

Annotation

Книга известного американского математика, популяризатора науки Мориса Клайна ярко и увлекательно рассказывает о роли математики в сложном многовековом процессе познания человеком окружающего мира, ее месте и значении в физических науках. Имя автора хорошо знакомо советским читателям: его книга «Математика. Утрата определенности» (М.: Мир, 1984) пользуется заслуженным успехом в нашей стране.

Предназначена для читателей, интересующихся историей и методологией науки.

- [Предисловие редакторов перевода](#)
- [Вступление](#)
- [Историческая ретроспектива: существует ли внешний мир?](#)
- [I](#)
- [II](#)
- [III](#)
- [IV](#)
- [V](#)
- [VI](#)
- [VII](#)
- [VIII](#)
- [IX](#)
- [X](#)
- [XI](#)
- [XII](#)
- [XIII](#)
- [Литература](#)
- [Цитируемая литература](#)
- [notes](#)
 - [1](#)
 - [2](#)
 - [3](#)
 - [4](#)
 - [5](#)
 - [6](#)
 - [7](#)
 - [8](#)
 - [9](#)
 - [10](#)
 - [11](#)
 - [12](#)
 - [13](#)
 - [14](#)
 - [15](#)

- [16](#)
 - [Морис Клайн](#)
 -
-

Предисловие редакторов перевода

Автор настоящей книги, профессор математики Нью-Йоркского университета Морис Клайн, не нуждается в специальном представлении советскому читателю: четыре года назад в нашей стране была издана его книга «Математика. Утрата определенности» (М.: Мир, 1984). Как и у себя на родине, она вызвала у нас большой интерес, что во многом обусловлено литературным и педагогическим талантом автора, его эрудицией, широтой и несомненной важностью рассматриваемых в книге вопросов, касающихся философии математики в контексте ее исторического развития.

Все эти достоинства в равной мере присущи и второй издаваемой на русском языке книге М. Клайна «Математика. Поиск истины». Как и предыдущая книга, она отличается откровенной полемичностью, проблемной заостренностью. Такая манера повествования может вызвать у иного читателя чувство замешательства и даже протеста. Но именно к этому и стремится автор: его задача состоит в том, чтобы побудить читателя к самостоятельным размышлениям, а не снабжать готовыми ответами на возникающие вопросы. Здесь, пожалуй, было бы уместно привести критерий ценности книги, предложенный известным американским социологом О. Тоффлером, согласно которому о достоинствах книги лучше всего судить по тому, в какой степени она порождает у читателя хорошие вопросы, т.е. насколько стимулирует творческую активность читателя, побуждает его к конструктивному диалогу по существу тех или иных проблем. Думается, что с подобных позиций и подойдет к оценке книги М. Клайна заинтересованный читатель, взявший на себя труд внимательно ознакомиться с ней.

Такого рода фразами обычно и завершаются предисловия. Однако нам бы не хотелось, чтобы читатель воспринял ее просто как некий литературный штамп, уныло кочующий из одного книжного предисловия в другое, и посему мы сочли целесообразным добавить к сказанному ряд замечаний. Дело в том, что, воспринимая содержание книги Клайна фрагментарно, по главам, читатель может впасть в заблуждение относительно подлинных целей ее автора. А эта цель заключается в том, чтобы продемонстрировать, как математика реально действует в качестве исторически развивающегося метода научного познания, определить ее роль в общей системе человеческой культуры. Автор показывает, что математика как метод познания физического мира обладает исключительной мощью и эффективностью, причем эта эффективность столь высока, что вызывает удивление у всякого, кто хоть однажды попытался найти ей какое-то разумное объяснение.

Удивительная, или, как острее выразился Юджин Вигнер, «непостижимая эффективность математики в естественных науках», — вот, собственно, главный вопрос, на котором сосредоточено внимание М. Клайна. И дать однозначный ответ на этот вопрос — очень непростая задача. Общих философских утверждений о том, что существует объективная реальность, а также «приблизительно верно и активно» отражающее ее человеческое сознание, общих рассуждений о диалектике познания и практике, об относительной и абсолютной истинах и т.д. оказывается недостаточно для того, чтобы дать удовлетворительный ответ на вопрос о причинах «непостижимой эффективности» математики. Говоря об удовлетворительном ответе, мы в данном случае имеем в виду тот «социальный заказ», который в настоящее время ставят перед исследованиями в области философских проблем естествознания (в частности, философских проблем физики и

математики) практика современного научного познания, прежде всего современные широкомасштабные комплексные исследования междисциплинарного характера. К числу таковых относятся, например, задачи глобального моделирования (с помощью ЭВМ) экологических систем. В рамках этих исследований возрос об эффективности математики приобретает особую остроту, поскольку здесь эта наука призвана выступать в качестве одного из основных объединяющих начал научно-познавательной деятельности крупных коллективов ученых, представителей разных дисциплин, в том числе и таких, которые традиционно принято считать чуждыми математике. Поэтому в настоящее время проблема понимания эффективности математики как метода познания представляет собой не только чисто академический интерес. Но, повторяем, удовлетворительного ответа на те вопросы, которые возникают в связи с этой проблемой, мы пока не имеем. Не претендует на такой ответ и М. Клайн в своей книге «Математика. Поиск истины». Математика для него — это не просто созданное человеком мощное орудие познания, а средство, которое позволяет нам осуществлять надежный контакт с внешней объективной реальностью, в огромной степени расширяя пределы информационных каналов, непосредственно связанных с нашими органами чувств.

Подобный взгляд на математику вполне созвучен с подходом материалистической диалектики. Сказанное, разумеется, не означает, что мы полностью разделяем все утверждения и оценки Клайна, даже с учетом их откровенной полемичности. Понимая и принимая полемическую заостренность как приглашение к разговору, мы все же не можем согласиться с автором, когда он — пусть даже ради остроты полемики — до такой степени превозносит роль математики в физике, что практически все творцы естествознания, начиная с классического периода, эпохи Галилея, и кончая современностью, превращаются у него из физиков и естествоиспытателей в чистых математиков. Вряд ли мы окажем добрую услугу математике, если будем безмерно возвышать ее за счет других научных дисциплин или методов. Здесь мы, конечно, в первую очередь имеем в виду эксперимент, функциональный «симбиоз» которого с математикой в системе научного познания и обеспечил в конечном счете наблюдаемый ныне удивительный прогресс в развитии физики.

И еще. Излагая историю становления и развития математической мысли, автор показывает важную роль религиозных взглядов и духовных исканий ученых в процессе поиска картины мироздания. Еще недавно в нашей литературе, особенно научно-популярной, эта роль рассматривалась преимущественно в негативном плане, что было по сути нарушением диалектико-материалистического принципа историзма в анализе таких сложных явлений культуры, — как наука и религия. Критическое отношение к религиозному мировоззрению ни в коем случае не должно сводиться к его бездумному, нигилистическому отрицанию. Религиозные искания в ряде случаев служили важным стимулирующим фактором научных поисков. Но это не означает, однако, что религия была катализатором научного прогресса. Скорее наоборот — присущие ей авторитаризм и догматическое мышление выступали его тормозом. Короче говоря, отношения науки и религии на протяжении веков были весьма сложными и противоречивыми и вряд ли могут быть правильно осмыслены в прокрустовом ложе черно-белой логики.

В заключение хотелось бы еще раз подчеркнуть, что полемичность, проблемность книги Мориса Клайна делает ее очень полезной именно в наши дни, когда настоятельно, требуется учиться мыслить по-новому: творчески, непредвзято, нестандартно. Поэтому прежде всего хотелось бы порекомендовать эту книгу нашей научной молодежи. Мы

надеемся, что новая работа Мориса Клайна привлечет внимание читателей различных профессий: физиков, математиков, философов, историков науки и всех, кто интересуется ролью математики в процессе познания окружающего мира и в развитии общей культуры человеческого общества.

Читатель, желающий глубже познакомиться с рассматриваемыми в книге вопросами, может обратиться к работам, указанным в списке литературы, представленном в конце книги. Авторский список по вполне понятным причинам ориентирован на англоязычного читателя, хотя некоторые из перечисленных там книг имеются в русском переводе (они соответственно указаны). Список «Цитируемая литература», составленный переводчиком, включает источники, ссылки на которые имеются в тексте (в английском оригинале книги подобные ссылки отсутствуют). Кроме того, мы сочли целесообразным дополнить авторский список рядом работ, преимущественно отечественных авторов, которые названы ниже.

В.И. Аршинов

Ю.В. Сачков

Закономерности развития современной математики. Методологические аспекты. Сб. статей. — М.: Наука, 1987.

Рузавин Г.И. *Философские проблемы оснований математики*. — М.: Наука, 1983.

Панов М.И. *Методологические проблемы интуиционистской математики*. — М.: Наука, 1984.

Манин Ю.И. *Математика и физика*. — М.: Знание, 1979.

Моисеев Н.Н. *Математика ставит эксперимент*. — М.: Наука, 1979.

Реньи А. *Трилогия о математике*. — М.: Мир, 1980.

Методологические проблемы математики. — Новосибирск: Наука (Сибирское отд.), 1979. В этом сборнике читатель найдет также обширную библиографию по методологическим и философским проблемам математики.

Вступление

Как мы познаем окружающий нас реальный мир? Всем нам приходится полагаться на свидетельства наших органов чувств — слуха, зрения, осязания, вкуса, обоняния, — когда мы решаем повседневные проблемы или получаем от чего-то удовольствие. Чувственные восприятия многое говорят нам о реальном мире, но в основном наши органы чувств слишком грубы. Декарт (быть может, с излишней резкостью) назвал ощущения обманом наших чувств. Правда, такие приборы и инструменты для научных исследований, как, например, телескоп, существенно расширяют границы доступного нашему чувственному восприятию, но лишь в определенных пределах.

Многие явления окружающего нас реального мира вообще скрыты от наших органов чувств. Они ничего не говорят нам, о том, что Земля вращается вокруг своей оси и обращается вокруг Солнца. Они умалчивают о природе силы, удерживающей планеты на их орбитах, об электромагнитных волнах, позволяющих нам принимать радио- и телепередачи за сотни и тысячи километров от передающей станции.

Эта книга повествует в основном не о том, что можно было бы назвать «земными» приложениями математики, например о точном определении высоты 50-этажного дома. Читатель сможет почерпнуть кое-какие сведения об ограниченных возможностях наших органов чувств, но главное внимание здесь уделено описанию того, что мы узнаем о реальностях окружающего мира посредством *одной лишь* математики. Не вдаваясь в изложение идей и методов самой математики, я постараюсь рассказать о том, какие черты основных явлений современного мира мы постигаем с ее помощью. Разумеется, опыт и экспериментирование играют определенную роль в нашем исследовании природы, но, как станет ясно из дальнейшего, во многих областях знания их вклад незначителен.

В XVII в. Блез Паскаль горько сетовал на беспомощность человека. Ныне созданное нашими усилиями всемогущее оружие — математика — позволяет познавать многое в окружающем нас реальном мире и овладевать им. В 1900 г., обращаясь к участникам II Международного конгресса математиков, один из величайших представителей современной математической науки Давид Гильберт заявил: «Математика — основа всего точного естествознания» ([1], с. 69). С полным основанием можно добавить, что только математика позволила получить то знание о разнообразных жизненно важных явлениях, которыми мы ныне располагаем. Многие науки по существу представляют собой свод математических теорий, скупо приправленных физическими фактами.

Вопреки впечатлению, которое обычно складывается у тех, кому довелось прослушать курс математики в стенах учебного заведения, математика — это не просто набор более или менее хитроумных приемов для решения задач. Математика открывает нам немало такого, о чем мы не знали и даже не подозревали, хотя речь идет о явлениях весьма существенных, и нередко ее выводы противоречат нашему чувственному восприятию. Математика — суть нашего знания о реальном мире. Она не только выходит за пределы чувственного восприятия, но и оказывает на него воздействие.

Я глубоко признателен сотрудникам издательства «Оксфорд юниверсити пресс» за тщательную работу над книгой. Хочу также поблагодарить мою жену Элен и мисс Мэрилин Маневитц, внимательно вычитавших и перепечатавших рукопись этой книги.

М. Клайн.

Бруклин, Нью-Йорк, март 1985 г.

Историческая ретроспектива: существует ли внешний мир?

Философ — это тот, кто знает нечто о том, что никто другой не знает так хорошо.

Декарт

Нет такой нелепости, которую бы не изрекли философы.

Цицерон

Да разве вся философия не похожа на записку, сделанную медом? На первый взгляд она выглядит великолепно. Но стоит взглянуть еще раз — и от нее остается только липкое пятно.

Эйнштейн

Существует ли реальный физический мир независимо от человека? Существуют ли горы, деревья, суша, море и небо независимо от того, есть ли люди, способные воспринимать все эти объекты? Такой вопрос кажется нелепым: разумеется, существуют. Разве мы не наблюдаем окружающий мир постоянно? Разве наши органы чувств не рожают у нас непрерывно ощущения, подтверждающие существование внешнего мира? Но люди мыслящие полагают не лишним подвергнуть сомнению очевидное, даже если это сомнение разрешается еще одним подтверждением.

Обратимся прежде всего к «любомудрам», или любителям мудрости, — философам, которые на протяжении веков размышляли над различными проблемами, связанными с человеком и окружающим его миром (правда, подобно всем любящим без взаимности, философам нередко случалось быть «отвергнутыми»). Многие из величайших философов размышляли и о внешнем мире. Одни отрицали, другие допускали его существование, но испытывали серьезные сомнения относительно того, сколь глубоко мы можем познать этот мир и насколько надежно наше знание. Хотя Бертран Рассел, сам выдающийся философ, заявил в своей книге «Наше знание внешнего мира», что «философия с древнейших времен претендовала на большее, а достигла меньшего, чем любая другая область знания», полезно все же познакомиться с тем, что говорили по этому поводу хотя бы некоторые из философов. Нас будут интересовать в основном мнения тех, кто всерьез ставил под сомнение способность человека постичь окружающий мир.

Первым из древнегреческих философов, размышлявших над проблемой познания внешнего мира, был Гераклит Эфесский, живший в конце VI — начале V в. до н.э. Гераклит не отрицал существования внешнего мира, но утверждал, что все в этом мире непрерывно изменяется. Гераклит учил, что «невозможно дважды вступить в один и тот же поток»,

поэтому, какие бы факты мы ни собрали об окружающем нас мире, они уже в следующий миг не имеют к нему ни малейшего отношения.

Эпикур (341-270 до н. э) в отличие от Гераклита считал, что наши ощущения указывают безошибочный путь к постижению истины, и усматривал в этом фундаментальный принцип. По мнению Эпикура, именно ощущения говорят нам о том, что материя существует, что происходит движение и что реальность в конечном счете сводится к телам, состоящим из существующих в пустоте атомов. Что же касается самих атомов, то они вечны и не подвержены разрушению. Атомы неделимы и неизменны.

Интересовался проблемой внешнего мира и Платон (427-347 до н.э.), самый влиятельный философ античного периода. Платон допускал существование внешнего мира, но полагал, что мир, воспринимаемый нашими чувствами, пестр, многообразен, непрерывно меняется и ненадежен. Истинный же мир — мир идей — неизменен и непреходящ. Однако мир идей доступен не чувствам, а только разуму. Наблюдения бесполезны. В диалоге «Государство» Платон со всей определенностью утверждает, что реальное, скрывающееся за видимостью вещей, выражающее их внутреннюю сущность, есть математическое; понять реальное — значит обнажить его, отделив от видимости, а не облечь в видимость. Подчеркивая значение математики, Платон считал ее составной частью общей системы абстрактных, нематериальных, идеальных *идей*. Именно идеи выражают образцы совершенства, к которому стремится все на свете — и материальное, и этическое, и эстетическое. В диалоге «Государство» Платон говорит:

Глядит ли кто, разинув рот, вверх или же, прищурившись, вниз, когда пытается с помощью ощущений что-либо распознать, все равно, утверждаю я, он никогда этого не постигнет, потому что для подобного рода вещей не существует познания и человек при этом смотрит не вверх, а вниз, хотя бы он и лежал навзничь на земле или умел плавать на спине в море.

([2], с. 340.)

Плутарх в «Жизни Марцелла» сообщает, что знаменитые современники Платона Евдокс и Архит прибегали к физическим аргументам при «доказательстве» математических результатов. Платон с негодованием отвергал такого рода доказательства как подрывающие самые основы геометрии, ибо вместо чистого рассуждения они апеллируют к фактам чувственного опыта.

Отношение Платона к знанию, представляющее для нас особый интерес, наиболее наглядно проявляется в его отношении к астрономии. По его утверждению, эта наука занимается не изучением движения наблюдаемых небесных тел. Расположение звезд на небе и их видимые движения — зрелище захватывающее, но далеко не одни лишь наблюдения и объяснения движений составляют предмет истинной астрономии. Прежде чем достичь таковой, необходимо «то, что на небе, оставить в стороне», ибо истинная астрономия занимается изучением законов движения звезд по математическому небу, несовершенным изображением которого является видимое небо. В диалоге «Государство» Платон устами Сократа так говорит о предмете изучения истинной астрономии:

Эти узоры на небе, украшающие область видимого, надо признать самыми прекрасными и совершенными из подобного рода вещей, но все же они сильно

уступают вещам истинным с их перемещениями относительно друг друга, происходящими с подлинной быстротой и медленностью, в истинном количестве и всевозможных истинных формах...

Значит, небесным узором надо пользоваться как пособием для изучения подлинного бытия, подобно тому, как если бы нам подвернулись чертежи Дедала или какого-нибудь иного мастера или художника, отлично и старательно вычерченные. Кто сведущ в геометрии, тот, взглянув на них, нашел бы прекрасным их выполнение, но было бы смешно их всерьез рассматривать как источник истинного познания равенства, удвоения или каких-либо отношений.

...Значит, мы будем изучать астрономию так же, как геометрию, с применением общих положений, а то, что на небе, оставим в стороне, раз мы действительно хотим освоить астрономию.

([2], с. 340-341.)

Такая концепция астрономии совершенно неприемлема для современного ума, и ученые без колебаний обвинили Платона в том, что, принизив значение чувственного опыта, он причинил ущерб развитию естествознания. Однако не следует упускать из виду, что подход Платона к астрономии во многом аналогичен методу, которому успешно следует геометр, занимающийся изучением не столько реальных объектов треугольной формы, сколько мысленных идеализаций треугольников. Во времена Платона наблюдательная астрономия практически достигла предела возможного, и Платон вправе был считать, что дальнейший прогресс астрономии требует глубокого осмысления собранных данных и их теоретического обобщения.

К сожалению, платоновская концепция абстрактных идеалов, на века замедлила развитие экспериментального естествознания. Ведь из нее следовало, что истинное знание приобретается только путем философского созерцания абстрактных идей, а не наблюдений случайных и несовершенных явлений реального мира.

Но были (и есть) философы, допускавшие существование реального внешнего мира, убежденные, что наши ощущения дают достаточно точное представление о нем. Аристотель в противоположность Платону не только утверждал существование мира, внешнего по отношению к человеку, но и считал, что наши представления о нем получаются путем абстрагирования из него идей, общих различным классам материальных объектов, которые мы воспринимаем как треугольники, сферы, листву и горы. Аристотель подверг критике потусторонний мир Платона и сведение естествознания к математике. Физик в буквальном смысле слова, Аристотель видел в материальных объектах первичную субстанцию и источник реальности. Физика и естествознание в целом должны заниматься изучением окружающего мира, извлекая в этом процессе истины о нем. Истинное знание по Аристотелю рождается из чувственного опыта с помощью интуиции и абстракции. Абстрактные идеи не существуют независимо от человеческого разума.

В поисках истины Аристотель прибег к так называемым универсалиям — общим качествам, абстрагированным от реальных вещей. По словам Аристотеля, «в науке о природе надо попытаться прежде всего определить то, что относится к началам. Естественный путь к этому ведет от более понятного и явного для нас к более явному и понятному по природе» ([3], с. 61). Взяв обычные чувственно воспринимаемые свойства вещей, Аристотель как бы

придал им самостоятельный статус, возвысив до идеальных понятий. В частности, согласно его взглядам, за Землей, пребывавшей в центре мира и содержащей всю воду, шла область, заполненная воздухом; еще выше, до самой Луны, простиралась область, заполненная субстанцией, которая называлась огнем, хотя в действительности представляла смесь огня и воздуха. Все эти субстанции, по Аристотелю, обязаны своим происхождением четырем началам; теплоту, холоду, сухости и влажности (см. гл. V и X). Начала комбинируются в пары шестью возможными способами, но две из шести комбинаций (теплого и холодного, сухого и влажного) несовместны по своей природе, а остальные четыре порождают четыре элемента. Земля — порождение холодного и сухого, вода — холодного и влажного, воздух — теплого и влажного, огонь — теплого и сухого. Элементы не вечны; материя же непрестанно переходит из одной формы в другую. В подлунном мире, простирающемся от Земли до Луны, постоянно происходит изменение, разложение, умирание и распад, о чем убедительно свидетельствуют метеорологические и геологические явления.

Хотя влияние древнегреческих мыслителей на последующее развитие естествознания неоспоримо, некоторые все же склонны недооценивать их взгляды. Действительно, несмотря на то что античная культура всячески подчеркивала значение математики, мир древнегреческих философов с полным основанием можно было бы назвать донаучным. Они не занимались сколько-нибудь серьезно экспериментированием и в целом оставались в стороне от того, что принято ныне понимать под миром науки.

В Средние века проблема внешнего мира отступила на задний план; помыслами всех философов безраздельно завладела теология. Лишь в эпоху Возрождения философы с возросшим интересом вновь обратились к реальному миру. В Западной Европе того времени зарождается современная философия и вместе с ней — интерес к естествознанию.

Основателем современной философии по праву считается Рене Декарт (1596-1650). Его «Рассуждение о методе, чтобы хорошо направлять свой разум и отыскивать истину в науках» (1637) с тремя приложениями («Диоптрика», «Метеоры» и «Геометрия») принадлежит к числу классических произведений. Хотя Декарт полагал, что его философские и естественнонаучные теории подрывают учение Аристотеля и схоластику, в глубине души он оставался схоластом и верным последователем аристотелевой традиции. Идя по стопам Аристотеля, Декарт черпал различные утверждения о природе сущего и реальности из собственного разума. Возможно, что именно поэтому его произведения оказывали на естествоиспытателей XVII в. несравненно большее влияние, чем исследования тех ученых, кто начал извлекать истину путем наблюдения и экспериментирования, т.е. обращаться к источникам, столь разительно отличавшимся от традиционных.

Признавая, что он сам может заблуждаться ничуть не менее других, Декарт все же сумел найти прочную основу для возведения здания истины. Он обнаружил единственный факт, не вызывавший у него сомнения, — положение *Cogito, ergo sum* («Мыслю, следовательно, существую»). Сознвая собственную конечность и несовершенство, Декарт заключил, что из самого ощущения ограниченности его возможностей с необходимостью следует бытие существа бесконечного и совершенного, с которым он, Декарт, мог бы себя соизмерять. Это существо, Бог, должно существовать, ибо без столь важного атрибута — бытия — оно не было бы совершенным. С точки зрения Декарта, вывод о существовании Бога более важен для естествознания, чем для теологии, ибо открывает возможность решения главной проблемы — существования объективного мира.

Поскольку все наше знание о мире, внешнем по отношению к нашему разуму, мы черпаем из чувственного опыта, возникает вопрос: не существует ли чего-нибудь помимо ощущений и не является ли объективная реальность иллюзией? На этот вопрос Декарт отвечает так: Бог, как существо совершенное, не способен на обман и не стал бы вселять в нас уверенность в существовании мира, если бы этот мир не был реальным.

Постичь объективную реальность мы можем прежде всего через такой ее физический атрибут, как протяженность. Он присущ самому понятию материи и невыводим из наших чувственных восприятий. Следовательно, никакое знание материального мира нельзя получить (по крайней мере непосредственно) на основании чувств. Декарт предложил также классификацию наблюдений материальных объектов, разделив качества последних на первичные и вторичные. Например, он считал, что такое качество, как цвет, вторично, ибо воспринимается одним из наших органов чувств, тогда как протяженность и движение — качества первичные.

Для Декарта весь физический мир представлял собой не что иное, как огромную машину, функционирующую по законам, открыть которые человеческий разум может, в частности, путем математических рассуждений. Экспериментирование Декарт как философ отвергал, хотя, выступая как естествоиспытатель, сам ставил опыты.

Непосредственным результатом прогресса знания, достигнутого в математике и естествознании, явилось положение, высказанное философом Томасом Гоббсом (1588-1679) в сочинении «Левиафан, или материя, форма и власть государства церковного и гражданского» (1651); суть его заключалась в том, что вне нас существует только материя в движении. Внешние тела оказывают давление на наши органы чувств и посредством чисто механических процессов вызывают ощущения в нашем мозгу. Все знание проистекает из этих ощущений, рождающих образы в нашем мозгу. Цепочка таких образов вызывает воспоминание о других образах, возникших ранее: например, образ яблока вызывает из памяти образ дерева. Мышление — это построение цепочек образов. В частности, телам и свойствам тел, запечатленным в образах, присваиваются имена, и мышление состоит в установлении связей между именами путем утверждений и в поиске соотношений, которые обязательно существуют между этими утверждениями.

В своем сочинении «Человеческая природа» (1650) Гоббс утверждает, что идеи являются образами или воспоминаниями о воспринятом ранее посредством чувств. Не существует врожденных идей или идеалов, равно как и универсалий или абстрактных идей. Треугольник есть не что иное, как идея (образ) всех ранее воспринятых треугольников. Всякая субстанция, порождающая идеи, материальна. Разум — также субстанция. Язык (например, язык естествознания и математики) состоит из одних лишь символов или имен воспринимаемых ощущений. Всякое знание — не более чем воспоминание, и разум оперирует словами, которые не более чем имена вещей. Истинность и ложность — атрибуты имен, но не вещей. То, что люди — живые существа, истинно, так как то, что называется человеком, называется также живым существом.

Знание возникает, когда мозг, организуя и упорядочивая утверждения о физических объектах, выявляет закономерности. Именно такие закономерности порождает занятие математикой. Следовательно, математическая деятельность мозга приводит к истинному знанию реального мира, и математическое знание *есть истина*. По существу реальность доступна нам только в форме математики.

Гоббс с таким упорством отстаивал исключительное право математики на истину, что

это вызвало возражение даже самих математиков. В письме к одному из самых выдающихся физиков своего времени Христиану Гюйгенсу математик Джон Валлис сообщал:

Наш Левиафан подвергает яростным нападкам и ниспровергает наши (да и не только наши) университеты и особенно священников, клир и всю религию, утверждая, будто христианский мир не достиг глубокого знания, которое не было бы ущербным и достойным осмеяния с точки зрения либо философии, либо религии, и люди не смогут якобы до конца постичь религию, если они не разбираются в философии, и философию, если не разбираются в математике.

То, что Гоббс всячески подчеркивал чисто физическое происхождение ощущений и ограниченные возможности мозга в процессе рассуждения, шокировало многих философов, привыкших видеть в головном мозге нечто большее, нежели массу механически действующей материи. Свое сочинение «Опыт о человеческом разуме» (1690) Джон Локк (1632-1704) начал с положения, близкого по духу Гоббсу, но явно противоречащего Декарту; он утверждал, что у человека нет врожденных идей — люди рождаются с разумом пустым, как чистые грифельные доски. Опыт, накапливаемый с помощью органов чувств, «пишет» на этих досках, порождая простые идеи. Некоторые простые идеи являются точным отражением свойств, присущих телам. Примерами таких свойств (Локк назвал их первичными) могут служить твердость, протяженность, форма (фигура), движение (или покой) и число. Эти свойства существуют независимо от того, воспринимает ли их кто-нибудь другой или не воспринимает. Другие идеи, порождаемые ощущениями, отражают вторичные свойства и представляют собой результат воздействия реальных свойств тел на разум, но не соответствуют последним. К вторичным свойствам относятся цвет, вкус, запах и звук.

Цель, которую поставил перед собой Локк в своем «Опыте», состояла в установлении границы между познаваемым и непознаваемым, «горизонта..., отделяющего освещенные стороны вещей от темных». При этом для Локка были равным образом неприемлемы взгляды и скептиков, «подвергавших сомнению все и ниспровергавших всякое знание потому, что некоторые вещи непознаваемы», и тех чрезмерно самоуверенных резонеров, занимавших противоположную позицию и полагавших, будто весь безбрежный океан бытия является «естественным и неоспоримым владением нашего разума, где все подвластно его решениям и ничто не может избежать его проницательности». В более конструктивном плане Локк намеревался установить основы знания и суждения, а также указать пути достижения истины или приближения к ней во всех вещах, доступных пониманию человеческого разума.

Поясняя замысел, или план, своего сочинения, Локк заметил, что видел цель своего «Опыта» в исследовании «происхождения, достоверности и объема человеческого познания вместе с основаниями и степенями веры, мнений и убежденности» ([4], с. 71). Следуя «историческому, ясному методу», Локк дал объяснение происхождения идей, затем показал, что познание — это понимание посредством этих идей, и, наконец, подверг анализу природу и основания веры и мнений.

Хотя разум не может создать простые идеи, он обладает способностью размышлять над простыми идеями, сопоставлять и объединять их, тем самым конструируя из простых идей сложные. В этом Локк расходится с Гоббсом. Кроме того, Локк полагал, что разум познает

не саму реальность, а лишь идеи реальности и оперирует с ними. Для познания существенно отношение идей, например их непротиворечивость или противоречивость. Истина состоит в знании, соответствующем реальности вещей.

Основные математические идеи — плоды разума, но в конечном счете они восходят к опыту; тем не менее некоторые идеи невозможно проследить до реальных сущностей. Такие более абстрактные математические идеи разум конструирует из основных идей, повторяя, комбинируя и располагая последние в различном порядке. Эти абстрактные идеи порождаются восприятием, мышлением, сомнением, верой, рассуждением, желанием и знанием. Именно так мы приходим, например, к идее идеальной окружности. Следовательно, существует внутренний опыт, порождающий абстрактные идеи. Математическое познание универсально, абсолютно, достоверно и значимо. Это познание реально, хотя и состоит из идей.

Демонстративное (выводное, доказательное) познание соединяет эти идеи и таким образом устанавливает истины. Локк отдает предпочтение математическому познанию, ибо, по его мнению, идеи, которыми оно оперирует, наиболее ясны и, следовательно, надежны. Кроме того, математика устанавливает отношения между идеями, вскрывая необходимые связи между ними, а такие связи разум постигает лучше всего. Локк не только отдавал предпочтение математическому познанию реального мира, но и отрицал прямое физическое познание, ссылаясь на то, что многие факты относительно структуры материи, например физических сил, посредством которых объекты притягиваются друг к другу или отталкиваются, просто не ясны. Кроме того, считал он, так как мы познаем не реальную субстанцию внешнего мира, а лишь идеи, порождаемые ощущениями, физическое познание вряд ли можно считать удовлетворительным. Тем не менее Локк был убежден, что реальный мир, обладающий свойствами, описываемыми математикой, существует, как существует Бог и мы сами.

В целом теорию познания Локка, хотя она не вполне последовательна, можно назвать интуитивной. В его системе истина присуща только предложениям (утверждениям) и прогресс в познании и правильном суждении достигается путем сравнения — прямого либо через промежуточные идеи — предложений с тем, чтобы установить, согласуются они между собой или нет. Познание достигается, если это согласие или несогласие воспринимается непосредственно и вполне определенно.

Даже при демонстративном познании, когда согласие или несогласие воспринимается не непосредственно, а устанавливается путем формирования других идей, каждый шаг в рассуждении должен быть интуитивно ясным и достоверным. При другом виде познания — чувственном — мы интуитивно постигаем существование отдельных внешних вещей, как они представляются нашим чувствам.

Первое из средств познания — прямая интуиция — дает нам достоверное знание нашего собственного существования, ибо «в каждом акте чувственного восприятия, рассуждения или мышления мы мыслим свое бытие, достигая таким образом почти высочайшей степени достоверности». Соотношения в геометрии и алгебре, принципы абстрактной морали и существования Бога доказываются посредством рационального логического вывода, в то время как существование внешних вещей, как они представляются нашим чувствам, познаваемо чувственным путем — через ощущения. Они являют собой основополагающие истины, имеющие наиболее важное значение для нашего существования и благоденствия, но они, как нетрудно понять, не позволяют нам проникнуть сколько-нибудь

далеко в безбрежный океан жизни.

Локк, подобно Декарту, лишал природу всех вторичных свойств. Природа по Локку — зрелище весьма непривлекательное: беззвучная, бесчувственная, бесцветная, без запаха и вкуса, она сводилась к движению материи, лишенной разума. Влияние Локка на общественное мышление было огромным. В XVIII в. философия Локка безраздельно господствовала над умами людей подобно тому, как в XVII в. все находились во власти картезианской философии (философии Декарта).

В своих теориях познания Гоббс и в меньшей степени Локк настоятельно подчеркивали существование материального мира, внешнего по отношению к человеку. Хотя все знание происходит из внешнего мира, считали они, наиболее достоверные истины о нем, полученные человеческим разумом (или мозгом), дают законы математики. Епископ Джордж Беркли (1685-1753), снискавший известность не только как церковный деятель, но и как философ, усмотрел в признании первостепенного значения материи и математики угрозу религии и принижение таких понятий, как Бог и душа. Остроумно и язвительно нападая на Гоббса и Локка, он предложил собственную теорию познания.

С особой настойчивостью Беркли отрицал существование внешнего мира, не зависящего от нашего восприятия и мышления. По существу его аргументация сводилась к утверждению, что все ощущения субъективны и, следовательно, зависят от наблюдателя и его точки зрения. Кажущуюся устойчивость многих чувственных восприятий (например, посмотрев на дерево дважды через небольшой промежуток времени, мы не заметим в нем никаких изменений) Беркли объяснял тем, что наши восприятия хранятся в разуме божьем.

Решительное наступление на позиции идейных противников Беркли повел в своем главном философском труде «Трактат о принципах человеческого знания» (1708), где он исследовал основные причины заблуждений и затруднений в науках, а также основания скептицизма, атеизма и безверия. И Гоббс, и Локк утверждали, что наше познание состоит исключительно из идей, порождаемых воздействием на наш разум внешних материальных объектов. Беркли признавал чувственные восприятия, или ощущения, и выводимые из них идеи, но оспаривал утверждение о том, что идеи порождаются материальными объектами, внешними по отношению к воспринимающему разуму. Поскольку мы воспринимаем только ощущения и идеи, нет оснований считать, будто существует нечто внешнее по отношению к нам. В ответ на мысль Локка о том, что наши идеи первичных качеств материальных объектов есть точные копии этих свойств, Беркли ядовито заявлял, что идея не может походить ни на что, кроме идеи:

Прибегая к самому крайнему усилию для представления себе существования внешних тел, мы достигаем лишь того, что созерцаем наши собственные идеи. Но, *не обращая внимания на самого себя*, дух впадает в заблуждение, думая, что он может представлять и действительно представляет себе тела, существующие без мысли вне духа, хотя в то же время они воспринимаются им или существуют в нем.

([5], с. 181.)

Все наше знание — в разуме.

Свою позицию Беркли подкрепил аргументом, который подсказал ему, сам того не желая, Локк, различавший идеи первичных и вторичных свойств. Идеи первичных свойств,

заявлял Беркли, соответствуют реальным свойствам, идеи вторичных свойств существуют только в духе. «Не в моей власти образовать идею протяженного и движущегося тела без снабжения его некоторым цветом или другим ощущаемым качеством, о котором признаю, что оно существует только в духе» ([5], с. 181), — утверждал Беркли. Но коль скоро вторичные качества существуют только в духе, первичные также отражены только в нем.

Кратко суть построений Беркли сводится к следующему. Поскольку наше познание ограничено ощущениями и идеями, порождаемыми ощущениями, но не распространяется на сами внешние объекты, необходимость в предположении о существовании внешнего мира отпадает. Внешний мир существует ничуть не в большей степени, чем искры, которые сыплются у человека из глаз, если его сильно ударить по голове. Вывод о существовании материального внешнего мира лишен смысла и недоступен познанию. Если бы внешние тела существовали, то мы никаким способом не могли бы узнать об этом, а если бы они не существовали, то по тем же причинам мы должны были бы думать, будто они существуют. Дух и ощущения — вот единственные реальности. Так Беркли опровергал идею о существовании материи.

Но ему было необходимо разделаться и с математикой. Как могло случиться, что дух обрел способность выводить законы, позволяющие не только описывать, но и предсказывать происходящее в гипотетическом внешнем мире? Что мог Беркли противопоставить глубоко укоренившемуся в XVII в. убеждению в истинности знания о внешнем мире, которое дает математика?

Беркли жаждал во что бы то ни стало подорвать веру в непогрешимость математики, и он был достаточно искушен, чтобы нанести удар по самому уязвимому месту. Основным понятием дифференциального исчисления было понятие мгновенной скорости приращения функции. Но как надлежит понимать мгновенную скорость приращения — здесь мнения расходились; и Ньютон, и Лейбниц излагали это понятие недостаточно вразумительно. Именно на него и обрушился Беркли (не без основания и с полной убежденностью в своей правоте). В своем сочинении «Аналитик, или рассуждение, адресованное одному неверующему математику [Эдмонду Галлею], где исследуется, являются ли предмет, принципы и заключения современного анализа более отчетливо познаваемыми и с очевидностью выводимыми, чем религиозные таинства и положения веры» (1734) Беркли негодуяше вопрошал:

Что такое эти флюксии [термин, которым Ньютон называл мгновенные скорости приращений]? Скорости исчезающе малых приращений. А что такое эти исчезающе малые приращения? Они не есть ни конечные величины, ни бесконечно малые величины, но они и не нули. Разве мы не имеем права называть их призраками исчезнувших величин?

([5], с. 425-426.)

...Но я полагал бы, что тому, кто в состоянии переварить вторую или третью флюксию, второй или третий дифференциал, не следовало бы привередничать в отношении какого-либо положения в вопросах религиозных.

([5], с. 401.)

То, что дифференциальное исчисление, несмотря на трудности, связанные с введением новых понятий, уже доказало свою полезность, Беркли объяснял всего лишь тем, что допущенные ошибки удачно компенсировали друг друга. Критикуя математический анализ, обоснованием которого занимались его современники, Беркли в действительности не отвергал все истины о реальном мире, открытые математикой. Он лишь хотел заставить своих оппонентов призадуматься, подвергнув критике слабое место в их обороне. Суть своей философии Беркли выразил словами:

Весь хор небесный и все, что ни есть на земле, словом, все тела, которые образуют величественную систему мира, не обладают никакой субстанцией без нашего ума... Покуда они не воспринимаются мной или не существуют в моем уме или в чьем-нибудь еще сотворенном духе, они вообще лишены существования или присутствуют в разуме некоего Вечного Духа.

Но даже сам Беркли не смог избежать — эпизодических вылазок в тот самый внешний мир, существование которого он отрицал. В своей последней работе под названием «Сейрис, или цепь философских размышлений, касающихся достоинств дегтярной настойки и разных других предметов, связанных друг с другом и возникающих один из другого» Беркли настоятельно рекомендовал дегтярную настойку как средство от оспы, чахотки, подагры, плеврита, астмы, несварения желудка и многих других болезней. Впрочем, такие временные отходы от занимаемой позиции вряд ли следует ставить в вину Беркли. Всякий, кто заглянет в его сочинение «Три разговора между Гиласом и Филонусом», убедится, сколь искусно и с каким блеском он отстаивает свою философию.

Крайние взгляды Беркли на материю и разум породили известную шутку: «Что такое материя? — Не нашего ума дело. Что такое ум? — Не наша эта материя». Лишая материализм материи, Беркли полагал, что тем самым он отвергает и внешний мир.

Казалось, вряд ли можно высказываться более радикально по вопросу об отношении человека к внешнему миру, чем это делал Беркли. Но по мнению шотландского философа-скептика Дэвида Юма (1711-1776), Беркли ушел не так уж далеко, если Беркли признавал мыслящий разум, в котором существовали ощущения и идеи, то Юм отрицал и разум. В своем «Трактате о человеческой природе, или попытке применить основанный на опыте метод рассуждения к моральным предметам» (1739-1740) Юм утверждал, что мы не знаем ни разума, ни материи. И то и другое — лишь фикции, не воспринимаемые нами. Воспринимаем же мы впечатления (ощущения) и идеи — образы, воспоминания, мысли, — но все эти три разновидности воспринимаемого не более чем слабые отголоски впечатлений. Разумеется, впечатления и идеи подразделяются на простые и сложные, но сложные впечатления есть не что иное, как комбинации простых впечатлений. Наш разум, по утверждению Юма, тождествен набору наших впечатлений и идей и представляет собой лишь удобный термин для обозначения такого набора.

По вопросу о материи Юм разделял мнение Беркли. Кто гарантирует нам бытие перманентно существующего мира телесных объектов? Все, что мы знаем, — это наши чувственные впечатления о таком мире. Соединяя идеи по сходству и располагая их в определенной последовательности, память упорядочивает мир идей так же, как сила тяжести устанавливает порядок во внешнем мире. Пространство и время — всего лишь способ и порядок, в котором являются нам идеи. Ни пространство, ни время не есть

объективные реальности. Сила и прочность наших идей вводят нас в заблуждение, заставляя верить в такие реальности.

Вывод о существовании внешнего мира с неизменными свойствами ничем не обоснован. Нет оснований полагать, будто существует что-нибудь кроме впечатлений и идей, ничему не соответствующих и ничего не представляющих. Следовательно, не может быть и научных законов, относящихся к перманентному объективному внешнему миру; то, что мы называем такими законами, — не более чем удобное обозначение для некоторой суммы впечатлений. У нас нет способа узнать, повторятся ли те последовательности впечатлений, которые мы наблюдали. Мы сами представляем собой всего лишь разрозненные наборы восприятий, т.е. впечатления и идей. Мы существуем только в этом смысле. При любой попытке с нашей стороны воспринять самих себя мы доходим лишь до восприятия. Для любого человека все остальные люди и предполагаемый внешний мир — всего лишь восприятия, и нет гарантии, что они действительно существуют.

Лишь одно препятствие стояло на пути всепроникающего скептицизма Юма — существование общепризнанных истин самой математики. Просто отмахнуться от них Юм не мог, и ему не оставалось ничего другого, как попытаться принизить ценность математических истин. По мнению Юма, теоремы чистой математики — это излишние утверждения, ненужные повторения одного и того же различными способами. То, что дважды два — четыре, не ново. В действительности дважды два — всего лишь иной способ записать или назвать устно число «четыре». Следовательно, и это, и другие утверждения арифметики — не более чем тавтология. Что же касается теорем геометрии, то они представляют собой повторения в более сложной форме аксиом, в которых в свою очередь не больше смысла, чем в утверждении о том, что дважды два — четыре.

В своем «Трактате о человеческой природе» Юм скептически отозвался о силе разума как орудия для рационального объяснения:

Ни один объект не обнаруживает себя качествами, доступными нашим ощущениям, или причинами, породившими его, или действиями, проистекающими от него; без помощи опыта наш разум не в состоянии сделать какое-либо заключение относительно реального бытия и существования.

Опыт может подсказать причину и действие, следствие, но основанное на опыте убеждение лишено рациональной основы. Убеждение разумно только в том случае, если его отрицание логически противоречиво, но ни одно убеждение, к которому нас приводит опыт, не отвечает этому требованию. Подлинной науки о перманентном и объективном мире не существует; наука чисто эмпирическая.

Общую проблему познания физического мира Юм решает, отрицая самую возможность получения истин о нем. Ни теоремы математики, ни существование Бога, ни существование внешнего мира, причинности, природы, ни чудеса истинами не являются. Так Юм с помощью разума разрушил то, что было создано разумом, подчеркивая в то же время ограниченность возможностей последнего.

Окончательный вывод всей философии Юма — отрицание им наивысшей способности человека, способности познания мира, — большинство мыслителей XVIII в. восприняло весьма неодобрительно. Слишком велики были достижения математики и другие проявления человеческого разума, чтобы от них так легко отказаться. Иммануил Кант (1724-

1804) без обиняков выразил свое неприятие необоснованного расширительного толкования Юмом теории познания Локка: разум должен снова занять подобающее ему место. Кант не сомневался, что человек располагает идеями и истинами, представляющими нечто большее, нежели простое соединение чувственного опыта.

Тем не менее при тщательном изучении итог размышлений Канта оказался не столь обнадеживающим. В своем сочинении «Пролегомены ко всякой будущей метафизике, могущей появиться как наука» (1783) Кант писал:

Мы можем с достоверностью сказать, что некоторые чистые априорные синтетические познания имеются и нам даны, а именно чистая математика и чистое естествознание, потому что оба содержат положения, частью аподиктически достоверные на основе одного только разума, частью же на основе общего согласия из опыта и тем не менее повсеместно признанные независимыми от опыта.

([6], с. 89.)

В «Критике чистого разума» (1781) Кант приходит к более утешительному выводу, признавая истинами все аксиомы и теоремы математики. Почему, спрашивает себя Кант, мы столь охотно приемлем эти истины? Сам по себе опыт не может служить оправданием нашей готовности к признанию математических истин. Ответить на поставленный вопрос, по мнению Канта, можно лишь после того, как будет найден ответ — на более общий вопрос: как возможна сама наука математика?

Кант избрал совершенно новый подход к проблеме получения человеком истинного знания. Первый его шаг состоял в том, чтобы провести различие между двоякого рода суждениями, дающими знание. Суждения первого рода Кант называл *аналитическими*; они не дают нового знания. Примером может служить суждение «Все тела протяженны». Оно лишь констатирует в явном виде свойство, присущее всем телам в силу того, что это — тела, и не сообщает нам ничего нового. Суждения второго рода, выводимые каким-то образом нашим разумом независимо от опыта, Кант называл *априорными*.

По мысли Канта, опыт не может быть единственным источником истины, ибо опыт — лишь пестрая смесь ощущений, в которую не привнесены ни рациональное начало, ни организация. Следовательно, сами по себе наблюдения не дают истин. Истины, если они существуют, должны быть априорными суждениями. Кроме того, чтобы быть подлинным знанием, истины должны быть синтетическими суждениями — давать новое знание.

За убедительным примером не нужно ходить далеко: он в совокупности математического знания. Почти все аксиомы и теоремы математики Кант относит к априорным синтетическим суждениям. Утверждение о том, что прямая — это кратчайшее расстояние между двумя точками, заведомо синтетическое, ибо сочетает в себе две идеи — прямолинейности и кратчайшего расстояния, ни одна из которых не выводима из другой. Вместе с тем это суждение априорно, так как никакой опыт с прямыми и никакие измерения не могли бы убедить нас в том, что перед нами неизменная универсальная истина, какой считал это утверждение Кант. Таким образом, Кант не сомневался, что люди обладают априорными синтетическими суждениями, т.е. подлинными истинами.

Кант попытался пойти дальше. Почему, спросил он себя, мы с такой готовностью принимаем за истину утверждение о том, что прямая — кратчайшее расстояние между

двумя точками? Откуда нашему разуму известны такие истины? Ответить на этот вопрос мы могли бы, если бы знали ответ на вопрос, как возможна сама математика. Кант полагал, что формы пространства и времени присущи нашему разуму независимо от опыта. Он называл эти формы созерцаниями, считая их чисто априорными средствами познания, не основанными ни на опыте, ни на логическом рассуждении. Так как созерцание пространства априори присуще разуму, некоторые аксиомы о пространстве постигаются разумом непосредственно, и геометрии остается лишь извлекать логические следствия из этих аксиом. Законы пространства и времени, законы разума предшествуют познанию реальных явлений, делая его возможным. По словам Канта, «всеобщие и необходимые законы опыта принадлежат не самой природе, а только разуму, который вкладывает их в природу».

Мы воспринимаем, организуем и постигаем опыт в соответствии с теми формами мысли, которые присущи нашему разуму. Опыт попадает в них, словно тесто в форму. Рассудок отпечатывает их на воспринятых чувственных впечатлениях, вынуждая ощущения подстраиваться под априорные формы мысли. Поскольку созерцание пространства присуще разуму, он автоматически постигает некоторые формы пространства. Такие постулаты геометрии, как «прямая — кратчайшее расстояние между двумя точками» или «через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость и притом только одну», а также аксиома Евклида о параллельности, которые Кант называл априорными *синтетическими* суждениями, являются частью «оснащения» нашего разума. Геометрия как наука занимается изучением логических следствий из этих постулатов. Тот факт, что рассудок воспринимает опыт в понятиях «пространственной структуры», предопределяет согласие опыта с исходными аксиомами, постулатами и теоремами геометрии.

Поскольку Кант строил пространство из клеток человеческого мозга, он не видел оснований для того, чтобы не сделать это пространство евклидовым. Неспособность представить себе другую геометрию, убедила его в том, что таковой просто не существует. Утверждая истинность евклидовой геометрии, он в то же время доказывал существование априорных синтетических суждений. По Канту, законы евклидовой геометрии не присущи внешнему миру, а сам мир не задуман Богом так, чтобы в нем выполнялась евклидова геометрия. Законы геометрии — это механизм, позволявший человеку привносить в ощущения организацию и рациональное начало. Что же касается Бога, то, по утверждению Канта, природа божественного лежит за пределами рационального знания, но мы должны верить в Бога. Но при всей дерзости Канта в философии его суждения о геометрии были весьма опрометчивы: прожив почти безвыездно в своем родном городе Кенигсберге [ныне Калининград] в Восточной Пруссии, Кант тем не менее вздумал определить геометрию мира.

Каких взглядов придерживался Кант относительно математических законов естествознания? Поскольку весь опыт воспринимается через мыслительные схемы пространства и времени, математика должна быть применима ко всему опыту. В «Метафизических начальных основаниях естествознания» (1787) Кант трактует законы Ньютона и следствия из них как самоочевидные. Он утверждает, будто ему удалось доказать, что первый закон Ньютона может быть выведен из чистого разума и что этот закон — единственное допущение, при котором природа может быть познана человеческим разумом.

В более общем плане Кант полагал, что мир науки есть мир чувственных впечатлений, упорядоченных и управляемых рассудком в соответствии с такими врожденными

категориями, как пространство, время, причина, действие и субстанция. Наш разум как бы обставлен мебелью, в которой с удобством могут расположиться гости. Чувственные впечатления поступают из внешнего мира, но этот мир, к сожалению, непознаваем. Реальность может быть познана только в субъективных категориях познающего разума. Следовательно, невозможен иной способ организации опыта, чем геометрия Евклида и механика Ньютона.

Согласно Канту, по мере расширения опыта и возникновения новых наук, разум не формулирует новые принципы путем обобщения нового опыта: для интерпретации последнего лишь включаются дополнительные, ранее не использовавшиеся области рассудка. Способность разума к пониманию возрастает с накоплением опыта. По этой причине одни истины (например, законы механики) постигаются позже других, известных на протяжении столетий.

Кант утверждал также, что мы не можем надеяться приобрести достоверное знание на основании одного лишь чувственного знакомства с объектами. Мы никогда не познаем реальные вещи в себе. Но если мы способны познать что-нибудь достоверно, то это должно быть результатом процесса, происходящего в нашем рассудке при изучении данных, полученных из внешнего мира.

Философия Канта, которую мы обрисовали лишь в самых общих чертах, — это прославление разума, однако Кант приписал ему роль исследователя не природы, а сокровенных тайн человеческой души. Опыт Кант признавал лишь как необходимый элемент познания, так как ощущения, вызываемые внешним миром, поставляют «сырой материал», организуемый рассудком. Математика обрела в философии Канта свое место открывателя непреложных законов разума.

Из приведенного нами беглого очерка теории познания Канта видно, что существование математических истин он сделал краеугольным камнем своей философии. В частности, Кант опирался на истины евклидовой геометрии. Увы! Созданная в XIX в. неевклидова геометрия опровергла все аргументы Канта,

Несмотря на превосходную философию Канта и признание его работ, наиболее знаменитый из английских философов XIX в. Джон Стюарт Милль (1806-1873) вернулся к взглядам Юма, несколько видоизменив их. Милль был позитивистом: он утверждал, что, хотя знание в основном проистекает из опыта, оно включает также соотношения, формулируемые познающим разумом относительно чувственных данных. Доказать существование внешнего мира невозможно, но в равной мере невозможно доказать, что внешний мир не существует.

Под внешним объектом мы понимаем нечто существующее независимо от того, мыслим мы его или нет, остающееся неизменным, даже если вызываемые им ощущения изменяются, и общее для многих наблюдателей, хотя испытываемые ими ощущения могут отличаться. По Миллю, представление о внешнем мире в любой момент времени лишь в малой степени состоит из реальных ощущений, а в основном — из возможных ощущений (не тех, которые некто испытывает, а тех, которые он испытал бы, двигаясь или поворачивая голову). Материя есть то, — что может перманентно порождать ощущения. Память, согласно Миллю, также играет некую роль в познании такого типа.

Внешний мир мы познаем только через ощущения. Такое знание несовершенно, и нам неведомы его точные границы и протяженность. Простые идеи, рожденные ощущениями, наш разум комбинирует в сложные; такое знание номинально, но не существенно. Знание,

добытое методом индукции, не достоверно, а лишь вероятно, но это — все, чем мы располагаем в науке и можем руководствоваться в жизни.

Как считал Милль, наши умозаключения в математике, например в евклидовой геометрии, необходимы только в том смысле, что они следуют из исходных допущений. Однако сами исходные допущения (аксиомы) основаны на наблюдениях и представляют собой обобщения опыта. Арифметика и алгебра также основаны на опыте. Выражения $2 + 2 = 3 + 1 = 4$ являются психологическими обобщениями. Алгебра же есть не что иное, как более абстрактное продолжение таких обобщений.

Методу индукции Милль придавал первостепенное значение, считая его источником возможных обобщений, подобных законам природы. Причина — не более как антецедент последующего. Все происходящее имеет причину, выводимую из опыта. Именно в этом и состоит по Миллю точный смысл принципа однородности природы.

Помимо экспериментального знания нет ничего, что было бы возможно или необходимо. Опыт и психология могут полностью объяснить наше знание, и на них зиждется наша уверенность в существовании внешнего мира. Милль был эмпириком, хотя его взгляды отличаются от скептицизма Юма. Идеи Милля близки к эмпиризму и логическому позитивизму XX в. и, можно сказать, способствовали возникновению данных направлений в философии.

Какие выводы относительно существования внешнего мира и надежности нашего знания можно сделать из этого ретроспективного обзора взглядов выдающихся философов прошлого?^[1] Мы разделяем точку зрения Эйнштейна:

Вера в существование внешнего мира, независимого от воспринимающего субъекта, лежит в основе всего естествознания. Но так как чувственное восприятие дает информацию об этом внешнем мире, или о «физической реальности», опосредствовано, мы можем охватить последнюю только путем рассуждений.

([7], с. 136.)

Опыт не может служить доказательством существования реальности — он носит личный характер.

Хотя мы встали на позицию эмпириков и вознамерились выяснить, что же можно, узнать о внешнем мире, нам лучше всего начать с ответа на вопрос, насколько надежны наши чувственные восприятия. Этим мы займемся в гл. I. Прежде всего нас будет интересовать, в какой мере математике удастся вносить поправки в то, что можно было бы назвать иллюзиями, и в особенности открывать полностью невоспринимаемые нами физические явления.

I

Обман чувств и интуиция

Ощущения — это обман наших чувств.

Декарт

Несмотря на то что Беркли отрицал существование мира вне нас, а Юм, Гераклит, Платон и Милль признавали это только с различными оговорками и ограничениями, физики и математики убеждены в том, что внешний мир существует. Они утверждают, что даже если бы все люди внезапно исчезли, то внешний, или физический, мир продолжал бы существовать. Если в чаще леса на землю падает дерево, то звук раздается независимо от того, слышит его кто-нибудь или не слышит. Мы наделены пятью чувствами: зрением, слухом, осязанием, вкусом и обонянием, и каждое из них непрерывно воспринимает «послания» из этого мира.

Из практических соображений, а именно для того, чтобы выжить или иметь возможность улучшить условия бытия в реальном мире, мы определенно хотим знать об этом мире как можно больше. Нам необходимо отличать сушу от моря. Нам нужно выращивать съедобные растения и разводить животных, строить укрытия и защищаться от диких зверей. Почему бы нам для достижения этих целей не полагаться на свои органы чувств? Ведь именно так поступают примитивные цивилизации. Но подобно тому, как мир чист для того, кто чист сердцем, мир прост для того, кто простодушен.

Пытаясь улучшить материальные условия своего существования, мы вынуждены расширять наше знание внешнего мира. Это побуждает нас напрягать до предела и наши органы чувств. К сожалению, они не только ограничены по своим возможностям, но и способны вводить нас в заблуждение. Если бы мы полагались только на наши органы чувств, то последствия этого могли бы быть самыми печальными. Нетрудно назвать случаи, когда наши чувства обманывают нас.

Самым ценным из пяти чувств, по-видимому, является зрение, и следует прежде всего проверить, в какой мере мы можем доверять ему. Начнем с примеров. За долгие годы ученые придумали и построили много обманчивых картинок, наглядно демонстрирующих, сколь ограничены возможности нашего глаза. Физики и астрономы в XIX в. проявляли большой интерес к оптическим иллюзиям, ибо их очень заботила надежность визуальных наблюдений. На рис. 1 показана Т-образная фигура, предложенная Вильгельмом Вундтом, ассистентом знаменитого естествоиспытателя Германа Гельмгольца (1821-1894). При взгляде на эту картинку кажется, что вертикальная линия длиннее горизонтальной, хотя в действительности обе они имеют равную длину. Иллюзию Вундта можно обратить: на рис. 2 показана другая Т-образная фигура, у которой обе линии — горизонтальная и вертикальная — кажутся одинаковыми по длине, в действительности же горизонтальная линия длиннее.

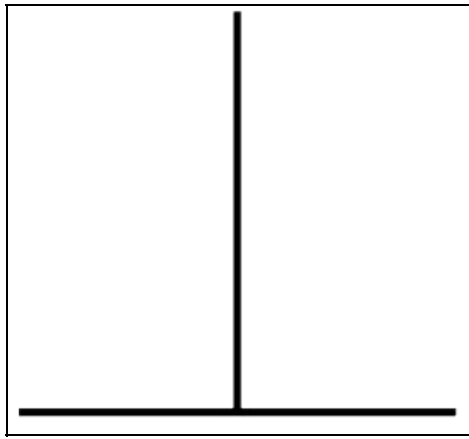


Рис. 1.

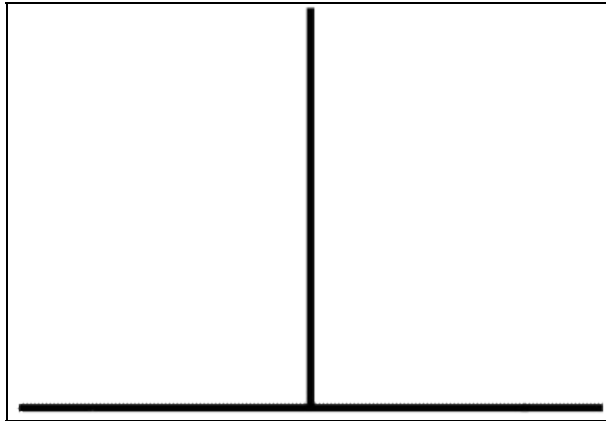


Рис. 2.

Рис. 3, который предложил в 1899 г. Франц Мюллер-Лайер, дает нам пример иллюзии другого рода. Она известна под названием иллюзии Эрнста Маха. В действительности здесь обе горизонтальные линии имеют одинаковую длину.

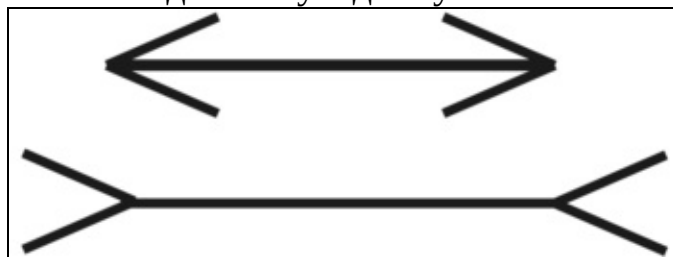


Рис. 3.

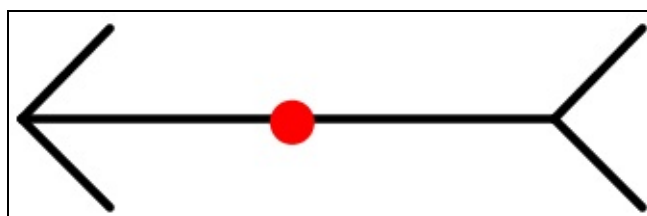


Рис. 4.

На рис. 5 верхнее основание нижней трапеции кажется короче верхнего основания верхней трапеции. Попутно заметим, что, как ни трудно в это поверить, максимальная ширина нижней трапеции по горизонтали превышает ее высоту.

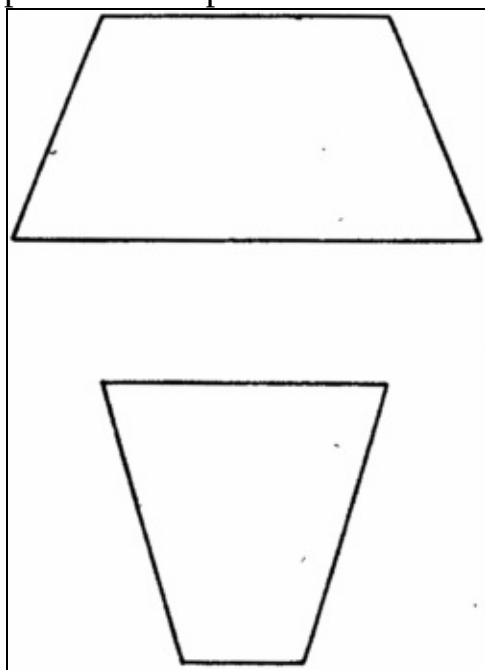


Рис. 5.

На рис. 6 поразительную иллюзию создают углы — тупой и острый: диагонали AB и AC двух параллелограммов равны, хотя диагональ AC кажется гораздо короче.

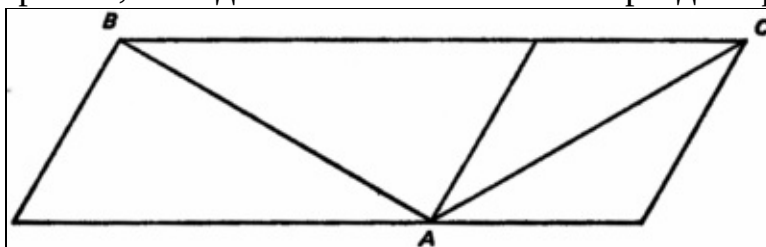


Рис. 6.

Удивительное впечатление производит также картинка с двумя наклонными линиями, пересекаемыми двумя вертикальными прямыми (рис. 7). Если правую наклонную линию продолжить, то она пересечется с левой в ее верхнем конце. Кажущаяся точка пересечения расположена несколько ниже. Эту хорошо известную иллюзию приписывают Иоганну Поггендорфу (около 1860).

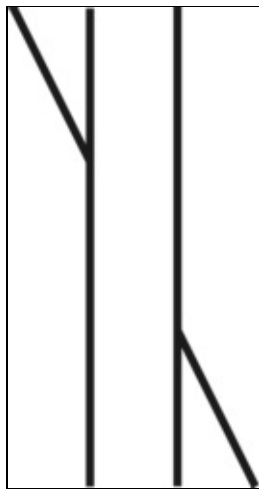


Рис. 7.

Три горизонтальных отрезка на рис. 8 равны, хотя кажется, что они имеют различную длину. Эта иллюзия обусловлена величиной углов, образуемых с горизонтальными отрезками линий на концах. В определенных пределах больший угол вызывает иллюзию большего удлинения центрального горизонтального участка.

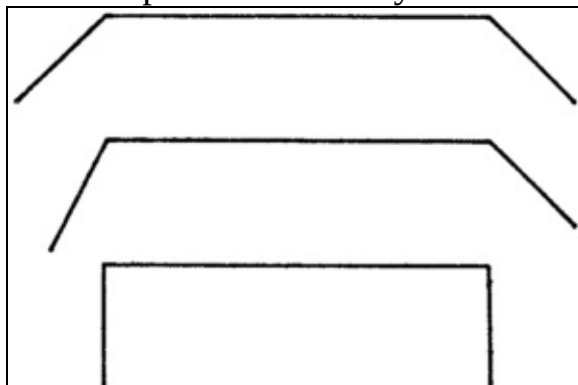


Рис. 8.

Поразительная иллюзия контраста изображена на рис. 9. Окружности в центре левой и правой фигур равны, хотя окружность в обрамлении шести окружностей большего радиуса кажется меньше, чем окружность в обрамлении шести окружностей меньшего радиуса.

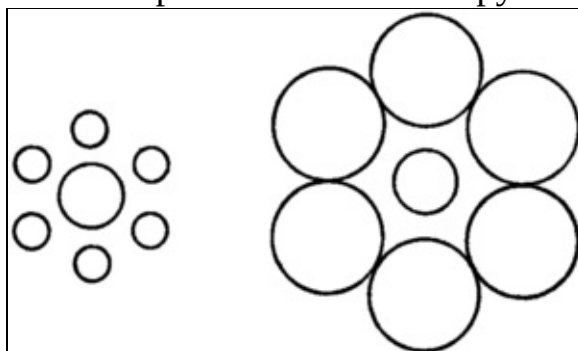


Рис. 9.

Другой механизм лежит в основе иллюзии Мюллера-Лайера. Линии, отходящие от верхнего и нижнего концов вертикального отрезка А на рис. 10, воспринимаются как

верхние и нижние края двух стен, образующих выступающий угол. Вертикальное ребро *A* выходит на первый план «сцены реального мира». Справа на рис. 10 две стены образуют угол, уходящий от зрителя. В результате вертикальное ребро *B* отступает на задний план. Убеждение в постоянстве размеров зрительно увеличивает длину ребра *B* и уменьшает длину ребра *A*.

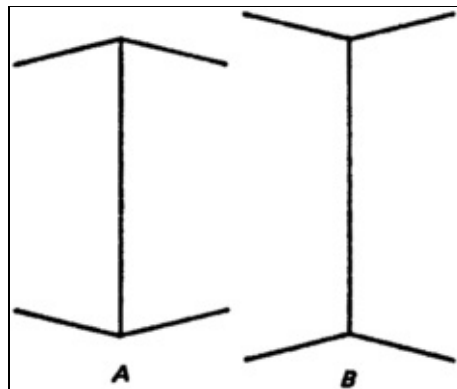


Рис. 10.

Оптическую иллюзию, изображенную на рис. 11 и 12, первым описал Иоганн Цёлльнер. Он случайно заметил этот эффект на рисунке ткани. Длинные параллельные прямые на рис. 11 кажутся расходящимися, а на рис. 12 — сходящимися.

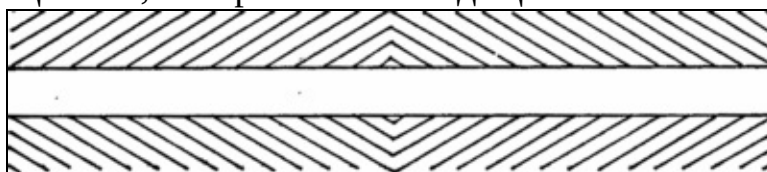


Рис. 11.



Рис. 12.

Картинка, демонстрирующая так называемую иллюзию Херинга (рис. 13), была впервые опубликована Эвальдом Херингом в 1861 г.: горизонтальные прямые кажутся здесь изогнутыми на фоне сходящихся наклонных прямых.

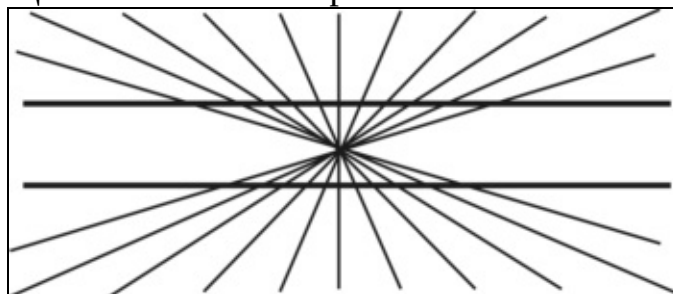


Рис. 13.

Ненадежность зрения подтверждается еще одним примером, придуманным С.

Толанским. На рис. 14 изображена фигура, обычно встречающаяся в работах по статистике. Основание CD фигуры равно ее высоте. Если попросить зрителя провести отрезок, равный полуширине (половине CD) фигуры, то он, как правило, проводит отрезок AB , тогда как в действительности полуширине равен отрезок XU .

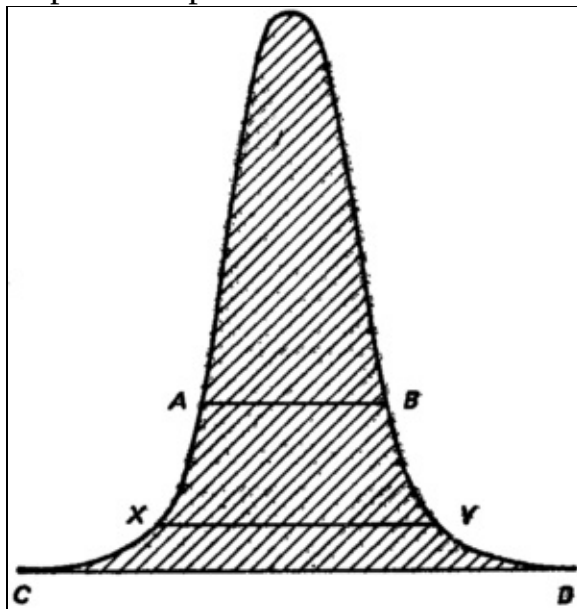


Рис. 14.

Нам всем хорошо знакома иллюзия, используемая широко, сознательно и высокопрофессионально, а именно реалистическая живопись. Художник намеренно пытается изобразить трехмерную сцену на плоском (двумерном) холсте. Одно из великих достижений художников эпохи Возрождения заключалось в создании математической схемы, известной под названием теории линейной перспективы, которая позволяет добиться желаемого эффекта.

С некоторыми простыми примерами иллюзии, рожденной линейной перспективой, мы встречаемся в своем повседневном опыте. Принцип, используемый в этих примерах и в теории линейной перспективы, состоит в том, что линии в реальной сцене, идущие от зрителя, должны казаться сходящимися в некоторой точке — так называемой точке схода. Простым примером могут служить два параллельных рельса железной дороги: кажется, что они сходятся-вдали в некоторой точке (рис. 15).



Рис. 15.

Эффект перспективы особенно заметен на рис. 16, где лучи, идущие в точку схода, проведены для создания иллюзии объемной сцены. Высокие ящики в действительности одинаковы (имеют одну и ту же длину, ширину и высоту), но кажется, что «дальний» ящик больше. Опыт говорит, что с увеличением расстояния до наблюдаемого предмета его размеры кажутся меньше, поэтому правый ящик выглядит больше, чем на самом деле.

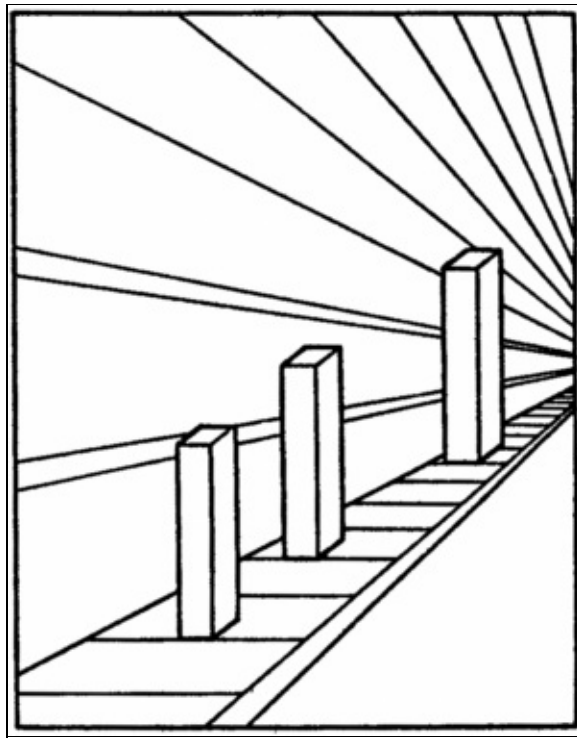


Рис. 16.

Питая горячее пристрастие к реалистической живописи, мы охотно идем на то, чтобы быть обманутыми. Более того, этот обман доставляет нам удовольствие. Написанные в реалистической манере картины двумерны, но если они нарисованы в соответствии с законами математической теории линейной перспективы, то, глядя на них, мы испытываем такое ощущение, будто разглядываем трехмерную сцену. Хорошим примером такого рода «объемных изображений» может служить «Афинская академия» Рафаэля (рис. 17).

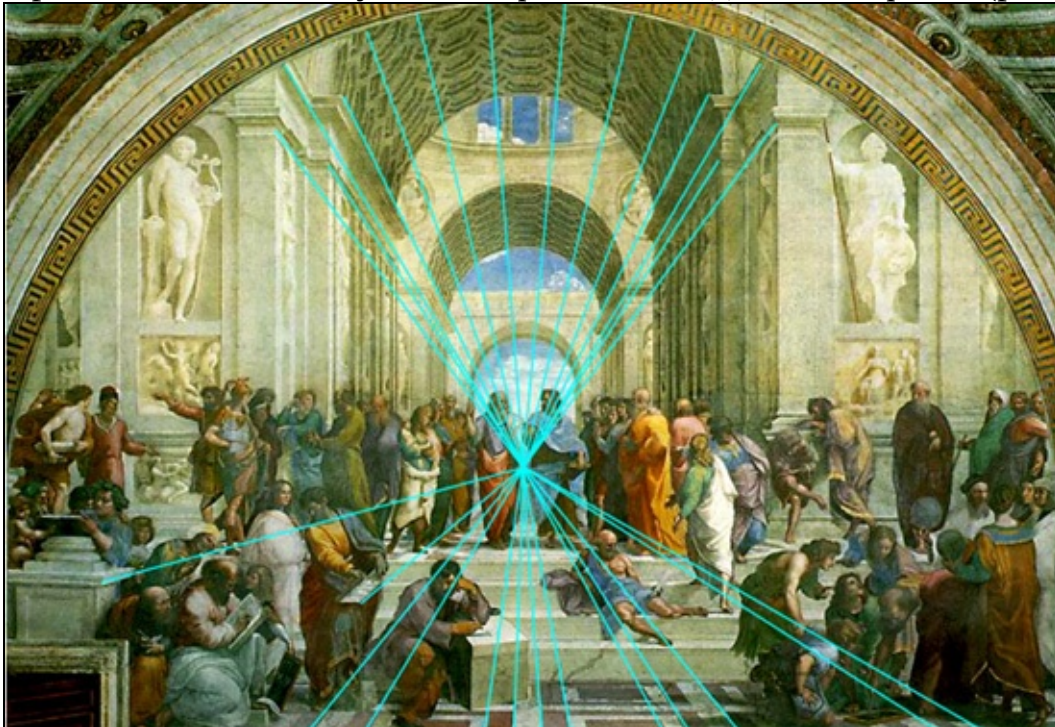


Рис. 17.

Резюмируя, мы можем утверждать, что математическая теория линейной перспективы

позволяет использовать оптические иллюзии. Изображая на заднем плане предметы и человеческие фигуры меньших размеров, чем на переднем, художник добивается глубины изображения, ибо и в действительности человеческий глаз видит так, что далекие предметы кажутся ему меньше, чем близкие. Прибегают художники и к другому оптическому эффекту: краски более далеких предметов они смягчают, делая более блеклыми по сравнению с яркими красками предметов, находящихся на переднем плане.

В своем повседневном опыте мы сталкиваемся и с другими оптическими иллюзиями. Солнце и Луна вблизи горизонта выглядят по размерам больше, чем когда они стоят высоко в небе: вблизи горизонта оба светила кажутся нам ближе, и мы подсознательно поддаемся этой иллюзии. Разумеется, точные измерения показывают, что размеры Солнца и Луны остаются неизменными.

Измерив угол, под которым глаз видит диаметр Луны, мы обнаружили бы, что он близок к половине градуса. Так как половина дуги небосвода составляет 180° , угол, под которым виден диаметр Луны, равен $1/360$ угловых размеров небосвода. Площадь же лунного диска составляет поразительно малую долю (около $1/100\,000$) площади небосвода, но если вспомнить, сколь великолепное зрелище являет собой наше ночное светило в полнолуние, то трудно поверить, что занимаемая им площадь столь ничтожна.

Ряд других оптических иллюзий связан с явлением рефракции, или преломления, света. Всем нам приходилось замечать, что палка, частично погруженная в воду, кажется переломленной в том месте, где она входит в воду.

С древних времен внимание людей привлекало такое проявление рефракции в воздухе как мираж. Это явление порождается совместным действием двух эффектов: разного преломления лучей света в неодинаково нагретых Солнцем (и потому имеющих различную плотность) слоях воздуха и полного внутреннего отражения. Когда нам случается в жаркий день ехать на автомобиле по длинному прямому участку гладкого ровного шоссе, то мы наблюдаем еще один мираж. Издали кажется, будто дорога впереди покрыта водой, но, подъехав ближе, мы убеждаемся, что воды нет и в помине. Чем же обусловлен такой эффект?

Мираж возникает только в том случае, если поверхность дороги сильно нагрета солнцем. Соприкасаясь с дорожным полотном, воздух нагревается, плотность его становится меньше, и более легкие нижние слои поднимаются вверх. Следовательно, свет в нижних слоях преломляется слабее, чем в верхних. Представим себе эту последовательность слоев с меняющейся плотностью (рис. 18). Проходя через них, свет попадает в наши глаза из нижних слоев, расположенных у самой земли. Наблюдатель видит свет, идущий в действительности из точки *A*, как бы приходящим из точки *B*. Именно такую картину он наблюдал бы, если бы перед ним простиралась водная поверхность, так как при взгляде на нее или на мокрую дорогу он увидел бы отражение неба. Таким образом, нагрев дороги создает такую же картину отражения света, какую мы привыкли связывать с водной поверхностью. Зрение вводит нас в заблуждение, и нам кажется, что дорога залита водой или что впереди расстилается водная поверхность.

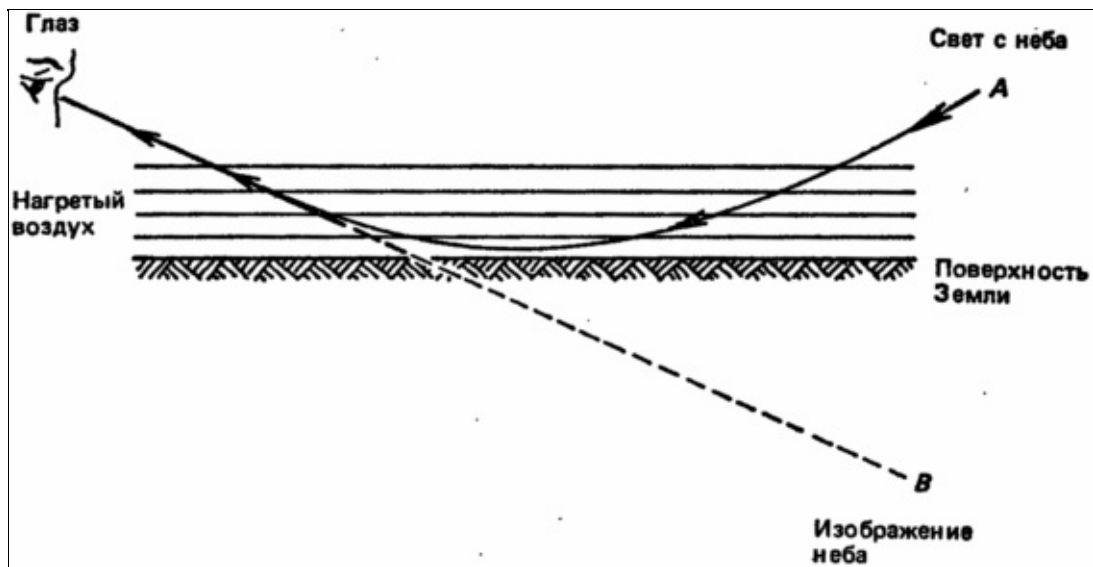


Рис. 18.

Большинство приведенных нами примеров оптической иллюзии придуманы, причем намеренно, психологами. Но чтобы убедиться в постоянных ошибках зрения и понять, чем они вызваны, совсем не обязательно обращаться к искусственным примерам. Из-за рефракции света в земной атмосфере, мы продолжаем видеть Солнце и после того, как оно скрывается за горизонтом. Земля кажется нам плоской. Мы «своими глазами» видим, как Солнце обращается вокруг Земли, которая кажется нам неподвижной. Предположим, что Солнце стоит высоко в небе. На вопрос «Видите ли вы сейчас Солнце?» вы, не задумываясь, отвечаете утвердительно. Между тем испускаемый Солнцем свет доходит до нас только через восемь минут, а за это время может произойти немало событий (например, Солнце может взорваться). Когда Солнце стоит у самого горизонта, мы видим его не круглым, а несколько сплюснутым: вертикальный диаметр Солнца кажется нам несколько укороченным. Это явление также обусловлено преломлением солнечных лучей в атмосфере. Звезды же, находящиеся от нас на невообразимо больших расстояниях, кажутся нам крохотными пятнышками света.

Искажения видимых изображений часто называют иллюзиями, но «иллюзии» необычайно многообразны. Сигналы о цветовых ощущениях поступают в мозг от сетчатки глаза по трем каналам. Существуют три типа цветовых рецепторов (колбочек), каждый из них чувствителен к одному из трех первичных цветов: красному, зеленому или синему. Белый свет возбуждает все три цветовых канала. Каждый предмет поглощает одни световые лучи и отражает другие. Видимый нами цвет — это то, что предмет отражает. Белый предмет отражает падающий на него свет во всем спектре. Но является ли коричневый стол в действительности коричневым? Пламя свечи в ярко освещенной комнате выглядит тусклым, а в темной комнате — ярким. Кусок дерева кажется нам твердым, а в действительности представляет собой весьма рыхлую структуру из атомов, удерживаемых силами межатомного сцепления. Твердость куска дерева — это не твердость сплошной среды.

Ошибки свойственны и другим типам ощущений: температуры, вкуса, громкости и высоты звука, скорости движения. Примером может служить иллюзия в восприятии температуры. Опустите одну руку в таз с горячей водой, а другую — в таз с холодной. Выждав несколько минут, погрузите обе руки в таз с чуть теплой водой. Хотя обе руки

теперь находятся в одной и той же воде, руке, бывшей перед этим в тазу с горячей водой, она кажется прохладной, тогда как другой руке — теплой. Интересно отметить, что если руку погрузить в воду, нагреваемую (или охлаждаемую) постепенно, так что изменение температуры происходит незаметно, то рука успевает адаптироваться к изменению температуры.

Вкусовые ощущения также порождают иллюзии. Сладкие напитки постепенно начинают казаться менее сладкими. Подержите несколько секунд во рту крепкий раствор сахара в воде, а затем попробуйте на вкус обычную пресную воду — вы отчетливо ощутите солоноватый привкус.

Ошибки в оценке скорости общеизвестны. После получасовой поездки по скоростной автотрассе нам кажется, что автомобиль, едущий со скоростью около 50 км/ч, тащится до смешного медленно. Общеизвестна иллюзия, возникающая при встрече двух поездов на станции. Если ваш поезд стоит, а встречный движется, то вы легко впадаете в заблуждение, и вам кажется, что ваш поезд также движется.

Некоторые искажения в нашем чувственном восприятии возникают, когда наши рецепторы утомляются или адаптируются к продолжительному и интенсивному раздражению. Такое может случиться с любым из наших органов чувств и привести к весьма серьезным ошибкам. В качестве примера можно привести хотя бы иллюзию тяжести. Если в течение нескольких минут подержать в руках тяжелый предмет, то после этого другой, более легкий предмет покажется нам почти невесомым.

Помимо иллюзий, связанных с чувственным восприятием реальных физических объектов или явлений, необходимо иметь в виду и ограниченность восприятия наших органов чувств. Нормальное человеческое ухо способно различать на слух частоты в пределах 20-20 000 Гц (колебаний в секунду). Нормальный человеческий глаз воспринимает свет с длиной волны (см. гл. VII) в диапазоне 380-760 нм ($1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$). И звук, и свет (точнее электромагнитные волны) существуют и физически реальны в гораздо более широком диапазоне, чем тот, который доступен нашим органам чувств. Даже белый свет не белый, а, как показал еще Ньютон, представляет собой смесь многих частот. Наш глаз регистрирует только смесь, не разлагая ее на отдельные компоненты. В действительности в реальном мире нет красок. Цвет по словам Гёте, — это то, что мы видим.

