

«Элементы высшей математики (для экономистов)»

Тема 1. Точечные множества в n -мерном пространстве

Конечномерное евклидово пространство, n -мерная окрестность, проколота окрестность. Понятие открытого множества. Понятие замкнутого множества. Понятие пути, связного множества. Понятие ограниченного множества.

Тема 2. Функции нескольких переменных, их непрерывность

Понятие функции нескольких переменных. Область определения и область изменения функции. Множество уровня. Понятие предела. Понятие непрерывной функции. Свойства непрерывных функций. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса (формулировка). Теорема Больцано–Коши (формулировка).

Тема 3. Производные и дифференциалы функций нескольких переменных

Первые частные производные. Понятие дифференцируемой функции нескольких переменных, понятие дифференциала. Производная по направлению и вдоль вектора. Градиент. Формулы производной по направлению и вдоль вектора для дифференцируемой функции. Свойства градиента. Касательная плоскость к графику функции нескольких переменных, геометрический смысл дифференциала. Понятие частной производной порядка выше первого. Полные дифференциалы высших порядков.

Тема 4. Квадратичные формы в линейных пространствах

Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа выделения полных квадратов. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм.

Тема 5. Классические методы оптимизации

Понятие локального экстремума. Необходимое условие локального абсолютного экстремума первого порядка. Характерные графики квадратичных форм. Достаточное условие (второго порядка) локального абсолютного экстремума и его отсутствия (формулировка).

Постановка задачи условной оптимизации с одним ограничением. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума (геометрическая идея доказательства). Исследование с помощью линий уровня и градиентов. Достаточные условия условного экстремума (формулировка). Задача глобальной оптимизации. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.

Тема 6. Неопределенный интеграл

Лемма о функциях, имеющих одинаковую производную на интервале. Понятие первообразной функции. Понятие неопределенного интеграла, его свойства. Таблица интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле и интегрирование по частям. Примеры применения методов интегрирования.

Тема 7. Определенный интеграл

Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости функции по Риману. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства определенного интеграла, связанные с подынтегральной функцией, с отрезком интегрирования и выражаемые неравенствами. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона–Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Вычисление площадей и длин дуг кривых.

Тема 8. Несобственные интегралы

Несобственные интегралы первого и второго рода. Способы вычисления несобственных интегралов. Примеры сходящихся и расходящихся несобственных интегралов. Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов. Эталонные интегралы.

Тема 9. Двойные интегралы

Понятие двойного интеграла. Свойства двойного интеграла, связанные с подынтегральной функцией и с областью интегрирования. Интегрируемость непрерывной функции. Переход к повторному интегралу. Замена переменных в двойном интеграле. Переход к полярным координатам. Понятие несобственного двойного интеграла. Вычисление интеграла Пуассона с помощью двойного интеграла.

Тема 10. Линейные операторы (основы теории)

Понятие линейного оператора. Примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора и его свойства.

Линейная независимость собственных векторов с попарно различными собственными значениями. Теорема о соотношении алгебраической кратности и геометрической кратности корня характеристического многочлена. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

Симметрические и ортогональные операторы в евклидовых пространствах. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием (приведение к главным осям).

Примечание. При чтении курса окончательный набор тем, их наполнение и порядок изучения определяются **лектором**. Количество, формат и график контрольных работ также регулируется лектором.

Литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. М.: Физматлит, 2005.
2. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Изд-во МЦНМО, 2013.
3. Кочергин А.В, Кострикин И.А. Методические материалы по курсу математического анализа (Интеграл и функции нескольких переменных). М.: Экономический ф-т МГУ, ТЕИС, 2009
4. Количественные методы в экономических исследованиях / Под редакцией М.В. Грачевой, Ю.Н. Черемных, Е.А. Тумановой – 2-е издание М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2013.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: АСТ: Астрель, 2010.