**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ В ПРИКЛАДНОЙ ЭКОНОМИКЕ**

***1.*** ***Наименование дисциплины (модуля)*** – Количественные методы в прикладной экономике.

***2.*** ***Уровень высшего образования*** –бакалавриат.

***3.*** ***Направление подготовки*** - читается на программе бакалавров по направлению «Экономика».

***4.*** ***Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП***: 6 семестр. Настоящая дисциплина предполагается дисциплиной по выбору.

Пререквизитами являются курсы: Линейная алгебра – 2, Математический анализ – 2, Методы оптимальных решений.

Математический аппарат, изучаемый в рамках курса, активно используется при моделировании экономических процессов, и, в частности, применяется в таких курсах как микроэкономика-2, макроэкономика-2, теория игр, модели экономического роста, и др.

***5.*** ***Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников***)

| **Формируемые компетенции**  ***(код компетенции)*** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций** |
| --- | --- |
| ОК-3 (способность использовать фундаментальные экономические знания в различных сферах деятельности);  ОПК-3 (способность выбирать и комбинировать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы)  ПК-4 (способность на основе описания экономических, исторических, политических, экологических, демографических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты и делать прогнозы)  ПК-8 (способность использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические и программные средства и информационные технологии);  ПК-11 (способность критически оценивать предлагаемые варианты управленческих решений на микро- и макроуровне, разрабатывать и обосновывать предложения по их совершенствованию с учетом критериев социально-экономической эффективности, финансовых и экологических рисков и возможных социально-экономических последствий) | Знать:  З1 – подходы к определению сложности алгоритмов;  З2 – методы решения задач нелинейного программирования;  З3 – методы приближенного решения нелинейных задач;  З4 – принцип оптимальности Беллмана и методы решения задач динамического программирования на бесконечном временном горизонте;  З5 – методы решения динамических задач в непрерывной постановке.  Уметь:  У1 – уметь строить модели конкретных экономических процессов, выбирая подходящий метод поиска оптимального решения;  У2 – уметь выбирать алгоритмы для решения конкретных задач в зависимости от его сложности;  У3 – уметь решать задачи нелинейного программирования как точно, так и приближенно;  У4 – уметь анализировать полученные решения на устойчивость;  У5 – уметь решать задачи динамического программирования как в дискретной, так и непрерывной постановке;  У6 – уметь интерпретировать полученные решения рассматриваемых оптимизационных моделей в терминах исходной содержательной (экономической) задачи.  Владеть:  В1 – владеть терминологией основных разделов теории оптимизации;  В2 – владеть методами математического моделирования (в рамках данного курса);  В3 – владеть методами нахождения оптимальных решений в задачах различного типа;  В4 – владеть методами анализа полученных оптимальных решений. |

***Цели и задачи учебного модуля***

**А. Цель:** дать слушателям представление о продвинутых количественных методах поиска оптимальных решений в прикладных экономических задачах.

**Б. Задачи.**

1. Обучить необходимому математическому аппарату.
2. Изучить основные методы поиска оптимальных решений.
3. Рассмотреть примеры анализа прикладных экономических задач при помощи изучаемых методов.

***6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся***:

***Общая трудоемкость:***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Зачетные единицы** | **Всего часов** | **В том числе** | | | |
| **Контактная работа** | | | **самостоятельная** |
| **всего** | **аудиторная** | **индивидуальные** |
| 3 | 108 | 74 | 64 | 10 | 34 |

***7. Формат обучения:*** *перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)*

Лекционные занятия проводятся при помощи презентаций и элементов интерактивного обучения. На лекциях проводится разбор методов оптимальных решений, приводятся примеры эмпирических исследований, посвящённых теме лекции.

На семинарах решаются задачи на основе разобранных методов, а также обсуждаются эмпирические исследования по текущей теме.

Самостоятельная работа предполагается в форме домашних заданий, а также подготовки к промежуточной и итоговой аттестации.

***8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), и распределение трудоемкости по разделам и темам, а также формам проведения занятий с указанием форм текущего контроля и промежуточной аттестации:***

**Тема 1. СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ И ИХ СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

Понятие сложности алгоритма. Рекурсивные алгоритмы, master theorem. Иллюстрация на алгоритмах сортировки и умножения матриц. Сложность алгоритмов, рассмотренных в курсе МОР-1.