Мы воспринимаем непосредственно не физический объект, а информацию о нем, которую дают наши органы чувств. Они же дают и всегда будут давать не подлинное изображение объективной реальности, доступной или недоступной нам, а скорее картину отношений между человеком и реальностью.

Тем не менее люди считают, что наша интуиция действует и за пределом чувственного опыта и мы можем с уверенностью полагаться на нее. Попробуем разобраться, сколь надежна человеческая интуиция.

Предположим, что некто совершает поездку на автомобиле из Нью-Йорка в Буффало (расстояние 400 миль) и по дороге туда развивает скорость 60 миль/ч, а по дороге обратно — всего лишь 30. Какова его средняя скорость? Интуиция почти заведомо подсказывает нам, что средняя скорость равна 45 миль/ч. Правильный же ответ, который получается, если расстояние разделить на время в пути, оказывается иным: около 40 миль/ч.

Рассмотрим еще несколько примеров проявления нашей хваленной интуиции. Предположим, что мы открыли в банке счет на сумму P долл. Банк выплачивает вкладчикам i процентов годовых, причем проценты начисляются не от начальной, а от текущей суммы

(сложные проценты). Мы хотим выждать, пока исходная сумма не удвоится. Предположим, что это произойдет через n лет. Интуиция подсказывает нам, что если бы мы открыли счет на сумму $2P$ долл., то она удвоилась бы быстрее, чем за n лет. В действительности же нам пришлось бы ждать удвоения нашего вклада одинаково долго.

Предположим, что некто сначала поднимается на веслах вверх по реке на 2 мили, а затем спускается вниз по реке на 2 мили. Скорость течения — 3 мили/ч. В стоячей воде наш гребец способен развивать скорость 5 миль/ч. Сколько времени — уйдет у него на весь путь туда и обратно? Интуиция подсказывает нам, что, когда лодка плывет вниз по реке, течение помогает ровно настолько, насколько оно мешает, когда лодка плывет вверх по реке. Следовательно, гребец преодолевает расстояние 4 мили со скоростью 5 миль/ч, затрачивая на весь путь туда и обратно $\frac{4}{5}$ ч. Интуиция обманывает нас; на весь путь туда и обратно гребец затрачивает в действительности час с четвертью.

Предположим, что, желая приготовить мартини с более пикантным вкусом, мы добавляем к кварте джина кварту вермута. Интуиция подсказывает, что получатся две кварталы мартини. Правильный ответ и на этот раз расходится с интуитивно ожидаемым: мартини получится одна и девять десятых кварталы. Аналогичным образом, при смешивании пяти пинт воды и семи пинт спирта не получится двенадцать пинт смеси. В обоих случаях молекулы располагаются более экономно.

Обратимся теперь к проблеме времени. Мы можем говорить о секунде, следующей за данной секундой. Секунда — всего лишь продолжительность определенного интервала времени. Интуиция подсказывает нам, что за каждым мигом есть следующий. Но миг, или мгновение, — это не продолжительность интервала времени (вспомним хотя бы: «И в этот миг часы пробили один раз»). Нельзя не вспомнить и о парадоксе, впервые сформулированном Зеноном Элейским (V в. до н.э.). Летящая стрела в любой момент времени занимает определенное положение в пространстве. Когда стрела успевает переместиться из одного положения, в другое?

Рассмотрим другую задачу, тесно связанную с временем. Часы пробили шесть ударов за пять секунд. За сколько секунд эти часы пробьют двенадцать ударов? Интуиция подсказывает: за десять. Но шесть ударов разделены пятью паузами, а двенадцать ударов — одиннадцатью. Следовательно правильный ответ: за одиннадцать, а не за десять секунд.

Приведем еще несколько примеров того, как нас подводит интуиция. Рассмотрим два прямоугольника с равными периметрами. Должны ли они иметь равную площадь? На первый взгляд кажется, что должны. Но, как показывают нехитрые расчеты, равенство площадей отнюдь не обязательно. Естественно напрашивается вопрос: какой из прямоугольников с одинаковыми периметрами имеет наибольшую площадь? Допустим, мы сооружаем забор вокруг участка земли прямоугольной формы и всю его площадь намереваемся использовать под посевы. Ясно, что наиболее желательным в этом случае является прямоугольник, обладающий при данном периметре наибольшей площадью. Это — квадрат.

Аналогичная проблема возникает при рассмотрении двух коробок одинакового объема. Одинакова ли у них площадь поверхности? Предположим, что объем каждой коробки равен 100 м^3 . Одна коробка имеет размеры $50 \times 1 \times 2 \text{ м}^3$, другая — $5 \times 5 \times 4 \text{ м}^3$. Соответственно площадь поверхности коробки составляет 204, а другой — 130 м^2 . Разница весьма ощутимая.

Еще один пример того, как может заблуждаться наша интуиция, — история о молодом человеке, вставшем перед необходимостью выбора, какой из двух работ отдать

предпочтение. Начальный оклад в обоих случаях одинаков: 1800 долл. в год, но в одном месте обещали ежегодную прибавку в 200 долл., а — в другом — каждые полгода 50 долл. Какое из предложений заманчивее? На первый взгляд кажется, что ответ очевиден: ежегодная прибавка в 200 долларов более весома, чем прибавка, дающая в год лишь 100 долл. Но займемся несложными расчетами и выясним, сколько долларов получит молодой человек на одной и другой работе за последовательные полугодия. На первой работе ему выплатят 900, 900, 1000, 1000, 1100, 1100, 1200, 1200..., на второй (с прибавкой в 50 долларов каждые полгода) — 900, 950, 1000, 1050, 1100, 1150, 1200, 1250...

Из сравнения этих двух последовательностей видно, что вторая работа сулит молодому человеку больший доход за второе полугодие каждого года и такой же доход, как первая работа, за первое полугодие каждого года. Нехитрые подсчеты позволяют разобраться, почему так происходит. Прибавка в 50 долл. за каждые полгода означает, что заработная плата возрастает на 50 долл. за шесть месяцев, или на 100 долл. за год. Иначе говоря, получив за год две прибавки по 50 долл., молодой человек с начала следующего года будет получать столько же, сколько он получил бы, имея годовую прибавку в 200 долларов. С этой точки зрения к началу каждого следующего года оба предложения оказываются одинаково выгодными. Но на второй работе молодой человек начинает получать прибавку уже через полгода, тогда как на первой ему пришлось бы ждать прибавки целый год. Именно поэтому на второй работе он получает за второе полугодие больше, чем на первой.

Рассмотрим еще одну простую задачу. Торговец продает яблоки по 5 центов за пару и апельсины по 5 центов за три штуки. Боясь просчитаться, торговец решает смешать фрукты и продавать их по 10 центов за пять штук. Такой шаг на первый взгляд представляется разумным. От продажи двух яблок и трех апельсинов, т.е. пяти штук фруктов, он выручил бы раньше 10 центов. Смешав яблоки с апельсинами, торговец, как ему казалось, получил возможность продавать любые фрукты без разбора по 2 цента за штуку, тем самым существенно упростив расчеты с покупателями.

Но в действительности торговец обманул самого себя. В этом нетрудно убедиться на примере. Предположим, что торговец вынес на продажу дюжину яблок и дюжину апельсинов. Обычно он, продавая яблоки по 5 центов за пару, выручил бы за дюжину яблок 30 центов. Продавая апельсины по 5 центов за три штуки, торговец выручил бы за дюжину апельсинов 20 центов. Следовательно, его общая выручка составила бы 50 центов. Продавая же две дюжины фруктов по 10 центов за пяток, он выручил бы по 2 цента за штуку, или всего 48 центов. Средняя цена одного фрукта равна не 2 центам, а $2\frac{1}{12}$ цента.

Торговец понес убыток из-за того, что допустил ошибку в своих рассуждениях. Он предполагал, что средняя цена яблок и апельсинов должна быть по 2 цента за штуку, тогда как средняя цена яблока составляет $2\frac{1}{2}$ цента, а средняя цена апельсина — $1\frac{2}{3}$ цента. Средняя цена одного фрукта равна $2\frac{1}{12}$ цента, а не 2 центам.

Приведем еще одну распространенную ошибку интуиции. Предположим, у нас имеется сад круглой формы радиусом 10 м. Мы хотим обнести его стеной, которая отстояла бы всюду на 1 м от границы сада. Насколько периметр стены длиннее периметра самого сада? Ответить на этот вопрос нетрудно. Периметр сада вычисляется по формуле геометрии: длина окружности равна $2\pi r$, где r — радиус, а π — число, которое приближенно равно $\frac{22}{7}$. Следовательно, периметр сада составляет $2\pi \times 10$ м. По условию стена должна на 1 м отстоять от границы сада, поэтому радиус стены равен 11 м, а ее длина — $2\pi \times 11$ м.,

Разность длин двух окружностей равна $22\pi - 20\pi = 2\pi$, т.е. стена должна быть на 2π м длиннее периметра сада. Пока ничего удивительного нет.

Рассмотрим теперь аналогичную задачу. Предположим, что нам необходимо проложить дорогу, которая опоясывала бы земной шар (для современного инженера это не слишком трудная задача), и что дорога повсюду должна проходить на высоте 1 м над поверхностью Земли. На сколько метров такая дорога была бы длиннее окружности Земли? Прежде чем приниматься за вычисление этой величины, попытаемся оценить ее из интуитивных соображений. Средний радиус Земли составляет около 6370 км. Так как это примерно в 6 млн. раз больше радиуса сада из предыдущей задачи, можно было бы ожидать, что и *приращение* длины дороги (по сравнению с длиной окружности Земли) примерно во столько же раз больше приращения длины стены (по сравнению с периметром сада). Напомним, что последнее было равно 2π , м. Таким, образом, интуитивные соображения приводят к величине $6\,000\,000 \times 2\pi$ м. Даже если эта оценка вызывает у вас какие-то возражения, вы, вероятно, согласитесь с тем, что длина дороги должна быть гораздо больше окружности земного шара.

Простой расчет позволяет поднять, как обстоит дело в действительности. Чтобы избежать вычислений с большими числами, обозначим радиус Земли в метрах через r . Тогда длина окружности Земли равна $2\pi r$, а длина дороги — $2\pi(r + 1)$ м. Но последнюю величину можно записать в виде $2\pi r + 2\pi$. Следовательно, дорога длиннее окружности Земли ровно на 2π м, т.е. ровно на столько, на сколько стена длиннее периметра сада, хотя дорога опоясывает огромную Землю, а стена — небольшой сад. Формулы позволяют утверждать нечто большее: независимо от значения r разность $2\pi(r + 1) - 2\pi r$ всегда равна 2π . Это означает, что внешняя окружность, проходящая на расстоянии 1 м от внутренней, всегда (независимо от радиуса) на 2π м длиннее внутренней окружности.

Интуиция подводит нас и во многих других ситуациях. Человек, находящийся на некотором расстоянии от яблони, видит, что одно яблоко вот-вот упадет, и хочет попасть в него из ружья. Он знает, что к тому времени, когда пуля долетит до места, где яблоко находилось в момент выстрела, оно успеет пройти в свободном падении некоторое расстояние. Должен ли человек целиться в точку, расположенную ниже яблока, чтобы попасть в цель? Нет. Он должен прицелиться и выстрелить в яблоко: за то время, что пуля летит до яблока, они опустятся вниз по вертикали на одно и то же расстояние.

В качестве последнего примера, показывающего, как интуитивные соображения с большой вероятностью приводят к неверному ответу, рассмотрим задачу о теннисном турнире. Для участия в турнире записалось 136 спортсменов. Организаторы хотели бы составить расписание встреч с таким расчетом, чтобы определить победителя за минимальное число встреч. Сколько встреч для этого потребуется? Интуиция бессильна здесь чем-нибудь помочь. Между тем ответ прост: для выявления победителя требуется провести 135 встреч, так как каждый выбывший из турнира спортсмен должен потерпеть по крайней мере одно поражение, а всякий, кто проиграл встречу, выбывает из турнира.

Почему мы испытываем иллюзии, основываясь на своих ощущениях, и совершаем ошибки, доверяясь интуиции? Иллюзии, порождаемые различными органами чувств, вероятно, всего лучше объяснило бы исследование физиологии последних, но для наших целей достаточно понять, что и в иллюзиях, и в ошибочных интуитивных предсказаниях повинны не только органы чувств, но и мозг человека. Что касается интуиции, то она формируется как результат взаимосвязи опыта, чувственных восприятий и грубых догадок; в

лучшем случае интуицию можно было бы назвать дистиллированным опытом. Последующий анализ или эксперименты подтверждают или опровергают интуитивные предсказания. Иногда интуицию определяют как силу привычки, коренящейся в психологической инерции.

Говоря о чем-то как о заведомо воспринимаемом, мы тем самым предполагаем возможность отделения восприятия от того, кто воспринимает. Но такое отделение невозможно, ибо не может быть восприятия без воспринимающего субъекта. Что же такое объективная реальность? Быть может, несколько наивно мы считаем объективным то, по поводу чего сходятся во мнении все воспринимающие субъекты. Так, Солнце и Луна существуют. Солнце желтое, Луна голубая.

В своем «Руководстве по физиологической оптике» (1896) Гельмгольц писал:

Нетрудно видеть, что все свойства, которые мы им [объектам реального мира] приписываем, означают не более чем воздействия, производимые ими либо на наши органы чувств, либо на другие внешние объекты. Цвет, звук, вкус, запах, температура, гладкость, твердость относятся к первому классу; они соответствуют воздействиям на наши органы чувств. Химические свойства аналогичным образом связаны с реакциями, т.е. воздействиями, производимыми рассматриваемым физическим телом на другие. Так же обстоит дело и с другими физическими свойствами тел: оптическими, электрическими, магнитными... Отсюда следует, что в действительности свойства объектов в природе вопреки их названиям не означают ничего присущего самим объектам как таковым, а всегда указывают на их отношение к некоторому второму телу (в том числе к нашим органам чувств).

Что мы можем противопоставить иллюзиям и ошибочной интуиции? Наш самый эффективный ответ состоит в использовании математики. Сколь он эффективен, станет ясно из последующих глав. Мы хотим показать (и видим в этом свою главную цель), что в окружающем нас мире существуют явления, столь же реальные, как и те, которые мы воспринимаем посредством наших органов чувств, но экстрасенсорные или даже вообще не воспринимаемые, и что в нашей современной культуре мы используем эти экстрасенсорные реальные явления и полагаемся на них ничуть не меньше, если не больше, чем на свои чувственные восприятия.

Мы отнюдь не утверждаем, будто математика не использует чувственные восприятия и интуицию во всякого рода наводящих и эвристических соображениях. Но математика превосходит все эти подсказки так же, как алмаз превосходит кусок стекла, и то, что математика открывает нам о внешнем мире, гораздо удивительнее зрелища звездного неба.

II

Зарождение математики и ее роль в познании

Учение о природе будет содержать науку в собственном смысле лишь в той мере, в какой может быть применена в ней математика.^[2]

Кант

Боги открыли людям не все. В поиск пустившись, люди сами открыли немало.

Ксенофан

Платье нередко многое говорит о человеке.

Шекспир

Хотя информация, которую мы получаем от наших органов чувств, рассматривается, анализируется, подвергается экспериментальной проверке и хотя мы располагаем ныне такими мощными вспомогательными средствами, как телескоп, микроскоп и различного рода приборы, позволяющие производить всевозможные наблюдения, а также точнейшими измерительными устройствами, полученное с их помощью знание ограничено и может считаться достоверными лишь в определенных пределах. Нам гораздо больше известно, чем раньше, о числе планет, о существовании у некоторых из них спутников, о темных пятнах на Солнце, о применении компаса в навигации. Но достигнутый прогресс знания составляет лишь крохотную толику того поистине неисчерпаемого множества разнообразных и важных явлений, которые нам необходимо и желательно знать.

Решающий, гигантский по своим масштабам и непреходящий по своему значению шаг к расширению и приумножению нашего знания внешнего мира был сделан, когда для изучения его стали применять математику. Математика не только уточнила и расширила наше знание явлений, доступных органам чувств человека, но и позволила открыть весьма важные явления, не воспринимаемые нами, но оттого не менее реальные по их воздействию, чем прикосновение к раскаленной плите. То, что в нашей повседневной жизни незримо присутствуют такие физические «духи», не вызывает сомнений. О том, как они были открыты, и пойдет наш рассказ.

Для нас, получивших современное образование, природа и «земные» приложения математики хорошо известны и воспринимаются как нечто само собой разумеющееся. Еще цивилизации, которые мы считаем творцами западно-европейской математики, а именно цивилизации Древнего Египта и Вавилона, около 3000 лет до н.э. создали набор полезных, но не связанных между собой правил и формул для решения практических задач, с которыми люди сталкивались в повседневной жизни. Вавилоняне и египтяне не сознавали, что

математика способна распространить их знание природы за пределы доступного чувственному опыту. Созданную ими математику можно сравнить с алхимией, предшествовавшей химии.

Математика как логический вывод и средство познания природы — творение древних греков, которым они начали всерьез заниматься примерно за шесть веков до новой эры. Не сохранилось никаких документов VI-V вв. до н.э., способных рассказать нам, что заставило древних греков прийти к новому пониманию математики и ее роли. Вместо этого мы располагаем лишь более или менее правдоподобными догадками историков, один из которых, в частности, утверждает, что греки обнаружили противоречия в результатах, полученных древними вавилонянами при определении площади круга, и вознамерились выяснить, какой из результатов верен. Аналогичные расхождения обнаружились и по другим вопросам. В качестве еще одного объяснения историки ссылаются на философские интересы греков, но это только догадки, которые скорее поднимают вопросы, чем дают объяснения. Кое-кто считает, что дедуктивная математика ведет свою родословную от аристотелевской логики, возникшей в пылу дискуссий на общественно-политические темы. Однако древнегреческая математика зародилась до Аристотеля.

По-видимому, нам остается лишь констатировать, что у греков начиная с VI в. до н.э. сложилось определенное миропонимание, сущность которого сводилась к следующему. Природа устроена рационально, а все явления протекают по точному и неизменному плану, который в конечном счете является математическим. Человеческий разум всесилен, и если эту могучую силу приложить к изучению природы, то лежащий в основе мироздания математический план удастся раскрыть и познать.

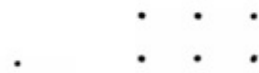
Как бы то ни было, именно греки были первыми, кому достало дерзости и гения дать рациональное объяснение явлений природы. Неумная тяга греков к познанию была окрашена волнующими, переживаниями поиска и исследования. Занимаясь изысканиями, греки наносили новые области знания на «карты» (примером такой «карты» может служить геометрия Евклида), чтобы те, кто идет следом, могли скорее достичь границ неведомого и принять участие в освоении новых областей.

На несколько более прочной исторической основе мы стоим, когда ссылаемся на то, что Фалес (около 640-546 до н.э.) из греческого города Милета в Малой Азии доказал несколько теорем евклидовой геометрии. Никаких документов того времени не сохранилось, и утверждение, что Фалес Милетский доказал теоремы логическими средствами, довольно спорно. Не подлежит, однако, сомнению, что и он, и его современники в Малой Азии размышляли о плане, заложенном в основы мироздания.

Более достоверно известно, что разработанная пифагорейцами (мистическо-религиозным орденом, существовавшим в VI в. до н.э.) программа выявления рационального плана, лежащего в основе природы, предусматривала использование математики. Пифагорейцев поражало, что физически столь разнообразные объекты обнаруживают тождественные математические свойства. Например, Луна и резиновый мяч имеют одинаковую форму и много других общих свойств, присущих всем шарам. Разве не очевидно, что математические соотношения, кроющиеся за внешним разнообразием, и должны быть сущностью явлений?

Если говорить более конкретно, то пифагорейцы усматривали сущность вещей и явлений в числе и числовых соотношениях. Число для них, было первым принципом в описании природы, и оно же считалось материей и формой мира. По преданию,

пифагорейцы полагали, что «все вещи суть числа». Их вера в число станет более понятной, если учесть, что пифагорейцы представляли числа наглядно в виде множеств точек (возможно, символизировавших для них частицы) и располагали точки в виде фигур,



которые могли представлять реальные объекты. Например, множества $\cdot \cdot \cdot$ и $\cdot \cdot \cdot$ назывались соответственно треугольными и квадратными числами и вполне могли представлять треугольные и квадратные объекты. Не подлежит сомнению и то, что, когда пифагорейцы развили и усовершенствовали свое учение, они начали понимать числа как абстрактные понятия, а физические объекты как их конкретные реализации.

Пифагорейцам принадлежит идея сведения музыкальных интервалов к простым соотношениям между числами; они пришли к этой мысли, совершив два открытия. Первое — что высота звука, издаваемого колеблющейся струной, зависит от ее длины, и второе — что гармонические созвучия издают струны, длины которых относятся между собой, как некоторые целые числа. Например, гармоническое созвучие возникает, если заставить колебаться две одинаково натянутые струны, одна из которых вдвое длиннее другой. Музыкальный интервал между издаваемыми такими струнами тонами ныне называется октавой. Другое гармоническое созвучие создают две струны, длины которых относятся, как три к двум: в этом случае тон, издаваемый более короткой струной, на квинту выше тона более длинной. Длины любых двух струн, рождающих гармоническое созвучие, действительно относятся между собой, как целые числа.

Движения планет пифагорейцы также сводили к числовым соотношениям. По их представлениям, тела, перемещаясь в пространстве, производят звуки, причем быстро движущееся тело издает более высокий звук, чем движущееся медленно. Возможно, такого рода идеи были навеяны свистящим звуком, который возникает при раскручивании веревки с тяжелым предметом на конце. Согласно пифагорейской астрономии, чем больше расстояние от планеты до Земли, тем быстрее планета движется. Следовательно, звуки, издаваемые планетами, изменяются в зависимости от их удаленности от Земли, и все звуки подчиняются определенной гармонии. Как и всякая гармония, такая «музыка сфер» может быть сведена к чисто числовым соотношениям. Но тогда и движения планет можно свести к числовым соотношениям.

Другие характерные особенности природы пифагорейцы также сводили к числу. Особенно высоко они ценили числа 1, 2, 3, 4, образующие *четверицу*, или *тетрактис*. По преданию, клятва пифагорейцев гласила: «Клянусь именем Тетрактис, ниспосланной нашим душам. В ней источник и корни вечно цветущей природы». Природа, по мнению пифагорейцев, состояла из «четверок» — четырех геометрических элементов (точки, линии, поверхности и тела) и четырех материальных элементов (земли, воздуха, огня и воды), — игравших важную роль в философии Платона.

Четыре числа, входившие в тетрактис, в сумме давали десять, поэтому число «десять» пифагорейцы провозгласили идеальным числом и усматривали в нем символ всего мира. Но, так как число «десять» идеально, в небесах должны быть десять тел. Чтобы получить нужное число небесных тел, пифагорейцы придумали Центральный огонь, вокруг которого обращаются Земля, Солнце, Луна и пять известных тогда планет, а также Антиземлю, лежащую по другую сторону от Центрального огня. Ни Центральный огонь, ни Антиземля невидимы, так как мы обитаем на той части Земли, которая обращена в противоположную

от них сторону. Так пифагорейцы построили астрономическую теорию, основанную на числовых соотношениях.

Приведенные примеры позволят нам понять высказывание, приписываемое знаменитому пифагорейцу Филолаю, жившему в V в. до н.э.:

Если бы ни число и его природа, ничто существовавшее нельзя было бы постичь ни само по себе, ни в его отношении к другим вещам... Мощь числа проявляется, как нетрудно заметить, не только в деяниях демонов, и богов, но и во всех поступках и помыслах людей, во всех ремеслах и музыке.

([13], с. 21.)

Натурфилософию пифагорейцев трудно назвать состоятельной. Не удалось им продвинуться сколько-нибудь далеко ни в одной из областей естествознания. Их теории с полным основанием можно назвать поверхностными. Тем не менее то ли благоприятное стечение обстоятельств, то ли гениальное прозрение позволили пифагорейцам создать два учения, первостепенное значение которых обнаружилось лишь позднее. Первое — что природа устроена на математических принципах и второе — что числовые соотношения суть основа, единая сущность и инструмент познания порядка в природе.

Атомисты Левкипп (ок. 440 до н.э.) и Демокрит (ок. 460 — ок. 370 до н.э.) также отводили математике немаловажную роль. Они считали, что вся материя состоит из атомов, различающихся положением, размерами и формой. Эти свойства атомов физически реальны. Все остальные свойства, такие как вкус, теплота и цвет, присущи не самим атомам, а обусловлены воздействием атомов на воспринимающего субъекта. Такое чувственное знание ненадежно, так как меняется от одного воспринимающего субъекта к другому. Подобно пифагорейцам, атомисты утверждали, что реальность, лежащая в основе постоянно меняющихся свойств реального мира, может быть выражена на языке математики. Все происходящее в этом мире строго предопределено математическими законами.

Первым из греков, кому мы обязаны наиболее существенным продвижением в математическом исследовании природы, был Платон (427-347 до н.э.). Он не только воспринял некоторые учения пифагорейцев, но и был выдающимся философом, чьи идеи во многом определяли развитие мысли в Греции достопамятного IV в. до н.э. Платон основал в Афинах Академию, ставшую центром притяжения мыслителей его времени и просуществовавшую девять веков. Свои взгляды Платон особенно отчетливо и ясно изложил в диалоге «Филеб». В вводной главе «Историческая ретроспектива» мы упоминали о том, что реальный мир, согласно Платону, построен на математических принципах. То, что воспринимают наши органы чувств, не более чем несовершенное представление реального мира. Реальность и рациональность физического мира может быть постигнута только с помощью математики, ибо «Бог вечно геометризует». Платон пошел дальше, чем пифагорейцы: он стремился не только познать природу, но и выйти за ее пределы, чтобы постичь идеальный мир, построенный на математических принципах, который, по мысли Платона, и есть подлинная реальность. Чувственное, преходящее и несовершенное подлежало замене на абстрактное, вечное и совершенное. Платон полагал, что несколько тонких наблюдений внешнего мира позволят составить представление об основных идеях, которые затем могут быть развиты разумом. Необходимость в дальнейших наблюдениях отпадала. После того как исходные наблюдения произведены, природа должна быть

полностью заменена математикой. Платон подверг критике пифагорейцев за то, что они, исследовав числа, в которых запечатлена гармония музыкальных созвучий, так и не дошли до изучения естественной гармонии самих чисел. Для Платона математика была не только посредником, между идеями и данными чувственного опыта: математический порядок он считал точным отражением самой сути реальности. Платон заложил также основы дедуктивно-аксиоматического метода, который мы кратко обсудим. В этом методе Платон видел идеальный способ систематизации уже накопленного знания и получения нового.

Наиболее выдающиеся из последователей Платона разделяли его мысль, что математика занимается изучением внешнего мира и позволяет получать о нем истинное знание. Хотя Аристотель и его сторонники занимали несколько иную позицию, чем платоники, тем не менее по вопросу об отношении математики к реальному миру школа Аристотеля также отстаивала версию о математическом плане, лежащем в основе всего мироздания. Аристотель утверждал, что математические абстракции почерпнуты из материального мира, однако в его сочинениях нигде не говорится, что математика вносит поправки в чувственное знание, расширяя его. Аристотель считал, что в основе движения небесных тел лежат некие математические принципы, но для него математические законы были не более чем описанием событий. Самым важным для Аристотеля была конечная причина, или цель событий, т.е. он исходил из телеологической концепции.

Когда Александр Македонский (356-323 до н.э.) вознамерился покорить мир, он перенес центр греческой Ойкумены из Афин в один из городов Египта, который он с присущей ему «скромностью» переименовал в Александрию. Именно там, в Александрии, Евклид (около 300 до н.э.) написал первый достопамятный документ математического знания — свои классические «Начала». В этой работе впервые было применено доказательство. Помимо «Начал» Евклиду принадлежат также сочинения по механике, оптике и музыке, в которых основная роль отведена математике. Математика выступала как идеальная версия того, что составляло содержание известного нам реального мира. Некоторые из теорем Евклида несли в себе новое знание геометрических фигур и свойств целых чисел. Но поскольку оригинальные манускрипты Евклида до нас не дошли, мы не знаем, было ли это новое знание его целью и в какой мере он заботился о надежности знания, добытого чувственным опытом. Одно можно сказать с уверенностью: Евклид проложил путь другим творцам и создателям математики.

Греки «Александрийского периода» (около 300 до н.э. — 600 н.э.) необычайно расширили математику. Упомянем лишь обширный труд Аполлония (ок. 262 — ок. 190 до н.э.) «Конические сечения», серию первоклассных работ Архимеда (ок. 287-212 до н.э.) по многим областям математики и механики, труды по тригонометрии Гиппарха, Менелая и Птолемея (ок. 90-160) и в конце периода «Арифметику» Диофанта. Во всех этих сочинениях так же, как в «Началах» Евклида, излагались идеальные версии объектов, отношений и явлений реального мира. Все они внесли свою лепту в расширение нашего знания.

Греческая цивилизация погибла под натиском римских и мусульманских завоевателей. С ее падением Европа вступила в период Средневековья, продолжавшийся целое тысячелетие — с 500 по 1500 г. Главенствующую роль в средневековой культуре играла церковь, рассматривавшая жизнь на Земле как подготовку к загробной жизни на небесах. Исследование природы любыми средствами, как математическими, так и нематематическими, считалось предосудительным занятием. Тем не менее отдельные мыслители и даже целые группы (Роберт Гроссетест, Роджер Бэкон, Джон Пекхэм,

мертонианцы из Оксфорда, к числу которых принадлежали Уильям Оккама, Томас Брадвар, Абеляр из Бата, Тьерри из Шартра и Уильям из Конка) предпринимали попытки продолжить математические и физические исследования. В частности, они видели в математике не противоречащее истине описание физических явлений, и некоторые из них, главным образом Абеляр и Тьерри, настаивали на экспериментальном изучении природы. Все эти мыслители считали, что реальный физический мир в основе своей рационален и математическое рассуждение способно дать знание о нем. Не следует забывать и о вкладе, который в период Средневековья внесли в математику индийцы и арабы и который постепенно вошел в общий свод математического знания.

Началом современного периода, о котором в основном и пойдет речь в нашей книге, принято считать конец XV — начало XVI вв. Что касается XVI в., то его часто называют эпохой Ренессанса — возрождения греческой мысли. Для нас сейчас несущественно, каким образом греческие манускрипты попали в Италию, ставшую центром Возрождения.

Европейцы не сразу откликнулись на новые веяния. На протяжении этого периода, который нередко называют гуманистическим, европейские мыслители не столько следовали высоким целям древних греков, сколько изучали труды греческих авторов, но примерно к 1500 г. европейские умы, воспринявшие направленность античной мысли — приложение разума к исследованию природы и поиск математического плана, лежащего в основе мироздания, — принялись действовать. Однако они столкнулись с серьезной проблемой, поскольку цели, которые ставили перед собой греки, находились в противоречии с культурной традицией, сложившейся в Европе того периода. В то время как греки не сомневались, что природа устроена на математических принципах и неизменно и неуклонно следует некоему идеальному плану, мыслители конца Средневековья приписывали весь план и все действие христианскому Богу. Именно Бог был для них творцом и создателем плана мироздания, и все явления природы неукоснительно следовали предначертаниям этого высшего существа. Весь мир — творение Бога и беспрекословно подчиняется его воле. Математики и естествоиспытатели эпохи Возрождения, будучи правоверными христианами, разделяли эту доктрину. Но католическое вероучение отнюдь не включало в себя греческое учение о математическом плане, лежащем в основе природы. Каким же образом можно согласовать тогда попытку понять созданное Богом мироздание с поиском математических законов природы? Пришлось добавить (к уже существовавшим учениям) новый тезис — о том, что христианский Бог сотворил мир на математической основе. Католическое вероучение, постулирующее первостепенное значение попыток понять волю Господа и его творения, приняло форму поиска математического плана, заложенного Богом в основу мироздания. Как мы вскоре убедимся, узнав некоторые подробности, работа математиков на протяжении XVI-XVIII вв. была по существу религиозным исканием. В поисках математических законов природы они священнодействовали, раскрывая славу и величие творения божьего.

Математическое знание, истина о плане, положенном Богом в основу мироздания, при таком подходе обретали столь же боговдохновенный характер, как и любая строка Священного писания. Разумеется, смертным не дано постичь божественную мудрость плана с той полнотой и ясностью, с какой она ведома самому Господу Богу, но люди могли смиренно и с подобающей скромностью по крайней мере пытаться приблизиться к божественному разуму и понять, как устроен мир.

Можно пойти дальше и утверждать, что математики XVI-XVIII вв. были уверены в

существовании математических законов, лежащих в основе всех явлений природы, и настойчиво стремились найти их, ибо исходили из априорного убеждения, что Бог и эти законы включил в общую схему мироздания. Каждое открытие закона природы провозглашалось как еще одно свидетельство мудрости Бога, а не проницательности исследователя. Убеждения и взгляды математиков и естествоиспытателей распространились по всей Европе эпохи Возрождения. Незадолго до того обнаруженные работы греческих авторов противостояли глубоко религиозному христианскому миру, и духовные лидеры Возрождения, рожденные в одном мире, но тяготевшие к другому, слили учения обоих миров воедино.

Наряду с этим новым интеллектуальным увлечением стало приобретать все более широкую поддержку направление, основанное на идее «назад к природе». Многие естествоиспытатели отвергли нескончаемое умствование на основе догматических принципов, туманных по смыслу и оторванных от опыта, и обратились к самой природе как источнику подлинного знания. К началу XVII в. в Европе сложились предпосылки того, что нередко называют «научной революцией». Многие события способствовали или ускорили ее наступление: географические экспедиции открыли новые земли и народы; изобретение телескопа и микроскопа позволило обнаружить новые явления; компас облегчил навигацию в условиях открытого моря; гелиоцентрическая теория Коперника (см. гл. IV) заставила по-новому взглянуть на нашу планетную систему. Реформация пошатнула догмы католицизма. Математика вскоре снова стала играть главную роль — ключа к природе.

Бегло обозревая исторический фон, на котором происходило развитие европейской математики, мы стремились главным образом показать, что математика и применение ее к исследованию природы (основная тема последующих глав нашей книги) не возникли неожиданно, как гром среди ясного неба. Свое внимание мы сосредоточим не на элементарной математике, дающей средства для корректировки и расширения нашего знания о явлениях, в основном доступных нашим органам чувств, а на успехах, достигнутых математикой в открытии и описании явлений, либо не доступных непосредственному восприятию, либо вообще не воспринимаемых нами. При этом нам не понадобится постигать тонкости математических методов, но важно будет понять, каким образом математика позволяет описывать физические явления и получать знание о них.

Каковы существенные особенности математического метода? Первая отличительная особенность — введение основных понятий. Некоторые из таких понятий, например точка, линия и целое число, подсказаны непосредственно материальным, или физическим, миром. Помимо элементарных понятий в математике немаловажную роль играют понятия, созданные человеческим разумом. Примерами таких понятий могут служить понятия отрицательного числа, буквенные обозначения классов чисел, комплексные числа, функции, всевозможные кривые, бесконечные ряды, понятия математического анализа, дифференциальные уравнения, матрицы и группы, многомерные пространства.

Некоторые из перечисленных нами понятий полностью лишены интуитивной основы. Другие, например понятие *производной* (мгновенной скорости изменения), имеют под собой некую интуитивную основу в физических явлениях. Но хотя производная и связана с физическим понятием скорости, ее в гораздо большей степени можно рассматривать как конструкцию, созданную разумом, причем на качественно совершенно ином уровне, нежели, скажем, понятие математического треугольника.

На протяжении всей истории математики новые понятия поначалу вызывали весьма

настороженное отношение. Даже понятие отрицательного числа сначала было отвергнуто серьезными математиками. Тем не менее каждое новое понятие, хотя и неохотно, принималось после того, как становилась очевидной его полезность в приложениях.

Вторая существенная особенность математики — ее абстрактность. Платон в диалоге «Государство» так сказал о геометрах:

Но ведь когда они вдобавок пользуются чертежами и делают отсюда выводы, их мысль обращена не на чертеж, а на те фигуры, подобием которых он служит. Выводы свои они делают только для четырехугольника самого по себе и его диагонали, а не для той диагонали, которую они начертили. Так и во всем остальном. То же самое относится и к произведениям ваяния и живописи: от них может падать тень, и возможны их отражения в воде, но сами они служат лишь образным выражением того, что можно видеть не иначе, как мысленным взором.

([2], с. 318-319.)

Если математика должна быть могучей, то в одном абстрактном понятии она должна охватывать существенные особенности всех физических проявлений этого понятия. Например, математическая прямая должна включать в себя все наиболее значительные особенности туго натянутых веревок, краев линеек, границ полей и траекторий световых лучей.

В том, что математические понятия представляют собой абстракции, нетрудно убедиться на примере наиболее элементарного понятия — *числа*. Непонимание абстрактного характера этого понятия может приводить к недоразумениям. Поясним эту мысль на простом примере. Человек заходит в обувной магазин и покупает три пары обуви по 20 долл. за пару. Продавец говорит, что три пары обуви по 20 долл. за пару стоят 60 долл. и ожидает, что покупатель уплатит ему эту сумму. Покупатель же возражает, утверждая, что три пары по 20 долл. за пару — это 60 пар обуви, и настаивает, чтобы продавец приготовил 60 пар обуви. Прав ли покупатель? Прав, как прав и продавец. Если число пар обуви, умноженное на доллары, может давать доллары, то почему бы тому же произведению не давать пары обуви? Ответ, разумеется, состоит в том, что мы не умножаем туфли на доллары. Мы абстрагируем числа 3 и 20 из физической ситуации, умножаем одно число на другое, получаем число 60 и интерпретируем результат в соответствии с физической ситуацией.

Еще одна отличительная особенность математики — идеализация. Математик идеализирует, намеренно отвлекаясь от толщины меловой линии при рассмотрении прямых или принимая Землю при решении некоторых задач за идеальную сферу. Сама по себе идеализация не является серьезным отступлением от реальности, но при любой попытке приложить ее к реальности возникает вопрос, достаточно ли близок исследуемый объект (например, реальная частица или траектория) к его идеальному образу.

Наиболее поразительной особенностью математики является используемый ею метод рассуждения. Основу его составляет набор аксиом и применение к этим аксиомам дедуктивного доказательства (вывода). Слово «аксиома» происходит от греческого «мыслить подобающим образом». Само понятие аксиомы — истины, столь самоочевидной, что она ни у кого не вызывает сомнения, — введено греками. Платоновское учение об анамнезисе утверждала, что люди обладают априорным знанием истин, почерпнутым их душами в

объективном мире истин, и что аксиомы геометрии представляют собой воспоминания о некогда известных истинах. Аристотель во «Второй аналитике» упоминает об «общих [положениях], называемых нами аксиомами, из которых, как первичного, ведется доказательство» ([8], с. 200), истинность которых мы постигаем своей безошибочной интуицией. Если бы в доказательстве использовались какие-то факты, не известные нам как истины, то потребовалось бы дополнительное доказательство, которое устанавливало бы эти факты, и этот процесс пришлось бы повторять бесконечно. Аристотель также указывал на то, что некоторые понятия должны оставаться неопределяемыми, ибо в противном случае доказательство не имело бы начала. В наше время такие понятия, как точка и прямая, остаются неопределяемыми. Их значение и свойства зависят от аксиом, предписывающих свойства «точек» и «прямых».

Подобно тому как многие используемые в математике понятия изобретены человеческим разумом, аксиомы об этих понятиях изобретены с таким расчетом, чтобы понятия раскрывали те или иные стороны реальности. Например, аксиомы для отрицательных и комплексных чисел с необходимостью должны отличаться от аксиом для положительных чисел или последние должны по крайней мере допускать обобщения, охватывающие отрицательные и комплексные числа. Разумеется, аксиоматизация более новых понятий требует более тонкого подхода, поэтому правильные аксиоматические обоснования некоторых областей математики удалось создать лишь через много лет после возникновения этих областей.

Помимо математических аксиом значительную часть лепты, вносимой математикой в наш физический мир, должно составлять и физическое знание. Оно может принимать форму физических аксиом (например, законов движения Ньютона), обобщений экспериментальных наблюдений или чистой интуиции. Эти физические допущения формулируются на языке математики, что позволяет применять к ним математические аксиомы и теоремы.

Но сколь ни фундаментальны понятия и аксиомы, именно *дедуктивные выводы* из аксиом дают нам возможность получать полностью новое знание, вносящее надлежащие поправки в наши чувственные восприятия. Из многих типов рассуждений (индуктивных, по аналогии, дедуктивных и т.д.) только дедуктивное рассуждение гарантирует правильность заключения. Например, придя к заключению «Все яблоки красные» на том основании, что тысяча просмотренных нами яблок были красными, мы пользуемся индуктивным рассуждением, поэтому наше заключение ненадежно. Заведомо ненадежно и заключение «Джон не мог не закончить этот колледж», которое мы делаем на том основании, что брат-близнец Джона, унаследовавший от родителей такие же способности, как и сам Джон, закончил этот колледж. В этом случае мы рассуждаем по аналогии, и наше рассуждение также ненадежно. В отличие от этого дедуктивное рассуждение, хотя оно может принимать разнообразные формы, гарантирует правильность заключений. Тот, кто считает, что все люди смертны, не может не согласиться с тем, что Сократ смертен. Лежащее в основе этого рассуждения логическое правило является разновидностью того, что Аристотель называл силлогистическим рассуждением, или силлогизмом. К числу других законов дедуктивного рассуждения Аристотель относил закон противоречия (любое утверждение не может быть одновременно истинным и ложным) и закон исключенного третьего (любое утверждение должно быть либо истинным, либо ложным).

И сам Аристотель, и мир в целом не сомневались в том, что сформулированные

Аристотелем принципы дедуктивного рассуждения, если их применить к любым посылкам, приводят к заключениям столь же надежным, как и посылки. Следовательно, если посылки были истинными, то заключения также будут истинными. Заметим попутно, что принципы дедуктивного рассуждения Аристотель абстрагировал из рассуждений, которыми уже пользовались математики. Дедуктивная логика — дитя математики.

Необходимо по достоинству оценить, сколь радикальным было неукоснительное следование принципам дедуктивного доказательства. Мы можем проверить сколько угодно чисел и убедиться, что каждое из них представимо в виде суммы двух простых чисел. Однако мы не можем утверждать, что наш результат есть математическая теорема, поскольку он не был получен путем дедуктивного доказательства. Приведем еще один аналогичный пример. Предположим, что какой-то ученый измерил суммы углов 100 различных треугольников, отличавшихся по расположению, размерам и форме. В пределах точности измерений все суммы оказались равными 180° . Ученый, разумеется, сделал бы вывод, что сумма углов любого треугольника равна 180° . Но такое заключение верно только в пределах точности измерений. Кроме того, оставался бы открытым вопрос о том, не дадут ли существенно иной результат измерения, производимые над треугольником какой-нибудь еще не испытанной формы. Индуктивное заключение нашего естествоиспытателя математически неприемлемо. В отличие от него математик начинает с фактов или аксиом, которые представляются надежными. Кто может усомниться в том, что если к равным величинам прибавить равные величины, то суммы окажутся равными? С помощью таких неоспоримых аксиом можно, рассуждая дедуктивно, доказать, что сумма углов *любого* треугольника равна 180° .

В описанном нами дедуктивном процессе для обоснования рассуждения используется логика. При этом, по существу, мы до сих пор применяем так называемую аристотелеву логику. Естественно спросить, почему заключения, полученные с помощью такой логики, должны иметь какое-то отношение к природе. Почему теоремы, доказанные человеческим разумом в тиши кабинетов, должны быть применимы к реальному миру, как, впрочем, и аксиомы, которые во многих случаях являются не более чем измышлениями того же человеческого разума? К вопросу о том, почему математика столь эффективна, мы вернемся в гл. XII.

Необходимо отметить еще одну важную характерную черту математики: использование специальных обозначений. Хотя страница, испещренная математическими символами, способна отпугнуть непосвященного, нельзя не признать, что без специальных обозначений математики погрязли бы в неразберихе слов. Все мы используем те или иные символы, когда прибегаем к множеству общепризнанных сокращений. Например, мы часто пишем N.Y., вместо New York (Нью-Йорк), и, хотя смысл таких аббревиатур нужно знать заранее, не подлежит сомнению, что краткость символики способствует постижению сути дела, в то время как словесное выражение перегружает разум.

Резюмируя, суть тех средств, которыми математики добывают факты о внешнем мире, можно сформулировать следующим образом: математика строит модели целых классов реальных явлений. Понятия, обычно идеализированные (независимо от того, почерпнуты они из наблюдений природы или являются плодами человеческого разума), аксиомы, которые также могут быть подсказаны физическими фактами или придуманы людьми, процессы идеализации, обобщения и абстракции, а также интуиция — все идет в ход при построении моделей. Доказательство цементирует элементы модели воедино. Наиболее

известная модель — евклидова геометрия, но мы познакомимся со многими более изощренными и простыми моделями, рассказывающими нам гораздо больше о менее очевидных явлениях, чем это делает евклидова геометрия.

Наша цель состоит в том, чтобы показать, как прочно входит математика в современный мир не только как метод, позволяющий компенсировать несовершенство наших органов чувств, но и в гораздо большей степени как метод расширения того знания, которое человек способен обрести об окружающем мире. Как сказал Гамлет, «и в небе и в земле сокрыто больше, чем снится вашей мудрости, Горацио». Нам необходимо выйти за пределы знания, добытого чувственным опытом. Суть математики в отличие от чувственного восприятия состоит в том, что, опираясь на человеческий разум и способность человека к рассуждениям, она порождает знание о реальном мире, которое среднему человеку, даже если он воспитан на рациональной западной культуре, кажется полученным исключительно путем чувственного восприятия.

Важность математики для исследования реального мира подчеркивал Алфред Норт Уайтхед в своей книге «Наука и современный мир»:

Ничто не производит столь сильного впечатления, как то обстоятельство, что математика, чем выше она возносится в горные области все более абстрактной мысли, неизменно возвращается на землю, обретая все большее значение для анализа конкретного факта... Парадокс, окончательно установленный ныне, состоит в том, что именно предельные абстракции являются тем истинным оружием, которое правит нашим осмыслением конкретного факта.

И как заметил однажды Давид Гильберт, один из самых выдающихся математиков XX в., физика в наше время слишком важна, чтобы оставлять ее физикам.

III

Астрономические миры древних греков

Сократ. Прекрасно сказано. Начнем же хотя бы со следующего вопроса...

Протарх. С какого?

Сократ. Скажем ли мы, Протарх, что совокупность вещей и это так называемое целое управляются неразумной и случайной силой как придется или же, напротив, что целым правит, как говорили наши предшественники, ум и некое изумительное, всюду вносящее лад разумение?

Протарх. Какое же может быть сравнение, любезнейший Сократ, между этими двумя утверждениями! То, что ты сейчас говоришь, кажется мне даже нечестивым. Напротив, сказать, что ум устраняет все, достойно зрелища мирового порядка...[{3}](#)

Платон

Известно, что астрономические теории греков оказались нежизнеспособными. Тем не менее они впервые показали, как математика интерпретирует мир чувственных восприятий. Революцию в астрономии, у истоков которой стояли Коперник и Кеплер, мы сможем лучше оценить, обратившись сначала к тому, что ей предшествовало.

Нас интересует, как математика помогает понять явления и процессы реального мира, недоступные нашему чувственному восприятию, а если и доступные, то в неадекватной, сильно искаженной форме. Древние греки весьма преуспели в приложениях математики, создав «математическую астрономию» и проложив дорогу для еще более успешных математических теорий.

Греки придавали столь большое значение астрономии прежде всего по той причине, что именно в небесах они наблюдали самые сложные движения, по крайней мере те из них, которые заметны невооруженному глазу. Телескопов в те времена не существовало, но даже если бы они и были, вряд ли эти инструменты позволили бы древним грекам сколько-нибудь основательно разобраться в сложных и запутанных движениях небесных светил. Звезды и другие небесные тела появлялись, исчезали, возникали вновь, оставаясь непостижимыми и загадочными.

Хотя древние греки не были творцами астрономии в ее современном виде, именно они заложили ее основы и создали предпосылки для последующего развития теории. Греки явили миру образцы первых истинно математических рассуждений и положили начало пониманию космических явлений.

Интерес к небесным телам неизменно проявляли даже народы, стоявшие на самых

низких ступенях общественного развития. Свет и тепло, изливаемые на Землю Солнцем, чарующая игра красок на восходе и закате, зыбкие переливы лунного света, яркий блеск планет, возникающих и исчезающих в различные времена года, величественное зрелище Млечного Пути, солнечные и лунные затмения — все это создавало впечатление чуда, рождало восторг, нескончаемые толки, а подчас повергало людей в ужас. Но сведения о периодах обращения Солнца и Луны, моментах появления и исчезновения планет и звезд в догреческие времена были весьма скудными. Информация была явно недостаточной для сколько-нибудь уверенных оценок размеров небесных тел и расстояний до них и тем более для того, чтобы можно было разобраться в хитросплетениях относительного движения планет.

В Древнем Египте и Вавилоне производились наблюдения главным образом Луны и Солнца; их результаты использовались для составления календаря либо предсказания сроков проведения сельскохозяйственных работ. Но ни египтяне, ни вавилоняне, равно как ни одна другая культура до греков, даже не пытались составить общую исчерпывающую картину движения небесных тел. Для этого им недоставало ни соответствующих познаний в математике, ни инструментов, позволявших вести сколько-нибудь точные наблюдения. В сложном поведении небесных тел древние народы догреческого периода не могли усмотреть ни плана, ни порядка, ни определенной закономерности. Природа в их глазах была капризно изменчивой и загадочной.

Древние греки мыслили иначе. Движимые неутолимой жаждой знания и почтением к разуму, они незыблемо верили в то, что наблюдения за небесными светилами позволят обнаружить порядок, скрытый за видимой сложностью движений планет. Мы увидим в дальнейшем, что многие из греческих астрономов выдвигали и отстаивали идеи и представления, которые через много веков вошли в золотой фонд современной космологии. Наша космология — не плод усилий какого-нибудь одного гения. Присущий ей элемент гениальности — результат напряженного труда многих поколений гениев.

Исследование небес началось в Милете, самом южном из двенадцати городов Ионии на западной границе Малой Азии. В VI в. до н.э. в Милете сложилась благоприятная обстановка, позволившая человеческому разуму раскрепоститься и вступить на путь осмысления окружающего мира — путь, сулящий немалые радости, но и нередко таящий в себе опасность. Ремесла и торговля принесли городу процветание. Благополучие обеспечило гражданам Милета комфорт и досуг, дало возможность совершать далекие путешествия. Бывая в Египте, Вавилоне и других странах древнего мира жители Милета впитывали богатство и достижения восточной мысли. В своем материальном благополучии милетцы видели свидетельство того, что они способны многое свершить, не полагаясь на помощь богов, и постепенно наиболее смелые умы пришли к дерзкой мысли о том, что вся Вселенная в целом познаваема, доступна человеческому разуму.

Фалесу Милетскому выпала честь стать первым естествоиспытателем и философом «западной традиции». Сколь страстно он увлекался наблюдениями звездного неба, свидетельствует дошедшее до нас предание о том, как, неотрывно взирая на небо, Фалес провалился однажды в колодезь. Особую известность ему принесло, как гласит легенда, предсказание солнечного затмения в 585 г. до н.э., хотя современные историки науки высказывают сомнения относительно этого.

Последователи Фалеса Милетского Анаксимандр (611-549 до н.э.) и Анаксимен (570-480 до н.э.) продолжали создавать и развивать теории о материальной первооснове

Вселенной. Однако математика не играла существенной роли в их теоретических построениях. Не имея инструментов и не владея сколько-нибудь основательной методологией, Анаксимандр и Анаксимен могли лишь высказывать догадки о природе небесных тел и их удаленности от Земли. Анаксимандр даже предполагал, что звезды находятся ближе к нам, чем Солнце и Луна. Ни Анаксимандр, ни Анаксимен не упоминали о планетах как таковых; считалось, что эти «блуждающие светила» (слово «планета» по-гречески означает «бродяга») мало чем отличаются от звезд.

И все же Фалес Милетский и его ионийские коллеги далеко ушли вперед от мышления предшествовавших цивилизаций. Достаточно сказать, что они первыми дерзнули помыслить о Вселенной в целом, не прибегая к помощи богов, духов, дьяволов и прочих таинственных сил. Их материалистические и объективные объяснения и рациональный подход подрывали доверие к фантастическим объяснениям, апеллирующим к поэтическим и мифическим образцам и сверхъестественным силам. Блестящая интуиция позволяла этим мыслителям постигать природу Вселенной, а рациональные аргументы — обосновывать интуитивные прозрения.

Следующей крупной фигурой в философии и естествознании древних греков был Пифагор (VI в. до н.э.). Пифагор родился на острове Самос близ Милета. Он необычайно расширил свои познания за года почти тридцатилетних странствий; бежав с острова Самос от политической тирании, Пифагор в возрасте пятидесяти лет поселился, наконец, в Кротоне (Италия). Своих учеников и последователей Пифагор сплотил в некое братство, в котором научные изыскания сочетались с религиозно-мистическим ритуалом.

В области астрономии пифагорейское учение произвело буквально переворот, провозгласив шарообразность Земли, что по тем временам было дерзким новшеством. Сам Пифагор проповедовал свое учение устно. В письменном виде эта новая идея была изложена Парменидом (около 500 до н.э.). Насколько можно судить, провозглашая шарообразность Земли, оба мыслителя руководствовались мотивами как эстетическими, так и научными. Пифагор считал сферу наиболее совершенным из геометрических тел. Он учил, что Вселенная в целом также сферична, и, по-видимому, склонялся к мысли, что Земля и небо также должны иметь форму сферы. На мысль о сферичности Земли могли наводить (или по крайней мере служить ее косвенным подтверждением) рассказы мореплавателей и наблюдения, проводимые в периоды солнечных и лунных затмений. Постепенно представление о сферичности Земли завоевало всеобщее признание, хотя Аристотель в середине IV в. отмечал, что разногласия по этому поводу не были окончательно преодолены.

Пифагорейцы создали космологию, но космологию чисто умозрительную и не оказавшую особого влияния на последующее развитие астрономической мысли в Греции. Мистика чисел и априорный характер пифагорейской космологии могут показаться совершенно ненаучными, если не вспомнить о зачаточном состоянии наблюдательной астрономии того времени. Как мы увидим в дальнейшем, греческие астрономы остро ощущали неизбежную неточность своих наблюдений и обратились к математике, усматривая в ней гораздо более надежный путь к пониманию незыблемости и совершенства небесного мира.

Внимание астрономов привлекли необычайно сложные и нерегулярные движения планет. Разумеется, постепенно, шаг за шагом кое-какие загадки были разрешены. Звездочеты поняли, что Венера и Меркурий в отличие от трех остальных известных тогда «блуждающих светил» не удаляются особенно далеко от Солнца и поэтому их можно

наблюдать только утром и вечером; они научились отождествлять «утреннюю звезду» с «вечерней». Тогда же астрономы обратили внимание на загадку попятных движений планет и принялись размышлять над ней: «блуждающие светила» иногда странным образом останавливались в своем обычном движении по небосводу с запада на восток, как бы замирая на месте, затем в течение непродолжительного времени двигались вспять, снова останавливались, после чего возобновляла движение на восток. Причудливое и загадочное поведение планет приводило астрономов в недоумение, и греческий дух с его любовью к порядку и регулярности был почти уstraшен небесными «бродягами». Но все же древних греков не покидала мысль: а не кроется ли за всем этим видимым хаосом некий порядок?

Но одно дело наблюдать и составлять таблицы движений планет, как это делали на протяжении столетий египтяне и вавилоняне. Эти народы были только наблюдателями. Совсем иное дело — это был огромный шаг вперед — заняться поиском единой теории движений небесных тел, которая позволила бы обнаружить порядок и закономерность за кажущимся беспорядком. Именно такую задачу поставил перед Академией Платон, провозгласив ныне знаменитый призыв «спасти явления». Решение поставленной Платоном задачи было предложено Евдоксом. Ученик Платона, Евдокс сам стал первоклассным мастером своего дела и одним из наиболее выдающихся греческих математиков, создав первую из известных в истории крупных астрономических теорий, которая ознаменовала значительный прогресс в рациональном познании природы.

Евдокс (около 406-355 до н.э.) был родом из Книда, что на западном побережье Турции. В молодости он путешествовал по Италии и Сицилии, где изучал геометрию у Архита. В возрасте двадцати двух лет Евдокс отправился в Афины, где слушал лекции Платона в Академии. Он производил самостоятельные наблюдения, и столетия спустя его «обсерваторию» показывали любознательным путешественникам. Известность Евдоксу принесла его математическая теория мира.

Согласно схеме Евдокса, в центре семейства концентрических сфер находится неподвижная Земля. Сложное движение любого небесного тела (кроме неподвижной Земли) Евдокс объяснял соответствующей комбинацией движений сфер. Схема Евдокса была весьма громоздкой, поскольку для описания движения каждой из планет, Солнца и Луны здесь требовалось три-четыре сферы. Разумеется, сами сферы были чисто математическими, гипотетическими.

Евдокс, по-видимому, довольствовался тем, что ему удалось воспроизвести сложные движения планет. Он не пытался проникнуть в физическую природу придуманных им сфер или взаимосвязей между ними, не стремился выяснить физическую причину их движений. Насколько можно судить, Евдокс видел в своей системе не более чем изящную теорию, не нуждающуюся в физической проверке и не предполагающую ее. Такой подход, если Евдокс действительно придерживался его, обеспечил ему почетное место основателя традиции, установившейся в древней, средневековой и современной астрономии, — видеть в геометрических моделях движений небесных тел не более чем удобные математические фикции.

Насколько хорошо теория Евдокса отражала наблюдаемые движения небесных тел? Труды самого Евдокса утеряны, и его схема известна нам только в пересказах древних комментаторов, главным образом Аристотеля. Считается, что та или иная комбинация сфер позволяла воспроизводить с достаточной точностью движения всех планет, за исключением Венеры и Марса. Что же касается последних, то здесь система Евдокса «не срабатывала». В

рамках ее, несмотря на все ухищрения, не удавалось воспроизвести одну из наиболее поразительных особенностей движения планет — так называемые попятные движения. Однако в античности неприятно гомоцентрических сфер Евдокса в гораздо большей степени способствовало другое обстоятельство. По мнению противников его теории, предположение Евдокса о том, что небесные тела неизменно находятся на одном и том же расстоянии от Земли, не позволяло объяснить изменения в их яркости или видимых размерах, легко обнаруживаемые даже невооруженным глазом. Сам Евдокс видел эти трудности, но считал возможным игнорировать их. Не подлежит сомнению, что Евдокс и его современники отчетливо сознавали наибольшую опасность: отказ от этой теории гомоцентрических сфер мог лишить Землю статуса центра мироздания, а при мысли о столь ужасном исходе нельзя было не содрогнуться.

Хоть пифагорейцы, стоики, эпикурейцы, Платон и Аристотель утверждали, что теории мироздания еще не стали предметом науки, отдельные выдающиеся личности уже в ту далекую эпоху высказывали и развивали идеи, которые впоследствии превратили космологию в теорию, доступную только тем, кто владеет колдовским языком математики. В середине IV в. до н.э. ученик Платона Гераклид, прозванный Понтийским по месту его рождения, выдвинул две гипотезы поистине революционного (по тем временам) характера. Гераклид утверждал, что видимое суточное вращение небосвода не более чем иллюзия. В действительности движется Земля, совершая один оборот вокруг своей оси за двадцать четыре часа. Такое умозаключение звучало дерзко, ибо, подобно большинству величайших прозрений, оно как бы бросало вызов здравому смыслу и чувственному опыту. В действительности мысль о суточном вращении Земли высказал двумя столетиями раньше Гераклида Понтийского малоизвестный философ-пифагореец Гикет. Насколько можно судить, мысль о вращении Земли никогда не умирала окончательно. Люди сознавали, что их наблюдения одинаково хорошо согласуются с любой из двух возможностей: вращением небосвода и вращением Земли. Почему же Гераклид предпочел говорить о суточном вращении Земли? Возможно, разделяя общую уверенность в огромных размерах мироздания по сравнению с размерами Земли, он решил, что легче привести во вращение крохотный земной шар, чем необъятные просторы его космического окружения. Но, несмотря на заключенное в ней рациональное зерно, новая идея не получила немедленного или сколько-нибудь широкого признания.

Еще более далеко идущие последствия влекло за собой второе из нововведений Гераклида, ибо оно затрагивало самое уязвимое место в космологии той эпохи. Как мы уже знаем, предложенная Евдоксом система концентрических сфер была не в состоянии объяснить наблюдаемые изменения в размерах или яркости небесных тел. Но, несмотря на столь явный недостаток, теория Евдокса в течение некоторого времени находила сторонников, ревностно отстаивавших ее.

Однако до Гераклида Понтийского никто не мог предложить разумной альтернативы теории Евдокса. По-видимому, постоянная близость Венеры и Меркурия к Солнцу навела Гераклида на мысль, что эти две планеты обращаются по круговым орбитам, в центре которых находится Солнце. Гераклид полагал, что если такое «гелиоцентрическое» движение накладывается на движение самого Солнца вокруг Земли, то расстояния, отделяющие нас от Венеры и Меркурия, должны меняться, а это в свою очередь повлечет за собой те самые изменения в яркости светил, которые бессильна объяснить теория Евдокса. Новая гипотеза оказала мощное и прочное влияние на последующее развитие астрономии. В

чисто математическом плане Гераклид впервые за всю историю умозрительной космологии предложил идею «эпицикла» — окружности, центр которой движется по другой окружности. Этой идее Гераклида была суждена славная и долгая история. Первоначально теория Гераклида распространялась лишь на две из пяти известных тогда планет, и сам Гераклид, по-видимому, не пытался устранить это ограничение. Но мысль о Солнце как о центре движения небесных тел явилась еще одной вехой на длительном пути, приведшем к эрозии представлений об избранном положении Земли, которое отвели ей человеческая наивность и гордыня.

Интерес к количественному знанию и склонность к накоплению этого знания возникли и во второй эллинский период, когда центр цивилизации переместился в Александрию. Для нашего повествования не имеют особого значения те изменения в характере древнегреческой цивилизации, которые происходили в ее александрийский период. Важно другое: в Александрии греки вступили в тесный контакт с египтянами и вавилонянами, благодаря чему им стали более доступны неисчерпаемые сокровища астрономических наблюдений, накопленных в Древнем Египте и Вавилоне на протяжении нескольких тысячелетий. Не менее существенно и то, что правившие Египтом наследники Александра Македонского построили «храм науки», получивший название «Мусейон», или «Музей», и щедрой рукой отпускали средства на развитие знаменитой Александрийской библиотеки. Правители Египта субсидировали изготовление усовершенствованных угломерных инструментов, что позволило более точно измерять углы, под которыми небесные светила видны из различных точек Земли.

В александрийский период изучению географии и астрономии посвятили себя Эратосфен, Аполлоний, Аристарх, Гиппарх, Птолемей и десятки других светил эллинской науки. Все это способствовало тому, что александрийцы создали астрономическую теорию, которая на протяжении пятнадцати столетий оставалась непревзойденной.

Особое место среди достижений астрономов александрийского периода занимает гелиоцентрическая гипотеза, выдвинутая Аристархом. О жизни Аристарха Самосского (около 310-230 до н.э.) сохранились весьма скудные сведения. До нас дошли только его сочинения — единственные незыблемые факты его биографии. Широкая известность гелиоцентрической гипотезы Аристарха затмила другие его достижения, имеющие непреходящее значение. В начале своей деятельности молодой астроном предпринял попытку вычислить размеры небесных тел и расстояния до них. Хотя звезды и планеты были слишком малы и далеки, чтобы осуществить надежные измерения, накопленные наблюдательные данные и быстрое развитие математической науки позволили Аристарху по крайней мере приближенно оценить размеры Солнца и Луны, а также расстояния до них.

Вычисления Аристарха приведены только в одном из дошедших до нас его сочинений, но, к счастью, удалось проследить за ходом его рассуждений во всех подробностях. С современной точки зрения сочинение Аристарха Самосского «О размерах и расстояниях Солнца и Луны» представляет собой несложное упражнение по геометрии. Не следует забывать, однако, что во времена Аристарха еще не существовало тригонометрии и он намеревался установить верхние и нижние пределы для размеров Солнца и Луны, а также расстояний до них, а не вычислить точные значения этих параметров. Основным оружием Аристарха был великолепный труд Евклида — «Начала», написанные несколькими десятилетиями ранее (примерно в 300 до н.э.). Аристарх воспринял достижения Евклида в геометрии и пошел дальше. Остроумно используя новые математические результаты,

Аристарх сформулировал в своем сочинении три основные вывода, касающиеся расстояний от Земли до Солнца и Луны и относительных размеров этих трех тел.

Если о значении работы Аристарха судить только по тому, насколько верны его оценки расстояний и размеров по сравнению с измеренными ныне, то нельзя не признать, что полученные им результаты содержат грубые ошибки. Но причиной значительных расхождений с истинными (или по крайней мере значительно более точными) значениями были, не ошибки в вычислениях Аристарха, а низкая точность наблюдений, которую обеспечивали примитивные инструменты того времени. Разумеется, с позиций современной математики предпринятая Аристархом дерзкая попытка «измерить небеса» с помощью немногих теорем Евклида может показаться жалкой. Но Аристарх сделал первый шаг в том направлении, которое впоследствии стало основным в развитии астрономии. Поставив вопросы «На каком расстоянии?» и «Какого размера?», Аристарх впервые предпринял попытку сокрушить два главных препятствия на пути построения человеком реалистической картины мира.

В единственном дошедшем до нас сочинении Аристарха нет ни единого слова о том, что Земля обращается вокруг Солнца. Однако знаменитый отрывок из сочинения Архимеда (бывшего на двадцать пять лет младше Аристарха) «Псаммит» не оставляет сомнений в том, что такая гипотеза была высказана Аристархом.

«Аристарх Самосский написал сочинение, содержащее ряд [новых] допущений... Он принимает, что неподвижные звезды и Солнце остаются неподвижными, а Земля движется вокруг Солнца по окружности круга, в центре которого лежит Солнце...

([9], с. 57.)

Мы не можем с уверенностью сказать, какими мотивами руководствовался Аристарх Самосский, выдвигая идею гелиоцентрической системы. Наводящую мысль он мог почерпнуть у Гераклида Понтийского, учившего, что Венера и Меркурий движутся по орбитам, в центре которых находится Солнце. Собственные оценки размеров Солнца и Луны и расстояний до них в сочетании с интуитивно постигаемыми принципами динамики могли убедить Аристарха в том, что обращение меньшего по размерам тела (Земли) вокруг большего (Солнца) физически разумнее, чем обратная картина. Аристарх Самосский мог рассматривать гелиоцентризм как привлекательную гипотезу, достойную того, чтобы извлечь из нее математические следствия. Как бы то ни было, гипотеза о Земле, обращающейся вокруг Солнца, оказалась слишком смелой для того времени и не получила особой поддержки. Кроме того, обитатели Земли не ощущали ни ее суточного вращения, ни ее годовичного обращения, и их уверенность в том, что именно Земля является естественным центром мира, противодействовала признанию гелиоцентрической схемы Аристарха Самосского.

Вскоре после предпринятой Аристархом смелой попытки оценить размеры небесных тел и расстояния до них другой блестящий ученый, работавший в рамках той же традиции, но обративший свои помыслы не столь высоко, как Аристарх, оценил размеры объекта, который никому не удавалось созерцать целиком, — Земли.

Эратосфен родился примерно в 276 г. до н.э. в Кирене (Северная Африка). Не довольствуясь успехами в математике, астрономии и географии, он выступал также на

поприще поэзии, истории, грамматики и литературной критики и был удостоен почетного прозвища «Бета» (по названию второй буквы греческого алфавита) за то, что во всех этих областях знания уступал лишь сильнейшим. Такая разносторонность интересов необычна даже для грека. Сведения, которыми мы располагаем ныне, позволяют утверждать, что в своей попытке измерить земной шар Эратосфен имел мало предшественников, причем их оценки были весьма грубы.

Эратосфен заметил, что в день летнего солнцестояния в Сиене (ныне Асуан) предметы не отбрасывают в полдень никакой тени, между тем как в Александрии стержень солнечных часов отбрасывает в полдень тень, длина которой составляет $1/50$ окружности (рис. 19).

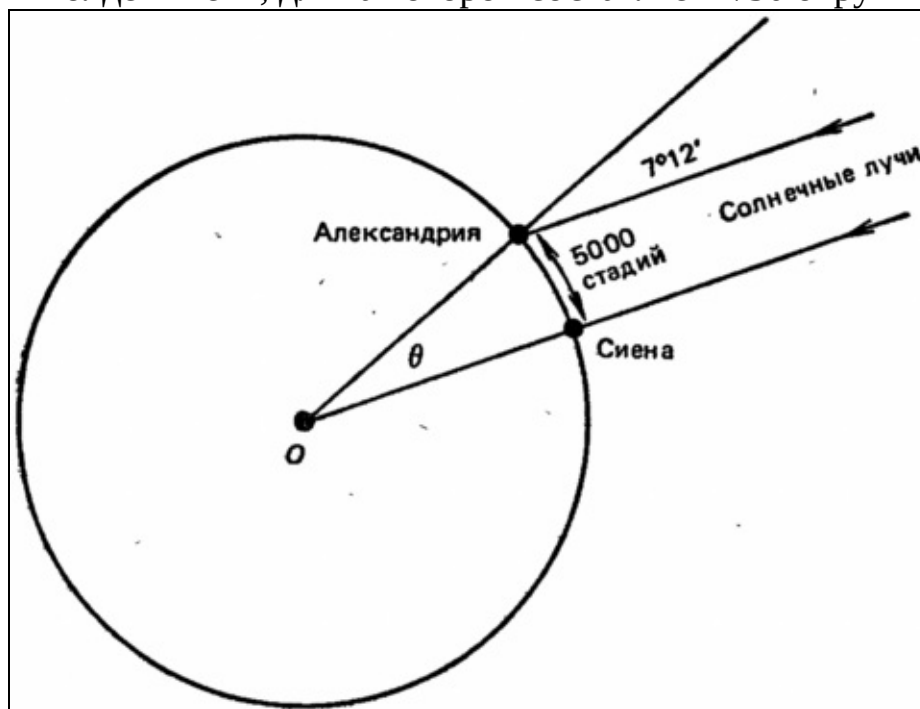


Рис. 19.

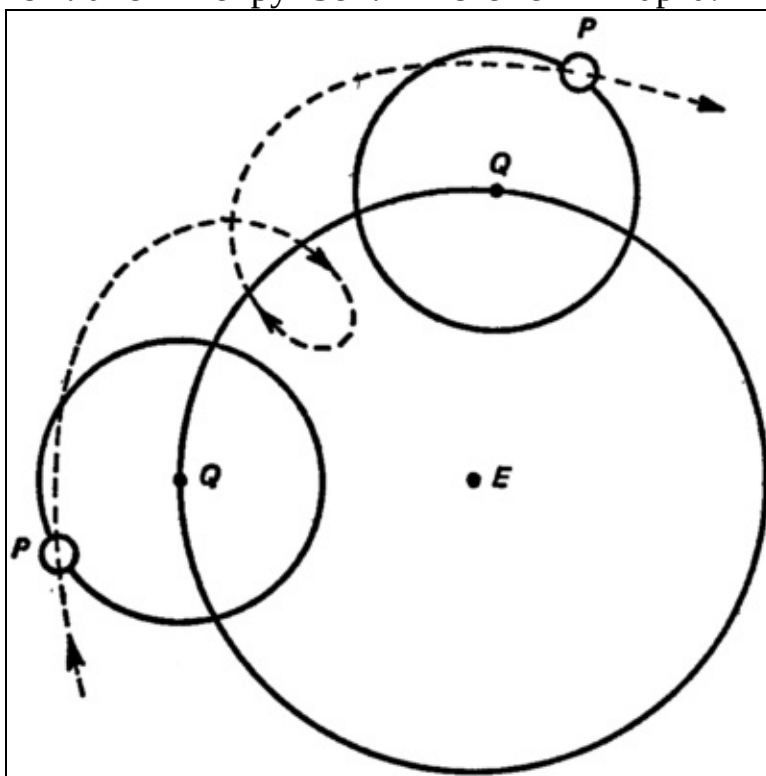
Предположив, что Александрия удалена от Сиены на расстоянии 5000 стадий (греческая единица длины, соответствие которой современным единицам длины точно не установлено), находясь на том же меридиане, и что солнечные лучи, падающие на Землю в Сиене и Александрии параллельны (идея, весьма нетривиальная для того времени), Эратосфен на основании простых геометрических соображений показал, что расстояние между Александрией и Сиеной, измеренное по поверхности земного шара, должно составлять $1/50$ окружности Земли. Это означает, что длина самой окружности Земли составляет 250 000 стадий. В своих исходных предположениях Эратосфен допустил две ошибки: 1) Александрия и Сиена в действительности не лежат на одном меридиане; 2) расстояние между двумя городами Эратосфен оценивал по времени, за которое преодолевали расстояние от Александрии до Сиены царские гонцы. Сколь ни преходящим было значение полученного Эратосфеном результата, это первое успешное определение размеров Земли было важно прежде всего тем, что создавало прецедент и вселяло уверенность в осуществимость, казалось бы, немыслимой затеи. Человечество обрело еще одну «мерную линейку», с помощью которой оно могло надеяться распространить свои измерения до самых далеких звезд.

Количественные методы Аристарха и Эратосфена вскоре были настолько расширены и

дополнены, что это привело к созданию количественной теории Солнечной системы. Разумеется, все модели небесных движений независимо от того, рассматривались ли они как чисто математические схемы или как отражения физической реальности, преследовали высшую цель — воспроизведение и предсказание траекторий, описываемых небесными телами. В различных усовершенствованиях и модификациях «математической астрономии», предложенных начиная с Евдокса и до мыслителей, к рассказу о которых мы сейчас перейдем, астрономы последующих поколений неизменно использовали те или иные идеи своих предшественников.

Вершиной и бесспорными достижениями греческой астрономии были труды Гиппарха (умер ок. 125 г. до н.э.) и Клавдия Птолемея (умер в 168 г. н.э.). Большую часть своей жизни Гиппарх провел в Родосе. В те времена (примерно в 150 г. до н.э.) Родос был одним из процветающих торговых и культурных центров Греции, соперничавшим с Александрией. Гиппарх хорошо знал о всех научных достижениях александрийцев. Он был знаком, например, с «Географией» Эратосфена и даже посвятил ей критический разбор. В распоряжении Гиппарха находились результаты более старых наблюдений вавилонских астрономов и наблюдений, произведенных в Александрии в период примерно 300-150 гг. до н.э. Разумеется, немало астрономических наблюдений провел и он сам.

Гиппарх признавал, что схема Евдокса, в которой небесные тела прикреплены к сферам, вращающимся вокруг общего центра — центра Земли, не позволяет истолковать результаты многих его собственных наблюдений и наблюдений других греческих астрономов. Вместо гомоцентрических сфер Евдокса Гиппарх предположил, что планета P (рис. 20) движется с постоянной скоростью по окружности (эпициклу), центр которой Q перемещается с постоянной скоростью по другой окружности, в центре которой находится Земля. Подбирая радиусы двух окружностей и скорости точек P и Q , Гиппарху удалось дать точное описание движения многих планет. Движение планет в схеме, предложенной Гиппархом, напоминает движение Луны, каким его описывает современная астрономия. Луна обращается вокруг Земли, в то время как Земля обращается вокруг Солнца. В результате движение Луны воспроизводит движение планеты вокруг Земли в схеме Гиппарха.



При описании движения некоторых небесных тел Гиппарху потребовалось ввести комбинацию из трех или четырех окружностей, движущихся одна по другой. Иными словами, планета P двигалась по окружности с центром в математической точке Q , точка Q в свою очередь двигалась по окружности с центром в точке R , а точка R описывала окружность, в центре которой лежала Земля, причем и планета P , и точки Q и R двигались по своим окружностям с постоянными (хотя, вообще говоря, не одинаковыми) скоростями. В некоторых случаях Гиппарху пришлось предположить, что центр самой внутренней окружности (деферента) не совпадает с центром Земли, а находится неподалеку от него. Движение в соответствии с такой геометрической конструкцией получило название эксцентрического, а движение в случае, когда центр деферента совпадал с центром Земли, — эпициклического. Используя движения обоих типов и надлежащим образом подбирая радиусы и скорости перемещения окружностей, Гиппарх сумел достаточно точно описать движения Луны, Солнца и пяти известных тогда планет. Теория Гиппарха позволяла предсказывать лунное затмение с точностью до одного-двух часов (солнечные затмения удавалось предсказывать менее точно).

Мы не можем перечислять здесь все достижения Гиппарха, но об одном его великолепном открытии, оказавшем особое влияние на последующее развитие астрономии, нельзя не упомянуть. Речь идет о явлении, получившем название «предварение равноденствий». Точки равноденствий (весеннего и осеннего), т.е. точки пересечения *плоскости* небесного экватора (эклиптики) и *плоскости* орбиты Земли, медленно перемещаются и завершают полный оборот примерно за 26 000 лет. Гиппарх совершил это открытие, когда составлял звездный каталог (один из самых древних), в котором было указано местоположение 850 звезд. Гиппарх также оценил продолжительность солнечного года в 365 сут 5 ч и 55 мин (что примерно на $6\frac{1}{2}$ мин больше, чем считается ныне).

Следует упомянуть и о том, что с современной точки зрения Гиппарх сделал шаг назад, так как примерно за столетие до него Аристарх Самосский предложил теорию, согласно которой все планеты обращаются вокруг Солнца. Но, судя по дошедшим до нас сведениям, наблюдения, выполненные за 150 лет обсерваторией в Александрии, и записи более старых наблюдений, произведенных в Вавилоне, убедили Гиппарха в том, что гелиоцентрическая теория, где планеты движутся по *круговым* орбитам вокруг Солнца, не позволяет с достаточной точностью описать наблюдаемые явления.

Вместо того чтобы воспринять и, возможно, усовершенствовать идею Аристарха Самосского, Гиппарх отринул ее как чисто умозрительную. Другие астрономы отвергали идею Аристарха потому, что им казалось нечестивым отождествлять преходящую, подверженную гибели материю Земли с неизменной, вечной материей небесных тел. Такое отождествление было бы неизбежным, если считать Землю одной из планет. Различие между земным и небесным глубоко укоренилось в мышлении древних греков. Его отстаивал, хотя и не догматически, даже Аристотель.

Во II в. уже новой эры греческая космология достигла наивысшего расцвета. Ее создателем стал Клавдий Птолемей, родившийся на берегах Нила. Биография Птолемея, как и многих других древних героев нашего повествования, почти неизвестна. До нас дошли только сведения о том, что он умер в возрасте 78 лет и что его астрономические наблюдения в Александрии охватывали период 127-151 гг. В свое время Птолемей был известен не

только как астроном, но и как географ. Ему принадлежат также сочинения по оптике и астрологии. Непреходящую славу принесло Птолемею его сочинение *Matematike Syntaxis*, или «Математическое построение». В арабском переводе оно называлось «Аль-мегисте» (великое); отсюда и пошло название «Альмагест», под которым оно вошло в европейскую астрономию, заняв в ней главенствующее положение на четырнадцать столетий.

О работах Гиппарха нам известно лишь по упоминаниям о них в «Альмагесте». В математической части «Альмагеста» Птолемей изложил тригонометрию, придав ей тот законченный вид, который она сохранила на протяжении более тысячи лет. Что же касается астрономии, то «Альмагест» содержал подробное изложение геоцентрической теории эпициклов и эксцентриков, дошедшей до нас под названием теории Птолемея. Она была столь точна количественно и так долго не вызывала сомнений, что трудно было устоять перед искушением принять ее за абсолютную истину. Теория Птолемея явилась высшей и окончательной формой предложенного греками решения проблемы Платона о рациональном описании небесных явлений и навсегда осталась первой в истории человечества научной картиной мироздания. Труды Гиппарха, дополненные и завершенные Птолемеем, позволили описать картину «математического первого порядка» во Вселенной с точностью до десятого знака после запятой. Однако у Птолемея, как и у Евдокса, мы находим явное признание того, что его теория — не более чем математическое построение.

Птолемей знал о гелиоцентрической теории Аристарха, но отвергал ее, полагая, что движение (точнее скорость) любого тела пропорционально его массе. Следовательно, если бы Земля двигалась, то она оставила бы далеко позади более легкие тела, например людей и животных. Астрономия Птолемея начинается с утверждения о сферической форме небосвода. В этом Птолемей усматривает самое древнее достоверное положение космологии. Рассуждения самого Птолемея опираются в основном на наблюдения, хотя в его рассуждениях и слышится отзвук старых априорных суждений: «Движение небесных тел должно быть наименее вынужденным и наиболее легким. Среди плоских фигур окружность есть путь наименьшего сопротивления движению, а сфера — среди объемных тел». Птолемей счел необходимым привести доказательства (в данном случае чисто наблюдательные) того, что и Земля имеет форму шара. Как мы уже говорили, Птолемей был убежден в неподвижности земного шара, хотя и признавал, что допущение о вращении Земли не противоречит некоторым из наблюдаемых явлений. Земля, по Птолемею, находится в центре мироздания. Ее размеры, как утверждал он, следуя установившейся традиции, — не более чем точка по сравнению с расстоянием до звезд.

В книге III «Альмагеста» рассматривается задача о траектории Солнца и приводится ее решение, по существу найденное Гиппархом: Солнце движется вокруг некоего центра, расположенного неподалеку от Земли, но не вокруг самой Земли. «Более разумно, — утверждает Птолемей, — придерживаться гипотезы об эксцентрическом движении: она проще и позволяет полностью описать наблюдаемое движение с помощью одного или двух движений [по окружностям]». Этот весьма красноречивый отрывок напоминает нам, что, тщательно продумывая комбинации окружностей, Птолемей руководствовался прежде всего соображениями изящества и экономии, не задаваясь мыслью о реальном существовании небесных окружностей. Описывая движение Луны, Птолемей обнаружил, что модель Гиппарха (эпицикл, движущийся по деференту) согласуется с результатами наблюдений в периоды новолуния и полнолуния, но расходится с данными наблюдений в промежуточных положениях, где, как понимал еще сам Гиппарх, «видимый» диаметр эпицикла должен быть

больше. Учитывая это обстоятельство, Птолемей предложил остроумную конструкцию, которая в соответствующих точках траектории увлекала эпицикл по направлению к наблюдателю. Модель Птолемея позволяла с высокой точностью определить долготу Луны, но обладала одним серьезным недостатком: из нее следовало, что расстояние от Земли до нашего естественного спутника колеблется в широких пределах, хотя это не подтверждалось наблюдениями, ибо видимые размеры Луны не менялись сколько-нибудь заметно.

Расстояние от Земли до Луны Птолемей оценил, сравнивая результаты своих наблюдений с положениями Луны, вычисленными по его же теории, и получил, что среднее расстояние от Земли до Луны составляет 29,5 земного радиуса. Воспользовавшись доводами (четырёхвековой давности) Аристарха Самосского, Птолемей попытался оценить расстояние до Солнца, но, допустив грубую ошибку, получил величину, вдвое меньшую, чем у Аристарха, и в десять раз меньшую истинного расстояния. Однако на протяжении последующих пятнадцати столетий никто не уточнял оценок Птолемея. В книгах VII и VIII «Альмагеста» Птолемей исправил и дополнил каталог неподвижных звезд, составленный Гиппархом, увеличив число включенных в него звезд от 850 до 1022. Птолемей разделил звезды на шесть классов по их «величине». В современной астрономии под звездной величиной понимают не размеры, а видимую яркость, но в античности принято было считать, что все звезды одинаково удалены от Земли и, следовательно, яркость их просто пропорциональна видимым размерам.

В книге IX Птолемей излагал свое высшее и единственное в своем роде достижение — первое в истории человечества полное и строгое описание причудливых и запутанных движений планет. Исходным пунктом всех его построений была неоспоримая первая аксиома небесной геометрии, которую он сформулировал еще раз:

Перед нами стоит задача доказать, что, как в случае пяти планет, посредством равномерных круговых движений (свободных от каких бы то ни было несоразмерностей и беспорядков).

Трудно указать в истории науки еще какой-нибудь априорный принцип, который бы — властвовал над умами людей столь прочно и продолжительно.

