**МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ**

**Статус**: *по выбору,* читается на программе бакалавров по направлению «*Экономика*» в 3 семестре

**Лекторы**: Клачкова Ольга Александровна, Красков Вадим Васильевич, Рощина Янина Александровна

**Контакты:** Клачкова Ольга Александровна ([sparrow889@gmail.com](mailto:sparrow889@gmail.com))

**Пререквизиты:**математический анализ – 2, линейная алгебра – 2

**В свою очередь, курс является пререквизитом** к следующим курсам по выбору:

**“**Теория игр” (4 семестр), “Модели экономического роста” (7 семестр)

**Система оценивания**

Баллы в течение семестра можно получить, написав две потоковые контрольные работы. По каждой работе установлен критерий (порядка 30% от максимума). При невыполнении критерия по любой из работ студенту на экзамене предлагается спецвариант, в результате написания которого можно получить оценку не выше, чем “удовлетворительно”. Итоговая оценка выставляется на основе результатов экзамена, а также общей суммы баллов за семестр.

**Содержание:**

**Тема 1. ВВЕДЕНИЕ**

Постановка задачи линейного программирования. Основные понятия, примеры задач линейного программирования: задача планирования производства, транспортная задача, сетевые задачи. Геометрическая интерпретация и геометрическое решение задачи линейного программирования в случае двух переменных.

**Тема 2. ГЕОМЕТРИЯ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Понятие отрезка в n-мерном пространстве. Понятие выпуклого множества. Выпуклость множества допустимых решений и множества оптимальных решений задачи линейного программирования. Теоремы о соответствии крайних точек и допустимых базисных решений, о существовании допустимого и оптимального базисного решения задачи линейного программирования. Многогранное множество, многогранник. Теорема о представлении многогранника. Представление допустимого и оптимального множеств задачи линейного программирования.

**Тема 3. СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД**

Алгебра симплексного метода. Симплексная таблица и работа с ней. Признак оптимальности допустимого базисного решения. Признак неограниченности целевой функции. Признак неединственности оптимального решения. Нахождение всех оптимальных решений и всех базисных оптимальных решений. Понятие вырожденного базисного решения. Проблема зацикливания. Дополнительные переменные и их использование в симплексном методе. Метод искусственного базиса. Двойственный симплекс-метод.

**Тема 4. ТЕОРИЯ ДВОЙСТВЕННОСТИ И АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ**

Двойственность в линейном программировании. Построение сопряженной задачи для исходной задачи в стандартной, канонической и общей формах. Первая теорема двойственности. Вторая теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости. Теорема о маргинальных значениях. Экономическая и геометрическая интерпретация двойственных переменных. Анализ устойчивости. Вывод функций спроса на ресурсы и предложения товаров. Связь между вырожденностью и неединственностью решения. Двойственный симплексный метод.

**Тема 5. ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ**

Целочисленные задачи линейного программирования. Сведение ЗЦЛП к ЗЛП. Метод отсечений. Отсечение Данцига. Отсечение Гомори, правильность отсечения Гомори, лемма Гомори. Комбинаторные методы дискретного программирования. Метод ветвей и границ. Некоторые экономические задачи целочисленного программирования.

**Тема 6. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА**

Различные формы транспортной задачи. Сбалансированность и допустимость транспортной задачи. Ранг матрицы ограничений транспортной задачи. Нахождение исходного допустимого базисного решения методом северо-западного угла и методом минимального элемента. Понятие цикла. Метод потенциалов решения транспортной задачи. Вырожденность и неединственность в транспортной задаче. Транспортная задача с ограничениями на пропускную способность. Задача о назначениях. Составление расписания.

**Тема 7. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ НА СЕТЯХ**

Основные понятия теории графов. Задача о кратчайшем пути. Алгоритм Дейкстры и его сложность. Сведение задачи ЦЛП к задаче о кратчайшем пути. Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Понятие увеличивающей цепи. Понятие минимального разреза. Теорема Форда-Фалкерсона. Анализ социальных взаимодействий на основе сетей. Связность графа.

**Тема 8. ЭЛЕМЕНТЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана для решения задач динамического программирования с конечным и бесконечным горизонтом. Существование и единственность решения уравнения Беллмана. Лемма Блэквелла. Алгоритмы решения оптимизационных задач, основанные на принципе Беллмана. Методы поиска функции ценности (value function).

**Список литературы**

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. СПб: Лань, 2011
2. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. – М.: Факториал Пресс, 2008
3. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. М.: КноРус, 2010
4. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000
5. Ljungqvist L., Sargent T. Recursive Macroeconomic Theory, Second Edition – MIT, 2000
6. Sundaram R.K. A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996
7. Берж К. Теория графов и ее применения. – М: Изд-во Иностранной литературы. – 1962.
8. Jackson M.O. Social and Economic Networks. – Princeton University Press. – 2010.
9. Cormen T., Leiserson C., Rivest R., Stein C. Introduction to Algorithms, Third Edition. – MIT Press. – 2009.