

УЧЕБНИК

МИКРОЭКОНОМИКА ПРОМЕЖУТОЧНОГО УРОВНЯ

О. Н. Антипина,
А. О. Вереникин



Экономический
факультет
МГУ
имени
М.В. Ломоносова

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова
Экономический факультет



О. Н. Антипина, А. О. Вереникин

Микроэкономика промежуточного уровня

Учебник

Москва
2025

УДК 330.101.542
ББК 65.012.1
А72

Антипина О. Н., Вереникин А. О.

А72 Микроэкономика промежуточного уровня. Учебник. — М.: Экономический факультет МГУ, 2025. — 784 с. URL: <https://www.econ.msu.ru/elibrary/is/bef/#top>

ISBN 978-5-907690-85-1

В учебнике излагается материал, соответствующий курсу микроэкономики промежуточного уровня в рамках образовательных программ бакалавриата и специалитета по направлению «Экономика». Рассмотрение положений микроэкономики дополняется необходимым формальным анализом и детальными графическими иллюстрациями. По каждой теме изложение теории сопровождается примерами и заданиями для семинарских занятий и самостоятельной работы студентов, а также вариантами контрольных работ. Курс нацелен на расширение знаний и навыков студентов в области микроэкономики, которые позволят им в дальнейшем изучать специальные теоретические и прикладные дисциплины, а также курсы микроэкономики продвинутого уровня в магистратуре и аспирантуре.

УДК 330.101.542
ББК 65.012.1

ISBN 978-5-907690-85-1

© Антипина О. Н., Вереникин А. О., 2025
© МГУ имени М.В. Ломоносова,
Экономический факультет, 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	9
Тема 1. Теория потребительского поведения и спроса	12
Учебные задачи.....	12
1.1. Предпочтения и полезность потребителя.....	12
1.2. Бюджетное ограничение потребителя	33
1.3. Потребительский выбор: максимизация полезности при бюджетном ограничении.....	37
1.4. Индивидуальный и рыночный спрос	48
1.5. Потребительский выбор: минимизация расходов при заданной полезности	82
1.6. Двойственность в теории потребительского выбора	99
1.7. Уравнение Слуцкого: эффекты замещения и дохода.....	108
1.8. Маршаллианский потребительский излишек, компенсирующая и эквивалентная вариации дохода	148
1.9. Статистические оценки благосостояния	161
1.10. Потребительский выбор с учетом первоначальных запасов благ	170
1.11. Эффект реальных кассовых остатков	175
Приложение 1. Теорема Эйлера об однородных функциях	183
Приложение 2. Теорема об огибающей.....	183
Приложение 3. Примеры функций спроса при n -продуктовых потребительских корзинах.....	185
Контрольные вопросы	194
Тема 2. Теория производства, издержек, прибыли	196
Учебные задачи.....	196

Оглавление

2.1.	Технология и издержки производства в долгосрочном аспекте	196
2.2.	Технология и издержки производства в краткосрочном аспекте	219
2.3.	Максимизация прибыли коммерческим предприятием.....	229
2.4.	Двойственность в теории производства: эффекты замещения и выпуска	243
2.5.	Элементы теории запасов: спрос фирмы на денежные средства	253
	Контрольные вопросы	260
Тема 3.	Конкурентная фирма и отрасль.....	262
	Учебные задачи.....	262
3.1.	Краткосрочное предложение конкурентной фирмы и отрасли	262
3.2.	Отраслевое предложение в условиях совершенной конкуренции на рынке продукта с учетом рынка труда	266
3.3.	Равновесие фирмы и рынка: долгосрочный аспект	276
3.4.	Государственное регулирование конкурентных рынков	280
3.5.	Устойчивость рыночного равновесия: сравнительная статика и динамика.....	293
	Контрольные вопросы	299
Тема 4.	Монополия	301
	Учебные задачи.....	301
4.1.	Максимизация прибыли монополией.....	301
4.2.	Рыночная власть и социальная цена монополии	309
4.3.	Регулирование монополистической деятельности	312
4.4.	Естественная монополия.....	318
4.5.	Ценовая дискриминация на сегментированных рынках.....	321
4.6.	Ценовая дискриминация и механизм самоотбора покупателей	327
	Контрольные вопросы	350

Тема 5. Олигополия	352
Учебные задачи	352
5.1. Стратегическое взаимодействие фирм в условиях олигополии	352
5.2. Количественные характеристики олигопольного рынка	361
5.3. Модель «жестких цен»	367
5.4. Доминирование в ценах по Форхаймеру	369
5.5. Модели дуополии Курно и Штакельберга	373
5.6. Картельное взаимодействие олигополистов	384
5.7. Модели дуополии Бертрана и Чемберлина	393
5.8. Модель Эджуорта	402
Контрольные вопросы	407
Тема 6. Монополистическая конкуренция	410
Учебные задачи	410
6.1. Монополистическая конкуренция как рыночная структура	410
6.2. Модель монополистической конкуренции Чемберлина	414
6.3. Модель монополистической конкуренции Диксита–Стиглица	424
6.4. Адресные модели монополистической конкуренции	427
Контрольные вопросы	434
Тема 7. Рынок труда	436
Учебные задачи	436
7.1. Выбор между трудом и досугом: механизм предложения труда	436
7.2. Максимизация прибыли и спрос на труд в условиях совершенной конкуренции: краткосрочный аспект	449
7.3. Спрос на труд конкурентной фирмы в долгосрочном аспекте	457
7.4. Отраслевой спрос на труд	460