В первом приближении Птолемей полагает, что движения всех планет происходят в плоскости эклиптики, т.е. к плоскости круговой орбиты Солнца, которое Птолемей изображает медленно вращающимся, что порождает предварение равноденствий. Однако простая схема, состоящая из эпицикла, центр которого движется по деференту, оказывается недостаточной для описания движения планет, ибо из нее вопреки наблюдениям следует, что дуги, проходимые в попятном движении, равны по длине и расположены равномерно. Птолемей устраняет эту излишнюю симметрию, постулируя эпицикл, центр которого движется по эксцентрику.

В рамках фундаментальной схемы система эксцентрик-эпицикл может быть сохранена, только если постулировать, как показал Птолемей, что эпицикл каждой планеты движется равномерно не относительно центра деферента C , а относительно другой точки Q , получившей название экванта (рис. 21).

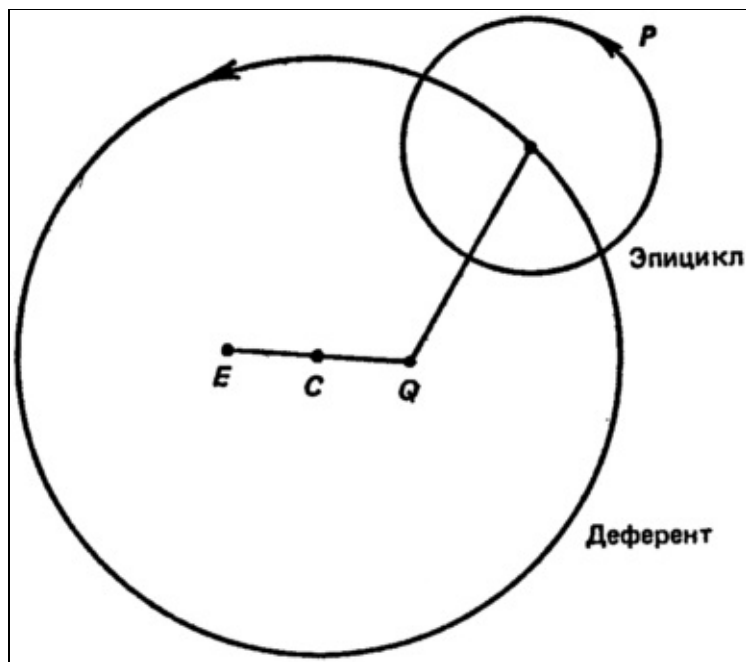


Рис. 21.

Земля находится в точке E , и $EC = CQ$. Планета движется по эпициклу в том же направлении, в каком центр эпицикла движется по деференту (в отличие от моделей движения Солнца и Луны, где движение по эпициклу происходит в направлении, противоположном тому, в котором центр эпицикла движется по деференту). Попятные движения происходят тогда, когда планета находится в части эпицикла, ближайшей к Земле. Только в случае Меркурия кинематическую схему пришлось усложнить по аналогии со схемой, предложенной Птолемеем для Луны: центр деферента Меркурия сам описывает небольшую окружность, вследствие чего небольшой по своим размерам эпицикл планеты периодически приближается к Земле и удаляется от нее. Каждая из внутренних планет (Меркурий и Венера) описывает эпицикл за один планетный «год». Центр эпицикла совершает один оборот по деференту за один земной год. У внешних планет время распределено наоборот: период, за который центр эпицикла проходит эксцентрик, равен тому, что сейчас мы называем периодом обращения планеты вокруг Солнца, а один оборот по эпициклу происходит за время, соответствующее, по нашим представлениям, периоду обращения Земли вокруг Солнца. Каждый эпицикл наклонен по отношению к своему деференту так, чтобы плоскость эпицикла была параллельна эклиптике.

«Да не сочтет никто при виде трудности наших построений сложными сами гипотезы», — взывал Птолемей, хотя читатель, у которого голова шла кругом от нагромождения эпициклов и деферентов, скорее всего склонен был думать иначе. Однако прогресс науки отнюдь не гарантирует, что в природе все устроено просто.

С нашей точки зрения эквант — мастерский штрих Птолемея, оригинальная и весьма удачная схема, своего рода предтеча кеплеровских эллипсов. Однако некоторые астрономы последующих поколений; критически оценивая наследие Птолемея, усматривали во введении экванта некий компромисс — попытку увязать наблюдаемые явления со «священным первым принципом» небесных движений, требовавшим равномерности движения только относительно центра окружности. Эквант был в глазах некоторых астрономов тем самым неслыханным нарушением традиций, которое позволило Копернику, «двинуть Землю».

В дополнение к блестящим кинематическим схемам движений Луны, Солнца и планет Птолемей расположил все светила в порядке их удаленности от Земли (правда, здесь не обошлось без ошибок) и привел оценки размеров небесных тел, хотя и сознавал, что они грубы, поскольку в те времена не было хороших астрономических инструментов.

Если оставить в стороне философские возражения, то геометрия, точнее кинематика, «Альмагеста» была просто великолепна. Однако нетрудно представить, что пытливый ум Птолемея стремился дополнить явно надуманные круги соображениями относительно реальной, невымышленной небесной материи. Извечное различие между обобщающей математической теорией и «осязаемой» реальностью, описательной работой астронома и разъяснительной миссией физика вряд ли стирались в ту далекую эпоху, на ранней стадии построения геометрических моделей. В действительности это различие становилось все более резким, ибо математика, как бы требовавшая введения некруговых орбит небесных тел и центров вращения, не совпадающих с Землей, существенно расходилась, казалось бы с надежными принципами аристотелевской физики. Многие мыслители эллинской эпохи, интересовавшиеся проблемами мироздания, попросту игнорировали физику Аристотеля, но все возрастающая сложность геометрических построений не могла не пробуждать у некоторых из них все более острое ощущение оторванности от реальности и, быть может, даже своего рода «ностальгию по утерянному раю» аристотелевской простоты.

В определенных кругах Птолемей пользовался «дурной репутацией». Иных читателей «Альмагеста» раздражал реальный или вымышленный дух тяжеловесного педантизма и громоздкие геометрические построения, наделившие небеса сложной системой движений

Вкруг центра и по эксцентричному пути,
По эпициклу вкупе с деферентом.

Но даже ограничив себя жесткими рамками равномерного кругового движения с единственным исключением — меняющимися в широких пределах расстояниями от Земли до Луны, — теория Птолемея позволяла вычислять орбиты небесных тел с точностью, великолепно согласующейся с точностью наблюдений, принятых за исходные. Большое число кругов свидетельствует об искусстве и мужестве великого астронома в его «единоборстве» со сложностью природы. Введение экванта было первоклассным математическим достижением и ставило Птолемея намного выше самых выдающихся его предшественников. «Альмагест» по праву принадлежит к числу наиболее замечательных сочинений в истории науки, хотя многие особенности предложенной Птолемеем схемы, в особенности Земля, покоящаяся в центре мироздания, несли отпечаток убеждений, вынесенных из повседневного опыта, и многовековой «мудрости».

Если к оценке «Альмагеста» подходить с позиции поиска истины, то нельзя не заметить следующее. Подобно Евдоксу, Птолемей полностью сознавал, что его теория — не более чем удобное математическое описание, согласующееся с результатами наблюдений, но отнюдь не обязательно соответствующее истинному плану природы. Для некоторых планет Птолемей создавал несколько альтернативных кинематических схем, а затем отдавал предпочтение математически более простой. В книге XIII «Альмагеста» Птолемей прямо заявляет, что в астрономии следует стремиться к возможно более простой математической модели. Но христианский мир воспринял математическую модель Птолемея как истину.

Теория Птолемея — это первое достаточно полное свидетельство однородности и неизменности природы, она явилась как бы окончательным ответом древнегреческой мысли на проблему рационального описания явлений, поставленную Платоном. Помимо всего прочего непреходящее значение теории Птолемея состоит в том, что она убедительно продемонстрировала мощь математики в рациональном осмыслении сложных и даже таинственных физических явлений. Первый крупный успех, достигнутый на пути познания природы и даже открытия ранее не известных явлений, стал стимулом для дальнейших исследований.

IV

Гелиоцентрическая система мира Коперника и Кеплера

И все-таки она вертится.

Галилей

В этой главе мы расскажем известную историю торжества гелиоцентрической теории нашей планетной системы, пришедшей на смену геоцентрической теории Птолемея. В наши дни гелиоцентрическая система ни у кого не вызывает сомнений, но почему мы непременно должны принимать ее? Она противоречит нашим ощущениям. Разве математика имеет какое-нибудь отношение к признанию столь радикальных перемен в нашей концепции реального мира?

Согласно гелиоцентрической теории, Земля вращается вокруг своей оси, совершая один оборот за 24 ч (по нашим меркам времени). Это означает, что человек, находящийся на экваторе, описывает за 24 ч окружность длиной 40 000 км со скоростью около 1600 км/ч. О том, сколь велика эта скорость можно судить, сравнив ее, например, со скоростью автомобиля в 160 км/ч. Кроме того, Земля обращается вокруг Солнца со скоростью 104 000 км/ч, которую также трудно себе представить. Но, находясь на Земле, мы не ощущаем ни ее суточного вращения вокруг своей оси, ни годичного обращения вокруг Солнца. Возникает и другой вопрос: если Земля вращается, то почему мы не срываемся с нее и не улетаем в космическое пространство? Ведь нам приходилось кататься на карусели, которая вращается со скоростью всего лишь 30 м/с, и мы явственно ощущали силу, которая непременно сбросила бы нас с карусели, не ухватись мы за что-нибудь.

Хотя сегодня гелиоцентрическая теория воспринимается как нечто само собой разумеющееся, отголоски старых геоцентрических представлений и поныне сохранились в нашем языке. Мы все еще говорим, что Солнце восходит на востоке, а заходит на западе, иначе говоря, утверждаем, что движется Солнце, а не мы на вращающейся Земле.

Что же побудило математиков и астрономов совершить столь резкий переход к гелиоцентрической системе мира? Как будет видно в дальнейшем, решающую роль здесь сыграла математика. Мы уже знаем (гл. II), что в эпоху Возрождения европейцы познакомились с сочинениями древнегреческих авторов, где подчеркивалась мысль о математической основе природных явлений. Это убеждение косвенно подкреплялось и господствовавшим в средние века католическим вероучением, согласно которому мир был сотворен богом. Вполне возможно, что математика лежала в основе божественного плана сотворения мира.

В эпоху итальянского возрождения математические труды древних греков, извлеченные из хранилищ, охотно покупались просвещенными людьми. Не будет преувеличением сказать, что способствуя возрождению античной культуры, предприимчивые итальянские купцы извлекали для себя несравненно большую «прибыль», чем непосредственная выручка от продажи сочинений древнегреческих авторов. Пытаясь создать более свободную атмосферу, посеять свежий ветер, они пожали бурю. Вместо того чтобы спокойно жить и процветать на

твердой суше — *terra firma* — неподвижной Земли, они неожиданно оказались в весьма шатком положении на поверхности быстро вращающегося вокруг своей оси шара, которым к тому же с непостижимой быстротой мчался вокруг Солнца. И вряд ли купцов могло утешить, что та же самая теория, которая сдвинула с места и привела во вращение Землю, освободила от оков человеческий разум.

Возрождающиеся итальянские университеты создали плодотворную почву для нового расцвета мысли. Именно там Николай Коперник проникся античной верой в то, что явления природы можно описать с помощью гармонического сочетания математических законов, и там же в Италии он познакомился с гипотезой (также античной по своему происхождению) о движении планет вокруг неподвижного Солнца. В мыслях Коперника эти две идеи слились воедино. Гармония мира требовала гелиоцентрической теории, и Коперник вознамерился сдвинуть небо и Землю, чтобы создать такую теорию.

Коперник родился в Польше в 1473 г. Прослушав курс математики и естественных наук в Краковском университете, он отправился в Болонью, где образование было поставлено на более широкую ногу. В Болонском университете Коперник изучал астрономию под руководством влиятельного профессора Доменико Марии Новара, одного из наиболее выдающихся пифагорейцев своего времени. В 1512 г. Коперник стал каноником собора во Фромборке в Вармии, исполняя обязанности управляющего владениями капитула и мирового судьи. В последующие годы жизни (Коперник прожил еще 31 год) он много времени проводил в небольшой башне при соборе, откуда наблюдал невооруженным глазом за движениями планет и производил измерения с помощью грубых самодельных инструментов. Все свободное от службы и наблюдений время Коперник посвящал усовершенствованию созданной им новой теории движений небесных тел.

В опубликованных сочинениях Коперника мы находим четкие, хотя и косвенные, объяснения причин, побудивших его посвятить себя астрономии. Судя по всему, в основе этих причин лежали глубокие интеллектуальные и религиозные интересы, которым была подчинена вся его жизнь. Свою теорию движения планет он ценил не столько за то, что она, например, помогала мореплавателям прокладывать путь вдали от берегов, сколько за то, что она открывала истинную гармонию, симметрию и божественный план мироздания. В своей гелиоцентрической системе мира Коперник видел удивительное и всеохватывающее свидетельство божественного провидения. Рассказывая о главном труде своей жизни, над которым он работал тридцать лет, Коперник не мог сдерживать восхищения перед творением Создателя: «Таким образом, в этом расположении мы находим удивительную соразмерность мира и определенную гармоничную связь между движением и величиной орбит, которую иным способом нельзя обнаружить» ([10], с. 35). В предисловии к своему главному труду «Об обращениях небесных сфер» (1543) он упоминает, что Латеранский собор обратился к нему с просьбой помочь в подготовке реформы календаря, в котором за долгие столетия накопилось немало ошибок. По словам Коперника, он принялся размышлять над этой проблемой, но совершенно ясно, что не реформа календаря как таковая занимала его мысли.

К тому времени, когда Коперник взялся за проблему движений планет, арабские астрономы, стремясь повысить точность теории Птолемея, добавили к ней несколько эпициклов, и в таком усовершенствованном варианте этой теории для описания движения Солнца, Луны и пяти известных тогда планет требовалось уже семьдесят семь кругов. Многие астрономы, в том числе и Коперник, считали теорию Птолемея до неприличия сложной.

Гармония требовала в принципе более простой теории, нежели той или иной усложненной версии теории Птолемея с ее нагромождением кругов. Ознакомившись с трудами некоторых греческих авторов, главным образом Аристарха Самосского, Коперник пришел к заключению, что Земля, возможно, обращается вокруг неподвижного Солнца, одновременно вращаясь вокруг собственной оси. Эту возможность он и решил исследовать. Коперник был в какой-то степени заворочен греческой мыслью: подобно античным астрономам, он был убежден, что движения небесных тел должны быть круговыми или в крайнем случае представлять собой комбинации круговых движений, ибо круговое движение наиболее «естественно». Коперник считал также, что каждая планета должна двигаться по своему эпициклу с постоянной скоростью, в то время как центр каждого эпицикла должен двигаться с постоянной скоростью по несущей его окружности. Для Коперника такие принципы были своего рода аксиомами. Он даже нашел довод, в чем-то отражающий религиозно-мистический характер мышления XVI в.: по его мнению, причиной переменной скорости могла быть только переменная сила, Бог же, первопричина всех движений, постоянен.

В итоге долгих размышлений Коперник остановился на схеме деферента и эпицикла для описания движений небесных тел, но предложенный им вариант схемы обладал одной отличительной особенностью, имевшей первостепенное значение: Солнце находилось в центре каждого деферента, а Земля стала одной из планет и обращалась вокруг Солнца, одновременно вращаясь вокруг своей оси. Такое нововведение позволило Копернику значительно упростить традиционную схему.

Смысл введенных Коперником изменений удобнее всего пояснить на упрощенном примере. Коперник заметил, что если планета P обращается вокруг Солнца S (рис. 22) и Земля E также обращается вокруг Солнца, то положения планеты P , с точки зрения земного наблюдателя, будут одинаковы, находится ли он на вращающейся или на неподвижной Земле. Следовательно, движение планеты P в гелиоцентрической теории описывается одной окружностью, тогда как в геоцентрической теории для этого понадобились бы две окружности. Разумеется, движение планеты относительно Солнца не является строго круговым, и Коперник для более точного описания движений планеты P и Земли E вокруг Солнца к двум окружностям (изображенным на рис. 22) добавил эпициклы. Но и при наличии эпициклов, чтобы «объяснить весь хоровод планет», ему оказалось достаточно 34 кругов вместо 77. Таким образом, гелиоцентрическая картина мира позволила существенно упростить описание движения планет.

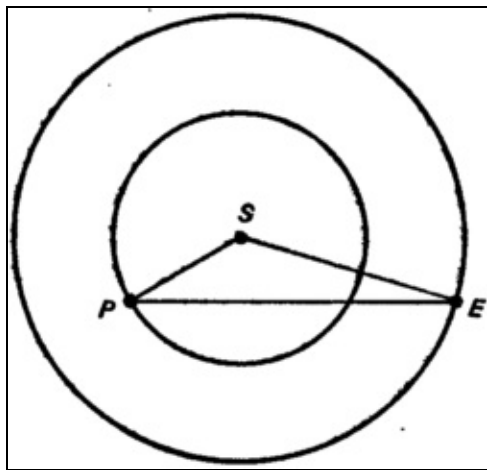


Рис. 22.

Интересно отметить, что примерно в 1530 г. Коперник кратко изложил свои идеи в небольшом трактате под названием «Малый комментарий», а капуанский кардинал Николай фон Шенберг обратился к нему с просьбой написать подробное изложение новой теории и отпечатать один экземпляр за счет кардинала. Однако Коперник опасался шума, который могла бы вызвать его работа, и на протяжении долгих лет воздерживался от публикации. Рукопись своего труда он доверил Тидеману Гизе, епископу кульмскому, который напечатал книгу с помощью профессора Виттенбергского университета Рётика (Георга Иоахима фон Лаухена). Лютеранский теолог Андреас Осиандер, взявший на себя хлопоты по печатанию книги, опасаясь осложнений, предпослал труду Коперника анонимное предисловие. В нем Осиандер утверждал, что новая теория представляет собой не более чем гипотезу, позволяющую вычислять движения небесных тел на основе геометрических принципов, и особо подчеркнул, что данная гипотеза не имеет никакого отношения к реальности. Тот же, кто примет за истину предназначавшееся совсем для других целей, добавлял Осиандер, расставаясь с астрономией, окажется еще большим глупцом, чем был, приступая к ее изучению. Разумеется, предисловие Осиандера отнюдь не отражало взглядов Коперника, считавшего движение Земли физической реальностью. Отпечатанный экземпляр своего сочинения Коперник получил, будучи тяжело парализованным после апоплексического удара. Вряд ли он прочитал его, ибо так и не оправился от болезни. Вскоре (1543) Коперник умер.

Гипотеза Коперника о неподвижном Солнце существенно упростила астрономическую теорию и вычисления, но точность основанных на ней предсказаний оставляла желать лучшего. Положения планет теория Коперника предсказывала с ошибкой до 10° (угловых градусов). Стремясь повысить точность, Коперник пытался варьировать комбинацию деферент — эпицикл, оставляя неподвижное Солнце в центре или поблизости от центра деферента. И хотя на этом пути он мало чего добился, его энтузиазм в отношении гелиоцентрической картины мира не ослаб.

Когда Коперник говорил о необычайных математических упрощениях, вытекающих из гелиоцентрической гипотезы, удовлетворение и энтузиазм его были поистине беспредельны. Ему удалось найти более простое математическое описание небесных движений, которому следует отдать предпочтение перед другим, ибо, подобно всем ученым эпохи Возрождения, Коперник был убежден, что «природа довольствуется простотой и не терпит пышного великолепия излишних причин». Коперник мог гордиться и тем, что осмелился задуматься о вещах, которые другие, в том числе Архимед, отвергали как заведомо абсурдные.

С математической точки зрения астрономия Коперника представляет собой чисто геометрическое описание, суть которого заключается в сведении сложной геометрической конструкции к более простой. Что же касается религиозных и умозрительных принципов, затронутых переходом от геоцентрической теории Птолемея к гелиоцентрической теории Коперника, то они были многочисленны и фундаментальны. В этой связи становится ясно, почему математик, мысливший только в рамках своей науки и не обремененный нематематическими принципами, не колеблясь, воспринимал предлагаемое Коперником упрощение, тогда как те, кто руководствовался в основном исключительно религиозными и умозрительными принципами, не отваживались даже подумать, в чем смысл гелиоцентрической теории. Долгое время теорию Коперника принимали только математики.

Как и следовало ожидать, гелиоцентрическая теория, низведшая роль человека в мироздании на значительно более низкую ступень, встретила суровое осуждение. Мартин Лютер назвал Коперника «спятившим астрологом» и «дураком, жаждущим опрокинуть все здание астрономии». Жан Кальвин метал громы и молнии: «Кто осмелится поставить авторитет Коперника превыше авторитета Священного писания?» Разве не сказано в Священном писании, что Иисус Навин приказал остановиться Солнцу, а не Земле? Разве Солнце не движется по небу из конца в конец? Разве твердь земная не недвижима?»

Инквизиция осудила новую теорию как «ложное пифагорейское учение, от начала до конца противное Священному писанию». Католическая церковь официально оповестила верующих, что коперниканская ересь «преисполнена более злонамеренной клеветой, более отвратительна и более пагубна для христианского мира, нежели все, что содержится в сочинениях Кальвина, Лютера и всех других еретиков, вместе взятых».

Вот как ответил на нападки Коперник в предисловии к своему сочинению, написанном в форме обращения к великому понтифику Павлу III:

Если и найдутся какие-нибудь ματαλογοι [пустословы], которые, будучи, невеждами во всех математических науках, все-таки берутся о них судить и на основании какого-нибудь места Священного писания, неверно понятого и извращенного для их цели, осмелятся порицать и преследовать это мое произведение, то я, ничуть не задерживаясь, могу пренебречь их суждением.

([10], с. 14.)

Кроме того, добавил Коперник, Библия может учить нас, как попасть на небо, но не тому, как оно движется.

Хотя гипотеза о неподвижном Солнце значительно упростила астрономическую теорию и вычисления, но, как уже отмечалось, представление траекторий планет в виде комбинаций деферента и эпициклов не давало полного согласия с наблюдениями. Решающее усовершенствование теории Коперника произошло только через 50 лет. Честь его принадлежит большому любителю религиозно-мистических аллегорий, рационалисту и эмпирику Иоганну Кеплеру (1571-1630), немцу, сочетавшему в себе необычайную силу воображения и экзальтированность с поистине безграничным терпением в собирании данных и неукоснительным следованием фактам. Жизненный путь Кеплера складывался совершенно иначе, чем у Коперника. Последний получил в юности превосходное образование и вел жизнь, полную достатка, что позволяло ему посвящать весь досуг размышлениям над собственной теорией. Кеплер был от рождения хрупкого здоровья, мать не уделяла ему должного внимания, и образование он получил далеко не блестящее. Как и большинство мальчиков его времени, обнаруживавших склонность к знаниям, его отдали учиться на священника. В 1589 г. Кеплер был зачислен в Тюбингенский университет, где изучал астрономию под руководством коперниканца Михаэля Местлина. Кеплер уверовал в правильность новой теории, но в ответ на это иерархи лютеранской церкви выразили сомнение в благочестии Кеплера. Кеплера возмущала узость господствовавшей лютеранской мысли; поэтому ему пришлось отказаться от карьеры священника и принять должность преподавателя математики и морали в протестантской гимназии города Граце, в австрийской провинции Штирия. Кеплер вел занятия по математике, астрономии, риторике и творчеству Вергилия. В его обязанности входило также составление астрологических

предсказаний, к которым в ту пору он относился с доверием. Вознамерившись овладеть вершинами в искусстве астрологии, он практиковался, составляя себе гороскопы и проверяя правильность своих предсказаний. Позднее он утратил доверие к астрологическим предсказаниям и обычно предупреждал своих клиентов: «То, что я скажу, может быть, сбудется, а может, и нет».

Работая в Граце, Кеплер способствовал введению нового календаря, за который усиленно ратовал папа Григорий XIII. Протестанты отвергали григорианский календарь, предпочитая расходиться с Солнцем, нежели быть в согласии с папой. К сожалению, на смену либеральному католическому правителю Штирии пришел более нетерпимый, и жизнь Кеплера омрачилась. Некоторое время он находился под покровительством иезуитов и мог оставаться преподавателем гимназии, правда, при условии, что перейдет в католичество, но Кеплер считал это требование неприемлемым и вынужден был покинуть Грац.

В 1600 г. он стал ассистентом знаменитого астронома-наблюдателя Тихо Браге (1546-1601), который произвел первую основательную «ревизию» астрономических данных с античных времен. После смерти Браге в 1601 г. Кеплер стал его преемником при дворе императора Рудольфа II, короля Чехии, получив титул «имперского математика». В обязанности Кеплера входило, помимо прочего, составление гороскопов для придворных. К выполнению этих обязанностей Кеплер относился с философским спокойствием, полагая, что природа наделила все существа способностью добывать себе пропитание. Об астрологии он отзывался как о гулящей дочери, кормящей свою почтенную мать.

Лет через десять после переезда Кеплера в Прагу у императора Рудольфа возникли серьезные политические осложнения, имперская казна оскудела, и Кеплеру перестали выплачивать жалованье. Он был вынужден искать себе другую работу и в 1612 г. принял предложение занять пост математика в Линце, но другие беды омрачали его жизнь. Когда Кеплер жил в Праге, у него умерли жена и сын. Он женился вторично, но в Линце умерли еще двое его детей. К личной трагедии прибавились и другие трудности: протестанты не принимали Кеплера, он едва сводил концы с концами и был вынужден вести тяжелую борьбу за существование. В 1620 г. Линц захватил эрцгерцог Максимилиан Баварский, католик по вероисповеданию, и преследования Кеплера усилились. Его здоровье начало сдавать. Последние годы жизни он провел, пытаясь напечатать некоторые из своих сочинений, взыскать с императора причитающееся ему за много лет жалованье и в поисках нового места работы.

Читая научные сочинения Кеплера, не устаешь удивляться полету его фантазии. Как и Коперник, Кеплер был глубоко верующим человеком и, подобно Копернику, был убежден, что при сотворении мира Бог следовал какому-то простому и изящному математическому плану. «Господь Бог был слишком благостен, чтобы пребывать в праздности, и принялся забавляться различными знаками, запечатляя свой образ и подобие в этом мире. Исходя из этого, я полагаю, что искусство геометрии символизирует всю природу и прекрасное небо», — писал Кеплер. В своем первом сочинении «Космографическая тайна» (1596) он поставил целью доказать, что математические гармонии, которыми руководствовался Создатель при сотворении мира, есть «сущность трех вещей — почему они устроены так, а не иначе...: число, размеры и движения небесных орбит» ([11], с. 176). Глубокое убеждение в существовании гармонии мира наложило отпечаток на все мышление Кеплера.

При всей своей экзальтированности Кеплер был наделен качествами, которые у нас принято связывать с учеными. Он мог быть предельно рациональным. Его богатое

воображение рождало одну за другой новые теоретические схемы, но Кеплер понимал, что теория должна согласоваться с результатами наблюдений, а в последние годы жизни еще более отчетливо сознавал, что эмпирические данные способны привести к открытию фундаментальных принципов науки. Именно поэтому Кеплер с готовностью жертвовал самыми, казалось бы, многообещающими математическими гипотезами, если видел, что они не согласуются с наблюдательными данными, и с невероятным упорством отказывался мириться с малейшими отклонениями, которыми любой из современных ученых с легкостью бы пренебрег, если бы речь шла о подтверждении его радикальных идей. Кеплер обладал скромностью, терпением и энергией, которые помогают великим людям вершить их непомерный труд.

Наиболее значительные свои работы Кеплер выполнил в те годы, когда был астрономом при дворе императора Рудольфа. Движимый красотой и гармонией системы Коперника, Кеплер решил посвятить себя поиску дополнительных геометрических гармоний, скрытых в результатах многолетних астрономических наблюдений Тихо Браге, и попытаться найти математические соотношения между всеми явлениями природы. Однако пристрастие подгонять природу к заранее придуманной математической схеме стоило Кеплеру нескольких лет безуспешных поисков «гармонии мира». В предисловии к «Космографической тайне» он сформулировал свою основную задачу следующим образом:

В этой книжке я вознамерился доказать, что всеблагой и всемогущий Бог при сотворении нашего движущегося мира и при расположении небесных орбит избрал за основу пять правильных тел, которые со времен Пифагора и Платона и до наших дней снискали столь громкую славу, выбрал число и пропорции небесных орбит, а также отношения между движениями в соответствии с природой правильных тел.

([11], с. 176.)

Следуя своему плану, Кеплер постулировал, что радиусы орбит шести планет совпадают с радиусами сфер, связанных с пятью правильными (Платоновыми) телами следующим образом. Самый большой радиус имеет сфера Сатурна. В нее вписан куб. В этот куб вписана сфера, радиус которой есть радиус сферы Юпитера. В сферу Юпитера вписан тетраэдр, а в тетраэдр в свою очередь вписана сфера, радиус которой есть радиус сферы Марса, — и так для всех пяти правильных тел. В результате такого построения Кеплер получил шесть сфер — по числу известных тогда планет (рис. 23). Вскоре Кеплер понял, что его теория при всем своем изяществе не точна. Хотя вычисленные им расстояния между орбитами планет были очень близки к истинным, все же расстояния между сферами последовательно вписанными в правильные тела и описанными вокруг правильных тел, не вполне точно соответствовали расстояниям между планетами.

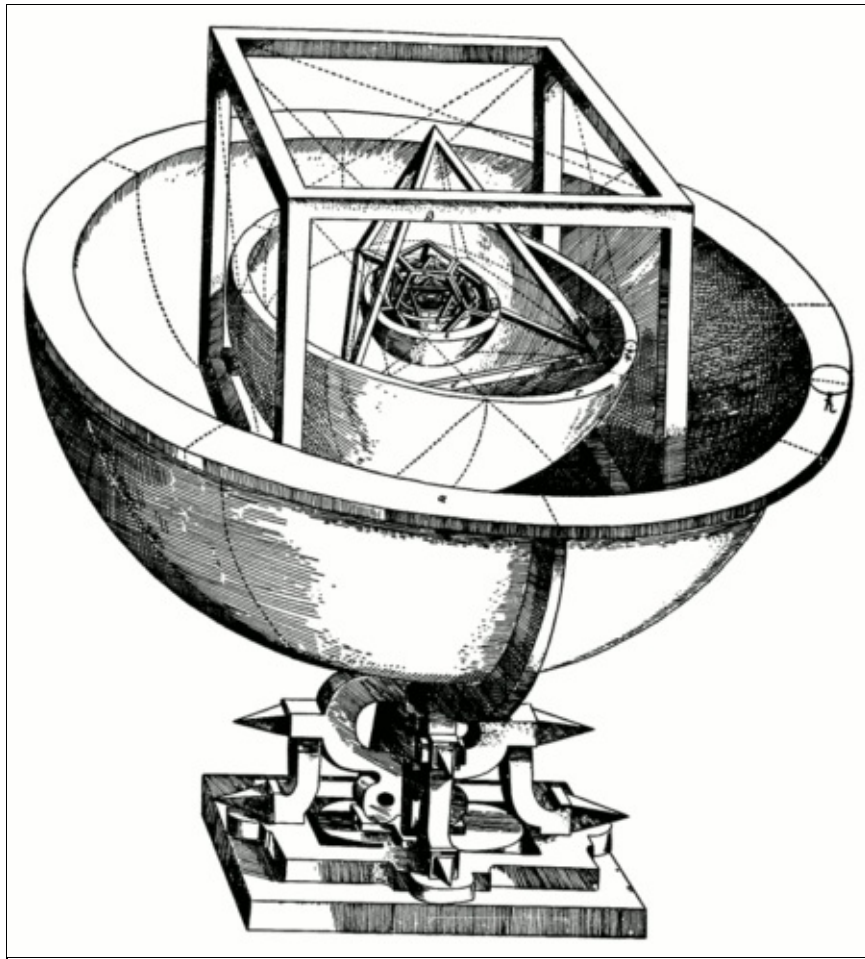


Рис. 23.

До этого момента к работе Кеплера в полной мере относилось критическое замечание, которое Аристотель не раз адресовал пифагорейцам: «Они [пифагорейцы] рассматривали явления не ради их самих и не ради того, чтобы докопаться до их причин, а единственно с намерением подогнать явления под свои априорные суждения и попытаться реконструировать мир». Но умудренный опытом прошлых веков Кеплер слишком чтит факты, чтобы отстаивать теории, не согласующиеся с наблюдениями и не позволяющие делать точные, предсказания.

Получив в свое распоряжение данные многолетних наблюдений Тихо Браге и проведя собственные наблюдения, Кеплер убедился в необходимости отвергнуть астрономические построения как своих предшественников, Птолемея и Коперника, так и собственные. Неутомимый поиск законов, которые бы находились в согласии с данными наблюдений, увенчался открытием трех знаменитых законов движения планет. Первые два закона Кеплер изложил в своем труде «Новая астрономия», опубликованном в 1609 г.

Первый из законов Кеплера в полном противоречии с традицией вводит в астрономию эллипс. Изучением этой кривой занимались еще древние греки примерно за две тысячи лет до описываемых событий, поэтому математические свойства эллипса были хорошо известны. Если окружность можно определить как геометрическое место точек, равноудаленных (на расстояние, равное радиусу) от данной точки (центра окружности), то эллипс можно определить как геометрическое место точек, сумма расстояний от которых до двух заданных точек постоянна. Таким образом, если F_1 и F_2 — две заданные точки (рис 24),

а P — произвольная точка эллипса, то сумма $PF_1 + PF_2$ не зависит от того, где именно расположена точка P на эллипсе. Две заданные точки F_1 и F_2 называются фокусами эллипса. Первый закон Кеплера гласит: каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце. Другой фокус — чисто математическая точка, физически ничем не выделенная. Разумеется, каждая планета движется по своему эллипсу, один из фокусов которого (тот, в котором находится Солнце) является общим для эллиптических орбит всех планет. Таким образом, после пятнадцати столетий безуспешных попыток описать движение планет с помощью громоздких комбинаций окружностей на смену последним пришел простой эллипс.

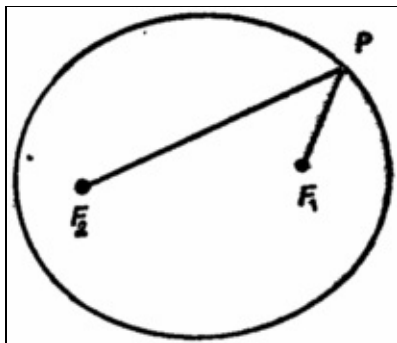


Рис. 24.

Первый закон Кеплера говорит нам, по какой траектории движется планета, но умалчивает о том, сколь быстро планета движется по своей орбите; когда бы мы ни наблюдали положение планеты, предсказать, через какое время она окажется в другой точке орбиты, нам не удастся. Можно было бы ожидать, что каждая планета движется по своей орбите с постоянной скоростью, но, как показывали наблюдения — а именно с ними прежде всего сверялся Кеплер, — такое предположение не соответствует действительности. Второй закон Кеплера утверждает, что площади, заметаемые за одинаковое время отрезком, проведенным от Солнца к планете, равны. Иначе говоря, если планета перемещается из точки P в точку Q (рис. 25), скажем, за один месяц и из точки P' в точку Q' также за один месяц, то площади секторов F_1PQ и $F_2P'Q'$ равны. Кеплер был вне себя от радости, когда обнаружил, что закон изменения скоростей выражается столь простой зависимостью. Всевидящий Бог явно отдавал предпочтение постоянной секторной скорости перед постоянной линейной скоростью.

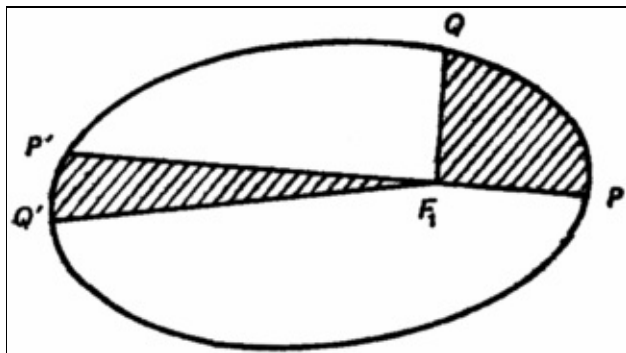


Рис. 25.

Но одна важная проблема осталась нерешенной. По какому закону изменяются

расстояния от Солнца до планет? Дело осложнялось тем, что расстояние от планеты до Солнца непостоянно, и Кеплер пытался нащупать новый принцип, который бы отражал это обстоятельство. По глубокому убеждению Кеплера, природа была сотворена на основе не только математических, но и гармонических принципов. Он верил в музыку сфер, чарующие мелодии которой запечатлены не в звуках, а в движениях планет, способных, однако, при надлежащем переводе рождать гармонические созвучия. Следуя этой идее, Кеплер путем поистине удивительной комбинации аргументов математического и музыкального характера пришел к третьему закону движения планет, который гласит: если T — период обращения планеты вокруг Солнца, а D — ее среднее расстояние от Солнца, то

$$T^2 = kD^3,$$

где k — постоянная, одинаковая для всех планет. (В действительности вместо среднего расстояния D следует брать большую полуось эллиптической орбиты планеты.) Такова формулировка третьего закона Кеплера, об открытии которого он торжественно возвестил в своем сочинении «Гармония Мира» (1619).

Так как среднее расстояние Земли от Солнца равно примерно 150 млн. км, а период ее обращения вокруг Солнца равен одному году, мы можем, подставляя значения D и T для Земли, вычислить постоянную k . Это означает, что с помощью третьего закона Кеплера мы можем вычислять среднее расстояние от планеты до Солнца, если известен ее период обращения, или, наоборот, период, если известно среднее расстояние.

Кеплер, несомненно, предпочел бы найти какое-нибудь соотношение между размерами планетных орбит, но и полученный результат преисполнил его такой радостью, что, сформулировав суть открытого им закона на страницах своего сочинения, он разразился гимном во славу Творца:

Бесконечна мудрость Творца, безграничны слава и могущество его. Вы, небеса, воспойте хвалу ему! Солнце, Луна и планеты, славьте его на своем неизъяснимом языке. Вы, небесные гармонии, постигшие его чудесные творения, воспойте хвалу ему! И ты, душа моя, восхвали Создателя! Им создано, и в нем существует все. То, что известно нам лучше всего, сотворено в нем и в нашей суетной науке. Хвала, честь и слава ему во веки веков!

Следует, между прочим, упомянуть, что столь простые законы Кеплеру удалось сформулировать потому, что гравитационное взаимодействие между планетами сравнительно мало, а масса Солнца во много раз превосходит массы планет. Но как бы то ни было, законы Кеплера явились весьма значительным нововведением и ознаменовали существенное продвижение в развитии гелиоцентрической теории.

Поскольку в наши дни мы на школьной скамье воспринимаем гелиоцентрическую теорию и законы Кеплера как нечто бесспорное, нам трудно по достоинству оценить значение достижений Коперника и Кеплера. Полезно поэтому вернуться назад, рассмотреть обстановку, в которой работали великие преобразователи астрономии, и попытаться разобраться в том, к чему привели их вычисления.

Прежде всего напомним, что Коперник и Кеплер работали в XVI-XVII вв. Геоцентрическая теория господствовала со времен Птолемея и вошла неотъемлемой составной частью в тщательно аргументированные религиозные учения. Они утверждали,

что Земля находится в центре мироздания и род человеческий — главное действующее лицо в мире. Именно для нас, людей, были сотворены Солнце, Луна и звезды. Гелиоцентрическая теория, отвергая эту основополагающую догму, низводила человечество до жалкой роли малозначащего пятнышка пыли на одном из многих шаров, вращающихся в бескрайних просторах Вселенной. Маловероятно, чтобы такое человечество могло стать основным предметом забот самого Творца. Новая астрономия разрушила также небо и ад, имевший в геоцентрической картине мира вполне разумное географическое положение.

Коперник и Кеплер, будучи людьми глубоко религиозными, тем не менее отрицали одну из центральных доктрин христианства. Двинув Землю, Коперник и Кеплер выбили краеугольный камень из католической теологии, и все ее здание рухнуло. Возражая против тезиса о том, будто Земля есть центр Вселенной, Коперник указал, что размеры Вселенной чудовищно велики по сравнению с размерами Земли и бессмысленно предполагать, будто вокруг такой неприметной песчинки вращается вся громада мироздания. Нужно ли говорить, что и этот аргумент поставил Коперника в оппозицию к церкви.

Выдвигались против гелиоцентрической теории и два весьма разумных возражения научного характера. Если Земля движется, то, попадая в различные точки ее орбиты, мы должны были бы наблюдать различные звезды, поскольку те неподвижны относительно небосвода. Но наблюдатели XVI-XVII вв. никаких изменений в звездном небе не замечали. Коперник в ответ ссылаясь на то, что расстояния до звезд огромны по сравнению с размерами орбиты Земли; его оппоненты возражали, утверждая, будто столь большие расстояния до звезд несовместимы с тем фактом, что звезды отчетливо видны с Земли.

Объяснение, предложенное Коперником, оказалось правильным, хотя он был бы изумлен, доведись ему познакомиться с современными оценками расстояний от Земли до звезд. Изменение в направлениях на звезды при наблюдениях из различных точек земной орбиты было впервые измерено математиком и астрономом Фридрихом Вильгельмом Бесселем (1784-1846) в 1838 г., для ближайшей звезды оно оказалось равным 0,76" (угловой секунды).

Приведенные выше аргументы были восприняты всерьез лишь в узком кругу сведущих людей, но против тезиса о движущейся Земле выдвигались и другие вполне здравые научные возражения, доступные пониманию даже непосвященного. Ни Коперник, ни Кеплер не могли объяснить, каким образом была приведена в движение и поддерживается в оном тяжелая материя Земли. То, что другие планеты находятся в движении, даже в рамках геоцентрической теории, не особенно беспокоило людей: считалось, что небесные тела состоят из более легкой материи и, следовательно, вызвать их движение легче. Лучшее, что мог сказать в ответ Коперник, — это сослаться на то, что каждой сфере в силу самой ее природы свойственно двигаться. Весьма щекотлив и неприятен был и другой вопрос: почему предметы не срываются с вращающейся Земли и не улетают в космическое пространство, как срываются предметы с вращающейся платформы? Птолемей отвергал вращение Земли именно по этой причине. Кроме того, неясно, почему не разлетается на части сама Земля? В ответ на последний вопрос Коперник заметил, что вращение как естественное движение не может приводить к разрушению тела, и в свою очередь выдвинул контраргумент, задав каверзный вопрос: почему небо не разлетается на части от очень быстрого суточного вращения, которое предполагает геоцентрическая теория? Осталось без ответа и такое возражение: если Земля вращается с запада на восток, то подброшенный в воздух предмет должен был бы упасть к западу от места броска. Еще один вопрос состоял в следующем:

если, как полагали с античных времен почти все ученые, движение тела пропорционально его весу, то почему Земля не оставляет за собой более легкие тела? Даже воздух, окружающий Землю, должен был бы отстать от нее. Не в состоянии дать сколько-нибудь убедительный ответ на это возражение, Коперник «объяснил» увлечение атмосферы тем, что воздух по своей природе земной и поэтому вращается в полном согласии с Землей. Кеплер же предположил, что тело, брошенное вертикально вверх, возвращается в исходную точку (хотя Земля под ним безостановочно вращается) под действием невидимых магнетических цепей, приковывающих его к Земле.

Еще один, пожалуй, наиболее доступный всеобщему пониманию аргумент против гелиоцентрической теории сводился к следующему: почему никто *не ощущает* ни суточного вращения Земли, ни ее обращения вокруг Солнца? В то же время все «собственными глазами» могут наблюдать движение Солнца. Для знаменитого астронома Тихо Браге эти и другие аргументы стали решающим доказательством неподвижности Земли.

Подоплека и суть всех аргументов такого рода состояли в том, что Земля, вращающаяся вокруг собственной оси и обращающаяся вокруг Солнца, не вписывалась в физическую теорию движения Аристотеля, справедливость которой во времена Коперника и Кеплера ни у кого не вызывала сомнений. Необходима была совершенно новая теория движения.

На все эти возражения у Коперника и Кеплера был один неотразимый ответ. Каждому из них удалось достичь математического упрощения и создать теорию, удивительно гармоничную и удовлетворяющую самым строгим эстетическим критериям. Но коль скоро поиск математических соотношений — цель всякой научной работы и поскольку новое математическое описание совершеннее прежних, то уже одно это обстоятельство (к тому же подкрепляемое твердым убеждением, что Бог сотворил мир, располагая превосходной теорией) должно было перевесить в глазах Коперника и Кеплера любые возражения. Каждый из них верил и недвусмысленно заявлял, что ему удалось обнаружить гармонию, симметрию, раскрыть божественный замысел и найти убедительнейшее доказательство присутствия Творца в окружающем нас мире.

Если учесть, сколь многочисленными, разнообразными и весьма вескими были возражения против гелиоцентрической теории, то приверженность ей Коперника и Кеплера нельзя не расценивать как одну из загадок истории. Почти каждому крупному интеллектуальному свершению предшествуют десятилетия и даже столетия подготовительной работы, которая становится заметной по крайней мере при ретроспективном обзоре, и именно эта предварительная работа делает решающий шаг столь естественным. У Коперника же не было непосредственных предшественников в науке, и неожиданное создание им гелиоцентрической системы мира, несмотря на безраздельное господство в течение полутора тысячелетий геоцентрической картины, с нашей, современной, точки зрения представляется актом весьма неестественным. Среди других астрономов XVI в. Коперник возвышается подобно колоссу.

Правда, как мы уже упоминали, Коперник был знаком с теми немногочисленными сочинениями греческих авторов, в которых высказывалась мысль о подвижности Земли, но никто из античных авторов не пытался построить на этой основе математическую теорию, тогда как геоцентрическая теория интенсивно разрабатывалась. Наблюдения самого Коперника также не давали ничего такого, что наводило на мысль о необходимости каких-то радикальных перемен в теории. Инструменты Коперника были столь же грубы, как и у его предшественников, и его наблюдения ничем не превосходили их наблюдений. Коперник был

обеспокоен сложностью теории Птолемея, к тому времени погрязшей в нагромождении эпициклов, помощью которых астрономы надеялись достичь согласия с результатами арабских и европейских наблюдений. В велеречивом обращении к папе Павлу III, которым открывается сочинение Коперника «Об обращениях небесных тел», автор рассказывает, как он пришел к своей теории: «К размышлениям о другом способе расчета движения мировых сфер меня побудило именно то, что сами математики не имеют у себя ничего вполне установленного относительно исследований этих движений» ([10], с. 12). Тем не менее в историческом плане его сочинение прозвучало словно гром среди ясного неба.

В выборе направления исследований Коперника и Кеплера определенную роль сыграли особенности их религиозных убеждений. Самого слабого проблеска надежды открыть еще одно проявление величия Бога было достаточно, чтобы они тотчас принялись за поиски и воображение их разгорелось. Результаты, увенчавшие их усилия, приносили им глубокое удовлетворение, оправдывая веру в гармонию, симметрию и замысел, лежащие, по их мнению, в основе мироздания. Математическая простота новой теории была подтверждением того, что именно ее Бог предпочел более сложному замыслу.

Птолемей утверждал, что при объяснении явлений природы следует придерживаться простейшей гипотезы, согласующейся с фактами. Коперник обратил этот тезис против теории самого же Птолемея. Будучи глубоко убежденным в том, что мир сотворен Богом, Коперник усматривал в простоте гелиоцентрической теории подтверждение ее близости божественному замыслу. Математическая сторона теории Кеплера была еще проще, и он имел все основания считать, что именно ему удалось обнаружить те законы, которые Бог заложил в основу мира. О своей теории Кеплер отзывался так: «Я искренне убежден в ее истинности и созерцаю ее красоту с восторгом и упоением, не смея верить самому себе».

В мышлении Коперника и Кеплера присутствует также некий мистический элемент, которой ныне кажется аномальным у великих ученых. Смутная и даже в чем-то наивная ссылка на власть Солнца стала одним из источников того вдохновения, которое питало сначала замысел, а затем и построение гелиоцентрической теории. Вот что пишет об этом Коперник: «Солнце, как бы восседая на царском троне, правит обходящей вокруг него семьей светил... Земля зачинает от Солнца и беременеет каждый год» ([10], с. 35). И в подтверждение своего тезиса далее замечает: «В середине всего находится Солнце. Действительно, в таком великолепнейшем Храме кто мог бы поместить этот светильник в другом и лучшем месте, как не в том, откуда он может все освещать» ([10], с. 35).

Но, несмотря на религиозно-мистические влияния, Коперник и Кеплер были предельно рациональны, безжалостно отбрасывая любые умозаключения или гипотезы, если те не согласовывались с наблюдениями. Их работы отличает от средневековой схоластики не только математическая основа теоретических построений, но и последовательное стремление добиться согласия математических выкладок с реальностью. Кроме того, и Коперник, и Кеплер отдавали предпочтение более простой математической теории, что свойственно современному научному подходу.

Несмотря на веские научные возражения против движения Земли, вопреки господствовавшему тогда религиозному и философскому консерватизму, невзирая на, казалось бы, явное противоречие со здравым смыслом, новая теория все же постепенно завоевывала признание. На математиков и астрономов сильное впечатление произвела простота новой теории, особенно проявившаяся после работ Кеплера. Теория Коперника оказалась более удобной и для навигационных расчетов, и для построения календаря,

поэтому многие географы и астрономы, даже если они не были убеждены в истинности гелиоцентрической теории, начали ею пользоваться.

Нет ничего удивительного, что сначала в поддержку новой теории выступили одни лишь математики. Кому, как не математику, убежденному в том, что мир построен на простой математической основе, хватит силы духа отвергнуть господствующие философские, религиозные и естественно-научные взгляды и приняться за разработку математических основ новой, революционной астрономии. Только математик, непоколебимо верящий в причастность своей науки к основам мироздания, отважится отстаивать новую теорию перед превосходящими силами оппозиции.

Весьма могущественного защитника гелиоцентрическая теория нашла в лице Галилео Галилея (1564-1642). Родился он во Флоренции, в возрасте семнадцати лет поступил в Пизанский университет, намереваясь изучать медицину. Знакомство с трудами Евклида и Архимеда пробудило у юного Галилея интерес к математике и физике, и он принялся штудировать эти науки.

Получив предложение занять должность профессора в университете города Падуя, Галилей в 1592 г. перебрался на северо-восток Италии. Падуя в те времена входила во владения Венецианской республики, где господствовали весьма передовые взгляды, и Галилей наслаждался полной академической свободой. В 1610 г. бывший ученик Галилея великий герцог Тосканский Козимо Медичи предложил своему учителю пост придворного философа и математика. Вызванный новым назначением переезд во Флоренцию положил конец преподавательской деятельности Галилея. Теперь он мог без помех отдавать все свое время исследованиям.

Еще раньше, летом 1609 г., Галилей прослышал о голландском изобретении — телескопе, позволявшем видеть далекие предметы так ясно и отчетливо, будто они находятся совсем рядом. Галилей, не теряя времени, сам сконструировал телескоп и, совершенствуя линзы, довел его увеличение до 33-кратного. Во время торжественного показа телескопа сенату Венецианской республики Галилей продемонстрировал возможности нового инструмента, дав членам сената увидеть в телескоп венецианские боевые корабли за два часа до их прибытия в родную гавань.

Но с телескопом у Галилея были связаны несравненно более грандиозные планы. Направив телескоп на Луну, он наблюдал обширные кратеры и величественные горы, что опровергло распространенное представление о гладкости лунной поверхности. Рассматривая в телескоп Солнце, Галилей обнаружил на поверхности дневного светила пятна. Он открыл (1610) также, что вокруг Юпитера обращаются четыре естественных спутника. (Сейчас обнаружено уже шестнадцать спутников Юпитера). Это открытие показало, что спутники (тела, аналогичные нашей Луне) могут быть у любой планеты. О своем открытии Галилей поведал миру в сочинении «Звездный вестник» (1610). Четыре спутника Юпитера он описал как «четыре звезды... не из числа обычных стадных и менее важных неподвижных звезд, но из знаменитого класса блуждающих» ([12], т. 1, с. 15). Проявив политическую прозорливость Галилей назвал спутники Юпитера Медицейскими светилами — в честь своего могущественного флорентийского покровителя.

Коперник предсказал, что, будь человеческое зрение более острым, мы могли бы различить фазы Венеры и Меркурия, т.е. наблюдать, как Солнце освещает то большую, то меньшую часть обращенного к Земле полушария каждой из этих планет, подобно тому как мы невооруженным глазом наблюдаем фазы Луны. Галилей с помощью своего телескопа

действительно открыл фазы Венеры. Его открытие стало еще одним подтверждением того, что все планеты схожи с Землей и заведомо не являются идеальными телами, состоящими из особой эфирной субстанции, как полагали древние греки и средневековые мыслители. Млечный Путь, казавшийся ранее просто светлой полосой на небе, при наблюдении в телескоп «рассыпался» на мириады звезд, каждая из которых испускает свет. Следовательно, в глубинах неба сияют другие солнца и, возможно, где-то находятся и другие планетные системы. Кроме того, становилось ясно, что число «блуждающих светил» заведомо больше семи — числа, считавшегося священным. Наблюдения убедили Галилея в правильности системы Коперника.

Обеспокоенная упорством, с которым Галилей отстаивал гелиоцентрическую систему мира, римская инквизиция в 1616 г. объявила учение Коперника еретическим и подвергла его строгой цензуре, а в 1620 г. запретила все публикации, проповедующие гелиоцентрическую теорию. Несмотря на запрет, наложенный церковными властями на любые сочинения, выдержанные в духе коперниканской ереси, папа Урбан VIII разрешил Галилею напечатать большой труд на запретную тему, полагая, по-видимому, что никому и никогда не удастся доказать истинность новой теории. И Галилей в своем «Диалоге о двух главнейших системах мира — птолемеевой и коперниковой» (1632) произвел тщательное сравнение геоцентрической теории с гелиоцентрической. Чтобы умиловить церковь и усыпить бдительность цензоров, Галилей в предисловии к «Диалогу» упомянул о том, что гелиоцентрическая теория якобы не более, чем игра воображения. Предполагалось, что Галилей в своем сочинении беспристрастно перечислит доводы за и против геоцентрической и гелиоцентрической теорий как одинаково верных, но в изложении Галилея преимущества гелиоцентрической теории стали вполне очевидными. К сожалению, Галилей блестяще владел пером, так что папа Урбан VIII начал опасаться, как бы аргументация Галилея в защиту гелиоцентризма, подобно подожженной бомбе в блестящей упаковке, не подорвала устои католической веры и тем не причинила ей серьезный ущерб. Галилей снова предстал перед римской инквизицией и под угрозой пытки был вынужден отречься от гелиоцентрической теории, заявив: «Ложность коперниканской системы не вызывает сомнений, особенно у нас, католиков». В 1633 г. «Диалог о двух главнейших системах мира» Галилея был внесен в «Индекс запрещенных книг». Запрет был снят только в 1822.

Мы, живущие в век космических исследований, когда космические аппараты доставляют людей на Луну и совершают полеты к самым далеким планетам Солнечной системы, не сомневаемся в истинности гелиоцентрической теории. Однако у людей XVII-XVIII вв., даже если они были способны понять сочинения Коперника, Кеплера и Галилея, имелись достаточно веские основания для того, чтобы скептически относиться к гелиоцентризму. Против новой теории свидетельствовал весь жизненный опыт этих людей, и математические доводы Коперника и Кеплера, исходивших помимо философских убеждений из большей простоты гелиоцентрической теории, мало что значили для подавляющего большинства их современников.

Современная наука извлекла из трудов Коперника и Кеплера еще один важный вывод. Те же самые наблюдательные данные, которые Гиппарх и Птолемей привели в стройную систему, создав геоцентрическую теорию с ее деферентом и эпициклом, могут быть приведены в стройную систему, основанную на совершенно иных принципах, — в гелиоцентрическую систему мира Коперника и Кеплера. Хотя Коперник и в особенности

Кеплер были убеждены в истинности гелиоцентрической теории, согласно современной точке зрения, в некотором смысле пригодны обе теории, но гелиоцентрическая теория обладает существенным преимуществом — большей математической простотой. Реальность ныне представляется нам не столь познаваемой, как ее понимали Коперник и Кеплер. В наши дни признано, что научные теории — изобретения человеческого разума. Современные астрономы еще могли бы согласиться с Кеплером, что «небеса воздают хвалу Богу и твердь небесная — его творение», однако в отличие от Кеплера они прекрасно сознают, что математическая интерпретация мироздания — их собственное творение и, вопреки всему чувственному опыту, верх одерживает математическая простота. Но как в таком случае нам определить, что реально в нашем физическом мире?

Главенствующая роль математики в физической науке

Настоящим сочинением мы лишь открываем двери к этим двум новым наукам, изобилующим положениями, которые в будущем будут неизмеримо больше приумножены пытливыми умами.^[4]

Галилей

Развивая шаг за шагом нашу главную тему — о роли математики в познании реального мира, мы узнали о том, что гелиоцентрическая система мира получила признание по математическим соображениям. Не имей эта теория математических преимуществ перед геоцентрической системой Птолемея, она вряд ли бы выжила, особенно если учесть противодействие со стороны церкви. Но гелиоцентрическая теория восторжествовала, как и многие другие теории (о них пойдет речь в дальнейшем), которые либо противоречили нашему чувственному опыту, либо вынуждали нас признавать физические реалии, не воспринимаемые нашими органами чувств. На наш взгляд, важную роль в этом сыграла математика, которая начиная с XVII в. заняла ведущее место в физической науке и, согласно распространенным в ту эпоху убеждениям, почиталась за истину. Но чтобы лучше понять, как математика стала воплощением истины и наиболее эффективным инструментом исследования реального мира, нам придется несколько отклониться от главной цели книги — попытки объяснить, каким образом математика позволяет нам получить знание о реальном мире.

Исаак Ньютон сказал однажды, что он стоял на плечах гигантов. Крупнейшими из них были Рене Декарт и Галилео Галилей. Современная математика обязана своими выдающимися достижениями не только возросшему вниманию к ней как к науке, но и новой методологии, начало которой было положено в трудах этих двух величайших мыслителей XVII в. Попытаемся оценить хотя бы в общих чертах вклад каждого из них.

До XVII в. система научной мысли и самый характер научной деятельности находились под сильным влиянием Аристотеля. Основной особенностью его подхода к природе был поиск материальных или качественных объяснений. Последователи Аристотеля пытались объяснить земные явления, пользуясь теми качествами, которые они считали первичными, например такими понятиями, как горячее и холодное, влажное и сухое. Предполагалось, что в соответствующей комбинации такие качества порождают четыре элемента: землю, воздух, огонь и воду. Так, горячее и сухое в сочетании порождают огонь, горячее и влажное — воздух и т.д. Каждому из четырех элементов присущ особый, свойственный только ему вид движения. Огонь как самый легкий из элементов стремится подняться к небу, земная субстанция тяготеет к центру Земли. Аристотель рассматривал также и вынужденное движение, которое возникает, когда одно тело соударяется с другим и толкает его.

Твердые тела, жидкости и газы Аристотель рассматривал как три различные

субстанции, наделенные различными фундаментальными качествами, а не как различные состояния одной и той же субстанции. Переход из жидкости в газ греки толковали как утрату одного качества и приобретение другого. Различие между объектами объяснялось отличием их основных качеств. Так, древние греки полагали, что для превращения ртути в золото необходимо лишить ее качества текучести, заменив его качеством твердости. Представление о неких фундаментальных качествах сохранялось и на первых этапах развития современной химии. Считалось, например, что сера содержит субстанцию горючести, которая получила особое название — флогистон, соль — субстанцию растворимости, а металлы — основную субстанцию ртути. Тепло вплоть до XIX в. считалось проявлением особой калорической субстанции: при нагревании количество этой субстанции в теле увеличивается, при охлаждении — уменьшается.

Аристотелианцы стремились классифицировать объекты по качествам или по содержащимся в них основным субстанциям. Более того, именно в классификации — этот метод и поныне доминирует в биологии — они видели свою основную задачу. Пытаясь объяснить, каким образом одно событие вызывает другое, Аристотель построил сложную схему причинно-следственных связей, в которой все сущее проистекает из четырех основных начал, или причин: формы (сущности), материи (или субстрата), источника движения (или «говорящего» начала) и цели («того, ради чего»). Чтобы разобраться в этих началах, проследим за тем, как скульптор ваяет статую. Материя в данном случае — это мрамор и инструменты скульптора, форма — образ статуи, существующий в воображении скульптора, источник движения — сам процесс создания статуи, а цель — намерение украсить статуей какое-то помещение. Наиболее важной в этом процессе была цель, или телеологическая причина, так как именно она придавала смысл всей деятельности. Какое место занимала в этой схеме математика? Поскольку математика для греков сводилась в основном к геометрии, а геометрия занималась главным образом изучением фигур, математика находила применение только при описании формы, т.е. ее роль здесь была весьма ограниченной.

В силу ряда обстоятельств аристотелевский подход к изучению природы сохранял господствующее положение и в средние века, и в эпоху Возрождения. Сочинения Аристотеля были поистине всеобъемлющими и получили более широкое распространение, чем работы других греческих авторов. Более того, учение Аристотеля о конечной цели вошло в догматы католической теологии. Конечной целью человеческой жизни на Земле провозглашалась подготовка к грядущей жизни в царстве небесном, а во всех земных явлениях церковь усматривала промысел божий.

В наши намерения, разумеется, не входит подробный рассказ об эпохе Возрождения; скажем только, что к началу XVII в. европейские ученые, несомненно, осознали важную роль математики в изучении природы. Убедительное подтверждение тому — готовность Коперника и Кеплера опрокинуть традиционную астрономию, механику и религиозные догмы во имя теории, которая по представлениям того времени обладала всего лишь одним преимуществом — математической четкостью и простотой.

Почему начиная с XVII в. наука оказалась столь результативной? Может быть, главные ее творцы — Декарт, Галилей, Ньютон, Гюйгенс и Лейбниц — были мыслителями более высокого ранга, чем их далекие предшественники? Вряд ли. Может быть, причину следует искать в более широком использовании наблюдения, эксперимента и индукции — методов, на необходимость которых указывали Роджер Бэкон и Фрэнсис Бэкон? Явно нет. Поворот к

наблюдению и экспериментированию мог казаться новшеством в эпоху Возрождения, но как метод экспериментально-наблюдательный подход был известен еще древним грекам. Само по себе применение математики в физических исследованиях также не объясняет поразительных свершений современной науки: хотя ученый XVII в. и видел цель своей деятельности в выявлении математических соотношений, скрытых в многообразии явлений, поиск этих соотношений в природе не был для физики чем-то новым.

Замечательные успехи современной науки и мощный импульс к развитию новой математики, полученный от науки XVII-XIX вв., проистекли не от неукоснительного следования по стопам прошлого. В XVII в. Декарт и Галилей как бы реформировали саму природу научной деятельности. Они критически пересмотрели понятия, которыми должна оперировать наука, по-новому определили цели и задачи научной деятельности и даже изменили саму методологию науки. Новые цели и новая методология не только придали естествознанию небывалую силу, но и провозгласили нерасторжимый союз с математикой. Декарт и Галилей практически свели теоретическую физику к математике. Чтобы понять, чем вдохновлялось развитие математики начиная с XVII в., нам следует познакомиться с некоторыми идеями Декарта.

Еще в школьные годы, проведенные в школе Ла Флеш, Декарт немало размышлял о том, как человечеству удалось познать столь много истин. Декарт жил в эпоху, когда представления о мироздании, господствовавшие в Европе на протяжении тысячелетия, стали обнаруживать свою несостоятельность; обладая острым, критическим умом, он не мог довольствоваться догматическими принципами, которые столь яростно отстаивали его учителя и церковные авторитеты. Декарт еще более укрепился в своих сомнениях, когда понял, что является учеником, причем далеко не худшим, одной из наиболее известных школ Европы. К концу учебы Декарт пришел к выводу, что вообще не существует области знания, которую нельзя было бы подвергнуть сомнению.

Но все же Декарт ценил школьные занятия, признавая, например, что «красноречие обладает несравненной силой и красотой, поэзия имеет пленительные тонкости и сладости» ([15], с. 12), хотя полагал, что то и другое является скорее природным дарованием, нежели плодом учения. Почитая богословие, ибо оно учит, как достичь небес (а Декарт не менее чем кто-либо другой надеялся обрести путь к небу), он вместе с тем узнал «как вещь вполне достоверную, что путь этот открыт одинаково как для несведующих, так и для ученнейших, и что полученные путем откровения истины, которые к нему ведут, выше нашего разума» [15] с. 14). Не осмеливаясь подвергать эти истины своему слабому суждению, он вместе с тем полагал, что для успешного их исследования необходимо заручиться помощью свыше и быть более чем человеком. Философия, по признанию Декарта, позволяет рассуждать о видимости истины любых материй и даже снискать восхищение людей более простодушных. Но, хотя она и разрабатывается в течение многих веков превосходнейшими умами, «в ней доньше нет положения, которое не служило бы предметом споров и, следовательно, не было бы сомнительным» ([15], с. 15). Подвергнув критике другие занятия, в том числе касающиеся юриспруденции, медицины и морали, Декарт пришел к выводу, что только математика обеспечивает надежный путь к истине.

Убежденный в том, что именно математика составляет сущность всей науки, Декарт заявляет, что «не приемлет и не надеется найти в физике каких-либо принципов, отличных от тех, которые существуют в Геометрии или абстрактной Математике, потому что они позволяют объяснить все явления природы и привести доказательства, не оставляющие

сомнений» ([13], с. 56). Объективный мир, по Декарту, — это застывшее пространство, воплощенное в геометрии, и поэтому свойства его должны быть выводимы из первых принципов геометрии.

Декарт пытался объяснить, почему реальный мир вообще подвластен математическому описанию. По его мнению, наиболее глубокими и надежными свойствами материи являются форма, протяженность в пространстве и движение в пространстве и времени. Так как форма сводится к протяженности, Декарт относил к числу основных, или фундаментальных, реальностей только протяженность и движение. Свою мысль он выразил в максиме: «Дайте мне протяженность и движение, и я построю Вселенную».

Применять математический метод для установления истины, по мнению Декарта, надлежит потому, что подобный подход не скован рамками предмета исследования: «Это более мощный инструмент познания, чем все остальные, что дала нам человеческая деятельность, ибо он служит источником всего остального» ([13], с. 212). В том же духе выдержан и следующий отрывок из декартовых «Правил для руководства ума» (правило IV):

К области математики относятся только те науки, в которых рассматривается либо порядок, либо мера, и совершенно несущественно, будут ли это числа, фигуры, звезды, звуки или что-нибудь другое, в чем отыскивается эта мера. Таким образом, должна существовать некая общая наука, объясняющая все относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов, и эта наука должна называться не иностранным, но старым, уже вошедшим в употребление именем всеобщей математики, ибо она содержит в себе все то, благодаря чему другие науки называются частями математики.

Насколько она превосходит своей легкостью и доступностью эти подчиненные ей науки, видно из того, что она простирается на предметы всех этих наук, так же как и многих других, и если она включает в себе некоторые трудности, то такие же трудности содержатся и в последних, имеющих сверх того и другие...

([14], с. 68.)

Вывод, к которому приходит Декарт, состоит в следующем:

Те длинные цепи выводов, сплошь простых и легких, которыми обычно пользуются геометры, чтобы дойти до своих наиболее трудных доказательств, дали мне повод представить себе, что и все вещи, которые могут стать предметом знания людей, находятся между собой в такой же последовательности.

([15], с. 23.)

Исследуя математический метод, Декарт в своем «Рассуждении о методе» выделяет следующие четыре правила, которые гарантируют возможность получения точного знания.

Первое: не принимать за истинное что бы то ни было, прежде чем не признал это несомненно истинным, т.е. старательно избегать поспешности и предубеждения и включать в свои суждения только то, что представляется моему

уму так ясно и отчетливо, что никоим образом не может дать повод к сомнению.

Второе: делить каждую из рассматриваемых мной трудностей на столько частей, на сколько потребуется, чтобы лучше их разрешить.

Третье: руководить ходом своих мыслей, начиная с предметов простейших и легко познаваемых, и восходить мало-помалу, как по ступеням, до познания наиболее сложных, допуская существование порядка даже среди тех, которые в естественном порядке вещей не предшествуют друг другу.

И *последнее:* делать всюду настолько полные перечни и такие общие обзоры, чтобы быть уверенным, что ничего не пропущено.

([15], с. 22-23.)

Способность разума к непосредственному постижению основных ясных и четких истин, его острая интуиция и дедукция следствий — в этом суть философии знания Декарта. Возникает вопрос: как отличить интуитивно постижимые истины от истин, интуитивно непостижимых? Ключ к ответу следует искать в словах «ясных и четких». В третьем из «Правил для руководства ума» Декарт дает следующий ответ на свой вопрос:

В предметах нашего исследования надлежит отыскивать не то, что о них думают другие или что мы предполагаем о них сами, но то, что мы ясно и очевидно можем усмотреть или надежно дедуцировать, ибо знание не может быть достигнуто иначе.

([14], с. 55.)

По Декарту существуют только два акта мышления, позволяющие нам достигать знания без опасения впасть в ошибку: интуиция и дедукция. Оба акта он определяет в приводимом ниже отрывке — еще одном примере того, сколь действительно неопределимы «Правила» для ясного понимания метода Декарта:

Под интуицией я понимаю не веру в шаткое свидетельство чувств и не обманчивое суждение беспорядочного воображения, но понятие ясного и внимательного ума, настолько простое и отчетливое, что оно не оставляет никакого сомнения в том, что мы мыслим, или, что одно и то же, прочное понятие ясного и внимательного ума, порождаемое лишь естественным светом разума и благодаря своей простоте более достоверное, чем сама дедукция, хотя последняя и не может быть плохо построена человеком, как я уже говорил выше.

Так, например, всякий может интуитивно постичь умом, что он существует, что он мыслит, что треугольник ограничивается только тремя линиями, что шар имеет только одну поверхность и подобные этим истины.

([14], с. 57.)

Свой вывод о том, что именно математический метод открывает перед человеком путь к постижению законов природы, Декарт обосновал в «Рассуждении о методе, чтобы хорошо направлять свой разум и отыскивать истину в науках» (1637). Поскольку Бог не стал бы

обманывать нас и вводить в заблуждение, считает Декарт, мы можем быть уверены, что истины, ясно и четко познаваемые нашим рассудком, и дедуктивные умозаключения, выводимые из этих истин путем чисто логических построений, действительно применимы к реальному миру.

У Декарта не было ни малейших сомнений в том, что математический метод вполне достаточен для исследования реального мира! В «Принципах философии» мы читаем:

Я прямо заявляю, что мне неизвестна иная материя телесных вещей, как только всячески делимая, могущая иметь фигуру и движимая, иначе говоря, только та, которую геометры обозначают названием величины и принимают за объект своих доказательств; я ничего в этой материи не рассматриваю, кроме ее делений, фигур и движения, и, наконец, ничего не сочту достоверным относительно нее, что не будет выведено с очевидностью, равняющейся математическому доказательству. И так как этим путем, как обнаружится из последующего, могут быть объяснены все явления природы, то мне думается, не следует в физике принимать других начал, кроме вышеизложенных, да и нет оснований желать их.

([16], с. 504-505.)

Восхваляя на все лады математический метод и полагая возможным свести всю науку к математике, Декарт, однако, удивительно мало использовал математику в своих работах. Если не считать отдельных результатов, о которых он упоминал в переписке со своими корреспондентами, Декарт написал только одно небольшое сочинение по математике — знаменитую «Геометрию», в которой независимо от Ферма заложил основы аналитической геометрии. «Геометрия» вышла как одно из трех приложений к фундаментальному философскому трактату Декарта «Рассуждение о методе». В письме к теологу отцу Марену Мерсенну от 27 июля 1638 г. Декарт писал:

Я решил прекратить занятия чисто абстрактной геометрией, т.е. рассмотрение вопросов, служащих только для упражнения ума, и выполнил свое намерение, дабы сосредоточить усилия на занятиях геометрией иного рода, предметом которой является объяснение явлений природы.

Близкие по духу соображения Декарт высказывают и в «Рассуждении о методе»:

Эти основные понятия [физики] показали мне, что можно достичь знаний, очень полезных в жизни, и что вместо умозрительной философии, преподаваемой в школах, можно создать практическую, с помощью которой, зная силу и действие огня, воды, воздуха, звезд, небес и всех причин окружающих нас тел так же отчетливо, как мы знаем различные ремесла наших мастеров, мы могли бы наравне с последними использовать и эти силы во всех свойственных им применениях и стать таким образом как бы господами и владельцами природы.

([15], с. 54.)

Об интересе Декарта к прикладным проблемам свидетельствует одно из трех

приложений к его «Рассуждению о методе» — «Диоптрика». Там он высказывал соображения по поводу усовершенствования телескопа и микроскопа. Декарт занимался также биологией и, хотя в своих трудах он всячески превозносил способность разума интуитивно постигать истину, ставил некоторые эксперименты.

Окружающий нас мир Декарт представлял состоящим только из движущейся материи. Как же он объяснял различные ощущения: вкус, запах, цвет, гармонию или диссонансы слышимых нами звуков? В этих вопросах Декарт придерживался взглядов древних греков, а именно существовавшего в античную эпоху учения о первичных и вторичных свойствах. Как утверждал Демокрит, «сладкое и горькое, холодное и теплое, равно как и все цвета, все это существует только во мнении, но не в реальности; реальны же только неизменяемые частицы, атомы и их движение в пустом пространстве». Первичные качества — материя и движение — существуют в реальном мире, вторичные качества — вкус, запах, цвет, теплота, пряность или резкость звука — не более чем эффекты, вызываемые первичными качествами в органах чувств людей при соударении внешних атомов с этими органами.

Различие между первичными и вторичными качествами Декарт иллюстрирует на примере кусочка пчелиного воска. Такой кусочек сладок на вкус, обладает запахом, цветом, формой, размером; он тверд и холоден. Если по нему ударить, то раздается звук. Предположим теперь, что мы положили его возле огня: он утратит свой вкус и запах, изменит цвет и форму, размеры его увеличатся и он станет жидким и горячим. Если по нему ударить, то никакого звука он более не издает. Иначе говоря, все свойства кусочка воска изменятся, и тем не менее перед нами все тот же пчелиный воск. Что же позволяет рассматривать его как один и тот же объект? Разум, выходя за пределы чувственного опыта, признает протяженность и движение воска за основные качества.

Таким образом, согласно Декарту, имеются как бы два мира: огромная математическая машина, существующая в пространстве, и мир мыслящих умов. Воздействие элементов первого мира на второй порождает нематериальные, или вторичные, свойства. Реальный мир — это совокупность поддающихся математическому описанию движений тел в пространстве и времени, и вся Вселенная есть не что иное, как огромная, гармоничная машина, построенная на основе математических принципов.

Даже причину и следствие Декарт объяснял исключительно с точки зрения математики. Причинно-следственная связь для Декарта — не более чем теорема, выводимая из ранее доказанных теорем и аксиом. Новая теорема (следствие) выводится из старой (причины) по схеме, установленной аксиомами. *Causa sive ratio* (причина есть не что иное, как разум). Согласно нашим ощущениям, причина должна по времени предшествовать следствию, и нам кажется, будто причина каким-то образом влечет за собой следствие. Но такое временное упорядочение причины и следствия — не более чем видимость, оно лишь кажется нам, равно как и то, что следствие физически необходимо: и то и другое обусловлено ограниченностью наших чувственных восприятий.

Встав на подобную точку зрения, Декарт был вынужден заняться поиском простых, ясных и отчетливых истин, которые играли бы в его философии такую же роль, какая отводится в математике аксиомам. Результаты его поиска широко известны. Из единственно надежного источника, устоявшего перед сокрушительным натиском скептицизма, — сознания собственного «я» — Декарт извлек суждения, ставшие краеугольными камнями его философии: (а) я мыслю, следовательно, существую; (б) каждое явление должно иметь свою причину; (в) следствие не может предвосхищать причину и (г) идеи совершенства,

пространства, времени и движения изначально (врожденно) присущи разуму.

Поскольку люди столь многое подвергают сомнению и так мало знают, они — существа несовершенные. Но из аксиомы (2) следует, что человеческий разум обладает идеей совершенства, в частности идеей всеведущего, всемогущего, вечного и совершенного существа. Откуда берутся такие идеи? Согласно аксиоме (6), идея совершенного существа не может быть выведена логическим путем или измышлена несовершенным человеческим разумом. Источником ее может быть только само существование такого совершенного существа, которое есть Бог. Следовательно, Бог существует.

Совершенный Бог не стал бы вводить нас в заблуждение, поэтому наша интуиция заслуживает доверия: она может служить источником истин. Например, аксиомы математики как суждения, наиболее ясные для нашего разума, должны быть истинами. Теоремы также должны быть истинами, но по другой причине: Бог в силу своего совершенства не допустил бы, что при доказательстве теорем мы впадали в ошибку.

Знание природы, убежден Декарт, надлежит использовать на благо человечеству. Тем, кто утверждает, что математика открывает простор для развития способностей к неординарному мышлению и приносит удовлетворение изобретательностью, проявленной при решении трудных вопросов, Декарт возражал, ссылаясь на новый алгебраический метод (так Декарт называл аналитическую геометрию, созданную независимо им и Пьером Ферма), позволяющий низводить математику до чисто механического искусства, овладеть которым под силу каждому желающему.

Хотя философские и естественнонаучные взгляды Декарта подрывали традиции Аристотеля и схоластику, сам Декарт оставался схоластом в том смысле, что суждения о природе бытия и реальности он черпал исключительно из разума. Декарт верил в существование априорных истин и в то, что человеческий разум способен сам по себе достичь полного без изъянов знания всего сущего. Например, на основании лишь априорных суждений Декарт сформулировал законы движения. И все же именно Декарт стал провозвестником общей и последовательной системы философских взглядов, развеявшей безраздельное господство схоластики и открывшей новые пути перед человеческой мыслью. Сводя явления природы к чисто физическим процессам, Декарт способствовал избавлению от мистицизма и веры в потусторонние силы. Развивая смелые, поистине новаторские идеи и методы приобретения почти всех научных проблем своего времени, Декарт стимулировал создание новых научных теорий. Сочинения Декарта пользовались необычайной популярностью во второй половине XVII в. Под влиянием дедуктивной последовательной философии Декарта многие его современники и в первую очередь Ньютон осознали важность движения как физического явления. Изящно переплетенные томики философских сочинений Декарта украшали туалетные столики знатных дам.

Всесилие человеческого разума, неизменность законов природы, учение о протяженности и движении как сущностях физических объектов, различие между телом и духом, между качествами, реально присущими объектам, и качествами, лишь кажущимися, а в действительности рожденными реакцией разума на чувственные данные, — все эти идеи, подробно развитые в сочинениях Декарта, оказали влияние на формирование современного мышления.

Мы не ставим себе целью во всех деталях проследить эволюцию философских взглядов Декарта, хотя сами по себе они, несомненно, заслуживают этого. Для нас важно лишь подчеркнуть, что математические истины и математический метод послужили

великому мыслителю путеводной нитью, позволив проложить свой путь через интеллектуальные бури и штормы XVII в. Философию Декарта с полным основанием можно назвать математической. В ней несравненно меньше мистики, метафизики, теологии и больше рационального, чем в философии предшественников Декарта, как средневековых, так и эпохи Возрождения. Тщательно анализируя смысл и логику каждого шага своих математических построений, Декарт научил нас полагаться на собственные силы в поисках истины, а не трепетать по-ученически перед суждениями античных мудрецов и прочих авторитетов. Декарт положил начало бесповоротному расколу между философией и теологией.

Галилей, которого мы уже упоминали как одного из самых выдающихся приверженцев гелиоцентрической теории, также предложил свою философию естествознания. Она имела немало общего с философией Декарта, но оказалась более радикальным и эффективным руководством к действию. Выдвинутый Галилеем грандиозный план прочтения «книги природы» провозгласил совершенно новую концепцию целей научного исследования и определил роль математики в достижении этих целей. Именно с предложенного Галилеем плана исследования и постижения природы берет начало современная математическая физика.

Что привело Галилея к поистине революционному пересмотру методологии науки, остается неясным. Галилей знал, что Птолемей называл свою геоцентрическую теорию всего лишь удобной математической схемой. Он был осведомлен и о том, что Коперник, отстаивая созданную им гелиоцентрическую теорию, ссылаясь прежде всего на ее математическую простоту. (Аналогичные доводы приводил и Кеплер, но Галилей не знал о его работах.) Галилей разделял мнение Коперника и Птолемея о том, что природа сотворена по математическому плану. В небольшом, ныне довольно известном сочинении «Пробирных дел мастер» (1623) Галилей писал:

Философия природы написана в величайшей книге, которая всегда открыта перед нашими глазами, — я разумею Вселенную, но понять ее сможет лишь тот, кто сначала выучит язык и постигнет письмена, которыми она начертана. А написана эта книга на языке математики, и письмена ее — треугольники, окружности и другие геометрические фигуры, без коих нельзя понять почеловечески ее слова: без них — тщетное кружение в темном лабиринте.

([13], с. 58.)

Природа проста и в высшей степени упорядочена, все ее явления регулярны и необходимы. Она действует в полном соответствии с совершенными и неизблемыми математическими законами. Божественный разум — источник рационального в природе. При сотворении мира Бог вложил в него строгую математическую необходимость, которую представители человеческого рода, хотя их разум создан по образу и подобию божьему, постигают лишь ценой значительных усилий. Математическое знание не только абсолютно истинно, но и священно, как священна любая строка Библии. Более того, математическое знание превосходит Священное писание, ибо по поводу последнего существует много разногласий и споров, тогда как математические истины бесспорны. Исследование природы — занятие столь же благочестивое, как и изучение Библии: «То, как Господь Бог предстает перед нами в явлениях природы, достойно восхищения ничуть не в меньшей степени, чем

его дух в священных строках Библии».

Хотя Декарт предпринял первые шаги к изучению законов движения, он не пытался всерьез заняться проблемами, возникшими в связи с утверждением гелиоцентрической теории. Согласно этой теории, Земля, вращаясь вокруг своей оси, одновременно обращается вокруг Солнца. Почему тела не срываются с движущейся Земли? Почему брошенные тела должны падать на Землю, если она не является центром Вселенной? Более того, все тела, в частности свободно брошенное тело, движутся так, будто Земля покоится. Чтобы объяснить все эти земные явления, требовались какие-то новые принципы движения.

Дерзкий новаторский подход Галилея, развитый его последователями, состоял в том, чтобы получить *количественные описания явлений*, представляющих научный интерес, *независимо от каких бы то ни было физических объяснений*. Поясним на примере. Представим себе простую ситуацию: мяч, выпущенный из руки, падает на землю. Почему он падает? В объяснение этого можно приводить бесчисленное множество гипотез. Галилей рекомендует поступить иначе. По мере того как время, отсчитываемое от начала падения, увеличивается, растет и расстояние, пройденное мячом от начальной точки. На математическом языке и расстояние, проходимое мячом при свободном падении, и время, отсчитываемое от начала падения, называются *переменными*, ибо в процессе падения и то и другое изменяется. Галилей попытался найти математическое соотношение между этими переменными. Полученный им результат нетрудно записать с помощью принятой в современной науке «стенографии» — в виде формулы. Формула, о которой идет речь, имеет вид $s = gt^2/2 = 4,9t^2$ (где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли). Она означает, что расстояние (в метрах), проходимое падающим мячом за t секунд, в 4,9 раза больше квадрата числа секунд. Например, за 3 с мяч пройдет при свободном падении $4,9 \times 3^2 = 44,1 \text{ м}$, за 4 с: $4,9 \times 4^2 = 78,4 \text{ м}$ и т.д.

Отметим, что формула компактна, точна и отличается количественной полнотой. При любом значении одной переменной (в нашем примере — *времени*) формула позволяет точно вычислить соответствующее значение другой переменной (*расстояния*). Эти вычисления могут быть выполнены при любом (в действительности неограниченном) числе значений временной переменной, поэтому простая формула $s = 4,9t^2$ в действительности содержит в себе бесконечно много информации.

Следует подчеркнуть, однако, одно важное обстоятельство: эта математическая формула описывает то, что происходит, не объясняя причинной связи, т.е. ничего не говорит о том, почему мяч падает. Она лишь дает нам количественную информацию о том, как происходит падение мяча. Обычно ученый пытается установить математическую зависимость (выражаемую формулой) между переменными, которые, как он надеется, имеют причинно-следственную связь. Но для успешного решения этой задачи — установления математической зависимости между переменными — ученому вовсе не обязательно исследовать или понимать причинную зависимость. И это отчетливо понимал Галилей, отстаивая приоритет математического описания перед менее успешным качественным исследованием и поиском причинных связей в природе.

