возрастанием ее сложности. Когда достигается порог, за которым значимость и точность уже становятся взаимоисключающими характеристиками, то на этом этапе имеет смысл ввести специальные обозначения, так называемые метки, при помощи которых проводить дальнейшие рассуждения.

В нечеткой логике значение истинности может быть размытым подмножеством любого достаточно упорядоченного множества. Но обычно это размытое подмножество находится на интервале $[0,1]$ или в точке этого интервала. Так называемые лингвистические критерии истинности, такие как «верно», «совершенно верно», «не вполне верно» и т.п., могут интерпретироваться как метки размытых множеств [2].

Вид функции принадлежности может быть разным, поскольку ее значения определяются лицом, принимающим решения, или экспертом, и зависит от их субъективного мнения, в отличие, например, от функции распределения, которая является выражением объективной закономерности. Таким образом, можно сказать, что сформировать функцию принадлежности — это один из способов выразить экспертные предпочтения.

Рассматривая аппарат теории размытых множеств содержательно (см., например, [2]), можно сказать, что он является эффективным инструментом для выражения неточных и субъективных оценок.

Применение теории размытых множеств к проблемам анализа проектных рисков

По причине того, что каждый инвестиционный проект можно считать уникальным, оценка его рисков при помощи статистических методов может быть связана с большими трудностями, обусловленными малым размером выборки или отсутствием некоторых данных. При использовании этих методов также довольно сложно бывает предсказать поведение параметров проекта, вызванное различными изменениями во внешней среде, поскольку основным предположением, необходимым для применения статистических методов, является неизменность самих внешних условий.

Основой для использования метода экспертных оценок служат аксиомы традиционной теории вероятностей, не всегда соответствующие поставленной задаче, поскольку для этой теории характерна частотная интерпретация вероятности события, доля определенного исхода эксперимента во множестве всех возможных исходов известна, если он проводится многократно в неизменных условиях. Но если эксперимент проводится однократно и внешние условия постоянно изменяются, то эксперт, применяющий данный подход, сталкивается с большими затруднениями.

Аппарат теории нечетких множеств не предъявляет такие жесткие требования к условиям проведения эксперимента, и эксперту нужно всего лишь формализовать свои представления о значениях оцениваемой величины, которые она может принять, задав характеристической функции множества возможных значений. При этом также эксперт должен указать множество тех значений, которые оцениваемая величина принять не может, по его мнению, т.е. для них приравнять характеристическую функцию к нулю, после чего упорядочить множество значений по степени возможности, которую и выражает характеристическая функция.

В [2] обоснована поэтапная логика анализа рисков, основанная на теории нечетких множеств, которая состоит в идентификации свойств (факторов), подлежащих рассмотрению; определении правил для взвешивания этих свойств (связывание вербальных (лингвистических) переменных — факторов с числовыми значениями — функциями принадлежности); компьютерных расчетах рейтинга и определении степени предпочтений (ранжирование); принятии решения о рискованности проекта.

3.2.4. Опционный подход

Сущность метода реальных опционов

В ряде исследований было отмечено, что традиционные критерии оценки инвестиционных проектов, такие как чистая приведенная стоимость и внутренняя норма доходности, не учитывают возможность изменения решения, или так называемую управленческую гибкость. В этой связи С. Майерсом было предложено оценивать проекты, обладающие управленческой гибкостью, при помощи метода реальных опционов.

Метод реальных опционов — это подход, предполагающий анализ реальных инвестиционных решений по аналогии с финансовыми опционами.

Финансовый опцион представляет собой право, но не обязанность приобрести или продать определенную ценную бумагу в определенный момент времени или в течение определенного периода по заранее известной цене. *Реальный опцион* — это право, но не обязанность принять определенное управленческое решение. Под реальными опционами понимают возможность осуществить проект, расширить производство, отказаться от реализации проекта в том случае, если продолжение не является выгодным, и т.д. [3].

В отличие от традиционных критериев оценки инвестиционных решений, метод реальных опционов позволяет анализировать активную чистую приведенную стоимость проекта (NPV_a) — ожидаемую чистую приведенную стоимость, определенную с учетом возможностей изменения решения.

В рамках стандартного подхода к анализу реальных опционов при оценке инвестиционных проектов используются модели оценки финансовых опционов, такие как формула Блэка — Шоулза, биномиальная модель Кокса — Росса — Рубинштейна, а также имитационные модели оценки. Подобные модели предполагают, что в момент исполнения опциона (T) владелец опциона покупает или продает базовый актив в том случае, если это является выгодным. Поэтому выручка от исполнения простого финансового опциона неотрицательна при любом соотношении цены базового актива (V) и цены исполнения опциона (I).

При оценке финансовых опционов возникает проблема, связанная с корректным учетом риска. Цена базового актива постоянно меняется в течение срока жизни опциона, и риск невозможно учесть в ставке дисконтирования. Поэтому в рамках формулы Блэка — Шоулза и биномиальной модели Кокса — Росса — Рубинштейна составляется «безрисковый портфель», состоящий из базового актива и безрискового актива [3]. Денежные потоки, которые генерирует такой портфель, равны денежным потокам от владения опционом [3]. Веса портфеля подбираются таким

образом, чтобы равенство денежных потоков соблюдалось при любом значении цены базового актива. Если возможность для арбитража отсутствует, расходы на построение безрискового портфеля будут равны ценности опциона.

В рамках биномиальной модели оценки опциона период до исполнения опциона делится на n временных отрезков, и предполагается, что за каждый отрезок цена базового актива растет или снижается [3]. При этом ценность опциона может быть проинтерпретирована, с одной стороны, как расходы на построение безрискового портфеля, а с другой стороны, как математическое ожидание приведенной стоимости выручки от исполнения опциона ($E(PV(CF_{option}))$).

Формула Блэка — Шоулза позволяет оценить опцион для непрерывного случая, при котором доходность базового актива имеет логарифмически нормальное распределение [3]. Согласно этой формуле цена опциона на покупку определяется как

$$C = VN(d_1) - I \cdot e^{-rT} N(d_2),$$

где N — значение функции стандартного нормального распределения. Коэффициенты d_1 и d_2 определяются следующим образом:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V}{I}\right) + (r + \sigma^2 / 2) \cdot T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot T,$$

где σ — волатильность цены базового актива; r — безрисковая процентная ставка. Коэффициенты d_1 и d_2 играют такую же роль, как и вероятность p в биномиальной модели. Данными коэффициентами определяются значения весов безрискового портфеля. Формула Блэка — Шоулза является предельным случаем биномиальной модели оценки опциона, поэтому принцип оценки, осуществляемый в рамках данной формулы, аналогичен принципу оценки, осуществляемому при помощи биномиальной модели.

Для того чтобы применять модели оценки финансовых опционов при анализе реальных проектов, параметры проектов необходимо сопоставлять с параметрами оценки финансовых опционов. Рассмотрим проект, который может быть проанализирован по аналогии с опционом на покупку. В качестве цены исполнения опциона рассматриваются денежные потоки, которые инвестор получает, исполняя опцион, в качестве цены базового актива — инвестиции, которые осуществляются в случае исполнения опциона. Моментом исполнения опциона является момент изменения решения. Инвестиции, которые необходимо осуществить, чтобы получить возможность менять решение, рассматриваются как цена при-

обретения реального опциона. В качестве стандартного отклонения доходности цены базового актива при анализе реальных опционов рассматривается стандартное отклонение темпов роста проектных денежных потоков.

Многие инвестиционные решения могут быть рассмотрены как опционы на продажу. В частности, при оценке возможности отказа от проекта в качестве цены базового актива выступает приведенная стоимость денежных потоков от продолжения деятельности, а в качестве цены исполнения опциона рассматривается стоимость продажи бизнеса или ликвидационная стоимость производства.

Рискованность проектов, обладающих управленческой гибкостью, как и рискованность финансовых опционов, может различаться для разных сценариев развития. В рамках стандартного подхода к оценке реальных опционов риск учитывается так же, как и при анализе финансовых опционов — определяются расходы на построение безрискового портфеля, денежные потоки от владения которым соответствуют проектным денежным потокам.

Нередко инвестиционные проекты допускают несколько возможностей изменения на различных этапах. Для оценки проектов, которые предполагают возможность продолжения инвестирования или отказа в конце каждого этапа, рядом авторов [4], [5] применяются модели оценки составных опционов (опционов на опционы).

Проведем аналогию между составными опционами и многостадийными проектами. Исполнив опцион на опцион, инвестор получает возможность исполнить следующий, «вложенный» в него опцион. Осуществив первую стадию проекта, может перейти к следующей. В таком случае осуществление последней стадии рассматривается как исполнение «вложенного» опциона, а исполнение опциона на опцион представляет собой осуществление предпоследней стадии. Инвестиции, которые осуществляются на каждой стадии, рассматриваются в качестве цен исполнения опционов, а денежные потоки, которые можно получить в случае завершения проекта, — в качестве цены базового актива.

Модифицированные биномиальные деревья, позволяющие оценивать составные опционы, были предложены М. Рубинштейном в 1991 г. В рамках анализа модифицированных деревьев ценность опциона определяется при «сворачивании» дерева, как и в рамках стандартной биномиальной модели. «Безрисковые вероятности» вычисляются так же, как и в рамках стандартной биномиальной модели. Ключевым отличием модифицированных биномиальных деревьев является наличие нескольких точек пересмотра решения. В последний момент времени (в момент исполнения первого опциона) происходит сравнение цены базового актива с ценой исполнения вложенного опциона. На предпоследнем этапе проекта (в момент исполнения второго опциона) инвестор сравнивает цену исполнения

второго опциона с ценностью вложенного опциона. Детальный анализ моделей оценки составных опционов представлен в работе [5].

В рамках биномиальной модели, оценивающей составной опцион, на каждом этапе проекта инвестор определяет условное математическое ожидание денежных потоков, которые он может получить, исполнив все опционы. При принятии решения об исполнении опциона полученная величина сравнивается с инвестициями, которые придется осуществить на текущем и на будущем этапах. Ценность опциона — ожидаемая приведенная стоимость денежных потоков от исполнения опциона за вычетом инвестиций, скорректированная на решения, которые инвестор принимает на каждом этапе. Данный принцип может быть использован при формулировке обобщенной постановки задачи, связанной с оценкой многостадийного проекта, который обладает управленческой гибкостью.

Кроме того, при оценке составных опционов могут применяться аналитические модели, которые были рассмотрены в работах [4], [5], [6].

Модели оценки финансовых опционов могут быть использованы при анализе реальных проектов только при соблюдении ряда жестких предпосылок, которые были рассмотрены в работах А. Дамодарана [3]. К основным предпосылкам относятся следующие.

1. Момент исполнения реального опциона является фиксированным.
2. В момент исполнения реального опциона инвестору известно значение «цены базового актива» (денежных потоков, которые он получит в случае исполнения опциона) и цены исполнения опциона (расходов, которые он понесет, исполнив опцион).
3. Инвестиции, которые необходимо осуществить в случае исполнения реального опциона (цена исполнения), являются постоянными.
4. Инвестор может получить денежные потоки только в момент исполнения реального опциона.
5. Дисперсия темпов роста денежных потоков постоянна во времени.
6. Инвестор является нейтральным к риску.

В ситуациях, при которых невозможно построение безрискового портфеля, рядом авторов предлагается применение альтернативных подходов к учету риска при оценке реальных опционов. Согласно точке зрения П. Бойера [7], в расчете безрисковых вероятностей при оценке реальных опционов не возникает необходимости, если проектные риски могут быть устранены при помощи диверсификации. Тем не менее если риски нельзя диверсифицировать, возможен учет различных ставок дисконтирования при разных сценариях развития проекта. Данный подход является удобным при небольшом количестве сценариев.

В ряде случаев при оценке реального опциона невозможно корректно оценить вид распределения «цены базового актива». Нередко инвестору

известен только интервал, в пределах которого лежат денежные потоки или издержки. Б. Н. Яценко был предложен подход к оценке реальных опционов для случая интервальной неопределенности, основанный на формуле Л. Гурвица, а также была разработана модификация данного подхода для большей неопределенности интервального типа.

Сфера применения метода реальных опционов

Оценка инвестиционных проектов. Метод реальных опционов целесообразно применять при оценке проектов, которые реализуются в условиях высокой неопределенности и предполагают возможность изменения решения. В частности, он используется при анализе проектов, связанных с исследованием и разработкой новой продукции. Результат подобных проектов, как правило, является неопределенным, но в случае успеха они позволяют получить значительную прибыль. Кроме того, они предоставляют новые возможности, такие как дальнейшая разработка новых видов продукции или выход на новые рынки.

Модели оценки составных реальных опционов могут применяться при анализе последовательных инвестиций, в частности при анализе проектов, связанных с инвестированием в фармацевтические патенты. Разработка новых лекарственных препаратов требует последовательного прохождения нескольких этапов, связанных с предварительными исследованиями, клиническими испытаниями препарата и с выпуском продукции на рынок. Инвестор может отказаться от реализации проекта в конце каждого этапа проекта, но получение денежных потоков возможно в случае успешного завершения всех этапов. Возможности применения моделей оценки составных опционов при анализе инвестиций в фармацевтические патенты исследовались в работах Б. Кассимон и Л. Серено.

Оценка активов. Метод реальных опционов нередко используется при оценке активов, которые предоставляют своему владельцу новые инвестиционные возможности. К подобным активам относятся патенты, которые позволяют получать монопольную прибыль от реализации продукции. Если рассматривать патент как опцион на покупку, патентная пошлина представляет собой цену приобретения опциона, инвестиции в развитие производства продукта — цену исполнения опциона, приростные денежные потоки от развития производства — как цену базового актива.

Планирование проектов и оценка способов управления рисками. Модели, оценивающие проекты с учетом управленческой гибкости, чаще всего отвечают на вопрос «стоит ли принимать проект?». Тем не менее инвестора может волновать и другой вопрос: «когда целесообразно будет менять решения в соответствии с новой информацией, а в какие моменты стоит придерживаться исходной стратегии?». Для ответа на него стоит оценивать

возможности изменения решения, которыми обладает проект, при помощи метода реальных опционов. Если прибыль от владения реальным опционом (например, опционом на отказ) положительна, то такую возможность изменения решения стоит рассматривать при планировании проекта. Подобный анализ является полезным, когда построение точных прогнозов проектных денежных потоков и издержек затруднительно. В таком случае жесткие планы, построенные до начала проекта на основе анализа *NPV*, могут в дальнейшем оказаться неоптимальными.

Также метод реальных опционов целесообразно применять при оценке способов управления рисками. Нередко подобные способы представляют собой права, которыми инвестор пользуется в случае наступления рискованных событий. При этом ценой базового актива является увеличение денежных потоков от проекта или снижение издержек, которое достигается в результате управления риском, ценой исполнения опциона — расходы, которые осуществляет инвестор, управляя риском, а ценой приобретения опциона — затраты, которые инвестор осуществляет, чтобы получить возможность управлять риском. При наиболее вероятном сценарии развития событий риск события чаще всего не наступает, и *NPV* возможности управления риском может быть отрицательной. В то же время, рассматривая *NPV* только для рискованных сценариев, инвестор может переоценить выгоду от управления риском. Метод реальных опционов, в отличие от традиционных критериев оценки инвестиций, позволяет проанализировать влияние возможностей управления рисками на активную чистую приведенную стоимость проекта.