Оглавление

7.5.	Максимизация прибыли монополией на рынке продукта в условиях совершенной конкуренции на рынке фактора производства.....	466
7.6.	Монопосония.....	472
7.7.	Дискриминация на рынке труда	491
7.8.	Регулирование рынков труда.....	502
7.9.	Кривая Бевериджа, динамика заработной платы и уровень безработицы	508
	Контрольные вопросы	511
Тема 8.	Рынок капитала	514
	Учебные задачи.....	514
8.1.	Чистая приведенная стоимость и внутренняя норма доходности инвестиционного проекта	514
8.2.	Межвременной выбор и предложение заемных средств.....	521
8.3.	Теории жизненного цикла сбережений и перманентного дохода	530
8.4.	Рентная цена капитала, коэффициент Тобина и спрос на заемные средства	549
8.5.	Человеческий капитал	558
	Контрольные вопросы	571
Тема 9.	Общее экономическое равновесие и теория благосостояния	573
	Учебные задачи.....	573
9.1.	Структура модели общего экономического равновесия	573
9.2.	Закон Вальраса и существование общего экономического равновесия	576
9.3.	Общее экономическое равновесие в потреблении.....	580
9.4.	Общее экономическое равновесие и граница производственных возможностей общества	584
9.5.	Совместное равновесие в производстве и потреблении	590

Оглавление

9.6.	Общее экономическое равновесие и оптимальность по Парето.....	593
9.7.	Экономика благосостояния: обобщение	601
9.8.	Распределение доходов. Общественный выбор	609
9.9.	Общественные блага.....	612
9.10.	Налог Кларка	616
9.11.	Внешние эффекты	620
9.12.	Транзакционные издержки и теорема Коуза.....	623
9.13.	Сетевые экстерналии.....	630
	Контрольные вопросы	633
Тема 10.	Информация и риск	635
	Учебные задачи.....	635
10.1.	Индивидуальное восприятие риска и функция ожидаемой полезности	635
10.2.	Индивидуальное восприятие риска в пространстве обусловленных благ.....	652
10.3.	Методы снижения риска: страхование	654
10.4.	Совместное несение и разделение рисков как методы их снижения	661
10.5.	Методы снижения риска: диверсификация вложений в активы.....	668
10.6.	Поиск на рынке труда и безработица.....	672
10.7.	Ценность информации.....	677
10.8.	Понятие неполноты и асимметрии информации	678
10.9.	Асимметрия информации и неблагоприятный отбор.....	681
10.10.	Скрининг (фильтрация) страховщиков.....	690
10.11.	Преодоление неблагоприятного отбора: сигналы о качестве.....	695
10.12.	Сигнализирование на рынке труда	699
10.13.	Эффективная заработная плата в модели отлынивания	705

Оглавление

10.14. Проблема заказчика—исполнителя и скрытые действия: моральный ущерб	710
10.15. Проблема заказчика—исполнителя и скрытая информация.....	725
Контрольные вопросы	734
Варианты контрольных работ	736
Промежуточная контрольная работа.....	736
Итоговая контрольная работа	741
Ответы и решения к контрольным работам	753
Промежуточная контрольная работа.....	753
Итоговая контрольная работа	764
Литература	780

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник предназначен для изучения стандартного курса микроэкономики промежуточного уровня, вошедшего в учебные планы бакалавриата и специалитета российских вузов, готовящих квалифицированных специалистов по направлению «Экономика». Курс призван дать студентам расширенное представление о микроэкономических закономерностях функционирования рыночной экономики, принципах поведения экономических субъектов (домашних хозяйств, фирм), ценообразования и государственного регулирования на микроуровне. Представленные в нем темы включают рыночное равновесие, потребительское поведение, теорию фирмы, теорию рыночных структур и рынков факторов производства, теорию общего равновесия и благосостояния, а также выбор в условиях неопределенности, асимметрии информации и риска.

Однако миссия использования нашего учебника в образовательном процессе представляется более широкой, чем лишь охват стандартных тем микроэкономики промежуточного уровня, представленных в авторском изложении, которое воплотило многолетний опыт преподавания микроэкономики на различных уровнях сложности.

В Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова микроэкономика изучается на трех уровнях: «Микроэкономика (вводный уровень)» (Микроэкономика-1), «Микроэкономика (промежуточный уровень)» (Микроэкономика-2) и «Микроэкономика (продвинутый уровень)» (Микроэкономика-3). Вводный и промежуточный уровни изучаются в бакалавриате, а продвинутый — на академических программах магистратуры. Особую актуальность приобретают адаптационные курсы, которые вводятся в первые месяцы обучения для студентов магистратуры, по разным причинам нуждающихся в ликвидации пробелов в микроэкономических знаниях. Довольно обширный блок микроэкономических вопросов входит также в программы экзаменов кандидатского минимума в аспирантуре и изучается в курсе «Модуль научно-методического семинара для аспирантов по подготовке к кандидатскому экзамену по специальности 5.2.1 — Экономическая теория». Дважды в образовательном процессе у абитуриентов возникает необходимость повторения и систематизации знаний по микроэко-

номике — при подготовке к вступительным экзаменам в магистратуру и аспирантуру.