Галилей решительно отдавал предпочтение поиску математических формул, описывающих явления природы. Сама по себе эта идея, как и большинство идей, рожденных гениями, поначалу не производит особого впечатления. Много ли проку в «голых» математических формулах? Ведь они ничего не объясняют. Они просто *описывают* происходящее на точном языке, не допускающем недомолвок и иносказаний. Тем не менее

именно формулы оказались наиболее ценным знанием, которое людям удалось получить о природе. Как мы увидим в дальнейшем, поразительные практические и теоретические достижения современной науки стали возможны вследствие того, что человечество накопило количественное описательное знание и научилось пользоваться им, а отнюдь не благодаря метафизическим, теологическим и даже механическим объяснениям причин наблюдаемых явлений.

В «Беседах и математических доказательствах, касающихся двух новых отраслей науки» (1638) Галилей вкладывает в уста одного из участников диалога (Сальвиати) такие слова:

Мне думается, что сейчас неподходящее время для занятий вопросом о причинах ускорения в естественном движении, по поводу которого различными философами было высказано столько различных мнений; одни приписывали его приближению к центру, другие — постепенному частичному уменьшению сопротивляющейся среды, третьи — некоторому воздействию окружающей среды, которая смыкается позади падающего тела и оказывает на него давление, как бы постоянно его подталкивая; все эти предположения и еще многие другие следовало бы рассмотреть, что, однако, принесло мало пользы. Сейчас для нашего Автора будет достаточно, если мы рассмотрим, как он исследует и излагает свойства ускоренного движения (какова бы ни была причина ускорения).

([12], т. 2, с. 243-244.)

Итак, положительное физическое знание следует отделять от вопросов о причинной зависимости, а всякого рода предположения о физических причинах оставить в стороне. Галилей настоятельно советовал естествоиспытателям: не рассуждайте о том, почему происходит какое-то явление — описывайте его количественно.

Первая реакция на эту основополагающую идею Галилея, судя по всему, была отрицательной. В описаниях явлений с помощью формул большинство ученых видели лишь первый шаг. Истинную же задачу науки, по их убеждению, точно сформулировали последователи Аристотеля: пытаться найти физические объяснения наблюдаемых явлений. Даже у Декарта решение Галилея заняться поиском описательных формул вызвало протест: «Все, что Галилей говорит о телах, свободно падающих в пустоте, лишено всякого основания; ему следовало бы сначала определить природу тяготения». По мнению Декарта, Галилею следовало бы поразмыслить о первопричинах наблюдаемых явлений. Ныне, в свете последующего развития науки, мы понимаем, что стремление Галилея сосредоточить все усилия на количественном описании явлений было весьма глубокой и плодотворной идеей научной методологии. Смысл ее, по-настоящему уясненный лишь позднее, состоял в том, чтобы науку о природе как можно теснее связать с математикой.

Поиск формул, описывающих явления, в свою очередь вызывает вопрос: какие величины должны быть связаны формулами? Формула устанавливает взаимосвязь между численными значениями переменных физических величин. Значит, эти величины должны быть измеримыми. Еще один принцип, которому столь же неукоснительно следовал Галилей, заключался в том, чтобы измерять измеримое и делать измеримым то, что не поддается непосредственному измерению. Перед Галилеем встала проблема: как распознать те аспекты явлений природы, которые наиболее важны и могут быть измерены?

Декарт, как мы уже говорили, рассматривал материю, движущуюся в пространстве и

времени, как наиболее фундаментальное явление природы. Следуя ему, Галилей попытался выделить те характеристики движущейся материи, которые можно измерить, а затем установить между ними зависимости, выражаемые математическими законами. Анализируя явления природы, Галилей пришел к необходимости сосредоточить внимание на таких понятиях, как пространство, время, тяготение, скорость, ускорение, инерция, сила и импульс. В выборе этих понятий еще раз проявился гений Галилея, ибо важность их отнюдь не была очевидной, а соответствующие физические величины не всегда доступны прямому измерению. Такие свойства материи, например инерция, были настолько «скрытыми», что возникали даже сомнения в том, обладает ли ими материя. В существовании других можно было удостовериться только косвенно, на основании наблюдений. Другие понятия, например импульс, предстояло еще придумать. Но как бы то ни было, введенные Галилеем понятия сыграли важную роль в раскрытии многих тайн природы.

Еще один аспект подхода Галилея к естествознанию оказался впоследствии не менее важным: исследуя природу, естествоиспытатель должен следовать какой-то математической модели. Галилей и его ближайшие последователи не сомневались, что им удастся найти законы природы, истинность которых будет казаться столь же неоспоримой, как аксиома Евклида о том, что «от всякой точки до всякой точки [можно] провести прямую линию» ([17], с. 14). Открытию таких аксиом физики должно было способствовать созерцание, экспериментирование, наблюдение, но коль скоро эти аксиомы познаны, истинность их должна быть интуитивно очевидной. Из таких интуитивно постигаемых аксиом Галилей, следуя в этом Декарту, надеялся логическим путем вывести ряд других истин, подобно тому как Евклид выводил теоремы из своих аксиом.

Однако в том, что касается метода выявления первых принципов, Галилей радикально расходился с древними греками, средневековыми мыслителями и даже с Декартом. До Галилея было принято считать (и это мнение разделял Декарт), что наиболее фундаментальным принципам мы обязаны нашему разуму. Задумавшись над тем или иным классом явлений, человеческий разум непосредственно постигает фундаментальные истины, о чем со всей очевидностью свидетельствует математика. Такие аксиомы, как «если к равным прибавляются равные, то и целые будут равны» ([17], с. 15) или «от всякой точки до всякой точки можно провести прямую линию» ([17], с. 14), мысль рождает сама по себе, достаточно лишь задуматься о числах или геометрических фигурах и истинность такого рода аксиом неоспорима. Греческие мыслители придерживались и некоторых физических принципов. Например, неоспоримым фактом считалось, что у всех объектов в мире должно быть свое естественное место. Состояние покоя казалось им более естественным, чем состояние движения. Так как небесные тела считались совершенными и повторяли свои движения через определенные промежутки времени, а окружность рассматривалась как совершеннейшая из кривых и допускала периодическое повторение движений, древние греки не сомневались, что небесные тела должны двигаться по круговым орбитам или в худшем случае по орбитам, представляющим собой комбинации окружностей. Убеждение в том, что фундаментальные принципы формируются разумом, не отрицало роли наблюдений в процессе выработки этих принципов, но наблюдения должны служить как бы толчком к постижению правильных принципов, подобно тому как созерцание знакомого лица заставляет нас вспоминать различные факты из жизни этого человека.

Галилей настойчиво подчеркивал, что если мы хотим установить правильные основополагающие принципы, то необходимо прислушиваться к «голосу» природы, а не

следовать тому, что кажется предпочтительным нашему разуму. Галилей открыто критиковал естествоиспытателей и философов, принимавших те или иные принципы на том лишь основании, что они согласуются с их априорными представлениями о явлениях природы. По мнению Галилея, природа не сотворила сначала человеческий мозг, а потом остальной мир, сделав его приемлемым для человеческого разума. Критикуя средневековых схоластов, повторявших изречения Аристотеля и занимавшихся их толкованием, Галилей отмечал, что знание берется из наблюдения, а не из книг. Толкование Аристотеля — занятие бесполезное. Тех же, кто с упоением предавался этому занятию, Галилей называл бумажными учеными, полагающими, будто науку можно изучать, как «Энеиду», «Одиссею» или путем надергивания цитат из различных текстов. Природа создает свои творения, как ей заблагорассудится, человеческому разуму надлежит напрягать все свои силы, чтобы понять ее. «Природу не интересует, доступны ли ее трудно постижимые причины и способы действия пониманию людей... Когда мы имеем дело с «декретами» природы, авторитет бессилён».

Против засилья схоластики возвышали свой голос и многие предшественники Галилея. Леонардо да Винчи утверждал, что науки, которые берут начало и обретают конец в человеческом разуме, не рожают истин, ибо в умопостроение не входит опыт, а без него не может быть уверенности в истинности того или иного умозаключения: «Если не опираться на прочный фундамент природы, то труд принесет мало чести и еще меньше пользы». Современник Галилея Фрэнсис Бэкон обрушился с резкой критикой на различного рода идолов, заполнивших человеческий разум и мешавших людям видеть истину. Но до Галилея экспериментирование в поисках основополагающих принципов велось наощупь и не имело четкой направленности.

Однако современник Галилея Декарт не видел мудрости в том, чтобы прибегать к экспериментированию в поиске истины. По мнению Декарта, чувственный опыт способен лишь вводить в заблуждение. Разум же развеивает подобные заблуждения. Исходя из общих принципов, от рождения присущих нашему разуму, мы можем вывести логическим путем те или иные частные явления природы и понять их. И хотя во многих естественнонаучных работах Декарт экспериментировал и неукоснительно следил за тем, чтобы теория соответствовала фактам, но в философии настойчиво отстаивал мысль, что истины рождаются лишь разумом.

Хотя Галилей производил эксперименты вполне обдуманно и планомерно, не следует думать, что экспериментирование тогда велось в широких масштабах и стало новой решающей силой в науке. Перелом в пользу экспериментального подхода наступил лишь в XIX в. Разумеется, и в XVII в. были выдающиеся экспериментаторы: физик Роберт Гук, химик Роберт Бойль, математик и физик Христиан Гюйгенс, не говоря уже о самом Галилее или Исааке Ньютоне. Что касается Галилея, то он отнюдь не был чистым экспериментатором, как его нередко пытаются представить. И Галилей, и даже Ньютон полагали, что небольшого числа решающих экспериментов и тонких наблюдений вполне достаточно для нащупывания правильных основополагающих принципов. Ньютон всячески подчеркивал свою приверженность математике, признаваясь, что прибегать к эксперименту его вынуждает лишь необходимость придать физический смысл своим *результатам* и убедить в их правильности «простолюдина». Многие из так называемых экспериментов Галилея в действительности есть не что иное, как мысленные опыты, иначе говоря, Галилей прибегал к эксперименту лишь мысленно, пытаясь представить, каким мог бы быть исход

опыта, если бы тот был поставлен, и на основании своих умозаключений делал вывод с такой уверенностью, словно эксперимент действительно произведен. В своих сочинениях он зачастую описывал эксперименты, которые никогда не проводил. Галилей отстаивал гелиоцентрическую теорию, хотя в том виде, как ее разработал Коперник, она отнюдь не давала хорошего согласия с наблюдениями. Описывая некоторые свои опыты, связанные с изучением движения по наклонной плоскости, Галилей не приводит фактических данных, а утверждает лишь, будто полученные им результаты дают великолепное согласие с теорией: это весьма сомнительно, если принять во внимание несовершенство часовых механизмов того времени. Основу метода Галилея составляли небольшое число фундаментальных принципов, почерпнутых из наблюдения природы, и широкое использование математических рассуждений. В своем «Диалоге о двух главнейших системах мира» Галилей описывает опыт с бросанием свинцового шара с вершины мачты движущегося корабля. На вопрос одного из участников диалога Симплицио: «Как же это, не проделав ни ста испытаний, ни даже одного, вы выступаете столь решительным образом?», другой собеседник, Сальвиати, выражая взгляды самого Галилея, отвечает: «Я и без опыта уверен, что результат будет такой, какой я вам говорю, так как необходимо, чтобы он последовал; более того, я скажу, что вы и сами также знаете, что не может быть иначе, хотя притворяетесь или делает вид, будто не знаете этого» ([12], т. 1, с. 243). Далее Сальвиати признается, что прибегает к эксперименту лишь изредка и главным образом для того, чтобы опровергнуть мнения тех, кто не желает следовать математическому методу.

У Галилея было несколько априорных представлений о природе, которые вселяли в него уверенность, что и небольшого числа экспериментов достаточно для выявления первых принципов. Например, когда Галилей занялся исследованием ускоренного движения, т.е. движения с переменной скоростью, он исходил из простейшего принципа, согласно которому приращения скорости за одинаковые интервалы времени равны. Такое движение Галилей назвал равномерно ускоренным. Дедуктивная математическая часть естественнонаучного исследования имела для Галилея несравненно большее значение, чем экспериментальная. Обилием теорем, выведенных логическим путем из одного-единственного принципа, Галилей гордился больше, чем открытием самого принципа. Перед нами со всей отчетливостью проступает общая закономерность: мыслители, стоящие у истоков современной науки, к числу которых мы можем причислить Декарта, Галилея, Гюйгенса, Ньютона, а также Коперника и Кеплера, подходили к исследованию природы как математики, будь то избранный ими общий метод или конкретные исследования. Будучи мыслителями абстрактно-теоретического толка, они надеялись постичь широкие, глубокие, но вместе с тем простые, ясные и незыблемые математические принципы либо с помощью интуитивных прозрений, либо путем решающих наблюдений и экспериментов, а затем вывести из этих фундаментальных истин новые законы точно таким же образом, каким в самой математике строится геометрия. Научная деятельность, по их мнению, должна в основном сводиться к дедуктивным рассуждениям, и именно дедуктивным путем надлежит строить все системы умозаключений.

Галилей надеялся, что с помощью немногочисленных решающих экспериментов удастся открыть первые принципы, и это вполне понятно. Все названные ученые, глубоко убежденные в том, что план, лежащий в основе природы, построен на математических началах, не видели причины, почему бы им при изучении природы не следовать математике. Подобную мысль мы находим в книге Джона Германа Рэндалла «Становление современного

разума»:

Наука родилась из веры в математическую интерпретацию природы... Современная наука возникла и была известна как натуральная философия, и слово философия здесь отнюдь не случайно — оно точно передает особенности выбранного подхода. Это подход мыслителей, опирающихся главным образом на разум, а в данном случае — на математические принципы и методы как на основное орудие разума.

Тем не менее мысль Галилея о том, что физические принципы должны опираться на практический опыт и эксперименты, была революционной по своей сути и имела решающее значение. Сам Галилей не сомневался в возможности доискаться до истинных первооснов природы (тех принципов, на которых Бог сотворил мир), но, подчеркивая роль опыта, он незаметно для самого себя посеял и зерно сомнения. Ибо если основные принципы физики должны выводиться из повседневного опыта, то почему то же самое нельзя сказать и об аксиомах математики? Этот вопрос не беспокоил ни самого Галилея, ни его последователей до начала XIX в. И вплоть до этого времени математика вкушала все радости привилегированного положения.

Пытаясь проникнуть в самую суть явлений, Галилей выковал и неоднократно использовал еще один принцип — идеализацию. Под идеализацией Галилей понимал необходимость игнорирования тривиальных и второстепенных деталей. Например, шар, падающий на землю, встречает сопротивление воздуха, но при падении с высоты 10-20 м сопротивление воздуха невелико, и в большинстве случаев им можно пренебречь. Еще один пример идеализации. Всякий достаточно компактный предмет обладает определенными размерами и формой, однако по существу вполне допустимо рассматривать его как материальную точку, т.е. считать, что вся масса тела сосредоточена в одной точке. Галилей также исключал из рассмотрения такие вторичные качества, как вкус, цвет и запах, в отличие от размеров, формы, количества и движения. Иначе говоря, Галилей разделял философское учение, проводившее различие между первичными и вторичными свойствами материи. В своем сочинении «Пробирных дел мастер» Галилей высказал это явно:

Белое или красное, горькое или сладкое, звучащее или безмолвное, приятно или дурно пахнущее — все это лишь названия для различных воздействий на наши органы чувств. Никогда не стану я от внешних тел требовать чего-либо иного, чем величина, фигура, количество и более или менее быстрые движения, для того чтобы объяснить возникновение ощущений вкуса, запаха и звука; я думаю, что если бы мы устранили уши, языки, носы, то остались бы только фигуры, числа, движения, но не запахи, вкусы и звуки, которые, по моему мнению, вне живого существа являются не чем иным, как только пустыми именами.

([18], с. 130.)

Форма (фигура), количество (размеры) и движение — первичные, или физически основополагающие, свойства материи. Они реальны и внешни по отношению к чувственному восприятию человека.

Суть идеализации, необходимость которой отстаивал Галилей, сводилась к

пренебрежению случайными или второстепенными эффектами. В выделении главного он начал с наблюдений, а затем мысленно представил себе, что произошло бы, если устранить всякое сопротивление, т.е. *если бы тела падали в пустоте*, и пришел к заключению, в котором распознал общий принцип: в пустоте все тела падают по одному и тому же закону. Заметив, что сопротивление воздуха слабо сказывается на колебаниях маятника, Галилей провел опыты с маятниками, подтвердив установленные им принципы. Заподозрив, что трение также относится к числу вторичных эффектов, Галилей осуществил серию экспериментов с гладкими шарами, скатывающимися по гладкой наклонной плоскости, пытаясь вывести законы, в соответствии с которыми двигались бы тела в отсутствие трения. Таким образом, Галилей не просто ставил опыты и на основе полученных данных делал выводы — при интерпретации экспериментов он заранее исключал все несущественное. Величие Галилея проявилось, в частности, в том, что он ставил правильные вопросы относительно природы.

Разумеется, реальные тела падают в среде, обладающей сопротивлением. Что мог сказать Галилей о таких движениях? Его ответ гласил:

Дабы рассмотреть этот вопрос научно, следует отбросить все указанные трудности [сопротивление воздуха, трение и т.д.] и, сформулировав и доказав теоремы для случая, когда сопротивление отсутствует, применять их с теми ограничениями, какие подсказывает нам опыт.

Пренебрегая сопротивлением воздуха и трением, пытаясь найти законы движения в пустоте, Галилей вступал в противоречие с Аристотелем и даже с Декартом, мысленно представляя тела, движущиеся в пустом пространстве, а также использовал метод идеализации, или абстрагирования от второстепенных свойств. Именно так поступают математики, изучая реальные фигуры. Математик абстрагируется от молекулярной структуры, цвета и толщины линий, чтобы дойти до некоторых фундаментальных свойств, а затем сосредоточивает все внимание на изучении этих свойств. Аналогичным образом действовал и Галилей, пытаясь за внешним разнообразием явлений разглядеть физические факторы, лежащие в основе явления. Математический метод идеализации, несомненно, следует рассматривать как шаг, уводящий нас от реальности, но, как ни парадоксально, именно этот шаг позволяет нам приблизиться к реальности в гораздо большей степени, чем учет всех имеющихся на лицо факторов.

Мудрость Галилея проявилась и в еще одном тактическом ходе. Он не пытался, как это делали естествоиспытатели и философы до него, охватить все явления природы, а выбрав несколько наиболее существенных явлений, принялся упорно и последовательно их изучать. Галилей считал разумным действовать осторожно и осмотрительно, продемонстрировав сдержанность, достойную мастера.

Выношенный Галилеем план изучения природы включал четыре пункта. Во-первых, получить количественные описания физических явлений и облечь их в математические формулы. Во-вторых, выделить и измерить наиболее фундаментальные свойства явлений. Эти допускающие количественное выражение свойства надлежало принять за переменные в формулах. В-третьих, построить физику дедуктивно на основе фундаментальных физических принципов. В-четвертых, при изучении явления непременно прибегать к его идеализации.

Чтобы претворить этот план в жизнь, Галилею было необходимо выявить фундаментальные законы. Можно, например, получить формулу, устанавливающую зависимость между числом браков в Таиланде и ценой на подковы для лошадей в Нью-Йорке, поскольку и та, и другая величина меняются из года в год. Но такая формула не имела бы научной ценности, ибо не содержала бы, ни прямо, ни косвенно, никакой полезной информации. Поиск фундаментальных законов был еще одной грандиозной задачей, поскольку и в этом Галилей резко расходился со своими предшественниками. При избранном им подходе к изучению движущейся материи нельзя было не принимать во внимание Землю, движущуюся в пространстве и одновременно вращающуюся вокруг своей оси, и уже одно это в значительной мере обесценивало ту единственную заслуживающую внимания систему механики, которой обладал мир в эпоху Возрождения, — механику Аристотеля.

Сначала Галилей был склонен принять гипотезу Аристотеля, согласно которой тяжелые тела падают на землю быстрее, чем легкие. Затем Галилей задался вопросом: «Предположим, я разделю тяжелое тело на две части. Будут ли они падать как два легких тела? А что если снова соединить или склеить их? Будут они вести себя как две части или как одно целое?» И после подобных размышлений Галилей пришел к выводу, что, если пренебречь сопротивлением воздуха, все тела падают с одинаковой скоростью.

Как утверждал Аристотель, чтобы тело двигалось, к нему должна быть приложена сила. Следовательно, чтобы автомашина или шар двигались даже по очень гладкой поверхности, необходима какая-то толкающая сила. Галилей глубже проник в суть этого явления, чем Аристотель. Катящийся шар или едущий автомобиль испытывают сопротивление воздуха и тормозятся вследствие трения между ними и поверхностью, по которой движутся. Не будь сопротивления воздуха или трения, для того чтобы шар катился, а автомобиль ехал, не нужно было бы никакой толкающей силы. Они бы двигались с постоянной скоростью *неограниченно долго*, причем двигались прямолинейно. Этот фундаментальный закон движения, гласящий, что *тело, свободное от действия сил, движется равномерно и прямолинейно в течение сколь угодно большого промежутка времени*, был впервые замечен Галилеем (и сформулирован также Декартом); ныне он известен как первый закон Ньютона, который придал ему четкую математическую формулировку. Этот закон утверждает, что тело изменяет скорость только в том случае, если на него действует сила. Таким образом, тела обладают свойством сопротивляться изменению скорости. Это свойство тела, обуславливающее его способность сопротивляться изменению скорости, называется *инерциальной массой*, или просто массой.

Как видим, уже самый первый принцип физики Галилея противоречит аналогичному принципу физики Аристотеля. Означает ли это, что Аристотель допустил грубые ошибки или что его наблюдения были слишком примитивны и малочисленны, чтобы привести к открытию правильного принципа? Отнюдь. Аристотель был реалистом и учил тому, что подсказывали наблюдения. Метод Галилея был более утонченным и поэтому более успешным. Галилей подошел к решению проблемы как математик. Он идеализировал явление, игнорируя одни факты и подчеркивая другие, подобно тому как математик идеализирует натянутую струну или край линейки, сосредоточивая внимание на одних пропорциях и игнорируя другие. Пренебрегая трением и сопротивлением воздуха и предполагая, что движение происходит в абсолютно пустом евклидовом пространстве, Галилей открыл правильный фундаментальный принцип.

А что можно сказать о движении тела, на которое действует какая-нибудь сила? Пытаясь ответить на этот вопрос, Галилей совершил второе фундаментальное открытие: постоянно действующая сила вынуждает тело либо увеличивать, либо уменьшать скорость. Назовем увеличение или убыль скорости за единицу времени ускорением. Если скорость тела каждую секунду возрастает или уменьшается на 9 м/с, то мы скажем, что его ускорение составляет 9 м/с за секунду, или кратко 9 м/с².

Например, постоянное сопротивление воздуха вызывает непрерывное уменьшение скорости; именно этим объясняется, что скорость предмета, катящегося или скользящего по гладкому полу, постепенно убывает до нуля. И наоборот, чтобы предмет двигался с ускорением, на него должна действовать какая-то сила. Предмет, падающий с высоты на землю, движется ускоренно. Во времена Галилея мысль о том, что этой силой должно быть земное тяготение, уже начала проникать в сознание людей, и Галилей, не теряя времени на размышления о силе тяготения, исследовал свободное падение тел с количественной стороны.

Он обнаружил, что если пренебречь сопротивлением воздуха, то все падающие на поверхность Земли тела, имеют одинаковое ускорение g , т.е. их скорость возрастает в одном и том же темпе: на 9,8 м/с за секунду, т.е.

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2. (1)$$

Если тело падает свободно, например скатившись с ладони, то его начальная скорость равна нулю. Следовательно, к концу первой секунды оно достигнет скорости 9,8 м/с, к концу второй секунды — скорости $2 \times 9,8 = 19,6$ м/с и т.д. По истечении t секунд скорость тела

$$v = 9,8t \text{ м/с}. (2)$$

Эта формула содержит точную информацию о том, как возрастает со временем скорость свободно падающего тела. Она сообщает нам, что чем дольше падает тело, тем больше его скорость. Это хорошо известный факт, ибо большинству из нас приходилось видеть, что тело, сброшенное с большей высоты, ударяется о землю с большей скоростью, чем тело, сброшенное с меньшей высоты.

Чтобы определить путь, пройденный за данный промежуток времени свободно падающим телом, недостаточно просто умножить скорость на время. Произведение скорости на время дало бы правильное значение пути только в том случае, если бы тело двигалось с постоянной скоростью, т.е. равномерно. Галилей доказал, что в случае свободного падения тел правильная формула, связывающая пройденный путь s с продолжительностью падения имеет вид

$$s = 4,9t^2, (3)$$

где s — расстояние в метрах, пройденное телом при свободном падении, t — продолжительность падения (в секундах). Например, за 3 с свободно падающее тело проходит расстояние $4,9 \times 3^2 = 44,1$ м.

Если обе части формулы (3) разделить на 4,9, а затем извлечь из них квадратные корни, то окажется, что время t , за которое свободно падающее тело проходит путь s , задается

формулой $t = \sqrt{s/4,9}$. Обратите внимание на то, что масса падающего тела в эту формулу не входит. Таким образом, мы видим, что все свободно падающие тела за равное время проходят одинаковое расстояние. Считается, что к такому заключению Галилей пришел, сбрасывая тела различной массы с Пизанской башни. Однако многие люди до сих пор с трудом верят в то, что кусочек свинца и легкое перышко, если их сбросить с одинаковой высоты в откачанном до глубокого вакуума баллоне, одновременно упадут на дно.

Ускорение $9,8 \text{ м/с}^2$, с которым на Земле движутся все свободно падающие тела, обусловлено силой земного тяготения, или гравитацией. Когда говорят о силе тяжести (точнее ее численной величине) применительно к предметам, находящимся вблизи поверхности Земли, ее обычно называют весом. Хотя сам Галилей не связывал между собой вес и массу, следует заметить, что вес P любого тела на Земле пропорционален его массе m . Численное значение коэффициента пропорциональности g зависит от выбора единиц. Таким образом, вес P и масса m любого тела на Земле связаны между собой соотношением

$$P = gm. \quad (4)$$

Как видим, два различных свойства тела — вес и масса — связаны между собой очень просто: вес P в g раз больше массы m . Простота и неизменность соотношения (4) приводят к тому, что мы часто путаем эти два свойства, хотя вес и массу тела необходимо четко различать. Масса — это свойство тел сопротивляться изменению скорости как по величине, так и по направлению, вес — численное значение силы, с которой Земля притягивает данное тело. Если тело покоится на гладкой горизонтальной поверхности, то поверхность противодействует силе тяжести. Следовательно, если рассматривать движение тела по поверхности (без трения), то его вес особой роли не играет. Но масса тела весьма существенна. В следующей главе мы увидим, сколь важно проводить различие между массой и весом.

Декарту, философу глубокому и весьма авторитетному, мы обязаны тем, что начиная с XVII в. математика вышла на передний край науки, и это позволило человечеству открыть особенности многих явлений природы, которые, не будь математики, так и остались бы неизвестными.

Мы могли бы рассказать о многих конкретных математических достижениях Галилея, например о предложенном им математическом описании движения свободно падающего тела, но для нас наибольший интерес представляет его методология. Своей работой «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки» (1638) Галилей направил физическую науку по математическому пути, заложил основы современной механики и создал прообраз современной научной мысли. Как мы далее увидим, Ньютон, восприняв методологию Галилея, дал непревзойденные доказательства ее эффективности.

Причину же этих свойств силы тяжести я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю... Довольно того, что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам и вполне достаточно для объяснения всех движений небесных тел и моря.^[5]

Ньютон

В 1642 г., в год смерти Галилея, на ферме близ небольшой английской деревушки, у одной незадолго до того овдовевшей женщины родился недоношенный ребенок. Несмотря на столь неблагоприятные обстоятельства рождения и здоровье, столь слабое, что мать всерьез опасалась за жизнь ребенка, Исаак Ньютон (1642-1727) дожил до восьмидесяти пяти лет и снискал славу одного из величайших представителей рода человеческого. Как мы увидим в дальнейшем, Ньютон в своей работе по существу следовал методологии Галилея, продолжая и развивая ее. Как заметил однажды Алфред Норт Уайтхед, «Галилей знаменует первый приступ, Ньютон — окончательную победу».

Если не считать ярко выраженного интереса к механическим устройствам, Ньютон не подавал особых надежд в юности. Поскольку он не проявлял никакого интереса к сельскому хозяйству, мать отправила его в Кембридж, и в 1661 г. он поступил в Тринити-колледж (колледж св. Троицы). Хотя пребывание в стенах прославленного колледжа давало его воспитанникам определенные преимущества, например возможность изучать труды Декарта, Коперника, Кеплера, Галилея или слушать лекции знаменитого математика Исаака Барроу, Ньютон, насколько можно судить, извлек немного пользы из учебы. Он был слаб в геометрии и даже подумывал заняться изучением права вместо натурфилософии. Четыре года обучения завершились столь же незаметно, как и начались.

В год, когда Ньютон окончил колледж в Лондоне, в его округе разразилась эпидемия чумы. Кембриджский университет был закрыт. Ньютону не оставалось ничего другого, как уединиться в тиши родительского дома в Вулсторпе, где он провел безвыездно 1665-1666 гг. В этот период он начал свои работы по механике, математике и оптике, завершившиеся триумфальным успехом. Ньютон осознал, что открытый им закон всемирного тяготения дает ключ ко всей механике; он разработал также общий метод решения задач математического анализа и, проведя серию экспериментов, совершил эпохальное открытие, установив, что белый солнечный свет включает в себя все цвета радуги от красного до фиолетового. Сам Ньютон-впоследствии так охарактеризовал этот период: «Я был в то время в расцвете моих изобретательских сил и думал о математике и философии больше, чем когда-либо после» ([20], с. 31-32).

В 1667 г. Ньютон возвратился в Кембридж, где был избран членом совета Тринити-колледжа. В 1669 г. Исаак Барроу оставил свой пост главы кафедры математики, целиком посвятив себя теологии, и Ньютон занял его место. Судя по всему, Ньютон не был хорошим

преподавателем. Очень немногие студенты посещали его лекции, и никто не отмечал особой оригинальности в его преподавании.

В 1684 г. по настоянию своего друга Эдмонда Галлея (1656-1742), астронома, в честь которого названа комета (комета Галлея), Ньютон занялся подготовкой к публикации своей работы по тяготению. Галлей взял на себя редактирование первого издания и значительную часть издержек. В 1687 г. классическое произведение Ньютона «Математические начала натуральной философии» (часто называемое для краткости просто «Начала») вышло из печати.

После этой публикации имя Ньютона обрело широкую известность. При его жизни «Начала» выдержали три издания. Появились и популярные изложения этого труда. Популяризация и в самом деле была необходима, так как «Начала» весьма трудны для чтения и далеко не все в этом сочинении понятно непосвященному, хотя издатели неоднократно утверждали обратное. Почти сто лет понадобилось величайшим математикам, чтобы довести до полной ясности ньютоновские «Начала».

Ньютон воздавал должное своим предшественникам и не придавал полученным результатам особенно большого значения. На склоне лет он сказал своему племяннику:

Не знаю, кем я кажусь миру, но самого себя я вижу всего лишь мальчиком, играющим на берегу океана, который забавляется, подбирая то обкатанный камешек, то красивую раковину, в то время как необъятный океан истины простирается передо мною, уходя в неведомые дали.

Из великих свершений, достигнутых Ньютоном в молодые годы, для нас наибольший интерес представляют его философия науки и работа над законом всемирного тяготения. Философия Ньютона содержала в еще более явном виде ту программу физических исследований, начало которой было положено еще Галилеем: законы природы, описывающие наблюдаемые явления на точном языке математики, надлежит формулировать, согласуясь с воспроизводимыми и допускающими экспериментальную проверку явлениями. Из этих законов путем математических рассуждений следует выводить новые законы. Подобно Галилею, Ньютон хотел знать, по какому плану Создатель сотворил мир, но опасался, что за многочисленными явлениями не сможет различить четкий механизм.

В предисловии к первому изданию «Начал» Ньютон говорит следующее:

Так как древние, по словам Паппуса, придавали большое значение механике при изучении природы, то новейшие авторы, отбросив субстанции и скрытые свойства, стараются подчинить явления природы законам математики.

В этом сочинении имеется в виду тщательное развитие приложений математики к физике... поэтому и сочинение это нами предлагается как математические основания физики. Вся трудность физики, как будет видно, состоит в том, чтобы по явлениям движения распознать силы природы, а затем по этим силам объяснить остальные явления. Для этой цели предназначены общие предложения, изложенные в книгах первой и второй.

Математические начала были для Ньютона, как и для Галилея, началами количественными. Расположить все в ясном и четком порядке по «мере, числу и весу» — такую задачу ставил перед собой Ньютон в своем сочинении.

Если говорить об описании природы, то величайшей заслугой Ньютона с полным основанием можно считать открытие единых законов, — управляющих движениями тел на небе и на Земле. Галилей наблюдал небесные тела, как никто ранее, но его успехи в математическом описании природы ограничивались описанием движений, происходящих либо по поверхности Земли, либо вблизи нее. Еще при жизни Галилея его современник Кеплер вывел три знаменитых закона движения планет, упростив тем самым гелиоцентрическую теорию. Но две области физики — земная и небесная — казались совершенно независимыми. Найти какую-нибудь связь между земными и небесными явлениями — такая задача будоражила умы великих ученых. И величайший из них справился с этой задачей.

Были все основания считать, что какой-то принцип, общий для земных и небесных явлений, все же существует. Согласно первому закону движения Галилея, о котором Ньютон мог узнать из сочинений Декарта или самого Галилея, чьи труды Ньютон оценивал высоко, тела должны двигаться равномерно и прямолинейно до тех пор, пока их движение не нарушали приложенные извне силы. Следовательно, планеты, однажды приведенные каким-то образом в движение, должны далее двигаться равномерно и прямолинейно, между тем как, согласно законам Кеплера, они обращаются вокруг Солнца по эллипсам. Значит, должна существовать какая-то сила, вынуждающая планеты постоянно отклоняться от прямолинейной траектории, подобно тому как груз, раскачивающийся на конце нити, не улетает по прямой, поскольку рука, держащая другой конец нити, притягивает его. Естественно допустить, что на планеты действует сила притяжения со стороны Солнца. Во времена Ньютона физикам было известно также, что Земля притягивает находящиеся на ней тела. А так как и Земля, и Солнце притягивают тела, была выдвинута и широко обсуждалась еще во времена Декарта идея объединить оба вида притяжения в рамках одной теории.

Ньютон превратил общие соображения в четко поставленную математическую задачу и, не вдаваясь в выяснение физической природы силы притяжения, решил эту задачу с помощью им же разработанного блестящего математического метода. Бытует легенда, что мысль о тождестве земного и солнечного притяжения осенила Ньютона, когда он обратил внимание на падение яблока с ветки дерева. Математик Карл Фридрих Гаусс заметил как-то, что эту историю Ньютон, должно быть, придумал сам, желая отделаться от глупцов, надоевших ему расспросами о том, как он открыл закон всемирного тяготения; однако, согласно другим источникам, легенда имеет под собой основания. Как бы то ни было, яблоко, упавшее на глазах у Ньютона (в отличие от другого яблока, сыгравшего заметную роль в истории!), способствовало подъему человеческого знания еще на одну ступень.

Ньютон начал свое исследование с рассмотрения задачи о теле, брошенном в горизонтальном направлении с вершины горы. Эту задачу решил еще Галилей, который показал, что такое тело при движении описывает параболу. Чем выше начальная скорость, тем более «широкой» и пологой становится парабола и тем дальше улетает тело. Но Галилей рассматривал тела, бросаемые не слишком далеко, что позволяло ему пренебречь кривизной Земли. Ньютону первому пришла в голову мысль рассмотреть полет тела, брошенного в горизонтальном направлении со скоростью, при которой становилась существенной кривизна Земли (тело описывает траекторию VD; рис. 26).

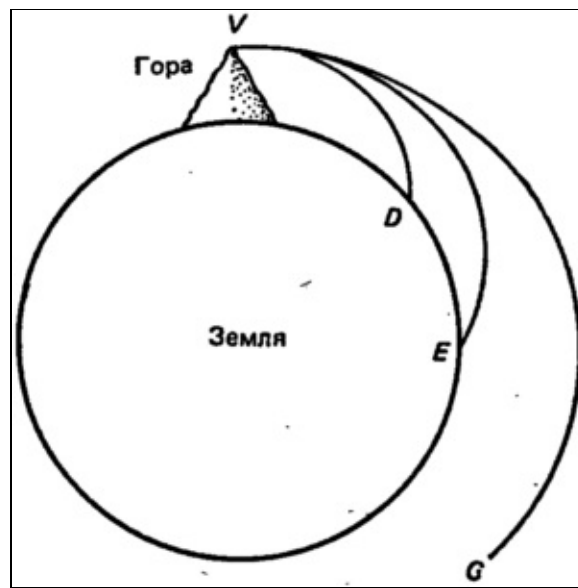


Рис. 26.

Не улетит ли такое тело в космическое пространство и не покинет ли Землю навсегда? Нет, ибо Земля продолжает его притягивать. В каком направлении действует на тело земное тяготение? Галилей всегда считал, что сила тяжести действует на тела вниз по вертикали, но для тела, движущегося по околоземной орбите, «вертикально вниз» означает «к центру Земли». Итак, если тело бросить с вершины горы, то оно будет притягиваться к Земле. Если увеличить начальную скорость, то тело улетит несколько дальше, описав траекторию VE , а при достаточно большой начальной скорости может даже стать искусственным спутником Земли и обращаться вокруг нее (если бы не было сопротивления воздуха) неограниченно долго. Вот что пишет об этом Ньютон в своих «Началах»:

Подобно тому как брошенное тело может быть отклонено силою тяжести так, чтобы описывать орбиту вокруг Земли, так и Луна или силою тяжести, или же иною силою, которая влечет ее к Земле, может быть отклоняема от прямолинейного пути и вынуждена обращаться по своей орбите; без такой силы Луна не могла бы удерживаться на своей орбите.

([19], с. 27.)

Но коль скоро Земля силой своего тяготения может заставить Луну обращаться вокруг нее, то и Солнце силой своего тяготения могло бы заставить планеты обращаться вокруг него. Поэтому у Ньютона были некоторые основания надеяться на успех дерзкого замысла: доказать, что та же самая сила, которая притягивает тела к Земле, заставляет Луну обращаться вокруг Земли и планеты вокруг Солнца.

Все рассуждения Ньютона, о которых мы упоминали до сих пор, были чисто качественными и умозрительными. И чтобы сделать решительный шаг вперед, необходимо было придать им количественный характер. Продолжая рассуждать о действующей на Луну силе земного притяжения, Ньютон пишет дальше:

Если бы эта сила была меньше соответствующей этой орбите, то отклоняла бы Луну от прямолинейного пути недостаточно, а если больше, то она отклоняла бы

ее больше, чем следует, и приблизила бы ее от орбиты к Земле. Следовательно, надо, чтобы эта сила была в точности надлежащей величины. Дело математиков найти такую силу, которая в точности удерживала бы заданное тело в движении по заданной орбите с данной скоростью, и наоборот, найти тот криволинейный путь, на который заданную силою будет отклонено тело, вышедшее из заданного места с заданной скоростью.

([19], с. 27.)

Рассуждение Ньютона, с помощью которого он показывает, что одна и та же формула применима и к земным, и к небесным телам, ныне считается классическим. Мы приведем здесь его в несколько упрощенном виде, который тем не менее правильно передает самую суть. Орбиту Луны приближенно можно считать окружностью. Так как Луна (рис. 27) движется не по прямой MP , ее, очевидно, притягивает к Земле какая-то сила. Если MP — расстояние, которое Луна проходит за 1 с в отсутствие силы тяготения, то PM' — расстояние, на которое Луна смещается к Земле за ту же секунду под действием силы тяготения. Ньютон принял расстояние PM' за меру силы, с которой Земля притягивает Луну. Соответствующая величина для тела, находящегося вблизи поверхности Земли, составляет примерно 9,8 м; если тело выпустить из рук, то под действием земного тяготения оно за первую секунду пройдет расстояние, равное 9,8 м. Ньютон вознамерился показать, что одна и та же сила заставляет Луну проходить за 1 с расстояние PM' а тело вблизи поверхности Земли пролетать в свободном падении 9,8 м.

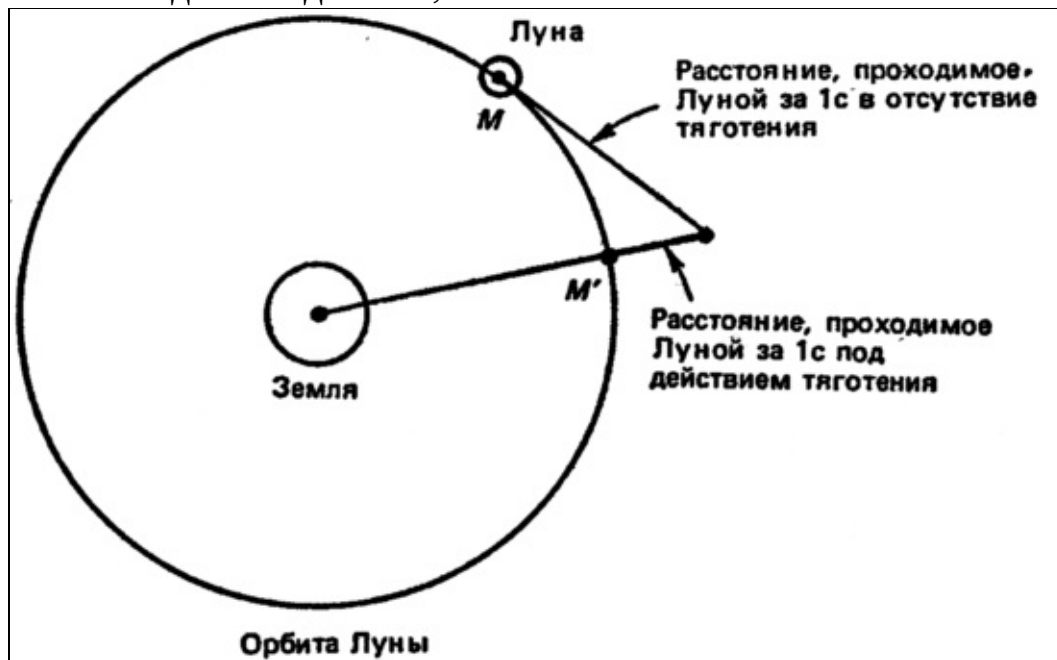


Рис. 27.

Приближенные оценки привели его к мысли, что сила притяжения между телами зависит от квадрата расстояния между центрами тел и что с увеличением расстояния эта сила убывает. Расстояние между центром Луны и центром Земли примерно в 60 раз больше радиуса Земли. Следовательно, на Луну Земля действует в 60^2 раз слабее, чем на тело, находящееся вблизи земной поверхности, т.е. сила действия Земли на Луну составляет $1/(60)^2$ от той силы, с которой она притягивает земные тела. Но это означает, что под

действием земного притяжения Луна должна приближаться к Земле за 1 с на расстояние, равное $9,8/(60)^2 = 0,0027$ м. Произведя некоторые численные тригонометрические расчеты, Ньютон обнаружил, что Луна действительно притягивается Землей силой «в точности надлежащей величины». Тем самым он получил весьма убедительное подтверждение своей гипотезы: все тела в мире притягиваются друг к другу по одному и тому же закону.

Более тщательные исследования Ньютона показали, что сила тяготения, действующая между любыми двумя телами, определяется формулой

$$F = kMm/r^2, (1)$$

где F — сила тяготения, M и m — массы тел, r — расстояние между ними, коэффициент k одинаков для всех тел. Например, M может означать массу Земли, m — массу какого-либо тела, находящегося вблизи поверхности Земли. В этом случае r — расстояние от центра Земли до тела. Формула (1) выражает закон тяготения.

Чтобы подвести прочную основу под все свое грандиозное исследование земных и небесных движений, Ньютон сформулировал в своих «Началах» три закона движения, известные ныне как законы Ньютона (хотя первые два закона были сформулированы еще Декартом и Галилеем). Первый закон Ньютона:

Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние.

([19], с. 39.)

Второй закон Ньютона:

Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

([19], с. 40.)

Результирующую всех действующих на тело сил можно представить в виде произведения массы тела на ускорение, создаваемое этой силой:

$$F = ma.$$

Ускорение характеризует увеличение или уменьшение скорости тела либо изменение ее направления. (Математически F и a — векторы.)

Третий закон Ньютона:

Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — взаимодействия двух тел друг на друга между собою равны и направлены в противоположные стороны.

([19], с. 41.)

К этим трем законам Ньютон добавил закон всемирного тяготения (1). Применительно к движениям планет этот закон был открыт Робертом Гуком, но Ньютон обобщил его и возвел в ранг универсального закона, применимого ко всем телам во Вселенной.

Получив некоторые подтверждения справедливости закона всемирного тяготения, Ньютон показал далее, что этот закон применим к движениям на поверхности Земли или вблизи нее. И здесь ему помогли труды Галилея. Перейдем на язык формул. Пусть M — масса Земли, m — масса тела, находящегося вблизи земной поверхности. Записав формулу (1) в виде $F = kMm/r^2$ и разделив обе части на m , получим

$$F/m = kM/r^2. (2)$$

Независимо от того, какое тело вблизи поверхности Земли мы рассматриваем, величины, входящие в правую часть формулы (2), остаются неизменными, так как r — радиус Земли (~ 6400 км), M — масса Земли, а постоянная k одинакова для всех тел.

Но второй закон Ньютона утверждает, что любая сила, действующая на тело массой m , сообщает этому телу ускорение. В частности, сила притяжения Земли, действующая на тело, также сообщает ему ускорение. Из второго закона Ньютона следует, что любая сила F связана с вызванным ею ускорением соотношением $F = ma$, или

$$F/m = a. (3)$$

Следовательно, если сила F в формуле (2) есть сила земного тяготения, то правые части формул (2) и (3) можно приравнять, так как левые части равны. В результате получаем

$$a = kM/r^2.$$

Это соотношение означает, что ускорение, сообщаемое телу силой земного тяготения, всегда равно kM/r^2 . Поскольку k — постоянная, M — масса Земли, r — расстояние от тела до центра Земли, величина kM/r^2 одинакова для всех тел, находящихся вблизи поверхности Земли. Следовательно, все тела вблизи поверхности Земли падают с одинаковым ускорением. Именно к такому выводу пришел на основании своих опытов Галилей. Более того, опираясь на этот результат, Галилей математически доказал, что все тела, падающие с одинаковой высоты, достигают поверхности Земли за одно и то же время. Ускорение свободного падения, которое принято обозначать буквой g , легко измерить: оно равно $9,8$ м/с².

Несколько уклоняясь от нашей главной темы, заметим, что, согласно третьему закону Ньютона, для каждой силы (действия) всегда существует равная по величине и противоположно, направленная сила (противодействие). Следовательно, если Солнце действует на Землю с силой, удерживающей нашу планету на ее околосолнечной орбите, то Земля в свою очередь должна действовать на Солнце с равной по величине и противоположной по направлению силой. Значит, Солнце под действием этой силы должно двигаться, между тем оно покоится! Разгадку этого «парадоксу» дают несложные вычисления, подобные проделанным Ньютоном. Если m — масса Земли, M — масса Солнца, то сила взаимного притяжения между ними равна

$$F = kMm/r^2.$$

Земля притягивает Солнце с силой

$$F = Ma.$$

Сравнивая эти две формулы, получаем

$$F/M = km/r^2 \text{ и } F/M = a.$$

Следовательно, ускорение, сообщаемое Землей любому телу, равно

$$a = km/r^2,$$

где m — масса Земли, r — расстояние от центра Земли до тела. Так как масса Земли, гораздо меньше массы Солнца, ускорение, сообщаемое Землей Солнцу, во много раз меньше ускорения, сообщаемого Солнцем Земле. Под воздействием притяжения со стороны Земли и других планет Солнце приходит в движение, но последнее столь слабо, что им можно пренебречь. Из приведенных расчетов следует еще один вывод. Согласно третьему закону Ньютона, Земля притягивает нас с такой же силой, с какой мы притягиваем ее. Но мы падаем на Землю, тогда как «падение» Земли на нас пренебрежимо мало.

Таким образом, вклад Ньютона в теорию тяготения по существу сводится к следующему. Исследуя движение Луны, он пришел к правильной формулировке закона всемирного тяготения. Затем Ньютон показал, что этот закон вкупе с двумя первыми законами движения достаточен для описания движения тел на поверхности Земли. Тем самым Ньютону удалось достичь одной из главных целей программы Галилея, ибо он показал, что законы движения и закон всемирного тяготения принадлежат к числу фундаментальных принципов. Подобно аксиомам Евклида, эти законы служат логической основой для получения других физически значимых законов. Можно представить, каким триумфом явился вывод законов движения небесных тел.

Этот триумф также связан с именем Ньютона. Построив цепочку безукоризненных дедуктивных умозаключений, он показал, что все три закона движения планет, полученные Кеплером, следуют из двух первых законов движения и закона всемирного тяготения.

Из этих законов вытекает важное следствие, которое о многом должно говорить читателю, пытающемуся найти рациональное объяснение эффективности математического метода в познании. Основная ценность законов Ньютона заключается в том, что они, как мы только что видели, применимы к множеству самых разнообразных как небесных, так и земных явлений. Одни и те же количественные соотношения воплощают в себе общие, универсальные характеристики. Следовательно, знание этих формул действительно можно рассматривать как знание описываемых ими явлений.

Работы Галилея и Ньютона ознаменовали начало научной программы физических исследований. Сам Ньютон в предисловии к первому изданию «Математических начал натуральной философии», классическому научному труду, охватившему все, что было сделано Ньютоном в его молодые годы, сформулировал эту программу следующим образом:

Поэтому и сочинение это предлагается нами как математические основания

физики. Вся трудность физики, как будет видно, состоит в том, чтобы по явлениям движения распознать силы природы, а затем по этим силам объяснить остальные явления. Для этой цели предназначены общие предложения, изложенные в книгах первой и второй. В третьей же книге мы даем пример вышеупомянутого приложения, объясняя систему мира, ибо здесь из небесных явлений при помощи предложений, доказанных в предыдущих книгах, математически выводятся силы тяготения тел к Солнцу и отдельным планетам. Затем по этим силам также при помощи математических предложений выводятся движения планет, комет, Луны и моря. Было бы желательно вывести из начал механики и остальные явления природы, рассуждая подобным же образом, ибо многое заставляет меня предполагать, что все эти явления обуславливаются некоторыми силами, с которыми частицы тел вследствие причин покуда неизвестных или стремятся друг к другу и сцепляются в правильные фигуры, или же взаимно отталкиваются и удаляются друг от друга.

([19], с. 3.)

С неуклонностью камня, скатывающегося с крутого склона, Ньютон подводил все новые обоснования под математические начала физики и выводил из них следствия. Рассуждая примерно так же, как было описано нами выше, он вычислил массу Солнца и мог вычислять массу любой планеты с ее спутниками. Применив понятие центробежной силы к суточному вращению Земли вокруг собственной оси, Ньютон оценил величину экваториального «выпучивания» Земли и обусловленное им изменение веса тела при перемещении из одной точки земной поверхности в другую. По известным из наблюдений отклонениям формы некоторых планет от сферической Ньютон определил периоды их вращения вокруг собственных осей. Он показал, что морские приливы связаны с гравитационным притяжением Земли Солнцем и Луной.

Однако ряд отклонений в движениях планет ему объяснить так и не удалось. Например, хотя Луна постоянно обращена к Земле одной и той же стороной, периодически становятся видимыми то большие, то меньшие области ее обратной стороны, примыкающие к краю видимого диска. Благодаря возросшей точности наблюдений удалось обнаружить, что продолжительность среднего лунного месяца увеличивается примерно на одну тридцатую секунды за столетие. (Точности такого порядка стремились достигнуть и в наблюдениях, и в теории.) Были замечены и небольшие изменения в эксцентриситетах планетных орбит.

Ньютон хорошо знал о многих из этих отклонений и в своих исследованиях не обошел вниманием теорию движения Луны. Во времена Ньютона положение Луны, наблюдаемое с борта находящегося в открытом море судна, служило для определения долготы. (Морской хронометр, позволяющий точно отсчитывать время при сильном волнении моря, тогда еще не был изобретен.) В своих занятиях лунной астрономией Ньютон не упускал из виду и ее практическое приложение. Луна движется по эллиптической орбите так, что в чем-то напоминает нетрезвого человека, тщетно пытающегося идти прямо: она то ускоряет, то замедляет свой ход и раскачивается из стороны в сторону. Ньютон был убежден, что некоторые из особенностей поведения нашего естественного спутника обусловлены действием на Луну сил притяжения со стороны Солнца и Земли, которые и вызывают ее отклонение от движения по идеальной эллиптической орбите. В своих «Началах» Ньютон

показал, что некоторые из неравномерностей в движениях Луны действительно объяснимы в рамках законов его механики и закона всемирного тяготения.

Ньютон также считал, что и кометы должны двигаться по эллиптическим орбитам, и побудил Эдмонда Галлея заняться теорией комет. Галлей собрал данные о кометах, которые наблюдались в прошлом. Он высказал предположение, что кометы, зарегистрированные в 1531, 1607 и 1682 гг., на самом деле одна и та же комета. Применяв теорию Ньютона, Галлей предсказал, что следующее прохождение той же кометы произойдет в конце 1758 г. или в начале 1759 г. Комета (позднее названная именем Галлея) действительно появилась под Рождество 1758 г., а ближайшую к Солнцу точку своей орбиты прошла 13 марта 1759 г. Ее наблюдали также в 1910 г.¹⁶¹ Период кометы Галлея варьируется из-за возмущений, вносимых в ее движение притяжением планет.

Однако Ньютон не располагал доказательством того, что все наблюдаемые нерегулярности в движениях Луны и планет обусловлены действием сил тяготения, как не смог он объяснить и устойчивость Солнечной системы (казалось бы, совместное действие подобных факторов должно со временем разрушить ее). Преемники Ньютона уже в XVIII в. продолжили исследование нерегулярностей в движениях планет Солнечной системы.

Орбита, по которой планета обращается вокруг Солнца, как знал еще Ньютон, была бы эллипсом лишь в том случае, если бы не существовало других планет. Но в Солнечной системе их девять, и многие из них имеют свои естественные спутники, и все они не только обращаются вокруг Солнца, но и притягиваются друг к другу в соответствии с законом всемирного тяготения Ньютона. Следовательно, их орбиты не могут быть идеально эллиптическими. Чтобы определить точные орбиты планет, пришлось бы решить общую задачу многих тел, т.е. оценить движение любого числа тел, каждое из которых, согласно закону всемирного тяготения, притягивает все остальные. Однако задача многих тел и поныне не поддается решению. Тем не менее двум выдающимся математикам XVIII в. удалось существенно продвинуться по пути, указанному Ньютоном.

Родившийся в Италии француз Жозеф Луи Лагранж (1736-1813) со свойственным молодости бесстрашием взялся за решение математической задачи о движении Луны под действием притяжения Солнца и Земли и добился успеха, когда ему было двадцать восемь лет. Лагранж установил, что изменения видимой части Луны обусловлены экваториальными выпучиваниями Земли и Луны. Кроме того, ему удалось показать, что силы притяжения, действующие на Землю со стороны Солнца и Луны, вызывают довольно значительные колебания в положении земной оси. Таким образом, выяснилось, что периодические изменения в направлении оси вращения Земли — замеченные наблюдателями еще в античные времена — являются следствием закона всемирного тяготения, установленным теперь математическим путем.

Еще один важный шаг Лагранж сделал в математическом анализе движения спутников Юпитера. Проведенные им вычисления показали, что наблюдаемые возмущения также обусловлены действием гравитации. Результаты своих исследований Лагранж изложил в «Аналитической механике» (1788) — труде, в котором были обобщены и формализованы достижения Ньютона в механике. Лагранж как-то пошутил, что Ньютон счастливейший из смертных, ибо существует лишь одна Вселенная и Ньютон открыл ее математические законы. Однако самому Лагранжу выпала честь продемонстрировать миру совершенство теории Ньютона.

Следствия, выведенные Лагранжем из законов Ньютона, были в дальнейшем

приумножены его современником и соотечественником Пьером Симоном Лапласом (1749-1827), не уступавшим Лагранжу по силе математического дарования. Лаплас не оставлял без внимания ни одну математическую идею, которая могла бы способствовать познанию природы. Лаплас всю свою жизнь посвятил астрономии, и какой бы областью математики он ни занимался, свою конечную цель всегда видел в том, чтобы применить математические методы в астрономии. Известно, что в своих работах Лаплас нередко опускал трудные математические детали, ограничиваясь замечанием: «Нетрудно видеть, что...» Истинная подоплека этого состоит в том, что ему было просто некогда останавливаться на деталях математических доказательств — так он спешил перейти к приложениям. Лаплас внес фундаментальный вклад в развитие математики, но многие его достижения были не более чем «побочным продуктом» его титанической деятельности на поприще естествознания, и впоследствии их подхватили и развили другие, исследователи.

Одним из впечатляющих достижений Лапласа стало доказательство периодичности возмущений в эксцентриситетах эллиптических планетных орбит. Иначе говоря, Лаплас доказал, что величины этих возмущений колеблются в определенных пределах, а не возрастают неограниченно, нарушая регулярность небесных движений. Смысл результата, полученного Лапласом, приближенно можно истолковать как утверждение об устойчивости Вселенной. Лаплас доказал это в своем эпохальном пятитомном труде «Небесная механика», публикация которого продолжалась в течение двадцати шести лет (1799-1825). В этом сочинении, увенчавшем труд всей его жизни, Лаплас подвел итог исследованиям, проведенным им и Лагранжем:

В первой части нашего сочинения мы изложили общие принципы равновесия и движения тел. Применение этих принципов к движениям небесных тел привело нас с помощью одних лишь математических рассуждений и без какой бы то ни было гипотезы к закону всемирного тяготения — действие силы тяжести и движение брошенных тел являются частными случаями этого закона. Мы рассмотрели систему тел, подверженных действию этого великого закона природы, и с помощью несколько необычного анализа получили общие выражения для их движений, фигур и колебаний покрывающей их жидкости. Из этих выражений мы вывели все известные явления: такие, как прилив и отлив, вариации степени и интенсивности силы тяжести по поверхности Земли, предварение равноденствий, либрация Луны, фигура и вращение колец Сатурна. Мы также указали причину, по которой эти кольца постоянно остаются в плоскости экватора Сатурна. Кроме того, из той же теории гравитации мы вывели основные уравнения движений планет, в том числе Юпитера и Сатурна, у которых нерегулярности [движения] имеют период свыше 900 лет.

Лаплас пришел к выводу, что природа создала небесную машину, «дабы, та действовала вечно, на тех же принципах, которые столь великолепно проявляются на Земле во имя сохранения отдельных особей и непрерывающегося существования видов».

Но ньютоновскую теорию гравитации ожидали еще более впечатляющие результаты. Однако замечательное следствие из общей астрономической теории Лагранжа и Лапласа заслуживает того, чтобы упомянуть о нем особо. Мы имеем в виду чисто теоретическое предсказание существования и местоположения тогда еще неизвестной планеты Нептун.

Галилей наблюдал ее в 1613 г., но думал, что видит звезду. Была выдвинута гипотеза, что необъяснимые возмущения в движении планеты Уран, замеченные примерно в 1820 г., обусловлены гравитационным притяжением со стороны какой-то неведомой планеты. Два астронома — двадцатилетний математик из Кембриджа Джон Кауч Адамс (1819-1892) и директор Парижской обсерватории Урбен Жан Жозеф Леверье (1811-1877) — независимо друг от друга вычислили орбиту гипотетической планеты, пользуясь данными наблюдений и основываясь на общей астрономической теории. В 1841 г. Адамс вычислил массу, орбиту и положение планеты, получившей впоследствии название Нептун. Он посетил директора Гринвичской королевской обсерватории Джорджа Эйри, чтобы сообщить о результатах своих вычислений. Застав Эйри за обедом, Адамс оставил ему рукопись, попросив ознакомиться с ней. После некоторых проволочек Эйри прочитал работу Адамса, но особого впечатления она на него не произвела. Между тем Леверье отправил свои результаты с указанием предполагаемого местоположения новой планеты немецкому астроному Иоганну Галле. Получив письмо от Леверье, Галле в тот же вечер (23 сентября 1846 г.) наблюдал Нептун. В телескопы того времени Нептун был едва различим, и вряд ли его удалось бы заметить, если бы астрономы не искали планету специально, руководствуясь теоретическим предсказанием.

Задача, решенная Адамсом и Леверье, была необычайно трудна. Им пришлось действовать как бы в обратном направлении: вместо того чтобы вычислять, какие возмущения вносит в движение других планет известная планета (с известной массой и орбитой), они оценили массу и определили орбиту неизвестной планеты по возмущениям, вносимым ею в движение Урана. Успех Адамса и Леверье был воспринят повсюду как триумф теории и окончательное доказательство универсального характера закона всемирного тяготения Ньютона.

Но все попытки понять физическую природу гравитации неизменно заканчивались неудачей. Этим вопросом задавался еще Галилей. В его «Диалоге о двух главнейших системах мира» два действующих лица — Сальвиати и Симпличио — ведут между собой такой разговор:

Сальвиати... И если он [автор] определит мне природу движителя одного из этих движущихся тел, то я обязуюсь доказать ему, что заставляет двигаться Землю. И более того, я сделаю то же самое, если он сумеет объяснить мне, что именно движет частицы Земли вниз.

Симпличио. Причина этого явления общеизвестна, и всякий знает, что эта тяжесть.

Сальвиати. Вы ошибаетесь, синьор Симпличио, вы должны были бы сказать — всякий знает, что это называется тяжестью, но я вас спрашиваю не о названии, а о сущности вещи; об этой сущности вы знаете ничуть не больше, чем о сущности того, что движет звезды по кругу, за исключением названия, которое было к нему приложено и стало привычным и ходячим благодаря опыту, повторяющемуся на наших глазах тысячу раз в день. Но это не значит, что мы в большей степени понимали и знали принцип или ту силу, которая движет книзу камень, сравнительно с теми, которые, как мы знаем, дают камню при отбрасывании движение вверх или движут Луну по кругу. Мы не знаем ничего, за исключением, как я сказал, названия, которое для данного специального случая известно как

«тяжесть», тогда как для другого имеется более общий термин — «приложенная сила», или же «образующее разумение», и для бесконечного множества других движений выставляется причиной «природа».

([12], т. 1, с. 120.)

Ньютон также столкнулся с проблемой объяснения природы тяготения и вынужден был признать:

До сих пор я изъяснял небесные явления и приливы наших морей на основании силы тяготения, но я не указывал причины самого тяготения... Причину же этих свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю. Все же, что не выводится из явлений, должно называться *гипотезою*, гипотезам же метафизическим, физическим, механическим, скрытым свойствам не место в экспериментальной философии.

В такой философии предложения выводятся из явлений и обобщаются с помощью наведения... Довольно того, что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам, и вполне достаточно для объяснения всех движений небесных тел и моря.

([19], с. 661-662.)

Ньютон надеялся исследовать природу силы тяготения и овладеть ею. Однако ему пришлось довольствоваться количественным описанием того, как действует тяготение, и это описание оказалось весьма значительным и полезным. Именно поэтому Ньютон замечает буквально на первых страницах своих «Начал»: «Эти понятия должно рассматривать как математические, ибо я еще не обсуждаю физических причин и места нахождения сил» ([19], с. 29). Ту же мысль он повторяет в «Началах» и далее:

... [Я исследую] в этом сочинении не виды сил и физические свойства их, а лишь их величины и математические соотношения между ними, как объяснено в определениях. Математическому исследованию подлежат величины сил и те соотношения, которые следуют из произвольно поставленных условий. Затем, обращаясь к физике, надо эти выводы сопоставить с совершающимися явлениями, чтобы распознать, какие же условия относительно сил соответствуют отдельным видам обладающих притягательною способностью тел. После того как это сделано, можно будет с большею уверенностью рассуждать о родах сил, их причинах и физических между ними соотношениях.

([19], с. 244.)

В одном из писем к известному эрудиту преподобному Ричарду Бентли Ньютон объяснил ограниченный успех своей программы следующим образом:

То, что гравитация должна быть внутренним, неотъемлемым и существенным атрибутом материй, позволяя тем самым любому телу действовать на другое на

расстоянии через вакуум, без какого-либо посредника, с помощью которого и через которого действие и сила могли бы передаваться от одного тела к другому, представляется мне настолько вопиющей нелепостью, что, но моему глубокому убеждению, ни один человек, сколько-нибудь искушенный в философских материях и наделенный способностью мыслить, не согласится с ней.

([13], с. 69.)

Ньютон отчетливо сознавал, что открытый им закон всемирного тяготения — описание, а не объяснение.

Во втором письме Ричарду Бентли Ньютон писал:

Иногда вы говорите о тяготении как о чем-то существенном и внутренне присущем материи. Молю вас не приписывать это понятие мне, ибо я отнюдь не претендую на знание причин тяготения и поэтому не буду тратить время на их рассмотрение.

В трех прижизненных изданиях своих «Начал» Ньютон неоднократно высказывался о тяготении, но приведенные выше слова наиболее характерны. Каким образом эта сила преодолевает многие миллионы километров, отделяющие Землю от Солнца, и изгибает орбиту Земли, заставляя её обращаться вокруг Солнца, для Ньютона оставалось непонятным, и он «не измышлял гипотез», которые давали бы объяснение. Ньютон надеялся, что природу тяготения исследуют другие. Тяготение пытались объяснить различными причинами — давлением среды, заполняющей пространство между Солнцем и планетами, и другими процессами, но все предложенные объяснения оказались неудовлетворительными. Позднее от подобных попыток отказались, и гравитацию стали воспринимать как общепризнанный, хотя и по существу непонятный факт. Но, несмотря на полное непонимание физической природы тяготения, Ньютон дал количественное описание его действия, что само по себе было важно и эффективно. Парадокс современной науки состоит в том, что, довольствуясь поиском малого, она достигает столь многого.

Отказ от объяснения физического механизма в пользу математического описания явился сильнейшим потрясением даже для выдающихся ученых. Гюйгенс считал идею тяготения абсурдной на том основании, что действие его, передаваемое через пустое пространство, исключало какой бы то ни было механизм. У Гюйгенса вызывало удивление, что Ньютон взял на себя труд проделать множество громоздких вычислений, не имея для этого ни малейшего основания, кроме математического закона всемирного тяготения. Многие другие естествоиспытатели и философы также выступили против чисто математического описания тяготения. Немецкий философ и математик барон Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716) среди прочих современников Ньютона подверг критике его труды по теории гравитации, считая, что знаменитая формула для силы тяготения — не более чем вычислительное правило, не заслуживающее названия закона природы. Закон всемирного тяготения Ньютона Лейбниц не без издевки сравнивал с «законами», существующими в человеческом обществе, и с анимистическим объяснением Аристотеля падения камня на землю ссылкой на «желание» камня вернуться на свое естественное место.

Вопреки широко распространенному мнению о якобы полной «понятности» силы

тяготения, никому еще не удалось объяснить ее физическую реальность. Считалось, что это фикция, подсказанная способностью человека прикладывать силу к различным телам. Величайшие научно-фантастические сюжеты скрываются за респектабельным фасадом физической науки. Но возможность получения математических следствий из количественного закона принесла столь богатые плоды, что эту процедуру стали считать неотъемлемой частью физической науки. Понимание физических причин явления было принесено физикой в жертву математическому описанию и математическому предсказанию. Кроме того, в наши дни еще более отчетливо, чем во времена Ньютона, стало очевидно, что лучшее знание физического мира есть знание математическое. Мятжежному семнадцатому столетию от прошлого достался качественный мир, исследованию которого существенно помогали математические абстракции. Уходя, этот век оставил в наследство грядущему количественный мир, в математических законах которого таилась конкретность реального мира.

И во времена Ньютона, и на протяжении двух последующих веков физики говорили о действии гравитации как о «действии на расстоянии», и это лишенное всякого смысла выражение использовалось вместо объяснения физического механизма.

Наша неспособность понять природу гравитации еще раз подчеркивает мощь математики, ибо работа Ньютона, как свидетельствует самое название — «Математические начала натуральной философии», была чисто математической. Труды самого Ньютона и дополнения, внесенные теми, кто пришел ему на смену, позволили астрономам не только вычислять движения планет с точностью, превосходящей точность наблюдений, но и предсказывать такие явления, как солнечные и лунные затмения, с погрешностью, не превышающей доли секунды.

В отличие от многих не укладывающихся в рамки какой-либо видимой закономерности и нередко разрушительных явлений на Земле движение небесных тел подчиняется математически точным схемам. Откуда берется удивительная соразмерность движений планет? Будет ли порядок на небе длиться вечно или настанет день, когда Земля «врежется» в Солнце? На эти вопросы Ньютон отвечал так: мир сотворен по плану и являет собой произведение Создателя, который и заботится о поддержании нескончаемой упорядоченности. Ньютон весьма красноречиво излагает этот классический аргумент в доказательство существования Бога. В своей «Оптике» (1704) он пишет:

Главная обязанность натуральной философии — делать заключения из явлений, не измышляя гипотез, и выводить причины из действий до тех пор, пока мы не придем к самой первой причине, конечно, не механической... Что находится в местах, почти лишенных материи, и почему Солнце и планеты тяготеют друг к другу, хотя между ними нет плотной материи? Почему Природа не делает ничего понапрасну и откуда проистекает весь порядок и красота, которые мы видим в мире? Для какой цели существуют кометы и почему все планеты движутся в одном и том же направлении по концентрическим орбитам, в то время как кометы движутся по всевозможным направлениям по очень эксцентрическим орбитам, и что мешает падению неподвижных звезд одной на другую? Каким образом тела животных устроены с таким искусством и для какой цели служат их различные части? Был ли построен глаз без понимания оптики, а ухо без знания акустики? Каким образом движения тел следуют, воле и откуда инстинкт у

животных?... И если эти вещи столь правильно устроены, не становится ли ясным из явлений, что есть бестелесное существо, живое, разумное, всемогущее, которое в бесконечном пространстве, как бы в своем чувствилище, видит все эти вещи вблизи, прозревая их насквозь, и понимает их вполне, благодаря их непосредственной близости к нему.

([21], с. 280-281.)

Во втором издании «Начал» Ньютон сам отвечает на свои вопросы:

Такое изящнейшее соединение Солнца, планет и комет не могло произойти иначе, как по намерению и по власти могущественного и премудрого Существа...

Сие управляет миром не как душа мира, а как властитель Вселенной и по господству Своему должен именоваться Господь Бог Вседержитель.

([19], с. 659.)

Эту свою мысль Ньютон повторяет в одном из писем Ричарду Бентли (от 10 декабря 1692 г.):

Таким образом, чтобы сотворить эту [Солнечную] систему со всеми ее движениями, потребовалась причина, принимавшая и сравнивавшая количества материи в нескольких телах Солнца и планет и проистекавшие от этого силы тяготения; расстояния первичных планет от Солнца и вторичных планет [т.е. спутников] от Сатурна, Юпитера и Земли; скорости, с которыми эти планеты могли обращаться вокруг количеств материи в центральных телах. И то, что сравнить и согласовать все это удалось в столь многих телах, свидетельствует, что причина была не слепой или случайной, а весьма искусной в механике и геометрии.

([13], с. 73.)

Восхваление творца и тем самым теологии Ньютон считал своим величайшим достижением.

Необычайно важные следствия, вытекающие из работ Галилея и Ньютона, развеяли налет мистицизма и предрассудков, веками окутывавший небеса, и человечество наконец смогло взглянуть на небесные явления в свете разума. Закон всемирного тяготения Ньютона смел паутину многовековой традиции, показав, что планеты в своих движениях следуют той же схеме, что и привычные всем тела на Земле. Этот факт стал новым и весьма убедительным подтверждением того, что планеты состоят из обычного вещества. Отождествление небесной материи с веществом земной коры поставило крест на многочисленных теориях о природе небесных тел. В частности, стало ясно, что проводившееся древними греками и мыслителями Средневековья различие между совершенными, неизменными и непреходящими небесами и тленной, несовершенной Землей — не более чем плод человеческого воображения.

Своими трудами Ньютон явил человечеству новый мировой порядок — Вселенную,

поведение которой описывается небольшим числом математических законов, в свою очередь выводимых из некоего общего набора физических принципов, также выражаемых на математическом языке. Универсальная схема Ньютона охватывала падение камня, океанские приливы, движения планет вместе с их спутниками, причудливый полет комет и захватывающее дух движение звезд по небосводу. Ньютоновская схема стала решающим доказательством того, что природа построена на основе математических принципов и что истинные законы природы математические.

Благодаря трудам Коперника, Кеплера, Галилея и Ньютона осуществились мечты многих поколений людей. Древние и средневековые астрологи мечтали научиться предсказывать явления природы. Бэкон и Декарт призывали к овладению природой во благо человечества. Человечеству удалось приблизиться к достижению обеих названных целей: научной и технологической. Закон всемирного тяготения открыл возможности для предсказания небесных явлений, которые так занимали людей на протяжении веков и тысячелетий, а от предсказания до овладения — один шаг, ибо знание неукоснительного хода явлений природы открывает путь к их использованию в технике.

В трудах Галилея и Ньютона получила воплощение еще одна программа исследования и постижения природы. Философия пифагорейцев и Платона, провозгласившая числовые соотношения ключом к познанию мира, составляет существенный элемент метода Галилея, который исследовал количественные аспекты явлений с помощью формул. Эта философия существовала и в средние века; она была (как и у самих пифагорейцев) составной частью более широкого мистического учения о сотворении мира, в котором число рассматривалось как форма и причина всех творений божьих. Галилей и Ньютон освободили пифагорейское учение о числе от мистики и облачили его в новые одежды, став таким образом законодателями нового стиля, открывшего путь к современной науке.

В наше время человек, вооруженный теорией Ньютона, побывал на Луне, запустил космические аппараты, сфотографировавшие Марс и Сатурн, вывел на околоземную орбиту искусственные спутники (осуществив идею Ньютона). Все, что планируется на основе развитой Ньютоном математической теории, действует безотказно. Сбои, если таковые случаются, обусловлены лишь несовершенством созданных человеком механизмов.

VII

Математика и скрытый мир электромагнитных явлений

И в небе и в земле сокрыто больше,
Чем снится вашей мудрости, Горацио.^[7]

Шекспир

Мы уже познакомились с примерами того, как математики и физики XVII-XVIII вв. создавали великолепные математические теории, основываясь на явлениях, доступных восприятию наших органов чувств (вспомним хотя бы о движениях земных и небесных тел). Эти теории расширяли человеческое знание о наблюдаемых явлениях, помогали объяснить некоторые заблуждения, — позволяли понять, какие принципы заложены в устройство природы и ее поведение. Помимо рассмотренных нами теорий были созданы во многом аналогичные математические теории теплоты, гидродинамических процессов (течений жидкости и газа) и упругости. Ко всем этим теориям в равной мере применимо высказывание Аристотеля, утверждавшего, что в человеческом разуме нет ничего такого, чего не было сначала в наших ощущениях. Разумеется, названные математические теории выходили за рамки наблюдений и даже вводили понятия (в частности, понятие тяготения), реальность которых не была очевидной. Тем не менее предсказания, сделанные на основе этих теорий, превосходно согласовывались с опытом. Можно сказать, что опыт служил для этих теорий лишь своего рода укрепляющим средством.

Правда, вопреки укоренившемуся представлению о мире как о гигантском механизме естествоиспытателям никак не удавалось разгадать, как «действует» гравитация и как распространяется свет. Когда речь заходила о свете, обычно ссылались на эфир; считалось, что одно упоминание об этой бестелесной среде должно гасить любые сомнения относительно механизма распространения света, хотя никаких подробностей об эфире не было известно. Что же касается гравитации, то природа ее действия оставалась абсолютно непонятной. Но успехи, достигнутые Ньютоном, Эйлером, Д'Аламбером, Лагранжем и Лапласом в математическом описании и точном предсказании множества самых разнообразных астрономических явлений, были столь впечатляющи, что естествоиспытатели преисполнились гордостью за науку, нередко граничившей с самонадеянностью и высокомерием. Они перестали думать о физическом механизме явлений и сосредоточили все усилия на их математическом описании. Лаплас ни на йоту не сомневался в правильности выбора названия для своего пятитомного сочинения «Небесная механика» (1799-1825).

Достижения физики XIX–XX вв., о которых мы расскажем дальше, со всей остротой подняли фундаментальные вопросы, касающиеся природы и сущности окружающего нас реального мира. Первое из этих достижений, открытие электромагнетизма, обогатило наше представление о Вселенной. Подобно планете Нептун, это явление вряд ли могло быть открыто без помощи математики. Но в отличие от планеты Нептун вновь открытый «объект» был бесплотен: невесом, невидим, неосязаем, не имел ни вкуса, ни запаха. Никто

из нас не может ощущать его физически. И все же в отличие от планеты Нептун — именно вновь открытая призрачная субстанция оказала заметное и даже революционное воздействие на жизнь современного человека. Явление электромагнетизма позволяет в мгновение ока устанавливать связь с любой точкой планеты, расширяет границы человеческого сообщества от ближайших соседей за углом до всемирных масштабов, ускоряет темп жизни, способствует распространению просвещения, создает новые виды искусства и отрасли промышленности, производит подлинный переворот в военном деле. Вряд ли найдется такая сторона человеческой жизни, на которой не отразилась бы теория электромагнитных явлений.

Наше знание электричества и магнетизма, как, впрочем, и астрономии, акустики и оптики, берет начало в Древней Греции. Фалес Милетский (ок. 640-546 до н.э.) знал, что железная руда, которую добывали близ города Магнесии (ныне Маниса) в Малой Азии, притягивает железо. В эпоху Средневековья европейцы узнали от китайцев, что свободно подвешенная стрелка из намагниченного железа указывает довольно точно направление север — юг и поэтому может служить компасом. Легенда приписывает Фалесу Милетскому открытие еще одного явления: янтарь, натертый куском ткани, притягивает легкие предметы, например соломинки. Это наблюдение стало началом науки об электричестве (само слово «электричество» греческого происхождения и означает «янтарь»).

Первое серьезное исследование по магнетизму было выполнено придворным медиком английской королевы Елизаветы Уильямом Гильбертом (1544-1603). В его сочинении «О магните, магнитных телах и о большом магните — Земле» приводилось и поныне легко читаемое описание простых опытов, которые, в частности, показали, что сама Земля представляет собой гигантский магнит. Гильберт установил, что магниты имеют два полюса — один указывает на север, другой — на юг; они названы соответственно северный и южный или положительный и отрицательный. Два положительных или два отрицательных магнитных полюса взаимно отталкиваются, тогда как противоположные магнитные полюса притягиваются. Эти два типа полюсов обнаруживаются, например, на противоположных концах любого магнитного стержня. Кроме того, магниты наделены свойством притягивать ненамагниченное железо или сталь. Чем сильнее магнит, тем более тяжелый кусок железа он может притягивать.

Гильберт исследовал и второе явление, которое в свое время наблюдал Фалес Милетский, — электризацию янтаря, натертого куском ткани. Он обнаружил, что сургуч, натертый мехом, или стекло, натертое шелком, обретают способность притягивать легкие частицы. Эти опыты наводили на мысль о существовании двух родов электричества. Как и магнетиты, любые два тела, обладающие электричеством одного рода, отталкиваются, а обладающие электричеством разного рода, притягиваются. Но в понимании физической природы магнетизма и электричества Гильберт мало преуспел.

Он сознавал, что между магнитными и электрическими зарядами существует глубокое различие. Натирая стекло шелком, мы сообщаем стеклу положительный электрический заряд, а шелку — отрицательный. Затем, удалив стекло от шелка, мы можем получить положительный заряд на стекле, совершенно независимый от отрицательного заряда на шелке. Что же касается магнетизма двух родов, положительного и отрицательного, то, хотя, подобно разноименным электрическим зарядам, различные магнитные полюса притягиваются, а одинаковые отталкиваются, отделить положительный магнетизм от отрицательного в физических объектах не представляется возможным.

Однако, как показала длинная серия последующих экспериментов, детальное описание которых не входит в наши намерения, представление о наличии электрических зарядов двух типов неверно. В XX в. физики убедились, что существует электричество только одного рода^[8] и носителями его являются крохотные частицы вещества (самые малые материальные тела из известных нам в природе), которые были названы электронами. Мы не можем видеть электроны, как не видим и более крупные частицы материи, называемые атомами, в состав которых входят электроны; однако косвенные данные, подтверждающие существование электронов, вполне убедительны. Отрицательно заряженное тело (т.е. тело, обладающее свойствами шелка, потертого о стеклянную палочку) содержит избыток электронов. Что же касается тел, которые мы ранее называли положительно заряженными (например, стекло, натертое шелком), то у них электронов не хватает. По-видимому, при натирании стекла шелком какое-то количество электронов уходит из стекла, притягиваясь к атомам шелка. В результате стекло, в котором недостает электронов, становится положительно заряженным, а шелк — отрицательно заряженным. О теле, содержащем нормальное количество электронов, говорят, что оно электрически нейтрально.

Располагая подходящими приспособлениями, мы можем изучать поведение заряженных тел. Например, если подвесить на нитях на небольшом расстоянии друг от друга два положительно заряженных стеклянных шарика, то они отталкиваются, так как оба заряжены положительно. Мы видим, что заряженные тела (равно как и магнитные полюса) взаимодействуют друг с другом. Ясно поэтому, что в электрических и магнитных явлениях мы имеем дело с силами, которые можно попытаться использовать на практике. Исследуем сначала различные явления, связанные с электричеством.

Естествоиспытатели конца XVIII в., поглощенные изучением взаимодействия заряженных тел, хорошо усвоив уроки своих предшественников, Галилея и Ньютона, занялись поиском количественных законов. Первое же открытие повергло их в изумление. Поскольку сила, с которой одно заряженное тело действует на другое, зависит от количества электричества (точнее величины электрического заряда) в каждом из тел, прежде всего необходимо было установить меру электричества. Определенное количество электричества надлежало принять за эталон (подобно тому как некоторое количество вещества было выбрано за единицу массы), чтобы сравнивать с этим эталоном количество электричества в исследуемых телах. Одной из общепринятых единиц измерения электрического заряда является кулон (Кл), названный так в честь французского физика Шарля Огюстена Кулона (1736-1806), открывшего тот самый закон взаимодействия электрических зарядов, к рассмотрению которого мы и перейдем. Два заряда, q_1 и q_2 , притягиваются или отталкиваются в зависимости от того, разноименны они (т.е. один положительный, а другой отрицательный) или одноименны (оба положительны или оба отрицательны). Кулон установил, что сила притяжения (или отталкивания) F , действующая между зарядами, определяется по формуле

$$F = kq_1q_2/r^2,$$

где r — расстояние между двумя наборами зарядов, q_1 и q_2 , k — постоянная. Значение k зависит от единиц, в которых измеряются заряд, расстояние и сила.

Выведенная Кулоном формула обладает одной замечательной особенностью: по виду она идентична закону всемирного тяготения Ньютона. Заряды q_1 и q_2 выполняют здесь роль

массы, а сила взаимодействия также обратно пропорциональна квадрату расстояния между зарядами, как и сила гравитационного притяжения, действующая между двумя массами. Разумеется, в законе Кулона сила электрического взаимодействия может быть как силой притяжения, так и силой отталкивания, в то время как сила тяготения всегда является силой притяжения.

В конце XVIII в. итальянский естествоиспытатель Луиджи Гальвани (1737-1798) взял два соединенных последовательно проводника из различных металлов и замкнул их концы на нерв препарированной лапки лягушки. Лягушачья лапка дернулась. Гальвани, занимавшийся изучением «животного электричества», объяснил сокращение мышцы возникновением в ней электрического тока. Однако значение этого открытия Гальвани по достоинству оценил другой итальянец, профессор физики университета в Падуе Алессандро Вольта (1745-1827). Вольта понял, что при контакте проводников из различных металлов между их свободными концами начинает действовать сила (получившая ныне название электродвижущей), и нашел более эффективную в этом отношении комбинацию металлов. Так был создан первый электрохимический элемент, или электрическая батарея. Заменяв лягушачий нерв проводником и присоединив концы проводника к полюсам батареи, Вольта показал, что электродвижущая сила способна заставить крохотные частицы вещества перемещаться по проводнику. Такое направленное движение заряженных частиц (каковыми, как выяснилось много позже, являются электроны) по проводнику и есть электрический ток. Построенная Вольтой батарея заставляла электроны именно двигаться, а не скапливаться в каком-то материале, как, например, в янтаре, натертом мехом. Заметим попутно, что батарея Вольты в принципе не отличается от батарей и батареек, используемых ныне в автомобилях и карманных фонариках. Напряжение, создаваемое батареей, измеряется ныне в вольтах (В), единицах, названных в честь Вольты, а ток — в амперах (А), получивших название в честь ученого, с которым нам вскоре предстоит познакомиться; $1 \text{ А} = 1 \text{ Кл/с}$ или 6×10^8 электрон/с.