Литература

1. *Greenfield M. A.* Risk management “risk as a resource”. URL: <http://www.hq.nasa.gov/office/codeq/risk/risk.pdf>
2. Риск-менеджмент инвестиционного проекта: учебник / под общ. ред. М. В. Грачевой. — М.: ЮНИТИ-Дана, 2017.
3. *Дамодаран А.* Инвестиционная оценка. Инструменты и техника оценки любых активов: пер. с англ. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2004.
4. *Cassimon B., Baecker D., Engelen P., Van Wouwe M., Yurdanow V.* Incorporating Technical risk in compound real option models to value a pharmaceutical R&D licensing opportunity // *Research Policy*. — 2011. — No. 40(9).
5. *Sereno L.* Real Option Valuation of Pharmaceutical Patents: a Case Study. — Department of Economics, University of Pisa, 2009.
6. *Geske R.* The Valuation of Compound Options // *Journal of Financial Economics*. — 1977. — No. 7. P. 63–81.
7. *Boer F. P.* Financial Management of R&D // *Research-Technology Management*. — 2002. — July-August. P. 23–35.

Вся жизнь — управление рисками, а не исключение рисков.

Уолтер Ристон

ГЛАВА 3.3

МЕТОДОЛОГИЯ КОМПЛЕКСНОГО РИСК-МЕНЕДЖМЕНТА ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

Важной задачей всего процесса управления проектами является управление рисками проектной деятельности. Это, как подчеркнуто в [2], искусство и формальные методы определения, анализа, оценки, предупреждения возникновения, принятия мер по снижению степени риска на протяжении жизни проекта и распределения возможного ущерба от риска между участниками проекта.

3.3.1. Сущность и методы управления проектными рисками

Процесс управления риском связан с рядом понятий, включающих:

- а) методы управления рисками (например, диверсификация, упразднение рисков, предотвращение, поглощение, избегание, резервирование, страхование и др.);
- б) сферу воздействия (например, техническую, организационную, кадровую, договорно-правовую, финансовую, информационно-аналитическую, коммерческую, политическую и т.д.);
- в) фазу проекта, на которой применяется конкретный метод (например, прединвестиционную, инвестиционную, производственную и т.д.);
- г) защиту интересов участников проекта (например, защита кредитора, заказчика, поставщика и т.д.).

Важно понимать, что, как отмечается в [2], риск является управляемым параметром, на уровень которого возможно и нужно оказывать воздействие. Но применяемый механизм регулирования уровня риска должен быть экономически выгодным, следовательно, затраты на управление

риском не должны быть выше ущерба, который может возникнуть, если произойдет то неприятное событие, уровень риска которого регулируется.

Вместе с тем существуют риски, которые нельзя предотвратить или уменьшить (т.е. они находятся вне пределов влияния участника/участников деятельности), и риски, по которым превентивные мероприятия могут оказаться нецелесообразными в силу высоких затрат. Для работы с ними применяется метод финансирования риска, предполагающий «выделение участникам деятельности средств для самострахования, взаимного страхования и страхования с помощью профессионального страховщика с целью защиты своих имущественных интересов при наступлении определенных событий» [1, с. 92].

3.3.2. Инструментарий экономико-математического моделирования в общей схеме управления риском

Методы экономико-математического моделирования относятся к важным инструментам анализа проектных рисков, в том числе и в нестационарных условиях. В работе [2] представлен ряд моделей, которые могут быть адаптированы для условий нестационарности.

Так, все потери проекта, возникающие как результат реализации рискованных ситуаций независимо от их происхождения, были разделены на прямые и косвенные. Прямые потери связаны «... с порчей оборудования, сырья, разрушением зданий и сооружений, частичной или полной порчей конечной проектной продукции и др. Косвенные потери исчисляются более сложным способом, чем прямые. На них влияют:

- а) рыночные потери (например, возникновение новых конкурентов, принятие негативных законов, ограничивающих бизнес, развитие новых рынков экспорта);
- б) потери прибыли (в результате изменения процентных ставок, курсов обмена иностранной валюты);
- в) сокращение численности основного персонала (в том числе увольнение, смерть, отсутствие профессионального должного уровня вследствие невозможности организовать переподготовку и замену);
- г) судебно-правовые потери (участие в судебных разбирательствах, что влечет затраты — как материальные, так и временные);
- д) потери, связанные с изменением внешнего окружения (например, новые затоны, требующие дополнительных затрат);
- е) политико-экономические потери (война, изменение строя, мировой финансовый кризис, скачок инфляции и др.)» [2, с. 105];
- ж) форс-мажорные обстоятельства, непредвиденные расходы.

В ходе разработки инвестиционного проекта в его бюджете предусматривается определенная величина затрат на непредвиденные (форс-

мажорные) обстоятельства. Такие расходы вызваны «априорным определением стартового (минимального) уровня возможных потерь при борьбе с проявлениями риска, но в условиях нестационарности величина непредвиденных расходов может быть весьма значительной» [2].

Одним из условий проектной эффективности, как обосновано в [3], является анализ взаимозависимости величины ущерба от воздействия рисков и затрат на борьбу с ними. Возможным инструментом такого анализа может выступать механизм проведения качественного анализа рисков. Поскольку в его ходе за идентификацией рисков следует расчет стоимостной величины возможного причиняемого проекту ущерба. Полученные величины можно проранжировать по возрастанию и провести оценку возможных затрат по разработанным противорисковым мероприятиям.

Понятие рискованной ситуации, введенное в [2], определяет такое «состояние внутренней и внешней среды инвестиционного проекта, при котором характеризующие их показатели принимают значения и динамику изменения, сочетание которых интерпретируется как неблагоприятное с точки зрения лица, принимающего решение» [3].

Уровень риска — это оценка возможных последствий (как благоприятных, так и неблагоприятных) от реализации решения и величина возникающих при этом потерь или выгод.

Для количественного выражения уровня риска используется мера риска, понимаемая как «правило его количественного отражения в некоторой числовой шкале. В качестве меры риска может выступать, например, вероятность негативного исхода принимаемого решения» [2].

Риск (RP) стратегических решений развития проекта в условиях нестационарности — это совокупность описаний конкретных рисков, характеризующихся тремя основными параметрами [2]:

s_i — рискованная ситуация;

$p(s_i)$ — степень риска (оценка возможности возникновения рискованной ситуации);

$M(s_i)$ — мера риска (оценка последствий возникновения рискованной ситуации).

$$RP = \{[s_i; p(s_i); M(s_i)]\}.$$

Из этого выражения следует необходимость структурного многофакторного анализа разнообразных факторов риска и затрат на противорисковые мероприятия для принятия оптимальных управленческих решений в ходе инвестиционно-проектной деятельности. Возможным инструментарием такого анализа могут выступать экономико-математические модели, впервые представленные в [3] и модифицированные в [1].

Представим чистый доход PV проекта как разности дохода B и суммы трех величин: интегральных проектных затрат без учета затрат на борьбу

с риском C , интегральных проектных затрат с учетом затрат на предотвращение риска в стационарных условиях CS , интегральных затрат на предотвращение риска в нестационарных условиях CN :

$$PV = B - (C + CS + CN).$$

Оценка результативности проекта базируется на построении его денежного потока во временном разрезе, что предопределяет необходимость дисконтирования. Учитывая это, построим модель оценки эффективности инвестиционного проекта, позволяющую учитывать структуру возможных антирисковых мероприятий (*модель А*).

Ожидаемое значение рассчитывается по формуле:

$$NPV = \sum_{i=1}^3 p_i \cdot \sum_{t=1}^{T_i} \frac{1}{(1+r_i)^t} \{B_i(t) - [C_i(t) + CS_i(t) + CN_i(t)]\},$$

где $B_i(t)$ — стоимостное значение проектного дохода в период времени t ; $C_i(t)$ — интегральные производственные издержки в период времени t без учета затрат на предотвращение риска; $CS_i(t)$ — интегральные затраты на антирисковые мероприятия в стационарных условиях, понесенные в период времени t ; $CN_i(t)$ — интегральные затраты на антирисковые мероприятия в условиях нестационарности, понесенные в период времени t ; r_i — норма (ставка) дисконта; p_i — взвешивающие коэффициенты, отражающие соответственно вероятность каждого из трех сценарных вариантов ($i = 1, 2, 3$) — оптимистического, пессимистического и наиболее вероятного. Учитывая важность и необходимость борьбы с рисками конкретного инвестиционного проекта, сумма этих вероятностей должна быть равна 1, т.е. $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ [1].

Для проведения структурного анализа затрат на антирисковые мероприятия может применяться модель оптимизации (*модель В*) интегральных рискованных затрат, впервые представленная в [3], «позволяющая определить ожидаемое значение валовых приведенных проектных затрат на предотвращение риска (PGC), на основании которой ожидаемое значение проектных затрат на предотвращение риска составит

$$PGC = \sum_{i=1}^3 p_i \cdot \sum_{t=1}^{T_i} \frac{1}{(1+r_i)^t} \cdot [CS_i(t) + CN_i(t)],$$

где p_i и r_i — полностью соответствуют величинам, определенным в *модели А*» [1].

Используя различные классификации направлений поиска проектных рисков интегральные затраты на антирисковые мероприятия как в стационарных, так и в нестационарных условиях, можно делить на различные составляющие.

Например, если для риск-менеджера конкретного проекта важно рассмотреть непосредственное проявление риска по техническому, экономическому и социально-политическому направлениям. Тогда каждую из величин $CS_i(t)$ и/или $CN_i(t)$ можно дезагрегировать на отдельные составляющие по дополнительным затратам, связанным соответственно с мероприятиями по предотвращению технических, экономических и социально-политических проявлений риска в каждый период времени [1].

В [2] предлагается структурировать величину дополнительных затрат на предотвращение технических проявлений риска на основе балансового уравнения, включающего дополнительные затраты на борьбу с рисками в данный период времени (в том числе связанными с нестационарностью). В работе [1] показано, что эти риски могут быть обусловлены, например, изменением номенклатуры выпускаемой продукции, экологическими проблемами, ужесточением технических нормативов и др. «Аналогичным образом можно структурно дезагрегировать дополнительные затраты по предотвращению экономических проявлений риска (что особенно актуально в условиях нестационарности) — банкротство поставщика и/или потребителя, необходимость привлечения дополнительных инвестиций, изменения в спросе, курсовой стоимости, в процентных ставках и т.д. Дополнительные затраты на предотвращение социально-политических рисков могут быть вызваны общественной оппозицией проекту, изменениями в праве собственности и народными волнениями, бюрократическими проволочками, изменением правительственной поддержки и др.» [1].

Достаточно простые по форме *модели А и В* имеют вместе с тем определенные вычислительные трудности, прежде всего связанные с расчетом взвешивающих коэффициентов — значений вероятностей, необходимости страховки от повторного счета при оценке затрат (учета только простых или независимых рисков) и др. В литературе предложены методы расчета подобных коэффициентов на основе использования шкалирования, а также с помощью инструментария математической статистики. Кроме того, можно использовать как логику сценарного подхода (провести расчет или экспертную оценку трех уровней каждого из весовых коэффициентов, соответствующих пессимистическому, наиболее вероятному и оптимистическому сценариям развития проекта), так и методику планирования эксперимента.

Поскольку каждая интегральная величина в данный период времени зависит от совместного влияния ряда факторов риска, то у риск-менеджера появляется возможность структурно дезагрегировать интегральные величины с учетом соответствующих рисков.

Литература

1. *Грачева М. В.* Учет проектных рисков в нестационарных условиях // Финансовая аналитика: проблемы и решения. — 2015. — № 32(266).
2. *Грачева М. В., Ляпина С. Ю.* Управление рисками в инновационной деятельности: учеб. пособие. — М.: ЮНИТИ-Дана, 2010.
3. *Грачева М. В.* Управление инвестиционно-проектной деятельностью в неустойчивых условиях: дис. ... д-ра экон. наук. 08.00.05 и 08.00.13. — М., 1999.

*Самые тонкие инструменты — как раз те,
которыми легче всего пораниться.*

Кароль Ижиковский

РАЗДЕЛ 4

ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА

В условиях информационной революции и сопутствующего ей развития информационных технологий экономико-математическое моделирование получает дополнительные возможности применения моделей на реальных данных. Потенциал информационной системы определяется совокупностью реализованных в ней информационных и экономико-математических моделей.

В первой главе данного раздела предложен содержательный проверяемый критерий информационной революции — внедрение технологии общего назначения, рассмотрено соответствие искусственного интеллекта критериям технологии общего назначения, обсуждены требования к организационному дизайну и корпоративной культуре фирм, вовлеченных в процесс со-изобретения.

Информационные и экономико-математические модели служат основой для информационной и аналитической компонент, выполняющих разные функции: информационная компонента отвечает за информационное наполнение, доступность данных, а совокупность экономико-математических моделей аналитической компоненты определяет интеллектуальность обработки данных. Во второй главе эти две компоненты рассмотрены как две независимые подсистемы, описаны отдельные этапы создания моделей и показана логика их взаимодействия в системе.

Эта область получила название Искаженного Мира, хотя она вовсе не искажена и миром не является.

Р. Шекли, Обмен разумов

Г Л А В А 4.1

ЧТО ТАКОЕ ИНФОРМАЦИОННАЯ РЕВОЛЮЦИЯ

Современные экономико-математические методы обладают как широкими возможностями, так и существенными ограничениями. Некоторые из них подробно описаны еще в классическом труде Ф. Найта «Риск, неопределенность и прибыль» [1], где, в частности, строго разделяются неопределенность и количественно измеримый риск. Если в изучении последнего количественные методы со времен Ф. Найта обеспечили колоссальный прогресс, то в изучении первой эти методы по-прежнему применимы крайне ограниченно. Одним из основных ограничений по-прежнему остается ситуация «разрыва непрерывности», в которой прошлые тенденции теряют силу. Как следствие, статистические ряды становятся неустранимо нестационарными, причем в «новой» (предположительно) части ряда, подчиняющейся новой тенденции, еще слишком мало данных для адекватного применения количественных методов.

Именно к таким ситуациям относятся технологические революции, в частности наблюдаемая сегодня информационная революция. Технологическая революция создает новые тенденции в самых разных областях, в результате чего и возникают упомянутые выше «разрывы непрерывности». Когда новые тенденции только возникают, на протяжении нескольких лет ряды данных еще слишком коротки для статистической проверки гипотез об этих новых тенденциях. Конечно, со временем ситуация меняется, однако к этому моменту новые тенденции становятся очевидными для широкого круга предпринимателей и менеджеров, что существенно снижает семантическую и прагматическую ценность экономико-математического анализа.

Выходом становится применение разнообразных качественных методов, описанных в настоящем разделе. Хотя точность получаемых резуль-

татов здесь существенно ниже, чем при корректном применении математических методов, они сохраняют работоспособность при неполной или просто фрагментарной информации. Благодаря этому они применимы на ранних стадиях возникновения новых тенденций и позволяют снизить неопределенность для предпринимателей и менеджеров, принимающих соответствующие решения. Тем самым такие качественные методы оказываются полезным дополнением экономико-математических методов. В настоящей работе они будут использованы для оценки нынешней ситуации и решения ряда управленческих проблем, которые в ней возникают.

