Олимпиада по микро- и макроэкономике

Решения заданий заочного тура

Задание 1

Пусть известно, что долгосрочные предельные издержки монополиста имеют вид

$$LMC(Q) = \begin{cases} 8, Q \in (0,6) \\ 2, Q \in (6,+\infty) \end{cases}$$

и его функция общих издержек непрерывна. Монополист не применяет ценовую дискриминацию, а функция спроса на его продукцию изображена на рис. 1.

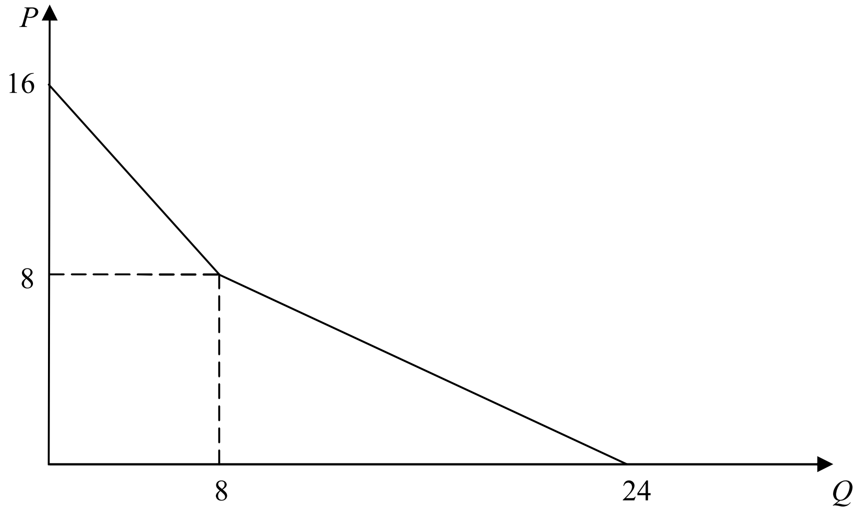

Рисунок 1

(а) Найдите оптимальный объем выпуска монополиста.

(б) Пусть у монополиста появились квазипостоянные издержки. При какой максимальной их величине ответ на предыдущий вопрос не изменится?

Решение: Из рисунка получаем формулу обратной функции спроса

$$P(Q) = \begin{cases} 16 - Q, \quad Q \in [0, 8] \\ 12 - 0{,}5Q, Q \in (8, 24] \end{cases}$$

Тогда предельный доход монополиста

$$MR(Q) = \begin{cases} 16 - 2Q, Q \in [0, 8) \\ 12 - Q, \quad Q \in (8, 24] \end{cases}$$

В долгосрочном периоде постоянные издержки отсутствуют, поэтому при отсутствии квазипостоянных издержек величину общих издержек можно представить как площадь под кривой предельных издержек.

Имеем три точки пересечения кривых предельного дохода и предельных издержек:

- при Q = 4, при этом издержки составят 4*8 = 32, а прибыль равна 16,
- при Q = 7, при этом издержки составят 6*8 + 1*2 = 50, а прибыль равна 13,
- при Q = 10, при этом издержки составят 6*8 +4*2= 56, а прибыль равна 14.

Ответ к пункту (а): 4 единицы.

В случае наличия квазипостоянных издержек монополист может выбрать нулевой объем производства, чтобы не нести данные издержки. Если величина квазипостоянных издержек превышает 16 (см. решение пункта (а)), то наиболее выгодным для монополиста будет производить нулевой объем.

Ответ к пункту (б): 16.

Задание 2

Пусть в жизни индивида можно выделить два периода. В первом периоде индивид получает доход в размере 100 д.е. При этом индивид может брать взаймы или вкладывать деньги на депозит по единой ставке 10%. Кроме того, существует возможность вложить произвольную денежную сумму в рискованный проект. С вероятностью ½ проект будет успешен и принесет индивиду 50% доходности на вложенные средства. С вероятностью ½ проект завершится неудачно, и индивид потеряет 20% вложенных средств. Во втором периоде индивид расходует средства на своем депозите (или выплачивает взятый кредит) и получает средства из проекта, других доходов у него нет. Пусть функция полезности Бернулли индивида от вектора потребления в двух периодах имеет вид $U(c_1, c_2) = 2\ln c_1 + \ln c_2$, где c_1 – потребление в первом периоде в д.е., c_2 – потребление во втором периоде в д.е.

