

ФИНАНСОВАЯ ЭКОНОМИКА

Ю. Б. Гурвиц¹,

МГУ имени М. В. Ломоносова (Москва, Россия)

РАЗРАБОТКА СТРАТЕГИИ ОПТИМИЗАЦИИ ПОРТФЕЛЯ АКЦИЙ КОМПАНИЙ НЕФТЕГАЗОВОГО СЕКТОРА

В статье представлен анализ традиционных и современных методов оптимизации портфеля, таких как математическое программирование, генетический алгоритм, критерий приоритета, нахождение весов акций пропорционально рыночной капитализации компаний и их финансовых коэффициентов. На основе данные биржевых торгов с 2010 по 2015 г. при помощи эконометрического аппарата были разработаны стратегии эффективного отбора акций в портфель, базирующиеся на комплексном анализе как функций распределения временных рядов, так и фундаментальных показателей деятельности эмитентов.

Ключевые слова: генетический алгоритм, финансовые мультипликаторы, оптимизация инвестиционного портфеля.

THE DEVELOPMENT OF STRATEGY FOR STOCK PORTFOLIO OPTIMIZATION IN OIL AND GAS SECTOR

The article provides the analysis of traditional and modern methods of portfolio optimization, such as mathematical programming, genetic algorithm, the priority index and finding the weights of the shares in proportion to market capitalization and financial ratios. The author has developed the new econometric methods of stock portfolio formation based on comprehensive analysis of distribution functions and the key financial ratios of companies. The optimization strategies were tested for efficiency on data for the period from 2010 to 2015.

Key words: genetic algorithm, financial multipliers, the optimization of the investment portfolio.

Введение

За последние десятилетия компаниями, специализирующимися на фондовом рынке, и представителями науки были разработаны раз-

¹ Гурвиц Юлия Борисовна, научный сотрудник кафедры мировой экономики экономического факультета; e-mail: y.b.gurvits@gmail.com

личные экономико-математические методы оптимизации инвестиционного портфеля. В некоторых научных работах [Gregoriou, Gueyie, 2003; Eling, Schuhmacher, 2007; Garkaz, 2011] используются меры доходности и риска, рассчитываемые на основе вероятностного закона распределения цен активов. Другие же эконометрические исследования [Malkiel, Jun, 2009; Wong et al., 2006] учитывают финансовые показатели эмитентов, такие как балансовая стоимость, рыночная капитализация, мультипликаторы, отражающие финансовое положение компаний. Однако одновременный учет информации как о предыдущей динамике цен активов, так и об их фундаментальных характеристиках существует в ограниченном числе работ. В связи с этим представляется актуальным включение в процесс оптимизации портфеля элементов комплексного подхода.

Кроме того, провайдер финансовой информации Bloomberg предоставляет экспертные оценки долгосрочных значений цен активов, базирующихся на фундаментальном и техническом анализе. Учет этой информации позволит получить более высокую доходность портфеля, однако строгие методики включения прогнозных значений будущего изменения цен (так называемый потенциал роста курса акций) в стратегии оптимизации до сих пор не были предложены. Поэтому перед автором была поставлена цель разработать на основе комплексного анализа наиболее эффективную методику отбора акций в портфель с точки зрения соотношения мер риска и доходности.

Работа имеет следующую структуру. Сначала рассматриваются традиционные математические методы оптимизации, а затем приводится обзор новых подходов по формированию инвестиционного портфеля, таких как генетический алгоритм и учет фундаментальных характеристик компаний-эмитентов. Далее автором разрабатываются пять стратегий по включению акций в портфель, которые проверяются на данных нефтегазового сектора экономики. В заключительной части исследования представлены полученные результаты сравнения эффективности стратегий.

Оптимизация портфеля с помощью традиционных методов математического программирования

Как известно, в модели Г. Марковица [Markowitz, 1952] была оптимизирована квадратичная функция. После него многие исследователи использовали другие математические техники, чтобы решить проблему оптимизации портфеля. Некоторые из этих работ кратко представлены в табл. 1.

**Обзор статей, авторы которых используют традиционные методы
математического программирования**

Авторы статьи	Модель	Структура портфеля активов
Фреунд Р. [Freund, 1956]	Квадратичное программирование	Портфель акций агропромышленных компаний
Гловер Ф. и Джонс К. [Glover, Jones, 1988]	Сетевые модели	Портфель акций
Мид Н. и Салкин Дж. [Meade, Salkin, 1990]	Квадратичное программирование	Портфель индексов
Боард Дж. и Сутклиф С. [Board, Sutcliffe, 1991]	Квадратичное программирование	Портфель акций туристических компаний
Мулви Дж. и Владимироу Х. [Mulvey, Vladimirov, 1992]	Сетевые модели	Портфель валют
Зениос С. и Канг П. [Zenios Kang, 1993]	Линейное программирование	Портфель CDO
Хиллиер Р. и Экштейн Дж. [Hiller, Eckstein, 1993]	Стохастическое линейное программирование	Портфель акций пенсионных фондов
Мулви Дж. [Mulvey, 1994]	Нелинейные сети	Портфель акций пенсионных фондов
Вэссиадоу-Зениоу К. и Зениос С. [Vassiadou-Zeniou, Zenios, 1995]	Многостадийное стохастическое программирование	Портфель CDO
Конно Х. и Кобайши Х. [Konno, Kobayashi, 1997]	Квадратичное программирование	Портфель акций и облигаций
Рудольф М. и Зиммерман Х. [Rudolf, Zimmermann, 1998]	Квадратичное программирование	Портфель акций и иностранной валюты
Кейм Д., Зиёмба В. [Keim, Ziemba, 2000]	Линейное программирование	Портфель акций

Существует ряд недостатков традиционных подходов к оптимизации, главный из которых — ограниченная применимость. Так, например, квадратичные методы не могут быть применены к невыпуклым функциям. Кроме того, задача оптимизации портфеля с каждым годом становится более усложненной, так как управляющие фонды накладывают различные ограничения на портфели. Это привело к использованию новых подходов оптимизации портфеля, среди которых большое распространение получил эволюционный подход.

Генетический алгоритм

В последние годы популярным методом оптимизации портфеля стал генетический алгоритм. Многие исследователи в своих работах отдавали приоритет именно ему.

Лазо Дж. и его коллеги [Lazo et al., 2000] разработали гибридную генетико-нейронную систему выбора портфеля и управления им. В их работе генетический алгоритм применялся для отбора активов, торгуемых на фондовой бирже Сан-Паулу в Бразилии. Нейронная сеть способствовала управлению портфелем путем прогнозирования доходности активов в следующем периоде. Кроме того, еще один генетический алгоритм использовался для оптимизации весов отобранных акций. Портфель управлялся 49 недель и оценивался через сравнение его результативности с рынком — индекс BOVESPA.