Со времен знаменитой работы Питера Друкера [14] понятие информационной революции широко обсуждается уже на протяжении двух десятилетий. Тем не менее и сегодня наблюдается крайне мало согласия по вопросам сущности, свойств и последствий информационной революции. Спорен даже сам термин: это же явление может именоваться «революция искусственного интеллекта», «цифровая революция», «цифровизация» и др. Столь же неоднозначна интерпретация происходящего как «революции», поскольку ряд авторов отрицают революционный характер цифровизации или информатизации в любом смысле этого слова. В этих условиях есть смысл предложить операциональный термин и определение, соответствующие по крайней мере некоторым интерпретациям данного понятия и проследить следствия из предложенного понимания.

4.1.1. Информационная революция и другие формы технического прогресса

Говоря об информационной революции, мы должны прежде всего ответить на три вопроса:

1. Почему мы называем происходящее революцией?
2. В чем разница между информационной революцией и другими, не столь радикальными формами технического прогресса?
3. Как мы можем проверить эти различия эмпирически?

В литературе мы можем увидеть три подхода к первому вопросу. Простейший из них состоит в том, чтобы не делать ничего и принять как данность широко распространенный термин. Именно этот подход порождает обозначенное выше множество похоже звучащих терминов, ни один из которых не определен достаточно строго. Каждый автор вправе интерпретировать эти нестрогие понятия по-своему, в результате чего осмысленная дискуссия становится практически невозможной.

Например, одним из определений информационной революции стало построение информационного общества как конечный результат процесса. Однако серьезнейшей проблемой этого подхода остается отсутствие четко выраженной качественной границы между информационным обществом,

с одной стороны, и любым предшествующим — с другой [3]. Пока такой границы нет, само понятие информационного общества остается столь же туманным, как и «информационная революция» в предшествующем подходе, а следовательно, и данный путь пока что выходом не является.

Третий подход, особенно популярный в России, построен на основе концепции так называемых технологических укладов [4]. Каждый технологический уклад выступает основой очередной так называемой длинной волны циклов Кондратьева. Этот подход также сопряжен с целым рядом методологических ограничений. По мнению авторов данной концепции, в основе каждого технического уклада лежит так называемое ядро, представляющее собой набор технологий. Этот набор определяется совершенно произвольно, принципы и критерии включения технологии в ядро технологического уклада в работах данного направления не описаны, а само ядро, как правило, не включает ряда важных технологий, комплементарных тем, которые в ядро входят. Например, в [4] приводится ядро шестого технологического уклада, включающее в себя «нанoeлектронику» (отличия которой от уже существующей электроники совершенно непонятны), нанофотонику, наноматериалы, генную инженерию, клеточные технологии и др. [4, Fig.1.2]. Однако в состав ядра не включены искусственный интеллект, интернет вещей, 3D-печать и другие технологии так называемого наращивания материалов (напыления и др.), от которых серьезнейшим образом зависят технологии, попавшие в ядро шестого технологического уклада (рис. 1). В [4] упоминается наноэлектроника и нанофотоника, однако оба термина относятся к оборудованию, по преимуществу — к микро-

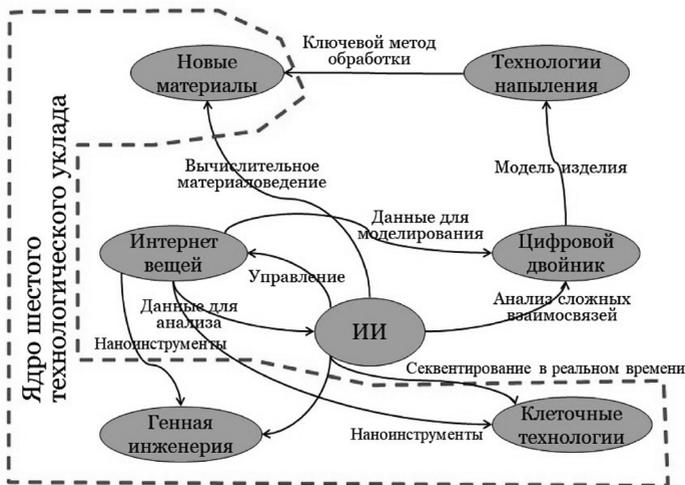


Рис. 1. Некоторые комплементарные связи между современными технологиями

схемам, тогда как ключевые инновации в сфере ИКТ имеют место в областях программного обеспечения и услуг. Также в последние годы имел место значительный прогресс в области квантовых вычислений и квантовых коммуникаций, но в [4] о нем речи нет.

Что еще хуже, привязка технологических укладов к циклам Кондратьева порождает вопиющие противоречия между моделью и историческими фактами. Например, согласно рис. 1.1 в [4], массовое использование микроэлектронных компонентов началось в 1983 году. Между тем уже в 1970-е гг. в промышленности США и других развитых стран началось массовое применение АСУ ТП¹, основанные именно на микроэлектронных компонентах (примеры см.: [5, с. 58–97]). Эти системы произвели революционные изменения в промышленности этих стран, и именно они стали примером информационных систем, бесспорно принесших значительный экономический эффект. Это лишь один пример, подобные несоответствия можно обнаружить буквально в каждой волне.

Чтобы понять проблему глубже, следует вспомнить, что изобретение новой технологии само по себе крайне редко ведет к прогрессу в экономике и в обществе. Прогресс определяется применением новой технологии широким кругом предприятия, в ходе которых, в свою очередь, появляются соответствующие технологиям институты и человеческий капитал. Например, хотя ENIAC², первый в мире электронный компьютер³, был введен в эксплуатацию в 1946 году, первое широкомасштабное внедрение компьютера в экономике (система обработки чеков ERMA в Bank of America) началось лишь в 1955 г. Bank of America заказал систему в 1950-м, в 1952-м был построен требуемый компьютер, а вот разработка новых бизнес-процессов обработки чеков потребовала еще более трех лет [6].

Кроме значительного разрыва во времени между появлением технологии и ее широким применением данный пример показывает еще три важных момента. Первый из них — ключевая роль заказчика в проекте [7]. Второй состоит в том, что заказчик включился в проект по веской причине — спрос на обращение чеков стремительно рос и банк попросту не мог обеспечить требуемые мощности по обработке чеков в рамках существовавшего ручного процесса. Третий момент — для успеха проекта потребовалось построить совершенно новый процесс обработки чеков, или, как станут говорить несколько десятилетий спустя, заново изобрести этот процесс.

¹ Автоматизированные системы управления технологическими процессами.

² Electronic Numeric Integrator And Computer, Электронный цифровой интегратор и вычислитель.

³ Хотя в середине 1940-х гг. в США разрабатывался целый ряд компьютеров, общепринятая точка зрения именно такова.

Все эти вопросы были строго рассмотрены в более общем виде в рамках концепции так называемой технологии общего назначения (*GPT*¹), разработанной Т.Бреснааном и М.Трайтеном в [8] и П. Дэвидом в [9]. Под *GPT* понимается технология, которая, с одной стороны, поддерживает широкий спектр прикладных технологий, с другой — требует широкомасштабных вложений в разработку новых бизнес-моделей, бизнес-процессов, новых профессиональных знаний и навыков и, наконец, в создание новых институтов на макроуровне. В [10, р.144] описываются следующие черты *GPT*:

1. Широкий простор для улучшения и развития.
2. Широкий спектр возможных применений.
3. Потенциал для использования в разнообразных продуктах и процессах.
4. Тесные комплементарные связи с существующими или возможными новыми технологиями.

Вместе с тем в [11] демонстрируются еще три черты *GPT*: во-первых, взаимная адаптация технологии и бизнес-процессов, во-вторых, тесная связь между интенсивностью процесса этой адаптации и стимулами к внедрению данной *GPT*, в-третьих, высокие уровни неопределенности спроса на вновь создаваемые продукты и услуги. Например, когда компания IBM вывела на рынок IBM PC, она предсказывала продажи в 250 000 штук на всем протяжении жизненного цикла продукта, тогда как в действительности продажи превысили 2 млн штук только за первые два года [12, р.131].

Для уяснения сущности выстраиваемых при внедрении *GPT* комплементарных связей следует обратиться к важной работе [13], не связанной напрямую с проблематикой *GPT*. Авторы развили теорию комплементарных взаимосвязей между элементами компьютерного, организационного и человеческого капитала. Комплементарная связь в этом контексте означает, что отдача от инвестиций в два или более актива совместно (например, в информационную систему и определенный набор организационных практик) выше, чем суммарная отдача при вложении в каждый из этих активов по отдельности. Авторы демонстрируют, что именно такой эффект от совместных вложений обеспечивает основную часть экономической прибыли, в результате чего такой комплекс комплементарных технологий, организационных практик и свойств человеческого капитала может быть прибыльным даже при использовании устаревших технологий. Как следствие, поэтапные, «инкрементные» инновации могут не только не привести к оптимальному результату, но даже не превзойти результаты предшествующей модели.

¹ Англ. General Purpose Technology.

Если подытожить результаты, описанные выше, технология общего назначения имеет следующие отличительные свойства. Во-первых, она результативна и/или экономична по крайней мере в некоторых сферах применения, даже в отсутствие комплементарных элементов организационного и человеческого капитала, так что фирмы и правительства имеют стимулы для внедрения новой технологии. Во-вторых, она комплементарна множеству прикладных технологий и может быть адаптирована для внедрения в различных отраслях. В-третьих, в большинстве сфер применения результативное и/или экономичное использование этой технологии требует комплементарных организационных практик и свойств человеческого капитала. В-четвертых, эти практики и свойства человеческого капитала возникают в результате процесса так называемого соизобретения, в котором разработчики новой технологии и пользователи вместе заново изобретают свой бизнес и бизнес-процессы на новой технологической основе.

Хотя теория технологических укладов также описывает соответствия между технологическими укладами и национальными, а также международными режимами регулирования, модель *GPT* сосредоточена на анализе комплементарных связей на микро-, а не на макроуровне, т.е. на соответствии между конкретными технологиями, организационными практиками, свойствами человеческого капитала и, наконец, специфичные институты рынка и государства. Как мы покажем в четвертом разделе, эти комплементарные связи можно наблюдать и моделировать, и именно в этом состоит ключевое преимущество концепции *GPT*.

4.1.2. Искусственный интеллект как *GPT*

Вернемся непосредственно к информационной революции. Во-первых, мы проверим, в какой мере технология искусственного интеллекта (ИИ) соответствует свойствам *GPT*. Искусственный интеллект уже продемонстрировал свой потенциал в области промышленного производства, банковских и, шире, финансовых услуг, сельского хозяйства, здравоохранения, различных услуг и т.д. Как мы видим из табл. 1, он также комплементарен широкому спектру прикладных технологий.

Таблица 1

Комплементарные связи между ИИ и другими передовыми технологиями

Технология	Комплементарные связи с искусственным интеллектом
Интернет вещей	Сенсоры интернета вещей обеспечивают данные для аналитических функций ИИ, разумные устройства интернета вещей исполняют команды ИИ

Окончание табл. 1

Технология	Комплементарные связи с искусственным интеллектом
Облачные вычисления	Облачная платформа — естественная форма сочетания ИИ с интернетом вещей, медицинскими данными, промышленными приложениями и т.д.
3D-печать и другие аддитивные технологии	ИИ обеспечивает персонализированную цифровую модель объекта (цифровой двойник на рис. 1), в том числе в наиболее сложных ситуациях
Квантовые вычисления	Обеспечивает новые мощные алгоритмы для интеллектуальной обработки данных и информационной безопасности
Нанороботы	ИИ (встроенный, централизованный или распределенный) обрабатывает данные, собранные нанороботами, и контролирует их работу
Блокчейн (распределенный реестр)	ИИ полезен для «обрезки» реестра (т.е. удаление лишних данных из блоков), безопасного развертывания распределенных реестров, гомоморфного шифрования для повышения приватности личных данных в реестре, повышение степени доверия к самому ИИ и др.

ИИ также демонстрирует значительный простор для дальнейшего улучшения. Например, текущий список ключевых проблем ИИ [14] включает в себя:

- понимание смысла (семантики) слов, так называемый барьер значения;
- способность роботов действовать в сложных ситуациях реального мира (а не в искусственных ситуациях, создаваемых на нынешних испытаниях), так называемый барьер реальности;
- безопасность ИИ и защита от хакеров;
- способность выйти за рамки игры с прозрачными и известными обоим игрокам ситуациями, такой как шахматы, го и т.д.;
- способность ИИ и роботов оставаться в границах, безопасных для человека и этических с его точки зрения.

Что касается существования процесса со-изобретения, мы уже наблюдаем широкий спектр новых бизнес-моделей, поддерживаемых новыми бизнес-процессами. На сегодня классический пример — Uber, который превратил такси из совокупности мелких фирм (в центре каждой из которых находилась централизованная диспетчерская служба) в онлайн-платформу. Эта модель уже оказала огромное воздействие как на транспортную отрасль, так и далеко за ее пределами. Чтобы понять это воздействие, следует вспомнить институциональный взгляд на природу фирмы [15]. Согласно Коузу, смысл существования фирмы заключается в снижении трансакционных издержек, посредством соединения труда и капитала, приобретенных по долгосрочным контрактам. Следуя этой логике,

при снижении издержек трансакций, проводимых через рынки, следует ожидать перехода по крайней мере части трансакций от внутрифирменных к рыночным. Именно это мы видим в случае «уберизации» (рабочая сила нанимается по краткосрочным контрактам только на периоды, когда она действительно необходима), облачных вычислений (ИТ-сервисы, необходимые фирме, покупаются на рынке, а не поддерживаются внутри самой фирмы), другие виды аутсорсинга (например, производственные или логистические мощности, см. [16]). ИИ и интернет вещей развертывают этот процесс далее, собирая и анализируя точные цифровые данные и тем самым обеспечивая измерение важных входов и выходов на всех стадиях бизнес-процесса.

Наконец, следует рассмотреть стимулы к внедрению ИИ и его приложений. ИИ сегодня широко используется многочисленными фирмами в различных отраслях, включая ИТ, финансовые услуги, обрабатывающую промышленность, сельское хозяйство и т.д. ИИ уже демонстрирует значительный рост результативности (многочисленные примеры такого роста приведены в [17, с. 13–31] и ряде других источников). Важна также и реакция финансовых рынков. В 2013 г. появился термин «единорог», обозначающий стартап, достигший за семь лет капитализацию в 1 млн долл. и выше [18]. На момент написания работы [18] таких компаний было 39, сейчас их 227 [19], т.е. менее чем за пять лет их число выросло почти в 6 раз. Согласно [19], сегодня из всех «единорогов» 113 (50%) базируются в США, 61 (26,9%) — в Китае. Как мы видим, на все остальные страны мира, вместе взятые, приходится менее четверти «единорогов». В России на данный момент «единорогов» не обнаружено. На наш взгляд, количество «единорогов» в стране характеризует готовность владельцев капитала к вложениям в новые отрасли, а финансовой системы соответствующей страны — к организации перетока капитала в новые отрасли.