Таким образом, у преподавателей и обучающихся формируется потребность в учебниках и учебных пособиях, в различных объемах и с различной степенью сложности излагающих курс микроэкономики. При этом именно курс промежуточного уровня становится связующим звеном между получением базовых знаний и дальнейшим углублением в изучение предмета. Этот аспект мы и стремились максимально воплотить на страницах нашего учебника.

Студенты, приступающие к изучению микроэкономики промежуточного уровня, должны быть знакомы с базовыми положениями экономической теории. Курс промежуточного уровня отличается от вводного курса микроэкономики расширением содержания уже знакомой им тематики и усложнением математического аппарата. Он нацелен на развитие у студентов интереса к проблемам микроэкономики, понимания полезности ее изучения для практических целей. Приобретение знаний и навыков в области микроэкономики промежуточного уровня позволит в дальнейшем изучать специальные теоретические и прикладные дисциплины, использующие микроэкономические основы, а также приступить к освоению микроэкономики продвинутого уровня в магистратуре и аспирантуре.

Курс нацелен на формирование у студентов компетенций:

- научного анализа социально-экономических явлений и процессов, происходящих в современной экономике на микроуровне;
- теоретического обоснования принимаемых хозяйственных решений;
- умения прогнозировать последствия действий хозяйствующих субъектов и планировать шаги по оптимизации их деятельности;
- владения способами микроэкономического анализа эффективности функционирования хозяйственных организаций;
- выбора методов и средств решения поставленных микроэкономических задач;
- использования микроэкономического инструментария при исследовании ситуаций в хозяйственной практике и анализе их результатов;
- использования микроэкономических моделей при описании явлений и процессов, имеющих место в национальной и мировой хозяйственной системе;
- выработки стратегий развития и функционирования предприятий и организаций на международных рынках.

Для формирования перечисленных компетенций изложение положений микроэкономики дополняется необходимым формальным анализом и детальными графическими иллюстрациями. По каждой теме теоретический материал сопровождается разобранными примерами и заданиями для семинарских занятий и самостоятельной работы студентов (с ответами и решениями), а также вариантами контрольных работ (с ответами и решениями).

Специфической особенностью набора примеров и заданий является его построение по принципу «от простого — к сложному». Этот принцип был выбран с целью, с одной стороны, сделать плавным переход от изучения вводного курса к промежуточному, а с другой стороны, поддерживать стремление студентов к продолжению изучения микроэкономики на продвинутом уровне.

В связи с этим преподавателям и обучающимся, заинтересованным в расширенной подборке заданий промежуточного уровня, мы рекомендуем использовать в качестве приложения к этому учебнику учебное пособие: Антипина О. Н., Вереникин А. О. Микроэкономика промежуточного уровня: учебное пособие. М.: Экономический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2019.

Желаем всем нашим читателям, изучающим микроэкономику, успехов в освоении ее важных и интересных тем!

Авторы

Т Е М А 1

Теория потребительского поведения и спроса

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- базовые постулаты потребительского выбора, их роль в принятии потребительских решений и в формировании индивидуального и рыночного спроса;
- принципы выявления потребительских предпочтений и потенциал их практического использования;
- механизм влияния доходов, цен и предпочтений на потребительские решения;
- особенности потребительского выбора с учетом первоначальных запасов благ;
- роль эффектов дохода, замещения и богатства в формировании фундаментальных характеристик потребительского спроса;
- возможности использования принципов потребительского выбора при оценке изменений благосостояния потребителей.

1.1. Предпочтения и полезность потребителя

Под благами мы понимаем продукты или услуги, доступные индивиду и обладающие для него полезностью, т. е. совокупностью полезных свойств, позволяющих удовлетворять материальные и культурные потребности человека. Блага отличаются друг от друга не только качественными характеристиками, но и пространственным, а также временным расположением.

Принципиально важным является деление всех благ на свободные и экономические. Свободное благо имеется в природе в неограниченном количестве, достаточном для насыщения потребности в нем, причем это благо доступно для потребления без каких бы то ни было издержек. Цена на него равна нулю. В отличие от свободных, экономические блага

являются ограниченными по отношению к существующим потребностям. Количество экономического блага недостаточно для насыщения потребности в нем, и поэтому за его потребление взимается положительная цена: $p_i > 0$, где i — номер товара, входящего в потребительскую корзину. В дальнейшем мы будем анализировать потребительский выбор среди экономических благ. Для простоты будем предполагать, что потребительская корзина состоит из двух товаров: $i = 1, 2$, приобретаемых в количестве x_1 и x_2 соответственно. Множество наборов товаров, являющихся объектом потребительского выбора, будем обозначать через X . Оно будет представлять собой неотрицательный ортант координатной плоскости — множества действительных чисел $\mathbb{R}^2$.