(а) Какую долю от неистраченного на потребление в первый период дохода индивиду стоит вложить в рискованный проект?

(б) Аналогичный вопрос в случае, если возможность взять кредит или положить деньги на депозит отсутствует — можно только хранить не вложенные в проект средства в наличных без получения процентов.

Решение: Обозначим x сумму, вложенную в проект. Тогда при успешной реализации проекта

$$c_2 = 1{,}1(100 - c_1 - x) + 1{,}5x = 1{,}1(100 - c_1) + 0{,}4x\,.$$

При неудачном завершении проекта

$$c_2 = 1{,}1(100 - c_1 - x) + 0{,}8x = 1{,}1(100 - c_1) - 0{,}3x\,.$$

Запишем функцию полезности Неймана-Моргенштерна для индивида.

$$U = 2\ln c_1 + 0{,}5\ln\bigl(1{,}1(100 - c_1) + 0{,}4x\bigr) + 0{,}5\ln\bigl(1{,}1(100 - c_1) - 0{,}3x\bigr).$$

Тогда, применяя строго возрастающее преобразование к обеим частям равенства, получим:

$$e^{2U} = c_1^4\bigl(1{,}1(100 - c_1) + 0{,}4x\bigr)\bigl(1{,}1(100 - c_1) - 0{,}3x\bigr).$$

При фиксированном c_1 правая часть – парабола с ветвями вниз относительно x. Тогда максимум будет достигаться в вершине (в данном случае дополнительные ограничения отсутствуют). В вершине

$$x = \frac{11}{24}(100 - c_1)\,.$$

Ответ к пункту (а): $\dfrac{11}{24} \approx 0{,}46$.

При необходимости хранить деньги в наличных и успешной реализации проекта

$$c_2 = (100 - c_1 - x) + 1{,}5x = (100 - c_1) + 0{,}5x\,.$$

При неудачном завершении проекта

$$c_2 = (100 - c_1 - x) + 0{,}8x = (100 - c_1) - 0{,}2x .$$

Запишем функцию полезности Неймана-Моргенштерна для индивида.

$$U = 2\ln c_1 + 0{,}5\ln\big((100 - c_1) + 0{,}5x\big) + 0{,}5\ln\big((100 - c_1) - 0{,}2x\big).$$

Тогда, применяя строго возрастающее преобразование к обеим частям равенства, получим:

$$e^{2U} = c_1^4\big((100 - c_1) + 0{,}5x\big)\big((100 - c_1) - 0{,}2x\big).$$

При фиксированном c_1 правая часть – парабола с ветвями вниз относительно x. Тогда максимум будет достигаться в вершине, или в ближайшей к ней допустимой точке, так как теперь имеется ограничение, что нельзя вложить в проект больше средств, чем останется после потребления. В вершине

$$x = \frac{3}{2}(100 - c_1) .$$

Вершина не удовлетворяет указанному ограничению. Ближайшая допустимая точка предполагает вложение в проект всех средств, неистраченных на потребление.

Ответ к пункту (б): 1.

Задание 3

В рамках модели Солоу технология производства в экономике страны Альфа описывается производственной функцией

$$Y = AK^{0,5}L^{0,5},$$

где $A > 0$. В этой экономике темп прироста населения постоянен и равен $n > 0$, технологический прогресс отсутствует, норма амортизации составляет $\delta > 0$, а норма сбережений соответствует «золотому правилу».

В стране Бета производственная функция, темп роста населения и норма амортизации такие же, как в стране Альфа, и только норма сбережений в ней в два раза меньше.

Экономики обеих стран находятся в устойчивом состоянии.

(а) На сколько процентов капиталовооруженность труда в стране Бета меньше, чем в стране Альфа?