Фитчер Д. в своей работе [Fitcher, 2000] использовал генетический алгоритм для формирования портфеля нефтегазовых компаний, применяя различные функции приспособленности, и сравнивал с результатами, полученными с помощью других методов.

Петридис В. в своей статье [Petridis et al., 1998] отмечает, что в большинстве случаев генетические алгоритмы оказываются более эффективными по сравнению с традиционными методами оптимизации.

Роберт Перейра [Pereira, 2000] утверждает, что генетический алгоритм — обоснованный подход к решению многих сложных практических проблем, требующих использования эффективного и надежного метода оптимизации. Прикладные финансовые задачи, которые позволяет решить генетический алгоритм, включают в себя прогнозирование доходности, оптимизацию портфеля, оптимизацию биржевой торговли и т.д.

Надежность и эффективность работы генетического алгоритма в оптимизации фондового портфеля была также подтверждена в исследовании Лин С.-М. и Гена М. [Lin, Gen, 2007].

В статье Гарказа М. [Garkaz, 2011] эффективность генетического алгоритма была протестирована на основе данных об акциях 146 компаний, торгуемых на Тегеранской фондовой бирже.

Описание генетического алгоритма

Генетический алгоритм — эвристический алгоритм поиска, основанный на механизмах естественного отбора. Эволюционный процесс, лежащий в его основе, обычно начинается с создания случайным образом начальной популяции. Под популяцией подразумевается множество элементов, называемых особями (хромосомами). Каждая хромосома представляет собой закодированное в виде вектора («генотипа») генов решение поставленной задачи. Ген может представлять собой бит,

число или другой объект. В случае портфельной теории i -й ген обозначает вес i -й акции в портфеле.

Эти хромосомы в процессе эволюционных итераций дают начало новой популяции. Итерация заключается в применении к хромосомам генетических операторов (чаще всего ими выступают операторы скрещивания и мутации). После каждой итерации хромосомы сравниваются между собой с помощью функции приспособленности (fitness value), для расчета которой используется целевая функция. В результате с каждым генотипом ассоциируется определенное значение («приспособленность»), которое определяет, насколько хорошо фенотип, им описываемый, решает поставленную задачу. Хромосомы, имеющие наибольшее значение функций приспособленности, отбираются в следующее поколение. Этот эволюционный процесс продолжается несколько поколений (жизненных циклов) до тех пор, пока не выполнится критерий остановки алгоритма. В качестве такого критерия может быть взято следующее:

- найдется глобальное либо субоптимальное решение;
- исчерпается число поколений, которые были отпущены на эволюцию;
- исчерпается время, отпущенное на эволюцию.

Основные этапы генетического алгоритма:

- 1) создание начальной популяции;
<Начало цикла>
- 2) отбор в репродукционный пул на основе функции приспособленности;
- 3) применение оператора скрещивания;
- 4) применение оператора мутации;
- 5) формирование нового поколения на основе функции приспособленности (селекция);
- 6) если выполнен критерий остановки, то конец цикла, иначе — начало цикла.

Рассмотрим каждую стадию генетического алгоритма более подробно.

Создание начальной популяции. На данном этапе гены создаются случайным образом, используя нормальное вероятностное распределение. Начальная популяция может оказаться совершенно неконкурентоспособной, однако генетический алгоритм позволяет достаточно быстро преобразовать ее в жизнеспособную. Как уже было отмечено выше, каждый ген соответствует весу определенной акции в портфеле, т.е. проценту от общих портфельных инвестиций, приходящихся на конкретную акцию.

Репродукционный пул: метод отбора. Метод селекции позволяет отобрать хромосомы в репродукционный пул, к которому в дальнейшем

будут применены операторы скрещивания и мутации. Существует несколько техник селекции: турнирный отбор, пропорциональный отбор («колесо рулетки»), стохастический отбор и отбор, основанный на вознаграждении (Reward Based Selection). Наиболее распространенными считаются первые два метода.

В данной работе будет использоваться метод рулетки, получивший более широкое применение, чем турнирный отбор. Согласно этому методу для каждой хромосомы рассчитывается функция приспособленности, которая в дальнейшем используется для расчета функции оценки. Функция оценки (p_i) представляет собой своего рода вероятность воспроизводства для каждой особи и находится как отношение функции приспособленности хромосомы (f_i) к сумме функций приспособленности всех хромосом:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \text{ где } n — \text{размер популяции.}$$

Целая часть этого отношения показывает количество раз, которое нужно записать особь в репродукционный пул, а дробная указывает ее вероятность попасть туда еще раз.

Кроме этого, случайным образом генерируется число r_i из интервала $[0; 1]$ на основе нормального распределения и сравнивается с накопленной вероятностью хромосомы. Так, если первая хромосома имеет вероятность больше r_i , то она отбирается в репродукционный пул. Иначе происходит селекция той хромосомы, чья накопленная вероятность больше r_i : $p_{i-1} < r_i < p_i$.

Оператор скрещивания. Хромосомы репродукционного пула случайным образом разбиваются на пары, затем с некоторой вероятностью P_c обмениваются частями, в результате чего получаются два потомка, которые образуют новое поколение.

Существует несколько типов скрещивания:

- одноточечный кроссовер: случайным образом выбирается точка раздела родительских особей-хромосом, между ними происходит обмен отсеченными частями, что приводит к получению нового потомства;
- двухточечный кроссовер: потомки наследуют части родительских хромосом, которые определяются двумя случайно выбранными точками скрещивания;
- многоточечный кроссовер: обобщает собой предыдущие операции и характеризуется большим числом точек скрещивания;
- равномерный кроссовер: случайно выбранный эталон задает, какие гены должны наследоваться от первого родителя, остальные гены берутся от второго родителя.

В классическом генетическом алгоритме применяется одноточечный оператор скрещивания.

Оператор мутации. Он необходим для «выбивания» популяции из локального оптимума и способствует защите от преждевременной сходимости. Под сходимостью понимается состояние популяции, когда все строки популяции располагаются в области некоторого экстремума и являются приблизительно одинаковыми. Поэтому применение кроссовера практически никак не изменит популяцию, а мутирующие особи в силу меньшей приспособленности склонны вымирать. Таким образом, сходимость популяции означает, что достигнуто решение, близкое к оптимальному.

Каждый бит особи популяции с некоторой вероятностью P_M изменяется. Количество точек (генов) в хромосоме для мутации может быть случайным. Также возможно изменение сразу некоторой группы подряд идущих генов.

В работе Синха П. и Чандвани А. [Sinha et al., 2013] было установлено, что при $P_M = 0,4$ и $P_c = 0,6$ генетический алгоритм дает оптимальное решение, обеспечивающее наивысшую доходность среди других рассмотренных авторами случаев.

Отбор на основе функции приспособленности. На этом этапе эволюции необходимо выбрать определенную долю популяции, которая останется «в живых». Для этого используют функцию приспособленности. Доля выживших обычно является экзогенным параметром генетического алгоритма и задается заранее. Особи, не вошедшие в новое поколение, погибают.