В качестве потребителей могут выступать отдельные индивидуумы и семьи, или домашние хозяйства. Кроме того, потребителями могут быть более крупные социальные общности, выделяемые по различным принципам, такие как, например, роды, племена, общины, коммуны, общественные организации, а также коллективы иного рода, в том числе даже столь широкие, как народности и нации. В рамках данной темы будем предполагать, что потребители тождественны индивидуумам, всегда, однако, имея в виду и возможное более широкое толкование понятия «потребитель». Это упрощение позволит избежать рассмотрения распределения потребления благ и расходов на их приобретение внутри названных выше коллективов, т. е. вопросов, связанных с потреблением так называемых общественных благ, которые в отличие от частных относятся к сфере не индивидуального, а коллективного потребления¹.

В теории потребительского выбора существуют две концепции — кардиналистская и ординалистская, вторая из которых пришла на смену первой в качестве господствующей парадигмы. Первоначально возникшая кардиналистская концепция предполагала, что каждой потребительской корзине ставится в соответствие некоторое неотрицательное действительное число, характеризующее полезность индивидуума, т. е. меру удовлетворенности экономического агента потреблением хозяйственных благ:

$$U = U(x_1, x_2). \quad (1.1)$$

При этом кардиналистская концепция полезности предполагает, что удовлетворенность благом определяется не общим объемом его потребления, а приростными показателями, проистекающими из феномена редкости. Поэтому для потребительского выбора имеет значение не только и даже не столько абсолютная величина полезности, сколько

¹ Данные вопросы будут проанализированы ниже, в теме 9.

предельная полезность, понимаемая как изменение общей полезности при увеличении либо снижении объемов потребления одного из товаров на бесконечно малую величину (и неизменном количестве другого блага) и рассчитываемая как частная производная функции полезности (1.1) по объему потребления соответственно первого и второго товара:

$$MU_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1}; MU_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2}.$$

Хотя кардиналистская версия позволила объяснить основные закономерности потребительского поведения, ее теоретическая предпосылка относительно возможности количественного измерения полезности вызвала острую критику.

Ординалистская, порядковая теория потребительского выбора представляет собой более современный подход к анализу потребительского поведения по сравнению с кардиналистской, числовой концепцией полезности. Ее основы были заложены в конце XIX в. английским экономистом и статистиком Ф. Эджуортом и итальянским экономистом В. Парето; существенный вклад в ее развитие внес в начале XX в. русский экономист-математик Е. Слуцкий¹. Однако полностью эта теория сформировалась в 30-е гг. XX в. благодаря работам английских экономистов Д. Р. Хикса и Р. Аллена.

В ординалистской теории потребительского поведения в качестве базового, вместо полезности, выступает понятие «предпочтение». Все товарные наборы потребителем ранжируются, и увеличение полезности подразумевает выбор более предпочтительного товарного набора. Ординалистский (порядковый) индикатор предпочтений не приписывает конкретной корзине товаров числовое значение её индивидуальной полезности, а выражает только последовательность, в которой располагаются группы равнополезных для потребителя наборов благ. Исходное положение ординалистской теории предполагает, что потребитель может сравнивать и упорядочивать товарные наборы по их предпочтительности, но ему не нужно ни измерять полезность, получаемую в результате потребления того или иного набора, ни определять, на сколько единиц по-

¹ Именно Ф. Эджуортом был предложен аппарат кривых безразличия для наглядного описания предпочтений потребителя. Безразличие в данном случае означает, что в соответствии со своими предпочтениями потребитель получает одинаковое удовлетворение от потребления товарных наборов, соответствующих точкам на одной кривой в системе координат, обозначающей количества благ. Кривые безразличия использовались впоследствии В. Парето, который видел в них отражение неких заранее заданных вкусов и предпочтений потребителя.

лезности один набор превосходит другой или уступает ему. Полностью исключив из своих рассуждений возможность количественного измерения величины полезности, приносимой некоторым товарным набором, основоположники ординалистской теории получили не противоречащие кардиналистской концепции выводы, опираясь на вполне реалистичную идею о способности потребителя ранжировать уровни удовлетворения наборами благ.

В ординалистской теории потребительского выбора базовая предпосылка о рациональности поведения потребителя подкрепляется рядом аксиом, представляющих собой единые принципы, которыми пользуются индивиды, упорядочивая (ранжируя) товарные наборы.

Прежде всего предпочтения потребителя должны удовлетворять двум основополагающим аксиомам рациональности поведения.

Во-первых, это аксиома полной (совершенной) упорядоченности или сравнимости, предполагающая, что потребитель способен сравнивать и строго упорядочивать все возможные товарные наборы по их предпочтительности с точки зрения удовлетворения потребностей.

Полнота множества потребительских наборов, или их сравнимость, подразумевает, что потребитель всегда может выбрать между наборами благ. Другими словами, для любых товарных наборов x_1 и x_2 верно $x_1 \succsim x_2$ или $x_2 \succsim x_1$, где $\succsim$ — это отношение нестрогого предпочтения, обозначающее, что одна из корзин товаров не хуже другой с точки зрения индивидуального восприятия потребителя¹. В частности, для любой пары товарных наборов x_1 и x_2 потребитель может указать, к примеру, что набор x_1 предпочтительнее, чем набор x_2 , т.е. лучшим образом удовлетворяет потребность ($x_1 \succ x_2$), либо наоборот — набор x_1 менее предпочтителен, чем набор x_2 ($x_2 \succ x_1$), или же потребитель может констатировать, что набор x_1 и набор x_2 равнозначно удовлетворяют имеющуюся потребность ($x_1 \sim x_2$). При этом ответ потребителя «не знаю» на вопрос о предпочтительности товарных наборов исключается.