(б) На сколько процентов потребление на душу населения в стране Бета меньше, чем в стране Альфа?

Решение: Производительность труда одного работника равна $f(k) = \frac{AK^{0,5}L^{0,5}}{L} = Ak^{0,5}$, где $k = \frac{K}{L}$.

В соответствии с определением устойчивого состояния

$$sf(k) = (n + \delta)k$$

$$sAk^{0,5} = (n + \delta)k$$

Отсюда находим стационарный уровень капиталовооруженности:

$$k = \left(\frac{sA}{n + \delta}\right)^2$$

Стационарный уровень потребления на душу населения:

$$c = (1-s)f(k) = (1-s)A\left(\frac{sA}{n+\delta}\right)$$

В стране Альфа норма сбережения соответствует «золотому правилу», следовательно, она равна эластичности выпуска по капиталу, то есть составляет 0,5. В стране Бета норма сбережения в два раза меньше, то есть она равна 0,25.

Сравним уровни капиталовооруженности в двух странах:

$$\frac{k_{Beta}}{k_{Alfa}} = \frac{\left(\frac{0,25A}{n+\delta}\right)^2}{\left(\frac{0,5A}{n+\delta}\right)^2} = 0,25$$

Ответ к пункту (а): на 75%.

Сравним уровни подушевого потребления в двух странах:

$$\frac{c_{Beta}}{c_{Alfa}} = \frac{(1-0,25)A\left(\frac{0,25A}{n+\delta}\right)}{(1-0,5)A\left(\frac{0,5A}{n+\delta}\right)} = 0,75$$

Ответ к пункту (б): на 25%.

Задание 4

Пусть в стране Бургании действуют две группы потребителей, каждая численностью 1000 человек. Они живут два периода, не имеют первоначального богатства и не оставляют после себя наследства. Доход типичного потребителя каждой из этих групп в первом периоде составляет 58 ед., а во втором - 30. Реальная ставка процента в этой стране неизменна и равна 20%. Предпочтения одной группы описываются функцией полезности $U = c_1^{0.75}c_2^{0.25}$, а другой — функцией $U = c_1^{0.25}c_2^{0.75}$, где c_i – потребление периода i (i=1,2). Государство осуществляет закупки товаров и услуг в первом периоде в размере 10 ед., а во втором – в размере 6 ед.

(а) Пусть государство Бургании функционирует в течение двух периодов и придерживается политики сбалансированного бюджета. Определите объем потребления в экономике страны в каждый период.

(б) Пусть государство, функционирующее в течение двух периодов, решает снизить налоги на 2 ед. в первом периоде и профинансировать образовавшийся бюджетный дефицит за счет долга. Определите объем потребления в экономике страны в каждый период. Выполняется ли в стране Бургании равенство Барро-Рикардо?

(в) Предположим, в стране Бургании у потребителей нет возможности взять средства в долг. В условиях бюджетно-налоговой политики из пункта (б) определите объем потребления в экономике страны в каждый период. Выполняется ли в этом случае в стране Бургании равенство Барро-Рикардо?

(г) Пусть финансовый рынок в стране Бургании совершенен, а государство существует бесконечно долго. Государство в первом периоде по-прежнему решает снизить налоги на 2 ед. и профинансировать образовавшийся бюджетный дефицит за счет долга. Во втором периоде бюджет, как и раньше, сбалансирован. Определите объем потребления в экономике страны в каждый период. Выполняется ли при этих условиях в стране Бургании равенство Барро-Рикардо?

В этой задаче в пункте (а) в бланк ответов нужно внести два числа, а в пунктах (б)-(г) — слова «да» или «нет».

Решение: **(а)** Политика сбалансированного бюджета означает, что в каждый период величина собираемых налогов совпадает с величиной государственных закупок. Поэтому располагаемый доход первого и второго периода соответственно равен 48 и 24.

Отсюда межвременное бюджетное ограничение типичного потребителя любой группы в стране Бургании имеет вид $c_1 + \frac{c_2}{1.2} = 48 + \frac{24}{1.2} = 68$.