Функция приспособленности представляет собой целевую функцию, которая моделируется для нахождения оптимального решения. Целью задачи оптимизации является нахождение весов портфеля, обеспечивающих наивысшую доходность при заданном уровне риска. Существуют различные способы описания целевой функции. Например, в работе [Sefiane, Benbouziane, 2012] авторы решают следующую оптимизационную задачу, представляющую собой классическую модель Марковица.

Ожидаемый уровень доходности портфеля определяется как:

$$F(w_i) = \sum_{i=1}^n w_i r_i,$$

где r_i — доходность i -й акции из n , w_i — вес i -й акции в портфеле.

Дисперсия портфеля находится как:

$$\sigma^2(w_i) = \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \sigma^2(r_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n 2 \cdot w_i w_j \text{cov}(r_i, r_j),$$

где $\text{cov}(r_i, r_j)$ — ковариация между r_i и r_j , $\sigma^2(r_i)$ — дисперсия доходности i -го актива.

Тогда целевая функция (f_i — функция приспособленности i -й хромосомы) при ограничении, что сумма весов должна не превышать единицу, выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} f_i = H(w_i) = F(w_i) - \sigma^2(w_i) \xrightarrow{w_i} \max \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1. \end{cases}$$

В работе Синха П. и Чандвани А. в качестве функции приспособленности используется отношение доходности портфеля к стандартному отклонению доходности портфеля, т.е. целевая функция выглядит как:

$$f_i = H(w_i) = \frac{F(w_i)}{\sigma(w_i)} \xrightarrow{w_i} \max.$$

Таким образом, в новую популяцию будут отобраны особи с наибольшим значением функции приспособленности.

Преимущества генетического алгоритма перед другими оптимизационными техниками

- Генетический алгоритм способен быстро найти близкое к оптимальному решение сложной задачи с большим массивом данных.
- Не имеет строгих математических требований к оптимизационной задаче в силу своей эволюционной природы:
 - a. Генетический алгоритм — это поиск решений без учета специфики внутренней рабочей задачи;
 - b. Он может обрабатывать как линейные, так и нелинейные виды ограничений и их комбинации;
 - c. Генетический алгоритм может работать на дискретном, непрерывном или смешанном множестве допустимых решений;
 - d. Он работает с числовыми данными, экспериментальными данными или аналитическими функциями, прост в использовании и не требует сложного математического моделирования или производных целевых функций.
- Эргодичность эволюционных операторов делает генетический алгоритм очень эффективным при выполнении вероятностного поиска глобального максимума. Другие традиционные подходы выполняют локальный поиск с помощью поэтапной процедуры, которая сравнивает значения соседних точек и движется к относительно оптимальным точкам.

Определение весов активов в портфеле с учетом фундаментальных показателей компаний-эмитентов

Продолжительный период времени (вплоть до середины 80-х гг. прошлого столетия) теория финансов не рассматривала эффект влияния стоимости (value effect) на формирование цены актива. Исследование американского рынка акций Фамой и Френчем [Fama, French, 1992] показало, что существует сильная взаимосвязь между размером компании, измеряемым значением ее рыночной капитализации, и доходностью акции. Так, было выявлено, что доходность ценных бумаг фирм с невысокой капитализацией превышает доходность акций больших компаний, что можно связать с премией за принятие риска, так как маленькие компании более чувствительны к экономическим шокам. Эти выводы также подтвердились и на данных торгов акциями Шанхайской биржи в период с 1993 по 2002 г. Похожие результаты были получены в исследованиях [Lam, 2002; Drew et al., 2003] и [Wong et al., 2006].

В последние годы были разработаны индексы, основанные не на капитализации, а на других фундаментальных показателях компании, таких как выручка, прибыль, дивиденды, балансовая стоимость и т.д. Наиболее известный из них — Research Affiliates Fundamental Index (RAFI, FTSE RAFI US 1000-Ticker PRF). Он рассчитывается на основе акций 1000 эмитентов, взвешенных по балансовой стоимости, выручке и прочим финансовым характеристикам компании. И так как индекс FI присваивает небольшой вес акциям с высокими коэффициентами рыночной капитализации относительно фундаментальных параметров, существует тенденция, что в его состав входят компании с капитализацией значительно ниже той, чем у эмитентов, входящих в состав традиционных рыночных индексов. Поэтому доходность FI превышает доходность традиционных индексов, основанных на рыночной капитализации компаний, входящих в них (the Standard and Poor's 500 index и the Russell 1000 index), что позволяет говорить о новых методах индексации, способных заменить классическую парадигму расчета весов компаний в соответствии с их капитализацией.

Фама и Френч в своей работе [Fama, French, 1992] утверждали, что модель CAPM должна быть дополнена двумя факторами риска — размером компании и коэффициентом P/B («текущая рыночная капитализация/ балансовая стоимость компании»). В 2009 г. Малкиел Буртон и Джун Дерек [Malkiel, Jun, 2009] проверили эту гипотезу на двух выборках: с января 1962 г. по декабрь 2008 г. и с января 1985 г. по декабрь 2008 г., для этого оценив соответствующую регрессию вида:

$$R_{FI} - R_F = \hat{a} + \hat{b}(R_M - R_F) + \hat{c}SMB + \hat{d}HML + \mu,$$

где R_{FI} , R_M и R_F соответствуют доходностям индекса FI, рыночного портфеля и безрисковой ставке. SMB вычисляется как разница доходностей малых (S) и больших (B) фирм (размер фирмы определяется величиной капитализации). HML равен разнице дорогих и дешевых компаний, при этом степень дороговизны определяет отношение P/B . Результаты оценки регрессии представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты оценки регрессии Фамы–Френча

Period	Beta	M/B Risk Factor	Size Risk Factor	α_{Fi}	R ²	F-stat
Jan 1962 – Dec 2008	1.016 (131.37)*	0.344 (28.72)*	-0.073 (-6.90)*	0.000 (0.55)	0.97	6100.99*
Jan 1985 – Dec 2008	1.022 (81.09)*	0.385 (19.50)*	-0.101 (-6.01)*	0.001 (1.32)	0.96	2250.11*

Источник: Malkiel B., Jun D. The «Value» Effect and the Market For Chinese Stocks. — 2009. — P. 5.

По результатам оценки регрессии коэффициент детерминации для первой выборки составил 0,97, для второй — 0,96. Все коэффициенты, кроме константы, оказались значимыми на 5%-ном уровне.