Данная аксиома довольно абстрактна, ибо сложно представить себе, что человек обладает всеобъемлющими представлениями относительно всех собственных предпочтений и способен ранжировать все товарные наборы, которые только могут существовать. Однако теоретически аксиома полной упорядоченности предпочтений вполне имеет право на существование.

¹ Оператор $\succ$ используется для обозначения того, что один товарный набор строго предпочитается другому. Если потребителю безразлично, какой товарный набор потреблять, то используется знак $\sim$.

Следствием аксиомы полноты, или сравнимости, множества потребительских наборов (при $x_1 = x_2$) является такназываемая аксиома рефлексивности предпочтений, которая утверждает, что любой товарный набор, по крайней мере, не хуже себя самого: $x_1 \succeq x_1$.

Во-вторых, предпосылка о транзитивности предпочтений означает, что если набор x_1 предпочтительнее или эквивалентен по отношению к x_2 ($x_1 \succeq x_2$), а x_2 не хуже, чем x_3 ($x_2 \succeq x_3$), то справедливым будет утверждение, что x_1 эквивалентен или лучше, с точки зрения потребителя, по отношению к x_3 : $x_1 \succeq x_3$. Аксиома транзитивности работает, в том числе и для отношений безразличия: если $x_1 \sim x_2$ и $x_2 \sim x_3$, то $x_1 \sim x_3$. Данная аксиома гарантирует согласованность потребительских предпочтений, откуда следует, что ситуация, когда $x_1 \succ x_2$, $x_2 \succ x_3$ и одновременно $x_3 \succ x_1$, исключена.

Аксиома транзитивности служит своего рода проявлением фундаментального принципа рациональности поведения экономических субъектов, в данном случае потребителей. У рационального потребителя предпочтения должны быть последовательны. В противном случае он может быть сравним с капризным ребенком, который предпочитает то мороженое конфете, то конфету пирожному, но это вовсе не означает, что в ту же минуту он не предпочтет пирожное мороженому. Подобное поведение малыша нельзя назвать рациональным и типичным для большинства потребителей.

Наряду с аксиомами рациональности фундаментальную роль в формальном описании индивидуальных предпочтений играет предпосылка об их непрерывности. Аксиома непрерывности предпочтений означает, что при небольших изменениях объемов потребляемых благ полезность потребителя будет изменяться незначительно. Это свойство можно сформулировать так: для любой потребительской корзины $x \in X$, множества наборов, которые не хуже, чем x , т.е. верхние лебеговские множества $\{\hat{x} \in X | \hat{x} \succeq x\}$, и не лучше, чем x , т.е. нижние лебеговские множества $\{\hat{x} \in X | x \succeq \hat{x}\}$, предполагаются замкнутыми относительно X .

В силу теоремы Дебре — важнейшего утверждения, устанавливающего взаимосвязь между различными концепциями поведения потребителя — аксиомы рациональности и непрерывности предпочтений гарантируют существование непрерывной кардиналистской функции полезности (1.1), которой могут быть представлены индивидуальные предпочтения¹.

¹ Подробнее о теореме Дебре см.: Вереникин А.О. Сбалансированность экономической системы: микро- и макроаспекты. М.: ТЕИС, 2010. С. 13–14.

Аксиома ненасыщаемости потребления предполагает, что потребитель всегда предпочитает большее количество благ меньшему, и увеличение потребления любого товара при фиксированных объемах потребления других товаров улучшает положение потребителя. Здесь имеется в виду, что общая полезность строго возрастает при увеличении объемов потребляемых товаров: если для некоторых потребительских корзин $\hat{x}, \tilde{x} \in X \subset \mathbb{R}_+^2$ выполнено неравенство $\hat{x}_i \leq \tilde{x}_i$, $i = 1, 2$, причем для некоторого индекса $j \in \{1, 2\}$ неравенство является строгим ($\hat{x}_j < \tilde{x}_j$), то для соответствующих им величин полезности справедливо такое же неравенство $U(\hat{x}) < U(\tilde{x})$. Другими словами, если товарный набор $\tilde{x}$ содержит не меньшие количества каждого товара, чем набор $\hat{x}$, а одного из них больше, чем в наборе $\hat{x}$, то $\tilde{x} \succ \hat{x}$. Фактически данная аксиома предполагает, что в течение определенного времени потребность в благах, входящих в потребительский набор, не получает насыщения.

В силу предпосылки о ненасыщаемости потребления, если функция полезности является дифференцируемой, то предельная полезность каждого блага должна быть положительной:

$$MU_1 > 0, MU_2 > 0. \quad (1.2)$$

Часто используется предпосылка о локальной ненасыщаемости предпочтения, подразумевающая, что в любой окрестности каждого потребительского набора найдется допустимый лучший потребительский набор.

Аксиома выпуклости предпочтений предполагает, что множество товарных наборов, лежащих выше и правее кривой безразличия либо на самой кривой безразличия, будет выпуклым, т.е. вместе с любыми двумя наборами оно будет содержать и весь отрезок, соединяющий данные потребительские корзины.