Долгое время считалось, что электричество и магнетизм — явления различные и между собой не связанные. Однако в XIX в. представления в корне изменились, и взаимосвязь, установленная между электричеством и магнетизмом, подводит нас к самой сути нашего повествования. Впервые связь электрических и магнитных явлений обнаружил в 1820 г. датский физик, профессор Копенгагенского университета Ханс Кристиан Эрстед (1777-1851). Пропуская через проводник ток от батареи Вольты, Эрстед заметил, что подвешенная над проводником магнитная стрелка отклоняется. При изменении направления тока на обратное стрелка отклонялась на такой же угол, но в другую сторону. Это наблюдение Эрстеда можно объяснить тем, что электрический ток создает вокруг проводника магнитное поле, которое притягивает или отталкивает другие намагниченные тела так же, как природные магниты из железной руды, о которых писал в свое время Фалес Милетский.

Следующий вклад в выявление фундаментальной взаимосвязи между электричеством и магнетизмом сделал французский физик, профессор Политехнической школы Андре Мари Ампер (1775-1836), знавший о работе Эрстеда. В 1821 г. Ампер заметил, что два параллельных проводника с током ведут себя, как два магнита: если токи текут в них в одном направлении, то проводники притягиваются, а если в противоположных — отталкиваются.

Установить еще одну существенную связь между электричеством и магнетизмом выпало на долю самоучке, бывшему переплетчику Майклу Фарадею (1791-1867) и

преподавателю Академии в Олбани (шт. Нью-Йорк) Джозефу Генри (1797-1878); их открытия проложили путь для появления великого Максвелла. Фарадея и Генри заинтересовал следующий вопрос. Если проводник, по которому течет ток, создает магнитное поле, то не справедливо ли обратное, т.е. не вызывает ли магнитное поле ток в проводнике? Как показали в 1831 г. Фарадей и Генри, на поставленный вопрос следует ответить утвердительно, правда, при условии, что проводник находится в переменном магнитном поле. Это явление получило название электромагнитной индукции.

Рассмотрим более подробно суть открытия Фарадея и Генри. Предположим, что прямоугольная проволочная рамка (рис. 28), жестко укрепленная на стержне R , помещена в магнитное поле. Если заставить стержень вращаться, например, соединив его с приводом от водяного колеса или парового двигателя, то рамка также придет во вращение. Предположим, что стержень (отдельно от рамки) вращается с некой постоянной скоростью против часовой стрелки и что сторона рамки BC начинает вращаться из самого нижнего своего положения (считается, что изначально рамка располагается вертикально). Когда эта сторона, поднимается вверх, описав дугу в 90° (т.е. рамка перейдет из вертикального положения в горизонтальное), электрический ток течет в рамке от C к B и достигает максимума, когда рамка занимает горизонтальное положение. При дальнейшем подъеме стороны BC ток в рамке убывает и становится равным нулю (полностью прекращается), когда сторона BC занимает самое верхнее положение. При дальнейшем вращении рамки в ней снова возникает ток, который теперь течет в направлении от B к C . Ток опять постепенно нарастает, достигая максимума, когда рамка снова оказывается в горизонтальном положении. При дальнейшем движении стороны BC в самое нижнее положение ток постепенно убывает и, наконец, полностью прекращается. Этот цикл повторяется с каждым новым полным поворотом стержня. Возникновение и протекание тока в проводнике, движущемся в магнитном поле, дают нам новые примеры явления электромагнитной индукции.

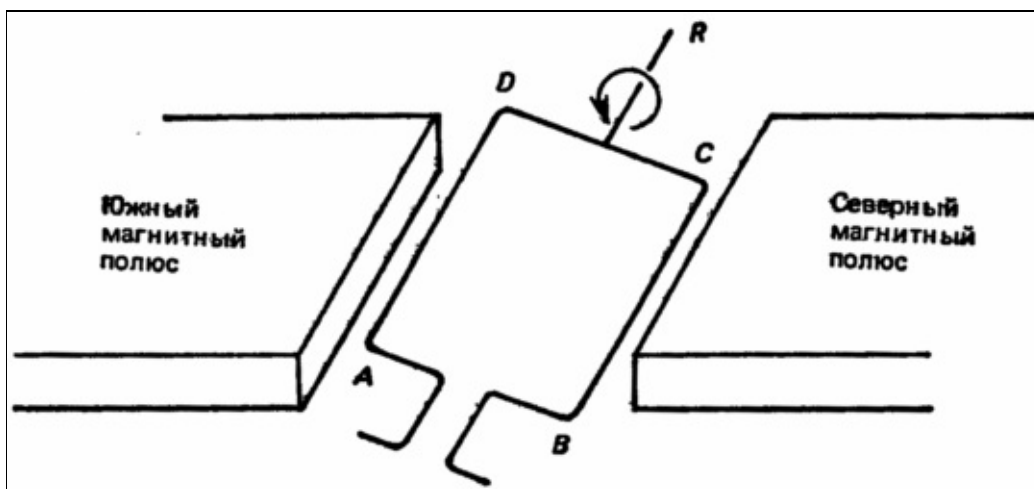


Рис. 28.

Ток в проводнике представляет собой направленное движение миллиардов крохотных невидимых частиц вещества, называемых электронами. Величина тока, вызванного э.д.с. (этот ток называется индукционным), изменяется со временем, и, поскольку все эти величины измеримы, можно найти функциональную зависимость между ними. Соотношение между силой индукционного тока и временем заведомо носит периодический

характер, т.е. последовательные изменения тока повторяются с каждым полным поворотом рамки. Было бы опрометчиво утверждать априори, что периодическая зависимость силы тока от времени непременно должна описываться синусоидой. Однако природа не перестает «подстраиваться» под придуманную человеком математику: соотношение между силой тока I и временем t действительно имеет вид

$$I = a \cdot \sin bt,$$

где амплитуда a зависит, в частности, от величины магнитного поля (точнее магнитной индукции), а частота b — от скорости вращения рамки. Если рамка совершает 60 оборотов за 1 с, то пройденный ею угол $b = 60 \times 360^\circ = 21\,600^\circ/\text{с}$. (Функция $y = \sin x$ проходит один полный цикл, когда x изменяется в пределах от 0 до 360° . Следовательно, ток с частотой 60 циклов/с успевает пройти те же изменения, которые претерпевает функция $y = \sin x$, когда x изменяется от 0° до $21\,600^\circ/\text{с}$. Если ток течет t секунд, то x изменяется соответственно от 0° до $21\,600^\circ/\text{с}$.) Электрический ток, которым в США пользуются в быту, как правило, совершает 60 полных синусоидальных циклов за 1 с; его называют переменным током с частотой 60 герц (Гц; 1 Гц = 1 цикл/с).

Итак, электрический ток может быть описан математической формулой. Но как электромагнитная индукция порождает ток? Это явление весьма загадочно. Каким-то образом движение проводника в магнитном поле создает в проводнике электродвижущую силу (э.д.с.), которая и вызывает электрический ток.

Нет нужды рассказывать современному читателю о том, сколь широко применение электричества в нашей жизни и какое огромное влияние оказала электрическая энергия на развитие человеческого общества. Однако следует заметить, что принципы получения электрической энергии с помощью механических устройств и превращения ее в механическую энергию были исследованы задолго до того, как люди стали помышлять о практическом использовании электричества. Рассказывают, что однажды кто-то из посетителей лаборатории спросил у Фарадея, какую пользу можно извлечь из индуцирования электрического тока в проводниках, на что ученый ответил: «Какая польза может быть от новорожденного младенца? Он вырастет и станет взрослым человеком». Позднее в лаборатории Фарадея побывал Гладстон, бывший тогда министром финансов Великобритании, и задал тот же вопрос, на который Фарадей ответил: «Вскоре, сэр, вы будете облагать это налогом».

Фарадей провел еще один важный эксперимент, который расширил наши представления об электромагнитных явлениях. Он поместил два витка проводника поблизости друг от друга (рис. 29). Замысел Фарадея состоял в следующем. Если по левому витку CD пропустить ток, то он должен создать магнитное поле (его направление показано на рисунке овальными линиями), которое пронизет второй виток EF . Но Фарадею нужно было переменное магнитное поле, поэтому концы A и B первого витка он присоединил к источнику переменного тока. Как показал в свое время Эрстед, переменный ток, проходя по витку CD должен создавать вокруг него переменное магнитное поле. Чем больше сила тока, тем больше величина магнитного поля вокруг витка CD . Чем меньше сила тока, тем слабее создаваемое им магнитное поле. Так как виток EF расположен рядом с витком CD , магнитное поле, порождаемое током в витке CD , захватывает и виток EF .

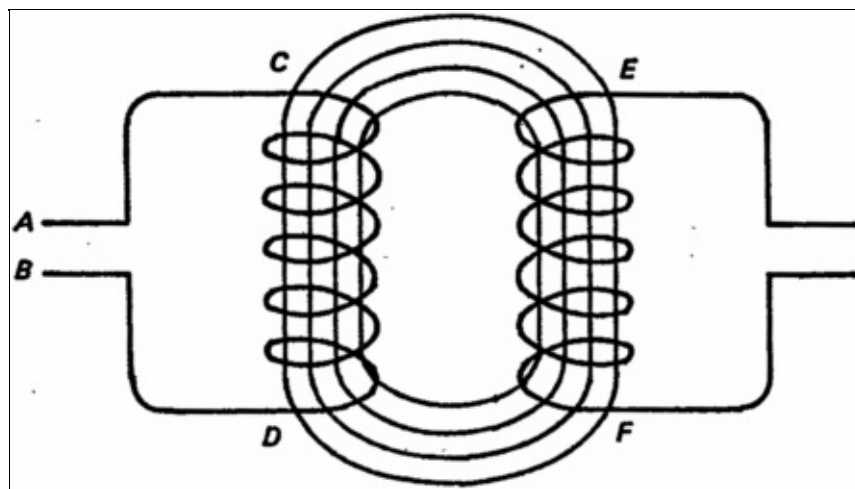


Рис. 29.

Так Фарадей получил переменное магнитное поле, пронизывающее проводник — виток EF . Но если переменное магнитное поле проходит через проводник, то оно наводит в нем э.д.с.; поэтому и в витке EF переменное магнитное поле должно наводить э.д.с. и (если виток замкнут) генерировать электрический ток. Кроме того, поскольку в опыте Фарадея магнитное поле не только проходит через виток EF , но и меняется по величине, то возрастая, то убывая, сила индукционного тока в витке EF также то возрастает, то убывает. Следовательно, ток в витке EF должен быть переменным. Фарадей предполагал, что индукционный ток будет протекать в витке EF до тех пор, пока в первом витке (CD) течет переменный ток, и надеялся таким путем детально исследовать индукционный ток.

Фарадей обнаружил, что в витке EF действительно возникает переменный ток. Более того, как он и ожидал, частота индукционного тока в точности совпала с частотой напряжения, приложенного к концам A и B первого витка. Очевидно было и практическое применение открытия Фарадея: передача электрического тока с одного витка на другой, хотя второй не соединен с первым. Именно на таком принципе основана работа современных трансформаторов. Однако не будем вдаваться в технические подробности, ибо это увело бы нас слишком далеко от предмета нашего повествования.

После открытия Фарадеем явления электромагнитной индукции, которое послужило новым подтверждением неразрывной связи между электричеством и магнетизмом, наука об электромагнетизме (так стали называть взаимосвязь электричества и магнетизма) достигла значительных успехов. Но по мере усложнения картины электромагнитных явлений Фарадей испытывал все большие трудности в их толковании. Пока дело касалось простых электрических и магнитных полей, не составляло особого труда построить наглядную физическую картину и получить с помощью измерений либо путем несложных рассуждений соответствующие математические зависимости. Но уже при изучении электромагнитной индукции определение э.д.с. и тока во втором витке (если известен ток в первом) оказалось весьма сложной задачей. Прежде всего требовалось вычислить величину магнитного поля, создаваемого током в первом витке, а затем напряжение и ток, индуцируемые во втором витке. Кроме того, хорошо понимая, что открытый им физический процесс сулит немалую практическую выгоду, Фарадей хотел бы знать, каким образом можно повысить его эффективность. Как увеличить силу тока во втором витке: повышая силу тока в первом витке, удлиняя первый виток или делая его более широким? Как наилучшим образом

расположить витки относительно друг друга?

Фарадей пришел к выводу, что магнитное действие электричества передается частицами среды, прилегающими к наэлектризованному телу, и назвал эту среду диэлектриком. Магнитное воздействие в такой среде, по мнению Фарадея, осуществляется через магнитные силовые линии, которые невидимы, хотя Фарадей был убежден в их реальности.

Фарадей допускал, что рассуждения о магнитных силовых линиях в чем-то ошибочны и нуждаются в уточнениях, но наглядность этого понятия делала его полезным и для экспериментатора, и для математика. Фарадей считал, что такие рассуждения приближают к физической истине и упорно стремился найти физическое объяснение явления электромагнитной индукции. Именно Фарадей высказал предположение, что магнитные силовые линии расходятся во все стороны от проводника с током или полюса магнита и привел экспериментальные факты, подтверждающие существование магнитных силовых линий: например, если вокруг магнита насыпать железные опилки, то они самопроизвольно выстраиваются вдоль силовых линий.

Хотя Фарадей был хорошо осведомлен о возможностях математики, его стихией оставались экспериментирование и физическое осмысление наблюдаемого. Но физическое мышление не позволяло проникнуть в суть сложных электромагнитных явлений. Легко представить себе полет пушечного ядра, угол прицеливания и дальность стрельбы. Но электрические и магнитные поля невидимы, поэтому выяснить их конфигурацию не так-то просто. Хотя в прошлом наглядные физические образы не раз приводили Фарадея к успеху, теперь он осознавал, что именно ограниченность физического мышления мешает ему продвинуться дальше. Фарадей в своих исследованиях достиг той стадии, когда физика становится слишком трудной и требуется помощь математики.

К счастью, выдающийся физик-теоретик XIX в. Джеймс Клерк Максвелл (1831-1879) усердно готовил себя к вступлению на поприще математической физики. Еще в юности Максвелл подавал большие надежды. Написанная им в возрасте 15 лет работа о построении некоторых кривых с помощью механических устройств была опубликована в журнале *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*. В годы учения в Эдинбургском и Кембриджском университетах его блестящие способности и оригинальность мышления были замечены как профессорами, так и сокурсниками. В 1856 г. Максвелл стал профессором физики Маришальского колледжа в Абердине. Через несколько лет он перешел в Королевский колледж в Лондоне, а в 1871 г. — в Кембриджский университет.

Как всех истинных ученых, Максвелла привлекали наиболее трудные задачи, стоявшие перед наукой его времени. Он предложил один из способов получения цветной фотографии; его имя значится также среди создателей кинетической теории газов. Однако наибольшую известность он приобрел как автор теории электромагнитного поля, и именно эти его работы представляют для нас интерес. Максвелл задался целью охватить в рамках единой теории все известные электрические и магнитные явления. К работе в области теории электромагнитного поля он приступил, ознакомившись с «Экспериментальными исследованиями» Фарадея. В 1855 г., в возрасте двадцати трех лет. Максвелл опубликовал свою первую статью по теории электромагнитного поля, которая называлась «О силовых линиях Фарадея». И в этой, и в последующих работах Максвелл ставил перед собой цель перевести физические исследования Фарадея на язык математических формул.

В начале 50-х годов XIX в. Максвелл испытал на себе весьма сильное влияние работ

Уильяма Томсона (лорда Кельвина; 1824-1907), Томсон отдавал предпочтение механическому объяснению электрических и магнитных явлений и имел обыкновение сводить их к течениям жидкости, потокам тепла и упругости. Механические аналогии Томсон распространял и на эфир, рассматривая его как среду, в которой происходит взаимодействие соприкасающихся частиц (такую интерпретацию эфира несколько раньше предложили математики Коши, Пуассон и Навье), т.е. имеют место близкодействующие, а не далекодействующие силы. Максвелл также попытался дать механическое объяснение действию эфира, однако, как и Томсон, не преуспел в этом. Тем не менее Томсон в противоположность далекодействию ввел понятие, которое теперь принято называть полем, и Максвелл воспринял новую идею, Томсон предпринял также первые шаги к созданию математической теории распространения волн, и Максвелл воспользовался некоторыми из полученных им результатов.

Используя представление об эфире как об упругой среде, Максвелл в 1861 г. по-новому взглянул на нерешенную проблему электромагнитной индукции. Из работы Фарадея по передаче электрического тока с одного витка проводника на другой было ясно, что магнитное поле может распространяться на некоторое расстояние. Максвелл пришел к выводу, что переменный электрический ток также способен проникать в пространство, окружающее виток с током. Такой ток, который Максвелл назвал током смещения, позволял объяснить некоторые эффекты, наблюдаемые на большом расстоянии от «реальных» физических токов, текущих по проводнику. В своей работе Максвелл впервые упомянул о токе смещения, но ни ясности, ни полноты картины еще не было.

Чтобы обосновать свою интерпретацию токов смещения и придать ей определенную законченность, Максвелл проанализировал поведение конденсатора в электрической цепи. Простейший конденсатор состоит из двух параллельных пластин, разделенных слоем изолятора, например воздуха или даже вакуума. Переменный ток проходит через конденсатор. Максвелл полагал, что эфир передает ток смещения с одной пластины конденсатора на другую.

В 1865 г. Максвелл опубликовал свою основополагающую работу «Динамическая теория электромагнитного поля», в которой отказался от физических моделей и привел правильные математические уравнения. Уравнения Максвелла включали новый член, физически соответствовавший току смещения. Математическая формулировка нового понятия убедила Максвелла в том, что токи смещения могут распространяться на большие расстояния.

Природа токов смещения требует некоторых дополнительных пояснений. Следуя Фарадею, Максвелл считал, что электрические и магнитные поля существуют в пространстве вокруг магнитов и проводников с током. Закон Ампера относится к току, текущему по проводнику. Но если ток переменный (например, изменяется со временем пропорционально $\sin t$), то электроны в проводнике быстро смещаются то в одну, то в другую сторону. Возбуждаемое ими электрическое поле также колеблется «туда-обратно», — и в любой точке пространства вне проводника напряженность поля будет изменяться во времени. Следовательно, можно считать, что переменный ток в проводнике как бы сопровождается переменным электрическим полем в окружающем проводник пространстве. Максвелл считал реальным такое переменное электрическое поле и заметил, что оно по своим математическим свойствам аналогично току, хотя (если не считать проводника, создающего поле) оно не сводится к движению электронов. Тем самым Максвелл обосновал

разумность предложенного им названия такого переменного электрического поля — ток смещения, ибо эффект состоит в смещении, или колебании, электрического поля. Этот вывод Максвелл сформулировал в «Трактате по электричеству и магнетизму» (1873) следующим образом:

Одна из главных особенностей этого трактата состоит в принятии концепции, согласно которой истинный электрический ток — тот, от которого зависят электромагнитные явления, нельзя отождествить с током проводимости (текущим в проводнике), но что должно быть принято во внимание при исчислении общего движения электричества изменение во времени электрического смещения.

([22], с. 484.)

Максвелл принялся методично «извлекать» математические следствия из существования тока смещения. Согласно Эрстеду, ток в проводнике создает магнитное поле. Но, так как к току проводимости теперь добавился ток смещения, Максвелл заключил, что ток смещения также порождает магнитное поле и оно составляет часть того поля, которое раньше приписывали только току проводимости. Иначе говоря, окружающее проводник магнитное поле обусловлено и током проводимости, и током смещения.

Резюмируя, можно сказать, что первый смелый шаг Максвелла состоял во введении тока смещения и утверждении, что этот ток, существующий в пространстве, а не в проводнике, также порождает магнитное поле. Максвелл пересмотрел закон Ампера, пытаясь установить зависимость между полным током (складывающимся из тока проводимости и тока смещения) и создаваемым вокруг проводника магнитным полем. Следовательно, наиболее существенный вывод Максвелла заключается в следующем: любое переменное электрическое поле, создаваемое либо током проводимости, либо током смещения, порождает магнитное поле. Если вспомнить теперь закон индукции Фарадея, который в формулировке Максвелла гласит, что переменное магнитное поле создает переменное электрическое поле, то станет ясно, что Максвелл придал закону Фарадея двойное звучание.

Теперь нам уже нетрудно понять, к какому заключению пришел Максвелл чисто математическим путем. Волны синусоидального тока в витке CD (см. рис. 29), порождают в окружающем пространстве переменное электрическое поле, которое создает переменное магнитное поле. Но, как мы знаем, переменное магнитное поле создает переменное электрическое поле, а то в свою очередь порождает переменное магнитное поле и т.д. Как ведут себя эти поля под постоянным «давлением» со стороны тока, текущего в проводнике CD ? Ответ почти очевиден. Они распространяются в пространстве, достигая точек, весьма удаленных от витка CD . Эти поля в состоянии достичь и витка EF , расположенного *далеко от витка CD* . Переменное электрическое поле вызывает в витке EF ток, который, как и всякий ток, можно использовать для любых целей. Таким образом, Максвелл установил, что электромагнитное поле, т.е. комбинация переменного электрического и переменного магнитного полей, *распространяется в пространстве*. Видимо, нечто подобное подозревал Фарадей, когда пытался выяснить, что произойдет, если виток EF несколько отодвинуть от витка CD . Но то, о чем Фарадей лишь догадывался на основе физической интуиции, не понимая механизма явления и не признавая существования токов смещения, Максвелл установил на прочной математической основе.

Любая волна характеризуется длиной волны и частотой (числом циклов в секунду). Длина волны электромагнитного излучения определяется (хотя это, возможно, непосредственно не видно) размером витка (колебательного контура). Чтобы виток (или любой другой проводник, используемый для передачи электромагнитных волн в пространстве) имел разумные размеры, длина волны должна быть достаточно малой.

Познакомимся теперь поближе с основными характеристиками волн — длиной волны и частотой. Рассмотрим синусоидальную волну, изображенную на рис. 30. Полному циклу соответствует отрезок синусоиды от O до A . Этот цикл многократно повторяется в течение секунды, и число таких циклов за одну секунду называется частотой. Длиной волны λ (лямбда) называется расстояние от P до Q . Расстояние, проходимое волной за одну секунду, равно произведению длины волны на частоту:

$$\lambda f = c.$$

где c — скорость распространения волны.

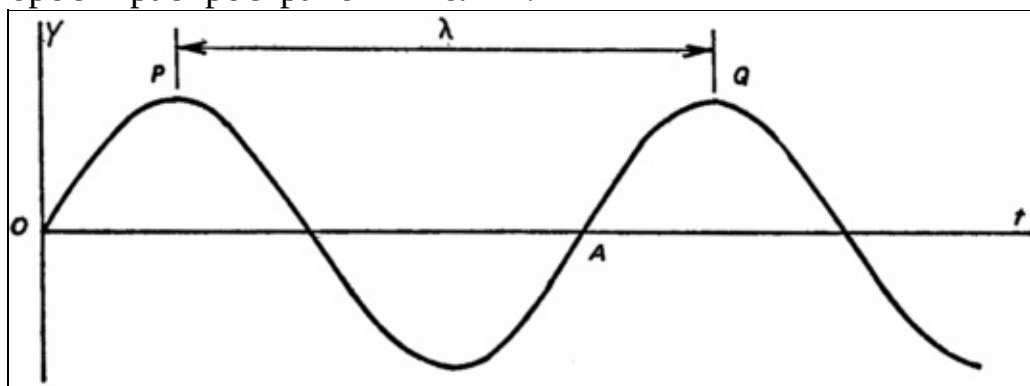


Рис. 30.

Электромагнитные волны несколько сложнее. Распространяется, изменяясь по синусоидальному закону, не только электрическое, но и магнитное поле. Кроме того, векторы электрического и магнитного полей взаимно перпендикулярны и оба перпендикулярны направлению распространения волны. На рис. 31 показано, что векторы напряженности электрического E и магнитного H полей совершают колебания в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

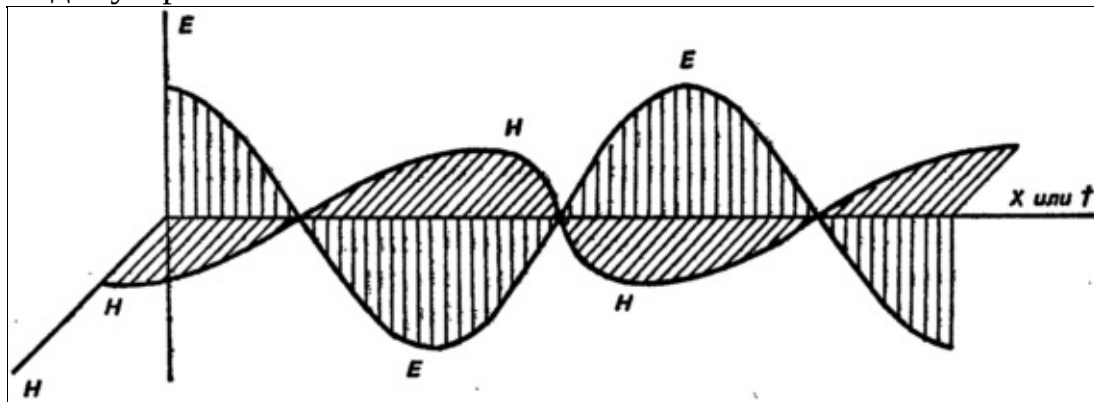


Рис. 31.

Таким образом, первое и величайшее открытие Максвелла заключалось в том, что

электромагнитные волны могут распространяться на тысячи километров от источника и, располагай мы соответствующим прибором, их можно было бы обнаружить и достаточно далеко от источника. Максвеллу принадлежит и второе сенсационное открытие, касающееся света. Свет, как явление, интересовал еще древних греков, к многочисленным экспериментам, проводимые на протяжении веков, привели в конце концов к двум «конкурирующим» теориям о природе света. Одна из них утверждала, что свет состоит из крохотных невидимых частиц, движущихся вдоль прямолинейных лучей. Согласно другой теории, свет представляет собой волны. Выдвигались различные предположения относительно того, как эти волны формируются и распространяются. Обе теории более или менее удовлетворительно, объясняли эффекты отражения и преломления света, т.е. изменения направления распространения света при переходе из одной среды в другую, например из воздуха в воду. Но если говорить о дифракции света (огибании светом препятствий, скажем непрозрачного диска), то здесь более разумное объяснение давала волновая теория. Согласно этой теории, свет ведет себя подобно волнам на воде, которые огибают корпус судна и сходятся за его кормой. В начале XIX в. убедительные аргументы в пользу волновой теории света представили Томас Юнг (1773-1829) и Огюстен Френель (1788-1827). Однако ни тот ни другой ничего не говорили о среде, в которой распространяется свет.

Нельзя не упомянуть еще об одном важном событии в истории науки о свете. В 1676 г. датский астроном Олаф Рёмер (1644-1719) показал, что скорость света конечна, и сумел достаточно точно оценить ее, получив величину $2,2 \cdot 10^{10}$ см/с. Скорость света Рёмер вычислил, сравнивая продолжительность покрытия Юпитера одним из его спутников в двух положениях: когда Земля в суточном вращении движется по направлению к Юпитеру и когда от него. Расстояния, проходимые светом в этих двух случаях, отличались примерно на диаметр Земли, и Рёмер измерил соответствующую разность времен. Более точные измерения, произведенные в XIX в., показали, что скорость света равна примерно $3 \cdot 10^{10}$ см/с, или 300 000 км/с.

Последовательно развивая математическую теорию электромагнитного поля, Максвелл обнаружил, что электромагнитные волны распространяются со скоростью 300 000 км/с. Он знал, что по измерениям Олафа Рёмера и других физиков примерно такова же скорость распространения света. Совпадение скоростей распространения и понимание того, что как электромагнитное излучение, так и свет представляют собой волновое движение, побудили Максвелла отнести свет к электромагнитным явлениям. В 1862 г. Максвелл писал: «Мы вряд ли можем избежать вывода о том, что свет сводится к поперечным колебаниям той самой среды [эфира], которая является причиной электрических и магнитных явлений». Об этом же Максвелл говорил и в работе 1868 г. Эта идея Максвелла лежит в основе и современной теории света (см. гл. IX, посвященную специальной теории относительности).

Вывод Максвелла о том, что свет — электромагнитное явление, по праву считается вершиной его исследований в области электромагнетизма. Более точный смысл утверждения Максвелла состоит в следующем. Белый свет (например, солнечный) представляет собой комбинацию колебаний очень широкого интервала частот. Видимый диапазон охватывает спектр частот $(4 \div 7) \cdot 10^{14}$ Гц. Наш глаз «регистрирует» различные частоты как разные цвета. Если частота падающего света изменяется от наименьшей до наибольшей в пределах видимого диапазона, то наши цветовые ощущения, в формировании которых участвуют и нервы, и головной мозг, постепенно изменяются: мы воспринимаем сначала красный, затем желтый, зеленый, синий и, наконец, фиолетовый цвет. Смешивая

различные «чистые» цвета, мы получаем новые. Например, белый свет является не простым (или чистым) «тоном», а своего рода «аккордом», в котором одновременно «звучит» множество цветов. Солнечный свет содержит все цвета от красного до фиолетового, но в сочетании они создают ощущение белого света.

Электромагнитная теория света, согласно которой свет представляет собой последовательное чередование электрических и магнитных полей, позволяет нам наилучшим образом объяснить все явления, связанные со светом. Как мы уже говорили, различные теории света выдвигались и до Максвелла, но ни одной из них не удавалось адекватно объяснить все световые явления. Они получили удовлетворительное объяснение лишь в рамках электромагнитной теории света. На ее основе ученые сумели, например, предсказать, как будет вести себя свет при прохождении через различные среды. Старая концепция, трактующая свет как некую таинственную, неизменную по своим свойствам субстанцию, распространяющуюся по прямолинейным траекториям и удовлетворяющую законам отражения и преломления, давала достаточно хорошее приближение по вполне понятной причине. Хотя, строго говоря, световые волны распространяются в пространстве не прямолинейно и амплитуда волны в данной точке пространства изменяется со временем, а в каждый конкретный момент времени изменяется от точки к точке, эти колебания столь малы и быстротечны, что свет кажется непрерывным потоком.

Сделанное на основе математических рассуждений заключение, что свет представляет собой электромагнитные волны, иллюстрирует одно из замечательных достоинств математики. По словам одного из выдающихся современных философов Алфреда Норта Уайтхеда, «оригинальность математики состоит в том, что в математических науках выявляются взаимосвязи между вещами, крайне не очевидные, если исключить посредничество человеческого разума».

Во времена Максвелла физики уже в какой-то мере были осведомлены о существовании и свойствах ультрафиолетового (УФ) излучения: невидимые для человеческого глаза, эти волны «выявляют» себя, например, засвечивая фотопленку. Инфракрасное (ИК) излучение, также невидимое, переносит тепло, легко регистрируемое термометром. В солнечном свете представлено и ультрафиолетовое и инфракрасное излучения. Оба невидимых излучения возникают, если, например, пропустить электрический ток через специальные проводники, подобно тому как возникает видимый свет при прохождении тока через вольфрамовую проволоку (нить накала). Предположение о том, что инфракрасное и ультрафиолетовое излучения также представляют собой электромагнитные волны, вскоре получило экспериментальное подтверждение. Оказалось, что частоты УФ-излучения чуть выше, а частоты ИК-излучения чуть ниже частот света видимого диапазона.

Вскоре одна за другой были разрешены и другие загадки электромагнитных волн. В 1895 г. немецкий физик Вильгельм Конрад Рентген (1845-1923) открыл новое излучение, которое впоследствии стали называть рентгеновским. Как было установлено чуть позже, таинственные рентгеновские лучи есть не что иное, как электромагнитные волны с частотами еще более высокими, чем УФ-излучение. Наконец, было сделано еще одно открытие: испускаемое некоторыми радиоактивными веществами гамма-излучение также имеет электромагнитную природу и лежит в диапазоне частот более высоких, чем рентгеновское излучение.

Спектр электромагнитного излучения простирается в интервале частот 10^3 - 10^{23} Гц, т.е. охватывает диапазон, верхняя граница которого превышает нижнюю в 10^{20} раз, или, если

вместо десятичной шкалы перейти к двоичной, $10^{20} = 2^{67}$ (напомним, что в области звуков, воспринимаемых человеческим ухом, каждое удвоение частоты соответствует повышению тона на октаву). Из шестидесяти семи «октав» электромагнитного спектра только одна охватывает видимый диапазон. Это говорит о весьма ограниченных возможностях наших глаз. Но мы располагаем приборами, позволяющими обнаруживать инфракрасное, ультрафиолетовое, рентгеновское и гамма-излучение.

Как была воспринята «эфирная» теория? В 1873 г. почти все физики скептически относились к существованию электромагнитных волн: понять новую концепцию было не так-то просто! Исключение составлял Хендрик Антон Лоренц (1853-1928), безуспешно пытавшийся экспериментально воспроизвести электромагнитные волны различных типов. Тем не менее в 1875 г. в своей докторской диссертации он отмечал, что теория Максвелла позволяет гораздо лучше объяснить эффекты отражения и преломления света, чем любая другая из известных теорий.

Возникла острая необходимость в экспериментальном подтверждении теории электромагнитного поля, ибо математические предсказания, основанные на физических аксиомах, — в данном случае это уравнения Максвелла — нельзя считать достоверными; ведь физические аксиомы могут быть неверны. В 1887 г., т.е. почти через 25 лет после того, как Максвелл предсказал существование электромагнитных волн, другой знаменитый физик и один из лучших учеников Гельмгольца Генрих Герц (1857-1894) сумел создать генератор (вибратор Герца) электромагнитных волн и осуществить их прием с помощью резонатора (резонатор Герца), находившегося на некотором расстоянии от передатчика. Электромагнитные волны того диапазона, в котором работали первые приемопередающие устройства, долгое время называли волнами Герца. Ныне эти волны, получившие название радиоволн, находят самое разнообразное применение. Так, теория электромагнитного поля Максвелла получила несколько неожиданное подтверждение и вскоре стала широко использоваться на практике.

Еще через несколько лет (1892) английский физик-экспериментатор Уильям Крукс изобрел беспроводную телеграфию. К 1894 г. Оливер Джозеф Лодж осуществил передачу электромагнитных волн на короткие расстояния. Наконец, в 1897 г. Гульельмо Маркони запатентовал свою идею о передаче электромагнитных волн на дальние расстояния с помощью специальной антенны.¹⁹¹ По мнению Маркони, радиосигналы можно было передавать через Атлантический океан из Европы в Северную Америку. Первая радиопередача (человеческой речи) действительно вскоре состоялась. В 1907 г. Ли де Форест изобрел первую электронную лампу, и передача по радио музыки и речи стала привычным явлением.

Возможность передачи по радио человеческой речи явилась поистине замечательным открытием. Звук распространяется в воздухе со скоростью около 330 м/с. Если бы звуковые волны могли прийти, например, из Нью-Йорка в Сан-Франциско, то звукового сигнала нам пришлось бы ожидать около восьми часов. По телефону мы слышим каждое слово, произносимое нашим собеседником, практически без всякой задержки, так как сигнал переносится в основном радиоволнами, а они распространяются со скоростью около 300 000 км/с.

В наши дни мы сталкиваемся со столь многочисленными разновидностями электромагнитных волн, что перестали удивляться их замечательным свойствам. Вспомним, например, как осуществляются передачи телевизионного изображения. Изменения в

освещенности сцены превращаются с помощью телевизионной камеры в электрический ток; ток в свою очередь преобразуется в электромагнитные волны, которые распространяются в пространстве. В приемной антенне эти волны индуцируют электрический ток, который поступает в электрическую цепь; наконец, с помощью электронно-лучевой трубки (кинескопа в наших домашних телевизорах) этот ток преобразуется в световые волны.

Основной проблемой в конце прошлого века было распространение электромагнитных волн. Хотя сам Максвелл выражал в 1856 г. уверенность, что «зрелая теория, в которой физические факты получают физическое объяснение, будет построена теми, кто, вопрошая Природу, умеет получать только истинные решения проблем, подсказываемых математической теорией», не было ни малейшего представления о том, что именно распространяется от передатчика к приемнику. Титанические усилия, которые предпринимали ученые в надежде установить, что же представляют собой электрическое и магнитное поля, не увенчались успехом.

Доказав, что электромагнитные волны распространяются со скоростью света, Максвелл заключил, что они распространяются в эфире, так как со времен Ньютона эфир считали средой, в которой распространяется свет. Поскольку скорость распространения электромагнитных волн, очень велика, эфир, вероятно, должен быть очень твердым: ведь чем тверже тело, тем быстрее распространяются в нем волны. С другой стороны, если эфир заполняет все пространство, то он должен быть абсолютно прозрачным и планеты должны двигаться сквозь него без трения. Нетрудно видеть, что свойства, которыми награждали эфир, взаимно исключали друг друга. Кроме того, эфир должен быть неосязаемым, не имеющим запаха и неотделимым от других субстанций. Существование такой среды физически невероятно. Отсюда следует, что такая среда — фикция, ничего не значащее слово, способное удовлетворить лишь те умы, которые не привыкли доискиваться до сути. Более того, необходимо со всей отчетливостью понимать, что и понятие поля — не более чем «подпорки», позволяющие человеческому разуму продвинуться вперед на пути к знанию, но понимать его буквально, разумеется, не следует.

Итак, мы можем утверждать, что не располагаем никаким физическим объяснением действия электрического и магнитного полей, равно как и физическим знанием электромагнитных волн как волн. Только вводя в электромагнитные поля проводники, например приемные радиоантенны, мы убеждаемся, что эти волны действительно существуют. Тем не менее с помощью радиоволн мы передаем на гигантские расстояния сложные сообщения. Но какая именно субстанция распространяется в пространстве, нам так и не известно.

Не успокаивает и сознание того, что радиоволны окружают нас повсюду. Стоит лишь включить радиоприемник или телевизор, как мы тотчас обретаем способность воспринимать радиоволны, посылаемые десятком радио- и телестанций. Тем не менее наши органы чувств никак не реагируют на обилие радиоволн, пронизывающих пространство.

Непонимание физической природы электромагнитных волн беспокоило и многих творцов электромагнитной теории. У. Томсон в одном из выступлений в 1884 г. выразил неудовлетворенность теорией Максвелла, заявив: «Я никогда не испытываю удовлетворения до тех пор, пока мне не удастся построить механическую модель явления. Если я могу построить механическую модель явления, значит, я понимаю его. Но коль скоро мне не удастся построить механическую модель, значит, я чего-то не понимаю. Именно поэтому я не могу до конца понять электромагнитную теорию». Недоставало механической модели

эфира. Гельмгольц и Кельвин отвергли предложенный Максвеллом ток смещения как фикцию.

Хотя Максвелл тщетно пытался построить механическую теорию электромагнитных явлений — свести их к давлению и напряжениям в упругой среде — и более поздние усилия Г. Герца, У. Томсона, К.А. Бьеркнеса и А. Пуанкаре также не увенчались успехом, экспериментальное подтверждение теории Максвелла положило конец всем возражениям. Признание теории Максвелла означало вместе с тем и признание чисто математического подхода, ибо предположение о том, что электромагнитное излучение представляет собой электрическое и магнитное поля, особым образом связанные между собой и распространяющиеся в пространстве, вряд ли объясняет физическую природу электромагнитного поля. Охватывая с единой точки зрения свет, рентгеновское излучение и многие другие явления, теория Максвелла лишь уменьшает число естественнонаучных загадок, сводя многие загадки в одну.

Герцу принадлежит высказывание: «Теория Максвелла состоит из уравнений Максвелла». Механического объяснения электромагнитных явлений не существует, как не существует и необходимости в таком объяснении. Восхищенный могуществом математики, Герц не удержался от восклицания: «Трудно отделаться от ощущения, что эти математические формулы существуют независимо от нас и обладают своим собственным разумом, что они умнее нас, умнее тех, кто открыл их, и что мы извлекаем из них больше, чем было в них первоначально заложено» ([13], с. 389).

Точное и всеобъемлющее описание электромагнетизма есть описание математическое. Следовательно, теория электромагнитного поля представляет собой чисто математическую теорию, иллюстрируемую несколькими довольно грубыми физическими картинками. Эти картины — не более чем платье, облекающее тело математики и позволяющее ей «сойти за свою» в кругу физических наук. Физика-теоретика это обстоятельство может либо встревожить, либо преисполнить гордостью в зависимости от того, кто доминирует в нем — математик или физик.

Никто в большей мере не сознавал чисто математический характер теории электромагнитного поля, чем Максвелл. Хотя он предпринимал почти отчаянные попытки дать физическое описание электромагнитных явлений, в его классическом «Трактате по электричеству и магнетизму» о них почти не упоминается, а основное место отводится изложению безукоризненно стройной и сложной математической теории. Сам Максвелл однажды посоветовал проповеднику, чьи проповеди были выше разума аудитории: «Почему бы вам не разбавить ваши мысли поучительными примерами?» Однако все попытки самого Максвелла «разбавить» математическую теорию электромагнитного поля объяснениями, основанными на интуиции, оказались безуспешными. Радио- и световые волны распространялись в крошечной физической тьме, освещенной только для тех, кто держал в руках факел математики. Более того, если в некоторых областях физики математическую теорию удалось «подогнать» под физические факты, то в области электромагнетизма лучшее, что можно было сделать, это попытаться согласовать с математической теорией неадекватные физические картины.

Максвелл ощущал общую направленность и реалистически оценивал методы современной ему теоретической физики. По своему духу она была математической теорией. Теория электромагнитного поля Максвелла по широте охвата внешне, казалось бы, различных явлений в рамках единой системы математических законов превосходит даже

закон всемирного тяготения Ньютона. Поведение мельчайшей песчинки и массивнейшей из звезд может быть описано и предсказано на основе законов механики Ньютона. Невидимое разнообразие электромагнитных волн, в том числе и света, может быть описано и обращено в русло практических приложений с помощью теории электромагнитного поля Максвелла. Электрические токи, магнитные эффекты, радиоволны, инфракрасное излучение, видимый свет, ультрафиолетовое, рентгеновское и гамма-излучение, гармонические колебания с частотами от шестидесяти до числа с двадцатью четырьмя нулями герц — все это не более чем проявления одной и той же фундаментальной математической схемы. Теория Максвелла, столь глубокая и всеобъемлющая, что наше воображение бессильно представить себе ее подлинное величие, открыла в природе план и порядок, говорящие человеку о природе более красноречиво и проникновенно, чем сама природа.

Теория электромагнитного поля может служить еще одним примером мощи математических методов в раскрытии тайн природы. Человек постиг принцип действия и смог представить, как может выглядеть подводная лодка и самолет, задолго до того, как инженерам удалось построить их действующие модели. Но даже самый отчаянный фантазер вряд ли мог вообразить радио, а если кому-нибудь такая мысль и пришла бы в голову, ее немедленно отбросили бы как несбыточную.

Даже человек, с таким блеском нарисовавший физическую картину явления электромагнитной индукции, которая вдохновила Максвелла на создание теории электромагнитного поля, вынужден был признаться в полной несостоятельности своих попыток физически осмыслить электромагнетизм в целом. В письме к Максвеллу, написанном в 1857 г., Фарадей спрашивает, не может ли тот изложить основные положения своей математической теории

...на обычном языке столь же полно, ясно и определено, как и на языке формул? Если такое возможно, то не был бы их перевод с иероглифики поистине благодеянием для таких, как я, чтобы мы могли проверить их в эксперименте?.. Если такое возможно, то разве было бы плохо, чтобы математики, работающие над этими предметами, излагали свои результаты в популярном, полезном и рабочем виде, так же, как они излагают их в наиболее удобном и полезном для себя виде?

К сожалению, призыв Фарадея и поныне остается безответным.

Невозможность качественно, или материально, объяснить электромагнитные явления резко контрастирует с точными количественными описаниями тех же явлений, предложенными Максвеллом и его последователями. Подобно тому как законы Ньютона дают ученым средство, позволяющее работать с веществом и силой, не вдаваясь в объяснение ни того ни другого, уравнения Максвелла позволили ученым творить чудеса с электромагнитными явлениями, несмотря на отсутствие понимания физической природы последних. Количественные законы — это все, чем мы располагаем, пытаясь дать единое рациональное объяснение. Математические формулы точны и всеобъемлющи, качественная интерпретация расплывчата и неполна. Электроны, электрическое и магнитное поля, эфирные волны — не более чем имена переменных, входящих в формулы; как заметил по этому поводу Гельмгольц, в теории Максвелла электрический заряд является лишь носителем символа.

Но если физическое понимание электромагнитных явлений отсутствует, а наша

способность рассуждать о них, пользуясь физическими понятиями, весьма ограничена, то какова в этом случае природа нашего понимания электромагнитных реалий? На чем мы основываемся, утверждая, что нам удалось овладеть электромагнитными явлениями? Математические законы — всего лишь средства для нащупывания, открытия и использования этой обширной области реального мира; математические законы — единственное знание, которым человеческий разум располагает о загадочных явлениях электромагнетизма. И хотя такой ответ вряд ли удовлетворит человека, не посвященного в эти «дельфийские» таинства наших дней, современные ученые приемлют его. Столкнувшись с многочисленными загадками природы, современный ученый не может не испытывать чувства радости, если их удастся «похоронить» под грузом математических символов, причем совершить погребение столь тщательно, что многие последующие поколения ученых не в состоянии обнаружить вход в «гробницу».

На примере теории электромагнитного поля Максвелла мы сталкиваемся с поразительным фактом: одно из величайших достижений физической теории оказывается почти целиком математическим. Некоторые формальные выводы этой теории, такие, как индукционирование тока в проводниках или прием сигнала за тысячи километров от источника, подтверждаются нашим чувственным опытом, но суть теории сама по себе остается чисто математической.

В какой-то мере мы уже были подготовлены к столь необычному повороту событий. Ознакомившись с работами Ньютона по тяготению, мы задались вопросом: что такое тяготение и как оно действует? Обнаружилось, что у нас нет физического понимания действия гравитации. Мы располагаем только математическим законом, дающим количественное описание силы тяготения, и, используя этот закон и законы движения, можем предсказывать явления, поддающиеся экспериментальной проверке. Но сущность понятия гравитации скрыта от нас.

Мы видим также, что центральным стержнем наиболее совершенных физических теорий является математика, точнее несколько формул и следствий из них. В основе каждой физической теории лежат прочные и четкие математические принципы. Наши теоретические умозрительные построения выходят за рамки интуитивных и чувственных восприятий. Пользуясь и теорией гравитации Ньютона, и теорией электромагнитного поля Максвелла, мы вынуждены признать в незнании основных механизмов и возложить на математику описание того, что нам известно. Такое признание, возможно, наносит удар по нашему самолюбию, но вместе с тем способствует пониманию истинного положения вещей. Именно теперь мы можем по достоинству оценить мысль, высказанную Уайтхедом: «Несомненный парадокс состоит в том, что именно предельные абстракции [математики] служат теми истинными орудиями, посредством которых мы управляем нашим пониманием конкретных фактов».

В этом парадоксе и заключается своеобразие математики, ибо она позволяет открывать явления, которые, будучи взятыми отдельно от человеческого разума, отнюдь не очевидны, хотя и вполне реальны. Уайтхед сказал как-то, что выделять математику в человеческом мышлении — все равно что вместо Гамлета выдвигать на первое место в трагедии Шекспира Офелию, а не Гамлета: «Офелия, бесспорно, очаровательна и немного безумна, но Гамлет — все же центральный персонаж».

В 1931 г. Эйнштейн, характеризуя изменение, внесенное в наше представление о физической реальности работами Максвелла, назвал его «наиболее глубоким и

плодотворным из тех, которые испытала физика со времен Ньютона» ([7], с. 138).

VIII

Прелюдия к теории относительности

Здравый смысл — это толща
предрассудков, успевших отложиться в нашем
сознании к восемнадцати годам.

Альберт Эйнштейн

Аксиома — это предрассудок,
освященный тысячелетиями.

Эрик Т. Белл

Как и «чистые» математики, физики-теоретики на рубеже XX в. были преисполнены гордости за достигнутые успехи, и состояние физических теорий не вызывало у них беспокойства. Разве не они открыли совершенно новый мир — мир электромагнитных явлений, сулящий ускорить и расширить культурный и технический прогресс человечества, существенно усовершенствовать средства связи? Возможно, что такому безмятежному, не омрачаемому критикой состоянию теоретической физики в какой-то мере способствовала гипотеза эфира, который на протяжении двух веков считался средой, где якобы распространяется свет и электромагнитное излучение других видов.

Но безмятежное спокойствие, царившее в физике на рубеже нашего века, было затишьем перед бурей. Когда восторги, вызванные замечательными достижениями, начали утихать, физики-теоретики поняли, что далеко не все фундаментальные проблемы решены. Одно из решений таких проблем — создание теории относительности — ознаменовало подлинный переворот в научной концепции реального физического мира. И хотя этот переворот не оказал столь сильного влияния на нашу повседневную жизнь, как радио и телевидение, ставшие со временем достоянием миллионов, для нашего понимания природы физического мира его последствия были необычайно важны.

Какие проблемы заставляли математиков и физиков в конце XIX в. углубленно размышлять и искать принципиально новые подходы к объяснению фундаментальных явлений окружающего мира? Первая из таких проблем — геометрия физического пространства. Чтобы понять суть этой проблемы, нам придется вернуться к прошлому.

На протяжении двух тысячелетий не один математик высказывал сомнение в физической истинности аксиомы Евклида о параллельных, которая гласит:

И если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньшие двух прямых, то продолженные эти две прямые неограниченно встречаются с той стороны, где углы меньше двух прямых.

([17], с. 15.)

Это означает (рис. 32), что если углы 1 и 2 в сумме меньше 180° , то прямые a и b , будучи продолженными достаточно далеко, пересекутся (на рисунке — справа).

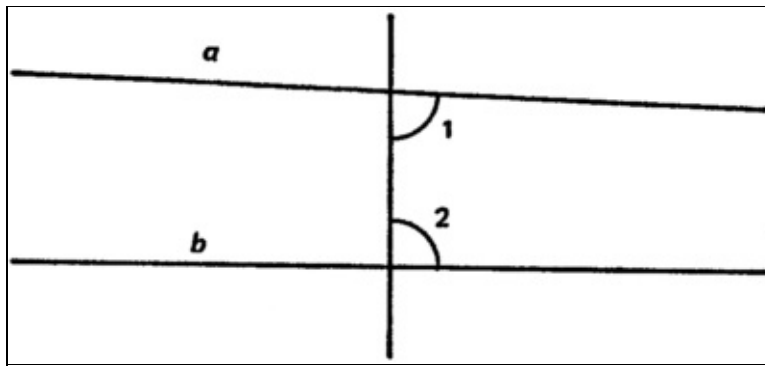


Рис. 32.

Евклид имел достаточно веские основания, чтобы сформулировать свою аксиому именно так. Он мог бы утверждать, что если сумма углов 1 и 2 равна 180° , то прямые a и b никогда не пересекутся, сколько бы их ни продолжали, т.е. что прямые a и b в этом случае параллельны. Однако Евклид явно опасался предположить, что могут существовать две *бесконечные* прямые, которые никогда не пересекаются. Существование таких прямых не подкреплялось опытом и отнюдь не было самоочевидным. Но на основе аксиомы о параллельных и других аксиом своей геометрии Евклид доказал существование бесконечно протяженных параллельных прямых.

Считалось, что аксиома о параллельных в том виде, в каком ее сформулировал Евклид, излишне сложна и ей недостает простоты других аксиом. самого Евклида придуманный им вариант аксиомы о параллельных также не устраивал: недаром он обращался к этой аксиоме, лишь доказав все теоремы, какие только можно было доказать без нее.

Даже в античную эпоху математики неоднократно пытались решить проблему, связанную с аксиомой о параллельных Евклида. Эти попытки были двух типов. Одни пробовали заменить аксиому о параллельных какой-нибудь другой аксиомой, казавшейся им более очевидной. Другие старались, вывести аксиому Евклида из девяти других аксиом его геометрии. Если бы это удалось, то аксиома о параллельных превратилась бы в одну из теорем и всякие сомнения в ее истинности разом отпали бы. На протяжении двух тысячелетий не один десяток самых выдающихся математиков, не говоря уже о менее известных, пытались и заменить аксиому о параллельных и вывести ее из других аксиом. История аксиомы Евклида о параллельных длительна, изобилует техническими деталями, и мы не будем пересказывать ее здесь подробно, тем более что она не имеет прямого отношения к главной теме нашего повествования и неоднократно излагалась в других работах.^[10]

Из аксиом, предлагавшихся взамен аксиомы Евклида о параллельных, нельзя не упомянуть по крайней мере одну. Мы остановили свой выбор на ней потому, что именно с такой редакцией аксиомы о параллельных мы обычно знакомимся в школьном курсе геометрии. Автором этого варианта аксиомы принято считать Джона Плейфера (1748-1819), который предложил его в 1795 г. Аксиома Плейфера гласит:

Существует одна и только одна прямая, проходящая через данную точку P , лежащую вне прямой l (рис. 33), в плоскости, задаваемой точкой P и прямой l , которая не пересекается с прямой l .

Все остальные аксиомы, предлагавшиеся взамен аксиомы Евклида о параллельных и казавшиеся на первый взгляд более простыми, чем первоначальный вариант, при более тщательном рассмотрении признавались менее удовлетворительными. Нельзя не заметить, что аксиома Плейфера утверждает именно то, чего стремился избежать Евклид: существование двух бесконечных прямых, которые никогда не пересекаются.

Среди попыток второго типа, которые выражались в намерении вывести аксиому о параллельных из девяти других аксиом Евклида, наиболее преуспел член ордена иезуитов, профессор университета в Павии Джероламо Саккери (1667-1733). Он рассуждал так. Если принять аксиому, существенно отличающуюся от аксиомы Евклида о параллельных, то можно было бы прийти к какой-нибудь теореме, которая противоречила бы другой теореме. Такое противоречие означало бы, что аксиома, отрицающая аксиому Евклида о параллельных — единственную сомнительную аксиому евклидовой геометрии, — ложна. Но тогда аксиома Евклида о параллельных должна была бы быть истинной, т.е. следствием, вытекающим из девяти других аксиом.

Как впоследствии Плейфер, предложивший аксиому, эквивалентную аксиоме Евклида, Саккери сначала предположил, что не существует прямых, параллельных прямой l , которые проходили бы через точку P , лежащую вне прямой l (рис. 33). Из этой аксиомы и девяти других аксиом Евклида Саккери действительно удалось вывести противоречие. Тогда Саккери испробовал вторую единственно возможную альтернативу, предположив, что существуют по крайней мере две прямые p и q , проходящие через точку P и не пересекающиеся с прямой l , сколько бы их ни продолжали.

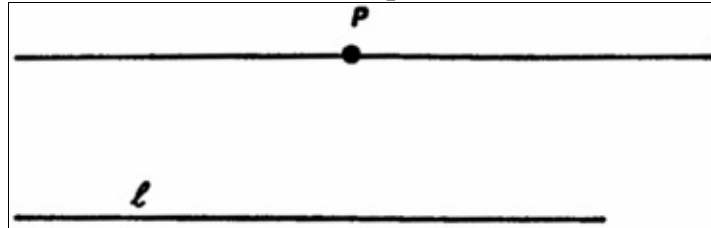


Рис. 33.

Саккери доказал довольно много интересных теорем прежде, чем ему удалось обнаружить теорему, столь необычную и так резко выпадавшую из всего ранее известного, что он усмотрел в ней противоречие с ранее доказанными утверждениями. Исходя из этого, Саккери считал доказанным, что аксиома Евклида о параллельных следует из девяти остальных аксиом евклидовой геометрии, и в 1773 г. опубликовал книгу под названием «Евклид, избавленный от всяких пятен» (*Euclides ab omnia naevo vindicatus*). Но как позднее установили математики, Саккери во втором случае не удалось прийти к противоречию, поэтому проблема, связанная с аксиомой о параллельных, по-прежнему оставалась открытой.

Попытки найти приемлемую замену евклидовой аксиомы о параллельных или доказать, что она должна следовать из девяти остальных аксиом Евклида, были столь многочисленны и столь безуспешны, что в 1759 г. выдающийся математик Жан Лерон Д'Аламбер (1717-1783) назвал проблему, связанную с аксиомой о параллельных, «скандалом оснований геометрии».

Постепенно у математиков начало складываться правильное понимание истинного статуса аксиомы Евклида о параллельных. В своей докторской диссертации (1763) Георг С. Ключель (1739-1812), впоследствии профессор университета в Хальмстаде, высказал весьма глубокое замечание о том, что восприятие аксиомы Евклида о параллельных как чего-то достоверного основано на человеческом опыте. В этом замечании Ключеля впервые прозвучала мысль о том, что аксиомы опираются не столько на очевидность, сколько на опыт. Ключель выразил сомнение в том, что аксиома Евклида о параллельных доказуема, и понял, что Саккери пришел не к противоречию, а всего лишь к необычному результату.

Диссертация Ключеля привлекла внимание Иогана Генриха Ламберта (1728-1777), побудив его также заняться аксиомой о параллельных. В своей книге «Теория параллельных прямых», написанной в 1766 г., а изданной в 1786 г., Ламберт, в какой-то мере следуя Саккери, рассмотрел две альтернативные возможности. Предположив, что через точку P , расположенную вне прямой l (см. рис. 33), не проходит ни одной прямой, параллельной l , он также пришел к противоречию. Но в отличие от Саккери Ламберт не считал, что предположение о существовании по крайней мере двух параллельных, проходящих через точку P , приводит к противоречию. Кроме того, Ламберт понял, что любая система аксиом, которая не приводит к противоречию, порождает свою геометрию. Любая такая геометрия логически ничему не противоречит, хотя и имеет весьма косвенное отношение к реальным физическим фигурам!

Работы Ламберта и других математиков, в частности Абрахама Г. Кестнера (1719-1800), профессора Гёттингенского университета, у которого учился Гаусс, заслуживают того, чтобы упомянуть о них особо. Эти ученые были убеждены, что аксиому Евклида о параллельных нельзя доказать на основе девяти остальных аксиом евклидовой геометрии, т.е. что она независима от остальных аксиом Евклида. Все трое названных нами математиков признавали возможность неевклидовой геометрии, т.е. геометрии, в которой аксиома о параллельных существенно отличается от евклидовой.

Наиболее выдающимся среди математиков, работавших над проблемой аксиомы Евклида о параллельных, был Карл Фридрих Гаусс (1777-1855). Гаусс прекрасно знал о тщетных попытках вывести аксиому о параллельных из остальных аксиом евклидовой геометрии, ибо в Гёттингене об этом были наслышаны все. Но до 1799 г. Гаусс все же не прекращал попытки вывести аксиому Евклида о параллельных из других, более правдоподобных предположений; он был убежден, что евклидова геометрия отражает геометрию физического пространства, хотя допускал возможность существования логически непротиворечивых неевклидовых геометрий. Но в письме своему другу и собрату по математике Фаркашу Бойаи (Больяй) от 16 декабря 1799 г. Гаусс сообщал:

Я лично далеко продвинулся в моих работах (хотя другие, совершенно не связанные с этим занятия оставляют мне для этого мало времени); однако дорога, которую я выбрал, ведет скорее не к желательной цели, а к тому, чтобы сделать сомнительной истинность геометрии. Правда, я достиг многого, что для большинства могло бы сойти за доказательство, но это не доказывает в моих глазах ровно ничего.

([23], с. 101.)

Начиная с 1813 г. Гаусс разрабатывал свой вариант неевклидовой геометрии, которую

он назвал сначала антиевклидовой, затем астральной и наконец неевклидовой геометрией. Убедившись в ее логической непротиворечивости, Гаусс не сомневался в ее применимости к реальному миру.

В письме к своему другу Францу Адольфу Тауринусу (1794-1874) от 8 декабря 1824 г. Гаусс писал:

Допущение, что сумма углов треугольника меньше 180° , приводит к своеобразной, совершенно отличной от нашей [евклидовой] геометрии; эта геометрия совершенно последовательна, и я развил ее для себя совершенно удовлетворительно... Предложения этой геометрии отчасти кажутся парадоксальными и непривычному человеку, даже несуразными; но при строгом и спокойном размышлении они не содержат ничего невозможного.

([23], с. 105-106.)

Мы не будем вдаваться в подробности того варианта неевклидовой геометрии, который был создан Гауссом. Он начал даже, хотя не довел до конца, полное дедуктивное изложение своей геометрии. Доказанные им теоремы во многом напоминают теоремы, с которыми нам еще предстоит встретиться в неевклидовой геометрии Лобачевского — Бойаи. В письме к математику и астроному Фридриху Вильгельму Бесселю (1784-1846) от 27 января 1829 г. Гаусс признавался, что вряд ли когда-нибудь опубликует свои открытия в области неевклидовой геометрии из опасения насмешек, или, как выразился Гаусс, криков беотийцев (в переносном смысле — невежд). Опасения Гаусса были не лишены оснований: не следует забывать о том, что, хотя небольшую группу математиков, упорно работавших над созданием неевклидовой геометрии, отделял от их цели всего лишь шаг, интеллектуальный мир в целом по-прежнему был убежден, что евклидова геометрия единственно возможная. Поэтому все, что мы знаем о работе Гаусса по неевклидовой геометрии, почерпнуто из его писем к друзьям, двух коротких сообщений, опубликованных в 1816 и 1822 гг. в журнале *Göttingenische gelehrte Anzeigen*, и нескольких заметок, датированных 1831 г., которые были обнаружены среди его бумаг после смерти.

Слава создателей неевклидовой геометрии по праву принадлежит двум другим математикам: Лобачевскому и Бойаи. В действительности их труды явились своего рода эпилогом в развитии идей, высказанных ранее другими учеными, но поскольку они опубликовали первые систематические изложения неевклидовой геометрии, именно они и признаны ее создателями. Русский математик Николай Иванович Лобачевский (1793-1856) закончил Казанский университет, профессором и ректором которого стал впоследствии (1827-1846). Начиная с 1825 г. он представил свои соображения по основаниям геометрии в многочисленных статьях и двух книгах. Янош Бойаи (1802-1860), сын известного венгерского математика Фаркаша Бойаи, был офицером австро-венгерской армии. Свою работу (объемом в 26 страниц) по неевклидовой геометрии под названием «Приложение, содержащее науку о пространстве, абсолютно истинную, не зависящую от истинности или ложности XI аксиомы Евклида, что *a priori* никогда решено быть не может, с прибавлением к случаю ложности геометрической квадратуры круга» Бойаи опубликовал в качестве приложения к первому тому сочинения своего отца «Опыт введения учащегося юношества в начала чистой математики» (*Tentamen juventutem studiosam in elementa Matheoseos*). Хотя эта книга вышла в 1832-1833 гг., т.е. после первых публикаций Лобачевского, Бойаи, по-

видимому, разработал свои идеи по неевклидовой геометрии еще в 1825 г. и убедился в ее непротиворечивости.

Гаусс, Лобачевский и Бойаи поняли, что аксиома Евклида о параллельных не может быть доказана на основе девяти остальных аксиом евклидовой геометрии и что для обоснования последней необходима какая-то дополнительная аксиома. Так как аксиома о параллельных независима от остальных аксиом, представляется возможным (по крайней мере чисто логически) заменить ее противоположной аксиомой и попытаться вывести следствия из новой системы аксиом.

С чисто математической точки зрения содержание работ Гаусса, Лобачевского и Бойаи очень просто. Суть дела удобнее всего пояснить на примере геометрии Лобачевского, ибо все трое по существу сделали одно и то же. Отвергнув аксиому Евклида о параллельных, Лобачевский фактически принял такое же допущение, каким некогда воспользовался Саккери. Если дана прямая AB и точка P вне ее (рис. 34), то все прямые, проходящие через точку P , распадаются относительно прямой AB на два класса, а именно на класс прямых, пересекающихся с прямой AB и класс прямых, не пересекающихся с прямой AB . Точнее если точка P лежит на перпендикуляре к прямой AB на расстоянии a от нее, то существует острый угол A , такой, что все прямые, образующие с перпендикуляром PD угол меньше A , пересекаются с прямой AB , а прямые, образующие с PD угол больше A , не пересекаются с прямой AB . Две прямые p и q , образующие с перпендикуляром PD угол A , называются параллельными, а сам угол A называется углом параллельности. Прямые, проходящие через точку P и не пересекающиеся с прямой AB , но отличные от параллельных p и q , называются расходящимися с прямой AB или сверхпараллельными ей (с точки зрения Евклида это прямые, параллельные прямой AB). В этом смысле в геометрии Лобачевского существует бесконечно много параллельных, проходящих через точку P .

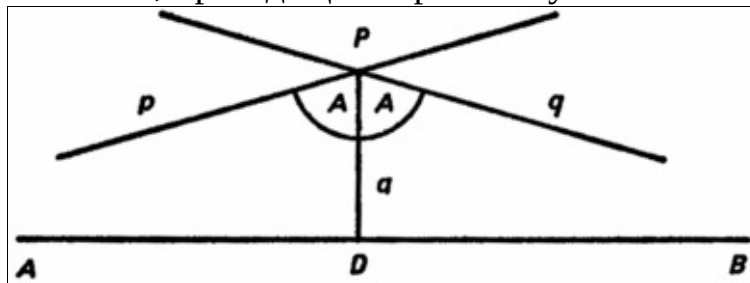


Рис. 34.

Далее Лобачевский доказывает несколько ключевых теорем. Если $A = \pi/2$, то получается аксиома Евклида о параллельных. Если угол A — острый, то при a , стремящемся к нулю, A возрастает до $\pi/2$, а при неограниченном возрастании a убывает до нуля. Сумма углов треугольника в геометрии Лобачевского всегда меньше 180° и стремится к 180° с уменьшением площади треугольника. Два подобных треугольника в геометрии Лобачевского непременно конгруэнтны.

Но, пожалуй, самое главное состоит в том, что неевклидова геометрия пригодна для описания свойств физического пространства ничуть не в меньшей мере, чем евклидова геометрия. Необходимость евклидовой геометрии как геометрии физического пространства ниоткуда не следует, ее физическая истинность не может быть гарантирована на основе априорных соображений. К пониманию этого немаловажного обстоятельства, не требующему никаких чисто математических доказательств, ибо все уже было сделано

раньше, первым пришел Гаусс.

Но не так-то легко расстаться с накопленным ранее богатством. По-новому взглянув на природу истинного в математике, Гаусс увидел ту опору, за которую можно ухватиться. В письме Генриху В.М. Ольберсу (1758-1840) от 28 апреля 1817 г. Гаусс сообщал:

Я прихожу все более к убеждению, что необходимость нашей геометрии не может быть доказана, по крайней мере *человеческим* рассудком и для человеческого рассудка. Может быть, в другой жизни мы придем к другим взглядам на природу пространства, которые нам теперь недоступны. До тех пор геометрию приходится ставить не в один ранг с арифметикой, существующей чисто и *a priori*, а скорее с механикой.

([23], с. 103.)

Гаусс в отличие от Канта не считал законы механики априорными истинами. Он, как и многие другие, разделял взгляды Галилея, считавшего, что законы механики выводятся из опыта. Гаусс утверждал, что истина лежит в арифметике и, следовательно, в алгебре и анализе, построенных на арифметике, ибо арифметические истины интуитивно ясны нашему разуму.

Лобачевский также размышлял над применимостью своей геометрии к физическому пространству и доказал, что она применима к очень большим геометрическим фигурам. Таким образом, к 30-м годам XIX в. неевклидова геометрия не только получила признание, но и ее применимость к реальному физическому пространству была обоснована.

На протяжении примерно тридцати лет после публикации работ Лобачевского и Бойаи математики игнорировали неевклидову геометрию, видя в ней своего рода логический курьез. Некоторые из них даже не отрицали логической непротиворечивости новой геометрии. Другие были убеждены, что в неевклидовой геометрии непременно должны быть скрыты какие-то противоречия, и на этом основании считали ее бессмысленной. И почти все математики выражали уверенность, что геометрия реального пространства, *настоящая* геометрия (не то что всякие выдумки), — это геометрия Евклида. Уильям Р. Гамильтон (1805-1865), несомненно, один из самых выдающихся математиков своего времени, в 1837 г. так выразил свое неприятие неевклидовой геометрии:

Ни один честный и здравомыслящий человек не может усомниться в истинности главных свойств *параллельных* в том виде, как они были изложены в «Началах» Евклида две тысячи лет назад, хотя вполне мог бы желать увидеть их изложенными более просто и ясно. Геометрия Евклида — не содержит неясностей, не приводит мысли в замешательство и не оставляет разуму сколько-нибудь веских оснований для сомнения, хотя острый ум извлечет для себя пользу, пытаясь улучшить общий план доказательства.

([13], с. 113.)

Выступая в 1883 г. перед Британской ассоциацией содействия развитию наук, ее президент Артур Кэли (1821-1895) по существу поддержал точку зрения Гамильтона:

По моему мнению, двенадцатая аксиома Евклида [называемая также пятым постулатом, или аксиомой о параллельности] в форме Плейфера не требует доказательства, но является составной частью нашего представления о пространстве, физическом пространстве нашего опыта, с которым каждый знакомится на своем опыте, — представления, лежащего в основе всего нашего опыта... Утверждения геометрии не являются лишь приближенно истинными. Они остаются абсолютно истинными в отношении той евклидовой геометрии, которая так долго считалась физическим пространством нашего опыта.

([13], с. 113.)

Примерно тех же взглядов придерживался крупнейший математик второй половины XIX — начала XX вв. Феликс Клейн (1849-1925). Хотя Кэли и Клейн сами работали над неевклидовыми геометриями (как мы увидим далее, существуют несколько неевклидовых геометрий), они рассматривали предмет своих исследований как некие новации, возникающие при введении в евклидову геометрию новых искусственных метрик — функций, задающих расстояние между двумя точками. Ни Кэли, ни Клейн не признавали за неевклидовой геометрией той фундаментальности и применимости к реальному миру, какая приписывалась евклидовой геометрии. Впрочем, до создания теории относительности их позиция была вполне объяснима.

Математики, как это ни печально, «отвернулись от бога», и всемогущий геометр не захотел открывать им, какую из геометрий он избрал за основу при сотворении мира. При выяснении этого вопроса математикам пришлось полагаться только на собственные силы. Существование нескольких альтернативных геометрий само по себе явилось для математиков сильнейшим потрясением, но еще большее недоумение охватило их, когда они осознали, что невозможно с абсолютной уверенностью отрицать применимость неевклидовой геометрии к физическому пространству.

Проблема выбора геометрии, наиболее соответствующей реальному физическому пространству, первоначально поставленная в работах Гаусса, способствовала рождению еще одного творения человеческой мысли, убедившего математический мир, что геометрия физического пространства может быть неевклидовой. Автором новых идей был Георг Бернхард Риман (1826-1866), ученик Гаусса, ставший впоследствии профессором Гёттингенского университета. Хотя работы Лобачевского и Бойаи не были известны Риману в деталях, о них был великолепно осведомлен Гаусс, и Риман, несомненно, знал о сомнениях Гаусса относительно того, в какой мере истинна и насколько применима к физическому пространству евклидова геометрия.

Гаусс проложил дорогу поразительным идеям Римана, высказав еще одну революционную мысль. Обычно мы изучаем геометрию на поверхности сферы, считая последнюю частью трехмерного евклидова пространства и тем самым заранее исключая любые радикально новые идеи. Но предположим, что мы рассматриваем поверхность сферы как пространство само по себе и строим геометрию такого пространства. Прямоугольные координаты здесь не очень подходят, так как для их построения необходимы прямые, которые отсутствуют на сфере. В качестве координат какой-либо точки на сфере можно было бы взять, например, широту и долготу. Еще одна проблема возникает при попытке определить кратчайшие пути из одной точки в другую. Наш повседневный опыт,

интерпретированный всеведущими математиками, подсказывает, что кратчайшими путями на поверхности сферы являются дуги больших кругов (например, меридианы), т.е. кругов, центр которых совпадает с центром Земли. Эти дуги и есть «прямые» в сферической геометрии. Продолжая изучать геометрию поверхности сферы, мы обнаружили бы немало странных теорем. Например, сумма углов треугольника, образованного дугами больших кругов, т.е. отрезками «прямых» сферической геометрии, больше 180° .

В своей знаменитой работе, опубликованной в 1827 г., Гаусс исподволь проводил следующую мысль: если мы изучаем поверхности как независимые пространства, то соответствующие этим пространствам двумерные геометрии могут оказаться весьма причудливыми в зависимости от формы поверхностей. Например, эллипсоидальная поверхность, имеющая форму мяча для регби, имеет иную геометрию, нежели сферическая поверхность.

А как обстоит дело на сфере с «параллельными»? Поскольку любые два больших круга пересекаются не один раз, а дважды, в сферической геометрии нам не обойтись без аксиомы, гласящей, что любые две «прямые» пересекаются в двух точках. Совершенно ясно, что геометрия поверхности сферы будет неевклидовой; впоследствии она получила название *удвоенной эллиптической геометрии*. Такая геометрия вполне естественна для поверхности Земли. Она достаточно «удобна в обращении» и по крайней мере ничуть не уступает той, которая возникает при рассмотрении сферы как двумерной поверхности в трехмерной евклидовой геометрии.

Идеи Гаусса были хорошо знакомы Риману. Гаусс предложил Риману несколько тем для публичной лекции, с которой тому предстояло выступить для получения звания приват-доцента, дававшего право на преподавание в Гёттингенском университете. Риман остановил свой выбор на основаниях геометрии и в 1854 г. в присутствии Гаусса прочел свою лекцию на философском факультете. Лекция Римана была опубликована в 1868 г. под названием «О гипотезах, лежащих в основании геометрии».

Проведенное Риманом исследование геометрии физического пространства потребовало пересмотра всей проблемы, касающейся структуры пространства. Риман первым поставил вопрос: что же нам достоверно известно о физическом пространстве? Какие условия, или факты, заложены в самом понятии пространства еще до того, как мы, опираясь на *опыт*, выделяем конкретные аксиомы, которые выполняются в физическом пространстве? Из этих исходных условий, или фактов, Риман намеревался вывести остальные свойства пространства. Такие аксиомы и логические следствия из них и необходимо априори признать истинными. Любые другие свойства пространства надлежало изучать эмпирически. Одна из целей Римана состояла в доказательстве того, что аксиомы Евклида являются эмпирическими, а отнюдь не самоочевидными истинами. Риман избрал аналитический подход (опирающийся на алгебру и анализ), поскольку геометрические доказательства не свободны от влияния нашего чувственного опыта и в них возможны допущения, не входящие явно в число посылок.

Поиск априорного (предшествующего нашему знанию) пространства привел Римана к исследованию локального поведения пространства, ибо свойства последнего могут изменяться от точки к точке. Такой подход получил название *дифференциальной геометрии* в отличие от геометрии пространства в целом, которой занимался Евклид, а в неевклидовой геометрии — Гаусс, Бойаи и Лобачевский.

Следуя локальному подходу к геометрии, Риман столкнулся с необходимостью

определить расстояния между двумя типичными, или характерными, точками, координаты которых отличаются на бесконечно малые величины. Расстояние между такими бесконечно близкими точками Риман обозначил ds . Он предположил, что квадрат этого расстояния в трехмерном пространстве (в действительности Риман рассматривал общий случай n -мерного пространства) можно представить в виде

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{12}dx_1dx_2 + g_{13}dx_1dx_3 + g_{21}dx_1dx_2 + g_{22}dx_2^2 + g_{23}dx_2dx_3 + g_{31}dx_1dx_3 + g_{32}dx_2dx_3 + g_{33}dx_3^2,$$

где g_{ij} — функции координат x_1, x_2 и x_3 ; $g_{ij} = g_{ji}$ и правая часть положительна при всех значениях g_{ij} . Выражение для ds представляет собой обобщение формулы Евклида

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2,$$

которую в свою очередь можно рассматривать как один из вариантов теоремы Пифагора. Допуская зависимость коэффициентов g_{ij} от координат, Риман тем самым учитывал, что природа пространства может изменяться от точки к точке. Из формулы для ds^2 стандартными методами математического анализа можно извлечь множество фактов о длинах, площадях, объемах и других характеристиках геометрических фигур и тел.

В той же лекции Риман сделал немало важных замечаний. В частности, он сказал: «Остается еще выяснить, обеспечиваются ли опытной проверкой эти простые соотношения [которыми определяется метрика пространства] и если обеспечиваются, то в какой степени и в каком объеме?» ([23], с. 322). Свойства физического пространства по Риману надлежало определять только опытным путем. Например, он считал, что аксиомы евклидовой геометрии лишь приближенно истинны применительно к физическому пространству. Свою лекцию Риман закончил следующими пророческими словами:

Или то реальное, что создает идею пространства, образует дискретное многообразие, или же нужно пытаться объяснить возникновение метрических отношений чем-то внешним — силами связи, действующими на это реальное... Здесь мы стоим на пороге области, принадлежащей другой науке — физике, и переступить его нам не дает повода сегодняшний день.

([23], с. 324.)

Здесь Риман высказал предположение, что природа физического пространства должна каким-то образом отражать происходящие в нем физические явления. Риман, несомненно, развил бы эту глубокую идею, если бы не его преждевременная кончина (он умер в возрасте сорока лет).

Идею Римана удалось несколько развить математику Уильяму Кингдону Клиффорду (1854-1879). По мнению Клиффорда, некоторые физические явления обусловлены изменениями кривизны пространства. Кривизна пространства меняется не только от точки к точке, но и (вследствие движения материи) со временем. Физическое пространство в какой-то мере подобно холмистой поверхности, и законы евклидовой геометрии перестают действовать в таком пространстве. Более точное исследование физических законов не

позволяет игнорировать существование «неровностей» в пространстве.

Вот что писал Клиффорд в 1870 г.:

Я считаю несомненным следующее. (1). Малые части пространства по своей природе аналогичны небольшим неровностям на поверхности, в среднем плоской. (2) Свойство быть искривленным или деформированным непрерывно переходит от одной части пространства к другой наподобие волны. (3) Эта вариация кривизны пространства отражает то, что действительно происходит при явлении, которое мы называем движением материи, эфирной или телесной. (4) В реальном физическом мире не происходит ничего, кроме этих вариаций, вероятно, удовлетворяющих закону непрерывности.

Клиффорд высказал также предположение, что гравитационные эффекты, возможно, обусловлены кривизной пространства, но низкая точность пространственных измерений в то время не позволила подтвердить его догадку. Сколь ни блестящей была гипотеза Клиффорда, ей оставалось дожидаться своего часа — появления работ Эйнштейна по общей теории относительности.

Суть соображений, высказанных Риманом и Клиффордом, станет понятней, если рассмотреть, скажем, естественную геометрию земной поверхности в горной местности. На столь сильно пересеченной местности прямых может не быть. Какая бы кривая ни была здесь кратчайшим путем между двумя точками, она почти всегда отлична от прямой. Кроме того, кратчайшие пути, или геодезические, не обязательно имеют одинаковую форму. Представим себе, что обитателям такой горной местности понадобилось изучить треугольники. Итак, даны три точки и соединяющие их дуги — геодезические. Какими свойствами обладают такие треугольники? Ясно, что их свойства зависят от формы того участка местности, который заключен внутри геодезических, служащих сторонами треугольников. Сумма внутренних углов одних треугольников гораздо больше 180° , сумма углов других — гораздо меньше 180° . Обитатели нашей горной местности, несомненно, пришли бы к неевклидовой геометрии. Такая геометрия обладала бы одной важной отличительной особенностью: она была бы неоднородна. Свойства фигур в такой геометрии изменялись бы от точки к точке, как меняется рельеф горной местности.

Содержание заметок Гаусса, ставшее известным после его смерти (1855), когда научная репутация великого математика была на недостижимой высоте, и опубликованная в 1868 г. лекция Римана (прочитанная в 1854 г.) убедили некоторых математиков в том, что неевклидова геометрия вполне может отражать геометрию физического пространства и что нельзя более с уверенностью говорить, какая из геометрий правильная.

Постепенно неевклидова геометрия и вытекающее из нее следствие относительно физической истинности этой геометрии были признаны всеми математиками, но отнюдь не потому, что ее применимость была подтверждена какими-либо новыми данными. Настоящую причину признаний такого рода указал в своей «Научной автобиографии» один из основоположников квантовой механики Макс Планк:

Обычно новые научные истины побеждают не так, что их противников убеждают и они признают свою неправоту, а большей частью так, что противники эти постепенно вымирают, а подрастающее поколение усваивает истину сразу.

Мы уже говорили о том, что математики начали задумываться о геометрии физического пространства. Физики-теоретики конца XIX в. все более стали интересоваться другой проблемой. Одним из неявных допущений, глубоко укоренившихся в научном мышлении XVIII-XIX вв., была гипотеза о существовании силы тяготения, или гравитации. Согласно первому закону Ньютона, «всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменять это состояние» ([19], с. 39). Следовательно, если тело отпустить, то в отсутствие тяготения оно оставалось бы висеть в воздухе. Аналогичным образом, не будь гравитации, планеты разлетелись бы по прямым в космическое пространство. Но ничего такого не происходит. Все объекты во Вселенной ведут себя так, как если бы гравитация существовала.

Хотя Ньютон показал, что один и тот же количественный закон охватывает все земные и небесные проявления гравитационного взаимодействия, физическая природа гравитации оставалась непонятной. Каким образом Солнце, находясь на расстоянии около 150 млн. км от Земли, притягивает ее и каким образом Земля притягивает множество различных предметов вблизи ее поверхности? Эти вопросы не находили ответа, тем не менее загадка гравитации не вызывала особого беспокойства у физиков. Понятие гравитации само по себе оказалось полезным, и физики с готовностью приняли ее за реальную физическую силу. Если бы не другие, более насущные проблемы, возникшие в 80-х годах XIX в., то благодушная самоуспокоенность физиков по поводу гравитации вряд ли была бы серьезно поколеблена.

Физики обходили еще одну проблему, возникшую в связи с введением силы тяготения. Каждый физический объект обладает двумя явно различными свойствами: весом и массой. Масса характеризует сопротивление, оказываемое телом любому изменению его скорости как по величине, так и по направлению. Вес — это сила, с которой Земля притягивает тело. По теории Ньютона масса тела постоянна, тогда как вес тела зависит от того, на каком расстоянии оно находится от центра Земли. В центре Земли масса тела была бы такой же, как на поверхности, а вес обратился бы в нуль. На поверхности Луны масса тела остается такой же, как на поверхности Земли, но лунное тяготение в 80 раз слабее земного, а расстояние от центра тяжести (центра Луны) до поверхности в 4 раза меньше радиуса Земли. Следовательно, по закону всемирного тяготения (см. гл. VI) вес тела на Луне составляет лишь $(1/80) \times 16$, т.е. $1/5$ веса того же тела на Земле. Астронавты на борту космического корабля имеют такие же массы, как на Земле, но в полете становятся невесомыми.

Хотя эти два свойства материи — масса и вес — различны, отношение веса к массе в данной точке всегда одно и то же. Постоянство отношения веса к массе не менее удивительно, чем, скажем, такой факт, как неизменность из года в год отношения производства угля к производству пшеницы. Если бы мы обнаружили, что производства угля и пшеницы действительно связаны такой зависимостью, то стали бы искать объяснение этому в экономической структуре государства. Аналогичным образом требовало объяснения и постоянство отношения веса к массе. Однако до Эйнштейна объяснить это не удавалось никому.

Но прежде чем переходить к работам Эйнштейна, следует упомянуть еще об одном

физическом допущении. Как мы уже говорили, попытки объяснить природу света восходят еще к древним грекам. С начала XIX в. наиболее широкое распространение получила точка зрения, согласно которой свет, как и звук, представляет собой волновое движение. Поскольку волновое движение невозможно представить без среды, в которой распространяются волны, ученые заключили, что свет также должен распространяться в какой-то среде. Однако не было обнаружено никаких данных, свидетельствовавших о том, что пространство, в котором распространяется свет звезд или Солнца, заполнено какой-то материальной субстанцией, способной проводить волны. Ученым не оставалось другого выхода, как предположить, что такая «субстанция» (*эфир*), невидимая, не имеющая ни вкуса, ни запаха, невесомая и неосязаемая, существует. Кроме того, эфир должен был быть неподвижной средой, заполняющей все пространство, в которой Земля и другие небесные тела движутся так же беспрепятственно, как в пустоте. Таким образом, предполагаемые свойства эфира были внутренне противоречивыми (см. гл. VII).