Завершая данный вопрос, обсудим эконометрическую проверку наличия *GPT* в экономике. Такая проверка неоднократно проводилась для *GPT* в прошлом, например [20], [21]. Возникает вопрос и об использовании эконометрического анализа для проверки взгляда на ИИ как на *GPT* в данном случае. Однако данный подход наталкивается на естественное ограничение в виде базы статистических данных. Применительно к *GPT* это означает, что необходимы данные о переходе от предшествующих технологий к новым для значительной выборки фирм, а также об экономических результатах (выручка, прибыль, занятость и др.) для такого перехода. Как правило, такие данные удается собрать по завершении перехода, а не до его начала и даже не в процессе перехода. Не случайно в простом случае перехода от технологии мейнфреймов к технологии клиент-сервер соответствующая работа [22] датирована 1996 г., через два-три года после завершения перехода, а в сложном случае информационной революции 1980–1990-х гг.

соответствующее исследование [21] датировано 2016 г., примерно через 10 лет по завершении перехода. Переход к технологии ИИ в настоящее время только начинается, как следствие, экономический анализ на данный момент попросту невозможен.

Таким образом, у нас есть все основания считать, что ИИ соответствует критериям технологии общего назначения. Из этого вывода следует, что в ближайшие 20–30 лет мы увидим множество прикладных технологий, новых моделей рынков, новых бизнес-моделей и бизнес-процессов в фирмах. Большинство из них имеют одну общую черту: мы их в данный момент не предвидим. Это не обязательно означает, что их не предвидит никто. Предвидения и более или менее убедительные обоснования вполне возможны, но в подавляющем большинстве случаев будут и столь же убедительные возражения против этих новых моделей. Это и есть характерный признак предпринимательской неопределенности в самом точном понимании Ф. Найта, которая может разрешиться только практической деятельностью предпринимателей.

Наконец, следует отметить, что рассмотрение информационной революции как *GPT* оправдывает использование термина «революция». Новая *GPT* означает, что как минимум некоторые из существующих бизнес-моделей, бизнес-процессов, навыков работников, менеджеров и предпринимателей, институтов рынка и государства уже устарели или устареют в обозримом будущем. Они будут замещены новыми институтами, появившимися в результате процесса со-изобретения. Это замещение, являющееся характерной чертой распространения новой *GPT*, имеет определенные признаки революции. Следует, однако, учесть, что, как показано в [9], в этой революции сочетаются быстрые и медленные процессы, вследствие чего все замещение в прошлом занимало 40–50 лет.

4.1.3. Возможные перспективы

Возможно, важнейшее следствие появления новой *GPT* — существенный рост неопределенности. Долгосрочные и даже краткосрочные планы, стратегии бизнеса и государства могут неожиданно для их создателей оказаться устаревшими, но не обязательно окажутся таковыми. Организационный капитал может перестать производить квазиренды и стать для фирмы сначала управленческим, а затем и финансовым бременем (и, опять-таки, не обязательно станут таковым). Аналогичной трансформации может подвергнуться человеческий капитал как на уровне индивида, так и на уровне фирмы. Многие правовые нормы в области регулирования экономической деятельности и деятельности в информационном пространстве также могут устареть в будущем или уже устарели на данный момент и стали серьезным препятствием для дальнейшего развития.

Существует только один способ пережить и преодолеть эту ситуацию — разумное экспериментирование. «Разумное» в данном случае означает прежде всего «способное извлекать уроки». Как учит нас П. Друкер ([23, pp. 45–63]), как неожиданный успех, так и неожиданная неудача могут стать источником предпринимательской инновации. А эта последняя — важнейший способ разрешения предпринимательской неопределенности, описанной в предыдущем разделе.

Другой смысл слова «разумное» в данном контексте — следование комплементарным связям. В этой области возможно несколько ситуаций. Классическая ситуация описана еще П. Милгромом и Дж. Робертсом в [13]. В фирме на определенный момент времени уже сложилась система комплементарных связей, сочетающая технологии, организационные практики и свойства человеческого капитала. При появлении в той же фирме новой *GPT* какие-либо из этих комплементарных связей могут исчезнуть. Например, в традиционной индустриальной модели была широко распространена сдельная оплата труда. При появлении многофункциональных обрабатывающих центров эта система сталкивается с двумя проблемами. Во-первых, работник выполняет разнообразные операции, которые крайне сложно привести к общему знаменателю для начисления зарплаты. Во-вторых, в таком производстве логика комплементарных связей диктует еще и производственную систему «точно в срок» с минимальным уровнем запасов. Следовательно, «больше» теперь отнюдь не значит лучше, что тоже снижает ценность сдельной оплаты труда. В итоге этих двух соображений фирма переходит к повременной оплате (подробное описание данного примера см. в [24]). В целом в работе описан пример перехода от одной системы комплементарных связей к другой, основанной на технологии гибких производственных систем, что решает проблему, поставленную в [13].

Следование комплементарным связям предполагает как минимум их наблюдение, для чего необходимы соответствующие инструменты. В качестве такового предлагается матрица изменений [24]. На рис. 2 приведена упрощенная схема матрицы изменений. Матрица состоит из двух основных частей, описывающих сеть комплементарных взаимосвязей «как есть», т.е. до реализации изменения, и «как будет», т.е. по результатам его реализации. Каждая часть состоит из прямоугольного раздела, т.е. перечня элементов и треугольника, описывающего комплементарные связи между элементами. Элементами перечня могут быть организационные практики, технологии и свойства человеческого капитала. Каждая клетка треугольного раздела находится на пересечении двух элементов. В ней проставляется знак «+» при наличии комплементарной связи или знак «-», если совместное инвестирование в два элемента приносит меньшую отдачу, нежели суммарная отдача при инвестициях в каждый

из них по отдельности (далее мы эту ситуацию будем называть мискомплементарностью по аналогии с понятием «мисменеджмент», уже вошедшим в российскую литературу по экономике и менеджменту). При отсутствии комплементарности и мискомплементарности клетка остается пустой. Прямоугольное пересечение разделов «как есть» и «как будет» описывает комплементарности или мискомплементарности элементов этих разделов. Наконец, крайняя нижняя строка описывает важность практики «как будет» по шкале Ликерта (от -2 до +2).

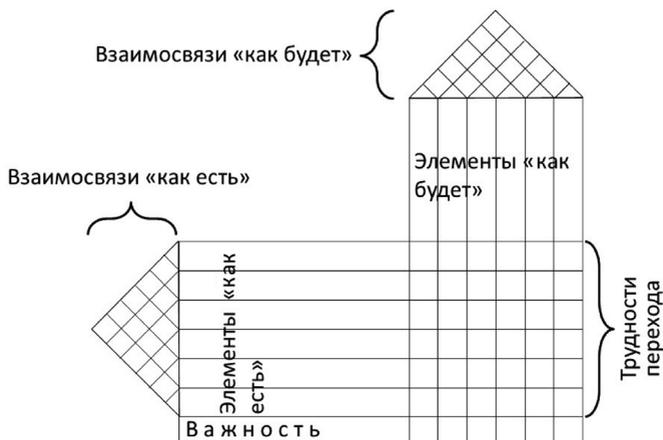


Рис. 2. Схема матрицы изменений

Предложенный инструмент имеет ряд недостатков, а именно:

- ограниченность масштаба матрицы — область «как есть» и область «как будет» ограничены максимум 10–12 элементами, при превышении этого объема матрица становится необозримой и неуправляемой;
- отсутствие информации о силе взаимосвязи, которая может быть существенно разной;
- наиболее важная проблема — вопрос о выборе элементов обоих разделов матрицы.

Проблема выбора состоит в следующем. Фирма, особенно крупная, может использовать десятки различных технологий, организационных практик и необходимых для них особенностей человеческого капитала. Ограниченность матрицы по масштабу означает, что все эти элементы заведомо не могут быть включены в матрицу. Поэтому при серьезном изменении неизбежно возникнет вопрос о том, по каким критериям из этих десятков потенциальных элементов отбирается несколько тех, которые действительно войдут в матрицу изменений. Характерно, что в [24] ситу-

ация описывается *a posteriori*, когда сравнительную важность элементов определить уже гораздо проще.

Исходя из этого, в работе [20] было предложено модельное описание так называемого организационного дизайна. В основе этого описания лежит теория организационного дизайна Г. Минцберга [25, pp. 25–150], в которой описываются взаимосвязи основных организационных механизмов, а также влияющей на них технической системы организации (совокупности технологий и активов, поддерживающих основные бизнес-процессы организации) и параметров внешней среды. В [1] для формализации организационного дизайна использован язык моделирования ArchiMate 3.0 [26]. На этой основе создана метамодель, позволяющая описывать элементы организационного дизайна, влияющие на нее внешние параметры, а также комплементарности и мискомплементарности между его элементами, а также между ними и параметрами внешней среды. На этой основе можно определить наиболее важные комплементарные связи или мискомплементарные напряжения, которые и будут затем включены в матрицу изменений.

На основе выявленных таким образом комплементарных связей или мискомплементарных напряжений принимаются решения об адаптации организационного и культурного капитала фирмы. При этом следует помнить два момента. Первый, как мы видели выше, ограниченные преобразования по приростному принципу скорее всего не принесут эффекта. Причина проста — поддержание согласованности при технологических изменениях требует более или менее синхронного изменения технологий, организационного дизайна и человеческого капитала, что само по себе предполагает определенный масштаб. Второй, не менее важный, — если в системе (а также в ее окружении) есть как сравнительно передовые и сравнительно отсталые элементы, в большинстве случаев необходимо подтягивать отсталые к передовым, но ни в коем случае не наоборот. Это диктуется не логикой комплементарных связей, которые по сути своей симметричны, но логикой S-образной кривой, к рассмотрению которой мы сейчас и переходим.

Переход к новым технологиям порождает и культурные проблемы. В «эпоху перемен», порожденную технологической революцией, подавляющему большинству компаний остро требуются две культуры, сравнительно мало востребованные в другие периоды времени: культура бдительности и культура изменений. Культура бдительности означает, что фирма должна отслеживать не только свои собственные успехи и неудачи, но также успехи и неудачи остальных игроков. Любой такой успех или неудача может означать (но, повторим, не обязательно означает) крупное изменение на рынке в обозримом будущем. При этом, как мы увидим далее, ситуация асимметрична: ошибка первого рода намного менее вре-

доносна, нежели ошибка второго рода. Именно это повышает требования к бдительности и требует специальных инструментов для такого отслеживания. Одним из наиболее популярных инструментов стала S-образная кривая Р. Фостера [27]. Рис. 3 показывает ключевую идею этой кривой и порожденную последней управленческую ловушку.

На рис. 3 мы видим две кривых, отображающих результативность двух технологий как функцию расходов на НИОКР. Результативность измеряется неким *KPI* или системой *KPI*, отражающих ценность продукта для пользователя, индивидуального или корпоративного. Каждая кривая состоит из двух частей: выпуклой кривой обучения и вогнутой кривой убывающей отдачи. Соответственно для каждой кривой существует технологический предел — величина *KPI*, которая не может быть превышена в рамках данной технологии. Наряду с ним для кривой может быть измерена экономичность, т.е. соотношение затрат и результатов. На графике ее можно определить как угол наклона заданной кривой в заданной точке.

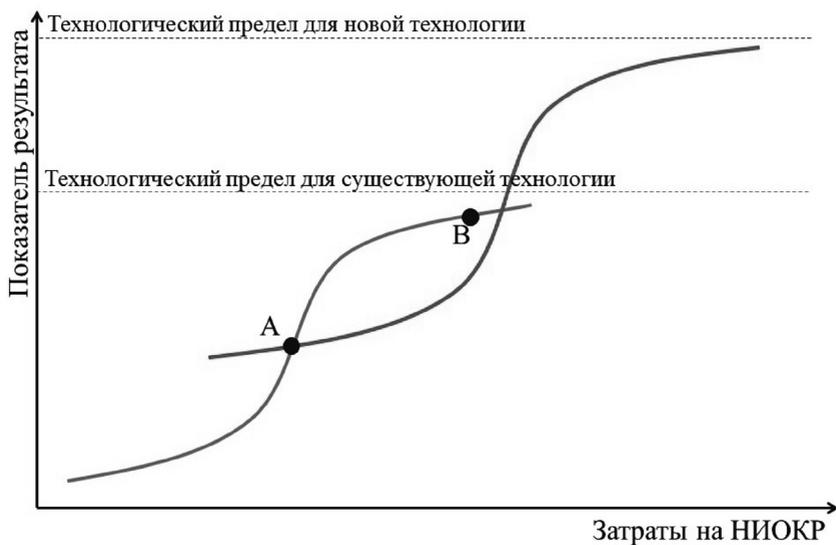


Рис. 3. Основные свойства S-образной кривой и их влияние на принятие решений о выборе технологии

S-образные кривые на рисунке имеют разные технологические пределы (эта ситуация в [27] именуется технологическим разрывом), при этом характеристики обеих кривых меняются во времени. В результате в точке А наблюдатель легко может предпочесть существующую технологию. Она предпочтительна по критерию экономичности, а предел по результативности может быть неизвестен наблюдателю, в том числе и инсай-

деру данной отрасли (Р. Фостер в [27] показывает, что это типичная, если не преобладающая ситуация). Однако предпочтения наблюдателя вероятно (но не обязательно, в [27] приведены соответствующие примеры) изменятся в точке В. В этой точке существующая технология приближается к своему пределу, затраты на нее растут, а экономичность быстро падает. Напротив, кривая новой технологии завершает кривую обучения и оказывается в области максимальной экономичности. Как показывает Р. Фостер, в окрестностях этой точки происходит лавинообразный переход на новую технологию и вытеснение тех производителей, которые не смогли или не захотели на нее перейти. К сожалению, в этот момент обычно уже слишком поздно инвестировать в новую технологию. Как мы видели выше, фирма должна не просто закупить необходимое оборудование, но серьезно адаптировать к ней свой организационный и человеческий капитал. Накопление такого необмениваемого капитала требует времени, которого в точке В уже нет. Именно эта ситуация определяет важность S-образной кривой, асимметричные последствия ошибок первого и второго рода, а также важность культуры бдительности.

В настоящее время имеется целый ряд аналитических инструментов, таких как «кривая шумихи» компании Gartner group, и множество источников данных для такого анализа. Поэтому основным барьером выступает не столько наличие информации как таковой, сколько отношение к этой информации, т.е. культура бдительности. Фирма, уже работающая в отрасли, должна не только осознавать, но и ощущать интуитивно потенциальные угрозы со стороны новых технологий и поступать должным образом, т.е. собирать необходимую информацию (которую не следует путать с данными), принимать правильные решения и иметь достаточно силы воли, чтобы следовать им. Суть этого подхода неплохо выражена как в названии, так и в содержании книги Э. Гроува [28], которое можно перевести на русский язык как «выживают только параноики: как достичь успеха, находясь в шаге от поражения». В основе этой книги лежит множество конкретных примеров из практики компании Intel в предыдущей информационной революции конца 1980-х — 1990-х гг.