Если рассматривать полезность как зависимость от объемов потребления двух благ (1.1), то она будет представлена поверхностью полезности (рис. 1.1). На этой поверхности находятся линии фиксированного уровня полезности: $U = \bar{U} = \text{const}$. Проекция линии уровня полезности на координатную плоскость объемов потребления благ X_1, X_2 — это кривая безразличия, т.е. геометрическое место точек, соответствующих различным комбинациям товаров, потребление которых приносит одинаковый уровень полезности экономическому агенту. Поскольку линий уровня функции полезности может быть бесконечно много, их проекции на плоскость объемов потребления благ будут задавать карту кривых безразличия (рис. 1.2).

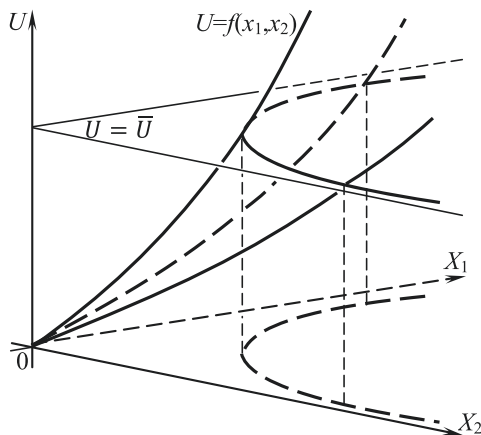


Рис. 1.1. Функция полезности и кривая безразличия

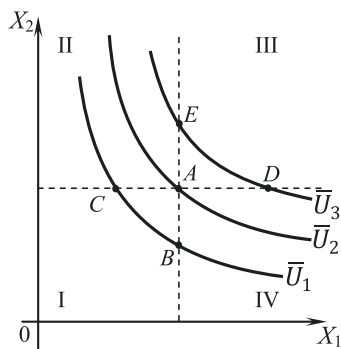


Рис. 1.2. Карта кривых безразличия

Карта кривых безразличия представляет собой графическую иллюстрацию ординалистского индикатора предпочтений. Аксиоматика потребительского выбора позволяет сформулировать ряд свойств, которыми обладают кривые безразличия.

В силу полноты предпочтений кривая безразличия может быть проведена через любую точку пространства товарных наборов.

Вследствие предположения о ненасыщении, кривая безразличия, расположенная дальше от нуля (в положительном ортанте), соответствует более высокому уровню потребительского удовлетворения. С одной стороны, если через набор A , принадлежащий кривой безразличия $\bar{U}_2$ (см. рис. 1.2), провести горизонтальную линию, соединяющую его с наборами C и D , расположенными соответственно на кривых безразличия $\bar{U}_1$ и $\bar{U}_3$, то, согласно аксиоме ненасыщения, набор C окажется для потребителя менее, а набор D — более предпочтительным, чем A , поскольку они содержат соответственно меньшее и большее количество первого товара, по сравнению с набором A . С другой стороны, если через набор A , лежащий на кривой безразличия $\bar{U}_2$, провести вертикальную линию, соединяющую его с наборами B и E , расположенными соответственно на кривых безразличия $\bar{U}_1$ и $\bar{U}_3$, то, согласно аксиоме ненасыщения, набор B окажется для потребителя менее, а набор E — более предпочтительным, чем A , поскольку они содержат соответственно меньшее и большее количество второго товара по сравнению с набором A . Таким образом, действительно, кривая безразличия $\bar{U}_1$, расположенная ниже и левее данной линии $\bar{U}_2$, соответствует более низкому, а кривая безразличия $\bar{U}_3$, проходящая выше

и правее по отношению к $\bar{U}_2$ — более высокому уровню полезности в сравнении с исходным уровнем $\bar{U}_2$.

Проведенные через точку A две перпендикулярные прямые (горизонтальная и вертикальная) разделяют пространство товарных наборов на четыре квадранта (см. рис. 1.2). Очевидно, что все точки, расположенные в I квадранте, соответствуют наборам с меньшим количеством первого и второго товара, а все точки, расположенные в III квадранте — наборам с большим количеством обоих товаров по сравнению с корзиной A . Согласно аксиоме ненасыщения, товарные наборы, расположенные в I квадранте, менее предпочтительны, а товарные наборы, расположенные в III квадранте, более предпочтительны для потребителя, чем набор A . Это означает, что корзины, эквивалентные A , с точки зрения данного потребителя, располагаются либо во II, либо в IV квадрантах. Следовательно, кривая безразличия — это убывающая зависимость объемов потребления одного из товаров от потребляемого количества другого.

Кривые безразличия никогда не пересекаются. Проведем доказательство от противного. Пусть кривые безразличия $\bar{U}_1$ и $\bar{U}_2$ пересекаются в точке B (рис. 1.3). С одной стороны, из предположения о ненасыщении следует, что $U(A) > U(C)$. С другой стороны, наборы B и C лежат на кривой безразличия $\bar{U}_1$, следовательно, $U(B) = U(C)$. Аналогично $U(A) = U(B)$. Таким образом, по транзитивности предпочтений $U(A) = U(C)$. Мы получили противоречие с утверждением $U(A) > U(C)$, которое и завершает доказательство.

