**Математический анализ-3**

Презентация курса

**Состав преподавателей в 2018 году**

Лектор: Кочергин А.В.

Семинаристы: Кочергин А.В., Ромашова В.М.

**Ограничения по выбору курса:**

Только для тех, кто выбрал и зачел до этого курсы **«Математический анализ-2»** и **«Линейная алгебра-2».**

В случае получения неаттестации или неудовлетворительной оценки по одному из этих предметов для допуска к курсу требуется виза лектора.

Курс является **необходимым** для желающих впоследствии изучать курс **«Дифференциальные уравнения».**

Также **настоятельно рекомендуется** для людей, планирующих впоследствии выбирать **«Эконометрику-2».**

**Выставление оценок**

Итоговая оценка выставляется по результатам письменных работ:

• микроконтрольные – короткие работы по
теории, проверяющие знания основных определений и формулировок

• две письменные контрольные работы. По каждой работе имеется пороговое значение (около трети баллов). При количестве баллов ниже порогового работа не считается зачтенной.

• письменная экзаменационная работа,
содержащая как задачи, так и
теоретические вопросы.

ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ: бывают неудовлетворительные оценки в сессию. Оценивайте свои знания и возможности!

Программа курса

**Тема 1. Кратные интегралы**

Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости. Свойства двойного интеграла, связанные с подынтегральной функцией и с областью интегрирования. Формулировка критерия интегрируемости. Понятие кратного интеграла. Переход к повторному интегралу (идея доказательства). Замена переменных в двойном и тройном интеграле (формулировка). Геометрический смысл. Переход к полярным координатам. Понятие несобственного двойного интеграла. Вычисление интеграла Пуассона с помощью двойного интеграла. Вычисление площадей и объемов с помощью двойных интегралов.

**Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра. Интегралы Эйлера**

Понятие интеграла, зависящего от параметра. Свойства интеграла, зависящего от параметра. Интегралы Эйлера; их свойства.

Тема 3. Теорема о неявной функцииОтображение, дифференциал отображения, матричная запись дифференциала.
Свойства дифференциала. Дифференциал сложного отображения. Геометрическая
интерпретация дифференциала отображения.
Понятие функции, заданной неявно. Теорема о неявной функции для случая одного
уравнения с n переменными. Геометрическая и аналитическая интерпретации теоремы о
неявной функции. Касательная к поверхности уровня функции. Линеаризация уравнения,
приближенное решение нелинейного уравнения. Вычисление дифференциала неявной
функции.
Теорема о неявной функции для системы уравнений в скалярной и матричной формах.
Пересечение поверхностей уровня функций. Достаточное условие локальной
разрешимости системы уравнений и его связь с условием разрешимости системы
линейных уравнений. Вычисление дифференциала векторной функции, заданной неявно.
Тема 4. Применение теории неявной функции и условного экстремумаПостановка задачи условной оптимизации с несколькими ограничениями.
Необходимое условие условного экстремума: геометрическая идея, доказательство с
помощью теоремы о неявной функции. Достаточные условия условного экстремума.
Нахождение глобального максимума и минимума функции.
Теорема о маргинальных значениях, ее интерпретация. Теорема об огибающей,
случаи безусловного и условного экстремума. Однородные и гомотетичные функции.
Примеры. Теорема Эйлера для однородных функций. Свойства изоквант гомотетичных
функций. Свойства множеств точек условного экстремума в задачах с гомотетичными
функциями. Экономические приложения.
Тема 5. Выпуклые множества и выпуклые функцииПонятие выпуклого множества. Понятие выпуклой и вогнутой функций двух и
нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия выпуклости для
непрерывных, дифференцируемых функций и дважды дифференцируемых функций.
Теорема о непрерывности выпуклой функции, определенной на выпуклом открытом
множестве. Экстремум выпуклой функции. Понятие о градиентных методах решения
задач математического программирования.
Теоремы об отделимости выпуклых множеств. Применение в экономической теории.
Тема 6. Числовые рядыПонятие числового ряда, его общего члена и частной суммы. Сходящиеся и
расходящиеся ряды. Примеры. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши
для рядов. Расходимость гармонического ряда. Интегральный признак Коши сходимости
и расходимости. “Эталонные” ряды. Признаки сходимости для знакопостоянных рядов:
признаки сравнения, признаки Даламбера, Коши. Понятие абсолютной и условной
сходимости знакопеременных рядов. Сходимость абсолютно сходящегося ряда. Признак
Лейбница для знакочередующихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
Теорема Коши об абсолютно сходящихся рядах. Признак Дирихле-Абеля.
Тема 7. Функциональные последовательности и рядыПонятие функциональной последовательности и функционального ряда. Понятие
области сходимости и суммы функционального ряда. Понятие равномерной сходимости
функциональных последовательностей и рядов. Критерий lim-sup равномерной
сходимости функциональной последовательности. Критерий Коши равномерной
сходимости функциональной последовательности и функционального ряда. Необходимое
условие равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса
равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Дирихле и Абеля
равномерной сходимости функционального ряда. Теорема о непрерывности предельной
функции равномерно сходящейся последовательности и суммы функционального ряда.
Теоремы о почленном интегрировании и почленном дифференцировании равномерно
сходящихся функциональных рядов.
Тема 8. Степенные рядыПонятие степенного ряда. Первая теорема Абеля. Понятие радиуса и промежутка
сходимости степенного ряда. Формулы для вычисления радиуса сходимости степенного
ряда. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы
степенного ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенных
рядов. Вторая теорема Абеля. Примеры применения. Теорема о единственности
разложения функции в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена. Необходимое и
достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. Достаточное условие
разложимости функции в степенной ряд. Понятие функции, аналитической в точке.
Пример бесконечно дифференцируемой функции, не являющейся аналитической.
Суммирование степенных рядов. Приближенное вычисление определенных интегралов с
помощью разложения функции в степенной ряд. Теорема Вейерштрасса о равномерном
приближении непрерывной функции многочленами. Отличие от формулы Тейлора.
Литература1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. М.: Физматлит,
2005.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.:
АСТ: Астрель, 2010.
3. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по
математическому анализу. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988.
4. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по
математическому анализу (числовые и функциональные ряды). М.: Факториал,
1996.
5. Интрилигатор М.Математические методы оптимизации и экономическая теория. М. Изд-во «Прогресс», 1975.