Однако авторы статьи сохраняют некую долю скептицизма относительно долгосрочности эффективности портфелей, составленных из акций роста и стоимости. С середины 1960-х гг. по настоящий период доходность фондов «стоимости» превосходит доходность фондов роста, за исключением конца 90-х гг. прошлого столетия. Однако в более ранний период, с конца 1930-х до середины 1960-х, наблюдалась обратная ситуация. На графике 1 изображена относительная доходность инвестиционных фондов на базе акций роста к доходности фондов, составленных из акций стоимости. В течение более чем 70 лет доходность этих фондов была очень схожей: средняя доходность фондов роста составила 9,71%, а фондов стоимости — 9,73%.

Похожий разброс средних доходностей наблюдается и на графике 2, на котором компании с большой капитализацией (Large-Cap Stocks) представляют фирмы, входящие в бенчмарк Russell 1000, а компании с небольшой капитализацией (Small-Cap Stocks) — из Russell 2000, рассчитанного на основе акций следующих 2000 фирм, проранжированных по капитализации.

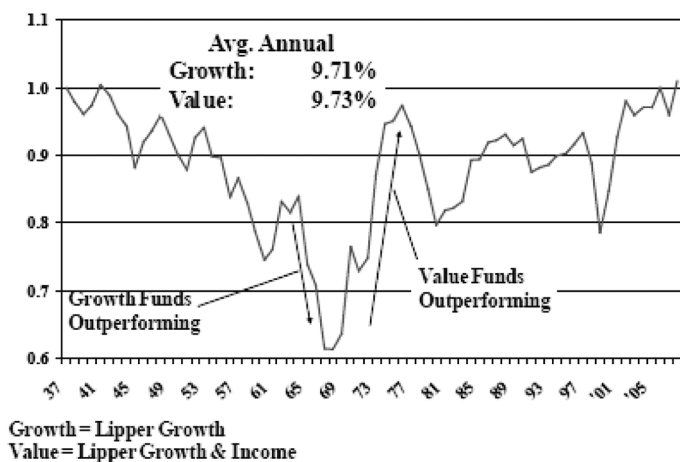


График 1. Насколько устойчив эффект стоимости?

Относительная доходность фондов роста к фондам стоимости в период 1937–2008 гг.

Источник: Malkiel B., Jun D. The «Value» Effect and the Market For Chinese Stocks, 2009. — P. 6.

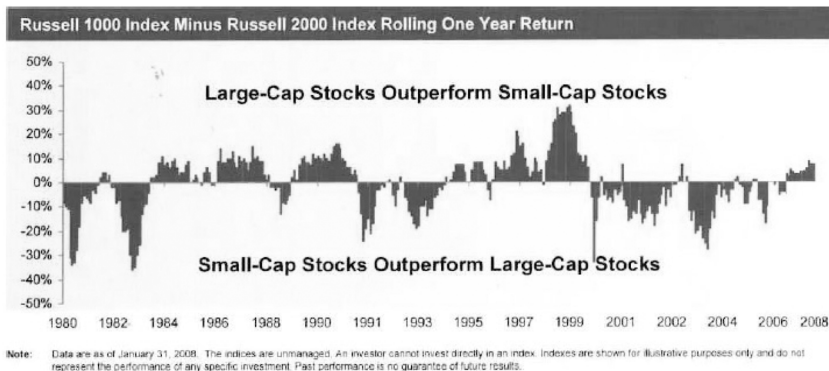


График 2. Превышение доходности индекса Russell 1000 над индексом Russell 2000

Источник: Russell Mellon Analytical Solutions.

Morgan Stanley Global Wealth Management Asset Allocation Group.

Малкиел Буртон и Джун Дерек также провели исследование китайского рынка акций в период с 1982 по 2008 г. Выбор Китая в качестве объекта анализа обосновывался его растущей экономикой. Только с 2005 г. по середину 2008 г. годовой рост превысил 10%. FTSE/Xinhua-индекс, торгуемый на Гонконгской фондовой бирже, включает ценные бумаги 25 крупнейших по капитализации компаний Китая и был взят авторами за бенчмарк.

Б. Малкиел и Д. Джун проверили эффективность трех портфелей, составленных из 25 акций и взвешенных по балансовой стоимости, выручке и прибыли. Выборочный период: январь 2000 г. — декабрь 2008 г. В табл. 4 содержатся результаты сравнительного анализа по показателям доходности, стандартного отклонения и стоимости 1 долл., инвестированного в разные виды портфелей. Портфель, взвешенный по балансовой стоимости, продемонстрировал лучшие результаты: доходность составила 11,1%, стандартное отклонение — 44%. Стоит отметить, что доходность других двух портфелей, построенных на фундаментальных показателях выручки и прибыли, превзошла доходность рыночного индекса, который присваивает веса исходя из капитализации.

Таблица 4

Сравнительный анализ доходностей портфелей

Valuation Metric	Annual Mean Return	Standard Deviation	Value of \$1.00 Invested at Start of Period
Capitalization Weighting	6.5%	45.3%	\$1.77
Book Value Weighting	11.1	44.0	2.60
Earnings Weighting	10.8	44.3	2.54
Sales Weighting	10.5	45.7	2.47

25 Largest Chinese H Shares. 100% Long Positions Only. January 2000 through December 2008.

Источник: Malkiel B., Jun D. The «Value» Effect and the Market For Chinese Stocks, 2009. — P. 9.

Важно отметить, что методика применения фундаментального взвешивания портфеля все-таки сохраняет крайне неравномерное распределение, и, следовательно, такое весовое распределение близко к методике взвешивания по капитализации. Поэтому и в случае рыночных индексов, и индексов, основанных на фундаментальных характеристиках, большим компаниям придается больший вес. Это подтверждается как на американском фондовом рынке, так и на рынке акций Китая.

График 3 показывает распределение следующих переменных: рыночной капитализации и двух фундаментальных параметров (балансовой стоимости и мультипликатора Р/В для 25 акций китайских компаний), рассмотренных ранее.

Б. Малкиел и Д. Джун в своей работе предложили альтернативный способ расчета оптимальных весов, который позволил использовать предсказательную силу фундаментальных переменных, при этом не снижая их эффективность путем весового распределения, напоминающего взвешивание по капитализации. Можно создать меньше пере-

коса весового распределения путем ранжирования акций в портфеле в соответствии с фундаментальными переменными, взятыми не в абсолютных значениях.

25 Largest Chinese H Shares
January 2008

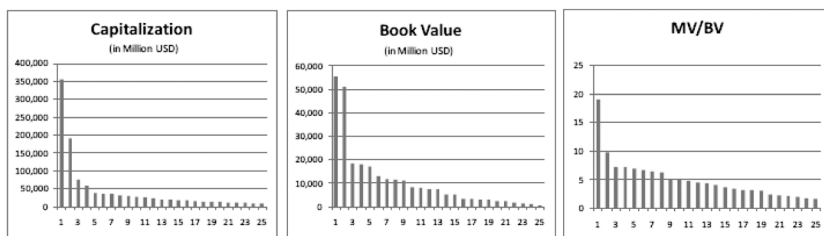


График 3. Распределение переменных

Источник: Malkiel B., Jun D.