Наконец, следует рассмотреть и ограничения экономической модели Р. Фостера. Сам автор отмечает, что модель описывает не столько технологию как таковую, сколько характер конкуренции в ситуации технологического разрыва. Модель S-образной кривой реализуют не некие «непреодолимые силы природы», а сами фирмы, как уже действующие в отрасли («обороняющиеся» в терминах [27]), так и вторгающиеся в нее, используя новые технологии («атакующие»). Для реализации сценария Р. Фостера необходимы два условия: достаточные ресурсы у атакующих и достаточно низкие барьеры для входа в отрасль. Разумеется, эти величины относительны: чем больше ресурсы может привлечь атакующий,

тем выше барьеры, при которых еще может быть реализован сценарий Р. Фостера. Именно это, на наш взгляд, определяет важность такого явления, как «единороги», рассмотренные нами в предыдущем разделе. Появление «единорогов» и их количество характеризуют ресурсы, доступные «атакующим» компаниям, и соответственно шансы на осуществление сценария [27] в широком круге отраслей.

Другой фактор, влияющий на осуществимость сценария Р. Фостера, — барьеры для входа в отрасль. Эти барьеры определяются тремя группами факторов. Первая — особенности технологий и процессов в отрасли, определяющие требования к капиталу, знаниям, специфическим ресурсам и т.д. Вторая — издержки переключения в сочетании с сетевыми эффектами, которые могут сделать вход в отрасль невыгодным, даже если он выглядит осуществимым с технологической точки зрения. Например, именно эти факторы несколько десятилетий сдерживали развитие электромобилей: электромобилям требовались сеть зарядных станций и сеть станций технологического обслуживания, тогда как для создания зарядных станций и станций технического обслуживания необходимы электромобили. Третья группа факторов относится к сфере теории отраслевых рынков: уровень концентрации, возможности заключения соглашений об ограничении конкуренции, административные барьеры и т.д. Высокие барьеры для входа, обусловленные любыми из этих факторов, могут исключить сценарий Р. Фостера даже при наличии технологического барьера.

Другая важная культура — культура изменений. Во-первых, информация и бдительность не имеют особой ценности, если они не использованы в деятельности фирмы. Деятельность — это изменение портфеля технологий, стратегии и иных элементов технологического, организационного и человеческого капитала. Во-вторых, как мы видели в двух предыдущих разделах, изменения во всех вышеупомянутых элементах должны быть согласованы друг с другом, чтобы создать новую систему комплементарных связей и тем самым обеспечить экономическую прибыль от нововведения. В-третьих, фирме следует принять во внимание возможность того, что проведенные изменения окажутся ошибочными. Поэтому необходима не просто реализация изменений как таковых, но регулярная оценка необходимости изменения, а также его рационального масштаба и направления. Наконец, во многих случаях фирма должна одновременно реализовывать изменения и защищать свой существующий бизнес, который осуществляется еще по старой технологии. Хотя при реализации сценария Р. Фостера фирма не может в долгосрочной или даже среднесрочной перспективе защитить свою конкурентную позицию, сохраняя старую технологию, в краткосрочной перспективе эти защитные меры могут обеспечить время и финансовые ресурсы, необходимые для реализации

фирмой собственных технологических проектов и обеспечить необходимый конкурентный ответ.

Такая культура необходима на всех уровнях фирмы. Новое знание может появиться на уровне менеджмента среднего звена (например, руководителя дивизиона) или даже среди работников, непосредственно занятых производством и/или продажами. Это знание необходимо заметить, оценить и распространить на всех уровнях и подразделениях, для которых оно значимо. Для такого распространения знания сама организация должна быть менее бюрократической и более органической. Как показывает теория организационного дизайна [25], это требует изменения организационной структуры, степени горизонтальной и вертикальной децентрализации, системы стимулов, системы подчиненности и отчетности и др. Когда мы осознаем, что эти изменения в организационном дизайне накладываются на изменения, порожденные новыми технологиями как таковыми, когда мы представим себе хотя бы приблизительно масштабы задачи по согласованию этих изменений между собой, вспомним о факторе времени и высочайшей степени неопределенности, мы приблизимся к пониманию замечания Э. Гроува об «успехе в шаге от поражения». Одно из преимуществ формальной модели организационного дизайна, разработанной в [20], состоит в том, что она позволяет отследить взаимосвязи между всеми этими элементами и тем хотя бы немного облегчить саму задачу, а также достижение консенсуса в ходе ее решения.

Еще более важным механизмом снижения предпринимательской неопределенности выступает создание новых дивизионов, которые должны стать первопроходцами новых технологий. Во-первых, при большом количестве комплементарных связей на основе старой технологии наименее рискованным методом реализации изменений может оказаться метод Угрюм-Бурчеева — персонажа М. Е. Салтыкова-Щедрина, который, будучи градоначальником, сжег старый город и построил другой на новом месте. Реализовать этот метод для всей фирмы в целом невозможно, но можно создать инновационный дивизион, деятельность которого в случае успеха будет расширяться, вытесняя старые дивизионы. Во-вторых, если такой дивизион рассматривается как стартап, в нем гораздо проще создать необходимый организационный дизайн, чем в устоявшейся организации, которая обычно сильно бюрократизирована. В-третьих, таких дивизионов может быть несколько, в этом случае можно опробовать как минимум две разные модели, снижая тем самым управленческие риски. Наконец, атака или контратака при помощи новых технологий, с одной стороны, и оборона существующего, пусть и устаревающего бизнеса — с другой требуют разных решений, разного организационного дизайна и разного «культурного кода», а значит, эти виды деятельности должны осуществлять разные люди и разные организации. В случае такого разделения

моделирование организационного дизайна может упростить осознание задачи как целого, а также достижение компромисса между различными элементами и ответственными за них подразделениями.

Все это не означает, что фирма должна избегать разработку и реализацию стратегий. Однако сама стратегия должна быть более гибкой, а фокус процесса должен смещаться от централизованного двухтактного процесса «стратегическое планирование — реализация стратегии» к более гибкому совмещению процессов «сверху вниз» и «снизу вверх», в котором разработка и реализация стратегии сливаются в единый процесс. Классический двухтактный процесс предполагает, что некие мудрые люди в штаб-квартире фирмы достоверно знают, что следует делать. Это может быть близко к истине в спокойные времена «бизнеса как обычно», но это далеко не обязательно справедливо для компании, которая борется за выживание в эпоху информационной революции. Экономическая история, весьма подробно описанная в [27], например, показывает, что в последнем случае фирма должна систематически проверять жизнеспособность своих стратегий и планов, своей организации, своих внутренних норм и правил и быть готовой изменить любое из них по отдельности или целой группой. Этот исключительно сложный процесс, в свою очередь, увеличивает спрос на наиболее передовые технологии сбора и обработки данных, стимулируя тем самым положительную обратную связь, поощряющую информационную революцию.

Подведем итоги. Информационную революцию можно определить как широкомасштабное внедрение новой технологии общего назначения — искусственного интеллекта (ИИ). Такое определение имеет три важных преимущества. Первое — это формальное определение с четкими проверяемыми критериями. Это выгодно отличает технологию общего назначения как от теории построения информационного общества, так и от теории смены технологических укладов. От последней концепция *GPT* выгодно отличается тем, что на месте неопределенного произвольно формируемого «ядра технологического уклада» стоит единственная технология, которая при посредстве сети комплементарных связей порождает новые прикладные технологии, бизнес-модели, институты фирмы, рынка и государства, а также новые формы человеческого капитала.

Второе — в концепции *GPT* разработан конкретный механизм создания новой сети комплементарных связей, процесс со-изобретения. Этот процесс представляет собой решение проблемы предпринимательской неопределенности, порожденной несоответствиями между новой технологией и порожденными ей прикладными технологиями, с одной стороны, и институтами, материализованными в индивидах, фирмах, рынках и государственном управлении — с другой. Возможность масштабного устаревания старых институтов и замещения их новыми значительно повы-

шает уровень неопределенности в экономике и требует от фирм не только внедрения новых технологий, но и изменения своего организационного дизайна, а также корпоративной культуры.

Третье — комплементарные связи, на которых основана логика *GPT*, можно наблюдать и отслеживать. Для этих целей в работе предложены матрица изменений и модель организационного дизайна, последняя разработана одним из авторов работы. Отслеживание комплементарных связей позволяет оценить достигнутые успехи процесса со-изобретения, а в ряде случаев и предсказать необходимые направления изменений.

Важнейший вклад работы состоит в обосновании положения о том, что искусственный интеллект — *GPT*, выступающая движущей силой современной информационной революции. Использование единого подхода к определению и эмпирически проверяемого критерия позволяет сделать дискуссию об информационной революции более конструктивной, а прогноз последствий информационной революции (в случае признания происходящего таковой) — более обоснованным. Также был отмечен ряд особенностей организационного дизайна и корпоративной культуры фирм, предъявляемых процессом со-изобретения. Для этих целей был использован как ряд моделей, разработанных другими авторами, так и инструментарий анализа организационного дизайна, представляющий собой оригинальную разработку.

Говоря о направлениях дальнейших исследований, можно выделить следующие. Во-первых, приоритетное значение имеет выявление бизнес-моделей и организационных практик, комплементарных технологий ИИ и производных от нее прикладных технологий. Во-вторых, необходимо исследование механизмов перетока капитала к успешным инновационным компаниям и возможностей их реализации в России. Для России такие исследования особенно важны, поскольку отсутствие компаний-«единорогов», несмотря на значительные масштабы российской экономики, наводит на мысли о слабости этих механизмов в нашей стране. В-третьих, следует рассмотреть национальную специфику процесса со-изобретения в условиях России, в частности возможные барьеры для адаптации заимствованных технологий в российской экономике. Многочисленные исследования по выявлению страновых различий в управленческой культуре, например [29], как минимум заставляют предположить такие различия. Наконец, большое значение имеют исследования различных отраслей и секторов экономики России с точки зрения соотношения стимулов к инновациям и потенциальных ресурсов «атакующих» фирм с барьерами для входа последних в отрасль. Это позволит оценить вероятность развития «фостеровского» сценария инноваций в условиях России.

Литература

1. *Haïm Ф.* Риск, неопределенность и прибыль: пер. с англ. — М.: Дело, 2003. — 360 с.
2. *Drucker P.* The Next Information Revolution // *Forbes ASAP*. — 1998. — 24.08.
3. *Webster F.* Theories of the Information Society. — London, New York: Routledge, 1995. — 254 p.
4. *Глазьев С. Ю., Харитонов В. В.* Нанотехнологии как ключевой фактор нового технологического уклада в экономике. — М.: Тривант, 2009. — 304 с.
5. *Zuboff S.* In the Age of Smart Machine: The Future of Work and Power. — Basic Books, 1984. — 468 p.
6. Banking Automation: ERMA. — Stanford Research Institute International. URL: <https://www.sri.com/work/timeline-innovation/timeline.php?tag=firsts#!&innovation=electronic-recording-machine-erma> (accessed 31.01.2018).
7. *Fisher A., McKenny J.* The Development of ERMA Banking System: Lessons from History // *IEEE Annals of the History of Computing*. — 1993. — Vol. 15. — No.1. — P. 44–57.
8. *Bresnahan T.F., Trajtenberg M.* General Purpose Technologies and Aggregate Growth // Working Paper, Department of Economics, Stanford University. — 1989. — January.
9. *David P.* The Dynamo and the Computer: An Historical Perspective on the Modern Productivity Paradox // *The American Economic Review*. — Vol. 80. — No. 2 (May 1990).
10. *David P., Wright G.* General Purpose Technologies and Surges in Productivity: Historical Reflections on the Future of the ICT Revolution // *The Economic Future in Historical Perspective*, ed. P. David and M. Thomas. — Oxford University Press, 2003. — 528 p.
11. *Bresnahan T.F., Greenstein S.* The economic contribution of information technology: Towards comparative and user studies // *Journal of Evolutionary Economics*. — 2001. — Vol. 11. — P. 95–118.
12. *O'Reilly E.* Milestones in Computer Science and Information Technology. — Greenwood Publishing Group, 2003. — 380 p.
13. *Milgrom P., Roberts J.* The Economics of Modern Manufacturing: Technology, Strategy and Organization // *American Economic Review*. — Nashville, TN : American Economic Association. 1990. — No. 3 (June). — Vol. 80. — P. 511–528.
14. *Simonite T.* As artificial intelligence advances, here are five tough projects for 2018. *Wired*, 21.12.2017. URL: <https://www.wired.com/story/as-artificial-intelligence-advances-here-are-five-projects-for-2018/>(accessed 20.01.2018).
15. *Coase R. H.* The Nature of the Firm // *Economica*. — 1937. — No. 4(16). — P. 386–405.
16. *Davis G.* What Might Replace the Modern Corporation? Uberization and the Web Page Enterprise // *Seattle University Law Review*. 2016. — Vol. 39. — No. 2 — P. 501–515.
17. *Gilchrist A.* Industry 4.0: The Industrial Internet of Things. — Apress, 2016. — 250 p.
18. *Lee A.* Welcome to the unicorn club: learning from billion-dollar start-ups. URL: <http://techcrunch.com/2013/11/02/welcome-to-the-unicorn-club/>(access 22.01.2018).

19. The Global Unicorn Club. — Cbinsights, 2017. URL: <https://www.cbinsights.com/research-unicorn-companies> (accessed 22.01.2018).
20. *Скрпункин К. Г.* Влияние внешней среды на организационный дизайн образовательного учреждения: инструменты анализа // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2016. — Т. 12. — № 3. — С. 225–236.
21. *Liao H., Wang B., Li B., Weyman-Jones T.* ICT as a general-purpose technology: The productivity of ICT in the United States revisited // Information Economics and Policy. — 2016. — No. 36. — P. 10–25.
22. *Bresnahan T., Greenstein S., Brownstone D., Flamm K.* Technical Progress and Co-Invention in Computing and in the Uses of Computers // Brookings Papers on Economic Activity. Microeconomics. — 1996. — Vol. 1996. — P. 1–83.
23. *Drucker P.* Innovation and Entrepreneurship. — Routledge, 2016. — 368 p.
24. *Brynjolfsson E., Renshaw A., Van Alstyne M.* The Matrix of Change // Sloan Management Review. — 1997. — Vol. 38. — No. 2 (Winter). — P. 37–54.
25. *Mintzberg H.* Structure in Fives: Designing Effective Organizations. — Prentice Hall, 1993. — 312 p.
26. The Open Group. ArchiMate 3.0 specification. — The Open Group, June 2016. URL: <http://pubs.opengroup.org/architecture/archimate3-doc/toc.html> (accessed: 06.10.2017).
27. *Foster R.* Innovation: The Attacker's Advantage. — Summit books, 1986. — 316 p.
28. *Grove A.* Only the Paranoid Survive How to Achieve a Success That's Just a Disaster Away. — Doubleday Publishing, 1998. — 224 p.
29. *Meyer E.* The culture map: Decoding How People Think, Lead, and Get Things Done Across Cultures. — Public Affairs, 2016. — 288 p.

Когда я получаю новую информацию, я меняю свою позицию.

Чалмерс Джонсон
Из интервью, которое в 2006 г. взял у Чалмерса Джонсона
ведущий американской телекомпании
C-SPAN Брайан Лэм.

