**Математический анализ-3**

Презентация курса

**Состав преподавателей в 2018 году**

Лектор: Кочергин А.В.

Семинаристы: Кочергин А.В., Ромашова В.М.

**Ограничения по выбору курса:**

Только для тех, кто выбрал и зачел до этого курсы **«Математический анализ-2»** и **«Линейная алгебра-2».**

В случае получения неаттестации или неудовлетворительной оценки по одному из этих предметов для допуска к курсу требуется виза лектора.

Курс является **необходимым** для желающих впоследствии изучать курс **«Дифференциальные уравнения».**

Также **настоятельно рекомендуется** для людей, планирующих впоследствии выбирать **«Эконометрику-2».**

**Выставление оценок**

Итоговая оценка выставляется по результатам письменных работ:

• микроконтрольные – короткие работы по  
теории, проверяющие знания основных определений и формулировок

• две письменные контрольные работы. По каждой работе имеется пороговое значение (около трети баллов). При количестве баллов ниже порогового работа не считается зачтенной.

• письменная экзаменационная работа,  
содержащая как задачи, так и  
теоретические вопросы.

ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ: бывают неудовлетворительные оценки в сессию. Оценивайте свои знания и возможности!

Программа курса

**Тема 1. Кратные интегралы**

Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости. Свойства двойного интеграла, связанные с подынтегральной функцией и с областью интегрирования. Формулировка критерия интегрируемости. Понятие кратного интеграла. Переход к повторному интегралу (идея доказательства). Замена переменных в двойном и тройном интеграле (формулировка). Геометрический смысл. Переход к полярным координатам. Понятие несобственного двойного интеграла. Вычисление интеграла Пуассона с помощью двойного интеграла. Вычисление площадей и объемов с помощью двойных интегралов.

**Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра. Интегралы Эйлера**

Понятие интеграла, зависящего от параметра. Свойства интеграла, зависящего от параметра. Интегралы Эйлера; их свойства.

Тема 3. Теорема о неявной функцииОтображение, дифференциал отображения, матричная запись дифференциала.  
Свойства дифференциала. Дифференциал сложного отображения. Геометрическая  
интерпретация дифференциала отображения.  
Понятие функции, заданной неявно. Теорема о неявной функции для случая одного  
уравнения с n переменными. Геометрическая и аналитическая интерпретации теоремы о  
неявной функции. Касательная к поверхности уровня функции. Линеаризация уравнения,  
приближенное решение нелинейного уравнения. Вычисление дифференциала неявной  
функции.  
Теорема о неявной функции для системы уравнений в скалярной и матричной формах.  
Пересечение поверхностей уровня функций. Достаточное условие локальной  
разрешимости системы уравнений и его связь с условием разрешимости системы  
линейных уравнений. Вычисление дифференциала векторной функции, заданной неявно.  
Тема 4. Применение теории неявной функции и условного экстремумаПостановка задачи условной оптимизации с несколькими ограничениями.  
Необходимое условие условного экстремума: геометрическая идея, доказательство с  
помощью теоремы о неявной функции. Достаточные условия условного экстремума.  
Нахождение глобального максимума и минимума функции.  
Теорема о маргинальных значениях, ее интерпретация. Теорема об огибающей,  
случаи безусловного и условного экстремума. Однородные и гомотетичные функции.  
Примеры. Теорема Эйлера для однородных функций. Свойства изоквант гомотетичных  
функций. Свойства множеств точек условного экстремума в задачах с гомотетичными  
функциями. Экономические приложения.  
Тема 5. Выпуклые множества и выпуклые функцииПонятие выпуклого множества. Понятие выпуклой и вогнутой функций двух и  
нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия выпуклости для  
непрерывных, дифференцируемых функций и дважды дифференцируемых функций.  
Теорема о непрерывности выпуклой функции, определенной на выпуклом открытом  
множестве. Экстремум выпуклой функции. Понятие о градиентных методах решения  
задач математического программирования.  
Теоремы об отделимости выпуклых множеств. Применение в экономической теории.  
Тема 6. Числовые рядыПонятие числового ряда, его общего члена и частной суммы. Сходящиеся и  
расходящиеся ряды. Примеры. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши  
для рядов. Расходимость гармонического ряда. Интегральный признак Коши сходимости  
и расходимости. “Эталонные” ряды. Признаки сходимости для знакопостоянных рядов:  
признаки сравнения, признаки Даламбера, Коши. Понятие абсолютной и условной  
сходимости знакопеременных рядов. Сходимость абсолютно сходящегося ряда. Признак  
Лейбница для знакочередующихся рядов. Теорема Римана об условно сходящихся рядах.  
Теорема Коши об абсолютно сходящихся рядах. Признак Дирихле-Абеля.  
Тема 7. Функциональные последовательности и рядыПонятие функциональной последовательности и функционального ряда. Понятие  
области сходимости и суммы функционального ряда. Понятие равномерной сходимости  
функциональных последовательностей и рядов. Критерий lim-sup равномерной  
сходимости функциональной последовательности. Критерий Коши равномерной  
сходимости функциональной последовательности и функционального ряда. Необходимое  
условие равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса  
равномерной сходимости функционального ряда. Признаки Дирихле и Абеля  
равномерной сходимости функционального ряда. Теорема о непрерывности предельной  
функции равномерно сходящейся последовательности и суммы функционального ряда.  
Теоремы о почленном интегрировании и почленном дифференцировании равномерно  
сходящихся функциональных рядов.  
Тема 8. Степенные рядыПонятие степенного ряда. Первая теорема Абеля. Понятие радиуса и промежутка  
сходимости степенного ряда. Формулы для вычисления радиуса сходимости степенного  
ряда. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы  
степенного ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенных  
рядов. Вторая теорема Абеля. Примеры применения. Теорема о единственности  
разложения функции в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена. Необходимое и  
достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. Достаточное условие  
разложимости функции в степенной ряд. Понятие функции, аналитической в точке.  
Пример бесконечно дифференцируемой функции, не являющейся аналитической.  
Суммирование степенных рядов. Приближенное вычисление определенных интегралов с  
помощью разложения функции в степенной ряд. Теорема Вейерштрасса о равномерном  
приближении непрерывной функции многочленами. Отличие от формулы Тейлора.  
Литература1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. 1, 2. М.: Физматлит,  
2005.  
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.:  
АСТ: Астрель, 2010.  
3. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по  
математическому анализу. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988.  
4. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по  
математическому анализу (числовые и функциональные ряды). М.: Факториал,  
1996.  
5. Интрилигатор М.Математические методы оптимизации и экономическая теория. М. Изд-во «Прогресс», 1975.