The «Value» Effect and the Market For Chinese Stocks, 2009. — P. 12.

Сначала всем акциям присваивается одинаковый вес, а затем корректируется в зависимости от фундаментальных факторов. Акция, ранг которой окажется наивысшим, соответственно получит больший вес. Кроме того, можно калибровать разницу весов, присвоенных соседним по рангу акциям.

$$w_i^{Rank} = \left(Rank_i - \frac{\sum_{i=1}^n Rank_i}{n} \right) \cdot \Delta + \frac{1}{n},$$

где $Rank_i$ — ранг, присвоенный i -й акции; Δ — чувствительность к отклонению весов акций друг от друга.

Например, если $\Delta = 0$, то этот метод будет нечувствительным к информации о фундаментальных параметрах, и всем акциям будет присвоен одинаковый вес. Если же значение Δ высоко, то выражение в скобках внесет дисбаланс в равновзвешенный портфель. По результатам тестирования Б. Малкиела и Д. Джуна доход от вложений в портфель, построенный на основе этой методики, составил 3,29 долл. при $\Delta = 0,3$ и 5,49 долл. при $\Delta = 1,0$ %, в отличие от 1,77 долл. в случае взвешивания только по капитализации.

Таким образом, использование новых математических методов оптимизации весов акций в портфеле в совокупности с учетом финансовых мультипликаторов эмитентов может позволить получить более высокодоходные инвестиционные стратегии.

Данные и методология

Объектами исследования в данной работе являются высоколиквидные акции компаний мирового нефтегазового сектора.

Попытаемся разработать стратегию, сочетающую в себе одновременно методы математической оптимизации и финансового анализа и обеспечивающую высокую доходность на единицу риска.

Об эффективности стратегии будет свидетельствовать сравнение ее результативности с рыночным индексом, в качестве которого был взят MSCI Commodity Producers Index — индикатор мирового сектора сырьевых товаров. Он рассчитывается на основе рыночной капитализации крупнейших сырьевых компаний 24 развитых стран.

Выборочный период исследования составляет 1207 наблюдений с 19.03.2010 по 10.04.2015 (были исключены нерабочие дни бирж, на которых котируются акции рассматриваемых компаний). При формировании портфеля используется бэк-тестирование, при этом внутривыборочный период охватывает данные с 19.03.2010 по 13.05.2012, а вневыборочный — с 14.05.2012 по 10.04.2015 (774 наблюдения).

На каждую отчетную дату в портфель будут отбираться 10 акций. Так, согласно статье С.-Ф. Хуанга и Б. Чэнга [Huang et al., 2012] портфель, составленный из 10 акций, показал наивысшее значение накопленной доходности за период с 1995 по 2010 г. по сравнению с портфелями из 20 и 30 акций.

Кроме того, будут разрешены короткие продажи.

Учитывая недостатки и преимущества методов оптимизации, разработаем несколько стратегий, из которых в итоге выберем наиболее эффективную.

Инвестиционная стратегия № 1. Первая стратегия будет основываться на критерии «потенциальная доходность/риск», и веса будут рассчитываться исходя из капитализации. Потенциальная доходность учитывает так называемый «потенциал роста» акций, т.е. значения целевых цен, к которым будут стремиться рыночные цены в долгосрочной перспективе. Целевые цены, как правило, прогнозируются аналитиками на основе фундаментального и технического анализов.

$$r_t^{target} = \frac{P_t^{target} - P_t}{P_t},$$

где P_t — рыночная цена закрытия акции в период t ; P_t^{target} — целевая цена акции; r_t^{target} — потенциальная доходность акции в момент t .

Для работы были взяты усредненные целевые цены прогнозов 30 аналитиков, а также цены закрытия и рыночная капитализация с сайта-провайдера финансовой информации Bloomberg¹.

¹ <http://www.bloomberg.com/>

В качестве когерентной меры риска будем использовать показатель ожидаемых потерь (ES, Expected Shortfall).

Алгоритм построения портфеля в программе R на каждую отчетную дату:

- 1) для каждой акции рассчитаем исторический показатель ожидаемых потерь (ES) и отношение «потенциальная доходность/ES»;
- 2) отсортируем акции по убыванию отношения «потенциальная доходность/ES» и отберем 10 акций с наибольшим значением этого показателя;
- 3) вычислим суммарную капитализацию всех вошедших в портфель активов;
- 4) определим долю каждой ценной бумаги в портфеле исходя из рыночной капитализации (Market cap):

$$w_i = \frac{\text{Market cap}_i}{\sum_{i=1}^{10} \text{Market cap}_i},$$

где w_i — вес i -й акции в портфеле;

- 5) рассчитаем доходность инвестиционного портфеля как сумму

$$\text{произведения доходности каждой акции на ее вес } r_p = \sum_{i=1}^{10} w_i r_i.$$

Стратегия № 2. В отличие от предыдущей методики вычислим вес акции, используя генетический алгоритм.

Алгоритм второй стратегии:

- 1) выбираем 10 акций с максимальным отношением «потенциальная доходность/ES»;
- 2) вес акции рассчитаем при помощи генетического алгоритма (пакет GA в программе R):
 - зададим количество хромосом начальной популяции, которая сформируется программой R с помощью нормального вероятностного распределения;
 - применим операторы скрещивания и мутаций;
 - для каждой хромосомы вычислим функции приспособленности;
 - в репродукционный пул отберем хромосомы с наибольшими значениями функции приспособленности;
 - повторим цикл до выполнения условия остановки (исчерпание отпущенных на эволюцию числа поколений).

Для этого зададим следующие характеристики генетического алгоритма.

Характеристики применяемого генетического алгоритма

Характеристика генетического алгоритма	Значение
Функция приспособленности	Доходность портфеля/ES портфеля
Тип хромосомы	Вектор весов отбираемых в портфель акций с возможными значениями координат от -1 до 1 (разрешены короткие продажи)
Тип данных	Действительные числа
Количество поколений	100
Логический аргумент оценки функции приспособленности	Параллельный (эволюционная сеть)
Вероятность скрещивания	0,6
Оператор селекции	Метод рулетки
Оператор скрещивания	Одноточечный
Вероятность мутации	0,4
Размер популяции	50

На графике 4 на примере отчетной даты 14.05.2012 показан процесс эволюции, который применяется для определения весов с помощью генетического алгоритма.