ГЛАВА 4.2

ИНФОРМАЦИОННАЯ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ КОМПОНЕНТЫ В СОВРЕМЕННЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Потенциал информационной системы определяется совокупностью реализованных в ней информационных и экономико-математических моделей. Эти модели служат основой для информационной и аналитической компонент. Они выполняют разные функции: информационная компонента отвечает за информационное наполнение, доступность данных, а совокупность экономико-математических моделей аналитической компоненты определяет интеллектуальность обработки данных. С развитием распределенных систем, облачных технологий возникает необходимость рассматривать две компоненты отдельно. Особенно остро необходимость разделения двух компонент возникает в масштабных проектах, таких как создание инфраструктуры электронного правительства. В условиях индустриальной поставки данных, когда большинство участников экономической деятельности выступают в роли производителей и потребителей информации, необходимым становится стандартизация представления данных и методов их обработки. Далее эти две компоненты информационной системы рассмотрены как две независимые подсистемы, описаны отдельные этапы создания моделей и показана логика их взаимодействия в системе. Соотношение компонент представлено в форме отражения отдельных элементов логики деятельности на информационный и далее на программный слой, а также обратная связь от приложения на информацию и логику деятельности. Описание компонент ориентировано на экспертов предметной области, роль которых на современном уровне информатизации возрастает. Большинство локальных и простых

элементов деятельности прошли стадию первичной информатизации, и становится актуальной задача установления взаимодействия между системами, их интеграции. Эти задачи требуют глубокого понимания предметной области для воплощения в интеграционных информационных системах. Зачастую подготовка специалистов экономико-математической, кибернетической направленности ограничивается дисциплинами экономико-математического моделирования без надлежащего представления этих моделей в информационных моделях и приложениях.

Аналитическая и информационная компоненты — две основные подсистемы приложения, обособленное рассмотрение которых не часто встречается в литературе. ГОСТ 34 [1] предусматривает раздельное описание информационного и математического обеспечения, однако там представлены самые общие черты технологического характера.

Целью данной главы является раздельное представление двух компонент информационных систем: информационной и аналитической. При описании информационной компоненты представлено деление информационных моделей на транзакционные и интеграционные, дано краткое описание каждой из категорий. В разделе аналитической обработки представлена категоризация методов обработки данных. В последней части показано взаимодействие информационной и аналитической компонент.

Прикладной аспект при реализации масштабных моделей состоит в построении распределенных систем, таких как модель межведомственного взаимодействия, изложенная в работе «An Information model of Interagency Communication Based on Distributed Data Storage» [2].

Инфраструктура электронного правительства предполагает создание информационной и вычислительной частей инфраструктуры. Сложность и динамика автоматизируемой деятельности должны включать разнообразные решения, большая часть которых находится в распределенной среде. Поэтому необходима стандартизация методов и моделей интеграции как данных, так и вычислительных моделей.

Создание работающей на реальных данных экономико-математической модели включает три элемента: экономико-математическую модель, информационную модель и приложение. Каждый из трех элементов имеет свои уровни абстракции, собственный набор моделей, на разных принципах основано соотношение абстрактных моделей с прикладными. На каждом уровне можно построить несколько моделей, чтобы отразить систему с разных точек зрения, представить ее сложность. Уровни абстракции позволяют определить границы моделей и показать их связь и описать ее характер.

Приложение, информационные и экономико-математические модели могут находиться на разном уровне развития. Одним из вариантов представления уровня развития является V-диаграмма, которая отражает

последовательность этапов в форме укрупненных разделов: *декомпозиция*, *реализация* компонент и *интеграция* компонент в систему. В форме V-диаграммы можно описать создание информационной системы в целом, а также отдельных ее элементов: информационной и экономико-математической модели.

4.2.1. Этапы разработки информационной системы

Рассмотрим последовательность создания масштабной информационной системы, объединяющей несколько систем более низкого порядка. Создание системы инициируется заказчиком, у которого есть ожидания. Декомпозиция — детализация ожиданий формулируются в виде требований, требования являются основой заданий на создание компонент. Подрядчики создают отдельные компоненты, которые затем интегрируются в полноценную систему.

Создаваемая информационная система будет работать в операционном окружении и оказывать влияние на несколько сообществ. Под сообществами здесь понимаются группы специалистов, работающих на разных уровнях управления или в сопредельных предметных областях, входящих в границы проекта. У каждого из сообществ формируется свой взгляд на систему, свое отношение, ожидания, но всем сообществам придется взаимодействовать по поводу этой системы. Имея разные взгляды, сообщества могут использовать разные термины для обозначения одних и тех же объектов либо одни и те же термины интерпретировать по-разному. Поэтому при создании информационной системы необходимым элементом является *документация*, которая сопровождается схематичным отражением процессов деятельности, сбора и обработки данных и описанием реализуемых сервисов. Сюда попадают информационные модели концептуального и логического уровней, помимо этого определяются технологические решения и интерфейсы взаимодействия компонент. На этом этапе требования к системе транслируются в требования к отдельным ее компонентам.

После определения всех деталей компонент наступает стадия реализации. Сначала создаются отдельные элементарные компоненты, а потом они интегрируются в модули системы. На стадии реализации логика деятельности реального мира воплощается в компонентах информационной системы и реализуется в модели данных или коде в приложениях. Разработка компонент информационной системы, с одной стороны, опирается на модель данных, которая призвана обеспечить поставку данных, а с другой стороны, на экономико-математические модели. Экономико-математические модели, представленные в виде алгоритмического описания, превращаются в процедуры обработки данных. Совокупность ста-

дий разработки информационной системы в форме V-диаграммы представлена на рис. 1.



Рис. 1. V-диаграмма разработки информационной системы
Источник: [3].

Интеграция компонент в систему требует постоянной проверки и приемки. *Проверка* предполагает сопоставление создаваемых компонент с требованиями и стандартами, а *приемка* (валидация) — проверку того, насколько создаваемая система отвечает потребностям конечных пользователей и за то, что создается правильная система.

Проверка отдельных компонент предполагает *трассировку* требований к компонентам с техническими требованиями, требований к системе с ожиданиями конечных пользователей. Это отражено в виде горизонтальных линий на диаграмме. Наклонными линиями отражаются связи требований уровня системы с требованиями к отдельным компонентам, а также совокупность тестов, которые способны проверить систему и ее элементы.

4.2.2. Информационные модели

Основным предназначением информационной модели является отражение предметной области в слое данных. Этапы создания информационной модели в форме V-диаграммы описаны в [4]. Здесь остановимся на краткой категоризации информационных моделей.

Информационные модели по типу можно разделить на две категории: информационные модели транзакционных систем и информационные модели интеграции данных. Такое деление соотносится с категориями информационных систем (ИС), в [5] приведена следующая классификация: транзакционные ИС, управленческие ИС, системы поддержки принятия решений и ИС для высшего руководства. В транзакционных системах фиксируются элементарные действия, а в информационных системах более высокого уровня выполняются интеграция и обработка данных, при этом чем выше уровень системы, тем сложнее модели интеграции и обработки.

Информационные модели интеграции данных

Рассмотрим сначала модели интеграции, а затем кратко остановимся на принципах создания моделей данных транзакционных систем. Модели интеграции данных грубо можно разделить на два класса: гиперкуб либо модель Data Vault [6], в основе которой лежит граф из базовых сущностей и связей между ними.

Гиперкуб представляет собой многомерное обобщение двух- или трехмерной таблицы для многомерного массива данных, в предположении, что данные могут иметь произвольное число измерений. Например, в компании возможна калькуляция финансовых данных по продуктам, по периодам времени, регионам и т.д. Ячейками куба будут выступать продажи, прибыль, расходы, бюджет, прогноз и прочие показатели. Данные в гиперкубе хранятся в виде схемы звезда или снежинка. Значения располагаются в центральной таблице фактов, а описание различных измерений приводится в форме справочников.

В отличие от гиперкуба, Data Vault позволяет хранить данные, поступающие из нескольких локальных систем с отслеживанием истории изменений. Это достигается за счет двухуровневой структуры хранения: на одном уровне создается представление базовых компонент и связей между ними, а на втором уровне организуется хранение данных. Такая модель хранилища позволяет не только просматривать актуальные и исторические данные, но и обеспечить расширяемость модели, ее устойчивость к изменениям.

Основой для создания модели данных этого типа хранилища является онтология предметной области. Один из вариантов методики составления онтологии для хранилища данных этого типа описан в работе автора «Принципы создания онтологии для хранилища данных. Пример «высшее образование» [7]. Методика включает деление всех сущностей на первичные и производные. Каждая из сущностей имеет содержательный ключ, ключ производных сущностей формируется как их компо-

зация, что позволяет создать ключи транзакций в терминах первичных сущностей.

Информационная модель распределенной системы может быть реализована в форме федерации, когда в центре реализуется система обмена сообщениями стандартизированными данными. Второй вариант — организация хранилища данных, в которое загружаются данные локальных систем. Большинство масштабных корпоративных систем, такие как банковские системы, как правило, используют вариант хранилища данных.

Информационные модели транзакционных систем

Коротко остановимся на информационных моделях транзакционных систем. В моделях данных транзакционных систем можно выделить шесть перспектив [8]:

- базовые информационные объекты,
- транзакции,
- роли,
- время,
- местоположение,
- мотив.

Для отражения деятельности и последующей интеграции данных из обозначенных трех перспектив наиболее важными являются базовые информационные объекты и транзакции. Роли представляют собой трансформацию организационной структуры и предназначены для предоставления полномочий по работе с данными в локальных системах. Пространственно-временной экстенд представляется либо в форме нормативно-справочной информации, например в форме адресной системы, либо в виде характеристик транзакций. Мотив представляет собой результат связи целей организации с обработкой данных операционной деятельности.

Выделение перспектив и стандартизация формата представления базовых объектов и транзакций в транзакционных системах — важное направление, которому нужно уделять внимание при разработке систем. Это позволит создать шаблоны моделей данных для предметных областей и облегчит интеграцию.

Важным с точки зрения информационной модели является принцип отделения интеграционной компоненты от транзакционной. Большинство проектов по интеграции данных, в том числе на государственном уровне [9], используют платформу интеграции для реализации транзакционных сервисов электронного правительства. В модели [2] эти две части разнесены. Платформа интеграции предназначена для сбора данных из транзакционных систем. На платформе выполняется подготовка дан-

ных для загрузки в хранилище, помечаются исторические, неактуальные данные, а все транзакции выполняются внешними системами. Дополнительные, не реализованные во внешних системах транзакции воспроизводятся в дополнительных приложениях. Архитектура, включающая транзакционную и интеграционную части, делает информационную модель прозрачной и позволяет бесконфликтно реализовать сложную логику деятельности.

В завершение представления информационной компоненты следует отметить, что в рамках информационной инфраструктуры электронного правительства следует стремиться к созданию среды, позволяющей легко получать данные из разных источников внешней среды и интегрировать их с собственными данными для совместной обработки.

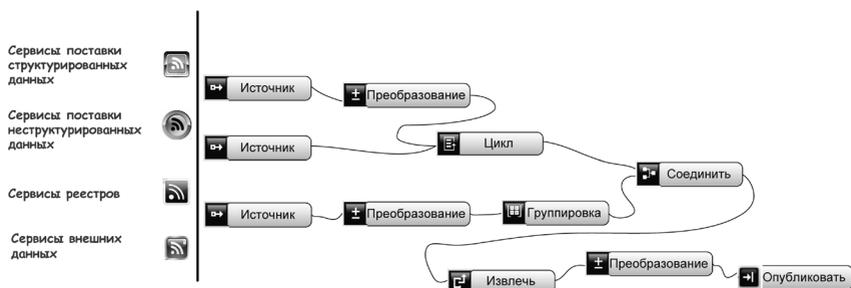


Рис. 2. Схема мэшап приложения
Источник: [10].

На рис. 2 приведена условная схема работы с наборами данных, описывающая соединение наборов данных из трех источников, и результат интеграции представляется как один объединенный набор данных, готовый для аналитической обработки. В рис. 2 использованы операции работы с данными, применяемые в приложении Mashup Center v3.0 IBM.

4.2.3. Экономико-математические модели аналитической компоненты

Ключевым фактором успеха в быстро меняющейся экономической среде является способность организаций эффективно адаптироваться к изменениям. Инструментом, позволяющим своевременно реагировать на изменения, является «интеллектуальное программное обеспечение», с помощью которого организация получает возможность выработки новых моделей деятельности. Разработка аналитической компоненты базируется на информационных системах, развитие которых выполняется с учетом целей организации.

Рассмотрим с этих позиций аналитическую компоненту ИС, создание которой можно рассматривать как последовательность моделей разных уровней абстракции из общей теории систем [10]. В теории систем рассматриваются следующие уровни абстракции: лингвистический, теоретико-множественный, абстрактно-алгебраический, топологический, логико-математический, теоретико-информационный, динамический и эвристический. Первые пять категорий моделей описывают движение от общего к частному.

Модели *лингвистического* уровня системы определяют совокупность объектов исследования и отношений между ними, а также границы проекта. Макроэкономическая модель этого уровня абстракции включает такие объекты, как государство, фирма, домохозяйство, рынок товаров и услуг, финансовые рынки и т.д. Отношения между объектами описываются понятиями доход, налоги, потребление, сбережения и т.д. Такие модели строятся как для макро-, так и для микроуровня [11].

На *теоретико-множественном* уровне абстракции предоставляется возможность описывать иерархию предметной области. Примером из макроэкономики набор индикаторов: валовый внутренний продукт, чистый внутренний продукт, национальный доход и т.д. Иерархия индикаторов микроуровня строится из концептов: доход — затраты — прибыль — распределение на дивиденды и т.д.

На следующем уровне детализации — *абстрактно-алгебраическом* — система описывается посредством функций, параметров и прочих артефактов. Примерами таких моделей являются производственные функции, модели распределения национального дохода по факторам производства и т.д. Кроме самих моделей описывается математический аппарат обработки данных. Математические модели можно рассматривать в контексте разрабатываемой информационной системы как разновидность моделей, в которых легенда, описание смысла используемых обозначений и математических символов, представляет собой неформальную онтологию моделируемой предметной области. В этой онтологии используются связи, определяемые средствами математического языка. Форма представления онтологии определяется используемым математическим аппаратом моделирования: линейная алгебра, дифференциальные или интегральные уравнения, теория матричных игр, линейное и нелинейное программирование, теория бесконечных игр и другие методы [12], [13]. Помимо этого, используются эконометрические методы, исследующие свойства оценок и испытаний.

Топологические модели рассматривают расположение экономических субъектов в пространстве. Примерами топологических задач могут быть модели «линейного города» и «кругового города», т.е. модели пространственной дифференциации рынка «на линии» и «на окружности».

Обработка данных с использованием математического аппарата рассматривается на *логико-математическом уровне*. На уровне предприятий решаются задачи финансового планирования, управления материальными ресурсами, закупками, сбытом, заказами потребителей и др. Для реализации подобных задач подбираются алгоритмы, способные учитывать специфику задач [14], в том числе симплексный метод, транспортные задачи, задачи из теории графов и оптимизации на сетях и т.д.

Как один из вариантов модели этого уровня можно рассматривать описание функционирования автоматов, включающего представление входных, выходных сигналов, состояния системы и ее функции перехода.