Несмотря на многие сомнительные и мало понятные предположения, лежавшие в основании физики XIX в., ни одно поколение естествоиспытателей во все предшествующие века не было преисполнено такой уверенностью, что именно оно смогло открыть законы мироздания. Характерной чертой ученых XVIII в. был оптимизм, а их преемники в XIX в. отличались необычайной самоуверенностью. Двести лет успеха, хотя и неполного, вскружили головы философам и естествоиспытателям настолько, что законы механики Ньютона и его закон всемирного тяготения стали рассматриваться как непосредственные следствия законов мышления и чистого разума. Слово *допущение* отныне не встречалось в научной литературе, хотя у Ньютона ясно говорилось о том, что понятия гравитации и эфира не более чем гипотезы, причем гипотезы, физически непонятные. Но «непонятное» для Ньютона в XIX в. обрело совсем иной смысл.

IX

Релятивистский мир

Великий архитектор Вселенной все более представляется нам чистым математиком.

Джеймс Джинс

Мы останемся верными принципу относительности в его наиболее широком смысле, если придадим такую форму законам [природы], что они окажутся применимы в любой четырехмерной системе координат.^{[\[11\]](#)}

Альберт Эйнштейн

Величайший переворот в физике начался совсем незаметно, когда в 1881 г. американские физики решили поставить эксперимент, который показал бы, что Земля движется в покое эфире. Этот эксперимент, основанный на очень простом принципе, задумал и осуществил Альберт А. Майкельсон (1852-1931).

Как показывают несложные вычисления, чтобы спуститься на веслах вниз по реке на определенное расстояние и подняться вверх по течению на то же расстояние, требуется больше времени, чем для прохождения того же расстояния туда и обратно в стоячей воде. (Об этой задаче мы упоминали в гл. I, говоря об ошибках интуиции.) Например, если, двигаясь на веслах в стоячей воде, человек достигает скорости 4 км/ч, то путь 12 км в одном направлении и 12 км обратно он преодолевает за 6 ч. Но в реке, скорость течения которой равна 2 км/ч, он будет двигаться по течению со скоростью $(4 + 2) = 6$ км/ч, а против течения со скоростью $(4 - 2) = 2$ км/ч, поэтому на весь путь туда и обратно у него уходит $(2 + 6) = 8$ ч. Общий принцип состоит в том, что если какая-то постоянная скорость (например, скорость течения) препятствует движению более продолжительное время, чем способствует ему, то общий итог сводится не к выигрышу, а к потере времени.

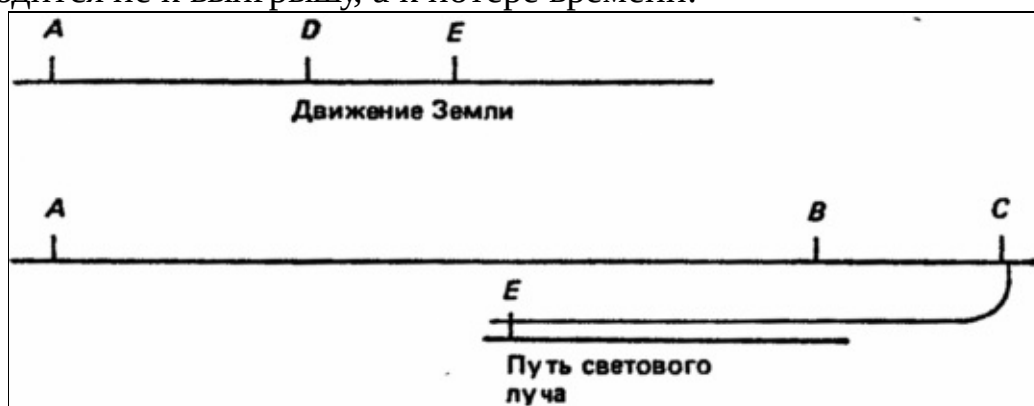


Рис. 35.

Майкельсон и впоследствии его сотрудник Эдвард У. Морли (1838-1923),

воспользовавшись этим принципом, поставили следующий эксперимент. Из точки *A* (рис. 35) на Земле посылался луч света к зеркалу, расположенному в точке *B* также на Земле. Направление от *A* к *B* совпадало с направлением движения Земли вокруг Солнца. Предполагалось, что луч проходит через эфир к точке *B* с той скоростью, с какой обычно распространяется свет, затем отражается и возвращается к точке *A*. Однако вследствие движения Земли зеркало из точки *B* перемещается в новое положение *C*, пока к нему идет луч света. Следовательно, из-за движения Земли луч света достигает зеркала с запозданием. В точке *C* свет отражается и возвращается к точке *A*. Но пока он идет из *A* к *B*, точка *A* из-за движения Земли перемещается в новое положение *D*, а пока луч идет *обратно*, точка *D* перемещается в новое положение *E*. Таким образом, движение Земли приводит к тому, что луч света попадает из точки *C* в точку *E*. Но расстояние, проходимое светом от *C* к *E*, короче расстояния от *A* к *C*. Значит, собственное движение Земли способствует распространению луча света на более коротком пути, чем «тормозит» его. Иначе говоря, движение Земли сказывается на распространении луча света так же, как течение реки на движении лодки. Но тогда в соответствии с изложенным выше принципом лучу света, чтобы попасть из *A* в *C* и требуется *больше* времени, чем для прохождения отрезка *AB* туда и обратно в том случае, если бы Земля покоилась относительно эфира. Хотя Майкельсон и Морли использовали для измерения «задержки» луча света очень чувствительный прибор — интерферометр, никакого запаздывания им обнаружить не удалось. Таким образом, ни малейших признаков, которые свидетельствовали бы о том, что Земля движется в эфире, не было замечено.

Перед физиками встала проблема, от которой нельзя было отмахнуться. Эфир как «переносчик» света должен был быть покоящейся средой, в которой движется Земля, но это предположение расходилось с результатом эксперимента. Пренебречь несоответствием теории итогу столь фундаментального эксперимента было невозможно, тем более что к тому времени многие физики уже прониклись убеждением в необходимости коренного пересмотра некоторых разделов своей науки.

В конце XIX в. представители математического направления в физике столкнулись с еще одной трудностью. Чтобы понять, в чем именно она состояла, нам придется совершить небольшой экскурс в прошлое. Ньютон считал пространство и время абсолютными и в «Математических началах натуральной философии» определял их следующим образом: «Абсолютное, истинное математическое время само по себе и по самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительностью... Абсолютное пространство по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным» ([19], с. 30). Понятия абсолютного пространства и времени Ньютон рассматривал как объективную реальность в независимости от материальных тел или человеческого опыта. Ньютон был убежден в том, что эти понятия известны наблюдателю, неизмеримо превосходящему мудростью человека, — Богу. Идеальные формулировки математических и физических законов этого мира, по мнению Ньютона, есть не *что* иное, как законы, устанавливаемые Богом на основе производимых им абсолютных измерений. Только узнав о движении Земли относительно неподвижного наблюдателя — Бога, человек смог придать божественным законам их истинную форму. Мы видим, таким образом, что естественнонаучное мышление Ньютона основывалось в конечном счете на метафизических представлениях о Боге, абсолютном пространстве, абсолютном времени и абсолютных законах. Многие из современников и преемников Ньютона, главным образом Эйлер и Кант, разделяли его

убеждения.

Разумеется, Ньютон понимал, что человек не располагает знанием абсолютного пространства и абсолютного времени. Поэтому он высказал предположение о существовании инерциальных наблюдателей — таких, для которых выполняется первый закон Ньютона. Напомним, что, согласно этому закону, тело, если на него не действует сила, сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения.

Если один инерциальный наблюдатель задан, то можно указать множество других инерциальных наблюдателей, покоящихся или движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно. Каждый из этих наблюдателей движется в так называемой инерциальной системе отсчета. Поясним это понятие на простом примере. Предположим, что пассажир судна, идущего с постоянной скоростью, перемещается с постоянной скоростью с места на место и измеряет расстояния, на которые он передвигается. Одновременно наблюдатель, находящийся на берегу, также измеряет расстояние между начальным и конечным положениями пассажира. Ясно, что относительно берега пассажир перемещается на большее расстояние. Расхождение в результатах измерений пассажира и наблюдателя на берегу нетрудно объяснить, если учесть движение судна. Перед нами две системы отсчета: одна связана с наблюдателем на берегу, другая — с пассажиром судна.

Рассмотрим две системы отсчета, которые движутся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, и пусть какое-либо тело перемещается относительно обеих систем отсчета. Относительно первой системы отсчета тело описывает некую траекторию, по которой оно движется в соответствии с вполне определенным законом. Относительно второй системы отсчета тело описывает другую траекторию, и движение по ней подчиняется другому закону. Математически любую систему отсчета можно задать, введя систему координат. Допустим, что система отсчета K (рис. 36) неподвижна, а система отсчета K' движется относительно нее вправо с постоянной скоростью. Предполагается, что в каждой системе отсчета наблюдатели снабжены одинаковыми часами.

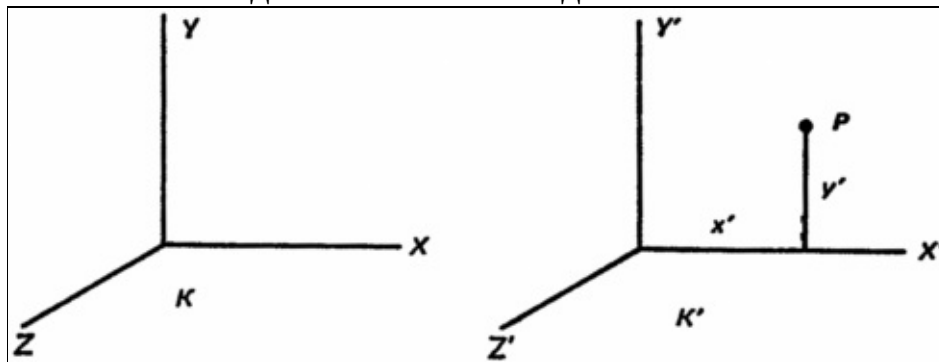


Рис. 36.

Пусть P — какая-то точка в пространстве; x' , y' и z' — ее координаты относительно системы отсчета K' ; x , y и z — координаты точки P относительно системы отсчета K (на рис. 36 точка P выбрана так, что $z = z' = 0$). Так как система отсчета K' движется вправо со скоростью v , координаты x и x' связаны между собой соотношением $x = x' + vt$. Оно позволяет пересчитывать абсциссу x' точки P относительно системы отсчета K' в абсциссу x точки P относительно системы отсчета K . Кроме того, $y = y'$. Если оба наблюдателя измеряют промежутки времени по тщательно сверенным часам, то

$$t = t'.$$

В ньютоновской физике все законы механики остаются неизменными при таких преобразованиях, т. е. в координатах x, y, z, t закон выражается такой же зависимостью, как в координатах x', y', z', t' , если скорость второй системы относительно первой постоянна.

Системы отсчета K и K' называются галилеевыми, или инерциальными. Каждая из них движется относительно другой равномерно и прямолинейно. Ни одна система не ускоряется и не поворачивается относительно другой. Пользуясь терминологией самого Ньютона, можно было бы сказать, что галилеевы системы отсчета сохраняют состояния покоя или равномерного и прямолинейного движения в абсолютном пространстве. Какая из двух систем покоится относительно абсолютного пространства, определить невозможно, поскольку, как мы видим, это никак не сказывается на законах преобразования. Кроме того, дифференциальные уравнения, справедливые в одной системе отсчета, выполняются и в другой. Что же касается законов классической механики, то они — и это следует подчеркнуть еще раз — одинаковы в обеих системах отсчета.

Обратимся теперь к уравнениям Максвелла. В конце XIX в. физики полагали, что в любой галилеевой системе отсчета дифференциальные уравнения в частных производных имеют одинаковый вид. Иначе говоря, считалось, что в теории электромагнитного поля все обстоит так же, как в механике Ньютона. Но, как выяснилось, подобная точка зрения приводит к противоречию. Чтобы получить в системе отсчета K законы, которые выполняются в системе отсчета K' , необходимо применить к последним формулы преобразования от системы отсчета K' к системе отсчета K . Прделав такую операцию с уравнениями Максвелла, мы обнаружим, что в них необходимо включить дополнительные члены, содержащие относительную скорость двух систем отсчета. Причина появления этих дополнительных членов проста: скорость не сохраняется при переходе от одной системы отсчета к другой (или, как говорят математики, скорость не инвариантна относительно такого перехода), а уравнения Максвелла содержат скорость света c . Например, рассмотрим два световых сигнала, из которых один распространяется вправо со скоростью c , а другой — влево со скоростью c . Наблюдатель, движущийся вправо со скоростью v , «догоняет» движущийся в том же направлении световой сигнал, а потому его скорость относительно этого сигнала равна $c - v$. С другой стороны, наблюдатель «убегает» от второго сигнала (движущегося влево), поэтому его скорость относительно второго сигнала равна $c + v$. Как видим, с точки зрения движущегося наблюдателя эти два световых сигнала распространяются с различной скоростью, поэтому и уравнения Максвелла для него не инвариантны. Для уравнений Максвелла существует лишь одна выделенная система отсчета: та, которая покоится относительно эфира.

Таким образом, преобразование уравнений Максвелла из одной системы отсчета в другую, движущуюся равномерно и прямолинейно относительно первой, показало, что эти уравнения ведут себя иначе, чем законы Ньютона в механике. В классической механике простое преобразование переводит одну систему отсчета в другую, но при том же преобразовании вид уравнений Максвелла изменяется.

Выход из создавшегося положения предложил выдающийся физик-теоретик Хендрик Антон Лоренц. Он поставил вопрос: что если сохранить инвариантность уравнений Максвелла и ввести надлежащие изменения в закон преобразования из одной системы отсчета в другую? Для простоты ограничимся случаем, когда изменение в законе

преобразования касается только одной пространственной переменной и времени. Лоренц получил следующие формулы преобразования одной системы координат в другую, движущуюся относительно первой с постоянной скоростью v :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Эти формулы преобразования относятся к случаю, когда вторая система координат движется в том же направлении, что и первая, а именно в направлении оси x . Заметим, что в преобразовании Лоренца пространственная координата x и время t входят в соотношения вместе. Сами эти соотношения между x и x' , t и t' здесь не столь просты, как в преобразовании Галилея. В частности, часы в двух системах координат, связанных преобразованием Лоренца, показывают различное время t и t' , т.е. $t \neq t'$. Заметим также, что c — скорость света, равная 300 000 км/с. Обычные скорости v , с которыми мы встречаемся в повседневной жизни, столь малы по сравнению со скоростью света, что при таких скоростях преобразование Лоренца практически сводится к преобразованию Галилея.

В 1905 г. на сцене физики появилась новая фигура — Альберт Эйнштейн (1879-1955). Эйнштейн явно питал большую склонность к физике, чем к математике. Хотя он в достаточной мере владел математикой и с годами существенно усовершенствовал математический аппарат своей теории, для него математика всегда оставалась не более чем полезным инструментом. Физике Эйнштейн придавал несравненно более важное значение. На него большое впечатление произвели работы по теории электромагнетизма и, в частности, исследования Генриха Герца. Хотя поистине революционные работы Эйнштейна по теории относительности и, как мы увидим в следующей главе, по квантовой механике, были выполнены уже в XX в., Эйнштейна можно считать последним из великих мыслителей XIX в., видевших в математике не более чем некое средство физического мышления. Истина для Эйнштейна лежала за пределами математики. Тем не менее развитая им теория относительности всецело покоилась на математике.

Ознакомившись с работой Лоренца и экспериментом Майкельсона — Морли (хотя до сих пор далеко не ясно, в какой степени эти работы были ему известны), Эйнштейн предпринял попытку устранить столь явное расхождение между классической механикой и теорией Максвелла, а заодно решить некоторые другие из упоминавшихся нами проблем (см. гл. VIII). Одна из работ, выполненных Эйнштейном в 1905 г., называлась «К электродинамике движущихся тел». В ней излагалась специальная (или частная) теория относительности. По существу в своем ограниченном варианте специальная теория относительности родилась в недрах теории электромагнитного поля Максвелла.

Эйнштейн, как говорится, взял быка за рога, сформулировав несколько важных постулатов. Поскольку не существовало иного способа определить абсолютное пространство и время, кроме как с помощью инерциальных систем отсчета, он предположил, что и в механике для преобразования из одной инерциальной системы в другую следует пользоваться соотношениями не Галилея, а Лоренца. Такое решение не было произвольным или надуманным. Лоренц пытался обеспечить инвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований системы координат. Эйнштейн полагал, что ему удастся распространить действие законов Ньютона хотя бы на инерциальные системы отсчета. Сильное впечатление на Эйнштейна произвел экспериментально установленный факт постоянства скорости света для всех наблюдателей (независимо от движения источника света), и этот факт Эйнштейн принял в качестве одного из постулатов

специальной теории относительности. И поскольку электромагнитное поле создает силу, действующую на электроны, а сила — понятие механическое, у Эйнштейна были определенные основания полагать, что преобразования Лоренца применимы и к механике. Понятие эфира Эйнштейн решительно отверг. Вопрос о том, каким же образом распространяется свет, по-прежнему остался открытым. По словам Гете, величайшее искусство как в теории, так и в практической жизни состоит в том, чтобы превратить проблему в постулат. Именно это и сделал Эйнштейн в 1905 г.

Рассмотрим теперь некоторые следствия из постулатов, принятых Эйнштейном в специальной теории относительности. Первое следствие формулируется так: два наблюдателя, один из которых движется равномерно (со скоростью v) и прямолинейно относительно другого, разойдутся во мнении относительно одновременности событий. Рассмотрим пример из нашей обыденной «земной» жизни.

Предположим, что пассажир, находящийся в середине длинного быстро мчащегося поезда, видит *одновременно* две вспышки света: одну из головного, а другую из хвостового вагона. Наблюдатель, стоящий на насыпи рядом с железнодорожным полотном посередине между головным и хвостовым вагонами, также увидит две вспышки, но *не одновременно*. Вспышка, созданная источником света в хвостовом вагоне, достигнет этого наблюдателя раньше. Возникает вопрос: одновременно ли *произошли* эти вспышки?

Оба наблюдателя согласятся, что вспышки произошли не одновременно. Наблюдатель на земле объяснит это так: поскольку он находился на равном расстоянии между двумя источниками света, оба световых сигнала (вспышки) должны были пройти, одинаковые расстояния, но так как наблюдатель на насыпи увидел сначала вспышку от источника света в хвостовом вагоне, она была испущена раньше. Наблюдатель-пассажир стал бы рассуждать со своей точки зрения. Скорость, с которой распространялся к нему свет от источника в хвостовом вагоне, равна скорости света минус скорость поезда. А скорость света от источника в головном вагоне относительно наблюдателя-пассажира равна скорости света плюс скорость поезда. Оба световых сигнала (вспышки) должны пройти половину длины поезда, чтобы пассажир мог увидеть их. И поскольку сигнал от источника света в хвостовом вагоне (распространяясь с меньшей скоростью) идет дольше, он должен быть испущен раньше, если пассажир увидел обе вспышки одновременно. Казалось бы, все ясно.

Никаких разногласий между нашими наблюдателями по поводу того, какая из вспышек света произошла раньше, не возникает, так как они оба полагают, что наблюдатель на земле покоится, а наблюдатель в поезде движется относительно эфира. Но пусть теперь наблюдатель в поезде посмотрит на происходящее иначе, предположив, что поезд покоится относительно эфира, а Земля движется в направлении от головы к хвосту поезда. Исходя из этого, пассажир вполне резонно заключит, что, поскольку обе вспышки он видит одновременно, они испущены одновременно. Наблюдатель на земле, несомненно, предпочтет остаться при своей прежней точке зрения, утверждая, что он сам и Земля покоятся относительно эфира и вспышка света в заднем вагоне произошла первой. Как видим, на этот раз мнения наблюдателей относительно того, какая вспышка была первой, расходятся, ибо они по-разному судят о том, кто же из них покоится относительно эфира. Так кто же?

К сожалению, у наблюдателя-пассажира ровно столько же оснований считать, что поезд покоится относительно эфира, сколько у наблюдателя на земле полагать, что относительно эфира покоится наша планета, ибо, как показал эксперимент Майкельсона — Морли,

невозможно обнаружить никаких признаков движения через эфир. Следовательно, два наблюдателя, движущиеся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, непременно должны расходиться во мнениях по поводу одновременности двух событий.

Но коль скоро оба наблюдателя не согласны в оценке одновременности двух событий, они должны также получить различные результаты при измерении расстояний. Предположим, два наблюдателя — один на Марсе, другой на Земле — договариваются измерить расстояние от Земли до Солнца. Так как это расстояние изменяется в зависимости от времени, наблюдатели должны измерять его в какой-то заранее выбранный момент времени. Но чтобы оба наблюдателя могли прийти к соглашению о выборе момента времени, им необходимо договориться о том, как понимать одновременность событий, например боя часов, отмечающих выбранный момент времени. А поскольку два наблюдателя движутся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, они не в состоянии прийти к единому мнению относительно одновременности событий и, следовательно, измеренные ими «в данный момент времени» расстояния Земля — Солнце окажутся различными.

Даже характер траектории, описываемой телом, зависит от наблюдателя. Рассмотрим такой простой пример. Пассажиру поезда, движущегося равномерно и прямолинейно, будет казаться, что камень, выпущенный из рук, падает по прямой, а с точки зрения наблюдателя на земле тот же камень описывает параболическую траекторию. Иначе говоря, вид траектории изменяется в зависимости от положения наблюдателя.

Два наблюдателя, движущиеся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, разойдутся во мнениях не только при измерениях расстояний, но и при измерениях продолжительности промежутков времени. В противном случае наблюдатели должны были бы прийти к согласию относительно событий, отмечающих начало и конец временного интервала.

Но выводы, которые извлек из своих постулатов Эйнштейн, далеко не исчерпываются этим. Если один наблюдатель неподвижен, а другой движется относительно него с постоянной скоростью v в заданном направлении (как, например, наблюдатель в поезде), то длина отрезка в движущейся вместе со вторым наблюдателем системе отсчета по измерениям неподвижного наблюдателя окажется короче, чем по измерениям движущегося наблюдателя, и наоборот. Что касается времени, то неподвижному наблюдателю кажется, что наблюдатель, движущийся, например, относительно Земли, перемещается медленнее. Сигара движущегося наблюдателя кажется неподвижному наблюдателю короче, чем его собственная. Иначе говоря, часы в системе отсчета S' покоятся в этой системе. При наблюдении из другой системы отсчета S часы в системе отсчета S' замедляют свой ход на $(1 - 1/\beta)$ за секунду, где $\beta = \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Верно и обратное. В общем случае соотношение между двумя системами отсчета задается преобразованием Лоренца. Кроме того, невозможно отделить измерение пространства от измерения времени (если не считать наблюдателя, производящего измерения в своей собственной системе отсчета), подобно тому как мы не можем отделить одновременно для всех наблюдателей горизонтальное направление от вертикального.

Следует подчеркнуть, что, говоря о различии в результатах измерений длины, производимых различными наблюдателями, мы отнюдь не имеем в виду эффект влияния расстояния на их зрительное восприятие или какие-либо оптические иллюзии. Равным образом, говоря о расхождении в оценках наблюдателями продолжительности временных

интервалов, мы никак не связываем это с психологическими или эмоциональными эффектами.

Рассмотрим численный пример. Наблюдателю на Земле космический корабль, летящий с околосветовой скоростью 270 000 км/с относительно Земли, покажется вдвое короче, чем наблюдателю на борту корабля. Часы, находящиеся на борту этого космического корабля, будут казаться земному наблюдателю идущими вдвое медленнее, чем наблюдателю на борту космического корабля. К аналогичным заключениям наблюдатель, находящийся на борту космического корабля, придет относительно размеров объектов и продолжительности событий на Земле. Более того, каждый набор измерений правилен, но в своем собственном пространстве и времени.

В концепции локальной длины и локального времени заключается одно из принципиально новых положений специальной теории относительности. Их необычность не должна скрывать от нас то, что они гораздо лучше согласуются с экспериментом и приведенными выше рассуждениями по поводу одновременности событий, чем ньютоновские понятия абсолютного пространства и времени. Впрочем, если бы дело обстояло иначе, то, какими бы ни были понятия специальной теории относительности, относительными или абсолютными, никто из ученых не стал бы их придерживаться. Соотношения между длиной и продолжительностью временного интервала, измеряемыми одним наблюдателем, движущимся относительно другого равномерно и прямолинейно со скоростью v , могут быть выведены из преобразования Лоренца.

Еще одно следствие из постулатов специальной теории относительности касается сложения скоростей. Предположим, что в стоячей воде лодка движется со скоростью 6 км/ч, а скорость течения равна 2 км/ч. Можно ли утверждать, что вниз по течению лодка будет плыть со скоростью 8 км/ч? Нет, специальная теория относительности приводит к иному ответу. Скорость V , при сложении скоростей u и v определяется по формуле

$$V = \frac{u + v}{1 + uv/c^2}.$$

Небезынтересно отметить одно следствие из этой формулы: если $u = c$, то $V = c$.

Но, возможно, самое необычное следствие специальной теории относительности касается массы движущегося тела; оно гласит, что масса любого объекта увеличивается со скоростью. Зависимость массы от скорости Эйнштейн рассмотрел в четвертой из своих статей, опубликованных в 1905 г. Если m — масса тела, покоящегося относительно наблюдателя, а M — масса того же тела, движущегося со скоростью v относительно наблюдателя, то они связаны зависимостью (1):

$$M = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Возможно ли подобное? Ведь когда скорость тела возрастает, число молекул в нем отнюдь не увеличивается. Ответ на этот вопрос поистине удивителен. Можно показать, что с вполне удовлетворительной точностью *приращение* массы тела равно кинетической энергии его массы покоя, деленной на c^2 . Грубо говоря, приращение массы тела эквивалентно его кинетической энергии. Можно сказать, что движущаяся масса ведет себя так, как будто она увеличивается, но физически это увеличение сводится к энергии тела.

Хотя взаимосвязь массы и энергии на первый взгляд может показаться невероятной, на самом деле мы сталкиваемся с этим в повседневной жизни. Рассмотрим сначала явление превращения массы в энергию. Так, когда мы пользуемся карманным фонариком, мы по

существо превращаем массу вещества, заключенного в батарейках, в световое излучение, обладающее определенной энергией. Свет может привести во вращение крыльчатку игрушечного радиометра. Ясно, что световое излучение обладает массой, которая, ударяясь о крыльшки радиометра, заставляет их вращаться. Мы сжигаем мазут в отопительных системах, сжигаем бензин в моторах автомобилей, чтобы привести их в действие. И в том и в другом случае мы превращаем массу в энергию, как и сжигая дрова для обогрева своего жилища, ибо тепло — одна из форм энергии. Солнечный свет является основным источником энергии на Земле. Растения превращают его в химическую энергию. В процессе фотосинтеза, происходящего в листьях зеленых растений, энергия солнечного света поглощается и используется для превращения воды, диоксида углерода (углекислого газа) и минералов в органические соединения, богатые кислородом и энергией.

Эйнштейн высказал предположение, что увеличение массы можно было бы наблюдать на частицах, испускаемых при радиоактивном распаде, например на β -частицах (электронах), если разогнать их до высоких скоростей. Это предсказание Эйнштейна получило экспериментальное подтверждение. Нечто похожее происходит, когда мы нагреваем массу, тем самым подводя к ней энергию: масса увеличивается.

К счастью или несчастью, существует и обратный процесс. Частица вещества теряет часть своей массы, отдав соответствующее количество энергии. Частицу можно замедлить, вынуждая ее расходовать массу и тем самым энергию. К поистине трагическим последствиям может привести огромное количество энергии, выделяющейся в виде излучения при делении атомного ядра или при термоядерном синтезе (в первом случае суммарная масса осколков деления меньше массы исходного ядра, во втором — масса продуктов реакции меньше массы исходных частиц). В превращении образовавшегося «дефекта массы» в энергию и состоит принцип действия атомной и водородной бомб.

Эквивалентность массы и энергии можно понять, если задуматься над тем, как ведет себя масса. Самое фундаментальное свойство массы — ее инерция, способность сопротивляться изменению скорости. Чтобы увеличить скорость тела, необходимо сообщить ему энергию. Чем выше скорость, тем больше энергии требуется для того, чтобы ее изменить. При увеличении скорости тело [по формуле (1)] приобретает также дополнительную инерцию, или массу. Путем несложных вычислений нетрудно показать, что

$$M = m + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2/c^2). \quad (2)$$

Равенство (2) не точное, а приближенное. Второй член в правой его части есть кинетическая энергия, деленная на c^2 . Таким образом, добавкой к массе покоя служит кинетическая энергия. Совершенно несущественно, как это выразить: масса возрастает со скоростью; энергия обладает массой или эквивалентна массе; энергия приводит к увеличению массы и т.д. К подобному же результату приводит увеличение энергии любого вида, не обязательно кинетической. Меняется лишь инерция вещества, более богатого энергией.

Однако Эйнштейн пошел гораздо дальше, показав, что когда тело покоится, его энергия E_0 численно равна mc^2 , где m — масса покоя тела. Затем Эйнштейн принял соотношение (1) за формулу, определяющую массу тела, движущегося со скоростью v . В действительности, обобщив и расширив свои рассуждения, он показал, что соотношение $E = mc^2$ остается в силе и в том случае, когда E означает полную энергию массы m , а не только массы покоя (в

наших обозначениях $E = Mc^2$). Эйнштейн также показал, что излучению с энергией E следует приписать инерцию, которой обладает масса, эквивалентная E/c^2 . Эти заключения не следовали непосредственно из специальной теории относительности, но находились в согласии с ней. В книге «Сущность теории относительности» Эйнштейн сформулировал итог своих рассуждений следующим способом: «Таким образом, масса и энергия сходны по существу — это только различные выражения одного и того же. Масса тела не постоянна; она меняется вместе с его энергией» ([7], т. 2, с. 87).

В нашем повседневном опыте укоренилось весьма искусственное различие между массой и энергией. Они измеряются в различных единицах, например в граммах и джоулях соответственно, и энергия E эквивалентна массе, численно равной E/c^2 где c^2 — скорость света в выбранных единицах. Однако ныне мы яснее, чем когда-либо, понимаем, что масса и энергия — всего лишь два способа измерения одной и той же физической сущности. Если кто и возражает против их отождествления, подчеркивая, что речь идет о разных свойствах, то не следует все же забывать об одном немаловажном обстоятельстве: и масса, и энергий в соотношении $E = mc^2$ отнюдь не свойства, которые мы воспринимаем непосредственно нашими органами чувств, а математические термины, выражающие комбинацию таких свойств, а именно обычной массы и обычной скорости.

Хотя Эйнштейн продолжал размышлять на темы механики, теории электромагнетизма и других областей физики, на его работы в более поздний период сильное влияние оказали идеи Германа Минковского (1864-1909), одного из ведущих профессоров Цюрихского политехникума в период обучения там Эйнштейна. Выступая в 1908 г. с докладом «Пространство и время», Минковский, в частности, сказал:

Воззрения на пространство и время, которые я намерен перед вами развить, возникли на экспериментально-физической основе. В этом их сила. Их тенденция радикальна. Отныне пространство само по себе и время само по себе должны обратиться в функции и лишь некоторый вид соединения обоих должен еще сохранить самостоятельность.

([25], с. 181.)

Правда, признавал Минковский, мы нашли спасательное убежище в понятии непрерывно текущего времени, независимом от понятия пространства. Однако при наблюдении явлений природы мы воспринимаем время и пространство не порознь, а вместе, одновременно. Более того, время всегда измерялось по пространственным ориентирам, например по расстоянию, проходимому стрелками часов, или по движению маятника в пространстве. Вместе с тем наши методы измерения пространства с необходимостью включают в себя время. Даже при простейшем методе измерения расстояний — с помощью линейки — время безостановочно течет. Следовательно, естественный взгляд на события должен приводить к рассмотрению комбинации пространства и времени; мир представляет собой четырехмерный пространственно-временной континуум.

Известно, что при измерении пространственных и временной компонентов пространственно-временного интервала между двумя событиями различные наблюдатели могут получать разные результаты, но это не удивительно, если рассматривать трехмерное

пространство само по себе. Два наблюдателя в различных точках земного шара видят одно и то же трехмерное пространство, но, основываясь на собственном опыте, каждый из них выделяет вертикальное и горизонтальное направления, отличные от вертикального и горизонтального направлений другого наблюдателя. Тем не менее мы продолжаем считать пространство трехмерным, а не рассматривать его как некую искусственную комбинацию протяженности по вертикали и горизонтали. Аналогичным образом различные наблюдатели могут по-разному разлагать пространство-время на пространственную и временную составляющие. Такое разложение столь же реально и необходимо для того, кто его производит, как и различие между горизонтальным и вертикальным направлениями для спускающегося по лестнице. Различие между тем и другим привносим мы, люди, — природа же предъявляет нам пространство и время не порознь, а вместе. В действительности в повседневной жизни мы иногда смешиваем пространство и время. Мы говорим, что звезда находится от нас на расстоянии стольких-то световых лет. Это означает, что звезда находится от нас на расстоянии, которое свет проходит за указанное время. Железнодорожное расписание также представляет собой комбинацию положения в пространстве и времени.

Эйнштейн развил идею Минковского о том, что Вселенную следует рассматривать как четырехмерный пространственно-временной мир, но эти поистине поразительные новшества специальной теории относительности Эйнштейна не позволили разрешить все трудности, перечисленные нами в предыдущей главе. По-прежнему не было никакой ясности относительно того, каким образом гравитация удерживает различные тела на поверхности Земли и планеты на их орбитах или почему в данной точке земного шара отношение массы и веса всегда должно быть постоянно.

Эйнштейн предпринял также попытку распространить специальную теорию относительности на такие системы отсчета, которые движутся относительно друг друга *ускоренно*. Путеводная нить к более общему варианту теории относительности была найдена в 1907 г., когда Эйнштейн, размышляя над проблемами гравитации, осознал, что так называемая гравитационная масса неотличима от массы инерциальной. Что заставило ученых ввести различие между гравитационной и инерциальной массами? Согласно первому закону Ньютона, изменить состояние движения тела можно, приложив к нему силу. Если масса тела равна m , то, чтобы сообщить ему ускорение a , нужно приложить (по второму закону Ньютона) силу $F = ma$. Здесь m — инерциальная масса. Если мы стукнем кием по бильярдному шару на столе, приведя шар в движение, то ускоряемая масса есть масса инерциальная. Но если мы возьмем бильярдный шар в руку и выпустим его, то он упадет, поскольку масса Земли притягивает массу шара. В этом падении участвует уже гравитационная масса (вес). Совпадают ли инерциальная и гравитационная массы? Этот вопрос не беспокоил последователей Ньютона, но в связи с совершенно новыми проблемами, касающимися массы даже в специальной теории относительности, не мог не занимать Эйнштейна. И он пришел к следующему выводу: гравитационная масса эквивалентна инерциальной и гравитационная масса есть не что иное, как инерциальная масса в пространстве-времени совершенно нового типа.

Чтобы лучше понять ход рассуждений Эйнштейна, рассмотрим пример: пассажир свободно падающей (например, из-за обрыва троса) кабины лифта. В таком случае пассажир не испытывает действия силы тяжести. Действительно, он не давит на пол кабины и не имеет веса. Если, находясь внутри падающей кабины лифта, пассажир уронит носовой

платок или наручные часы, то эти предметы будут падать. Но кабина также падает, поэтому и платок, и часы останутся (относительно кабины) в той точке пространства, где их выпустили. *Внутри* кабины лифта важна только инерциальная масса. Но для внешнего наблюдателя существует сила тяжести, действующая на кабину и находящиеся внутри нее предметы.

Обобщая, можно сказать, что все наблюдения, производимые локально над системой, на которую действует однородная статическая сила тяжести, будут такими, как если бы система двигалась равноускоренно. Ускорение и сила тяжести эквивалентны. В этом и состоит смысл сформулированного Эйнштейном принципа эквивалентности. Иначе говоря, этот принцип означает, что наблюдатель, падающий в гравитационном поле, будет испытывать то же, что и наблюдатель, находящийся в области пространства, полностью экранированной от гравитационного поля, если он движется с ускорением, равным ускорению свободного падения.

Под влиянием идей Минковского о пространстве-времени, своих собственных размышлений относительно инерциальной и гравитационной масс и побуждаемый желанием распространить специальную теорию относительности на системы отсчета, движущиеся ускоренно, Эйнштейн пришел к идее искривленного пространства-времени. Неоднородность реального гравитационного поля не позволяет заменить его единой ускоренной системой отсчета в большой области пространства. Поэтому Эйнштейн воспользовался идеями Римана и Клиффорда (хотя о последнем он, возможно, не знал), которые полагали, что распределение материи в пространстве-времени может быть учтено в геометрической структуре последнего.

«Увидеть», как выглядит эйнштейновское четырехмерное искривленное пространство-время, мы не в силах, но, воспользовавшись аналогией, все же можем в какой-то степени интуитивно представить его. Рассмотрим форму Земли. Хотя для многих целей вполне достаточно считать, что Земля имеет форму шара, в действительности это не так. На поверхности Земли есть горы, долины, ущелья. Какую форму имеют геодезические, или кратчайшие пути, на такой поверхности, заполненной материей? Ясно, что они изменяются в зависимости от формы поверхности и при переходе от одной области к другой.

В свою общую теорию относительности Эйнштейн включил принцип эквивалентности. В ее математическом пространстве-времени любая масса «искажает», или «деформирует», вокруг себя область пространства-времени так, что все движущиеся в этой области объекты следуют по одним и тем же искривленным траекториям, или геодезическим. На языке классической физики можно сказать, что эти объекты движутся ускоренно, так как на них действует некоторая сила — тяготение. Но в общей теории относительности ускорение обусловлено самими свойствами пространства-времени. Следовательно, оно одинаковым образом действует на все инерциальные массы, и принцип эквивалентности выполняется автоматически.

Однако основная идея общей теории относительности Эйнштейна состоит в том, что геометрия пространства-времени учитывает распределение материи, а гравитация в ней исключается. (Строго говоря, геометрия пространства-времени должна отражать распределение всего вещества, в том числе и вещества, содержащегося в движущихся телах. Однако если количество вещества в движущемся теле мало, то им можно пренебречь. Это в полной мере относится и к планетам.) Планеты и свет, распространяющийся от Солнца к Земле, следуют по траекториям, форма которых определяется структурой четырехмерного

пространства-времени. И планеты и свет в свободном движении (т.е. в отсутствие каких бы то ни было сил) следуют по траекториям, которые являются геодезическими, или кратчайшими путями, подобно тому как свет следует по кратчайшему пути в ньютоновской механике (кратчайшие пути избирают все тела, на которые не действует гравитация). Локально пространство-время общей теории относительности совпадает с пространством-временем специальной теории относительности, и все выводы последней переносятся на общую теорию относительности.

Объяснение в рамках геометрии пространства-времени эффектов, которые ранее было принято считать гравитационными, позволило решить еще одну прежде не разрешимую проблему, а именно: постоянство отношения веса к массе для всех тел на поверхности Земли и вблизи нее. При интерпретации в духе классической физики это постоянное отношение есть ускорение, с которым все тела падают на Землю. В механике Ньютона ускорение свободного падения обусловлено силой гравитационного притяжения, с которой Земля действует на все тела. Таким образом, постоянство отношения веса к массе означает, что тела любой массы в свободном падении на Землю ведут себя одинаково и в пространстве, и во времени. Но в новой формулировке явления гравитации, предложенной Эйнштейном, то, что прежде считалось силой тяжести, обусловленной притяжением Земли, стало следствием геометрии пространства-времени вблизи земной поверхности. Тогда первый закон Ньютона в его видоизмененной формулировке звучит так: все свободно падающие массы должны двигаться по геодезическим пространства-времени. Иначе говоря, пространственно-временное поведение всех масс вблизи поверхности Земли должно быть одинаковым, и оно действительно таково. Таким образом, общая теория относительности решает проблему, касающуюся постоянного отношения веса к массе, исключая вес как научное понятие и давая более удовлетворительное объяснение эффектам, которые ранее приписывались действию силы тяжести.

Эйнштейн столкнулся с еще одной проблемой. Все мы — наблюдатели в пространстве-времени, и каждый из нас формулирует законы пространства-времени в своей собственной системе координат. Необходимо было удостовериться в том, что законы остаются одинаковыми для всех наблюдателей. Для этого Эйнштейну было необходимо сформулировать эти законы так, чтобы они сохраняли свой вид при преобразовании из системы координат одного наблюдателя в систему координат другого. Перед Эйнштейном встала чисто математическая проблема. Он обсудил ее со своим коллегой Георгом Пиком, который обратил внимание Эйнштейна на тензорный анализ, развитый Бернхардом Риманом, Элвином Бруно Кристоффелем, Джорджо Риччи-Курбастро и его знаменитым учеником Туллио Леви-Чивитой. Эйнштейн обратился за помощью к другому своему коллеге в Цюрихе, специалисту по дифференциальной геометрии Марселю Гроссману (1878-1936), и тот познакомил его с тензорным анализом. В 1913-1914 гг. Гроссман и Эйнштейн выпустили три совместные работы. В последующие годы Эйнштейн настолько овладел математическим аппаратом, что мог свободно пользоваться римановой геометрией и тензорным анализом для формулировки общей теории относительности и описания того, каким образом преобразуются законы при переходе из одной системы координат в другую. Эйнштейн прекрасно понимал, сколь многим он обязан создателям тензорного анализа. В 1915 г. Эйнштейн написал четыре работы по общей теории относительности, решающая из которых датирована 25 ноября 1915 г. В ней говорится, что записанные в тензорных обозначениях законы природы сохраняют одну и ту же форму во всех математически

приемлемых системах координат.

В свое время общая теория относительности казалась весьма необычной и резко отличалась от других физических теорий. Что же все-таки побудило физиков-теоретиков принять ее?

Основываясь на своей теории, Эйнштейн предсказал три природных явления. Перигелием называется точка планетной орбиты, ближайшая к Солнцу. Согласно механике Ньютона, перигелий самой внутренней (ближайшей к Солнцу) планеты, Меркурия, должен менять из года в год свое положение на величину, отличающуюся от наблюдаемой примерно на $5600''$ (дуговых секунд) за столетие (одна дуговая секунда равна $1/3600$ градуса). Значительная часть этого отклонения (примерно $5000''$ за столетие) обусловлена тем, что мы производим свои наблюдения с движущейся Земли. В 1856 г. Леверье показал, что часть отклонения (около $531''$ за столетие) обусловлена притяжением других планет. Остальную часть отклонения так и не удавалось объяснить до тех пор, пока Эйнштейн в 1915 г. не попытался сделать это, исходя из общей теории относительности. С того момента было произведено множество наблюдений, что позволило гораздо точнее измерить смещение перигелия Меркурия. Но вычисление всех поправок осложняется тем, что движущаяся планета сама создает определенные возмущения в кривизне пространства-времени.

Эйнштейн высказал также предположение, что свет далекой звезды, проходя вблизи Солнца, должен отклоняться, и оценил величину отклонения. До Эйнштейна было известно, что свет (который, как предполагалось, обладает массой) отклоняется гравитационным полем (в данном случае полем Солнца). По оценкам отклонение луча, проходящего у края солнечного диска, должно было составлять $0,87''$. Эйнштейн получил величину отклонения $1,75''$. Наблюдения, произведенные во время солнечного затмения в 1919 г., подтвердили предсказание Эйнштейна. Сравнивая положения звезд на фотографиях, сделанных за пять месяцев до солнечного затмения (когда звезды в ночном небе были далеко от Солнца), и фотографиях, заснятых в момент солнечного затмения, Артур Стенли Эддингтон показал, что величина наблюдаемого отклонения согласуется с оценкой Эйнштейна (рис. 37). Этот результат, полученный вскоре после опубликования общей теории относительности, возможно, в большей мере, чем что-либо иное способствовал признанию идей Эйнштейна.

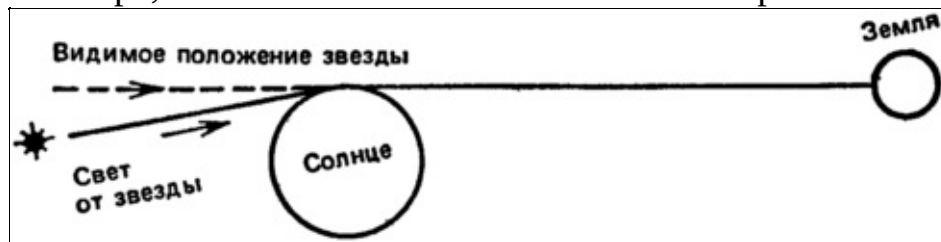


Рис. 37.

Эйнштейн предсказал еще одно явление. Атомы, в особенности атомы газов, при нагревании обычно испускают световое излучение нескольких частот (иногда в широком интервале частот). Эйнштейн высказал соображение, что частоты излучения атомов, находящихся в различных областях гравитационного поля Солнца, должны отличаться (как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения) от частот, на которых излучают те же атомы на Земле. Изменения в частоте колебаний атомов газа физически проявляются в смещении цветов (спектра) солнечного излучения, приходящего на Землю. С Земли излучение атомов, находящихся вблизи Солнца, будет казаться краснее, т.е. все длины волн

сдвинутся к красному концу спектра. Предсказанное Эйнштейном красное смещение было обнаружено экспериментально.^[12]

Получив несомненные экспериментальные подтверждения, общая теория относительности, казалось бы, значительно укрепила свои позиции. Кроме того, теория Эйнштейна в качестве первого приближения включала и теорию Ньютона, что могло служить еще одним подтверждением ее справедливости. Но, говоря об успехах общей теории относительности, не следует забывать об одной на первый взгляд несущественной детали: во всех описанных нами экспериментах измерению подлежали очень слабо выраженные эффекты. Но Эйнштейн был уверен в правильности специальной и общей теорий относительности еще до того, как они прошли экспериментальную проверку.

Ныне специальная и общая теории относительности не просто составляют неотъемлемую часть нашего научного знания — в том, что касается широты охватываемых ими явлений, они дают нам наиболее точное представление об окружающем нас физическом мире. Означает ли это, что мы должны безоговорочно принять их? В частности, должны ли мы согласиться с тем, что одновременность событий, длины отрезков и продолжительность промежутков времени зависят от наблюдателя? От этих вопросов можно было отмахнуться в прошлом, поскольку значительные расхождения в результатах, полученных различными наблюдателями, обнаруживаются только при очень больших скоростях движения одного наблюдателя относительно другого. Но теперь, когда люди побывали на Луне и направили космические аппараты к Сатурну и далее к Нептуну, когда космические полеты, несомненно, будут совершаться на все более далекие расстояния, нам приходится иметь дело отнюдь не с малыми скоростями.

Несмотря на поразительные и впечатляющие экспериментальные подтверждения теории относительности, многим людям трудно воспринимать ее четырехмерный неевклидов мир. Представить себе наглядно такой четырехмерный мир действительно невозможно, но тот, кто требует наглядности от понятий современной физики и математики, находится в своем научном развитии на уровне средневековья. С давних времен, когда математики только начинали оперировать числами, они упорно развивали алгебраический подход, не зависящий от чувственного опыта. Ныне математики вполне сознательно строят и применяют геометрии, которые существуют только в человеческом разуме и никогда не предназначались для наглядной интерпретации. Не следует думать, однако, будто современные математики отвергают всякую связь с чувственным восприятием. Представления о физическом мире, сформированные на основе геометрических и алгебраических соображений, должны соответствовать наблюдениям и экспериментам, если мы хотим, чтобы логическая структура наших умозрительных построений была полезна для физики. Но настаивать на том, чтобы каждый шаг в цепи геометрического рассуждения непременно чему-нибудь соответствовал в нашем чувственном опыте, — это значит лишать математику и естествознание двух тысячелетий истории их развития.

Вспомним, как некогда люди реагировали на то, что Земля круглая, а позднее на то, что Земля обращается вокруг Солнца. Наш чувственный опыт не согласуется ни с одним из этих фактов. Тем с большим доверием должны мы воспринимать релятивистские понятия времени, одновременности, пространства и массы. Теория относительности предостерегает нас против того, чтобы явления, наблюдаемые в некоторой выделенной системе отсчета, мы принимали за истину в абсолютном смысле. Что есть истина об окружающем нас мире и что реально объективно в других физических областях — об этом говорят нам

математические законы. Природе нет дела до наших впечатлений. Она следует своим курсом независимо от того, постигаем ли мы его.

Теория относительности объединила пространство и время в четырехмерный континуум, она показала, какое влияние оказывает распределение материи на геометрию пространства-времени. Эти идеи, столь чуждые философам начала нашего столетия, ныне все шире проникают в философские концепции мира. Природа предстает перед нами как органически целое, где неразрывно слиты пространство, время и материя. В прошлом люди, анализируя природу, выделяли некоторые ее свойства, казавшиеся им особенно важными, и воспринимали их как вполне самостоятельные сущности, забывая о том, что эти свойства абстрагированы от целого. Ныне люди с удивлением узнают, что казавшиеся ранее не связанными между собой понятия необходимо вновь собрать в единое целое, чтобы достичь непротиворечивого, удовлетворительного синтеза знания.

Аристотель первым создал философское учение, провозгласившее, что пространство, время и материя суть различные компоненты опыта. Впоследствии эту точку зрения восприняли естествоиспытатели. Разделял ее и Ньютон. Следуя Аристотелю, мы настолько привыкли мыслить пространство и время как фундаментальные и различные компоненты нашего физического мира, существующие независимо и отдельно от материи, что перестали сознать «рукотворный» характер подобного взгляда на природу и забыли, что это лишь один из возможных взглядов. Надо сказать, что современные философы и среди них Алфред Норт Уайтхед отнюдь не считали такое аналитическое расчленение природы на составные части бесполезным. Наоборот, подобный подход оказался весьма ценным и даже существенным. Однако мы должны отчетливо сознать его искусственный характер и не смешивать вычленяемые нами компоненты природы с самой природой подобно тому, как мы не принимаем органы, наблюдаемые при вскрытии в анатомическом театре, за живое человеческое тело.

Теперь мы в состоянии оценить, сколь велика та часть нашей физической науки, которая была математизирована в форме геометрии. Со времен Евклида законы физического пространства были всего лишь теоремами евклидовой геометрии и ничем больше. Гиппарх, Птолемей, Коперник и Кеплер сформулировали основные свойства движений небесных тел в геометрических терминах. С помощью телескопа Галилей распространил применение геометрии на бесконечное пространство и многие миллионы небесных тел. Когда Лобачевский, Бойаи и Риман показали, как строить иные геометрические миры, Эйнштейн подхватил их идеи, превратив наш физический мир в четырехмерный, математический. Гравитация, время и материя наряду с пространством стали компонентами геометрической структуры четырехмерного пространства-времени. Так, уверенность древних греков в том, что реальный мир удобнее и понятнее всего выражать через его геометрические свойства, и проникнутое духом эпохи Возрождения учение Декарта о том, что феномены материи и движения легко объяснить через геометрию пространства, получили убедительнейшее подтверждение.

«Исчезновение» материи: квантовая теория

Как я уже неоднократно подчеркивал, эксперимент вообще ничего не значит, пока он не интерпретирован теорией.

Макс Борн

Я вспоминаю дискуссии с Бором... После окончания одной из них я отправился прогуляться в соседний парк и вновь и вновь задавал себе один и тот же вопрос: «Неужели природа столь нелепа, как представляется нам в наших атомных экспериментах?»

Вернер Гейзенберг

Вторым революционным событием в физике XX в. по праву можно считать создание квантовой теории. И поныне мы не можем назвать ни одного другого научного открытия, которое столь решительно изменило бы наше представление о том, что реально в физическом мире и как ведет себя природа.

При обсуждении квантовой теории мы не будем придерживаться хронологической последовательности событий и останавливаться на тех или иных математических достижениях или блестящих экспериментах. Дело в том, что используемая в квантовой теории математика далеко не элементарна; она включает в себя такие разделы, как теория дифференциальных уравнений и теория вероятностей. Изложить популярно столь высокие материи не просто. Но смею заверить читателя, что и в квантовой теории математика играет столь же важную роль и служит таким же незаменимым инструментом познания природы, как и в тех областях естествознания, о которых мы говорили раньше.

Квантовая теория занимается изучением атомной структуры материи, и до сих пор не все проблемы и даже явные противоречия в ней разрешены. Мы все еще находимся на довольно ранней стадии развития в той области науки, которую часто называют микрофизикой в противоположность макрофизике, занимающейся, как правило, изучением крупномасштабных явлений. Квантовая теория «копает» гораздо глубже того уровня, о котором нам могут что-либо рассказать наши органы чувств, например зрение или осязание, так как даже в электронный микроскоп различимы только очень большие атомы. Квантовая теория занимается изучением невидимого безмолвного мира. И хотя этот мир сам по себе неощутим, производимые им эффекты столь же реальны, как стол, стул и наше собственное тело. Возможно, наиболее близко этому миру электромагнитное излучение. Мы не воспринимаем его физически, но его воздействие известно каждому. Вспомним, к примеру, радио или телевидение.

Природа некоторых открытий квантовой теории не до конца понятна, тем не менее, они нашли практическое воплощение. Атомная бомба — реальность, и нам приходится

считаться с ней гораздо больше, чем с некоторыми величайшими творениями математической мысли прошлого.

Хотя наши ощущения убеждают нас в том, что звук, свет, вода и вещество в целом непрерывны, вопрос об элементарной структуре всех явлений (например, света) и вещества уходит своими корнями в античную эпоху. Еще Левкипп (V в. до н.э.) и вслед за ним Демокрит из Абдеры (ок. 460-370 до н.э.) учили, что материя состоит из неделимых атомов. (Само слово атом происходит от греческого «атомос» — неделимый.) Демокрит считал, что существует много разновидностей атомов, отличающихся по величине, форме, твердости и порядку положения. Большие тела состоят из множества атомов, отличающихся числом и расположением, но сами атомы неделимы. И Левкипп, и Демокрит заявляли, что все чувственные восприятия — лишь видимости, порождаемые различными расположениями атомов. В то время как форму, размеры и другие перечисленные выше качества древние атомисты считали реальными физическими свойствами атомов, остальные качества, такие, как вкус, тепло и цвет, по их мнению, не присущи самим атомам, а являются результатом воздействия атомов на человека. Чувственное знание ненадежно, ибо оно зависит от ощущения субъекта.

Иных взглядов придерживался Аристотель. Согласно его учению, восходящему к Эмпедоклу (490-430 до н.э.), в основе всего лежат четыре *элемента* — земля, огонь, воздух и вода, свойства которых в той или иной степени присущи всем вещам. Комбинациями этих сущностей, возникающими под действием притяжения (любви) и отталкивания (ненависти), объясняются все явления в мире. В действительности древним грекам (и даже их предшественникам) были известны и другие элементы, например медь, олово и ртуть, но ни Аристотель, ни его последователи не брали их в расчет. Аристотель считал, что атомы делимы (даже бесконечно делимы), поэтому материя, по его мнению, непрерывна и мельчайших структурных частиц не существует. Взгляды Аристотеля господствовали в Европе, подавляя все иные воззрения, до XVI в.

С XVII в. и вплоть до начала XX в. признание получила теория, согласно которой атомы неделимы. Предполагалось, что атомы различных химических элементов, например водорода, кислорода, меди, золота и ртути, различны. Считалось также, что атомы одного и того же элемента одинаковы по весу, а атомы различных элементов имеют разный вес. Обычные вещества, скажем, вода, состоят из молекул, представляющих собой комбинации различных атомов. Именно эти представления были положены в основу современной химии. Первые шаги к ее созданию предпринял Роберт Бойль (1627-1691) в сочинении «Химик-скептик» (1661).

Более глубокое изложение основ химии (согласующееся со взглядами Бойля) предложил в 1803 г. Джон Дальтон (1766-1844). Основная идея Дальтона заключалась в следующем: многие законы химии можно без труда объяснить, если предположить, что каждому химическому элементу соответствуют специфические атомы. Каждое вещество состоит из определенных комбинаций различных «сортов» неделимых атомов.

К 60-м годам XIX в. было известно около шестидесяти различных типов атомов. В том же десятилетии Дмитрий Иванович Менделеев (1834-1907) предпринял попытку классифицировать известные химические элементы, расположив их в порядке возрастания атомных весов. Он обратил внимание на то, что среди первых шестнадцати элементов химические свойства повторяются через семь элементов на восьмой. Менделеев обнаружил также, что если подмеченную им закономерность распространить на остальные элементы,

расположенные в порядке возрастания атомных масс, то наблюдаемая повторяемость химических свойств наводит на мысль о необходимости оставлять в системе классификации кое-где «пустые клетки». Менделеев счел вполне обоснованным предположить, что такие «клетки» принадлежат пока еще неизвестным элементам. Необходимость поиска неведомых элементов не вызывала у Менделеева ни малейших сомнений, и вскоре было действительно открыто три новых элемента (называемые ныне скандием, галлием и германием), свойства которых Менделеев предсказал заранее, опираясь на установленную им систему периодичности химических свойств. Дальнейшие исследования внесли некоторые изменения в периодическую систему Менделеева, но открытая им последовательность элементов и поныне составляет основу современной периодической системы. Хотя Менделеев понимал, что не располагает физическим объяснением выявленной им закономерности в свойствах химических элементов, он всячески отстаивал важность использования закона периодичности для поиска новых элементов, определения их атомных масс и предсказания химических свойств, в частности способности образовывать соединения с другими элементами.

Элементы, как известные ранее, так и предсказанные Менделеевым и обнаруженные впоследствии другими исследователями, расположены в порядке возрастания сложности строения их атомов и соответственно перенумерованы. Например, водород значится в периодической системе под номером 1. Под номером 2 стоит гелий, и так далее до элемента с номером 103 — лоуренсия. Атомные массы элементов показывают, во сколько раз атом данного элемента «тяжелее» атома водорода. Атомная масса водорода принята за 1, атомная масса гелия равна 4 и так далее до атомной массы лоуренсия, равного 257.

Хотя спор о неделимости атомов продолжался до начала XX в., большинство естествоиспытателей склонялись к мнению, что атомы неделимы и являются мельчайшими составными частями материи. В 1907 г. Кельвин заявил, что атом неразрушим. Однако некоторые замечательные открытия ниспровергли утвердившееся было мнение о неделимости атома. В 70-х годах XIX в. становилось все более очевидным, что атом, возможно, состоит из каких-то более мелких частиц. В 1897 г. Джозеф Джон Томсон (1856-1940) экспериментально доказал, что атом действительно состоит из частиц, и, в частности, с высокой точностью измерил электрический заряд и массу очень легких заряженных частиц, получивших название «электрон». В 1900 г. Хендрик Антон Лоренц подтвердил существование таких отрицательно заряженных частиц. Масса электрона оказалась равной примерно 10^{-27} г (точнее $0,91 \cdot 10^{-27}$ г), что почти в 2000 раз меньше массы самого легкого из атомов — водорода. Заряд электрона также невообразимо мал: около $4,80325 \cdot 10^{-10}$ электростатических единиц. Примерно в 1903 г. Хантаро Нагаока в Токио предложил так называемую «модель Сатурна», согласно которой расположенное в центре ядро было окружено вращающимися вокруг него электронами. Это была первая попытка порвать с традиционным убеждением в неделимости атома.

Атомная теория в те годы выглядела весьма примитивно. Она утверждала, что все атомы состоят из протонов (заряженных положительно) и электронов. Считалось, что протоны образуют ядро атома. Вскоре стало ясно, что масса атома почти полностью сосредоточена в ядре. Самое малое из ядер — ядро атома водорода — имеет массу $1,6726 \cdot 10^{-24}$ г. Вокруг ядра любого атома располагаются электроны, число которых равно атомному номеру.

Еще один удар по традиционной теории был нанесен в 1896 г., когда Антуан Анри

Беккерель (1852-1908) совершенно случайно открыл радиоактивность. Изучением этого явления занялись супруги Пьер Кюри (1859-1906) и Мария Склодовская-Кюри (1867-1934). Стало очевидно, что атом обладает гораздо более сложной структурой, чем предполагалось. О природе радиоактивности мы расскажем чуть позднее. Но вскоре стало ясно, что ядра некоторых атомов, в частности очень тяжелых атомов, обладают способностью испускать частицы и электромагнитное излучение, получившие соответственно названия альфа- и бета-частиц и гамма-излучения. Альфа-частицы — это ионизованные атомы гелия, бета-частицы — электроны, а гамма-излучение — электромагнитное излучение очень высокой частоты. Выяснилось, что при испускании альфа-частицы атом превращается в атом более легкого элемента. В ранних работах по строению атома продукты радиоактивного распада использовались для изучения частиц, составляющих атомное ядро.

К 1910 г. Эрнест Резерфорд (1871-1937), экспериментировавший с радиоактивными атомами, пришел к мысли, что атом по своему строению напоминает Солнечную систему, в которой вокруг расположенного в центре Солнца обращаются планеты. В модели атома Резерфорда вокруг расположенного в центре ядра по различным орбитам двигались электроны. Резерфорд был абсолютно уверен в том, что объем ядра не превышает «одной миллионной от одной миллионной» (т.е. 10^{-12}) объема атома. Например, в атоме золота (атомный номер 79) вокруг ядра движется 79 электронов. Атомное ядро в модели Резерфорда состояло главным образом из протонов, о чем мы уже упоминали. Но для восполнения «недостающей» массы ядра Резерфорд предположил, что оно помимо протонов содержит также электрически нейтральные частицы, которые он назвал нейтронами. Ядра с одинаковым числом протонов, но разным числом нейтронов называются изотопами.

Пока Резерфорд и другие исследователи изучали атом, строили его модели, Макс Планк (1858-1947) в 1900 г. совершил необычайно важное открытие, оказавшее влияние на все последующее развитие атомной физики. Планк занимался изучением так называемого теплового излучения, или излучения абсолютно черного тела. Известно, например, что раскаленный докрасна металл излучает свет, который, как мы знаем, является одной из разновидностей электромагнитного излучения. Опираясь в основном на интуитивные физические представления, Планк выдвинул в 1900 г. гипотезу (теоретически пока не обоснованную), согласно которой излучение испускается не сплошным, непрерывным «поток», а небольшими порциями, или квантами, энергия которых зависит от частоты излучения, испускаемого атомом. Энергия излучения, согласно Планку, определяется по формуле

$$E = n\hbar\nu,$$

где n — число испущенных квантов, которое может быть равно 0, 1, 2, ...; $\hbar$ — постоянная, называемая ныне постоянной Планка ($\hbar = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с = $6,686 \cdot 10^{-27}$ эрг·с ~ 10^{-26} эрг·с), ν — частота излучения, состоящего из квантов подобно тому, как, например, волны на воде состоят из молекул воды. Излучение, допустим, свет, кажется непрерывным, так как число образующих его квантов очень велико. Так, число квантов, испускаемых за 1 с обычной 100-ваттной электрической лампой, составляет порядка 10^{20} .

Падая на поверхность металла, свет с частотой ν высвобождает энергию. Из формулы Планка следует, что энергия каждого электрона, выбитого из поверхности металла,

пропорциональна $h\nu$. Позднее кванты излучения стали называть фотонами. Формула Планка была гипотезой, счастливой догадкой, плодом замечательной физической интуиции. Однако Планку понадобилось произвести немало математических выкладок, чтобы изложить свои рассуждения и хотя бы в какой-то мере придать им убедительность.

Эйнштейн в своей работе по фотоэлектрическому эффекту (1905), в детали которой мы намеренно не будем входить, ибо это увело бы нас далеко в сторону, не только подтвердил формулу Планка, но и сумел найти ей применение. Свет, освещая поверхность металла, выбивает из нее электроны. Из гипотезы Планка следовало, что падающее на поверхность металла излучение состоит из квантов, каждый из которых несет энергию $h\nu$. Энергия каждого вылетевшего из металла электрона пропорциональна $h\nu$. Гипотеза квантов позволила Эйнштейну объяснить взаимодействие света и атомов, образующих поверхность металла. Выбивание электронов происходит только при достаточно высокой энергии квантов, т.е. при больших частотах, но не зависит от интенсивности света. Что же касается числа выбиваемых электронов, то оно действительно определяется интенсивностью света. Работы Планка и Эйнштейна вновь подняли проблему: из чего состоит электромагнитное излучение и, в частности, свет? Из волн или из частиц? К этой проблеме мы обратимся в дальнейшем. А пока заметим лишь то, что уже ясно из сказанного: электромагнитное излучение ведет себя и как волны, и как частицы.

Но вернемся к работам, связанным с изучением структуры атома. Модель Резерфорда не позволяла объяснить, почему электроны, обращающиеся вокруг ядра, не испускают света или энергии какого-нибудь другого вида, как того требует теория электромагнитного поля, и не падают по спирали на ядро. Нильс Хенрик Давид Бор (1885-1962) «вгляделся» в структуру атома пристальнее, чем его предшественники. Приняв за исходную планетарную модель Резерфорда, Бор на основании некоторых математических соображений постулировал, что электроны в атоме не излучают, если движутся по вполне определенным («разрешенным») орбитам подобно тому, как движутся планеты. Обращающийся вокруг атомного ядра электрон обладает энергией, а именно механической энергией, которую имеет любой объект, обращающийся вокруг центрального тела. Но стоит лишь электрону перейти с одной орбиты на другую, как он либо испускает, либо поглощает излучение. И испускание, и поглощение энергии происходят скачками. Каждый скачок представляет собой квант энергии, его величина кратна $h\nu$. При поглощении атомом излучения электрон переходит с внутренней, более близкой к ядру, орбиты на внешнюю, — более далекую от ядра. При обратном переходе, напротив, атом излучает кванты, или фотоны.

Теория Бора объясняла далеко не все результаты, касающиеся частот испускаемого атомами излучения, поэтому работа по выяснению структуры атома продолжалась.

До сих пор речь шла о квантах, или фотонах, т.е. о «частицах» электромагнитного излучения. В 1922 г. на сцене появился Луи Виктор де Бройль (1892-1987); он высказал идею, которая стала центральной в разделе физики, получившем название «волновая механика». Зная о корпускулярных свойствах световых волн (о фотонах), де Бройль задумался над вопросом: если световые волны могут вести себя и как частицы, и как волны, то почему бы аналогичным образом не вести себя частицам? Нельзя ли с любым веществом связать волны? Следовало попытаться определить частоту и скорость волн материи.

Пользуясь методами математической теории дифференциальных уравнений с частными производными, де Бройль установил, что длина волны λ к любой частицы должна быть равна постоянной Планка h , деленной на произведение массы частицы m и ее скорости v ,

т.е.

$$\lambda = h/mv.$$

Произведение mv называется импульсом частицы и обычно обозначается p . Для частиц массой 1 г, движущейся со скоростью 1 см/с, длина волны де Бройля $\lambda = 10^{-26}$ см, т.е. в 10 млн. раз меньше размеров атомного ядра. Следовательно, в шкале масштабов окружающего нас макроскопического мира все объекты чудовищно велики по сравнению с длинами соответствующих им волн материи, поэтому мы не наблюдаем этих волн.

Развивая идею де Бройля о том, что всем микрочастицам и, в частности, электронам соответствуют волны, Эрвин Шрёдингер (1887-1961) вывел в 1926 г. дифференциальное уравнение с частными производными для так называемой ψ -функции, описывающей форму этих волн. Решая уравнение Шрёдингера, мы находим параметры волн. Его решения называются собственными, или характеристическими, функциями. Если коэффициентам, входящим в уравнение Шрёдингера, придать конкретные численные значения, то эти функции отличны от тождественного нуля только при определенных значениях некоторой постоянной. Эти значения называются собственными, или характеристическими. Дискретные значения энергии электронов в атоме оказываются собственными значениями волнового уравнения Шрёдингера и согласуются с теми величинами, которые дает теория Бора.

Следующая весьма грубая картина позволит нам хотя бы в общих чертах понять, как ведут себя волны электронов в представлении Шрёдингера. На рис. 38 показана часть волны протяженностью 2λ . Если такую волну создать, проведя смычком по скрипичной струне, то она будет колебаться вверх-вниз, занимая положения, показанные сплошной и штриховой кривыми. Можно возбудить и некую последовательность волн, длины которых составляют лишь дробные части основной длины волны (например, половину и треть ее). В представлении Шрёдингера полная волна, соответствующая любому электрону, окружая ядро, может простирается на две, три и даже пять основных длин волн. В каждом случае в полной волне электрона укладывается целое число основных волн и конец последней волны совпадает с началом первой (на рис. 38 точка B должна совпадать с точкой A)

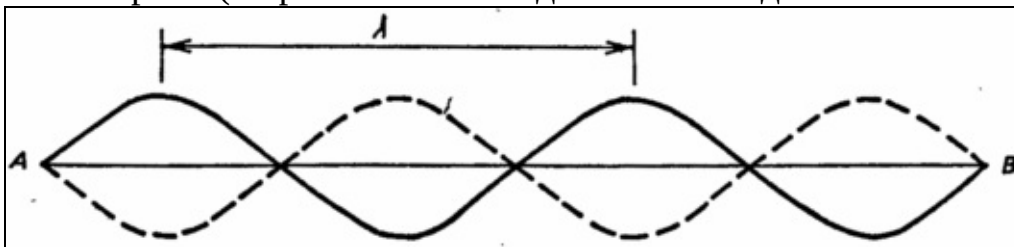


Рис. 38.

Введенная Шрёдингером ψ -функция задает амплитуду волн материи, изменяющихся от точки к точке и от одного момента времени к другому. Это стоячие волны, сосредоточенные преимущественно в небольшой области пространства вблизи ядра. По мере увеличения расстояния от ядра волны постепенно затухают, но амплитуда их остается отличной от нуля в области, размеры которой совпадают с экспериментально установленными размерами соответствующего атома. Например, для атома водорода, находящегося в основном (самом нижнем) энергетическом состоянии, амплитуда волн заметно отлична от нуля только в

пределах сферы диаметром около 10^{-8} см. Для любого атома решение волнового уравнения Шрёдингера позволяет получить дискретный набор волн атомных электронов, и с каждым состоянием атома оно связывает определенное значение энергии.

Подчеркнем еще раз, что волна Шрёдингера, описывающая электрон в атоме, представляет не простую волну с одной-единственной частотой, а состоит из целого набора волн с различными частотами. В этом отношении волна Шрёдингера аналогична сложным звуковым волнам, создаваемым музыкальными инструментами.

В связи с волнами де Бройля — Шрёдингера естественно напрашивается вопрос: из чего они «сделаны», или, иначе говоря, из чего они состоят? Подобный вопрос вставал перед физиками и в XIX в., когда было открыто световое и другие виды электромагнитного излучения. Сначала физики полагали, что электромагнитные волны представляют собой колебания таинственной субстанции, называемой эфиром, и придумывали различные механические модели, объясняющие действие эфира. Но со временем физики поняли несостоятельность такого рода идей и стали считать электромагнитные волны самостоятельными сущностями. Нечто похожее произошло и с волнами электронов. Первоначально Шрёдингер предположил, что эти волны действительно описывают распределение заряда электрона, т.е. что в атоме заряд и плотность электрона физически распределены в той области пространства, где амплитуда волны отлична от нуля. Но ничего подобного не наблюдалось. Наоборот, после открытия электрона выяснилось, что весь его заряд сосредоточен в небольшой области пространства и что электрон имеет корпускулярную природу.

Строго говоря, когда мы рассуждаем о возможных видах волн, соответствующих различным энергетическим состояниям электрона, то имеем в виду один электрон, не испытывающий воздействия других частиц. Если же в атоме много электронов, то они утрачивают свою «индивидуальность» и соответствующие им волны сливаются в общую волну, «одну на все электроны».

В представлении Шрёдингера электроны подобны облакам с переменной плотностью. Они трехмерны. Электронные облака образуют несколько «ярусов» вокруг ядра. Плотность каждого облака возрастает от нуля до максимума и снова убывает до нуля. Электронные облака простираются и за пределы атома, но для каждого электрона их плотность максимальна на таком расстоянии от ядра, которое предсказывается теорией Бора. Электронное облако как интерпретация абстрактного математического понятия с неизбежностью неточно. Представить себе наглядно без ущерба для точности ψ -функцию Шрёдингера невозможно. Нахождение аналитических решений уравнения Шрёдингера — задача настолько трудная, что решить ее удастся лишь в отдельных исключительных случаях. Тем не менее полученные решения превосходно согласуются с экспериментальными данными, а другие решения, хотя и приближенные, также достаточно хорошо соответствуют результатам экспериментов. В частности, удалось полностью решить уравнение Шрёдингера для случая атома водорода. Полученное решение позволяет ответить на любой вопрос, допускающий экспериментальную проверку.

То, что электроны при определенных условиях ведут себя как волны, было продемонстрировано в 1927 г. знаменитым экспериментом Клинтона Дж. Дэвиссона (1881-1958) и Лестера Джермера (1896-1971) и независимо Джорджем П. Томсоном (1892-1975). Все эти исследователи обнаружили дифракцию электронов (в качестве дифракционной решетки использовался кристалл) Дифракция как явление, состоит в том, что волны

оггибают встречающееся на пути препятствие и заходят за него в область «тени». Нечто подобное мы наблюдаем, когда волны на воде оггибают корпус судна. Опыты Дэвиссона и Джермера, а также Томсона показали, что в некоторых случаях частицы ведут себя как волны. Физики окончательно убедились в том, что всем субатомным частицам соответствуют свои волны, длины которых определяются формулой де Бройля. Так, работы де Бройля и Шрёдингера выдвинули на передний план понятие корпускулярно-волнового дуализма (волна — частица), доставившее немало хлопот и физикам, и философам.

Несмотря на экспериментальное подтверждение того, что электроны при определенных условиях ведут себя как волны, далеко не все физики смирились с представлением об электронах, «размазанных» вокруг атомного ядра. Некоторые усматривали, в частности, противоречие в следующем: с одной стороны, в любой физически бесконечно малой области плотность заряда электрода должна быть бесконечно мала, а с другой — электрический заряд электрона является величиной вполне определенной. Все электрические заряды кратны заряду электрона. Руководствуясь этими соображениями и пытаясь избежать корпускулярно-волнового дуализма, Макс Борн (1882-1970) в 1926 г. предложил совершенно иную интерпретацию теории Шрёдингера: ввел ее вероятностную интерпретацию.

Теория вероятностей вошла в математику благодаря случаю, а именно в связи с задачами об азартных играх. Но в конце XIX в. Максвелл и Людвиг Больцман (1844-1906), воспользовавшись в своих исследованиях вероятностными соображениями, пришли к законам, описывающим движение газов, — к кинетической теории газов. Одна из знаменитых работ, опубликованных Эйнштейном в 1905 г., также была посвящена вероятностной задаче о так называемом броуновском движении. Вместо того чтобы рассматривать электрон как распределенный в некоем пространственном облаке, плотность которого меняется от точки к точке, Борн интерпретировал плотность как вероятность обнаружить электрон как частицу в той или иной точке пространства.

Обращаясь к ψ -функции, входящей в дифференциальное уравнение Шрёдингера, Борн предложил трактовать величину ψ как вероятность того, что частица находится в данном элементе пространства в данный момент времени. Следовательно, местонахождение электронов как частиц может быть указано лишь с большей или меньшей вероятностью. Например, если в некоторой области пространства $|\psi|^2 = 0,8$, то вероятность обнаружить частицу (электрон) в ней составляет 80 шансов из 100. Вероятностная интерпретация Борна общепринята и поныне.

Такой подход позволяет точно оценивать, с какой вероятностью электрон может находиться в любом данном объеме. При подобной интерпретации электрон локализован, а не «размазан», как в волновой механике Шрёдингера. Тем не менее остается вопрос, является ли вероятностная интерпретация наилучшей из возможных или же она просто порождена неполнотой наших представлений об электроне.

Использование вероятности может показаться отчаянной попыткой спасти положение, но статистическая механика убедительно доказала ценность вероятностного подхода. Любой газ представляет собой совокупность множества хаотически движущихся молекул, однако давление газа и другие его свойства удается вычислять на основе наиболее вероятных значений, и эти параметры имеют физический смысл.

Эйнштейн, Планк и Шрёдингер выступали против вероятностной интерпретации квантовой механики. Свои возражения Эйнштейн, в частности, изложил в 1955 г.,

аргументируя их ссылкой на приближенный характер и неполноту квантовой теории:

Я отвергаю основную идею современной статистической квантовой теории... Я не верю, что такая фундаментальная концепция может стать надлежащей основой для всей физики в целом... Я твердо убежден, что существенно статистический характер современной квантовой теории следует приписать исключительно тому, что эта теория оперирует с неполным описанием физических систем.

([7], т. 4, с. 295.)

Хотя вероятностная интерпретация квантовой теории получила широкое признание, в душе некоторых физиков робко теплилась надежда на то, что будущие исследования все же откроют возможность точного и достоверного определения положения электрона в пространстве. Но одна из принципиально новых особенностей квантовой теории как раз и состоит в неизбежности некоторого индетерминизма. Мы имеем в виду принцип неопределенности, открытый в 1927 г. Вернером Гейзенбергом (1901-1976). Грубо говоря, принцип неопределенности утверждает, что невозможно получить одновременно точную информацию и о положении, и о скорости (или импульсе) частицы. Точнее Гейзенберг показал, что произведение неопределенностей в оценке положения и импульса должно быть не менее $\hbar/2\pi$ ($\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar = \hbar/2\pi$). Гейзенберг был убежден в правильности сформулированного им принципа и объяснял его тем, что частицы обладают и волновыми, и корпускулярными свойствами. И положение, и импульс частицы можно измерить сколь угодно точно, но только не одновременно, а порознь — либо координату, либо импульс. Тогда же Гейзенберг высказал предположение, что при столь тонких измерениях, как квантовомеханические, становится существенным сам объект, посредством которого производится измерение, — пробная частица.

Этот источник неопределенности начинает играть важную роль потому, что при измерении положения или импульса, например, электрона в качестве пробной частицы можно использовать только либо другие электроны, либо фотоны, но и те и другие оказывают сильное воздействие на исследуемую частицу. Следовательно, в мире атома мы не можем наблюдать явления, не создавая при этом возмущения. Так как положение и скорость микрочастиц невозможно измерить одновременно сколь угодно точно, мы лишены возможности точно предсказывать их поведение. И нам не остается ничего другого, как довольствоваться вероятностными предсказаниями. Наблюдения и эксперименты классической физики здесь ничем не помогут.

Если бы постоянная Планка была достаточно велика, то квантовая неопределенность распространялась бы и на макроскопические явления. Например, мы не могли бы с уверенностью сказать, попадет ли снайпер в мишень, даже тщательно прицелившись. Но вследствие крайне малой величины постоянной Планка между квантовомеханическим миром и нашей макроскопической реальностью нет прямого соответствия. Неопределенность внутренне присуща волновой механике. Что же касается наблюдаемых макроскопических объектов, то неопределенность в определении их положения и импульса очень мала и потому практически неощутима.

Квантовомеханический принцип неопределенности подрывает классическую концепцию объективности, т.е. идею о том, что мир находится во вполне определенном

состоянии независимо от наблюдения его. Квантовомеханический подход противоречит нашему повседневному опыту, свидетельствующему в пользу классической концепции объективности, согласно которой мир продолжает существовать своим путем, даже если мы не воспринимаем его. Просыпаясь утром, мы застаем мир примерно таким, каким оставили его накануне вечером. Что же касается квантовомеханической интерпретации принципа неопределенности, то она приводит к иному выводу: стоит взглянуть в мир пристальнее (на атомном уровне), как окажется, что его состояние зависит и от того, каким именно образом мы его наблюдаем и что выбираем за объект наблюдения. Классический идеал объективной реальности нуждается в пересмотре с учетом реальности, создаваемой наблюдателем.

В дальнейшем усилия ученых, занимающихся исследованием структуры атома, сосредоточились в основном на атомном ядре. Явление радиоактивности давало основания считать, что ядро атома отнюдь не является неделимой частицей. Радиоактивные атомы испускают альфа-, бета- и гамма-излучение. Альфа-излучение представляет собой поток альфа-частиц, имеющих положительный электрический заряд, по абсолютной величине вдвое больший заряда электрона, и массу, в четыре раза превосходящую массу атома водорода. Бета-излучение — это поток бета-частиц, т.е. электронов. Наконец, гамма-излучение есть не что иное, как «жесткое» электромагнитное излучение, т.е. характеризующееся самыми высокими из известных частот. Все три вида излучения испускают ядра тяжелых атомов.

Последующие экспериментальные исследования структуры атомного ядра, производимые главным образом на ускорителях — своего рода «молотах», способных расколоть атомное ядро, — показали, что ядро действительно не является цельным, неделимым образованием, а состоит из множества различных частиц: протонов, нейтронов, пионов, состоящих в свою очередь из кварков. Сообщения об открытии новых частиц продолжают поступать и поныне: анализируя результаты экспериментов, физики приходят к выводу о существовании той или иной частицы. Многие частицы, входящие в состав атомного ядра, определенным образом связаны между собой, но для наших целей вполне достаточно того, что они существуют.

Хотя атомное ядро образуют самые различные частицы, основными «строительными блоками» всякого вещества остаются протоны и нейтроны. Из них на 99,99 % состоят наши тела. Ядра всех элементов, которые тяжелее водорода, помимо протонов содержат нейтроны.

Некоторые структурные единицы атомных ядер, как и электроны, обладают волновыми свойствами. В частности, это относится к ядрам атомов водорода и гелия. Вместе с тем при столкновениях ядра ведут себя как частицы.

Множество частиц, как входящих в состав атомного ядра, так и существующих самостоятельно, обладают еще одним удивительным свойством: они способны претерпевать превращения. Например, протон может превращаться в нейтрон с испусканием нейтрино и позитрона, обладающего такой же массой, как электрон, но имеющего положительный заряд, равный по абсолютной величине заряду электрона. (Существование позитрона предсказал в 1932 г. Поль А.М. Дирак (1902-1984), руководствуясь чисто теоретическими соображениями.) Возможно и обратное превращение: нейтрон, испуская электрон и нейтрино, переходит в протон.

Квант электромагнитного поля, или фотон, — если он обладает достаточной энергией — может, взаимодействуя с электрическим полем атомного ядра, породить пару электрон — позитрон. Существует и обратный процесс, в котором электрон и позитрон при соударении

исчезают (аннигилируют), образуя два фотона.

Таким образом, можно сказать, что способность претерпевать разнообразные превращения является основным свойством элементарных частиц, многие из которых нестабильны и получаются в лаборатории или образуются в космическом излучении. Протоны и электроны, насколько это известно в настоящее время, относятся к стабильным частицам, т.е. не распадаются на другие элементарные частицы. Правда, современные гипотетические модели так называемого Великого объединения предполагают, что протон претерпевает распад, но, видимо, не чаще, чем примерно раз за 10^{30} лет.

Картина микромира еще более усложняется существованием античастиц. Это группа элементарных частиц, массы и ряд других физических характеристик которых имеют ту же величину, что и у их «двойников», в то же время некоторые их характеристики (например, электрический заряд) противоположны по знаку. Как уже говорилось, при столкновении электрона и позитрона образуются два и более фотонов. Столкновение протона и антипротона приводит к возникновению мезонов. Подобно тому как из частиц строится вещество, из античастиц может быть построено антивещество.

До сих пор мы ни словом не обмолвились о силах, действующих между частицами. Что удерживает протоны в ядре? Ведь, имея одноименные (положительные) заряды, они должны были бы испытывать электростатическое отталкивание. Помимо уже известных нам взаимодействий, гравитационного и электромагнитного, физики постулировали существование слабого и сильного взаимодействий; последнее и удерживает протоны и нейтроны в ядре. Разработанная в 70-е годы теория электрослабого взаимодействия указывает на единую природу электромагнитного и слабого взаимодействий (она получила убедительное экспериментальное подтверждение). Ученые ведут исследования по созданию так называемой теории Великого объединения, унифицирующей сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия.

К чему же мы пришли после многочисленных попыток создать связную картину микроскопического мира? Понятия и выводы квантовой механики ниспровергают все привычные основы. Они ставят наш «здоровый смысл» перед неразрешимыми проблемами, отрицают его или по крайней мере бросают ему вызов. Прежде чем пытаться как-то «сгладить» наши первые впечатления, отметим, что к реальности, с которой имеет дело квантовая теория, следует относиться со всей серьезностью. Мы знаем, что теория атомных структур в полном ее объеме позволяет многое объяснить в строении молекул и даже в химических процессах. Однако существуют более осязаемые и наглядные реальности: атомная бомба, принцип действия которой основан на делении атомных ядер, и водородная бомба, основанная на термоядерном синтезе.

При столкновении атома урана с нейтроном, происходит деление атома урана, при этом часть его массы превращается в огромное количество энергии. При определенных условиях процесс деления может протекать как цепная реакция. На этом принципе основано действие атомной бомбы и ядерного реактора. Такого рода реальность мы уже наблюдали.