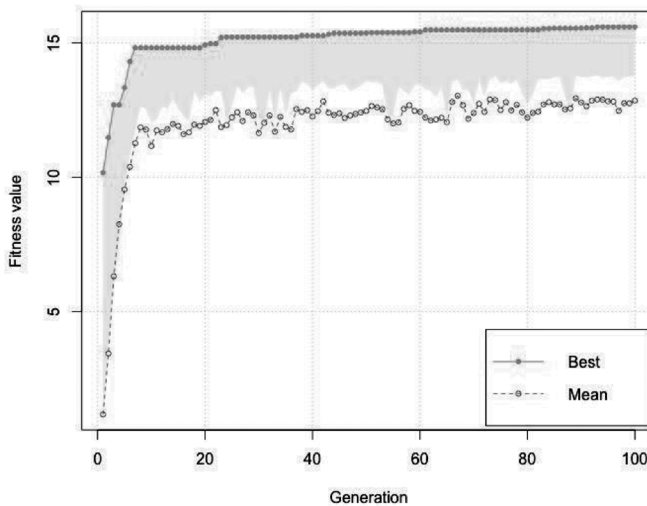


График 4. Процесс эволюции на дату 14.05.2012

Источник: по расчетам автора в программе R.

На оси абсцисс отложено количество используемых поколений (generation), а на оси ординат — значение fitness value (функции приспособленности). Нижняя кривая показывает среднее значение fitness value в каждом поколении, а верхняя кривая отображает наилучшее значение функции приспособленности для поколений. По графику видно, что наибольшее изменение значения функции приспособленности происходило до 16-го поколения, а после, в ходе эволюции, не удалось значимо улучшить величину рассматриваемой целевой функции;

- 3) рассчитываем доходность портфеля на дату как сумму произведения доходности каждой отобранной акции на ее вес.

Стратегия № 3. В третьей стратегии вместо потенциальной доходности используем ее альтернативу — индекс приоритета. Нам нужно определить акции, обладающие высоким потенциалом роста курса, т.е. являющиеся на момент t недооцененными рынком. В этом случае большую значимость представляет анализ мультипликаторов.

В данной работе рассмотрим следующие финансовые коэффициенты:

- «капитализация компании / прибыль за период 12 месяцев» — P/E (Price/Earnings);
- «стоимость компании / прибыль до налогов, процентов и амортизации» — EV/EBITDA (Enterprise Value / Earnings before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization);
- «рыночная стоимость акции / величина денежного потока от основной деятельности за отчетный год» — P/CF (Price/Cash Flow Ratio).

Отбор акций в портфель будем производить в соответствии с критерием приоритета PI (Priority Index), рассчитываемым по следующей формуле:

$$PI_i = \sum_{j=1}^3 S_{ij},$$

где S_{ij} — балл, который присваивается i -ой акции по j -му мультипликатору.

Балл будем вычислять исходя из нормированного значения j -го мультипликатора i -й акции относительно среднеотраслевого мультипликатора. При меньшем значении балла акция будет считаться более недооцененной и обладать большим потенциалом роста. Таким образом, формула расчета баллов выглядит так:

$$S_{ij} = \frac{X_{ij} - Avg_j}{Avg_j},$$

где X_{ij} — значение j -го мультипликатора i -й акции,

Avg_j — среднее значение j -го мультипликатора среди всех акций на дату:

$$Avg_j = \frac{X_{ij}}{n},$$

где n — число акций ($=30$).

Как и в предыдущем пункте, веса отобранных акций можно найти, используя генетический алгоритм.

В таком случае алгоритм формирования третьей стратегии выглядит следующим образом:

- 1) отбираем в портфель 10 акций, у которых значение индекса приоритета PI наименьшее;
- 2) находим веса выбранных акций с использованием эволюционного процесса генетического алгоритма:
 - применяя нормальное вероятностное распределение, зададим количество хромосом у начальной популяции, формирующейся программой R;
 - используем операторы скрещивания и мутаций (вероятность скрещивания = 0,6. Вероятность мутации = 0,4);
 - рассчитаем функцию приспособленности для каждой хромосомы как отношение «доходность портфеля/ES портфеля»;
 - в репродукционный пул выберем хромосомы с наибольшим значением функции приспособленности;
 - цикл будем повторять до выполнения условия остановки (исчерпание числа поколений, отпущенных на эволюцию).
- 3) вычислим доходность сформированного портфеля как сумму произведения весов и доходности на каждую дату.

Характеристики генетического алгоритма изложены в табл. 5.

Стратегия № 4. Протестируем, насколько будут отличаться результаты равновзвешенной стратегии и метода ранжирования, предложенного Малкиелом Буртоном и Джуном Дереклом.

Алгоритм построения стратегии № 4:

- 1) на основании индекса приоритета отберем 10 акций из 30;
- 2) присвоим веса по формуле:

$$w_i^{Rank} = \left(Rank_i - \frac{\sum_{i=1}^n Rank_i}{n} \right) \cdot \Delta + \frac{1}{n}.$$

$Rank_i$ — ранг, который присваивается i -й акции при ранжировании акций по критерию приоритета. $Rank = 1$ означает, что у акции наибольшая величина индекса приоритета, 2 — меньше, чем

первая, ...10 — самая маленькая величина PI у акции. Данный подход позволяет присваивать больший вес акциям с меньшим значением PI, т.е. тем, которые имеют наибольший потенциал роста цены акции.

Δ — чувствительность к отклонению весов акций друг от друга. Автором было рассмотрено пять портфелей четвертой стратегии (Δ пробегала значения от 0 до 1% с шагом 0,2%), наилучшим из которых по критерию «накопленная доходность» стал портфель с $\Delta = 1\%$;

- 3) вычислим доходность сформированного портфеля на каждую отчетную дату.

Стратегия № 5. Проверим, как изменится результат, если вместо критерия приоритета отберем акции в соответствии с отношением «потенциальная доходность/ожидаемые потери».

Алгоритм построения стратегии № 5:

- 1) выберем 10 акций из 30 по отношению «потенциальная доходность/ожидаемые потери»;
- 2) присвоим веса по формуле:

$$w_i^{Rank} = \left(Rank_i - \frac{\sum_{i=1}^n Rank_i}{n} \right) \cdot \Delta + \frac{1}{n}$$

$Rank_i$ — ранг, который присваивается i -й акции при ранжировании акций по критерию «потенциальная доходность/ожидаемые потери». $Rank = 1$ означает, что акция имеет минимальное отношение «потенциальная доходность/ожидаемые потери», 2 — больше, чем первое, ...10 — максимальная величина отношения «потенциальная доходность/ожидаемые потери» у акции. Данный способ позволяет присваивать больший вес акциям с большим значением отношения «потенциальная доходность/ожидаемые потери», т.е. имеющим наивысший потенциал роста цены акции. Будем использовать значение $\Delta = 1\%$;

- 3) подсчитаем доходность составленного портфеля на каждую отчетную дату.

Результаты исследования

Оценим эффективность рассматриваемых стратегий с помощью программы R.

За безрисковую ставку возьмем доходность двухлетней облигации правительства США¹: $r_f = 0,58\%$.

