

# Исследование операций

## Содержание дисциплины

### Тема 1. Введение

Типы математических моделей. Математическое моделирование: зачем нужно, основные задачи, примеры. Виды ММ: аналитическое и имитационное. Роль оптимизационных задач в моделировании. Классификация оптимизационных задач. Подходы к решению задач с несколькими целевыми функциями.

Постановка задачи линейного программирования (канонический, стандартный, общий вид задачи). Основные понятия, примеры задач линейного программирования: задача планирования производства, транспортная задача, оптимальное смешение, оптимальный раскрой, планирование финансов, сетевые задачи. Геометрическая интерпретация и геометрическое решение задачи линейного программирования в случае двух переменных.

### Тема 2. Геометрия линейного программирования

Понятие отрезка в  $n$ -мерном пространстве. Понятие выпуклого множества. Выпуклость гиперплоскости и полупространства. Теорема о пересечении выпуклых множеств. Выпуклость множества допустимых решений задачи линейного программирования. Выпуклость множества оптимальных решений задачи линейного программирования.

Понятие крайней точки выпуклого множества. Понятие базисного решения. Теорема о соответствии крайних точек и допустимых базисных решений. Теорема о существовании допустимого базисного решения. Теорема о существовании оптимального базисного решения. Понятие выпуклой линейной комбинации, выпуклой оболочки. Выпуклость множества всех выпуклых линейных комбинаций конечного числа точек. Многогранное множество, многогранник. Теорема о представлении многогранника.

### Тема 3. Симплексный метод

Основные идеи симплексного метода. Алгебра симплексного метода. Симплексная таблица и работа с ней. Правильность заполнения симплексной таблицы. Признак оптимальности допустимого базисного решения. Признак неограниченности целевой функции. Признак возможной неединственности оптимального решения. Нахождение всех оптимальных решений и всех базисных оптимальных решений в случае одномерного и в случае двумерного оптимального множества. Понятие вырожденного базисного решения. Проблемы, связанные с вырождением. Дополнительные переменные и их использование в симплексном методе.

Метод искусственного базиса. Основные идеи двойственного симплексного метода.

Решение практических задач симплексным методом на языке R.

### Тема 4. Теория двойственности и анализ чувствительности

Двойственность в линейном программировании. Построение сопряженной задачи для исходной задачи в стандартной, канонической и общей формах. Задача, сопряженная к сопряженной.

Лемма о значениях целевых функций исходной и двойственной задач. Следствия из нее. Признак оптимальности пары взаимно-двойственных задач («слабая» постановка). Первая теорема двойственности («сильная» постановка).

Вторая теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости в случае задачи в стандартной форме и в общем случае.

Третья теорема двойственности. Геометрическая иллюстрация. Экономическая интерпретация двойственных переменных. Анализ устойчивости. Вывод функций спроса на ресурсы и предложения товаров.

Формализация реальных практических ситуаций в виде задач линейного программирования.

Решение практических задач на анализ чувствительности на языке R.

### **Тема 5. Целочисленное программирование**

Общая постановка задачи ЦЛП. Основные методы решения. Примеры задач, приводящих к целочисленной постановке. Основные отличия от непрерывных задач. Теорема о возможности сведения ЗЦЛП к ЗЛП.

Метод отсечений. Отсечение Данцига. Метод отсечений Гомори. Лемма Гомори.

Метод ветвей и границ решения целочисленной задачи линейного программирования.

Решение практических задач методами целочисленного программирования на языке R.

### **Тема 6. Транспортная задача**

Транспортная задача: постановка задачи; представление в виде задачи линейного программирования.

Теорема о допустимости замкнутой транспортной задачи. Теорема о ранге матрицы ограничений транспортной задачи. Нахождение исходного допустимого базисного решения методом северо-западного угла и методом минимального элемента.

Задача, двойственная к транспортной. Метод потенциалов решения транспортной задачи. Теорема о коэффициентах целевой функции транспортной задачи при выражении этой функции через свободные переменные (связь коэффициентов с потенциалами). Критерий оптимальности транспортной задачи. Понятие цикла. Теорема о несуществовании цикла из базисных клеток. Теорема о существовании единственного цикла пересчета для каждой свободной клетки.

Вопросы вырожденности и неединственности в транспортной задаче. Несбалансированная транспортная задача. Транспортная задача с ограничениями на перевозки.

Задача о назначениях. Составление расписания. Матрицы корреспонденций.

Решение практических транспортных задач и задач о назначении на языке R.

### **Тема 7. Нелинейное программирование**

Конечномерные гладкие задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Теоремы отделимости. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Субдифференциал. Теорема Моро-Рокафеллара. Теорема Дубовицкого-Милютина.

Метод опорных векторов. Постановка задачи в случае линейной разделимости и линейной неразделимости. Двойственность в нелинейных задачах. Ядерные функции.

Решение практических задач на метод опорных векторов на языке R.

### **Тема 8. Элементы динамического программирования**

Постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана для решения задач динамического программирования с конечным горизонтом. Задача о распределении ресурсов. Задача о рюкзаке.

#### Предполагаемая система оценивания

<b>Формы текущей и промежуточной аттестации</b>	
Контрольная работа	30%
Практическая работа (на компьютерах)	15%
Домашняя работа (в группах)	15%
Экзамен	40%

#### Список литературы

1. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. – М.: КноРус, 2010.
2. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
3. Таха Х. Введение в исследование операций (в 2-х книгах). – М.: Мир, 1985.
4. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование. Теория и конечные методы. – М.: ФизМатЛит, 1963.
5. Sundaram R.K., A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996.
6. Jackson M.O. Social and Economic Networks. – Princeton University Press. – 2010.
7. Jose M Sallan, Oriol Lordan, Vicenc Fernandez. Modeling and Solving Linear Programming with R. OmniaScience; 1st edition. September 9, 2015.