Противоположный процесс происходит при термоядерном синтезе, которым еще нужно научиться управлять. Если четыре ядра обычных атомов водорода сливаются в один атом гелия, масса которого чуть меньше учетверенной массы водорода (равна 3,97 атомной массы водорода), то огромное количество энергии выделяется в виде света и тепла. Процесс термоядерного синтеза с превращением водорода в гелий непрерывно происходит на Солнце; именно он является источником солнечной энергии. В земных условиях для

термоядерного синтеза используют изотопы водорода — дейтерий и тритий, атомные массы которых соответственно в два и три раза больше массы обычного, «легкого», водорода. Осуществление термоядерного синтеза тяжелого водорода требует невероятно высоких температур.

Интересно, что еще в 1920 г. Оливер Лодж высказал поистине пророческую мысль: «Настанет время, когда атомная энергия придет на смену углю... Я надеюсь, что человеческий род начнет применять эту энергию не раньше, чем у него достанет ума использовать ее должным образом». Но Резерфорд еще в 1933 г. считал мысль об использовании атомной энергии абсурдной.

В нашем, по необходимости, беглом обзоре процессов в микромире мы, помимо прочего, отмечали, что материя в виде частиц может превращаться в излучение (волны) и наоборот, в то же время их квантовомеханическое описание исходит из того, что материя в виде частиц в определенных условиях проявляет волноподобные свойства, а излучение — частицеподобные. Но что же в таком случае представляет собой «подлинная» физическая реальность?

Так, фотон не является волной в традиционном смысле. Это волна-частица, единое образование, обладающее двойственной природой: и волны, и частицы. Аналогичным образом электрон не является частицей в традиционном смысле, это волна-частица. Как именно ведет себя фотон или электрон — как волна или как частица, — зависит исключительно от того, какой эксперимент мы производим над ними. Ни электрон, ни фотон не ведут себя только как волна или только как частица. Если мы ставим эксперимент по дифракции света, то фотон ведет себя как волна. Но если с тем же светом мы исследуем фотоэффект, то фотон ведет себя как частица. В электронных лампах или в телевизионных кинескопах электроны ведут себя как частицы. Но стоит лишь пропустить пучок электронов через кристалл, как мы получим интерференционные эффекты — такие же, как в случае световых волн. В своей книге «Физика и философия» Гейзенберг писал: «Мы наблюдаем не природу саму по себе, а природу в том виде, в каком она открывается нашему умению ставить вопросы».

Естественно спросить: есть ли в таком случае сколько-нибудь существенные различия между частицей-волной и волной-частицей? Такие различия имеются, причем их достаточно много. Наиболее фундаментальное различие опять же связано со скоростью света. В то время как волна-частица никогда не достигает скорости света (в противном случае ее масса обратилась бы в бесконечность), частица-волна, будучи световой волной, имеет скорость, в точности равную скорости света. Частица-волна фотон не может иметь отличную от нуля массу покоя (т.е. обладать массой, если фотон не движется), ибо при движении со скоростью света масса фотона была бы бесконечной. Что же касается волны-частицы, то ее масса покоя не равна нулю. Можно назвать и другие различия.

Однако в данном случае нам важно подчеркнуть тот основной вывод, к которому вплотную подводит нас современное развитие физики элементарных частиц в симбиозе с космологией, а именно, что все вещество в наблюдаемой нами Вселенной нестабильно. Атомные ядра могут превращаться в лептоны, например в электроны, позитроны, кванты электромагнитного излучения (фотоны) и т.д. В свою очередь элементарные частицы могут исчезать и возникать, превращаясь друг в друга. К этому еще следует добавить, что мы живем в расширяющейся Вселенной. Естественно возникает вопрос: а есть ли вообще в этой изменчивой картине разнообразных трансформаций нечто вечное, неизменное и

стабильное? На этот счет высказываются разные мнения.

Во всяком случае субстанция, в ее традиционном понимании неуничтожимая, делимая, телесная, твердая и протяженная, исчезла из наших рук и более не существует. Мы располагаем лишь некоторой совокупностью массы и энергии. Общая сумма их сохраняется, но любое из ее слагаемых может превращаться в другое. Например, при некоторых взаимодействиях частиц (скажем их столкновения в ускорителях) рождаются новые частицы, но наряду с ними присутствуют и частицы, находившиеся в пучке с самого начала. Как такое возможно? Энергия, сообщаемая частице в ускорителе, превращается в массу. Как известно, энергия и масса связаны между собой формулой Эйнштейна $E = mc^2$. Всюду, где присутствует энергия, присутствует и масса. Энергия и масса — взаимодополняющие проявления реальности, не поддающиеся наглядной интерпретации. Не всякое макроскопическое описание применимо к микроскопическим явлениям, как и не всякий вопрос, имеющий смысл в рамках ньютоновской физики, имеет разумный ответ в области атомных явлений.

Но коль скоро вся материя состоит из квантов и частиц, то почему мы не замечаем их в повседневной жизни? По той простой причине, что даже пылинка окажется горой по сравнению с любой субатомной частицей. Если бы такие частицы двигались даже с очень малой скоростью (с какой они никогда не движутся), то и тогда длина волны де Бройля была бы слишком незначительна, чтобы заметить эффекты квантования движения. Есть все основания утверждать, что когда мы выходим за рамки мира атомных явлений и приближаемся к миру обычных макроскопических явлений, квантовые понятия переходят в понятия классические. Последние действуют в мире промежуточных масштабов, или мезомасштабов, но не применимы ни к атомному, ни к космологическому мирам.

Квантовая теория с большой точностью предсказывает результаты экспериментов. Но в рамках ее адекватное понимание физических процессов пока не достигнуто. Например, квантовая теория описывает электрон математически, с помощью волновой функции. Электрон «размазан» по пространству. Его волновая функция задает вероятность, с которой электрон может быть обнаружен в любой заданной точке пространства. Но, будучи обнаружен, электрон перестает быть «размазанным»: его положение становится вполне определенным. Можно ли считать такую картину корректной? Квантовая теория правильно предсказывает положения стрелок приборов, но лежащие в основе физические явления остаются неясными. Работают математические правила, а разумная интерпретация квантового мира, как ни печально, отсутствует. По-видимому, для описания реальности нужны и волны, и частицы.

Порядок Вселенной может быть также и порядком нашего разума. Мы не просто наблюдатели реальности, мы — ее активные участники. Природа — не открытая книга, которую мы можем читать как независимые наблюдатели. Такой отказ от привычных требований физического объяснения заставил многих физиков и философов усомниться в том, что мы располагаем адекватным описанием атомных явлений. В частности, вероятностное описание, по их мнению, надлежит рассматривать как временную меру, на смену которой придет описание детерминистическое.

Не следует забывать, однако, о том, что квантовая теория возникла сравнительно недавно. Вполне возможно, что через какие-нибудь пятьдесят лет неуклюжий гибрид корпускулярной и корпускулярно-волновой теорий превратится в простую и ясную теорию. Много из того, что мы знаем о различных частицах, почерпнуто из «пунктирных следов»,

оставленных ими в различного рода регистрирующих устройствах. Такие следы возникают при бомбардировке частицами мишеней в ускорителях. С другой стороны, в ускорителях бомбардирующие частицы приобретают огромную энергию, и можно было бы заключить, что эта энергия превращается в массу. Можно ли считать рождающуюся таким образом массу подлинной реальностью или перед нами обманчивое ощущение, рожденное нашими ненадежными и поверхностными чувственными восприятиями? Если не вдаваться в подробности, то массу заведомо следует считать статистическим эффектом.

Как видим, понимание структуры атома имеет первостепенное значение для физики, но оно приносит поистине неоценимую пользу и химии, и биологическим исследованиям. Возможно, биохимии удастся раскрыть секреты жизни и наследственности и тем самым укрепить здоровье человека и продлить его жизнь. Как бы то ни было, можно с уверенностью сказать, что исследования природы атома оказались весьма плодотворными.

Для нас наиболее существенно было понять, что наши модели структуры атома не физические. Они от начала и до конца математические. Математика позволяет открыть и установить порядок там, где царил хаос. По словам Дирака и Гейзенберга, непротиворечивое математическое описание природы — путь к истине в физике. Необходимость наглядного представления или физического объяснения — не более чем пережиток классической физики.

Мы находимся в положении, несколько аналогичном положению человека, держащего в руках связку ключей и пытающегося открыть одну за другой несколько дверей. Рано или поздно ему всегда удастся подобрать ключ к очередной двери, но сомнения относительно взаимно однозначного соответствия между ключами и дверями у него остаются.^{[\[13\]](#)}

Юджин Вигнер

Мы начали наше повествование с вопроса: существует ли внешний мир? Несмотря на противоположные утверждения Беркли и различные варианты их, высказанные другими философами, мы отвечаем на этот вопрос утвердительно. Однако наше чувственное восприятие мира не только ограничено, но и способно вводить в заблуждение. Не многим полезнее оказывается и наша интуиция, даже обостренная опытом. Поэтому при всей искусственности математики мы вынуждены прибегать к ней, чтобы откорректировать и расширить наши представления о внешнем мире.

В свое время люди приняли идею об обращении Земли вокруг Солнца не потому, что гелиоцентрическая теория оказалась точнее предшествующей ей геоцентрической, а потому, что гелиоцентрическая теория математически проще. Если же подходить с точки зрения чувственного восприятия, то гелиоцентрическая теория заведомо менее правдоподобна.

Чтобы объяснить движения планет по их строго эллиптическим орбитам, Исаак Ньютон вывел закон всемирного тяготения — теорию гравитации, физическую природу которой ни ему самому, ни его преемникам на протяжении последующих трехсот лет объяснить так и не удалось. Чувственное восприятие и в этом случае оказалось бесполезным.

Чисто математические соображения привели Джеймса Клерка Максвелла к выводу о существовании электромагнитных волн, не доступных восприятию ни одного из наших пяти органов чувств. Однако в реальности электромагнитных волн вряд ли приходится сомневаться: любой радио- или телевизионный приемник безоговорочно убеждает нас в их существовании. Максвелл утверждал также, что свет представляет собой разновидность электромагнитных волн и в этом случае можно с полным основанием считать, что покров тайны с этого явления сняла математика.

Невозможность найти абсолютную систему отсчета для описания пространства и времени (вопреки убеждению Ньютона в абсолютности пространства и времени) и стремление «примирить» законы механики Ньютона с теорией электромагнитного поля Максвелла привели Эйнштейна к созданию специальной теории относительности. Сущность ее в несколько вольной формулировке сводится к утверждению, что длина, масса, время и одновременность определяемы не абсолютно, а только относительно наблюдателя.

Экспериментальные подтверждения специальной теории относительности вынуждают нас принять эти ее выводы как твердо установленные факты. Общей теории относительности удалось объяснить явление тяготения, не прибегая к загадочной гравитации, что побуждает нас с большим доверием относиться к ней. Нашу уверенность в справедливости этой теории укрепляет и экспериментальное подтверждение сделанных на ее основе предсказаний.

Квантовая теория, занимающаяся изучением структуры атома, сама почти провоцирует нас на недоверие к ней. Явления, которые она рассматривает, мы не можем наблюдать непосредственно. Нам остается лишь судить о них по производимым ими эффектам. Разумеется, нелегко поверить, что испускаемые атомами электроны ведут себя не как частицы, а как волны, но вместе с тем их можно интерпретировать и как частицы, поведение которых имеет вероятностный характер: утверждение о том, что электрон в данный момент времени находится в определенной точке пространства, не достоверно, а справедливо лишь с определенной вероятностью. Тот факт, что микромир «населен» множеством частиц и античастиц, практически все из которых обладают отличной от нуля вероятностью распада, приводит нас к заключению, в которое трудно поверить: во внешнем мире не существует абсолютно стабильной, прочной и неразрушимой материальной субстанции.

Главы, в которых мы рассматривали теоретическую (математическую) физику, естественно, не охватывают всех ее достижений. Такая, например, область физической науки, как гидродинамика, также использует математические методы при изучении поведения воды, газов и других жидкостей, но не приводит ни к каким неожиданным выводам относительно реальности. Наша физическая интуиция вполне позволяет нам предвидеть результаты гидродинамических исследований. Иное дело электромагнитные и квантовые явления. Они либо противоречат нашему чувственному опыту, либо обнаруживают зияющий пробел в знаниях, приобретенных на основе этого опыта.

Наше современное понимание реальности разительно отличается от концепций реальности предшествующих поколений, будь то последователи Аристотеля или представители математической физики XVII-XVIII вв. По мере того как законы механики и всемирного тяготения распространялись на все новые явления, а планеты, кометы и звезды продолжали неукоснительно следовать путями, столь точно описанными математикой, мысли Декарта, Галилея и Ньютона о том, что Вселенную можно описать, пользуясь понятиями массы, силы и движения, все глубже проникали в сознание людей и превратились в убеждение почти каждого мыслящего современного человека.

Беркли в свое время охарактеризовал одно из основных понятий математического анализа — понятие производной — как «призрак покинувших нас величин». Многое в современной физической теории свидетельствует о призрачности былых, казавшихся незыблемыми классических представлений о материи. Но, облакая в математические формулировки законы, которые описывают призрачные «поля-духи», не имеющие наглядных аналогий в реальности, и выводя из этих законов следствия, мы приходим к заключениям, которые при надлежащей физической интерпретации допускают проверку с помощью наших чувственных восприятий.

Этот специфически умозрительный элемент современного естествознания неоднократно подчеркивал Эйнштейн, который, в частности, писал ([7], т. 4):

Согласно ньютоновской системе, физическая реальность характеризуется

понятиями *пространства, времени, материальной точки и силы* (взаимодействия материальных точек)...

(с. 136.)

После Максвелла физическая реальность мыслилась в виде непрерывных, не поддающихся механическому объяснению полей, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных. Это изменение понятия реальности является наиболее глубоким и плодотворным из тех, которые испытала физика со времен Ньютона...

(с. 138.)

Кратко обрисованный здесь взгляд, согласно которому основы научной теории имеют умопостигаемый характер, еще не был господствующим в XVIII и XIX вв. Но постепенно он получает все более прочную почву, по мере того как в мышлении все более отдаляются друг от друга фундаментальные понятия и законы, с одной стороны, и те выводы, которые должны быть сопоставлены с опытом, с другой, по мере того как унифицируется логическая структура, т.е. по мере уменьшения числа логически независимых друг от друга концептуальных элементов, которые оказываются необходимой опорой всей структуры.

(с. 183.)

Современное естествознание (и в первую очередь физика) вменяет себе в заслугу освобождение от духов, дьяволов, потусторонних сил, мистики и анимизма путем рационального объяснения явлений природы. Мы можем добавить, что современная наука постепенно отошла от интуитивного и физического содержания, которое в равной мере апеллирует к чувствам; она все более исключает из системы своих представлений классический образ материи, прибегая к таким чисто синтетическим идеальным понятиям, как «поля» или «электроны», относительно которых нам известно единственное — математические соотношения, которым они удовлетворяют. С чувственным восприятием наука поддерживает лишь весьма ограниченный, хотя и жизненно важный контакт посредством длинной цепочки математических дедуктивных выводов. Естествознание стало рационализированным вымыслом — рационализированным с помощью математики.

В наши дни естествознание имеет дело с динамической реальностью, которая расширяется и меняется по мере того, как растет и изменяется наше понимание ее. Ныне мы вынуждены признавать реальность объектов и явлений, не доступных непосредственно чувственному восприятию. Чувственное подтверждение более не требуется. Природа богаче, чем говорят о ней наши органы чувств. Здравый смысл не в состоянии подсказать нам наглядные аналоги атомов, электронов, искривленного пространства или электрических полей. Недостаток наглядной модели многие, разумеется, считают существенным, в особенности те, чей опыт ограничен обыденным здравым смыслом и кто вполне естественно стремится строить свои умозаключения лишь на основании собственного опыта.

Усилия, предпринимаемые человеком с целью определить, что есть реальность, ныне

учитывают новый фактор — роль наблюдателя. В XIX в. природу еще воспринимали как совокупность явлений, при рассмотрении которых фактом существования человека и его вмешательства в природу можно пренебречь, если не на практике, то по крайней мере в принципе. Но в XX в. от прежних взглядов пришлось отказаться, особенно когда речь идет об атомной и субатомной физике. Реальность элементарных частиц далеко не очевидна. Мы узнаем о них лишь по различного рода взаимодействиям их с измерительными приборами, по «следам», оставленным ими в пузырьковых камерах, на фотоэмульсии или запечатленным на экранах осциллографов, и на основании этого судим о поведении элементарных частиц. Такого рода внешние проявления элементарных процессов имеют ничуть не меньшее значение для их понимания, чем лежащие в основе этих проявлений глубинные процессы. Более того, как заметил Гейзенберг, используемые нами измерительные приборы влияют на истинное физическое поведение микрочастиц. К какой бы картине, корпускулярной или волновой, ни апеллировала классическая механика, неизменно существовала объективная реальность, не зависящая от наблюдателя. Ныне законы физики в большей мере характеризуют наше знание, нежели действительные процессы в физическом мире. Мы наблюдаем эти процессы, производя те или иные действия, математизируем их и делаем соответствующие выводы.

Классическая физика допускает возможность ошибок в измерениях и для их коррекции использует методы математической статистики и теории вероятностей. Однако в классической физике измеряемая величина определена однозначно, т.е. имеет точное значение. Иначе обстоит дело в квантовой механике, где наше представление о событиях формируется только на основе статистических данных. В отличие от классической физики в квантовой механике не предполагается измерительных устройств, разрешение которых можно было бы увеличивать. О существовании частиц в пространстве и времени мы судим по косвенным признакам. Классически понимаемая объективная реальность элементарных частиц странным образом теряется не в тумане какой-то новой плохо определенной или еще не нашедшей своего объяснения концепции реальности, а в прозрачности математических выкладок, описывающих не поведение элементарных частиц, а наше представление о нем.

Исходя из этого, мы приходим к выводу, что реальный мир есть не то, о чем говорят наши органы чувств с их ограниченным восприятием внешнего мира, а скорее то, что говорят нам созданные человеком математические теории, охватывающие достаточно широкий круг явлений. В евклидовой геометрии понятия точки, линии, плоскости и тому подобное — идеализации, но идеализации реальных объектов, и поэтому реальные точки, линии и плоскости мы можем воспринимать как реальность. А что нам делать с гравитационным взаимодействием и электромагнитным излучением? Ведь мы наблюдаем не их самих, а лишь производимые ими эффекты. Но какова физическая реальность, лежащая за пределами математики? Мы не располагаем даже воображаемыми физическими картинками, достаточными для объяснения гравитационного взаимодействия и полей. Трудно, если вообще возможно, избежать вывода: *математическим знанием исчерпываются все наши знания относительно различных аспектов реальности.*

А сколь реальна математика? Реально ли физически то, что она утверждает относительно реального мира? Чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к некоторым приложениям математики. Иоганн Кеплер провозгласил, что каждая планета движется вокруг Солнца по эллиптической орбите. Но был ли эллипс именно тем, что искал Кеплер? Разумеется, нет. Кеплер на протяжении нескольких лет безуспешно пытался подобрать

кривую, наилучшим образом соответствующую результатам астрономических наблюдений траектории движения Марса, и об эллипсе он подумал потому, что эта кривая была известна в математике. И когда Кеплер обнаружил, что эллиптическая орбита достаточно хорошо согласуется с данными наблюдений и отклонения от орбиты лежат в пределах ошибки наблюдений, то решил, что эллипс и есть точная форма орбиты Марса. Однако в действительности планеты движутся вокруг Солнца не по эллипсам. Если бы в Солнечной системе была одна-единственная планета, которая, как и само Солнце, имела идеально шарообразную форму, то она действительно обращалась бы вокруг Солнца по эллиптической орбите. Но в реальности на любую планету действует не только гравитационное притяжение Солнца — на ее движение влияют другие планеты и их естественные спутники. Поэтому орбита планеты по форме отличается от эллипса. К счастью, астрономические наблюдения Тихо Браге, результатами которых пользовался Кеплер, хотя и превосходили по точности все предшествовавшие наблюдения, но все же были достаточно грубы, и это позволило Кеплеру считать эллипс хорошим приближением к истинной орбите.

В качестве другого примера приложения математики можно привести риманову геометрию и тензорный анализ. Были ли риманова геометрия и тензорный анализ совершенно адекватным математическим аппаратом для общей теории относительности? Скорее всего нет. Есть основания считать, что Эйнштейн просто попытался наилучшим образом распорядиться тем математическим аппаратом, который, по его мнению, соответствовал нуждам теории относительности. Сколь ни остроумен замысел теории относительности, она носит несколько искусственный характер. Вследствие своей чрезмерной сложности теория относительности мало применима при решении астрономических задач. Правильность ее пока подтверждается только тем, сколь точно она предсказала три астрономических явления, о которых мы уже говорили. Если из истории науки можно извлекать какие-то уроки, то следует предполагать, что когда-нибудь на смену общей теории относительности придет более совершенная теория.

Как со всей очевидностью показывают приведенные примеры, математика отнюдь не обязательно говорит истину о реальном мире. Природа не предписывает и не запрещает никаких математических теорий. Теоретическая физика не может не опираться на физические аксиомы (скажем, такие, как закон всемирного тяготения Ньютона). Эти аксиомы могут рассматриваться в качестве обобщения опыта, но подобные обобщения не свободны от ошибок. Различного рода допущения, пусть даже подтвержденные экспериментально, следует осмотрительно использовать для обоснования математических и физических аксиом. Бертран Рассел, подчеркивая это в своей книге «Научное мировоззрение» (1931), приводит следующий пример. Если принять за исходное предположение о том, что хлеб делается из камня и камень съедобен, то, рассуждая логически, можно прийти к выводу, что хлеб съедобен. Полученный вывод подтверждается экспериментально. Однако исходные допущения не становятся от этого менее абсурдными.

С другой стороны, математический аппарат нередко гораздо лучше выдерживает испытание временем, нежели те физические представления, которые он изначально выражал. Жозеф Фурье (1768-1830) разработал полную и подробную математическую теорию теплопроводности (получившую название калорической теории теплоты), в которой теплота рассматривалась как некий флюид. Калорическая теория давно отброшена и забыта. Как сказал Эдмунд Верк, «рациональная гипотеза слишком часто отличается от печального

факта». Но предложенный Фурье математический аппарат и поныне находит широкое применение в акустике и других областях физики.

Есть основания сомневаться относительно соответствия того, что говорит нам математика о реальности. Скажем, ученые решают какую-то проблему, но решение не единственно. Пытаясь построить теорию, они хватаются за любой математический аппарат, который позволяет им продвинуться к желанной цели. При этом они используют то, что есть под рукой, подобно тому как человек, взяв топор вместо молотка, может выполнить какую-то работу достаточно хорошо. Вся история физики говорит о том, что на смену старым теориям приходят новые, как, например, на смену ньютоновской механике пришла специальная теория относительности, а старую теорию строения атома заменила квантовая теория. Но теория относительности до сих пор не принесла особой пользы при исследовании Вселенной за пределами Солнечной системы. Несмотря на столь замечательные успехи, как высадка людей на Луну и фотографирование Сатурна, мы не можем утверждать, что все, о чем говорит нам теоретическая физика, опирающаяся преимущественно на математические методы, истинно.

Даже время и пространство (в отличие от массы и силы) мы не воспринимаем непосредственно. Массу мы «ощущаем» как нечто телесное, о силе судим по испытываемому нами мышечному напряжению. Но время и пространство — всего лишь конструкции. Мы наделены способностью воспринимать на чувственном уровне, что такое «здесь», положение, размеры, у нас есть ощущение простора. Все это — чувственные корни нашего представления о пространстве. Представление о времени также опирается на определенную чувственную основу — последовательность событий. Эти фрагментарные аспекты пространства и времени объединены с помощью абстракции. Пространство и время не обязательно должны быть теми краеугольными камнями, на которых мы должны строить наше знание реального мира. Они играют основополагающую роль в теории относительности, но совсем не подходят в качестве фундаментальных понятий для квантовой теории. Даже определение длины требует абсолютно жесткого мерного стержня, который, однако, вполне может оказаться нежестким. Изменение температуры в какой-то части стержня может привести к неконтролируемому изменению его размеров, о котором мы даже не подозреваем. Аналогичным изменениям подвержены также площадь и объем.

Созданная человеком математическая теория физического мира — это не описание явлений в том виде, в каком мы их воспринимаем, а некая символическая конструкция. Математика, сбросившая с себя оковы чувственного опыта, занимается не описанием реальности, а строит модели реальности, предназначенные для объяснения, вычисления и предсказания.

Если примерно до середины XIX в. математический порядок и гармония рассматривались как неотъемлемые черты плана, положенного в основу мироздания, и математики стремились раскрыть этот план, то, согласно более новой точке зрения, к которой они пришли на основе собственных творений, математикам отводится роль своего рода законодателей, решающих, какими должны быть законы мира. Они принимают любой план или любой порядок, позволяющий им описывать ограниченные классы явлений, которые по необъяснимым причинам продолжают подчиняться выведенным ими законам. Означает ли последнее обстоятельство, что существует некий окончательный, или предельный, закон и порядок, к которым математики неуклонно приближаются? Полного ответа на этот вопрос нет, тем не менее вера в математическую первооснову Вселенной

должна уступить место сомнению. Разве стихийные бедствия — землетрясения, падение метеоритов на Землю, извержения вулканов, эпидемии, — не разрешенные вопросы космогонии, наше неведение относительно того, что лежит за пределами ближайшей окрестности в нашей собственной Галактике, не говоря уже о множестве других проблем, стоящих перед человечеством, — разве все это не отрицает даже отдаленное подобие существования высшего порядка во Вселенной? То, чего нам удалось достичь с помощью математического описания и предсказания, напоминает удачу человека, случайно нашедшего стодолларовую купюру.

История физики усеяна обломками отвергнутых теорий. Воскресающие время от времени надежды на то, что всю сложность природы удастся «вогнать» в некую конечную систему законов, по-видимому, малооправданны. Было бы безрассудно полагать, будто эти уроки прошлого не повторятся в будущем и что существующие ныне теории выдержат всесокрушающий напор времени и опыта. Наши столь тщательно возведенные системы — всего лишь более или менее полезные модели того, что мы временно принимаем за истину. Ни одна из математических теорий не может претендовать на абсолютное постижение реальности в самой ее сути. Утверждение о том, что физика объективна, тогда как политика и поэзия не объективны, лишено основания. И физика, и поэзия, и политика стремятся к постижению истины, и в этом отношении физик не имеет ни малейших преимуществ перед политиком или поэтом. Однако ничто не может соперничать с физикой в точности и предсказании. В окружающем нас мире существует нечто такое, что математическая теория способна «схватить» и сохранить.

Наша наука о природе — это наши представления о ней и описание ее. Наука стоит между человечеством и природой. Но в свете квантовой теории элементарные частицы не реальны в том смысле, как реальны камни или деревья, а представляются абстракциями, почерпнутыми из реальных результатов наблюдений. Но коль скоро невозможно приписать элементарным частицам существование в самом «подлинном» смысле, рассматривать материю как подлинно реальную становится труднее.

Хотя Блез Паскаль (1623-1662) был убежден в истинности математических законов природы, он все же так охарактеризовал применимость математики: «Истина — слишком тонкая материя, а наши инструменты слишком тупы, чтобы ими можно было прикоснуться к истине, не повредив ее. Достигнув истины, они сминают ее и отклоняются в сторону, скорее ложную, нежели истинную» ([13], с. 374).

Другие пошли еще дальше. П.У. Бриджмен в книге «Логика современной физики» (1946) утверждал: «Чистейший трюизм, истинность которого становится очевидной при самом поверхностном взгляде, состоит в том, что математика изобретена человеком». Но в таком случае математика, как и все, созданное человеком, подвержена ошибкам. Наши достижения в физической теории сводятся к набору математических соотношений, согласующихся с наблюдаемыми явлениями, и предсказаниям, касающимся физических явлений, часть которых, как, например, электромагнитное излучение, недоступна непосредственному наблюдению. Абстрактные рассуждения позволяют нам выйти за рамки представлений, основанных на чувственном восприятии, хотя это не означает, что мы в состоянии полностью освободиться от своего чувственного опыта.

Различные рассуждения на тему о том, в какой степени математика отражает и представляет истину о реальном физическом мире, следует отличать от многочисленных утверждений об истинности самой математики и ее объективной реальности, но не

обязательно касающихся отношения математики к реальному миру. Например, Платон в диалоге «Менон» утверждал, что математические конструкции не зависят от опыта и даже предшествуют ему. В существовании математики Платон видел в действительности доказательство существования бессмертной души, ибо, поскольку теоремы невозможно получить из опыта, они должны сопровождать душу при возвращении к истинному бытию. Формулировка новой теоремы по Платону — это акт воспроизведения того, что хранилось в памяти.

Примерно до начала XIX в. подобных взглядов придерживались практически все математики, а некоторые представители математической науки разделяли их и позднее. Уильям Р. Гамильтон (1805-1865) — хотя именно он изобрел тот самый объект (кватернионы), который поставил под сомнение истинность арифметики, — в своих взглядах во многом сходил с Декартом:

Такие чисто математические науки, как алгебра и геометрия, являются науками чистого разума, не подкрепляемыми опытом и не получающими от него помощи, изолированными или могущими быть изолированными от всех внешних и случайных явлений... Вместе с тем это идеи, рожденные внутри нас, обладание которыми в сколько-нибудь ощутимой степени есть следствие нашей врожденной способности, проявления человеческого начала.

([13], с. 371.)

Один из ведущих алгебраистов XIX в. Артур Кэли, выступая с докладом перед Британской ассоциацией поощрения наук (1883), заявил, что «мы... обладаем априорными познаниями, не зависящими не только от того или иного опыта, но абсолютно от всякого опыта... Эти познания составляют вклад нашего разума в интерпретацию опыта».

В то время как одни ученые, подобно Гамильтону и Кэли, считали математику неотъемлемой частью человеческого разума, другим она представлялась существующей в мире вне человека. До начала XX в. существование единственного объективного мира математических истин, не зависящих от человека, ни у кого не вызвало сомнений, и это вполне понятно. Даже Гаусс, первым оценивший значение неевклидовой геометрии, был убежден в истинности понятий числа и математического анализа. Один из выдающихся французских математиков XX в. Жак Адамар (1865-1963) в книге «Исследование психологии процесса изобретения в области математики» утверждал: «Хотя истина еще не известна нам, она *предсуществует* и неизбежно подсказывает нам путь, которым мы должны следовать». На Международном математическом конгрессе в Болонье (1928) Давид Гильберт вопрошал: «Что было бы с истинностью наших знаний вообще и как обстояло бы дело с существованием и прогрессом науки, если бы даже в математике не было достоверной истины?» ([27], с. 388).

Примерно то же мнение выразил в своей книге «Апология математика» выдающийся аналитик Джеффри Г. Харди (1877-1947): «Я убежден в том, что математическая реальность лежит вне нас и наша роль заключается в том, чтобы открывать или *наблюдать* ее, а теоремы, которые мы доказываем и столь пышно именуем нашими «творениями», в действительности представляют просто записи наших наблюдений». Математики только открывают понятия и их свойства.

Некоторые из приведенных выше высказываний принадлежат мыслителям XX в., не

уделявшим особого внимания основаниям математики или вообще не занимавшимся ими. Удивительно, что даже по утверждениям признанных лидеров в области оснований математики, таких как Давид Гильберт, Алонзо Черч и члены группы Бурбаки (см. гл. XII), математические понятия и свойства существуют в некотором смысле объективно и познаваемы человеческим разумом. Таким образом, математическую истину открывают, а не изобретают; поэтому то, что изменяется и эволюционирует, есть не математика, а лишь человеческое знание математики.

Все эти рассуждения о существовании объективного единого «здания» математики ничего не говорят об истинном «местопребывании» ее. Все они сводятся к тому, что эта наука существует в некоем «сверхчеловеческом мире», каком-то воздушном замке, а математики только открывают ее положения. Аксиомы и теоремы не есть лишь творения одного человеческого разума; подобно богатствам, скрытым в земных недрах, их надлежит извлечь на поверхность, терпеливо раскапывая одну за другой. Существование их представляется столь же независимым от человека, как существование планет.

Что же такое математика: россыпь алмазов, скрытых в недрах реального мира и постепенно извлекаемых оттуда, или груда искусственных камней, созданных людьми, столь блестящих, что они своим блеском ослепили иных математиков, которые и без того переполнены гордостью за свои творения?

Другой, восходящей к Аристотелю точки зрения, согласно которой математика всецело является продуктом человеческой мысли, придерживается школа математиков, получивших название интуиционистов. В то время как одни утверждают, что истину гарантирует человеческий разум, другие полагают, что математика — создание склонного к заблуждениям человеческого разума, а не законченный свод знаний.

Герман Ганкель, Рихард Дедекинд и Карл Вейерштрасс считали математику творением человека. В письме к Веберу Дедекинд так говорил о «рукотворности» математики: «По-моему, то, что мы понимаем под числом, само по себе есть не класс, а нечто новое..., созданное нашим разумом. Мы божественная раса и обладаем... способностью творить» ([13], с. 374). Вейерштрасс вторит ему: «Истинный математик всегда поэт» ([13], с. 374). Ученик Рассела, известный философ Людвиг Витгенштейн также считал, что математик — изобретатель, а не открыватель. Эти и многие другие мыслители рассматривали математику как нечто не связанное с эмпирическими открытиями или рациональной дедукцией. Их позиция не лишена оснований: ведь даже такие элементарные понятия, как иррациональные и отрицательные числа, не являются ни дедуктивными следствиями из эмпирически установленных фактов, ни объективными сущностями внешнего мира.

Тех, кто склонен видеть в математике творение человеческого разума, по существу можно отнести к кантианцам, ибо Иммануил Кант видел источник математики в организующей силе человеческого разума. Однако современные философы утверждают, что математика имеет своим истоком не морфологию или физиологию разума, а его активность. Именно активность разума с ее эволюционирующими методами несет в себе организующее начало. Творческая активность разума постоянно рождает новые, высшие формы мысли. На примере математики можно ясно видеть, что человеческий разум не ограничен в своей способности созидать некий объем знания, который он сам считает интересным или полезным. Область такого созидания не замкнута. Творческая активность способна создать понятия, применимые как к существующим, так и к вновь возникающим областям мысли. Человеческий разум наделен способностью изобретать конструкции, включающие в себя

результаты опыта, и упорядочивать их. Источник математики — в непрерывном развитии самого разума.

Ныне возникает немало разногласий по поводу природы самой математики и утрате ею своего исключительного положения как общепризнанной бесспорной области знания, и это свидетельствует о том, что математика — творение человеческого разума. Как сказал Эйнштейн, «всякий, кто осмеливается взять на себя роль судьи во всем, что касается Истины и Знания, терпит крушение под смех богов» ([13], с. 375).

Математики «оставили бога», поэтому им не оставалось ничего другого, как обратиться к человеку, что они и сделали. Они продолжали развивать свою науку и искать законы природы, прекрасно понимая, что их открытия отнюдь не замысел божий, а творения человека. Успехи, достигнутые математиками в прошлом, помогли им обрести уверенность в собственной правоте, и, к счастью, немало новых успехов увенчало их усилия. Жизнь математики была спасена благодаря чудодейственному лекарству, также приготовленному людьми: великолепным достижениям в небесной механике, акустике, гидродинамике, оптике, теории электромагнетизма, технике и фантастической точности предсказаний, основанных на математических теориях.

В своей «Загадочной Вселенной» (1930) Джеймс Джинс как бы подводит итог этому развитию математики:

Наши далекие предки пытались интерпретировать природу с помощью ими же созданных антропоморфных понятий и потерпели неудачу. Столь же безуспешными оказались и усилия наших не столь отдаленных предшественников, пытавшихся рассматривать природу как своего рода механизм... Вместе с тем наши усилия познать природу, пользуясь понятиями чистой математики, до сих пор были необычайно успешными. Ныне представляется бесспорным, что природа теснее связана с понятиями чистой математики, чем с понятиями биологии и техники.

Далее Джинс, подчеркивая близкое родство между человеком и физическим миром, замечает: «Во всяком случае, не подлежит сомнению, что природа и наши сознательные математические умы действуют по одним и тем же законам» ([13], с. 398). И далее осторожно добавляет: «Вселенную лучше всего изображать (хотя и этот образ далек от совершенства и неадекватен) как чистую мысль, принадлежащую кому-то, кого за неимением более подходящего слова мы назовем математическим мыслителем». Тем, кто все еще сетует на то, что физические науки достигают успеха ценой математической абстракции, следовало бы поразмыслить и попытаться понять, какие откровения они ожидали найти в самом полном научном изложении природы физического мира.

Независимо от того, что могут поведать о существовании и нашем знании физического мира новейшие философские учения, одно не вызывает сомнений. Современная физика отказалась от механических моделей или даже наглядных картин физической реальности; она все большее значение придает математическому описанию и даже всецело полагается на него. Эта тенденция, насколько можно судить, сохранится и впредь. Возврат к прошлому вряд ли возможен. Новейшие области физики столь далеки от повседневного опыта, от чувственного восприятия, что постичь их по силам только математике.

По словам Джинса, «создание моделей или картин для объяснения математических

формул и описываемых ими явлений — шаг не к реальности, а от нее; поступать так все равно, что взять идолов, изображающих бесплотные духи».

Платон в свое время использовал образ пещеры, на стене которой человек видит только тени людей и событий; так и мы, живущие в физическом мире, наблюдаем только тени многих физических явлений, и эти «тени» — математические. Может не быть духов, ведьм или чертей, но физические явления, столь же не доступные нашему восприятию, как и любые другие творения человеческого воображения, заведомо существуют.

Тенденция к толкованию математических закономерностей как самой реальности отчетливо прослеживается в работах многих авторов. Дж. У.Н. Салливан в книге «Ограничения науки» (1933) утверждает, что только количественные аспекты материальных явлений имеют отношение к реальному миру. В частности, современное естествознание не требует понимания природы исследуемых сущностей, оно довольствуется знанием их математической структуры. Джинс в своей «Загадочной Вселенной» назвал Вселенную гигантской мыслью. Разум перестал быть незванным гостем в материальном мире, отныне он — его создатель.

Имея в виду не Вселенную в целом, а лишь круг явлений, изучением которых занимается квантовая механика, физик и философ Генри Маргенау утверждает, что волновые функции Шрёдингера есть подлинная реальность.

Но, быть может, лучше всех позицию большинства современных ученых выразил Эйнштейн в книге «Мир, каким я вижу его» (1934):

Весь предшествующий опыт убеждает нас в том, что природа представляет собой реализацию простейших математически мыслимых элементов. Я убежден, что посредством чисто математических конструкций мы можем найти те понятия и закономерные связи между ними, которые дадут нам ключ к пониманию явлений природы. Опыт может подсказать нам соответствующие математические понятия, но они ни в коем случае не могут быть выведены из него. Конечно, опыт остается единственным критерием пригодности математических конструкций физики. Но настоящее творческое начало присуще именно математике. Поэтому я считаю в известном смысле оправданной веру древних в то, что чистое мышление в состоянии постигнуть реальность.

([7], т. 4, с. 184.)

Наделенные немногими и весьма ограниченными по своим возможностям органами чувств и головным мозгом, люди начали проникать в окружающий их загадочный мир. Используя собственный чувственный опыт и данные, полученные из экспериментов, люди выработали некий набор аксиом, применив к ним мощь своего разума. Целью их поисков было выявление порядка, лежащего в основе мироздания. Они стремились построить системы знания, которые противостояли бы мимолетности ощущений и могли бы служить основой для создания неких схем, способных объяснить окружающий мир и помочь овладеть им. И главным продуктом человеческого разума стала математика. Она отнюдь не безупречно ограненный и идеально отшлифованный драгоценный камень, и даже непрерывная «доводка» не в состоянии устранить всех ее изъянов. И все же именно математика воплощает в себе звено, наиболее эффективно связывающее реальный мир с миром чувственных восприятий, и остается поныне драгоценнейшим сокровищем

человеческого разума, которое надлежит всячески оберегать. На протяжении долгого времени математика находилась в авангарде человеческой мысли и, несомненно, сохранит передовые позиции, даже если более тщательные исследования выявят в ней какие-нибудь новые изъяны.

Математическая мысль без устали бьется о скалистый берег, препятствующий ее проникновению на новые территории. Но даже гранитные утесы не выдерживают ее могучего натиска, не ослабевающего на протяжении столетий, и рушатся, открывая перед математикой новые просторы.

XII

Непостижимая эффективность математики

Вечная загадка, мира — его
познаваемость. [\[14\]](#)

Альберт Эйнштейн

Жизнь — это искусство делать верные
выводы из неверных посылок.

Сэмюэл Батлер

Поскольку природу математики и ее взаимосвязь с физическим миром оценивают по-разному, нередко с взаимоисключающих позиций, мы не можем обойти молчанием вопрос о том, почему математика вообще действенна. Нельзя не признать, что полного соответствия между математикой и физической реальностью не существует. Однако немалые успехи математики в описании физически реальных явлений — будь то электромагнитные волны, эффекты, предсказанные теорией относительности, математическая интерпретация того немногого, что доступно наблюдению на атомном уровне, и даже в свое время ньютоновская теория тяготения, не говоря о сотнях других достижений, — требуют какого-то объяснения.

Итак, человек стоит перед двойной загадкой. Почему в тех случаях, когда физическое явление понято нами и мы приняли соответствующие аксиомы, сотни следствий, полученных из них, оказываются столь же применимыми к реальному миру, как и сами аксиомы? Согласуется ли природа с человеческой логикой? Не менее важен и другой вопрос: почему математика эффективна и при описании тех физических явлений, которые непонятны для нас? От этих вопросов невозможно отмахнуться. Слишком многое в современной науке и технике зависит от математики. Очевидно, в ней скрыты какие-то силы и ресурсы.

В Древней Греции, где математика сводилась в основном к геометрии, а приложения ее были весьма ограничены, мыслители пытались ответить на поставленные выше вопросы, однако по современным стандартам эти ответы чрезмерно упрощены и весьма догматичны. Ученым XVI-XVIII вв. ответ на вопрос, почему математика столь эффективна, также казался простым и ясным. Полностью разделяя убежденность древних греков в том, что мир устроен на математических принципах, и принимая средневековые представления, гласившие, что мир был создан на математических принципах не кем иным, как Богом, они видели в математике путь к познанию истин о природе. Иначе говоря, превратив Бога в ревностного и непогрешимого математика, стоящего над всем миром, средневековые мыслители как бы отождествили поиск математических законов природы с религиозными исканиями. Изучение природы стало изучением слова божьего, его деяний и его воли. Гармония мира в их глазах была проявлением математической структуры, которой Бог наделил мир при сотворении. Именно он заложил в мир тот строгий математический порядок, познание которого дается нам с таким трудом. Математическое знание почиталось абсолютной

истиной, как любая строка Священного писания. Более того, математическое знание становилось в чем-то выше Священного писания, ибо по поводу толкования тех или иных мест в Священном писании возникало немало разногласий, тогда как относительно математических истин не могло быть ни малейших споров.

Так, католическое вероучение, считавшее сотворение мира рациональным актом Бога, и учение пифагорейцев и Платона, усматривавшее в математике фундаментальную реальность физического мира, слились в программе естественнонаучных поисков, суть которой сводилась к следующему: наука призвана открывать математические соотношения, лежащие в основе всех явлений природы и объясняющие их, и тем способствовать славе и величию божественного творения. Как отмечал в своей книге «Становление человеческого разума» Джон Герман Рэндалл, — «наука родилась из веры в математическую сущность природы, утвердившуюся задолго до того, как это удалось проверить экспериментально».

Из философов, убежденных в том, что математика — верный путь к реальности, наиболее влиятельным был Рене Декарт. И хотя его метод оказался недолговечным, именно Декарт был последним из схоластов и первым из представителей науки нового времени, который провозгласил особое значение математики как инструмента познания мира.

Декарт задумался над тем, почему следует верить, что математические конструкции, созданные человеческим разумом, открывают путь к познанию физического мира. Декарт, как мы уже знаем, опирался при этом на свою веру в Бога. Он считал, что человеческому разуму внутренне присущи идеи пространства, времени, числа и Бога, а также способность распознавать истинность других интуитивно постигаемых понятий. Внутреннее знание незыблемо и неоспоримо. Идею Бога, по мнению Декарта, невозможно почерпнуть в чувственном опыте, ибо вечность, всеведение, всемогущество и совершенство отсутствуют в окружающем нас физическом мире. К числу идей, составляющих достояние разума, — принадлежит и идея внешнего мира. Существует ли то, что мы называем внешним миром? Существует, заявлял Декарт, ибо Бог в силу своей добродетели не стал бы вводить нас в заблуждение. С другой стороны, ощущения, по Декарту, это не более, чем заблуждения, рожденные нашими чувствами. К счастью, из математических истин, постигаемых разумом независимо от опыта, мы можем с помощью чисто умозрительных рассуждений выводить новые истины о физическом мире. Каким образом мы могли бы удостовериться в правильности наших рассуждений? И здесь Декарт опять уповает на Бога, полагая, что именно благодаря промыслу божьему наше мышление согласуется с реальностью.

Убеждение Декарта в том, что природа основана на математических принципах, разделяли и его современники, и на протяжении двух столетий последующие поколения философов и естествоиспытателей. Кеплер также усматривал реальность мира в описывающих его математических соотношениях. По словам Галилея, математические символы — те письмена, которыми Бог начертал великую книгу Природы. Не знающий их не в состоянии понять в ней ни единого слова и обречен вечно блуждать по лабиринту в кромешной тьме. Познаваемы лишь те свойства физического мира, которые могут быть выражены с помощью математических понятий и формул. Вселенная математична по своей структуре и поведению, и природа действует согласно незыблемым и неизменным законам. В одном из писем Галилея содержится весьма откровенное признание: «Что касается меня, то пусть хоть бы все споры по поводу Священного писания пребывали в вечной дреме; ни один астроном или естествоиспытатель, если он в здравом рассудке, не станет вдаваться в такие детали». Разумеется, Галилей был глубоко убежден, что Бог сотворил мир на основе

математических принципов. В приведенном отрывке из письма он имеет в виду лишь то, что для объяснения явлений природы не следует привлекать потусторонние сверхъестественные силы.

Ньютон также считал, что Бог сотворил мир на основе математических принципов. В его письме к Ричарду Бентли от 10 декабря 1692 г. есть такие строки: «Когда я писал свой трактат о нашей системе [«Математические начала натуральной философии»], мне хотелось найти такие начала, которые были бы совместимы с верой людей в Бога; ничто не может доставить мне большее удовлетворение, чем сознание того, что мой труд оказался не напрасным» ([13], с. 73).

Главную ценность своих научных трудов Ньютон видел в поддержке религиозного вероучения. Он был ученым-теологом, хотя не имел духовного сана. Занятия наукой Ньютон считал делом тяжелым и скучным, но продолжал отдаваться ему, ибо наука позволяла находить все новые подтверждения божественного сотворения мира. Как и его предшественник по кафедре в Кембриджском университете Исаак Барроу, Ньютон в более зрелые годы обратился к богословию. Свято веря, что мироздание построено по божественному плану, Ньютон в отличие от своих предшественников считал, что Бог также призван следить за тем, чтобы все в мире функционировало в соответствии с этим планом. Ньютон сравнивал Вседержителя с часовщиком, следящим за точностью хода часов и устраняющим любые неисправности.

Хотя Готтфрид Вильгельм Лейбниц был человеком разносторонне одаренным и достиг блестящих успехов в математике, главным образом в дифференциальном и интегральном исчислениях, он отнюдь не распространял господство математики на сколько-нибудь широкую область естествознания. Философия науки, развитая Лейбницем (как и философия науки Декарта), стала его наиболее значительным вкладом в учение о математических принципах, заложенных в основе мироздания.

В «Теодицее» Лейбница мы встречаем уже знакомую нам идею: Бог есть тот высший разум, который сотворил наш тщательно спланированный мир. Согласие между реальным миром и миром математическим, а в конечном счете применимость к реальному миру дифференциального и интегрального исчислений Лейбниц объяснял единством мира и Бога: *Cum Deus calculat, fit mundus* (Как Бог считает, так мир и делает). Наш мир — самый совершенный из всех миров, какие только можно себе представить, и рациональное мышление открывает его законы — таков был главный тезис Лейбница.

Суть того, во что неколебимо верили Декарт, Кеплер, Галилей, Ньютон, Лейбниц и многие другие основатели современной математики, сводится к следующему: природе внутренне присуща некая скрытая гармония, которая отражается в наших умах в виде простых математических законов. Именно в силу этой гармонии наблюдение в сочетании с математическим анализом позволяет предсказывать явления природы. Даже в далеком прошлом такая предпосылка неизменно получала подтверждения, превосходившие самые смелые ожидания.

Математический план природы открывается человеку лишь в неустанном поиске. Пути господни, как говорится, неисповедимы, но, несомненно, они математически совершенны, и человеческий разум со временем открывает все больше подробностей того рационального плана, которым Бог руководствовался при сотворении мира. То, что человек рассуждает так же, как, видимо, рассуждал Бог, обдумывая свой план мироздания, казалось ученым прошлого довольно понятным: ведь правильным, по их мнению, могли быть рассуждения

только одного типа.

В своей работе «Прагматизм» (1907) Уильям Джеймс так описывает умонастроение математиков того времени:

Когда были открыты первые математические, логические и физические закономерности, первые законы, проистекавшие из этих открытий, ясность, красота и упрощение настолько захватили людей, что они уверовали в то, будто им удалось доподлинно расшифровать непреходящие мысли Всемогущего. Его разум громыхал громовыми раскатами и эхом отдавался в силлогизмах. Бог мыслил коническими сечениями, квадратами, корнями и отношениями и геометризмовал, как Евклид. Бог предначертал законы Кеплера движению планет, заставил скорость падающих тел возрастать пропорционально времени, создал закон синусов, которому свет должен следовать при преломлении... Бог измыслил архетипы всех вещей и придумал их вариации, и когда мы открываем любое из его чудесных творений, то постигаем его замысел в самом точном предназначении. ([13], с. 82.)

С исторической точки зрения можно усмотреть определенную иронию в том, что роль Бога становилась все менее значительной по мере того, как начинали доминировать универсальные законы, охватывающие движения небесных и земных тел, и неизменное согласие между математическими предсказаниями и результатами наблюдений свидетельствовало о совершенстве законов. Бог оказался оттесненным на задний план, и все внимание сосредоточилось на математических законах, царящих во Вселенной. Лейбниц отлично сознавал, какие следствия можно извлечь из ньютоновских «Математических начал», в частности из представления о мире, функционирующем по определенному плану, неважно, с Богом или без него, и обрушился на сочинение Ньютона, назвав его антихристианским.

Почтительное восхищение божественным планом творения постепенно уступило место стремлению получить чисто математические результаты. Хотя многие математики продолжали верить в божественное сотворение мира по единому плану и видели основную функцию математической науки в поисках способов расшифровки божественного замысла, вера в Творца во второй половине XVIII в. изрядно потускнела. Чем успешнее развивалась математика того времени, чем многочисленнее становились ее достижения, тем в меньшей степени занятие математикой нуждалось в религиозном вдохновении.

Вытеснение Бога из математического исследования природы происходило постепенно, принимая различные формы — от ортодоксальной религиозности через различные промежуточные стадии до рационалистического супернатурализма: деизма, агностицизма и воинствующего атеизма. Все эти течения оказали свое влияние на математиков XVIII в. Дени Дидро (1713-1784), бесспорно, одному из ведущих мыслителей своего века, принадлежит высказывание, хорошо выражающее умонастроение той эпохи: «Если вы хотите, чтобы я верил в Бога, сделайте так, чтобы я мог дотронуться до него». Ревностный католик Огюстен Луи Коши (1789-1857) заявил во всеуслышание, что «без всяких колебаний отвергнет любую гипотезу, противоречащую истинам божественного откровения». Тем не менее вера в Бога как творца мироздания практически умерла. По словам известного математика Жана Лерона Д'Аламбера, основного соратника Дени Дидро по работе над изданием знаменитой

французской «Энциклопедии», «истинная система мира была познана, развита и усовершенствована». Закон природы, очевидно, есть закон математический.

Лагранж и Лаплас, хотя оба и выросли в католических семьях, не были верующими людьми. Лаплас полностью отвергал все метафизические принципы, основанные на вере в Бога. Известна такая история. Когда Лаплас преподнес Наполеону экземпляр своей «Небесной механики», император заметил: «Месье Лаплас, говорят, что вы написали эту большую книгу о системе мира, ни разу не упомянув Создателя». На что Лаплас якобы ответил: «Мне не понадобилась эта гипотеза». Природа заменила Бога. Математики с головой ушли в поиски математических законов природы, не сомневаясь, что именно им выпало на долю открывать те самые основополагающие принципы, которые ранее приписывались Богу.

К концу XVIII в. математика представляла собой как бы величественное двухтысячелетнее дерево, прочно стоящее на почве реальности с могучими корнями и мощными ветвями, возвышавшееся над всеми остальными областями знания. Мог ли кто-нибудь усомниться в том, что такому дереву суждено жить вечно! Убеждение в том, что природа основана на математических принципах, было прочно, как никогда. Задача математиков состояла в том, чтобы открывать эти принципы и познавать законы, управляющие Вселенной, и сама математика считалась инструментом, как нельзя лучше приспособленным для решения этой задачи. Трудясь не покладая рук, настойчиво и прилежно, можно было рассчитывать на открытие все новых истин.

Развитие неевклидовой геометрии (см. гл. VIII) показало, что созданная человеком математика ничего не говорит о природе и имеет мало общего с доказательством существования Бога. Выяснилось также, что именно человек фиксирует порядок в природе, предполагаемую простоту и математическую регулярность. Вполне возможно, что в природе не заложено никаких математических принципов. По-видимому, вернее будет сказать, что математика предлагает нам не более чем некий ограниченный, вполне осуществимый, рациональный план.

В нашем столетии перед математикой были поставлены еще более скромные цели. Эварист Галуа (1811-1832) так отзывался о ней: «Эта наука — всего лишь одно из множества творений человеческого разума, более приспособленного к тому, чтобы изучать и искать истину, чем к тому, чтобы ее находить и познавать» ([28], с. 61). Видимо, истине свойственно быть неуловимой; как сказал римский философ Луций Сенека (ок. 4 г. до н.э. — 65 г. н.э.), «природа не сразу открывает все свои тайны».

Но даже если математика утратила свое место в цитадели истины, в физическом мире она прочно удерживала свои позиции. Нельзя было обойти или недооценить главного: математика была и остается превосходным методом исследования открытия и описания физических явлений. В некоторых областях физики математика, как мы узнали, составляет самую суть нашего понимания физического мира. Даже если математические структуры сами по себе не отражают реальности физического мира, их тем не менее можно считать единственным ключом к познанию реальности. Неевклидова геометрия не только не уменьшила ценности математики в этом отношении и не подорвала доверия к ее результатам, но, напротив, как это ни парадоксально, способствовала расширению ее приложений, ибо математики, почувствовав большую свободу в исследовании радикально новых идей, обнаружили, что некоторые из них вполне применимы во многих областях человеческой деятельности. Роль математики в «упорядочении» окружающего мира и

овладении природой начиная с 30-х годов XIX в. возрастала невероятно быстрыми темпами. Кроме того, со времен Ньютона существенно увеличилась также точность, с которой математики могли описывать и предсказывать явления природы.

Мы сталкиваемся здесь с явно парадоксальной ситуацией. Область знания, не претендующая более на роль носителя истины, подарила нам прекрасно согласующуюся с повседневным опытом евклидову геометрию, необычайно точную гелиоцентрическую теорию Коперника и Кеплера, величественную и всеохватывающую механику Галилея, Ньютона, Лагранжа и Лапласа, физически необъяснимую, но имеющую весьма широкую сферу приложений теорию электромагнетизма Максвелла, теорию относительности Эйнштейна с ее тонкими и необычными выводами и позволила многое понять в строении атома. Все эти блестящие достижения опираются на математические идеи и математические рассуждения. Быть может, в отрасли знания, о которой идет речь, все-таки заключена некая магическая сила, позволившая ей одержать столько побед, хотя сражалась она под непобедимым знаменем истины?

Эта проблема неоднократно привлекала к себе большое внимание, в частности, Альберта Эйнштейна, который не раз касался ее в своих статьях, посвященных общеприродоведческим вопросам естествознания:

В этой связи возникает вопрос, который волновал исследователей всех времен. Почему возможно такое превосходное соответствие математики с реальными предметами, если сама она является произведением только человеческой мысли, не связанной ни с каким опытом? Может ли человеческий разум без всякого опыта, путем одного только размышления понять свойства реальных вещей?

([7], т. 2, с. 83.)

Эйнштейн понимал, что аксиомы математики и принципы логики выведены из опыта, но его интересовало, почему следствия, вытекающие из созданных человеком аксиом и принципов, так хорошо согласуются с опытом.

На вопрос «Почему математика «работает»?» было предложено несколько различных ответов. Некоторые полагают, будто математики «подбирают» аксиомы так, чтобы выводимые из них следствия согласовывались с опытом. Эту идею впервые высказал Дидро в своей работе. «Мысли об интерпретации природы» (1753). Великий мыслитель сравнивал математику с игроком. И тот и другой играют, придерживаясь ими же придуманных абстрактных правил. И тот и другой сосредоточивают свои помыслы на исследовании некоего условного предмета, рожденного принятыми соглашениями и не имеющего основы в реальности. Столь же критическую позицию занимал и Бернар Ле Бовье де Фонтенель (1657-1757). Оспаривая убеждение в незыблемости законов движения небесных тел, он довольно язвительно заметил, что «на памяти» роз ни один садовник никогда не умирал.

Подобным образом действуют и создатели современных математических моделей. Берется одна из возможных моделей и сверяется с опытом. Если модель оказывается неадекватной, то в нее вносят надлежащие изменения. Тем не менее возможность вывести из одной модели сотни теорем, хорошо согласующихся с опытом, т.е. применимых к реальности, так или иначе поднимает вопрос, ответить на который не так-то легко.

Ныне предлагается и совершенно другое объяснение «эффективности» математики.

Оно восходит к Канту, который, правда, изложил его в несколько иной форме. Кант утверждал, что мы не знаем и не можем знать природу. Мы ограничены чувственными восприятиями, но наш разум, наделенный предустановленными структурами (по терминологии Канта «интуитивными суждениями») пространства и времени, организует эти чувственные восприятия в соответствии с тем, что диктуют присущие ему врожденные структуры. Например, наши пространственные восприятия мы организуем в соответствии с законами евклидовой геометрии потому, что этого требует наш разум. Будучи организованными таким образом, пространственные восприятия и в дальнейшем подчиняются законам евклидовой геометрии. (Отстаивая евклидову геометрию как единственно возможную геометрию реального мира, Кант, как мы теперь знаем, заблуждался.) Иначе говоря, мы видим только то, что позволяет видеть наша математическая «оптика». По мнению Канта, «всеобщие и необходимые законы опыта принадлежат не самой природе, а только разуму, который вкладывает их в природу».

Физик Арнольд Зоммерфельд (1868-1951), как и многие его коллеги, считал идею предписывания законов природы человеческим разумом вопиющим примером человеческого высокомерия, но Артур Стенли Эддингтон (1882-1944) вполне разделял идею Канта:

...Там, где наука ушла особенно далеко в своем развитии, разум лишь получил от природы то, что им было заложено в природу. На берегах неизвестного мы обнаружили странный отпечаток. Чтобы объяснить его происхождение, мы выдвигали одну за другой остроумнейшие теории. Наконец, нам все же удалось восстановить происхождение отпечатка. Увы! Оказалось, что это наш собственный след.

([13], с. 393.)

Эддингтон пришел к выводу, что мир человеческого опыта есть по существу творение нашего разума и что, если бы мы только могли понять, как «работает» разум, нам удалось бы вывести всю физику (а быть может, и все естествознание) — за исключением некоторых констант, зависящих от того, в какой части Вселенной нам случилось оказаться, — чисто теоретическими методами.

Жюль Анри Пуанкаре (1854-1912) предложил еще одно объяснение, в значительной мере выдержанное в духе Канта, хотя теперь взгляды Пуанкаре получили название «конвенционализм». В «Науке и гипотезе» Пуанкаре говорит следующее [29]:

Можно ли утверждать, что некоторые явления, возможные в евклидовом пространстве, были невозможны в неевклидовом, так как опыт, констатируя эти явления, прямо противоречил бы гипотезе о неевклидовом пространстве? По моему мнению, подобный вопрос не может возникнуть...

(с. 54.)

Опыт играет необходимую роль в происхождении геометрии; но было бы ошибкой заключить, что геометрия — хотя бы отчасти — является экспериментальной наукой.

Если бы она была экспериментальной наукой, она имела бы только временное, приближенное — и весьма грубо приближенное! — значение. Она была бы только наукой о движении твердых тел. Но на самом деле она не занимается реальными твердыми телами; она имеет своим предметом некие идеальные тела, абсолютно неизменные, которые являются только упрощенным и очень отдаленным отображением реальных тел.

Понятие об этих идеальных телах целиком извлечено нами из недр нашего духа, и опыт представляет только повод, побуждающий нас его использовать...

Опыт направляет нас при этом выборе [среди всех возможных групп перемещений той, которая служила бы *эталон*ом для соотнесения с ней реальных явлений], но не делает его для нас обязательным; он показывает нам не то, какая геометрия наиболее правильна, а то, какая наиболее удобна...

(с. 53.)

Поскольку невозможно указать конкретный опыт, который мог бы быть истолкован в евклидовой системе и не мог бы быть истолкован в системе Лобачевского, то я могу заключить: никогда никакой опыт не окажется в противоречии с постулатом Евклида, но зато и никакой опыт не будет никогда в противоречии с постулатом Лобачевского.

(с. 55.)

Пуанкаре считал, что существует бесконечно много теорий, которые в состоянии адекватно объяснить и описать любую область опыта. Выбор теории произволен, хотя обычно более простой теории отдают предпочтение перед более сложной. Мы изобретаем и используем идеи, которые соответствуют реальности, но и другие теории, если приложить к ним достаточно усилий, также могут оказаться вполне действенными. Хотя Пуанкаре более точно объяснял, каким образом математика достигает согласия с реальностью, он в известной мере соглашается и с объяснением Канта, а именно считает, что соответствие между математикой и природой обусловлено человеческим разумом. В своей работе «Ценность науки» Пуанкаре утверждал:

Но та гармония, которую человеческий разум полагает открыть в природе, существует ли она вне человеческого разума? Без сомнения — нет; невозможна реальность, которая была бы полностью независима от ума, постигающего ее. Такой внешний мир, если бы даже он и существовал, никогда не был бы нам доступен. Но то, что мы называем объективной реальностью, в конечном счете есть то, что общо нескольким мыслящим существам и могло бы быть общо всем. Этой общей стороной, как мы увидим, может быть только гармония, выражаемая математическими законами.

([29], с. 158.)

Философ Уильям Джеймс в своем «Прагматизме» выразил ту же идею: «Все грандиозные достижения математики и естественных наук... проистекают из нашего

неутомимого желания придать миру в наших умах более рациональную форму, чем та, которую придал ему грубый порядок нашего опыта» ([13], с. 393).

В «Аспектах науки» (вторая серия) Дж. У.Н. Салливен сформулировал эту мысль еще сильнее: «Мы законодатели Вселенной; возможно даже, что опыт не дает нам ничего, кроме созданного нами, и что сам материальный мир есть величайшее из наших математических творений».

Все эти авторы утверждают, что научную истину создают, а не находят. Даже если следствия (математических законов) экспериментально подтверждаются, они являются не более чем симптомами физической науки.

Эйнштейн в «Эволюции физики» (написанной им совместно с Инфельдом) также по существу принял точку зрения Канта:

Физические понятия суть свободные творения человеческого разума, а не определены однозначно внешним миром, как это иногда может показаться. В нашем стремлении понять реальность мы отчасти подобны человеку, который хочет понять механизм закрытых часов. Он видит циферблат и движущиеся стрелки, даже слышит тиканье, но он не имеет средств открыть их корпус. Если он остроумен, он может нарисовать себе некую картину механизма, которая отвечала бы всему, что он наблюдает, но он никогда не может быть уверен в том, что его картина единственная, которая могла бы объяснить его наблюдения. Он никогда не будет в состоянии сравнить свою картину с реальным механизмом, и он не может даже представить себе возможность или смысл такого сравнения.

([7], т. 4, с. 379.)

Эйнштейн был убежден в том, что созданная человеком математика хотя бы частично определяется реальностью. В его книге «Сущность теории относительности» (1945) говорится:

Если бы даже оказалось, что мир идей нельзя вывести из опыта логическим путем, а что в определенных пределах этот мир есть порождение человеческого разума, без которого никакая наука невозможна, все же он столь же мало был бы независим от природы наших ощущений, как одежда — от формы человеческого тела.

([7], т. 2, с. 6.)

Еще одно объяснение «эффективности» математики по существу возвращает нас в XVII-XVIII вв., когда люди свято верили, что мир основан на математических принципах, хотя в современном варианте этого убеждения религиозные мотивы отсутствуют. Эту мысль выразил один из выдающихся физиков нашего века Джеймс Джинс (1877-1946), в книге «Загадочная Вселенная» он, в частности, писал:

Самый важный факт состоит в том, что все рисуемые наукой картины природы, которые только могут находиться в согласии с данными наблюдений, — картины *математические*... Природа, по-видимому, очень «хорошо осведомлена»

о правилах чистой математики... Во всяком случае, вряд ли можно усомниться в том, что природа и наши сознательные математические умы действуют по одним и тем же законам.

Один из крупнейших историков и философов науки Пьер Дюгем в своей книге «Цель и структура физической теории», подобно Джинсу, постепенно переходит от сомнений к положительным суждениям. Сначала Дюгем описывает физическую теорию как «абстрактную систему, предназначенную для суммирования и логической классификации определенной группы экспериментальных законов и не претендующую на их объяснение». По Дюгему, теории носят приближенный, временный характер и «лишены ссылок на объективную реальность». Физика имеет дело лишь с данными чувственного опыта, и нам необходимо избавиться от иллюзии, будто теоретизируя, мы «срываем покров с данных чувственного опыта». Когда гениальный ученый привносит математический порядок и ясность в хаос чувственных восприятий, он достигает своей цели лишь ценой замены сравнительно доступных разуму понятий символическими абстракциями, не открывающими, однако, истинной природы окружающего нас мира. Тем не менее Дюгем заканчивает утверждением: «Невозможно поверить, что этот порядок и организация [вносимые математической теорией] не являются отражением реальной организации» ([13], с. 399).

Верил в существование объективного реального мира и один из искуснейших аналитиков XIX в. Шарль Эрмит (1822-1901). В письме математику Стильтьесу Эрмит утверждал:

Я убежден в том, что числа и функции анализа не являются произвольным продуктом нашего духа. Я верю, что они лежат вне нас с той же необходимостью, как предметы объективной реальности, а мы обнаруживаем или открываем и исследуем их так же, как это делают физики, химики и зоологи.

([13], с. 372.)

По другому поводу Эрмит сказал: «В математике мы больше слуги, чем господа».

В своей книге «Философия математики и естественных наук» (1949) Герман Вейль высказывает следующее мнение:

В природе существует внутренне присущая ей скрытая гармония, отражающаяся в наших умах в виде простых математических законов. Именно этим объясняется, почему природные явления удастся предсказывать с помощью комбинации наблюдений и математического анализа. Сверх всяких ожиданий убеждение (я бы лучше сказал, мечта!) в существовании гармонии в природе находит все новые и новые подтверждения в истории физики.

([13], с. 399.)

Вейль не исключает, что именно мечта о гармонии Вселенной вдохнула жизнь в научное мышление, ибо «наука погибла бы без поддержки трансцендентальной веры в истинность и реальность и без непрерывного взаимодействия между научными фактами и

построениями, с одной стороны, и образным мышлением — с другой» ([13], с. 399).

Более удивительно, что интуиционист Вейль согласился с тезисом, провозглашающим, что о «правильности» математики можно судить по степени ее применимости к физическому миру. Вейль внес огромный вклад в математическую физику, и ему не хотелось жертвовать полезными результатами. В своей книге «Философия математики и естественных наук» Вейль признается:

Насколько убедительнее и ближе к фактам эвристические аргументы и последующие систематические построения в общей теории относительности Эйнштейна или в квантовой механике Гейзенберга — Шрёдингера. Подлинно реалистическая математика наряду с физикой должна восприниматься как часть теоретического описания единого реального мира и по отношению к гипотетическим обобщениям своих оснований занять такую же трезвую и осторожную позицию, какую занимает физика.

Здесь Вейль открыто выступает за то, чтобы рассматривать математику как одну из естественных наук. Математические теоремы, подобно физическим утверждениям, могут быть формально не обоснованными, но экспериментально проверяемыми гипотезами. Иногда они подлежат пересмотру, но надежным критерием их правильности служит их соответствие реальности.

Другое философское течение, которое можно было бы назвать эмпирическим, отстаивает версию, согласно которой математика выводит только приближенные законы для описания нашего знания природы. Среди тех, кто признавал наличие у математики эмпирических оснований и критериев, видное место занимал Джон Стюарт Милль. Он допускал, что математика обладает большей общностью, чем некоторые физические науки, но видел «оправдание» математики лишь в том, что ее утверждения проверены и подтверждены шире и основательнее, чем утверждения физических наук. Следовательно, заключал Милль, глубоко заблуждаются те, кто считает, что математические теоремы качественно отличаются от подтвержденных гипотез и теорий других наук. Причина подобного заблуждения кроется в том, что эти люди считают математические теоремы вполне достоверными, а физические теории — весьма вероятными или всего лишь подкрепляемыми опытом. Милль обосновывал свои взгляды философскими доводами. Тем больше оснований быть прагматиками у тех, кто работал и работает в так называемых «основаниях математики».

В частности, мнение Милля разделяет один из выдающихся специалистов по основаниям математики Анджей Мостовски. На конгрессе, состоявшемся в Польше в 1953 г., он заявил:

Единственная непротиворечивая точка зрения, согласующаяся не только со здравым смыслом, но и с математической традицией, сводится по существу к допущению того, что источник и высший смысл понятия числа (не только натурального, но и вещественного) лежит в опыте и практической применимости. То же относится и к понятиям теории множеств в том объеме, в каком они необходимы для классических областей математики.

([13], с. 379.)

Мостовски идет дальше. Он говорит, что математика является естественной наукой. Ее концепции и методы коренятся в опыте, и всякая попытка обосновать математику, не учитывая ее «родословную» в естествознании, обречена на провал.

Выдающийся специалист по математической логике Уиллард Ван Орман Куайн также склонялся к тому, чтобы считать за критерии правильности математических результатов физическую истинность следующих из них выводов. В статье, опубликованной в 1958 г. в серии «Философское значение современной логики» Куайн утверждал:

Теорию множеств и всю математику разумнее представлять себе так, как мы представляем теоретические разделы естественных наук — состоящими из истин, или гипотез, правильность которых подтверждается не столько сиянием безупречной логики, сколько косвенным систематическим вкладом, который они вносят в организацию эмпирических данных в естественных науках.

([13], с. 380.)

Даже Бертран Рассел, провозгласивший в 1901 г., что здание математической истины — логической и одновременно физической — останется незыблемым навеки, в 1914 г. был вынужден признать, что «наше знание геометрии физического мира носит синтетический, а не априорный характер». Иначе говоря, геометрия не следует из одной лишь логики. Во втором издании «Оснований математики» (1926) Рассел пошел на еще большие «уступки». По его словам, в правильность логики и математики так же, как и в правильность уравнений Максвелла, мы «верим потому, что из наблюдений убеждаемся в надежности некоторых логических следствий, к которым они приводят».

Все эти ведущие ученые, работающие в основаниях математики, сходятся на том, что математика — одна из разновидностей человеческой деятельности и потому, как и все творения человека, не лишена слабостей и недостатков. Всякое чисто формальное, чисто логическое объяснение — не более чем псевдоматематика, фикция, даже легенда, хотя и не лишенная оснований.

Физики также считают, что математика — это абстрактная (и к тому же приближенная) формулировка опыта. Лауреат Нобелевской премии физик П.У. Бриджмен в книге «Природа физической теории» (1936) утверждал: «Математика в конечном счете представляется не более истинной, чем физика или химия».

Один из наиболее глубоких философов, занимавшихся проблемами оснований математики, Людвиг Виттгенштейн заявил, что математика — не просто создание человеческого разума, она испытывает на себе сильное влияние тех культур, в рамках которых развивается. Математические «истины» зависят от людей ничуть не меньше, чем восприятие цвета или английский язык.

Итак, физики (и некоторые философы) полагают, что математика своими корнями глубоко уходит в физическую реальность, и рассматривают ее как инструмент познания. По мнению Планка, Маха, Больцмана и Гельмгольца, математика дает не более чем логическую структуру законов физики.

Весьма реалистическая оценка успехов математики на фоне физической реальности дана Гильбертом Льюисом в его «Анатомии науки» (1926):

Ученый — человек практический и преследует практические цели. Он не

ищет истину в последней инстанции, а довольствуется приближением к ней. Он говорит не об окончательном результате, а об очередном приближении. Не в его вкусе те изящные структуры, которые столь эфемерны, что один-единственный изъян приводит к гибели всего целого. Ученый строит медленно и возводит постройки, быть может, несколько грубоватые, но зато прочные. Если какая-нибудь часть возведенного им сооружения ему не нравится, он с готовностью заменяет ее, не причиняя ущерба остальному зданию даже в том случае, когда неудачная часть расположена вблизи самого основания. В целом он доволен своей работой, ибо, хотя наука никогда не была полностью права, она заведомо никогда целиком не заблуждалась и совершенствовалась от десятилетия к десятилетию.

Полагать, что существует истина в последней инстанции, хотя такая точка зрения распространена необычайно широко, не очень полезно для науки; она годится разве как указатель горизонта, к которому можно стремиться, но не пункт, которого можно достичь.

Позиция, занятая физиками, должна напомнить нам о том, сколь значительная часть современной математики развилась из нашего непрерывного взаимодействия с окружающим физическим миром. Как отмечает Уильям Барретт в книге «Иллюзия техники» (1978), вся история математики свидетельствует о существовании взаимосвязи между математическим разумом и природой. Например, геометрия и математический анализ возникли в силу необходимости иметь дело с объектами и явлениями реального мира. Некоторые современные математики стремились ослабить связь своей науки с природой. Чрезмерное пристрастие к формализму привело их к убеждению, что математика — свободный экскурс в пустоту. Некоторые философы не без одобрения отнеслись к подобной тенденции. Вполне понятно, заявили они, что мы вряд ли могли бы строить самолеты или запускать ракеты без помощи математики. Однако не стоит, вырывая из контекста то или иное математическое утверждение, спрашивать, какому именно факту в реальном мире оно соответствует. Ясно, что на такого рода вопросы невозможно дать сколько-нибудь вразумительный ответ. Мы не должны выносить то или иное математическое утверждение за рамки математической языковой практики и в свою очередь рассматриваем последнюю как неотъемлемую часть нашего общего языка. Математика, как его функционирующая часть, служит для того, чтобы многое сообщать об объектах окружающего нас мира.

По утверждению Барретта, именно здесь лежит ключ к ответу на вопрос о конвенционализме. Принимаемые нами соглашения должны как-то «работать», т.е. помогать нам каким-то образом следовать природе, «подражать» ей. Можно было бы, например, принять решение изменить наши математические соглашения, исключив, скажем, понятие иррационального числа. Но оно необходимо в наших взаимоотношениях с природой, а именно природа в конечном счете служит мерилom нужности принимаемых нами соглашений, как математических, так и всех прочих.

Нам необходимо также понятие разума как продукта природы, связанного с ней в самых основах своего проявления. Математическим сущностям нет места во вневременном мире Платона, все они — творения человеческого разума, но творения, обретающие бытие лишь в своем взаимоотношении с природой, которая их окружает. Все человеческое мышление протекает на фоне природы. Эту мысль столь точно выразил Александр Поуп:

Природе следуй: лишь ее закон
В суждениях прими за эталон.
Во всей Природе заблуждений нет,
Она неугасимый яркий свет.
Всему она начало и конец:
Науке, жизни, силы мера и венец.

Те правила, наследье старины,
Открыты лишь, а не измышлены.
А что они, как не сама Природа,
Стесненная тенетами методы?

То глас Природы, ей послушны мы.

Многие математики с готовностью соглашались, что их наука находит необычайно широкое применение, но признают свою несостоятельность в объяснении этого феномена. Замечательная группа французских математиков, работавших под коллективным псевдонимом Никола Бурбаки, утверждала, что между экспериментальными явлениями и математическими структурами существует близкая взаимосвязь. Однако абсолютно неизвестно, какими причинами обусловлена эта взаимосвязь, и вряд ли мы когда-нибудь узнаем. В далеком прошлом математические закономерности выводили из твердо установленных экспериментальных истин, в частности непосредственно из интуитивного восприятия пространства. Однако квантовая физика показала, что эта макроскопическая интуиция реальности охватывает и микроскопические явления совершенно иной природы, связывая их с математикой, которая заведомо была создана не как приложение к экспериментальной науке. Следовательно, перед нами не что иное, как контакт двух дисциплин, реальные связи между которыми скрыты глубже, чем можно предполагать априори. Математику можно представлять как своего рода хранилище математических структур. Некоторые аспекты физической или эмпирической реальности удивительно точно соответствуют этим структурам, словно последние «подогнаны» под них.

Ту же неспособность объяснить взаимосвязь между математикой и реальностью мы встречаем в письме Шарля Эрмита к Лео Кёнигсбергеру (1837-1921):

Эти понятия анализа существуют самостоятельно вне нас, образуя единое целое, лишь часть которого беспрепятственно, хотя и несколько загадочно, открывается нам; это целое ассоциируется с другой совокупностью объектов, которые мы воспринимаем органами чувств.

([13], с. 397.)

Другие мыслители также вынуждены были признать, что необычайная эффективность математики необъяснима. Так, философ Чарлз Сандерс Пирс (1839-1914) заметил: «Повидимому, в этом есть какая-то тайна, которую еще предстоит раскрыть». Впоследствии Эрвин Шрёдингер в книге «Что такое жизнь с точки зрения физика?» признавал, что суть открытия человеком законов природы вполне может лежать за границами человеческого

разума. Другой выдающийся физик Фримен Дайсон также считает, что «мы, по-видимому, еще не приблизились к пониманию взаимосвязи между физическим и математическим мирами». К словам названных ученых остается только добавить высказывание Эйнштейна: «Самое непостижимое в этом мире то, что он постижим». Однако Джеймс Джинс утверждает, что физические понятия и механизмы — не более чем гипотезы, выдвигаемые при построении математического описания реального мира. Но это означает, что все понятия, которыми оперирует физика, вряд ли представляют собой нечто большее, нежели фантазии. По мнению Джинса, математические уравнения — единственное, что нам достоверно известно о явлениях физического мира. Урожай, венчающий все усилия в физике, — лишь набор математических формул; реальная сущность материальной субстанции навсегда останется непознаваемой.

И все же роль математики в современной физике несравненно шире, чем просто удобного инструмента исследования. Под этой ролью часто понимают обобщение и систематизацию (в символах и формулах) явлений, наблюдаемых и устанавливаемых с помощью физического эксперимента, и последующее извлечение из формул дополнительной информации, не обнаруживаемой ни наблюдением, ни экспериментом и не вытекающей из непосредственно полученных данных. Но такое толкование роли математики далеко не исчерпывает всех ее достижений. Математика составляет сущность естественнонаучных теорий, и ее приложения в XIX-XX вв. на основе чисто математических конструкций представляются нам еще более удивительными, чем все ее прежние успехи, достигнутые в эпоху, когда математики оперировали понятиями, навеянными непосредственно физическими явлениями. Хотя было бы неверно приписывать одной лишь математике такие достижения современной науки, как радио, телевидение, самолет, телефон, телеграф, высококачественная звукозаписывающая аппаратура, рентгеновские лучи, транзисторы, атомная энергия (и, увы, атомная бомба), вклад математики более фундаментален и существен, чем вклад экспериментальной науки.

Независимо от того, сколь приемлемы приведенные выше объяснения эффективности математики, есть основания утверждать, что новая физика — наука не столько механическая, сколько математическая. Хотя Максвелл при создании теории электромагнитного поля пытался изобрести механическую модель эфира, в своем окончательном виде его теория была по существу математической; «физическая реальность», которую описывают уравнения Максвелла, представляет собой смутное, «бесплотное» понятие электромагнитного поля. Даже Ньютон построил свои законы движения как чисто математическую структуру.

Возможно, Эддингтон прав, и знанием математических соотношений и структур исчерпывается все, чем может нас порадовать физическая наука. Джинс добавляет, что математическое описание Вселенной и есть окончательная реальность. Используемые нами для большей наглядности картины и модели (очень модное ныне слово) — шаг в сторону от реальности. За пределы математических формул мы выходим на собственный страх и риск.

Поскольку математика — творение человека и с ее помощью мы открываем совершенно новые физические явления, люди создают отдельные части окружающего их мира: тяготение, электромагнитные волны, кванты энергии и т.д. Разумеется, математик работает не в пустоте, а руководствуется данными чувственного опыта и эксперимента. Существует некий субстрат физического факта, но даже там, где налицо какая-то физическая реальность, совершенная организация, полнота, уточнение и понимание достаются только с

помощью математики.

Наше знание зависит от человеческого разума ничуть не меньше (если не больше), чем от реальностей окружающего мира. Разум влияет даже на чувственное восприятие. Восприятие дерева без сознания его «древесности» лишено смысла. Набор чувственных восприятий сам по себе лишен смысла. Люди с их разумом составляют часть реальности. Наука более не противопоставляет природу как объект исследования и человека как субъекта, занимающегося ее описанием. Объект и наблюдатель неразделимы.

Граница между математическим и эмпирическим знанием не абсолютна. Мы непрестанно вносим коррективы в наши наблюдения и в то же время видоизменяем наши теории так, чтобы они соответствовали новым наблюдениям и экспериментальным результатам. Цель усилий, предпринимаемых как в развитии теории, так и в совершенствовании эксперимента — всестороннее и непротиворечивое описание физического мира. Математика служит своего рода посредником между человеком и природой, между внутренним миром человека и окружающим его внешним миром.

Так мы приходим к бесспорному и неопровержимому выводу: математика и физическая реальность нераздельны. Математика — поскольку она говорит нам о составляющих физического мира и поскольку наше знание этого мира может быть выражено только в математических понятиях — столь же реальна, как столы и стулья. Границы нашего знания реальности существуют, но они постепенно расширяются.

Вполне возможно, что человек, введя некоторые ограниченные и даже искусственные понятия, только таким способом сумел «навести порядок» в природе. Созданная нами математика может оказаться не более чем рабочей схемой. Не исключено, что природа в действительности устроена гораздо сложнее и в основе ее нет никакого «плана». Но и тогда математика как метод исследования, описания и познания природы не знает себе равных. В некоторых областях ею исчерпывается все, что мы знаем. Если она и не есть сама реальность, то по крайней мере подходит к таковой ближе, чем любая другая область человеческой деятельности.

Хотя математика и является чисто человеческим творением, она открыла нам доступ к некоторым тайнам природы, чем позволила добиться успехов, превзошедших все ожидания. Как это ни парадоксально, но именно столь далекие от реальности математические абстракции дали человеку возможность достичь немало. Сколь ни искусственно, порой поистине сказочно математическое описание, в нем есть своя «мораль». Для мыслящего ученого математическое описание всегда было неиссякаемым источником удивления, рожденного тем, что природа проявляет столь высокую степень соответствия математическим формулам. Заложены ли регулярные зависимости, выражаемые физическими законами, в самой природе и мы лишь открываем их, или их изобретает и применяет к природе разум ученого, в любом случае ученые должны надеяться, что их неустанный труд способствует более глубокому проникновению в тайны природы.

XIII

Математика и поведение природы

Весь предшествующий опыт убеждает нас в том, что природа представляет собой реализацию простейших математически мыслимых элементов.[\[15\]](#)

Альберт Эйнштейн

Естествознание с античных времен определяло наше отношение к природе, но его роль еще более возросла после того, как предсказания важнейших научных теорий были многократно подтверждены опытом. Основные философские течения строились на физической науке и, казалось бы, неопровержимых фактах, установленных ею.

Однако дальнейшее развитие физики и прежде всего создание теории электромагнетизма, теории относительности и квантовой механики вызвали необходимость пересмотра философских учений. В этой главе мы кратко обрисуем и сопоставим некоторые из старых и более новых направлений философии, формирующих наши взгляды на природу. Умонастроение любой эпохи, мышление и поведение общества определяются господствующим мировоззрением. В современном обществе представления об окружающем нас физическом мире во многом определяют всю систему наших взглядов.