¹ <http://www.Bloomberg.com/markets/rates-bonds/government-bonds/us/>

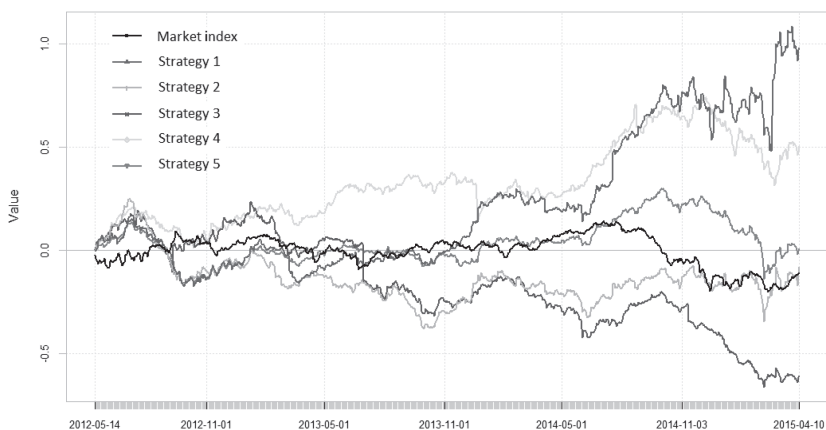


График 5. Накопленная доходность рыночного индекса и разработанных стратегий

Источник: построено в программе R по расчетам автора.

График 5 демонстрирует накопленную доходность пяти описанных в предыдущем параграфе стратегий. Как можно заметить, первая стратегия оказалась наиболее доходной (98,01%).

Накопленная доходность рыночного индекса составила $-10,85\%$ (черная линия). Годовая доходность рыночного индекса составила $-3,67\%$. Важно, что три стратегии (№ 1, № 4, № 5) даже с учетом отрицательной рыночной динамики показали высокую положительную доходность.

В табл. 6 показана результативность рыночного индекса и всех пяти стратегий. Оценка эффективности проведена на основе указанных в таблице показателей.

Таблица 6

Результативность рассмотренных стратегий

Показатель	Рыночный индекс	Стратегия № 1	Стратегия № 2	Стратегия № 3	Стратегия № 4	Стратегия № 5
Накопленная за период доходность	$-10,85\%$	98,01 %	$-8,16\%$	$-60,82\%$	50,35%	0,05%
Максимальная просадка	29,87%	28,09%	50,39%	72,69%	24,59%	33,74%
Накопленная доходность/ максимальная просадка	$-0,1228$	3,4891	$-0,1619$	$-0,8367$	2,0476	0,0015

Показатель	Рыночный индекс	Стратегия № 1	Стратегия № 2	Стратегия № 3	Стратегия № 4	Стратегия № 5
Годовая доходность	−3,67%	24,91%	−2,73%	−26,29%	14,20%	0,16%
Ожидаемые потери (ES)	−0,0212	−0,0322	−0,0352	−0,0426	−0,0253	−0,0228
<i>VaR</i>	−0,0145	−0,0199	−0,0249	−0,0258	−0,0151	−0,0160
Средне-квадратическое отклонение	0,0091	0,0163	0,0161	0,0185	0,0107	0,0101
Сколько процентов времени сформированный портфель обыгрывает рыночный индекс	–	54,52%	50,64%	46,51%	54,78%	50,39%

Источник: расчеты автора.

У стратегии № 1 годовая доходность составила 24,91%. Стратегия № 4 обеспечила инвестору 50,35% накопленной доходности (14,2% в годовом выражении). Максимальная просадка стратегии № 1 составила 29,87%, она вычисляется как разница между наибольшим и наименьшим значениями доходности портфеля за рассматриваемый период. Помимо этого, у стратегии № 1 наблюдается самое высокое значение показателя «Накопленная доходность/максимальная просадка» = 3,48, которое показывает, сколько накопленной доходности приходится на единицу риска.

Ожидаемые потери ES первой стратегии равны −0,0322, т.е. потери портфеля в среднем составят 3,22% в 5% наихудших случаев. Стратегия № 5 обладает самым низким значением этого показателя, равным 2,28%.

VaR (исторический) для первой стратегии равен −0,0199. Это означает, что потери не превысят 1,99% с вероятностью 95%.

Портфель, который составлен на основании 4-й стратегии, обыгрывает индекс 54,78% времени, на основании 1-й стратегии — 54,52%.

Стратегии № 2 и № 3, которые основаны на генетическом алгоритме оптимизации весов портфеля, показали наихудшие результаты. У стратегии № 2 накопленная доходность составила −8,16%, а у стратегии № 3 −60,82%. Стратегия № 3 имеет наибольшую величину максимальной просадки среди всех стратегий 72,69%, а также максимальный показатель ожидаемых потерь — 4,26%. Для объяснения данной результативности стратегий, основанных на генетическом алгоритме,

можно привести следующее утверждение: 100 поколений является недостаточным количеством для нахождения решения, которое было бы близко к оптимальному. Вполне вероятно, что задание большего значения критерия остановки по числу поколений могло бы дать более высокую доходность и опережение рыночного индикатора, поскольку функция приспособленности в процессе эволюции смогла бы достичь более высокого значения. Одной из проблем задания более высокого числа вышеперечисленных параметров генетического алгоритма является продолжительность выполнения расчетов программой R на персональном двухъядерном компьютере. Например, расчеты программой R лишь одной стратегии, основанной на генетическом алгоритме с числом поколений 100 заняли более 30 часов¹. Но даже при условии большего количества поколений доходность портфеля могла не превысить доходности стратегии № 1.

В связи с этим можно сделать вывод о том, что максимальную доходность обеспечивает оптимизация портфеля по критерию «потенциальная доходность/риск» и капитализации. Высокую эффективность также продемонстрировал портфель, который был сформирован по стратегии № 4, основанной на индексе приоритета и методе ранжирования. Важно отметить, что и в этих двух способах оптимизации портфеля отличие в уровне риска незначительное. Поэтому можно сделать вывод о том, что стратегия № 1, при которой акции выбираются на основании отношения «потенциальная доходность/риск», а веса присваиваются пропорционально капитализации компаний-эмитентов, является самой эффективной для создания инвестиционного портфеля.

Заключение

Анализ существующих методик оптимизации портфеля, их достоинств и недостатков позволил выявить наиболее эффективные среди них.

В представленном исследовании были разработаны и протестированы пять инвестиционных стратегий, базирующихся на комплексном анализе. Первая основывалась на авторской процедуре отбора акций в портфель — критерии «потенциальная доходность/ожидаемые потери», согласно которому отбирались 10 акций из 30, а веса присваивались пропорционально капитализации эмитентов. В качестве меры риска был взят показатель ожидаемых потерь, рассчитанный историческим методом, а потенциальная доходность базировалась на целе-

¹ Вычисления производились в программе R на персональном компьютере MSI ms-1356 с процессором AMD E2-1800, 1,70 GHz.