Типичный потребитель 1-ой группы, решая задачу максимизации функции полезности $U = c_1^{0.75} c_2^{0.25}$ при заданном бюджетном ограничении, приходит к необходимому условию $3\,(c_2/c_1) = 1.2$, откуда в оптимальном решении $c_2 = 0.4c_1$

Аналогично, у типичного потребителя 2-ой группы в оптимальном решении объемы потребления первого и второго периода должны соотноситься следующим образом: $(c_2/3c_1) = 1.2$ или $c_2 = 3.6c_1$

Из бюджетного ограничения находим, что для типичного потребителя 1-ой группы оптимальные объемы потребления в первый и второй период составят соответственно 51 и 20.4, а для типичного потребителя 2-ой группы - соответственно 17 и 61.2.

Учитывая, что в каждой группе потребителей 1000 человек, вычисляем объем совокупного потребления в стране Бургании в первый период (17+51)·1000=68000 ед., и во второй период (20.4+61.2)·1000=81600 ед.

Ответ к пункту (а): C_1=68000, C_2=81600**.**

(б) Финансирование бюджетного дефицита за счет долга означает, что государство, функционирующее в течение двух периодов, обязано во втором периоде выплатить образовавшийся долг с учетом процентов. Таким образом, налоги второго периода увеличиваются на 2·1.2=2.4 ед. В результате располагаемый доход типичного потребителя в первом периоде равен 50 (58-8), а во втором периоде 21.6 (30-8.4).

Величина приведенного межвременного дохода типичного потребителя любой группы не изменится и бюджетное ограничение примет вид$c_1 + \frac{c_2}{1.2} = 50 + \frac{21.6}{1.2} = 68$.

Поэтому, совокупное потребление первого и второго периодов не изменится. Результат остается таким же, как при финансировании государственных закупок за счет налогов. Т.о. равенство Барро-Рикардо выполняется.

Ответ к пункту (б): C_1=68000 C_2=81600. Равенство Барро-Рикардо выполняется.

(в) В условиях бюджетно-налоговой политики из п. (б) и ограничения по заимствованию оптимальные объемы потребления типичного потребителя 2-ой группы не изменятся и составят 17 и 61.2 соответственно, т.к. он «кредитор» и не нуждается в займах (его потребление в первом периоде ниже текущего располагаемого дохода). Для потребителя 1-ой группы наилучшим окажется угловое решение, т.е. потреблять весь текущий располагаемый доход $c_1=50 \quad c_2=21.6$. Он по своим предпочтениям – «заемщик», его оптимальное потребление в первом периоде выше располагаемого дохода, а ограничение не позволяет брать взаймы.

При налоговом финансировании и ограничении по заимствованию его потребление также совпадало бы с располагаемым доходом и равнялось бы 48 и 24, т.е. кредиторы при долговом финансировании бюджетного дефицита не изменили потребление, а заемщики увеличили.

Таким образом, совокупное потребление в этом случае равно 67000 в первом периоде и 82800 во втором, т.е. результат по сравнению со случаем налогового финансирования и ограничения по заимствованию ($C_1=65000 \quad C_2=85200$) изменится. Равенство Барро-Рикардо не выполняется.

Ответ к пункту (в): $C_1=67000 \quad C_2=82800$. Равенство Барро-Рикардо не выполняется.

(г) В этом случае располагаемый доход в первом периоде возрастет и станет 50 ед., а во втором периоде не изменится. Бюджетное ограничение потребителя примет вид

$$c_1 + \frac{c_2}{1.2} = 50 + \frac{24}{1.2} = 70.$$

Тогда оптимальное решение типичного потребителя 1-ой группы станет ($c_1=52.5$; $c_2=21$), а 2-ой группы ($c_1=17.5$; $c_2=63$). Таким образом, результат по сравнению со случаем налогового финансирования изменится. Равенство Барро-Рикардо не выполняется.

Ответ к пункту (г): $C_1=70000 \quad C_2=84000$. Равенство Барро-Рикардо не выполняется.