Экономико-математические модели в форме алгоритмического описания реализуются в виде программных компонент на этапе теоретико-информационных моделей.

Для алгоритмической обработки данных часто используется объектный подход, и задача этого этапа сводится к связи сущностей модели данных с объектной моделью. Для этого могут быть использованы разные инструменты класса ORM (Object Relational Mapping), такие как Hibernate, ADO.NET Entity Framework. Как альтернативный вариант можно рассматривать описание ресурсов в формате Resource Definition Framework (RDF).

Применение методов обработки данных в информационной системе предопределяется степенью контроля среды. В рамках контролируемой среды возможна поставка всех необходимых данных. Для моделирования в полуконтролируемой и неконтролируемой среде используются методы имитационного моделирования.

В контролируемой среде, в рамках одной организации решаются задачи оперативной деятельности и планирования, на производственном предприятии — управления запасами. Задачи более высокого уровня — прогнозирование и оценка производственных мощностей, задачи бухгалтерии, управление кадрами и прочие. Расширением этой идеологии является включение в процесс деятельности поставщиков и потребителей. Аналогичные процессы существуют в государственных органах, где производственный процесс заменяется выработкой управленческих решений, а логистика материальных потоков представлена, как правило, движением разного рода документов.

Методы решения этих задач могут включать современные модификации эконометрических методов, ориентированных на индустриальную поставку данных, описывающих процессы с большим количеством характеристик, и позволяющих реализовать топологические, логико-математические модели.

Развитием числовых моделей являются имитационные модели, которые воспроизводят изменение системы во времени. Различают три типа имитационных моделей: событийные, агентские модели и модели систем-

ной динамики [16]. *Событийные модели* реализуют дискретно-событийный подход, описывающий деятельность как дискретную во времени последовательность событий (discrete-event simulation, DES). Развитием этой модели является моделирование действий, выполняемых по расписанию.

Параметры для имитационных моделей могут поставляться на основе эконометрических оценок, а поставщиками данных могут выступать информационные системы предприятий [15]. Существенной частью информационных систем становятся умные устройства, которые обладают интеллектом: сигналы сенсоров и обработка данных баз знаний дают возможность умным устройствам принимать решения, адаптироваться к окружающей среде и т.д.

Более сложным вариантом имитационных моделей является *агентское моделирование*, которое рассматривает действия автономных, децентрализованных агентов [16]. Поведение агентов моделируется с привлечением методов теории игр, теории сложных систем и их эмерджентности, математической социологии и ряда других методов.

Более высокий уровень интеграции систем реализуется методами *системной динамики* и используется в основном для задач стратегического уровня. Системная динамика является методологией и методикой математического моделирования для построения моделей верхнего уровня.

Последним уровнем описания систем является совокупность *эвристических* моделей. Эти модели создаются для принятия управленческих решений в системах, составным элементом которой является человек. На этом уровне создаются формализованные модели принятия управленческих решений, которые включают такие элементы деятельности человека, как творческое, неосознанное мышление. Методами этого уровня абстракции являются управление знаниями, экспертиза, экспертные оценки, обучение, накопление опыта и т.д.

Последовательность экономико-математических моделей абстрактного уровня, их реализация и интеграция представлены на рис. 3 в виде V-диаграммы. Рост информационных активов способствует переводу все большего количества абстрактных моделей в класс числовых.

В корпоративном секторе аналитические сервисы реализуются в системах класса ERP, прорабатывается теория поставки данных из локальных систем на дискретно-событийные и процессные имитационные модели [17].

4.2.4. Реализация информационных и экономико-математических моделей в приложении

Свое воплощение в жизнь экономико-математические и информационные модели находят в информационных системах. Модели могут быть



Рис. 3. V-диаграмма экономико-математического моделирования

Источник: разработано автором.

двух типов: абстрактными или практическими. Абстрактные модели помогают сформировать системное восприятие, а практические — зафиксировать транзакции, имитировать реальность, предсказать поведение системы. Для перевода экономико-математических моделей в класс прикладных моделей необходима индустриальная поставка данных на основе информационных моделей, а также адаптация методов обработки данных.

Трансляция деятельности в информационную модель и процедуры обработки данных представлены на рис. 4. На нем представлены основные слои архитектуры транзакционной системы. Деятельность, описанная с помощью организационной структуры и процессов, воспроизводит логику деятельности. Процессы разделены на две категории — оперативная деятельность и управленческая, которые выполняются отдельными элементами организационной структуры. Управленческая деятельность более подробно представлена в интеграционной компоненте.

Информационный слой представлен базовыми информационными объектами и транзакциями, отражающими преобразование базовых объектов. Организационная структура предприятия реального мира в информационной системе преобразуется в набор ролей.

Программный слой призван организовать совокупность интерфейсов для взаимодействия с пользователями, а также реализовать отдельные элементы логики деятельности, которые не нашли своего отражения в модели

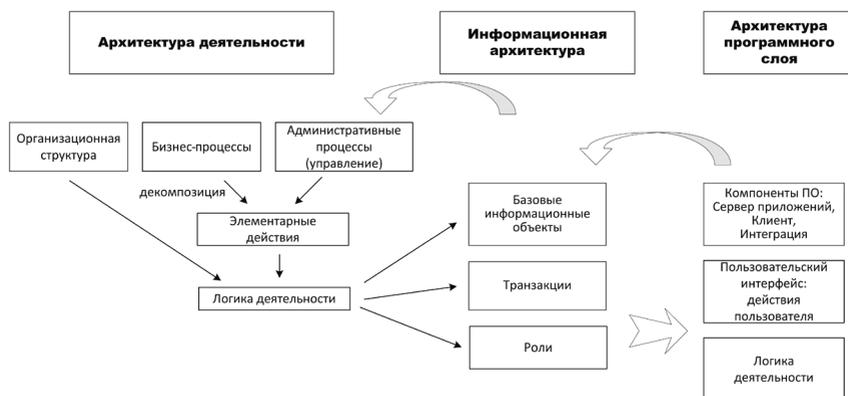


Рис. 4. Основные компоненты по слоям архитектуры

Источник: разработано автором.

данных. Как отдельный элемент слоя показаны человеко-машинные интерфейсы, позволяющие вводить новые данные, редактировать имеющиеся.

Вторым классом систем являются интеграционные системы. Рассмотрим модель интеграции на примере информационной модели межведомственного взаимодействия [2], которая предполагает организацию межведомственного взаимодействия через ядро данных. Ядро данных представляет собой трехслойную структуру: общее ядро, ядро предметной области и предметно-ориентированная часть ядра. Взаимодействие между слоями осуществляется с помощью модели межуровневых связей. Применение этой модели для сбора и анализа данных фондового рынка описано в статье [18]. Анализ фондовых данных предполагает наличие информации из разных источников: налоговых органов, органов статистики, национального расчетного депозитария, бирж и других источников.

В информационной инфраструктуре ЭП интеграционные системы являются элементом представления данных и технологий их анализа. Интеграция государственных данных является необходимым решением для удовлетворения потребностей межведомственных процессов в информации из разных ведомственных и корпоративных систем. Структура основных элементов интеграционной платформы инфраструктуры ЭП РФ приведена на рис. 5.

На схеме представлена поставка данных из ведомственных и коммерческих информационных систем. На основе поставляемых сведений формируются актуальные данные универсального ядра и предметных областей. Эти два слоя ядра служат основой для формирования предметно-ориентированной части ядра, задача которого заключается в информационном обеспечении операционной деятельности.



Рис. 5. Рамочная модель структуры и информационных потоков платформы интеграции государственных данных

Источник: разработано автором.

Второй не менее важной задачей платформы интеграции является поставка данных для управленческих целей. Поставщиками данных в этом случае выступают витрины данных и результаты глубинного анализа, а источниками данных — все три слоя ядра. Именно в этой части реализуются экономико-математические модели, воплощенные в аналитической компоненте. В отдельном модуле представлены имитационные модели, которые предполагают проигрывание поведения отдельных элементов системы или системы целиком.

Платформа, решающая задачу интеграции данных и их аналитической обработки, упрощает проведение аналитики и публикацию результатов, предоставляет новые аналитические возможности, упрощает обмен данными.

Масштабные модели интеграции данных уже реализованы в отдельных отраслях коммерческого сектора. В качестве примера масштабной интеграционной системы можно рассмотреть Глобальную распределенную систему (Global distribution system, GDS) [19]. Глобальная распределенная система представляет собой сеть для бронирования билетов авиакомпаний, гостиничных номеров, проката автомобилей и других туристических услуг. С технической точки зрения это совокупность связанных между собой порталов туристических агентств, интернет-сайтов бронирования и крупных корпоративных систем. Основными поставщиками услуг для конечных клиентов выступают туристические агентства, интегрируя данные от систем бронирования авиабилетов, гостиниц, автомобилей. Система

GDS строится на базе корпоративных систем, таких как Amadeus, Galileo, Sabre и Worldspan [20]. Они принадлежат совместным предприятиям авиакомпаний, проката автомобилей и гостиничным группам.

Если посмотреть на историю становления GDS, то предшествующим вариантом была информационная система Pegasus, в которую первоначально все данные вносились вручную. Используя большое количество сотрудников, занятых вводом данных, система была вынуждена дислоцироваться в Индии. Процесс ввода был трудоемким и сопровождался ошибками.

После создания информационной системы GDS выполнение транзакций существенно ускорилось. Однако процесс внедрения и доработки GDS был непростым, поскольку все корпоративные системы, которые необходимо было связать, были разными. Возникла необходимость стандартизации, были разработаны протоколы и стандарты. Корпоративные системы содержали очень жесткие бизнес-правила, которые не всегда позволяли использовать стандарты. Информация, переданная корпоративным системам, должна быть точной и соответствовать правилам реализованной бизнес-логики. Даже спустя годы после начала эксплуатации GDS выявлялись ошибки, в результате которых элементарная кавычка могла вызвать сбой системы с катастрофическими результатами и нарушением целостности данных.

Сегодня большинство покупок туристических услуг реализуется в электронном виде, в том числе в форме пакета консолидированных услуг трех туристических секторов: бронирование авиабилетов, бронирование гостиниц, аренда автомобилей. Параллельно с развитием GDS совершенствовались и корпоративные системы, оказывающие аналогичные услуги без посредников.

Вернемся к инфраструктуре электронного правительства РФ. Если рассматривать сервисы инфраструктуры с позиций этапов развития GDS, то многофункциональные центры (МФЦ) соответствуют переходному этапу развития. МФЦ в настоящее время выполняют функции ввода данных, получения электронных данных и перевода их в бумажный вид, передачи данных из системы в систему и прочие функции. Развитием истории с МФЦ должны стать стандартизация данных по предметным областям, типизация процессов, использование разработанных стандартов в ведомственных системах. Для получения государственных сервисов на уровне, сопоставимом с текущим развитием услуг по покупке билетов, бронированию гостиниц, предстоит большая работа, прежде всего в области стандартизации информационного оборота.

Отдельным элементом создаваемой инфраструктуры ЭП РФ должны стать базовые регистры. В GDS основным элементом каркаса системы является система записей пассажиров (Passenger Name Record, PNR). В мо-

дели межведомственного взаимодействия в качестве такого каркаса используются общее ядро и ядро предметной области, а по федеративному принципу строится предметно-ориентированная часть сервисов.

В постановлении Правительства РФ от 1 июня 2016 г. № 487 [21] в качестве основной модели организации межведомственного взаимодействия принята федеративная модель. Как показывает международный опыт, в том числе представленная выше GDS, федеративная модель должна опираться на мейнфреймы, которые являются поставщиками операционных данных. В случае с электронным правительством, которое функционально гораздо разнообразней покупки билетов, более подходящим вариантом представляется формат, сочетающий организацию хранилища данных и федеративные принципы работы с локальными системами.

Таким образом, создание приложения предполагает реализацию информационно-аналитической модели, которая отражает логику деятельности и определяет состав доступных данных и экономико-математических моделей, которые определяют интеллектуальность информационной системы и уровень обработки данных.

Такое деление важно для масштабных проектов, информационные и аналитические компоненты которого размещены в распределенной среде. Деление на информационные и аналитические модули позволит выстроить идеологию создания конструкторов, с одной стороны, по сбору и интеграции данных, а с другой стороны, реализации методов аналитической обработки этих данных. Это масштабная задача, решение которой предстоит для создания информационно-аналитической инфраструктуры электронного правительства. Для конечного пользователя: государственного служащего, гражданина или сотрудника коммерческой компании необходим конструктор, который позволит ему самостоятельно сформировать необходимый набор данных, а также определять методы обработки данных. Такая постановка задачи предполагает представление информационно-аналитической инфраструктуры электронного правительства как совокупность информационных и аналитических компонент. Конфигурация современных приложений должна предполагать добавление компонент, позволяющих получать данные из внешней среды, а также определять пользователю методы обработки данных и реализовывать собственные сценарии обработки данных.

Развитие темы информационной компоненты видится в более полном представлении методов создания моделей данных транзакционных систем, в том числе создание типовых шаблонов по отражению стандартных ситуаций, а также библиотеки шаблонов по предметным областям.

В разделе моделей данных интеграции целесообразно создать объектное описание онтологии в терминах классов, наследований. Это будет хорошей методологической базой для совершенствования модели инфор-

мационного взаимодействия в корпоративном и государственном секторах. Развитие темы интеграции данных найдет свое продолжение в форме описания методики трансформации данных (рис. 5), которое будет применимо для проектов интеграции, в том числе для формирования отдельных слоев ядра государственных данных, и описания методики связи между отдельными слоями.

Сейчас усилиями компаний и ведомств создается значительное количество информационно-аналитических продуктов, ориентированных на решение определенных задач. Аналитический центр при Правительстве РФ проводит конкурс на определение лучших информационно-аналитических инструментов [22]. Следует отметить, что в элементах описания представляемых на конкурс продуктов не уделяется должного внимания представлению систем с точки зрения описания инструментов формирования информационной базы, а также методов аналитической обработки данных. Приложения представляются с точки зрения решения функциональных задач. Решение локальных задач, пусть даже оно и красивое, не всегда вписывается в окружающую инфраструктуру, если этим не заниматься целенаправленно.

Для масштабных проектов информатизации нужно не только формализованное представление всех видов деятельности и ролей исполнителей, но также необходимо применять индустриальные методы — стандартизировать методы представления данных и методы их аналитической обработки. В этом случае будет просматриваться перспектива встраивания отдельных компонент в информационно-аналитическую инфраструктуру электронного правительства.

Литература

1. ГОСТ 34.602-89. Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы. Техническое задание на создание автоматизированной системы. — Росстандарт, 1990.
2. *Lipuntsov Y.* An Information model of Interagency Communication Based on Distributed Data Storage // International conference electronic governance and open society: challenges in Eurasia, 2016.
3. *Shamieh C.* Continuous Engineering. — IBM: John Wiley & Sons, 2014.
4. *Липунов Ю.* Этапы информационного моделирования // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки. — 2015. — № 6.
5. *Laudon K. a. L. J.* Management Information Systems. — 2nd ed. — Pearson, 1988.
6. *Inmon W., Linstedt D.* Data Architecture: A Primer for the Data Scientist. — Morgan Kaufmann, 2014.
7. *Липунов Ю.* Принципы создания онтологии для хранилища данных. Пример: «высшее образование» // Бизнес. Образование. Право. — 2016. — № 3.
8. *Hay D.* Data Model Patterns: A Metadata Map. — Morgan Kaufmann, 2006.