вой цене, рассчитанной как усредненный прогноз аналитиков банков. Вторая стратегия представляла собой отбор акций по критерию «потенциальная доходность/риск», но веса оптимизировались генетическим алгоритмом. В третьей стратегии, в отличие от предыдущей, 10 активов выбирались на основании критерия приоритета. Четвертая и пятая стратегии позволяли отбирать акции в портфель по индексу приоритета и отношению «потенциальная доходность/ожидаемые потери» соответственно, а веса присваивались исходя из метода ранжирования. Был проведен сравнительный анализ результативности пяти стратегий, в ходе которого первая стратегия построения инвестиционного портфеля оказалась наиболее эффективной. Так, из высоколиквидных акций 30 компаний нефтегазового сектора на основе бек-тестирования были сформированы пять портфелей, и для каждого из них были рассчитаны показатели эффективности.

В дальнейшем планируется расширить исследование за счет разработки прогнозной модели цен входящих в портфель активов. Кроме того, предполагается увеличить выборку путем включения данных мирового финансового кризиса 2007–2008 гг.

Список литературы

1. *Drew M. E., Naughton, T. and Veeraraghavan M.* Firm Size, Book-to-Market Equity and Security Returns: Evidence from the Shanghai Stock Exchange // Australian Journal of Management. — 2003. — 28. — P. 119–140.
2. *Eling M. and F. Schuhmacher.* Does the Choice of Performance Measure Influence the Evaluation of Hedge Funds? // Journal of Banking & Finance. — 2007. — P. 2632–2647.
3. *Fama E. F. and K. R. French.* The cross-section of expected stock returns // The Journal of Finance. — 1992. — 47(2). — P. 427–465.
4. *Fitcher D. P.* Application of Genetic Algorithms in Portfolio Optimization for the Oil and Gas Industry // Merak Project Inc. 2000. Society for Petroleum Engineers (SPE).
5. *Board J., Sutcliffe Ch.* Risk and Income Tradeoffs in Regional Policy: a Portfolio Theoretic Approach // Journal of Regional Science. — May 1991.
6. *Mulvey J. M. and Vladimirov H.* Stochastic Network Programming for Financial Planning Problems // Management Science. — 1992. — November 1.
7. *Mulvey J. M.* An Asset-Liability Investment System // Interfaces. — 1994. — 24. — P. 22–33.
8. *Hiller R. S., Eckstein J.* Stochastic dedication: Designing fixed income portfolios using massively parallel Benders' decomposition // Management Science. — 1993. — 39(11). — P. 1422–1438.
9. *Huang C.-F., Chang B., Cheng D.-W.* Feature Selection and Parameter Optimization of a Fuzzy-based Stock Selection Model Using Genetic Algorithms // International Journal of Fuzzy Systems. — 2012. — Vol. 14. — No. 1. — P. 65–76.

10. *Garkaz M.* The selection and optimization of stock portfolio using genetic algorithm based on mean-semi variance model // International Conference on economics and Finance Reaserch, IPEDR, LACSIT Press, 2011. P. 379–381.
11. *Glover F. and Jones K. A* Stochastic Generalized Network Model and Large Scale Mean-Variance Algorithm for Portfolio Selection // Journal of Information and Optimization Sciences. — 1988. — Vol. 9. — № 3. — P. 299–316.
12. *Gregoriou, G. N., and Gueyie J.-P.* Risk-Adjusted Performance of Funds of Hedge Funds Using a Modified Sharpe Ratio // Journal of Wealth Management. — 2006. — 6. — P. 77–83.
13. *Keim D. B. and Ziemba W. T.* Security Market Imperfections in World Wide Equity Markets// Cambridge University Press, 2000.
14. *Konno H. and Kobayashi H.* An integrated stock-bond portfolio optimization model // Journal of Economic Dynamics and Control. — 1997. — Vol. 21. — P. 1227–1244.
15. *Lazo J. G., Maria, M., Vellasco, R, Auelio, M. and C. Pacheco.* A hybrid Genetic-Neural System for portfolio Selection and Management // Proceeding Sixth International Conference in Engineering Application of Neural Networks, 2000.
16. *Lam K. S.* The relationship between size, book-to-market equity ratio, earnings price ratio, and return for the Hong Kong stock market // Global Finance Journal. — 2002. — 13. — P. 63–179.
17. *Lin C-M., Gen M.* An effective Decision-based Genetic in Multi-objective Portfolio Optimization Problem // Applied Mathematical Sciences. — 2007. — 1(5). — P. 201–210.
18. *Nigel Meade and Gerald R. Salkin.* Developing and Maintaining an Equity Index Fund // Journal of the Operational Research Society. — July 1990. — Vol. 41. — Issue 7. — P. 599–607.
19. *Markowitz H.* Portfolio Selection // The Journal of Finance. — 1952. — Vol. 7. — No. 1. — P. 77–91.
20. *Rudolf J. Freund.* The Introduction of Risk into a Programming Model // Econometrica. — 1956. — Vol. 24. — No. 3. — P. 253–263.
21. *Pereira R.* Genetic Algorithm Optimization for Finance and Investments // MPRA Paper. 2000. 8610. University Library of Munich.
22. *Petridis V., Kazardis S., Bakirtzis A.* Varying Fitness Functions in Genetic Algorithm Constrained Optimization: The Cutting Stock and Unit Commitment Problems // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B. — 1998. — 28(5). — P. 629–640.
23. *Sefiane S., Benbouziane M.* Portfolio Selection Using Genetic Algorithm // Journal of Applied Finance & Banking. — 2012. — Vol. 2. — No. 4. — P. 143–154.
24. *Sinha P., Chandwani A., Sinha T.* Algorithm of construction of Optimum Portfolio of stocks using Genetic Algorithm // University of Delhi, 2013.
25. *Stavros A. Zenios and Pan Kang.* Mean-absolute deviation portfolio optimization for mortgage-backed securities // Annals of Operations Research. — December 1993. — Vol. 45. — Issue 1. — P. 433–450.
26. *Rudolf M. and Zimmermann H.* An Algorithm for International Portfolio Selection and Optimal Currency Hedging, in J. Mulvey and W. Ziemba (Eds.) // Worldwide Asset and Liability Modelling (Cambridge: Cambridge University Press). — 1998. — P. 315–340.

27. *Vassiadou-Zeniou C. and Zenios S. A.* Robust optimization models for managing portfolios// European Journal of Operational Research, 1995.
28. *Wei-Guo Zhang, Wei CHEN, and Ying-Luo Wang.* The Adaptive Genetic Algorithms for Portfolio Selection Problem // IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security. — 2006. — Vol. 6. — No. 1. — P. 196–200.
29. *Wong K. A., Tan R.S.K. & Liu W.* The cross-section of stock returns on the Shanghai Stock Exchange // Quantitative Finance and Accounting. — 2006. — 26. — P. 23–39.