Основное учение — имеющее, как мы увидим в дальнейшем, первостепенное значение само по себе, — на которое в той или иной мере опираются все остальные учения, получило название «механицизм». Не претендуя на строгость, суть механицизма можно сформулировать так: физический мир представляет собой гигантский механизм, части которого взаимодействуют между собой. Механизм действует без сбоев и ошибок, о чем свидетельствуют движения планет, регулярность чередования приливов и отливов, предсказуемость солнечных и лунных затмений. Части гигантского механизма — это непрерывно движущаяся материя. Движение обусловлено действием сил. Рассмотрим эти понятия более подробно.

В основе механицизма лежит понятие материи как некоторой телесной вещественной субстанции. Убеждение в том, что материя составляет основу всего сущего, восходит к древним грекам. Выдающиеся греческие философы наблюдали окружающий мир и, несмотря на свои весьма ограниченные возможности, всеми доступными им средствами исследовали природу. При этом они с готовностью переходили от немногочисленных наблюдений к широким философским обобщениям. Так, Левкипп и Демокрит выдвинули идею о том, что мир состоит из неразрушимых и неделимых атомов, существующих в пустоте. Аристотель строил материю из «четырех элементов» — земли, воды, воздуха и огня, но не из настоящих земли, воды, воздуха и огня, а из четырех сущностей, наделенных теми качествами, которые мы воспринимаем посредством наших органов чувств в четырех реальных аналогах этих «элементов».

Томас Гоббс, развивая несколько более грубый вариант того же учения, утверждал:

Мир, т.е. вся масса всех вещей, телесен; иначе говоря, есть тело, и оно

обладает измерениями величины, а именно длиной, шириной и глубиной; но каждая часть тела также есть тело и также обладает измерениями. Следовательно, каждая часть нашего мира есть тело, а то, что не есть тело, не есть часть мира, а поскольку мир есть все — то, что не есть часть его, есть ничто и, следовательно, не существует нигде.

Тело, продолжает Гоббс, есть нечто такое, что занимает пространство; оно делимо, подвижно и ведет себя математически.

Таким образом, механицизм утверждает, что реальность — это всего лишь сложная машина, управляющая объектами в пространстве и во времени. Так как мы сами составляем часть физической природы, все человеческое должно быть объяснимо через понятия материи, движения и математики.

Декарт, как мы уже отмечали, также утверждал, что все физические явления можно объяснить с помощью понятий материи и движения. По Декарту, материя действует на материю при непосредственном соприкосновении. Материя состоит из мельчайших невидимых частиц, отличающихся по величине, форме и другим свойствам. Так как частицы слишком малы и их нельзя видеть, для объяснения более крупномасштабных и потому доступных наблюдению явлений, например движений планет вокруг Солнца, требовалось принять определенные гипотезы относительно поведения таких частиц. Понятие пустого пространства Декарт отвергал, заявляя, что ваза, совершенно пустая внутри, должна была бы разрушиться.

Естествознанию картезианская философия (от латинизированного имени Декарта — Картезий), которую разделяло большинство естествоиспытателей доньютоновской эпохи, в частности Гюйгенс, отводила по существу ту же функцию, а именно *физическое* объяснение явлений природы.

До начала XX в. все физики и философы придерживались убеждения, что материя — первооснова и сущность физической реальности. Вот что писал по этому поводу Ньютон в своей «Оптике»:

При размышлении о всех этих вещах мне кажется вероятным, что Бог вначале дал материи форму твердых, массивных, непроницаемых, подвижных частиц таких размеров и фигур и с такими свойствами и пропорциями в отношении к пространству, которые более всего подходили бы для той цели, для которой он их создал. Эти первоначальные частицы, являясь твердыми, несравнимо тверже, чем всякое пористое тело, составленное из них, настолько тверже, что они никогда не изнашиваются и не разбиваются на куски. Никакая обычная сила не способна разделить то, что создал Бог при первом творении.

([21], с. 303.)

Так как движущаяся материя была ключом к математическому описанию движения планет и свободно падающих тел, ученые попытались распространить такое материалистическое объяснение на явления, природу которых они совсем не понимали. Тепло, свет, электричество и магнетизм рассматривались как «невесомые» разновидности материи; «невесомость» означала, что плотность материи этих видов слишком мала и потому ее невозможно измерить. Например, тепловая «материя» называлась калорической.

Нагреваемое тело впитывало в себя эту «материю», как губка воду. Электричество также считалось материей в жидком состоянии: электрическая жидкость, или, точнее, две электрические жидкости (положительно и отрицательно заряженные), текущие по проводникам, и представляют собой электрический ток.

Предполагалось, что материя приводится в движение и обычно поддерживается в этом состоянии действием сил. Бильярдный шар, сталкиваясь с другим шаром, сообщает тому движение силой удара. Для объяснения непрерывного движения планет Ньютон ввел силу тяготения. Для объяснения электрических и магнитных явлений Фарадей ввел электрические и магнитные силовые линии, которые считал реально существующими.

Итак, имеются три основных понятия: материя, сила и движение. Сила действует на материю, а движение есть не что иное, как поведение материи. Следовательно, материя — наиболее фундаментальное из названных понятий. Исходя из этого, философы провозгласили материю (поведение которой задано соответствующими математическими законами) единственной реальностью.

К концу XVIII в. наиболее полное развитие получила одна область физики, а именно механика. В знаменитой французской «Энциклопедии» Д'Аламбер и Дидро весьма уверенно провозгласили, что механика — наука универсальная. По словам Дидро, «истинная система мира познана, изложена и усовершенствована». Механика стала парадигмой для более новых и быстро развивающихся областей науки.

Лейбниц, хотя и отстаивал механицизм как самоочевидную истину, не мог удовлетвориться одним лишь этим направлением. Бог, энергия и цель были одинаковы для него. В своей «Монадологии» (1714) Лейбниц утверждал, что мир состоит из крохотных монад, каждая из которых неделима и представляет собой сосредоточение энергии. В каждой монаде заключено ее прошлое и будущее. Монады действуют сообща в предустановленной гармонии, образуя более крупные организмы. Монады определяют внутренний динамизм вещей. Механицизм же занимается рассмотрением внешних, пространственных и других физических качеств вещей, например сил.

По утверждению великолепного физика, врача и математика Германа Гельмгольца (1821-1894), высказанному в одном из докладов, вошедших в его «Популярные лекции о науке» (1869), конечная цель естественных наук состоит в том, чтобы найти решение всех своих проблем в механике. Вместе с тем Гельмгольц признавал, что еще не все элементы механики достаточно понятны, и признавал необходимость обратить особое внимание на проблему природы сил:

Таким образом, мы обнаруживаем в конечном счете, что задача физической материальной науки состоит в сведении явлений природы к не подверженным изменениям силам отталкивания и притяжения между телами, величина которых зависит только от расстояния. Разрешимость этой задачи есть условие познаваемости природы... Ее [физической науки] миссия завершится, как только удастся окончательно свести явления природы к простым силам и доказать, что такое сведение — единственное, допускаемое этими явлениями.

Гельмгольц выражает здесь благие, но несбыточные надежды, ибо даже в то время, когда были написаны эти строки, физическая наука располагала убедительными данными, свидетельствовавшими о том, что не все явления можно объяснить, сводя их к массам,

подверженным воздействию простых и понятных сил.

Ныне мы со всей очевидностью столкнулись с тем, что, возможно, оставалось незамеченным в XIX в.: с участвовавшими случаями «несрабатывания» механицизма. Излагать результаты своих исследований ученые стремятся по возможности ясно и понятно, но именно тогда, когда им удастся достичь наибольшей ясности, они наиболее далеки от истины. Вплоть до конца XIX в. физики пребывали в уверенности, что все явления природы допускают механистическое объяснение. А если какие-то явления пока не удавалось объяснить в рамках механицизма, то, считалось, со временем это будет сделано. Среди тех явлений, которые не находили механистического объяснения, особенно важными были действие тяготения и распространение электромагнитных волн.

Что касается тяготения, то физики конца XIX в., разумеется, знали о настойчивых попытках Ньютона дать объяснение этому явлению. Каким образом сила притяжения со стороны Солнца действует на планеты, находящиеся от него на расстоянии в миллионы и сотни миллионов километров? Усилия Ньютона не увенчались успехом, и, как бы подводя им итог, он изрек свое знаменитое: «Я не измышляю гипотез». Механицизм не помог Ньютону.

Почему же ученые XVIII-XIX вв. столь ревностно придерживались механицизма? Возможно, что их не покидала надежда разгадать природу тяготения. Однако более существенно другое: физики были настолько ослеплены успехами ньютоновского направления в науке, что упустили из виду проблему объяснения *физической* природы тяготения. Воспользовавшись математическим выражением закона всемирного тяготения, они (в особенности Лагранж и Лаплас) настолько преуспели в применении этого закона для объяснения ряда наблюдаемых аномалий в движениях небесных тел и в обнаружении новых явлений, что проблема физической природы тяготения оказалась погребенной под грудой математических «мемуаров» (как принято было называть тогда публикации). Ныне мы знаем, что тяготение (или гравитация) — научная фикция, происхождение которой в определенной степени связано со способностью человека оказать силовое воздействие на различные предметы. Джордж Беркли подверг критике понятие физической силы тяготения с общих позиций своей философии. В сочинении «Алсифрон, или Мелкий философ. В семи диалогах, содержащих апологию христианской религии против тех, кого называют свободомыслящими» (1732) он писал:

Ефранор. ...Прошу тебя, Алсифрон, не играй терминами: оставь *слово* сила, изринь все прочее из своих мыслей, и ты увидишь, какова точная идея силы.

Алсифрон. Под силой я понимаю в телах то, что вызывает движение и другие ощутимые действия.

Ефранор. А не существует ли что-нибудь отличное от этих действий?

Алсифрон. Существует.

Ефранор. Тогда будь добр, исключи все, что отличается, и те действия, к которым оно приводит, и поразмысли над тем, что такое сила в собственной, точной идее.

Алсифрон. Должен признаться, нелегкое это дело.

Ефранор. Поскольку ни ты, ни я не можем определить идею силы и поскольку, как ты сам заметил, разум и способности людей во многом схожи, мы можем предположить, что и у других людей нет ясного представления об идее

([13], с. 70.)

Резюмируя, можно сказать, что не только замечательные достижения самого Ньютона, но и сотни результатов, полученных его многочисленными последователями, стали возможными благодаря тому, что их авторы полагались на математическое описание даже в случаях, когда физическое понимание явления полностью отсутствовало. По существу все эти естествоиспытатели принесли физическое понимание в жертву математическому описанию и математическому предсказанию. В этой связи уместно привести слова английского писателя Г.К. Честертона. (1874-1936): «Мы узрели истину, и оказалось, что истина не имеет [физического] смысла». Что же касается механицизма, то история развития теории электромагнитного поля по существу повторяет историю развития теории тяготения. Мы уже упоминали о том, что Фарадей ввел понятие силовых линий для объяснения различных электрических явлений, магнетизма и взаимодействия электрических зарядов. Предполагалось, что со временем удастся доказать физическую реальность силовых линий. Но когда Максвелл распространил «юрисдикцию» электрических и магнитных явлений на волны, способные распространяться на сотни и тысячи километров, силовые линии Фарадея оказались совершенно непригодными даже как средство описания, потенциально обладающее физическим смыслом. Вместо силовых линий Максвелл ввел понятие эфира, который был определен как среда — носитель света, как среда, в которой распространяются все электромагнитные волны, включая световые. Максвелл настойчиво пытался дать механистическое объяснение распространению электромагнитных волн, но все его усилия, как и попытки Ньютона объяснить тяготение, оказались безуспешными. Верх одержали математические уравнения.

Последующее развитие физики показало несостоятельность механицизма. Эфир, как материальная субстанция, был отвергнут. Его заменили чисто математические законы. Вместо силы тяготения общая теория относительности ввела геодезические в пространстве-времени. Мы «признали» явление распространения электромагнитных волн, хотя их физическая природа неизвестна. Нам пришлось также «принять» дуализм волна — частица, противоречащий здравому смыслу, и, как по мановению волшебной палочки, электроны, бывшие в атоме частицами, вылетая из него, стали превращаться в волны. Особенно глубокого пересмотра классической механики потребовали теория относительности и квантовая механика. Тем не менее эти изменения не столь беспрецедентны, если проследить всю долгую историю развития естествознания с античных времен до создания классической механики Ньютона, работ Лагранжа и Лапласа. Пересмотры аристотелевской и схоластической механики и птолемеевой астрономии были в свое время не менее революционны.

Вторжение новых идей в механистическую концепцию природы явственно ощутимо в сетованиях лорда Кельвина, ведущей фигуры в английских научных кругах второй половины XIX в.:

Я никогда не испытываю чувства полного удовлетворения до тех пор, пока не построю механическую модель изучаемого объекта. Если мне это удастся, то я сразу все понимаю, в противном случае не понимаю. Мне хотелось бы понять природу света как можно полнее, не вводя вещей, которые я понимаю еще меньше.

Тем не менее Кельвину пришлось довольствоваться пониманием света, далеко не соответствовавшим его желаниям.

Еще одно философское учение, неоднократно привлекавшееся для объяснения поведения природы, основано на понятии причины и следствия. Мы ищем причины, полагая, что знание причин позволит нам получить желаемые следствия. Учение о причинности в чем-то более смутная доктрина, чем механицизм. Причинность лишь констатирует существование причины и следствия, но ничего не говорит о механизме связи между ними. На протяжении нескольких столетий (вплоть до начала XX в.) причинность действительно подразумевала существование некоего механизма. Многие явления происходят потому, что причина и следствие связаны физическим механизмом, который порождает следствие. В первоначальном варианте учение о причинности предполагало непосредственный «контакт» между причиной и следствием, т.е. их пространственную «смежность». Но вскоре понятие причинности стали использовать и при рассмотрении дальнего действия (действия на расстоянии), например в случае тяготения.

Как большинство философских учений, учение о причинности зародилось в Древней Греции. Аристотель различал четыре типа причин, действующих в мире: форму (эйдос, морфе); цель, т.е. «то, ради чего»; материю («то, из чего»), или субстрат, и источник движения, или «творящее начало». Великий математик и естествоиспытатель Архимед, умевший применять свои знания на практике, подчеркивал значение принципа причинности, интерпретируя последнюю в духе «творящего начала» Аристотеля. Согласно Архимеду, причинность приводит к тому, что материя всюду и всегда ведет себя упорядоченно и предсказуемо.

Выявление причинности в науке нового времени берет начало с Галилея. Он говорил о земном тяготении как о причине движения земных тел, хотя ему пришлось отказаться от причинности, ограничившись математическим описанием движений.

Ньютон и его современники разработали концепцию, сохранившуюся по существу неизменной на протяжении следующих двух столетий. Согласно этой концепции, причинность присуща самой природе физического мира. Следуя такой концепции, Ньютон ввел универсальную силу тяготения — как причину эллиптичности планетных орбит (не будь всемирного тяготения, планеты двигались бы по прямолинейным траекториям). Лейбниц также говорил, что все, что случается, имеет, свою причину.

Совершенно иное толкование причины и следствия предложил Иммануил Кант. Находясь под сильным влиянием ньютоновской науки в ту эпоху, когда в Европе господствовали космологические теории Декарта, Кант вступил в защиту системы небесной механики и даже существенно дополнил ее в работе «Всеобщая естественная история и теория неба» (1755). В своем основном философском сочинении «Критика чистого разума» (1781) Кант утверждал, что причинность является логической предпосылкой всего рационального мышления. По Канту, разум не нуждается в подтверждении эмпирическими данными. Во втором издании «Критики чистого разума» (1787) Кант так определил причинность: «Все изменения происходят по закону связи причины и действия» ([6], т. 3, с. 258).

Все многочисленные концепции причинности различным образом включают в себя идею связи (или сцепления), посредством которой причина порождает следствие. Шотландский философ Дэвид Юм пытался очистить причинность от какой бы то ни было метафизической подоплеки. В действительности он поставил под сомнение само понятие

причинности. В работе «Исследование о человеческом познании» (1793) Юм утверждал:

Единственная непосредственная польза всех наук состоит в том, что они обучают нас управлять будущими явлениями и регулировать их с помощью причин. Обладающие сходством объекты всегда соединяются со сходными же — это мы знаем из опыта; сообразуясь с последним, мы можем поэтому определить причину как объект, за которым следует другой объект, причем все объекты, похожие на первый, сопровождаются объектами, похожими, на второй.

([30], с. 78.)

В приведенном отрывке слово «объект» лучше всего интерпретировать как «явление». Юм утверждает, что ситуация *C* и последующая ситуация *E* связаны между собой как *причина* и *следствие*, если возникновение ситуации *C* (или похожей ситуации) всегда влечет за собой ситуацию *E* (или подобную ей) и если ситуация *E* возникает после наступления ситуации *C*. В свое определение причинности Юм включил слова «похожий», «подобный», так как хотел сделать причинность *экспериментально проверяемой* и понимал, что определенная ситуация никогда не может повториться с абсолютной точностью.

Определив, что такое причинность, Юм приступил к критике этого понятия. По убеждению Юма сам по себе тот факт, что мы знаем о следовании события *A* за событием *B*, даже если это следование многократно повторялось, отнюдь не доказывает, что и в будущем событие *A* неизменно будет следовать за событием *B*. Юм приходит к выводу, что наша вера в причинность не более, чем *привычка*, и с полным основанием утверждает, что привычка не может служить подходящей основой для веры.

Джон Стюарт Милль, наиболее известный английский философ XIX в., поддержав отрицание причинности Юмом, добавил несколько собственных идей. В сочинений «Система логики» (1843) Милль так изложил свою концепцию причинности: «Закон причинности, главный столп, на который опирается наука, есть не что иное, как знакомая истина об обнаруживаемой путем наблюдения неизменности следования между каждым природным фактом и каким-то другим фактом, ему предшествующим». Таким образом, Милль, подобно Юму, усматривает сущность причинности в «неизменности следования» и, подобно Юму, подводит под причинность эмпирический базис. Милль лишает причинность логической необходимости, отказываясь от идеи принуждения. Он анализирует условия, при которых, по его мнению, можно предположить существование причинно-следственных связей между двумя событиями: событие-причина пространственно близко к событию-следствию; следствие во времени происходит непосредственно после причины; событие-следствие имеет место всегда, когда происходит событие-причина. Милль не опровергает явно высказывание Юма, что причинность — всего лишь привычка мышления. Для Милля причинность — это обобщение эмпирических данных. Индукция служит основой некоторых обобщений, в частности законов природы. Милль рассматривает также методы, которые позволяют выявить причинную связь, например метод различий:

Если в данном случае, когда происходит исследуемое явление, и в другом, когда оно не происходит, все условия одинаковы, за исключением одного, которое выполняется только в первом случае, то единственное условие, которым отличаются два случая, и есть причина (или неотъемлемая часть ее) указанного

явления.

Это четко сформулированный принцип и поныне широко используется во многих областях науки. Например, эксперимент, проводимый на лабораторных животных для проверки действия нового лекарственного препарата, всегда ставится на двух группах животных, подобранных так, чтобы они были как можно более схожи по размерам, возрасту, условиям содержания, кормления и т.д. Единственное различие между группами состоит в том, что животным одной из них дают испытываемое лекарство, а животные другой (так называемой *контрольной*) группы его не получают. Согласно методу различий, любой эффект, наблюдаемый у животных первой группы, но не наблюдаемый у животных второй, можно считать причинно обусловленным лекарством. Еще более разрушительную атаку на причинность предпринял Бертран Рассел, английский математик и философ, удостоенный в 1950 г. Нобелевской премии по литературе. В работе «О понятии причины» Рассел писал:

Все философы, к какой бы школе они ни принадлежали, воображают, будто причинность есть одна из фундаментальных аксиом науки, но, как ни странно, в столь передовой науке, как гравитационная астрономия, слово «причина» никогда не встречается... Принцип причинности, как и многое другое, имеющее хождение среди философов, кажется мне реликтом прошлого века, выжившим, подобно монархии, только потому, что его ошибочно сочли безвредным.

Называя причинность «реликтом прошлого века», Рассел заходит, пожалуй, слишком далеко. Но так или иначе, несмотря на критику Юма, Милля и Рассела, к концу XIX в. причинность в глазах естествоиспытателей поднялась до статуса самоочевидной истины, который столетием раньше Кант придал ей, исходя из метафизических оснований. Отношение к причинности, сложившееся в конце XIX в., достаточно четко выразил Герман Гельмгольц в своей «Физиологической оптике»:

Принцип причинности носит характер чисто логического закона даже в том, что выводимые из него следствия относятся в действительности не к самому опыту, а к пониманию опыта и, следовательно, не могут быть опровергнуты никаким возможным опытом.

О том, как повлияло на толкование принципа причинности развитие квантовой теории, мы расскажем дальше.

Поскольку причину того или иного явления удастся установить не всегда (например, мы не знаем, как образовались кометы), а механицизм также не всегда может объяснить разнообразные явления, в XIX в. господствующее положение приобрело философское учение под названием «детерминизм». Различие между учением о причинности и детерминизмом отмечал еще Декарт: следствие отстает во времени от причины из-за ограниченности чувственных восприятий человека. *Causa sive ratio* (причина есть не что иное, как разум). Суть детерминизма лучше всего пояснить с помощью аналогии. Если аксиомы евклидовой геометрии заданы, то свойства окружности (например, ее длина и площадь ограниченного ею круга) и вписанных углов полностью определены как необходимые логические следствия. Говорят, что Ньютон как-то спросил, зачем нужно выписывать теоремы евклидовой геометрии, если они очевидным образом следуют из

аксиом. И все же большинству людей требуется немало времени, чтобы доказать каждую из теорем. Но хронологический порядок открытия новых геометрических свойств, который, казалось бы, связывает аксиомы и теоремы такой же временной последовательностью, как причину и следствие, в действительности иллюзорен.

Так же обстоит дело и с физическими явлениями, считал Декарт. Для «божественного разума» все явления «сосуществуют» в одной математической структуре. Но наши чувства в силу ограниченности их возможностей распознают явления не одновременно, а одно за другим, и поэтому мы одни явления принимаем за причины других. Отсюда понятно, заявлял Декарт, почему математика позволяет предсказывать будущее. Это становится возможным благодаря ранее полученным математическим соотношениям. Именно математическое соотношение дает самое ясное физическое объяснение реальности. Кратко можно сказать, что реальный мир — это совокупность математически представимых движений объектов в пространстве и времени, а Вселенная в целом — огромная, гармоничная машина, построенная на основе математических законов. Кроме того, многие философы, включая самого Декарта, утверждали, что математические законы заданы раз и навсегда, поскольку именно так сотворил мир сам Бог, а божья воля неизменна. Независимо от того, удалось ли человеку проникнуть в сокровенные «замыслы Бога», мир функционировал по закону, и закономерность процессов, происходящих в природе, не ставилась никем под сомнение, по крайней мере до начала XIX в.

Ньютоновская концепция Вселенной, состоящей из твердых неразрушаемых частиц, каждая из которых действует на другие с вполне определенной, вычислимой силой, была положена в основу последовательного и жесткого детерминизма французским астрономом и математиком маркизом Пьером Симоном де Лапласом. Ему принадлежит ставшее классическим описание сущности детерминизма:

Состояние Вселенной в данный момент можно рассматривать как результат ее прошлого и как причину ее будущего. Разумное существо, которое в любой момент знало бы все движущие силы природы и взаимное расположение образующих ее существ, могло бы — если бы его разум был достаточно обширен для того, чтобы проанализировать все эти данные, выразить одним уравнением движение и самых больших тел во Вселенной, и мельчайших атомов. Ничто не осталось бы сокрытым от него — оно могло бы охватить единым взглядом как будущее, так и прошлое.

([13], с. 31.)

«Одно уравнение», охватывающее, по словам Лапласа, всю Вселенную, поражает воображение, но детерминисты вполне довольствовались и многочисленными формулами.

Сам того не ведая, Лаплас составил эпитафию механицизму и детерминизму. Он рисует нам фантастический сверхчеловеческий «разум», но существование такого разума к делу не относится. Если Вселенная во все времена, в прошлом и будущем, неукоснительно следует по жестко детерминированному пути, то она функционирует так в независимости от того, знает об этом сверхчеловеческий разум или нет, ибо на Вселенную Лапласа он не оказывает никакого влияния. Среди математиков и астрономов Лаплас пользовался огромным и вполне заслуженным авторитетом, поэтому его концепция полностью детерминистической Вселенной оказала на них большое воздействие.

Детерминизм завоевал столь прочные позиции, что философы стали подходить с

детерминистической точки зрения к оценке деятельности человека как части природы. Идеи, волевые акты и действия человека рассматривались как неизбежные проявления взаимодействия материи с материей. По мнению детерминистов, человеческая воля определяется внешними физическими и физиологическими причинами. Гоббс, например, объяснял кажущуюся свободу воли следующим образом. События извне воздействуют на наши органы чувств, а те в свою очередь — на мозг. Движения внутри мозга порождают то, что мы называем аппетитом, восторгом или страхом, но все эти чувства — не более чем наличие движений внутри мозга. Когда аппетит и отвращение сталкиваются в противоборстве, наступает особое физическое состояние, именуемое ослепительностью. Одно движение одерживает верх над другим, а мы говорим о проявлении свободы воли. Но в действительности выбор преобладающего движения принадлежит не личности. Мы видим результат, но не в состоянии осознать определяющий его процесс. Свободы воли не существует. Это бессмысленный набор слов. Воля жестко ограничена действиями материи.

Вольтер в сочинении «Невежественный философ» утверждал: «Было бы очень странно, если бы вся природа, все планеты должны были подчиняться вечным законам, а одно небольшое существо, ростом в пять локтей, презирая эти законы, могло бы действовать, как ему заблагорассудится». Случай — не что иное, как слово, придуманное для обозначения известного действия неизвестной причины.

Этот вывод был настолько категоричен, что, даже материалисты попытались умерить его остроту. Некоторые из них утверждали, что детерминированы только действия человека, но не его мысли. Введение такой «дихотомии» вряд ли облегчало ситуацию, ибо означало, что человеческое мышление не влияет на человеческие поступки — люди становились автоматами. Другие пытались найти новую интерпретацию свободы, пытаясь сохранить хотя бы какое-то подобие ее. Вольтер саркастически заметил в этой связи: «Быть свободным означает иметь возможность делать что угодно, а не хотеть что угодно».

С научной точки зрения утверждение «событие *A* определяет событие *B*» означает, что если задано событие *A*, то можно *вычислить* событие *B* и наоборот. Таким образом, *применение* детерминизма в точных науках можно охарактеризовать следующим образом: если состояние некоторого множества объектов в произвольный момент времени задано, то состояние объектов того же множества в любой момент времени в прошлом или будущем может быть определено путем вычислений.

Естественнонаучная концепция детерминизма наиболее четко выражена функциональными соотношениями между переменными, т.е. формулами, подобными тем, с которыми мы встречались в предыдущих главах. Ясно, что из функционального соотношения не следует существования причинно-следственной связи.

Многое из того, чем занимаются точные науки, сводится к установлению функциональных соотношений между переменными. Если такого рода соотношение оказывается верным в широких пределах и выражает нечто важное относительно физического мира, то оно обретает статус закона природы. Что касается детерминизма, то суть его кроется просто в постоянстве и надежности естественнонаучных законов. При должном учете двух обстоятельств: 1) экспериментальные данные, на которые опираются эти законы, никогда не бывают идеально точными; 2) все теоретические соотношения имеют «пробный характер» и подлежат пересмотру в свете новых открытий — детерминизм означает не больше и не меньше как однородность природы.

Но детерминизму не была суждена долгая жизнь. В действиях имеются моменты

нестабильного поведения (Максвелл называл такие моменты особыми точками). Камень на вершине горы находится в неустойчивом положении: достаточно легкого толчка, чтобы он обрушился вниз, увлекая за собой лавину. Подобным образом спичка, вызывающая лесной пожар, неосторожно брошенное слово, способное привести к мировой катастрофе, крохотный ген, в зависимости от которого люди становятся мудрецами или идиотами, — все это примеры явлений неустойчивости. Факторы неустойчивости пробивают брешь в эволюции детерминистического мира: в моменты потери устойчивости безотказно действовавшие ранее законы нарушаются и эффекты, пренебрежимо малые при других обстоятельствах, становятся доминирующими.

Максвелл предостерегал своих ученых коллег против недооценки роли этих особых точек в научном познании:

Таким образом, если те, кто культивирует физическую науку, ... в погоне за ее волшебным зельем придут к изучению особых точек и неустойчивости, сменившей непрерывность и стабильность вещей, то успехи естествознания, возможно, позволят устранить предрасположение к детерминизму, проистекавшее единственно из допущения, что физическая наука будущего — всего лишь увеличенное изображение физической науки прошлого.

Лидер физической науки своего времени, Максвелл стал пророком для следующего поколения ученых. Некоторые из его работ по кинетической теории газов способствовали закату детерминизма. Трещины и пробелы, которые Максвелл увидел в детерминистической схеме, вскоре расширились, и детерминистический мир распался.

На смену детерминизму пришли статистические законы. Но прежде чем углубиться в новые проблемы, необходимо выяснить, что мы понимаем под статистическими законами. Приведем в качестве примера лишь одну из задач, которые успешно решают математическая статистика и теория вероятностей. Страховое дело получило в США широкое развитие. Совершенно очевидно, что любая попытка предсказать, исходя из первых принципов, когда умрет какой-то конкретный человек, обречена на провал. Тем не менее, опираясь на данные о продолжительности жизни тысяч людей и используя методы теории вероятности, страховые компании занимаются страхованием жизней, взимая суммы, устраивающие и тех, кто выплачивает страховой полис, и компанию, берущую на себя риск.

Применение статистических законов в физике началось со статистической механики, где еще можно было предполагать, что, детально описав миллионы столкновений молекул, ведущих себя детерминистически, мы могли бы, например, предсказать поведение газа; но это число столь велико, что рассматривать подобные «коллективные эффекты» можно только статистическими методами. Первым стал широко использовать статистические законы Людвиг Больцман в своих работах по кинетической теории газов. Его подход был радикальным шагом в эпоху, когда господствовали идеи механицизма и детерминизма, и вызвал ожесточенные споры. Задачу физики Больцман видел не в сборе эмпирических данных и последующей оценке их с точки зрения известных законов и умозрительных построений, а в том, чтобы привести наше мышление, идеи и понятия в соответствие с эмпирическими данными. Статистическую механику Больцмана его современники восприняли не более как измышления «математического террориста».

Процесс радиоактивности, кажущееся произвольным поведение электронов

одновременно и как волн, и как частиц, непредсказуемый распад атомных ядер — все эти новые явления подрывали устои детерминизма. Невозможно было предсказать достоверно и поведение квантов Планка, фотонов Эйнштейна или «скачки» электронов в модели атома Бора.

Сформулированный Гейзенбергом в 1927 г. принцип неопределенности (см. гл. X) также сыграл важную роль в потрясении основ детерминизма. В статье, опубликованной в 1927 г., Гейзенберг подверг критике и причинность, и детерминизм:

Согласно формулировке «жесткого» принципа причинности, если мы точно знаем настоящее, то можем вычислить будущее; но в действительности речь идет не о незыблемом законе (который неверен), о допущении. Мы в принципе не можем знать настоящее во всех его детерминированных подробностях. Следовательно, все наше восприятие — это право произвести отбор из огромного числа возможностей и наложить ограничения на будущие возможности. Поскольку статистический характер квантовой теории столь тесно связан с неточностью нашего восприятия, возникает подозрение, что за воспринимаемым статистическим миром скрывается другой «реальный» мир, в котором выполняется принцип причинности. Но такого рода умозрительные заключения представляются нам... бесцельными и бесплодными. Физика должна давать только формальное описание связи между восприятиями. Гораздо более точная констатация реальных фактов состоит в следующем: так как все эксперименты удовлетворяют законам квантовой механики, она неопровержимо свидетельствует о том, что принцип причинности не выполняется.

Принцип неопределенности Гейзенберга вовсе не сводится к утверждению о том, что причинные связи квантовых явлений находятся за пределами возможности их обнаружения; он со всей очевидностью предполагает, что таких связей просто не существует. Именно к такому выводу пришел сам Гейзенберг. С появлением принципа неопределенности классическая причинность и детерминизм утрачивают смысл. Квантовая механика оперирует только статистическими понятиями. Она не дает точного описания отдельной частицы и точного предсказания ее поведения. Однако квантовая механика позволяет с высокой точностью предсказывать поведение больших ансамблей частиц.

Рихард фон Мизес и другие ученые, размышляя над проблемами квантовой механики, отстаивали идею недетерминированности реального мира. Все детерминированные законы, по мнению этих исследователей, представляют собой не что иное, как приближенное и чисто пассивное отражение вероятностных соотношений, подчиняющихся законам случая. Отдельные процессы и события в атомном мире тем самым ставятся «вне закона». Как указывал Эддингтон в книге «Природа физического мира» (1933), «физика сделала детерминизм непрочным».

В 1957 г. Ганс Рейхенбах в работе «Атом и космос» подчеркивал точность вероятностной интерпретации всех физических результатов. Наиболее вероятное и есть то, что лежит в пределах ошибки наблюдения. Только в больших масштабах, когда огромное число атомов участвует в процессах, идущих с высокой вероятностью, мы можем считать явления практически достоверными. Но в принципе даже крупномасштабные процессы носят вероятностный характер. Понятия пространства, времени, вещества, силы,

причинности и законов природы заимствованы из обыденного человеческого опыта, приобретенного в мире «средних размеров», и заведомо непригодны для описания явлений на атомном уровне.

Долгое время одни выдающиеся физики (Борн, Бор и Паули) придерживались с незначительными вариациями точки зрения, что все явления природы подлежат лишь вероятностной интерпретации, тогда как другие, не менее крупные физики (Планк, Эйнштейн, фон Лауэ, де Бройль, Шрёдингер и другие) не соглашались с ними, придерживаясь концепций причинности и детерминизма, восходящих к классической механике. Суть спора сводилась главным образом к следующему: является ли статистический характер законов квантовой физики временной «платой» за неполное знание и не уступят ли эти законы со временем место другим, столь же детерминированным, как законы ньютоновской механики, или же статистические законы объективны, т.е. не зависят от нашего знания и сознания, и соответствуют явлениям, реально происходящим в микромире.

Широко известно высказывание Эйнштейна, что «Бог не играет в кости». Эту мысль Эйнштейн подчеркивал и в двух письмах, приведенных в книге Рональда У. Кларка «Эйнштейн: жизнь и времена». В первом письме (1926), адресованном Максу Борну говорится:

Квантовая механика, безусловно, впечатляет. Но внутренний голос подсказывает мне, что ее пока нельзя считать реальной. Теория многое говорит, но ни на йоту не приближает нас к секрету Старика. Я, во всяком случае, убежден, что Он не бросает кости.

Во втором письме, написанном гораздо позже и адресованном Джеймсу Франку, Эйнштейн заявляет:

Я могу еще, если на то пошло, понять, что Господь Бог мог сотворить мир, в котором нет законов природы. Короче говоря, хаос. Но то, что должны быть статистические законы с вполне определенными решениями, например законы, вынуждающие Господа Бога бросать кости в каждом отдельном случае, я считаю в высшей степени неудовлетворительным.

В Сборнике «Мир, каким я вижу его» (1934) Эйнштейн говорит: «Господь Бог изощрен, но не злонамерен». Кроме того, в коллективной статье^{[116\]](#)}, опубликованной в журнале *Physical Review* за 1935 г., Эйнштейн утверждает, что волновая механика неполна. По мнению авторов статьи, со временем должна появиться статистическая квантовая теория, аналогичная статистической механике: движения отдельных частиц (например, молекул газа) должны быть детерминированы, но вследствие большого числа частиц эта теория должна использовать статистику и теорию вероятностей. То же мнение выразил (1978) Поль А.М. Дирак, английский физик, внесший значительный вклад в создание новой физики:

Я думаю, вполне возможно, что в конечном счете правым окажется Эйнштейн, ибо существующую ныне форму квантовой механики не следует рассматривать как окончательную... Я считаю вполне возможным, что в будущем у нас появится усовершенствованная квантовая механика, в которой произойдет

возврат к детерминизму, и тем самым подтвердится точка зрения Эйнштейна. Но такой возврат к детерминизму возможен только ценой отказа от кое-каких основных идей, которые мы сейчас принимаем, не подвергая ни малейшему сомнению. Если мы вернемся к детерминизму, то нам придется каким-то образом заплатить за это, хотя сейчас трудно предугадать, каким именно.

Дирак, несомненно, прав, говоря о некоем идейном барьере, преграждающем путь к развитию более полной детерминистической теории. Как сказано в «Опыте о человеке» Александра Поупа, «все дело случая, пути которого неисповедимы...».

Ни Дирак, ни Эйнштейн не предложили альтернативной модели квантовой теории. Другие критики вероятностного характера квантовой механики, например физики Дэвид Бом (1957) и Шоичи Саката (1978), также не смогли найти разумные альтернативные модели. Над той же проблемой безрезультатно бились и другие выдающиеся ученые. Но к настоящему моменту квантовая теория достигла в своем развитии такого уровня, что решение проблемы вряд ли зависит от получения новых экспериментальных данных.

Хотя, имея дело с явлениями, в которых участвуют видимые или осязаемые объекты, т.е. с явлениями «средних размеров», по определению Рейхенбаха, физики по-прежнему используют детерминистические законы классической механики, их отношение к детерминизму при описании таких явлений претерпело глубокие изменения вследствие новых открытий, ставших возможными благодаря квантовой механике. Предполагается, что все происходит так, как происходит, поскольку вероятность этого весьма высока, а вероятность того, что это должно быть иначе, весьма незначительна.

Механицизм, учение о причинности и детерминизм — лишь три из большого числа философских направлений, испытавших на себе глубокое воздействие последних научных открытий. В действительности таких направлений в философии гораздо больше. Остановимся бегло еще на некоторых.

Философия идеализма — это другой способ решения основной метафизической проблемы — нашего взаимоотношения с внешним миром. Идеализм решает эту проблему, «обрубив» ее с одного конца, а именно отрицая, как это делал Беркли, существование внешнего мира (см. гл. «Историческая ретроспектива»). Все наше осознание внешнего мира в действительности происходит в нас самих; следовательно, убеждение, что это осознание порождено внешними по отношению к нам объектами, вполне может оказаться иллюзией. Когда мы смотрим на дерево, оно существует в нашем сознании. Когда мы отворачиваемся, дерево в нашем сознании перестает существовать. И если мы вспоминаем его или слышим, как кто-то другой уверяет нас, что дерево по-прежнему стоит на том же месте, то и на этот раз не испытываем ничего, кроме неких процессов, происходящих в нашем сознании.

Общая интуитивная реакция на идеализм — отвергнуть его как абсурдное учение. «Грозный доктор» (английский писатель и лексикограф) Сэмюэл Джонсон (1709-1784) считал, что всякий может опровергнуть идеализм, пнув в его сторону большой камень. Но, несмотря на многочисленные усилия весьма авторитетных философов, идеализм так и не был окончательно опровергнут. Существование чего-то, что не вызывало бы чувственных восприятий ни в чьем сознании, невозможно доказать экспериментально, поэтому физическое существование, независимое от человека, следует считать бессмысленным. Более того, все, кто занимается естественными науками, должны быть идеалистами. Однако вся классическая наука прочно стоит на допущении о существовании внешнего

объективного мира. Ученые обычно сходятся на том, что природа их не обманывает и созданная ими концепция реального внешнего мира обоснована.

Классический ученый, если подвергнуть сомнению его убеждение в существовании объективного мира, ответил бы, что наблюдения не оказывают сколько-нибудь заметного влияния на наблюдаемый объект. Такой ученый стал бы утверждать, что наблюдатель действительно определяет, каким объект был до наблюдения и каким станет после. Однако это допущение классической физики выглядит в наши дни весьма шатким. Наблюдения оказывают воздействие на наблюдаемые объекты, и, как показал Гейзенберг, для элементарных компонентов нашего мира это воздействие отнюдь не является неощутимо слабым.

Классическая наука исходила из априорного предположения, что внешний мир существует. Математические уравнения классической механики, как принято было считать, описывают то, что реально происходит во внешнем мире. Квантовая механика имеет свои математические уравнения, но они описывают наблюдения — не реальные частицы, а воздействие этих частиц на экраны, подобные телевизионным.

В отличие от идеализма философия логического позитивизма утверждает, что истины строятся только на наблюдаемых фактах. Позитивисты — антиметафизики, и, с их точки зрения, единственным источником осмысленного знания может быть опыт. Из него мы «извлекаем» основные утверждения, которые затем можно развить с помощью строгой дедукции. Но смысл любого утверждения тождествен средствам, позволяющим проверить его. Джон Стюарт Милль, представитель позитивистской философии, утверждал, что хотя знание мы черпаем главным образом из ощущений, оно включает в себя и соотношения, которые наделенный сознанием разум формулирует относительно данных чувственного опыта, например, научные законы. Хотя позитивисты, как и идеалисты, считают, что доказать существование внешнего мира невозможно, они утверждают, что невозможно и противоположное, а именно доказать, что внешний мир не существует. По своей сути позитивисты — эмпирики, проводящие резкое различие между данными опыта и объектами мышления и отрицающими реальность последних.

Что же мы узнали из этого беглого обзора? Наша задача была простой: показать, каким образом недавние достижения физической науки заставляют нас все время пересматривать, казалось бы, давно устоявшиеся представления. Мы хотели также отметить те изменения, которые эти достижения вызвали в нашей собственной жизни и наших взглядах на природу. Философия науки (или, если угодно, поведения природы) строит на основе текущего научного знания широкие обобщения. Поскольку наше знание со временем претерпевает изменения, должна изменяться и философия науки. Следовательно, мы никогда не должны упускать из виду самую «сердцевину» *естественно-научных* данных.

Цель нашей книги состояла в том, чтобы показать, в сколь значительной степени научное знание зависит от математики. Какой вывод из этого следует, если учесть, что математика — это творение человеческого разума? Мы не в состоянии дать однозначный ответ на вопрос, упорядочена ли природа, заложен ли в ее основе некий план и даже некая цель (как счел бы Аристотель). Но мы можем с полной уверенностью заявить, что самый могущественный из созданных человеком инструмент — математика — позволяет нам достичь определенного понимания сложного и разнообразного мира природных явлений.

Литература

Приведенная здесь библиография включает источники различной степени сложности. Ознакомление с этой дополнительной литературой поможет одним читателям, хорошо осведомленным в каких-то вопросах, углубить свои познания, а другим, менее информированным, — ознакомиться с интересующим их материалом в более элементарном изложении.

Работы общего характера

- Bradley F.H. *Appearance and Reality* (2nd ed.). — New York: Oxford University Press, 1969.
- Broad C.D. *Scientific Thought*. Paterson: Littlefield, Adams and Co., 1959.
- Bronowski J. *The Common Sense of Science*. — London: William Heineman, 1951.
- D'Abro A. *The Decline of Mechanism in Modern Physics*. — New York: D. Van Nostrand Co., 1939.
- Di Francia G.T. *The Investigation of the Physical World*. New York: Cambridge University Press, 1981.
- Eddington A.S. *The Nature of the Physical World*. — New York: Macmillan, 1933.
- Einstein A. *Essays in Science*. — New York: Philosophical Library (без даты). [Русский перевод большинства работ, включенных в этот сборник см. в кн.: Эйнштейн А. *Собрание трудов*. Т. 4. Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики. — М.: Наука, 1967.]
- Hobson E.W. *The Domain of Natural Science*. — New York: Dover Publications, 1968.
- Jeans J. *The Growth of Physical Science*. — New York: Cambridge University Press, 1951.
- Jeans J. *The Mysterious Universe*. — New York: Macmillan, 1930.
- Jeans J. *The New Background of Science*. — New York: Macmillan, 1933.
- Jeans J. *Physics and Philosophy*. — Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1958.
- Johnson M. *Science and the Meaning of Truth*. — London: Faber and Faber, 1946.
- Kemble E.C. *Physical Science. Its Structure and Development*. — Cambridge (Mass.): The M.I.T. Press, 1966.
- Kline M. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. — New York: Oxford University Press, 1972.
- Kline M. *Mathematical and Physical World*. — New York: Dover Publications, 1981.
- Korner S. *Experience and Theory*. — New York: The Humanities Press, 1966.
- Koyre A. *From the Closed World to the Infinite Universe*. — Baltimore: The John Hopkins Press, 1957.
- Lakatos I. *Mathematics, Science and Epistemology*, 2 vols. — New York: Cambridge University Press, 1978.
- Margenau H. *The Nature of Physical Reality*. — New York: McGraw-Hill, 1950.
- Marion J.B. *Physics in the Modern World*. — New York: Academic Press, 1976. [Русский перевод: Мэрион Д.Б. *Физика в современном мире*. — М.: Мир, 1975.]
- Munn A.M. *From Nought to Relativity*. — London: George Allan and Unwin, 1973.
- Peierls R.E. *The Laws of Nature*. — New York: Charles Scribner's Sons, 1956. [Русский перевод: Пайерлс Р.Э. *Законы природы* (изд. 2-е, переработ.). — М.: Физматгиз, 1962.]

Reichenbach H. *Experience and Prediction*. — Chicago: The University of Chicago Press, 1938.

Schrödinger E. *Mind and Matter*. — New York: Cambridge University Press, 1958.

Sutton O.G. *Mathematics in Action*. — London: G. Bell and Sons, 1954.

Weyl H. *Philosophy of Mathematics and Natural Science*. — Princeton: Princeton University Press, 1949. [Частичный перевод на русский язык в следующих изданиях: Вейль Г. *О философии математики*. — М.: Гостехиздат, 1934. В кн.: Прикладная математика (под ред. Э. Беккенбаха). — М.: Мир, 1968, с. 309-361; Вейль Г. *Избранные труды. Математика. Теоретическая физика*. — М.: Наука, 1984, с. 345-360.]

Whitehead A.N. *Science and the Modern World*. — London: Cambridge University Press, 1953.

Whittaker E. *From Euclid to Eddington*. — New York: Dover Publications, 1958.

- Baum R.J. *Philosophy and Mathematics*. — San Francisco: Freeman, Cooper and Co., 1973.
- Benacerraff P., Putnam H. *Selected Readings*. — Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1964.
- Berkeley G. *Three Dialogues between Hylas and Philonous*. — Chicago: The Open Court Publishing Co., 1929. [Русский перевод: Беркли Дж. *Сочинения*. — М.: Мысль, 1978, с. 249-360.]
- Cassirer E. *Substance and Function*. — New York: Dover Publications, 1953.
- Кант И. *Критика чистого разума*. — В кн.: Кант И. *Сочинения в 6-ти томах*. Т. 3. — М.: Мысль, 1964.
- Körner S. *The Philosophy of Mathematics*. — London: Hutchinson University Library, 1960.
- Lindsay R.B. *The Nature of Physics*. — Providence: Brown University Press, 1968.
- Reichenbach H. *Experience and Prediction*. — Chicago: The University of Chicago Press, 1938.
- Russell B.A. *History of Western Philosophy*. — New York: Simon and Schuster, 1945. [Русский перевод: Рассел Б. *История западной философии*. — М.: ИЛ, 1959.]
- Russell B. *Our Knowledge of the External World*. — New York: The New American Library, 1956.
- Urmson J. O. *Berkeley*. — New York: Oxford University Press, 1983.
- Warnock G. I. *Berkeley*. — Notre Dame: University of Notre Dame Press, 1983.
- Whitehead A.N. *Science and Modern World*. — London: Cambridge University Press, 1953.
- Wolgast E.H. *Paradoxes of Knowledge*. — Ithaca: Cornell University Press, 1977.

Глава 1

- Attneave F. *Multistability in Perception*. — *Scientific American*, December 1971, pp. 42-71.
- Battersby M. *Trompe L'Oeil, the Eye Deceived*. — New York: St. Martin's Press, 1974.
- Carragher R.G., Thurston J.B. *Optical Illusions and the Visual Arts*. — New York: Van Nostrand Reinhold Co., 1966.
- Gibson J.J. *The Perception of the Visual World*. — New York: Houghton-Mifflin Co., 1950.
- Gillam B. *Geometrical Illusions*. — *Scientific American*, January 1980, pp. 102-111.
- Gilson E. *Painting and Reality*. — New York: Pantheon Books, 1975.
- Gombrich E.H. *Art and Illusion (2nd ed.)*. — New York: Pantheon Books, 1961.
- Gregory R.L. *Intelligent Eye*. — New York: McGraw-Hill, 1970. [Русский перевод: Грегори Р.П. *Разумный глаз*. — М.: Мир, 1972.]
- Gregory R.L. *Visual Illusions*. — *Scientific American*, November 1968, pp. 66-76.
- Helmholtz H. *On the Sensations of Tone*. — New York: Dover Publications, 1954. [Русский перевод: Гельмгольц Г. *Учение о слуховых ощущениях как физиологическая основа для теории музыки*. — СПб: Типогр. т-ва «Общественная польза», 1875.]
- Ittelson W.H., Kilpatrick F.P. *Experiments in Perception*. — *Scientific American*, August 1951, pp. 50-55.
- Luckiesh M. *Visual Illusions*. — New York: Dover Publications, 1965.
- Maurois A. *Illusions*. — New York: Columbia University Press, 1968.

- Murch G.M. (ed. *Studies in Perception*). — New York: The Bobbs Merrill' Co., 1976.
- Rock I. *Perception*. — Holmes: Scientific American Library, 1983.
- Tolansky S. *Curiosities of Light Rays and Light Waves*. — New York: Elsevier. Publishing Co., 1965.
- Tolansky S. *Optical Illusions*. — New York: Pergamon Press, 1964.

Глава II

- Black M. *The Nature of Mathematics*. — New York: Harcourt, Brace, Jovanovich, 1935.
- Bourbaki N. *The Architecture of Mathematics*. — *American Mathematical Monthly*, 1950, 57, 221-232. [Русский перевод: Бурбаки Н. *Архитектура математики*. — В кн.: Бурбаки Н. Очерки по истории математики. — М.: ИЛ, 1963, с. 245-259; сб. Математическое просвещение (новая серия), вып. 5. — М.: Физматгиз, 1960, с. 99-112. — В кн.: Архитектура математики. — М.: Знание, 1972, с. 4-18.]
- Courant R. *Mathematics in the Modern World*. — *Scientific American*, September 1964, pp. 40-49. [Русский перевод: Курант Р. *Математика в современном мире*. — В кн.: Математика в современном мире. — М.: Мир, 1967, с. 13-27.]
- Dyson F.J. *Mathematics in the Physical Sciences*. — *Scientific American*, September 1964, pp. 129-146. [Русский перевод: Дайсон Ф. *Математика в физических науках*. — В кн.: Математика в современном мире. — М.: Мир, 1967, с. 111-127.]
- Eves H., Newsom C.V. *An Introduction to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics* (rev. ed.). — New York: Holt, Rinehart and Winston, 1965.
- Goodman N.D. *Mathematics as an Objective Science*. — *American Mathematical Monthly*, 1979, 86, 540-551.
- Goodstein R.L. *Essays in the Philosophy of Mathematics*. — Leicester: Leicester University Press, 1965.
- Hamilton A.G. *Numbers, Sets and Axioms*. — New York: Cambridge University Press, 1983.
- Korner S. *The Philosophy of Mathematics*. — London: Hutchinson University Library, 1960.
- Polya G. *Mathematical Methods in Science*. — Washington: The Mathematical Association of America, 1977.
- Steiner M. *Mathematical Knowledge*. — Ithaca: Cornell University Press, 1975.
- Titchmarsh E.C. *Mathematics for the General Reader*. — New York: Dover Publications, 1981.
- Walker M. *The Nature of Scientific Thought*. — Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1963.
- Whitehead A.N. *An Introduction to Mathematics*. — New York: Henry Holt and Co., 1939.
- Whitney H. *The Mathematics of Physical Quantities*. — *American Mathematical Monthly*, 1968, 75, pp. 115-138; 227-256.
- Wilder R.I. *Introduction to the Foundations of Mathematics*. — New York: John Wiley and Sons, 1965.

Глава III

Apostle H.G. *Aristotle's Philosophy of Mathematics*. — Chicago: The University of Chicago Press, 1952.

Clagett M. *Greek Science in Antiquity*. — New York: Abelard-Schumann, 1955.

Sambursky S. *The Physical World of the Greeks*. — London: Routledge and Kegan Paul, 1956.

Schrodinger E. *Nature and the Greeks*. — New York: Cambridge University Press, 1954.

Глава IV

Armitage A. *Copernicus, the Founder of Modern Astronomy*. — London: George Allen and Unwin, 1938.

Armitage A. *John Kepler*. — London: Faber and Faber, 1966.

Armitage A. *The World of Copernicus*. — New York: The New American Library, 1951.

Baumgardt C. *Johannes Kepler: Life and Letters*. — London: Victor Gollanez, 1952.

Berry A. *A Short Story of Astronomy*. — New York: Dover Publications, 1961.

Boas M. *The Scientific Renaissance 1450-1630*. — London: Collins, 1962.

Caspar N. *Kepler*. — New York: Collier Books, 1962.

De Santillana G. *The Crime of Galileo*. — Chicago: The University of Chicago Press, 1955.

Dreyer J.L.E. *A History of Astronomy from Thales to Kepler*. — New York: Dover Publications, 1953.

Галилей Г. *Диалог о двух главнейших системах мира — Птолемеевой и Коперниковой*. — В кн.: Галилей Г. *Избранные труды в двух томах*. Т. 1. — М.: Наука, 1964, с. 97-555.

Gingerich W. *The Galileo Affair*. — *Scientific American*, August 1983, pp. 132-143.

Kuhn T.S. *The Copernican Revolution*. — Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1957.

Margenau H. *The Nature of Physical Reality*. — New York: McGraw-Hill, 1950.

Глава V

Burt E.A. *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science (rev ed.)*. — London: Routledge and Kegan Paul, 1932.

Butterfield H. *The Origins of Modern Science*. — New York: Macmillan, 1932.

Butterfield H. *The Scientific Revolution*. — *Scientific American*, September 1960, pp. 173-192.

Clavelin M. *The Natural Philosophy of Galileo*. — Cambridge (Mass.): The M.I.T. Press, 1974.

Crombie A.C. *Augustine to Galileo*. — London: Falcon Press, 1952.

Dampier-Whetham W.C.D. *A History of Science and Its Relations with Philosophy and Religion*. — New York: Cambridge University Press, 1929.

Doney W. (ed.) *Descartes, a Collection of Critical Essays*. — Notre Dame: The University of Notre Dame Press, 1968.

Drabkin I.E., Drake S. *Galileo Galilei: On Motion and Mechanics*. — Madison: The University of Wisconsin Press, 1960.

- Drake S. *Discoveries and Opinions of Galileo*. — New York: Doubleday and Co., 1957.
- Eaton R.M. *Descartes Selections*. — New York: Charles Scribners Sons, 1927.
- Галилей Г. *Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки*. — В кн.: Галилей Г. *Избранные труды в двух томах*. Т. 2. — М.: Наука, 1964, с. 109-410.
- Галилей Г. *Механика. Рассуждение о телах, пребывающих в воде, и о тех, которые в ней движутся*. — В кн.: Галилей Г. *Избранные труды в двух томах*. Т. 2. — М.: Наука, 1964, с. 5-107.
- Hall A.R. *From Galileo to Newton 1630-1720*. — London: Collins, 1963.
- Hall A.R. *The Scientific Revolution*. — New York: Longmans Green and Co., 1954.
- Hooykass R. *Religion and the Rise of Modern Science*. — Edinburgh: Scottish Academic Press, 1972.
- Randall J.H. Jr. *The Making of the Modern Mind (rev. ed.)*. — New York: Houghton-Mifflin Co., 1940.
- Redwood J. *European Science in the Seventeenth Century*. — New York: Barnes and Noble, 1977.
- Rée J. *Descartes*. — London: Allan Lane, 1974.
- Scott J.F. *The Scientific Work of Rene Descartes*. — London: Taylor and Francis, 1952.
- Strong E.W. *Procedures and Metaphysics*. — Berkeley: The University of California Press, 1936.
- Vrooman J.R. *Rene Descartes, a Biography*. — New York: G.P. Putnam's Sons, 1970.
- Wolf A. *A History of Science, Technology and Philosophy in the 16th and 17th Centuries (2nd. ed.)*. — London: George Allen and Unwin, 1950.

Глава VI

- Andrade E.N. da C. *Sir Isaac Newton, His Life and Work*. — New York: Doubleday and Co., 1954.
- Bell A.E. *Newtonian Science*. — London: Edward Arnold, 1961.
- Calder N. *The Comet is Coming!* [Русский перевод: Колдер Н. *Комета надвигается!* — М.: Мир, 1984.]
- Cohen I.B. *Introduction to Newton's Principia*. — Cambridge (Mass.): Harvard University Press, 1971.
- Cohen I.B. *Sir Isaac Newton's Papers and Letters on Natural Philosophy*. — Cambridge (Mass.): Harvard University Press, 1958.
- De Morgan A. *Essays on the Life and Work of Newton*. — Chicago: The Open Court Publishing Co., 1914.
- Dijksterhuis E.J. *The Mechanization of the World Picture*. — New York: Oxford University Press, 1961.
- Grosser M. *The Discovery of Neptune*. — New York: Dover Publications, 1979.
- Hall A.R. *From Galileo to Newton 1630-1720*. — London: Collins, 1963.
- Hesse M.B. *Forces and Fields*. — New York: Philosophical Library, 1962.
- Jammer M. *Concept of Force*. — Cambridge (Mass.): Harvard University Press, 1957.

Kline M. *Mathematics, the Loss of Certainty*. — New York: Oxford University Press, 1980.
[Русский перевод: Клайн М. *Математика. Утрата определенности*. — М.: Мир, 1984.]

More I. T. *Isaac Newton, a Biography*. — New York: Dover Publications, 1962.

Newton I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy (3rd ed.)* — Berkeley: The University of California Press, 1946. [Русский перевод: Ньютон И. *Математические начала натуральной философии*. — В кн.: Собрание трудов академика А.Н. Крылова, Т. 7. — М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1936.]

Palter R. (ed.) *The Annus Mirabilis of Sir Isaac Newton, 1666-1966*. — Cambridge (Mass.): The M.I.T. Press, 1970.

Slichter C.S. *The Principia and the Modern Age*. — *American Mathematical Monthly*. August — September 1937, pp. 433-444.

Thayer H.S. (ed.) *Newton's Philosophy of Nature*. — New York: Hafner Publishing Co., 1953.

Valens E.G. *The Attractive Universe*. — Cleveland: The World Publishing Co., 1969.

Westfall R.S. *Never at Rest, a Biography of Sir Isaac Newton*. — New York: Cambridge University Press, 1980.

Глава VII

Bromberg J.L. *Maxwell's Displacement Current and His Theory of Light*. — *Archive for History of Exact Sciences*, 1967, 4, pp. 218-234.

Campbell L., Garnett W. *The Life of James Clerk Maxwell*. — New York: Johnson reprint, 1969.

Domb G. (ed.) *Clerk Maxwell and Modern Science*. — London: The Athlone Press, 1963.

Everitt C.W.F. *James Clerk Maxwell, Physicist and Natural Philosopher*. — New York: Charles Scribner's Sons, 1975.

Haas-Lorentz G.L., ed. *H.A. Lorentz: Impressions of His Life and Work*. — Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1957.

Mac-Donald D.K.S. *Faraday, Maxwell, and Kelvin*. — New York: Doubleday and Co., 1964.

Newton I. *Opticks*. — New York: Dover Publications, 1952. [Русский перевод: Ньютон И. *Оптика, или трактат об отражениях, преломлениях, изгибаниях и цветах света*. — М.: Гостехиздат, 1954.]

Skilling H.H. *Fundamentals of Electric Waves*. — New York: John Wiley and Sons, 1942.

Thomson J.J. et al. *James Clerk Maxwell, A Commemoration Volume, 1831-1931*. — New York: Cambridge University Press, 1931.

Whittaker E. *A History of the Theories of Aether and Electricity*, 2 vols. — London: Thomas Nelson and Sons, 1951 and 1953.

Глава VIII

Bonola R. *Non-Euclidean Geometry*. — New York: Dover Publications, 1955. [Русский перевод: Бонола Р. *Неевклидова геометрия*. — Спб.: Тип. т-ва «Общественная польза», 1910.]

Faber R.L. *Differential Geometry and Relativity Theory*. — New York: Marcel Dekker, 1983.

Golos E.B. *Foundations of Euclidean and Non-Euclidean Geometry*. — New York: Holt, Rinehart and Winstone, 1968.

Greenberg M.J. *Euclidean and Non-Euclidean Geometries*. — San Francisco: W. H. Freeman and Co., 1974.

Kline M. *Mathematics, the Loss of Certainty*. — New York: Oxford University Press, 1980. [Русский перевод: Клайн М. *Математика. Утрата определенности*. — М.: Мир, 1984.]

Wolfe H.E. *Introduction to Non-Euclidean Geometry*. — New York: The Dryden Press, 1945.

Глава IX

Bergmann P.G. *The Riddle of Gravitation*. — New York: Charles Scribner's Sons, 1968.

Bondi H. *Relativity and Common Sense*. — New York: Dover Publications, 1980. [Русский перевод: Бонди Г. *Относительность и здравый смысл*. — М.: Мир, 1967.]

Born M. *Einstein's Theory of Relativity*. — New York: Dover Publications, 1962.

- Calder N. *Einstein's Universe*. — Greenwich House, 1982.
- Coleman J.A. *Relativity for the Layman*. — New York: The American Library, 1954.
- D'Abro A. *The Evolution of Scientific Thought*. — New York: Dover Publications, 1949.
- Davies P.C.W. *Space and Time in the Modern Universe*. — New York: Cambridge University Press, 1977. [Русский перевод: Девис П. *Пространство и время в современной картине Вселенной*. — М.: Мир, 1979.]
- Clarke C. *Elementary General Relativity*. — New York: John Wiley and Sons, 1980.
- Eddington A.S. *The Mathematical Theory of Relativity*. — New York: Cambridge University Press, 1960. [Русский перевод: Эддингтон А.С. *Математическая теория относительности*. — Харьков — Киев: Государственное научно-техническое изд-во Украины, 1933.]
- Eddington A.S. *Space, Time and Gravitation*. — New York: Cambridge University Press, 1953. [Русский перевод: Эддингтон А.С. *Пространство, время и тяготение*. — Одесса: Матезис, 1923.]
- Einstein A. *The Meaning of Relativity*. — Princeton: University Press, 1945. [Русский перевод: Эйнштейн А. *Сущность теории относительности*. — В кн.: Эйнштейн А. *Собр. научных трудов*. Т. 2. *Работы по теории относительности 1921-1955*. — М.: Наука, 1966, с. 5-22.]
- Einstein A. *Relativity the Special and the General Theory*. — New York: Crown Publishers, 1961. [Русский перевод статей, включенных в этот сборник см. в кн.: Эйнштейн А. *Собр. научных трудов*. Т. 2. *Работы по теории относительности 1921-1955*. — М.: Наука, 1966.]
- Einstein A. *Sidelights on Relativity*. — New York: Dover Publications, 1983. [Русский перевод некоторых статей, включенных в этот сборник см. в кн.: Эйнштейн А. *Собрание научных трудов*. Т. 4. *Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики*. — М.: Наука, 1967.]
- Einstein A., Infeld L. *The Evolution of Physics*. — New York: Simon and Schuster, 1938. [Русский перевод: Эйнштейн А., Инфельд Л. *Эволюция физики. Развитие идей от первоначальных понятий до теории относительности и квантов*, (изд. 4-е.) — М.: Молодая гвардия, 1966; в кн.: Эйнштейн А. *Собр. научных трудов*. Т. 4. *Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики*. — М.: Наука, 1967, с. 357-543.]
- Faber R.L. *Differential Geometry and Relativity Theory*. — New York: Marcel Dekker, 1983.
- Frankel T. *Gravitational Curvature*. — San Francisco: W. H. Freeman and Co., 1979.
- Mahamer P.K., Turnbull R. G. (eds.) *Motion and Time, Space and Matter*. — Columbus: Ohio State University Press, 1976.
- Nevanlinna R. *Space, Time and Relativity*. — Reading: Addison-Wesley Publishing Co., 1968.
- Pais A. «Subtle Is the Lord», *The Science and the Life of Albert Einstein*. — New York: Oxford University Press, 1982.
- Pyenson L. *Hermann Minkowski and Einstein's Special Theory of Relativity*. — *Archive for History of Exact Sciences*, 1977, 17, 71-95.
- Reichenbach H. *From Copernicus to Einstein*. — New York: Dover Publications, 1980.
- Reichenbach H. *The philosophy of Space and Time*. — New York: Dover Publications, 1957. [Русский перевод: Рейхенбах Г. *Философия пространства и времени*. — М.: Прогресс, 1985.]
- Rindler W. *Essential Relativity, Special, General and Cosmological*. — New York: Van Nostrand, 1969.
- Rucker R.V.B. *Geometry, Relativity and the Fourth Dimension*. — New York: Dover Publications, 1977.

- Russell B. *The ABC of Relativity*. — New York: Harper and Brothers, 1926.
- Schild A. *The Clock Paradox in Relativity Press*. — *American Mathematical Monthly*, 1959, 66, 1-18.
- Schilpp P.A. (ed.) *Albert Einstein: Philosopher Scientist*. — New York: Harper and Row, 1959. [Частичный перевод в кн.: Эйнштейн А. *Собрание научных трудов*. Т. 4. — М.: Наука, 1967.]
- Shankland R.S. *The Michelson-Morley Experiment*. — *Scientific American*, November 1964, pp. 107-114.

Глава X

- Andrade E.N. da C. *The Birth of the Nuclear Atom*. — *Scientific American*, November 1956, pp. 93-104.
- Audi M. *The Interpretation of Quantum Mechanics*. — Chicago: The University of Chicago Press, 1973.
- Baker A. *Modern Physics and Antiphysics*. — Reading: Addison-Wesley Publishing Co., 1970.
- Bertsch G.F. *Vibrations of the Atomic Nucleus*. — *Scientific American*, May 1983, pp. 62-73.
- Bloom E.D., Feldman G. *Quarkonium*. — *Scientific American*, May 1982, p. 66-77.
- Born M. *The Restless Universe*. — New York: Harper and Brothers, 1936.
- Burbridge G., Hoyle F. *Anti-Matter*. — *Scientific American*, April 1958, pp. 34-39.
- Cerny J., Poskanzer A.M. *Exotic Light Nuclei*. — *Scientific American*, June 1978, pp. 60-72.
- De Broglie L. *Physics and Microphysics*. — New York: Pantheon Books, 1955.
- De Broglie L. *The Revolution in Physics*. — London Routledge and Kegan Paul, 1954. [Русский перевод: Бройль Л. де. *Революция в физике. Новая физика и кванты*. — М.: Атомиздат, 1963.]
- d'Espagnat B. *The Quantum Theory and Reality*. — *Scientific American*, November 1979, pp. 158-181.
- Feinberg G. *What Is the World Made of? Atoms, Leptons, Quarks, and Other Tantalizing Particles*. — New York: Doubleday Anchor Press, 1978. [Русский перевод: Фейнберг Дж. *Из чего сделан мир? Атомы, лептоны, кварки и другие загадочные частицы*. — М.: Мир, 1981.]
- Gamow G. *The Principle of Uncertainty*. — *Scientific American*, January 1958, pp. 51-57.
- Gamow G. *Thirty Years That Shook Physics, the Story of Quantum Theory*. — New York: Doubleday and Co., 1966.
- Gell-Mann M., Rosenbaum E.P. *Elementary Particles*. — *Scientific American*, July 1957, pp. 72-88.
- Guillemin V. *The Story of Quantum Mechanics*. — New York: Charles Scribner's Sons, 1968.
- Heisenberg W.K. *The Physical Principles of the Quantum Theory*. — New York: Dover Publications, 1949. [Русский перевод: Гейзенберг В. *Физические принципы квантовой теории*. — Л. — М.: ГТТИ, 1932.]
- Heisenberg W.K. *Physics and Philosophy*. — New York: Harper and Brothers, 1958. [Русский перевод: Гейзенберг В. *Физика и философия*. — М.: ИЛ, 1963.]
- Hoffman B. *The Strange Story of the Quantum*. — New York: Dover Publications, 1959.
- Hund F. *The History of Quantum Theory*. — Barnes and Noble, 1974. [Русский перевод:

Хунд Ф. *История квантовой теории*. — Киев: Наукова думка, 1980.]

Mistry N.B. et al. *Particles with Naked Beauty*. — *Scientific American*, July 1983, pp. 106-115.

Mulvey J.H. (ed.) *The Nature of Matter*. — New York: Oxford University Press, 1981.

Pagels H.R. *The Cosmic Code*. — Simon and Schuster, 1982.

Perlman J.S. *The Atom and the Universe*. — Belmont Wadsworth Publishing Co., 1970.

Reichenbach H. *Atom and Cosmos, the World of Modern Physics*. — New York: George Braziller, 1957.

Rusk R.D. *Introduction to Atomic and Nuclear Physics*. — New York: Appleton-Centry-Crofts, 1958.

Рыдник В.И. *Что такое квантовая механика*. — М.: Советская Россия, 1963; перераб. издание: *Законы атомного мира*. — М.: Атомиздат, 1975.

Schrödinger E. *What Is Matter?* — *Scientific American*, September 1953, pp. 52-57

Segre E., Wiegand C.E. The Antiproton. — *Scientific American*, June 1956, pp. 37.

Slater J.C. *Concepts and Development of Quantum Physics*. — New York: Dover Publications, 1969.

Сморodinский Я.А. *Частицы, кванты, волны*. — М.: Знание, 1973.

Trefil J.S. *From Atoms to Quarks*. — New York: Charles Schribner's Sons, 1980.

Weinberg S. *The Decay of the Proton*. — *Scientific American*, June 1981, pp. 64-75.

Weinberg S. *The Discovery of Subatomic Particles*. — New York: Scientific American Library, 1983. (Русский перевод: Вайнберг С. *Открытие субатомных частиц*. — М.: Мир, 1986.)

Weisskopf V.F. *Physics in the Twentieth Century*. — Cambridge (Mass.) The MIT Press, 1972. [Русский перевод: Вайскопф В. *Физика в двадцатом столетии*. — М.: Атомиздат, 1977.)

Whittaker E.A. *History of the Theories of Aether and Electricity*. 2 vols. — London: Thomas Nelson and Sons, 1953.

Woodgate G.K. *Elementary Atomic Structure*. — New York: Oxford University Press, 1983.

Zukav G. *The Dancing Wu Li Masters*. — New York: Wm. Morrow and Co., 1979.

Глава XI

Birkhoff G.D. *The Mathematical Nature of Physical Theories*. — *American Scientist*, 1943, 31, 281-310.

Bohr N. *Atomic Physics and Human Knowledge*. — New York: John Wiley and Sons, 1958. [Русский перевод: Бор Н. *Атомная физика и человеческое познание*. — М.: ИЛ, 1961.]

Braithwaite R.B. *Scientific Explanation*. — New York: Cambridge University Press, 1953.

Bridgeman P.W. *The Logic of Modern Physics*. — New York: Macmillan, 1946.

Bridgeman P.W. *The Nature of Physical Theory*. — Princeton: Princeton University Press, 1936.

Browder F.E. *Does Pure Mathematics Have a Relation to the Sciences?* — *American Scientist*, 1976. 542-549.

Buchanan S. *Truth in the Sciences*. — Charlottesville: University Press of Virginia, 1972.

De Broglie L. *The Role of Mathematics in the Development of Contemporary Theoretical*

Physics. — In: *Great Currents of Mathematical Thought*. 2 vols (ed. by F. Le Lionnais). — New York: Dover Publications, 1971, pp. 78-93.

Dyson F.J. *Mathematics in the Physical Sciences*. *Scientific American*, September 1964, pp. 129-146. [Русский перевод: Дайсон Д. *Математика в физических науках*. — В кн.: *Математика в современном мире*. — М.: Мир, 1967, с 110-127.]

Goodstein R.L. *Essays in the Philosophy of Mathematics*. — Leicester: Leicester University Press, 1965.

Hesse M.B. *Science and the Human Imagination*. — London: SCM Press, 1954.

Jammer M. *Concepts of Space*. — Cambridge (Mass.): Harvard University Press, 1954.

Lanczos C. *Space through the Ages*. — New York: Academic Press, 1970.

Russell B. *The Scientific Outlook*. — New York: W. W. Norton and Co., 1962.

Stewart I. *The Science of Significant Form*. — *Mathematical Intelligencer*, 1981, 3, 50-58.

Глава XII

Barett W. *The Illusion of Technique*. — New York: Doubleday and Co., 1979.

Bridgeman P.W. *The Logic of Modern Physics*. — New York: Macmillan, 1946.

Bridgeman P.W. *The Nature of Physical Theory*. — Princeton: Princeton University Press, 1936.

Bunge M. *The Myth of Simplicity*. — Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1963.

Einstein A., Infeld L. *The Evolution of Physics*. — New York: Simon and Schuster, 1938. [Русский перевод: Эйнштейн А., Инфельд Л. *Эволюция физики. Развитие идей от первоначальных понятий до теории относительности и квантов*. Изд. 4-е. — М.: Молодая гвардия, 1966; в кн.: Эйнштейн А. *Собрание научных трудов*. Т. 4. *Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики*. — М.: Наука, 1967, с. 357-543.]

Frank Ph. *Philosophy of Science*. — New York: Prentice-Hall, 1957. [Русский перевод: Франк Ф. *Философия науки*. — М.: ИЛ, 1960.]

Hamming R.W. *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics*. — *Mathematical Monthly*, 1980, 87, 81-90.

Hanson N.R. *Patterns of Discovery*. — New York: Cambridge University Press, 1958.

Hardy G.H. *Mathematical Proof*. — *Mind*, 1928, 38, 1-25.

Hempel C.G. *Geometry and Empirical Science*. — *American Mathematical Monthly*, 1945, 52, 7-17.

Hempel C.G. *On the Nature of Mathematical Truth*. — *American Mathematical Monthly*, 1945, 52, 543-556.

Jeans J. *The Mysterious Universe*. — New York: Macmillan, 1930.

Kitcher P. *The Nature of Mathematical Knowledge*. — New York: Oxford University Press, 1983.

Körner S. *The Philosophy of Mathematics*. — London: Hutchinson University Library, 1960.

Lindsay R.B. *The Nature of Physics*. — Providence: Brown University Press, 1968.

Peynson L. *Relativity in Late Wilhelmian Germany: The Appeal to a Preestablished Harmony between Mathematics and Physics*. — *Archive for History of Exact Sciences*, 1982, 27, 137-155.

Poincaré H. *The Foundations of Science*. — Lancaster: The Science Press, 1946. [Русский

перевод: Пуанкаре А. *Наука и гипотеза. Ценность науки. Наука и метод.* — В кн.: Пуанкаре А. *О науке.* — М.: Наука, 1983, с. 5-403.]

Poincaré H. *Last Thoughts.* — New York: Dover Publications, 1963. [Русский перевод: Пуанкаре А. *Последние мысли.* — В кн. Пуанкаре А. *О науке.* — М.: Наука, 1983, с. 405-520.]

Randall J.H. *The Making of Modern Mind* (rev. ed.). — New York: Houghton-Mifflin Co., 1940.

Weyl H. *Mind and Nature.* — Philadelphia: The University of Pennsylvania Press, 1934.

Weyl H. *Philosophy of Mathematics and Natural Sciences.* — Princeton University Press, 1949. [Частичный перевод: Вейль Г. *О философии математики.* — М.: Гостехиздат, 1934; в кн.: Прикладная математика (под ред. Э. Беккенбаха). — М.: Мир, 1968, с. 309-361.]

Wigner E.P. *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences.* — *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1960, 13, 1-14. [Русский перевод: Вигнер Ю. *Этюды о симметрии.* — М.: Мир, 1971, с. 182-198; УФН, т. 94, вып. 3, 1968, с. 535-546; в кн.: Проблемы современной математики. — М.: Знание, 1971, с. 22-33.]

Глава XIII

Bohm D. *Causality and Chance in Modern Physics.* — London: Routledge and Kegan Paul, 1957. [Русский перевод: Бом Д. *Причинность и случайность в современной физике.* — М.: ИЛ, 1959.]

Bunge M. *Causality and Modern-Science* (3rd rev. ed.). — New York: Dover Publications, 1979.

Bunge M. *The Myth of Simplicity.* — Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1963.

Burtt E.A. *The Metaphysical Foundations of Modern Science* (rev. ed.). — London: Routledge and Kegan Paul, 1932.

Cassirer E. *Determinism and Indeterminism in Modern Physics.* — New Haven: Yale University Press, 1956.

Crombie A.C. *Turning Points in Physics.* — New York: North-Holland Publishing Co., 1959.

Frank P. *Modern Science and Its Philosophy.* — New York: George Braziller, 1941.

Frank Ph. *Philosophy of Science.* — Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1957. [Русский перевод: Франк Ф. *Философия науки.* — М.: ИЛ, 1960.]

Guillemin V. *The Story of Quantum Mechanics.* — New York: Charles Scribner's Sons, 1968.

Harré R. *The Philosophies of Science.* — New York: Oxford University Press, 1972.

Heisenberg W.K. *Physics and Philosophy.* — New York: Harper and Brothers, 1958. [Русский перевод: Гейзенберг В. *Физика и философия.* — М.: ИЛ, 1963.]

Lucas J.R. *Space, Time and Causality.* — New York: Oxford University Press, 1983.

Margenau H. *The Nature of Physical Reality.* — New York: McGraw-Hill, 1950.

Reichenbach H. *Atom and Cosmos, the World of Modern Physics.* — New York: George Braziller, 1957.

Russell B. *A History of Western Philosophy.* — New York: Simon and Schuster, 1945. [Русский перевод: Рассел Б. *История западной философии.* — М.: ИЛ, 1959.]

Schrödinger E. *Science and the Human Temperament.* — New York: W.W. Norton and Co., 1935.

Toulmin S. *The Philosophy of Science*. — London: Hutchinson University Library, 1953.

Weyl H. *Philosophy of Mathematics and Natural Science*. — Princeton: Princeton University Press, 1949. [Частичный перевод: Вейль Г. *О философии математики*. — М.: Гостехиздат, 1934; в кн.: Прикладная математика (под ред. Э. Беккенбаха). — М.: Мир, 1968, с. 309-361.]

Цитируемая литература

1. Проблемы Гильберта. — М.: Наука, 1969.
 2. Платон. *Сочинения в трех томах*. Т. 3, ч. 1. — М.: Мысль, 1971.
 3. Аристотель. *Сочинения в четырех томах*. Т. 3. — М.: Мысль, 1981.
 4. Локк Д. *Избранные философские произведения в двух томах*. Т. 1. — М.: Соцэкгиз, 1960.
 5. Беркли Дж. *Сочинения*. — М.: Мысль, 1978.
 6. Кант И. *Сочинения в шести томах*. — М.: Мысль, 1964 (т. 3), 1965 (т. 4), 1966 (т. 6).
 7. Эйнштейн А. *Собрание научных трудов*. Т. 2. Работы по теории относительности 1921-1925 гг. — М.: Наука, 1966; т. 4. Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики. — М.: Наука, 1967.
 8. Аристотель. *Аналитики первая и вторая*. — М.: Госполитиздат, 1952.
 9. Лурье С.Я. *Архимед*. — М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1945.
 10. Коперник Н. *О вращениях небесных сфер. Малый комментарий. Послание против Вернера. Упсальская записка*. — М.: Наука, 1964.
 11. Данилов Ю.А., Смородинский Я.А. *Иоганн Кеплер: от «Мистерии» до «Гармонии»*. — УФЯ, 1973, т. 109, вып. 1, с. 175-209.
 12. Галилей Г. *Избранные труды в двух томах*. — М.: Наука, 1964.
 13. Клайн М. *Математика. Утрата определенности*. — М.: Мир, 1984.
 14. Декарт Р. *Правила для руководства ума*. — М. — Л.: Соцэкгиз, 1936.
 15. Декарт Р. *Рассуждение о методе с приложениями. Диоптрика. Метеоры. Геометрия*. Серия «Классики науки». — М.: Наука, 1953.
 16. Декарт Р. *Избранные произведения*. — М.: Госполитиздат, 1950.
 17. Евклид. *Начала*. Книги I-VI. — М. — Л.: Гостехтеоретиздат, 1948.
 18. Кузнецов Б. Г. *Галилей*. — М.: Наука, 1964.
 19. Ньютон И. *Математические начала натуральной философии*. — В кн.: Собрание трудов академика А.Н. Крылова. Т. 7. — М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1936.
 20. Кобзарев И.Ю. *Ньютон и его время*. — М.: Знание, 1978.
 21. Ньютон И. *Оптика, или трактат об отражениях, преломлениях, изгибаниях и цветах света*. — М.: Гостехтеоретиздат, 1954.
 22. Максвелл Дж.К. *Избранные сочинения по теории электромагнитного поля*. — М.: Гостехтеоретиздат, 1954.
 23. Об основаниях геометрии. Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию его идей. — М.— Л.: Гостехиздат, 1956.
 24. Макс Планк. 1858-1958. *Сборник к столетию со дня рождения Макса Планка*. — М.: Изд-во АН СССР, 1958.
 25. Принцип относительности. Г.А. Лоренц. А. Пуанкаре. А. Эйнштейн. Г. Минковский. *Сборник работ классиков релятивизма*. — М. — Л.: ОНТИ, 1935.
 26. Вигнер Ю. *Этюды о симметрии*. — М.: Мир, 1971.
 27. Гильберт Д. *Основания геометрии*. — М. — Л.: Гостехиздат, 1948.
 28. Дальма А. *Эварист Галуа, революционер и математик (изд. 2-е)*. — М.: Наука, 1984.
 29. Пуанкаре А. *О науке*. — М.: Наука, 1983.
 30. Юм Д. *Сочинения в двух томах*. Т. 2. — М.: Мысль, 1965.
-

Примечания

О взглядах современных философов, сложившихся под влиянием новейших достижений естествознания, мы расскажем в последующих главах.

[6], т. 6, с. 59.

[2], c. 33-34.

[12], т. 2, с. 114.

[19], c. 662.

В наши дни, при прохождении кометы Галлея близ Земли в 1986 г., за ней не только наблюдали, когда она находилась еще на значительном расстоянии от Земли, но и впервые в истории человечества было осуществлено прямое зондирование кометного вещества. — *Перев.*

Шекспир У. Гамлет, акт 1, сц. 4 (перевод М.Л. Лозинского).

Еще в. прошлом веке многие ученые рассматривали электричество как одну жидкость, тогда как другие считали, что существует две различные жидкости. Так продолжалось до начала XX в., когда восторжествовала электронная теория. (О дальнейшем развитии представлений о природе электричества рассказывается в гл. X.)

Изобретатель радио А.С. Попов свое открытие не патентовал. — *Перев.*

См., например, книгу автора: Клайн М. Математика. Утрата определенности. — М.: Мир, 1984.

Эйнштейн А. Сущность теории относительности (см. [7], т. 2, с. 48).

В частности, для белого карлика Сириус *B*. — *Ред.*

Вигнер Ю. Непостижимая эффективность математики в естественных науках (см. [26], с. 183).

[7], т. 4, с. 201.

[7], т. 4, с: 184.

Имеется в виду знаменитая статья А. Эйнштейна, Б. Подольского и Н. Розена «Можно ли считать квантовомеханическое описание физической реальности полным?» (см. [7], т. 3, с. 604-611). — *Прим. ред.*

Морис Клайн

Математика. Поиск истины

Заведующий редакцией *В.С. Власенков*

Научный редактор *А.Н. Кондрацова*

Младший редактор *И.Б. Ильченко*

Художник *А.И. Чаузов*

Художественный редактор *Н.М. Иванов*

Технический редактор *Е.Н. Прохорова*

Корректор *Н.А. Гиря*

ИБ № 6493

Сдано в набор 13.11.87 Подписано к печати 16.06.88. Формат 60 X 90¹/₁₆. Бумага типографская №2. Печать высокая. Гарнитура литературная. Объем 9,25 бум. л. Усл. печ. л. 18,50. Усл. кр.-отт 18,50. Уч. — изд. л. 19,80. Изд. № 9/5468. Тираж 100 000 экз. Зак. 808. Цена 1 р. 30 к.

Издательство «Мир» В/О «Совэкспорткнига» Государственного комитета СССР, по делам издательств, полиграфии и книжной торговли 129820, ГСП, Москва, И-110. 1-й Рижский пер., 2.

Ленинградская типография. № 2 головное предприятие ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 198052, г. Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29