***Основная литература по теме:***

1. Cormen T., Leiserson C., Rivest R., Stein C. Introduction to Algorithms, Third Edition. – MIT Press. – 2009.

**Тема 2. ВЫПУКЛОСТЬ ФУНКЦИЙ**

Понятие выпуклой и вогнутой функций двух и нескольких переменных. Теорема о непрерывности выпуклой функции, определенной на выпуклом открытом множестве. Необходимые и достаточные условия выпуклости для непрерывных, дифференцируемых функций и дважды дифференцируемых функций. Экстремум выпуклой функции. Связь выпуклости функции и выпуклости различных множеств с нею связанных (надграфик, оптимальное множество и т.д.). Понятие квазивыпуклой функции. Непрерывность выпуклых функций. Полунепрерывность сверху (снизу).

***Основная литература по теме:***

1. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
2. Blume L., Simon C.P. Mathematics for economists. – W.W. Norton & Company. – 1994.

**Тема 3. МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Топологический аспект. Конечномерные гладкие задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Теоремы отделимости. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.

Субдифференциал. Двойственность в нелинейных задачах. Теорема Фенхеля-Моро. Метод опорных векторов.

Метод градиентного спуска и стохастического градиентного спуска, их модификации и применение в рамках методов анализа данных.

***Основная литература по теме:***

1. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
2. Blume L., Simon C.P. Mathematics for economists. – W.W. Norton & Company. – 1994.

**Тема 4. МЕТОДЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана для решения задач динамического программирования с конечным и бесконечным горизонтом. Существование и единственность решения уравнения Беллмана. Лемма Блэквелла. Алгоритмы решения оптимизационных задач, основанные на принципе Беллмана. Методы поиска функции ценности (value function). Стохастическое динамическое программирование.

***Основная литература по теме:***

1. Sundaram R.K. A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996

***Дополнительная литература по теме:***

1. Ljungqvist L., Sargent T. Recursive Macroeconomic Theory, Second Edition – MIT, 2000.
2. *Golosov M., Lucas R.E*. Menu Costs and Phillips Curves // Journal of Political Economy. – 2007. – Vol. 115. – Pp. 171-199.
3. *Rath S., Rajaram K., Mahajan A*. Integrated Anesthesiologist and Room Scheduling for Surgeries: Methodology and Application // Operations Research. – 2017. – Pp. 1460 – 1478.

**Тема 5. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ**

Понятие функционала и его приращения. Постановка задачи поиска безусловного и условного экстремума функционала. Уравнение Эйлера. Задача Коши. Постановка задачи оптимального управления (с закрепленными или подвижными концами траектории), уравнение связи.Функция Гамильтона, условие трансверсальности при различных режимах на концах оптимальной траектории. Принцип максимума Понтрягина. Достаточное условие оптимальности.Применение оптимального управления на примере модели Рамсея.

***Основная литература по теме:***

1. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.

***Дополнительная литература по теме:***

1. Арутюнов А.В., Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения – М.: Факториал Пресс, 2006.
2. Weitzman M., Income, Wealth and the Maximum Principle. – Harvard University Press, 2003.

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего  (часы) | Трудоемкость (в ак. часах)  по формам занятий | | | Формы контроля |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Контактная работа | | Самостоятель­ная работа |  |
|  |  | Аудиторная (интерактивные лекции и семинары) | Индивидуальная (контактные часы) |  |  |
| **Тема 1. Сложность алгоритмов поиска оптимальных решений и их сравнительный анализ** | **12** | 6 | 2 | 4 | Промежуточная аттестация |
| **Тема 2. Выпуклость функций** | **14** | 8 | 2 | 4 | Промежуточная аттестация |
| **Тема 3. Методы нелинейного программирования** | **20** | 14 | 2 | 4 | Промежуточная аттестация |
| **Тема 4. Методы динамического программирования** | **18** | 12 | 2 | 4 | Итоговая аттестация |
| **Тема 5. Вариационное исчисление и оптимальное управление** | **24** | 16 | 2 | 6 | Итоговая аттестация |
| **Промежуточная аттестация** | **10** | 4 |  | 6 |  |
| **Итоговая аттестация** | **10** | 4 |  | 6 |  |
| **Итого:** | **108** | **64** | **10** | **34** |  |

**9**. **Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).**

***Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля):***

***Основная литература:***

1. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
2. Sundaram R.K. A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996
3. Blume L., Simon C.P. Mathematics for economists. – W.W. Norton & Company. – 1994.
4. Cormen T., Leiserson C., Rivest R., Stein C. Introduction to Algorithms, Third Edition. – MIT Press. – 2009.