9. *Fowler P. B. J. Agent-Based Semantic Interoperability // InfoSleuth. — 1999. — Vol. 28. — No. 1.*
10. *Месарович М., Такаха Я. Общая теория систем: математические основы. — М.: Мир, 1978.*
11. *Грачева М., Черемных Ю., Туманова Е. Моделирование экономических процессов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2013.*
12. *Аллен Р. Математическая экономия. — М.: Издательство иностранной литературы, 1963.*
13. *Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. — М.: Мир, 1964.*
14. *Когаловский В. Происхождение ERP // Директор информационной службы. — 2000. — № 5.*
15. *Moon Y. B., P. D. Enhancing ERP system's functionality with discrete event simulation. — 2005. — Vol. 105(9).*
16. *Макаров В., Бахтизин А. Социальное моделирование — новый компьютерный прорыв (агент-ориентированные модели). — М.: Экономика, 2013.*
17. *Robertson N., P. T. Automated data collection for simulation // Simulation Practice and Theory. — 2002. — Vol. 9.*
18. *Липунов Ю. Применение информационной модели межведомственного взаимодействия для сбора и анализа данных по фондовому рынку // Современные информационные технологии и ИТ-образование. — 2016. — Т. 12. № 3. — С. 240–246.*
19. *Travel technology. Global distribution system, 2016. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Global_distribution_system (дата обращения: 10.03.2017).*
20. *Clayton I. GDS NEXT GENERATION SEAMLESS. 2016. URL: http://axses.com/encyc/archive/arccres/arccrates/users2/globalmarketing_about_gds.cfm (дата обращения: 10.03. 2017).*
21. *Постановление Правительства РФ «О первоочередных мерах, направленных на создание государственной информационной системы “Единая информационная среда в сфере систематизации и кодирования информации”», 2016.*
22. *Аналитический центр при Правительстве РФ. Конкурс «Лучшие информационно-аналитические инструменты — 2016», 2016. URL: <http://itcontest.ac.gov.ru/an2016/> (дата обращения: 10.03. 2017).*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая монография предназначена для широкого круга читателей, интересующихся применением современных математических, эконометрических и инструментальных методов в различных областях экономической теории и практики. Возможности современного экономико-математического инструментария в отдельных направлениях своего развития продемонстрированы на основе обобщения опыта авторов по созданию и апробации методов решения конкретных экономических задач, связанных с экономическим анализом, поддержкой принятия решений и прогнозированием последствий управленческих решений.

В первом разделе настоящей работы рассмотрен аппарат статической и динамической оптимизации. Этот аппарат широко используется в экономической теории и практике, поэтому его детальная проработка необходима для грамотного применения.

Именно с этой точки зрения продемонстрированы возможности применения эконометрических моделей для анализа последствий кредитно-денежной политики, страхования риска природных катастроф, обсуждены конкретные методики их использования и интерпретации полученных результатов.

Во втором разделе исследуются проблемы применения продвинутых математических методов для анализа актуальных макро- и микроэкономических задач. С их помощью выявлены факторы экономического роста, уточнены причины экономических колебаний, способы координации при проведении кредитно-денежной и бюджетно-налоговой политики государством. Проанализировано влияние институциональных факторов на решения экономических агентов в условиях неопределенности.

В работе нашли отражение как традиционные методы анализа рисков при инвестиционном проектировании, так и нетрадиционные подходы. Последние особенно важны, так как продвигают существующие представления о риск-менеджменте в современных условиях, отличающихся высокой степенью неопределенности экономической среды.

В разделе, посвященном инструментальным средствам экономического анализа, выделены основные черты современной информационной революции, определяются условия создания и использования искусственного интеллекта. Описаны информационные и аналитические модули, позволяющие выстроить идеологию организации в цифровой экономике сбора

и интеграции данных, а также реализации методов их аналитической обработки. Это масштабная задача, решение которой необходимо для создания информационно-аналитической инфраструктуры электронного правительства.

Мы надеемся, что наша монография окажется полезной читателю, так как она рассматривает достаточно широкий спектр существующих моделей и методов экономического анализа. Конечно, далеко не все методы и аппаратные средства получили отражение в настоящей работе, рассматриваемой авторами скорее как отправной пункт в целой серии последующих публикаций. В дальнейшем предполагается продолжить публикации результатов разработки теоретических подходов, опыта адаптации инструментальных средств и экономико-математического аппарата в других содержательных разделах применительно к решению конкретных экономических проблем.

ПРИЛОЖЕНИЕ К ГЛАВЕ 1.3

Таблица П.1

Воздействие выбора целевого ориентира монетарной политики на реальный ВВП

Метод оценки — фиксированные эффекты

Зависимая переменная: логарифм реального ВВП

	(1)	(2)	(3)
	<i>Полная выборка</i>	<i>Европа</i>	<i>Азия</i>
Константа	2,841**	4,801**	3,136**
	(0,378)	(0,832)	(1,160)
Инфляционное таргетирование	0,100**	0,067**	0,161**
с лагом 1 периода	(0,019)	(0,020)	(0,050)
Инфляционное таргетирование	0,070**	0,062**	0,077**
с лагом 2 периода	(0,013)	(0,014)	(0,024)
Инфляционное таргетирование	0,097**	0,072**	0,177**
с лагом 3 периода	(0,017)	(0,014)	(0,046)
Таргетирование денежной массы	0,038**	-0,021	0,096**
с лагом 1 периода	(0,019)	(0,035)	(0,047)
Таргетирование денежной массы	0,019*	0,030*	0,041*
с лагом 2 периода	(0,011)	(0,017)	(0,024)
Таргетирование денежной массы	0,030*	0,016	0,030
с лагом 3 периода	(0,017)	(0,036)	(0,046)
Режим фиксированного курса	0,014	-0,068*	0,063
с лагом 1 периода	(0,021)	(0,037)	(0,044)
Режим фиксированного курса	0,010	0,018	0,013
с лагом 2 периода	(0,010)	(0,019)	(0,020)
Режим фиксированного курса	0,032	0,026	0,033
с лагом 3 периода	(0,020)	(0,045)	(0,038)
Норма сбережения	0,341**	0,436*	0,143
	(0,139)	(0,216)	(0,481)
Логарифм численности населения	1,559**	0,418	1,405**
	(0,202)	(0,436)	(0,426)
Число наблюдений	2395	530	587
<i>R²-within</i>	0,565	0,190	0,454

В скобках указаны стандартные ошибки.

* обозначает значимость на 10-процентном уровне

** обозначает значимость на 5-процентном уровне

Источник: рассчитано автором.

Таблица П.2

**Воздействие выбора целевого ориентира монетарной политики
на реальный ВВП**

Метод оценки — фиксированные эффекты

Зависимая переменная: логарифм реального ВВП

	(4)	(5)	(6)
	<i>Африка</i>	<i>Южная Америка</i>	<i>Переходные экономики</i>
Константа	3,109**	-0,107	1,128
	(0,235)	(0,659)	(1,436)
Инфляционное таргетирование	0,088**	0,044**	0,219**
с лагом 1 периода	(0,029)	(0,019)	(0,041)
Инфляционное таргетирование	0,035	0,098	0,042
с лагом 2 периода	(0,022)	(0,058)	(0,046)
Инфляционное таргетирование	0,113**	0,096*	0,156**
с лагом 3 периода	(0,032)	(0,049)	(0,057)
Таргетирование денежной массы	0,018	0,008	0,144**
с лагом 1 периода	(0,026)	(0,027)	(0,031)
Таргетирование денежной массы	-0,003	0,006	0,060**
с лагом 2 периода	(0,013)	(0,026)	(0,027)
Таргетирование денежной массы	0,049**	0,001	0,106**
с лагом 3 периода	(0,019)	(0,038)	(0,047)
Режим фиксированного курса	0,029	0,029	0,076
с лагом 1 периода	(0,026)	(0,051)	(0,054)
Режим фиксированного курса	0,014	-0,025	0,028**
с лагом 2 периода	(0,016)	(0,025)	(0,011)
Режим фиксированного курса	0,045	0,006	0,195**
с лагом 3 периода	(0,032)	(0,022)	(0,051)
Норма сбережения	0,306**	0,345	-0,316
	(0,150)	(0,222)	(0,896)
Логарифм численности населения	1,654**	2,664**	1,983**
	(0,121)	(0,285)	(0,753)
Число наблюдений	705	167	198
<i>R</i> ² -within	0,741	0,865	0,585

В скобках указаны стандартные ошибки.

* обозначает значимость на 10-процентном уровне

** обозначает значимость на 5-процентном уровне

Источник: рассчитано автором.

Таблица П.3

**Воздействие выбора целевого ориентира монетарной политики
на реальный ВВП для групп стран,
характеризующихся различным уровнем разнообразия**
Метод оценки — фиксированные эффекты
Зависимая переменная: логарифм реального ВВП

	(7)	(8)	(9)
	<i>Низкий уровень</i>	<i>Средний уровень</i>	<i>Высокий уровень</i>
Константа	2,094**	2,632**	3,328**
	(0,307)	(0,351)	(0,779)
Инфляционное таргетирование	0,080**	0,139**	0,126**
с лагом 1 периода	(0,024)	(0,042)	(0,048)
Инфляционное таргетирование	0,063**	0,064**	0,087**
с лагом 2 периода	(0,019)	(0,023)	(0,027)
Инфляционное таргетирование	0,063**	0,086**	0,161**
с лагом 3 периода	(0,021)	(0,031)	(0,043)
Таргетирование денежной массы	0,014	0,036	0,063*
с лагом 1 периода	(0,023)	(0,046)	(0,032)
Таргетирование денежной массы	0,002	0,017	0,026
с лагом 2 периода	(0,011)	(0,028)	(0,021)
Таргетирование денежной массы	-0,002	-0,002	0,067**
с лагом 3 периода	(0,021)	(0,042)	(0,033)
Режим фиксированного курса	0,029	0,000	0,014
с лагом 1 периода	(0,021)	(0,050)	(0,033)
Режим фиксированного курса	0,003	0,011	0,021
с лагом 2 периода	(0,011)	(0,019)	(0,023)
Режим фиксированного курса	0,010	0,032	0,064
с лагом 3 периода	(0,021)	(0,049)	(0,040)
Норма сбережения	0,448**	0,155	0,350**
	(0,149)	(0,351)	(0,142)
Логарифм численности населения	2,341**	1,356**	1,378**
	(0,205)	(0,180)	(0,330)
Число наблюдений	1041	684	670
<i>R²-within</i>	0,632	0,375	0,727

В скобках указаны стандартные ошибки.

* обозначает значимость на 10-процентном уровне

** обозначает значимость на 5-процентном уровне

Источник: рассчитано автором.

Таблица П.4

**Долгосрочные эффекты воздействия перехода к различным
целевым ориентирам монетарной политики
(по сравнению с политикой без явного номинального якоря):
сопоставление стран-нефтеэкспортеров и остальных стран**

Количество лагов переменных режима КДП	$p = 3$	$p = 4$	$p = 5$
$\sum_{j=1}^p \alpha_j$	0,016 (0,032)	0,016 (0,039)	0,010 (0,044)
$\sum_{j=1}^p \beta_j$	0,189*** (0,031)	0,193*** (0,036)	0,194*** (0,041)
$\sum_{j=1}^p \gamma_j$	0,046 (0,046)	0,055 (0,049)	0,070 (0,048)
$\sum_{j=1}^p \alpha_j + \sum_{j=1}^p \alpha_j^{Oil}$	0,132*** (0,030)	0,220*** (0,030)	0,184*** (0,033)
$\sum_{j=1}^p \beta_j + \sum_{j=1}^p \beta_j^{Oil}$	0,060** (0,024)	0,142*** (0,029)	0,143*** (0,033)
$\sum_{j=1}^p \gamma_j + \sum_{j=1}^p \gamma_j^{Oil}$	0,160*** (0,020)	0,226*** (0,019)	0,183*** (0,037)

В скобках под оценками эффектов указаны робастные стандартные ошибки. Символы ** и *** означают значимость на пяти- и однопроцентном уровнях соответственно.

Источник: составлено автором.

Таблица П.5

**Воздействие выбора целевого ориентира монетарной политики
на реальный ВВП**

Зависимая переменная: логарифм реального ВВП

Регрессор	Модель 1	Модель 2
$ERT_{i,t-1}$	-0,012 (0,018)	-0,022 (0,019)
$ERT_{i,t-2}$	0,015 (0,011)	0,023* (0,011)
$ERT_{i,t-3}$	0,021 (0,017)	0,015 (0,017)
$OilExporter_i * ERT_{i,t-1}$	—	0,086*** (0,020)
$OilExporter_i * ERT_{i,t-2}$	—	-0,055** (0,021)

Продолжение табл. П.5

Регрессор	Модель 1	Модель 2
$OilExporter_i * ERT_{i,t-3}$		0,086*** (0,026)
$IT_{i,t-1}$	0,069*** (0,018)	0,070*** (0,018)
$IT_{i,t-2}$	0,047*** (0,012)	0,052*** (0,013)
$IT_{i,t-3}$	0,059*** (0,020)	0,068*** (0,020)
$OilExporter_i * IT_{i,t-1}$	—	-0,033 (0,027)
$OilExporter_i * IT_{i,t-2}$	—	-0,081** (0,039)
$OilExporter_i * IT_{i,t-3}$	—	-0,015 (0,036)
$MT_{i,t-1}$	0,024 (0,019)	0,021 (0,020)
$MT_{i,t-2}$	0,009 (0,017)	0,010 (0,018)
$MT_{i,t-3}$	0,017 (0,023)	0,014 (0,024)
$OilExporter_i * MT_{i,t-1}$	—	0,039* (0,023)
$OilExporter_i * MT_{i,t-2}$	—	-0,007 (0,025)
$OilExporter_i * MT_{i,t-3}$	—	0,083** (0,032)
Доля инвестиций в ВВП	0,007 *** (0,002)	0,007 *** (0,002)
Логарифм численности населения	1,403 *** (0,169)	1,404 *** (0,169)
Человеческий капитал	0,004 ** (0,002)	0,004 ** (0,002)
Открытость экономики	0,001* (0,0005)	0,001* (0,0005)
Развитие финансового сектора	0,001** (0,0003)	0,001* (0,0003)
Политическая стабильность	0,040** (0,020)	0,039** (0,019)
Константа	2,167*** (0,325)	2,166*** (0,325)
Страновые эффекты	Да	Да
R^2 -within	0,629	0,634

Окончание табл. П.5

Регрессор	Модель 1	Модель 2
Р-значение теста на отсутствие индивидуальных эффектов	0,00	0,00
Число наблюдений	1119	1119

В скобках под оценками коэффициентов указаны робастные стандартные ошибки. Символы *, ** и *** означают значимость на десяти-, пяти- и однопроцентном уровнях соответственно.

Источник: составлено автором.

Научное электронное издание

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ
В СОВРЕМЕННЫХ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

Монография

ISBN 978-5-906932-07-5



9 785906 932075