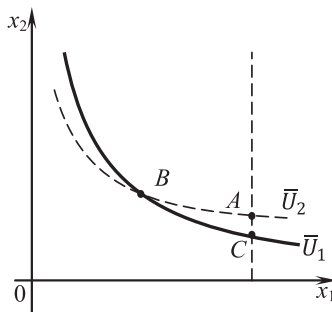


Рис. 1.3. Невозможность пересечения кривых безразличия

Выпуклость предпочтений подразумевает выпуклость кривых безразличия к началу координат. Предпосылка о выпуклости кривых безразличия к началу координат вместе с допущением ненасыщаемости потребления подразумевает предпочтительность «среднего» набора для ти-

пичного потребителя¹. Действительно, если соединить отрезком любые две потребительские корзины, например A и C , лежащие на некоторой кривой безразличия $\bar{U}_1$ (рис. 1.4), то любая «смешанная», «усредненная» корзина, расположенная во внутренних точках данного отрезка $[AC]$, будет находиться на более удаленной от начала координат, по сравнению с исходной, кривой безразличия, т. е. уровень полезности потребителя при данном наборе товаров возрастет; в том числе, найдется некоторая комбинация товаров, которая будет являться точкой касания данного отрезка $[AC]$ и некоторой кривой безразличия $\bar{U}_3$, соответствующей более высокому уровню полезности (точка D на рис. 1.4).

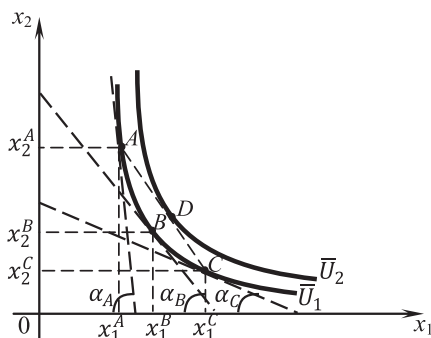


Рис. 1.4. Выпуклость кривых безразличия к началу координат

Предпочтения, которые полностью соответствуют аксиоматике ординалистского подхода и принципу рациональности поведения потребителя, называются стандартными. Их представляет ординалистский индикатор предпочтений, иллюстрируемый картой кривых безразличия, обладающих всеми перечисленными выше свойствами. Поэтому такие кривые безразличия также называются стандартными.

Первый из активно используемых в теории потребительского выбора законов немецкого экономиста Германа Госсена утверждает, что потребление каждой дополнительной единицы блага (как в единичный момент потребления, так и при последовательных его актах) должно приносить все меньший прирост полезности для экономического агента. По-другому это утверждение называется законом убывающей предельной полезности. В основу принципа убывающей предельной полезности исходно был по-

¹ Предположение о предпочтительности «среднего» набора делает акцент на сбалансированности (или диверсификации) потребления как проявлению рациональности выбора.

ложен психофизиологический закон Вебера—Фехнера, который гласит, что «по мере увеличения силы действия раздражителя ее изменения должны нарастать при условии, что вызываемые ими приросты уровня реакции организма сохраняются на заданном уровне».

Отметим, что по закону Вебера—Фехнера в сильной форме «изменения интенсивности ответной реакции организма должны быть пропорциональны относительным приростам силы действия раздражителя», другими

словами, $d\gamma = \frac{k d\beta}{\beta}$, где $\beta > 0$ — сила действия раздражителя, а γ — сила от-

ветной реакции организма. Решая данное дифференциальное уравнение, получаем, что $\gamma = k \ln \beta + c$, где константу $c = -k \ln b$ можно определить по начальному условию $\gamma(b) = 0$. Здесь b — это такое действие раздражителя γ , которое не вызывает никакой ответной реакции организма. Таким образом, $\gamma = k (\ln \beta - \ln b)$, т.е. в соответствии с законом Вебера—Фехнера в сильной форме ответная реакция организма линейно зависит от логарифма силы действия раздражителя¹.

Следствием из закона Вебера—Фехнера в теории потребительского выбора является закон убывающей предельной полезности, который при традиционной предпосылке о дважды непрерывной дифференцируемости функции полезности ($U: \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}_+ \in C^2$) формулируется так:

$$\frac{\partial^2 U(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} < 0, \frac{\partial^2 U(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} < 0. \quad (1.3)$$

Кроме того, для неоклассических функций полезности обычно предполагается определенная степень комплементарности благ, которая заключается в том, что предельная полезность каждого из них возрастает при увеличении потребления другого товара:

$$\frac{\partial^2 U(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{\partial^2 U(x_1, x_2)}{\partial x_2 \partial x_1} > 0. \quad (1.4)$$

Равенство вторых смешанных частных производных здесь, по теореме Шварца², вытекает из их непрерывности ($U \in C^2$).

Предельная норма замещения (*MRS*) двух товаров показывает, от какого количества второго блага должен отказаться потребитель при увели-

¹ Fechner G. Th. Elemente der Psychophysik. Leipzig: Breitkopf und Härtel, 1860. Т.1.

² См.: Зорич В.А. Математический анализ. 2-е изд. М.: ФАЗИС, 1997. Ч.1. Часто некоторые вариации данного утверждения называют теоремой Юнга.