***Дополнительная литература:***

1. Арутюнов А.В., Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения – М.: Факториал Пресс, 2006.
2. Ljungqvist L., Sargent T. Recursive Macroeconomic Theory, Second Edition – MIT, 2000.
3. Weitzman M., Income, Wealth and the Maximum Principle. – Harvard University Press, 2003.
4. *Golosov M., Lucas R.E*. Menu Costs and Phillips Curves // Journal of Political Economy. – 2007. – Vol. 115. – Pp. 171-199.
5. *Rath S., Rajaram K., Mahajan A*. Integrated Anesthesiologist and Room Scheduling for Surgeries: Methodology and Application // Operations Research. – 2017. – Pp. 1460 – 1478.

**10. Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения**

***КОНТАКТНАЯ и САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА***

***по датам на проведение учебного модуля***

**Контактные аудиторные часы**

| **Дата, время, ауд.** | **Тема** | **ФИО преподавателя** | **Форма работы** | **Кол-во часов** |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Тема 1. Сложность алгоритмов поиска оптимальных решений и их сравнительный анализ** | Клачкова О.А. / Любкин А.А. | ***Разбор заданий*** | 2 |
|  | **Тема 2. Выпуклость функций** | Клачкова О.А. / Любкин А.А. | ***Разбор заданий*** | 2 |
|  | **Тема 3. Методы нелинейного программирования** | Клачкова О.А. / Любкин А.А. | ***Разбор заданий*** | 2 |
|  | **Тема 4. Методы динамического программирования** | Клачкова О.А. / Любкин А.А. | ***Разбор заданий*** | 2 |
|  | **Тема 5. Вариационное исчисление и оптимальное управление** | Клачкова О.А. / Любкин А.А. | ***Разбор заданий*** | 2 |
| **Итого** | | | | **10** |

**Самостоятельная работа**

| **Сроки выполнения** | **Тема** | **Форма работы** | **Количество часов** |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Тема 1. Сложность алгоритмов поиска оптимальных решений и их сравнительный анализ** | Чтение литературы, разбор заданий, решение домашних заданий | 4 |
|  | **Тема 2. Выпуклость функций** | Чтение литературы, разбор заданий, решение домашних заданий | 4 |
|  | **Тема 3. Методы нелинейного программирования** | Чтение литературы, разбор заданий, решение домашних заданий | 4 |
|  | **Тема 4. Методы динамического программирования** | Чтение литературы, разбор заданий, решение домашних заданий | 4 |
|  | **Тема 5. Вариационное исчисление и оптимальное управление** | Чтение литературы, разбор заданий, решение домашних заданий | 6 |
|  | **Промежуточная аттестация** | Подготовка к аттестации | 6 |
|  | **Итоговая аттестация** | Подготовка к аттестации | 6 |
| **Итого** | | | **34** |

**11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включает**:

***А) Формы контроля по проведению в соответствии с балльно-рейтинговой системой*:**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Форма контроля*** | ***Количество баллов*** |
| *Форма № 1. Промежуточная аттестация* | *100* |
| *Форма № 2. Итоговая аттестация* | *50* |
| ***Итого*** | ***150*** |

***Б) Переход от балльной оценки к официальной оценке системы знаний:***

(*1 з.ед=50 баллам*)

∑ баллов꞊>85% - «отлично»

65% <=∑ баллов < 85% - «хорошо»

40% <=∑ баллов < 65% - «удовлетворительно»

∑ баллов < 40% - «неудовлетворительно»

**12. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля):**

По итогам освоения тем 1-3 проводится промежуточная контрольная работа.

По итогам курса проводится экзамен, который включает темы по всему курсу.

## **Образцы семинарских и контрольных заданий:**

1. Определите сложность алгоритма Дейкстры поиска кратчайшего пути в графе.
2. Выясните, является ли выпуклым множество
3. Докажите, что если функция выпукла на выпуклом множестве, то каждый ее локальный минимум является глобальным.
4. Решить, используя теорему Куна-Таккера:
5. С помощью принципа максимума Понтрягина решить следующую задачу оптимального управления:

,

где - скалярные функции, - числовой коэффициент.

1. С помощью принципа оптимальности Беллмана решить следующую задачу динамического программирования.

Планировщик выбирает последовательности , чтобы максимизировать свою суммарную дисконтированную полезность на бесконечном горизонте:

при бюджетном ограничении в каждый момент времени (при заданном ):

**13. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса:**

Маркерная доска, проектор, микрофон, фломастеры, доступ студентов и преподавателей к сети Интернет и порталу онлайн курсов экономического факультета МГУ.

**14. Преподаватели(ь):**

Клачкова Ольга Александровна, ассистент кафедры математических методов анализа экономики

Любкин Александр Анатольевич, старший преподаватель кафедры математических методов анализа экономики

***Е-mail:*** *sparrow889@gmail.com*

***Контактный телефон:***