чении объема потребления первого блага на единицу с тем, чтобы его полезность осталась на неизменном уровне:

$$MRS_{12} = - \frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{U=const}.$$

При бесконечно малых изменениях объемов потребления благ геометрически предельная норма замещения между ними будет представлять собой тангенс угла наклона касательной линии к кривой безразличия ($tg\alpha_A, tg\alpha_B, tg\alpha_C$ на рис. 1.4) в точке, соответствующей данной потребительской корзине (A, B, C).

Выпишем полный дифференциал полезности потребителя:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2. \quad (1.5)$$

Уровень полезности потребителя не меняется вдоль кривой безразличия: $dU = 0$. Следовательно, прирост полезности (dU), полученный благодаря увеличению потребления первого блага (dx_1), по абсолютной величине должен быть равен сокращению полезности ($-dU$) из-за уменьшения

потребления второго (dx_2), или $\frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 = MU_1 dx_1 = -\frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = -MU_2 dx_2$.

Таким образом, предельная норма замещения первым благом второго равна отношению предельных полезностей этих благ:

$$MRS_{12} = - \frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{U=const} = \frac{MU_1}{MU_2}. \quad (1.6)$$

Ее значение больше нуля, так как первые частные производные функции полезности в силу ненасыщаемости потребления (1.2) положительны. Следовательно, кривая безразличия представляет собой убывающую зависимость объема потребления одного блага (x_2) от другого (x_1) при неизменном уровне полезности.

При этом выпуклость кривых безразличия к началу координат отражает действие закона убывающей предельной нормы замещения, который действует при выполнении свойств (1.2)–(1.4) функции полезности. Действительно, дифференцируя выражение предельной нормы замещения (1.6) по объему потребления первого товара вдоль кривой безразличия, с учетом знака соответствующих частных производных (1.2)–(1.4) получаем следующую отрицательную дробь:

$$\frac{d}{dx_1} \left(-\frac{dx_2}{dx_1} \right) \Big|_{U=\text{const}} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} \right) - \frac{\partial U}{\partial x_1} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} \right)}{\left(\frac{\partial U}{\partial x_2} \right)^2} =$$

$$\frac{\left(\frac{\partial U}{\partial x_2} \right)^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} - 2 \frac{\partial U}{\partial x_1} \frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} + \left(\frac{\partial U}{\partial x_1} \right)^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2}}{\left(\frac{\partial U}{\partial x_2} \right)^3} < 0,$$

которая характеризует убывание предельной нормы замещения, что вместе с убыванием кривых безразличия обеспечивает выпуклость кривых безразличия к началу координат.

Поскольку тангенс угла наклона касательной к кривой безразличия, которая является выпуклой к началу координат, по мере движения вдоль кривой сверху вниз убывает, убывает и предельная норма замещения. Это означает, что пропорция, в которой потребитель готов заменить второй товар на первый, понижается по мере увеличения количества первого блага. В частности, при переходе от точки *A* к точке *B*, а затем — к *C* на рис. 1.4 касательная к кривой безразличия становится все более пологой линией. Таким образом, выпуклость кривых безразличия говорит о том, что чем больше у потребителя в наборе имеется одного товара, тем в большей мере он готов отказаться от некоторого его количества в обмен на другой товар. В такой интерпретации эта характеристика кривой безразличия выглядит довольно реалистично. Иными словами, двигаясь вдоль кривой безразличия от одного товарного набора к другому, потребитель сохраняет достигнутый им уровень удовлетворения потребности, соглашаясь уступить все меньшее количество второго товара за потребление каждой последующей единицы первого блага вследствие уменьшения предельной полезности первого блага и увеличения предельной полезности второго. В данных рассуждениях мы естественным образом подразумеваем ненасыщаемость потребления (1.2) и определенную степень взаимодополняемости благ (1.4).

Стандартные предпочтения могут быть представлены, например, так называемой функцией полезности Кобба—Дугласа¹:

¹ Функцию такого вида одними из первых в экономических исследованиях применили американские ученые Чарльз Уиггинс Кобб (1875–1949) и Пол Ховард Дуглас (1892–1976). См.: Cobb C.W., Douglas P.H. A theory of production // American economic review. 1928. Vol. 18. № 3.

$$U(x) = x_1^c x_2^d, \quad (1.7)$$

где $c > 0$ и $d > 0$ — некоторые постоянные коэффициенты.

Все приведенные выше положения ординалистской теории относительно формы кривых безразличия и убывания предельной нормы замещения справедливы в общем случае только для стандартных потребительских предпочтений. Однако в действительности существует ряд нестандартных, но весьма распространенных ситуаций потребительского выбора. Среди них — выбор между товарами-субститутами, товарами-комplementами, благом и антиблагом, благом и безразличным товаром, несовместимыми в потреблении благами и др. В каждом из этих случаев особенности потребительских предпочтений влияют на предельную норму замещения одного товара другим, которая и «отвечает» за вид кривых безразличия.

Для двух чистых субститутов (совершенно взаимозаменяемых товаров) предельная норма замещения постоянна и равна неизменной пропорции, в которой потребитель согласен заменять один товар на другой. Функция полезности при этом будет линейной:

$$U = \alpha x_1 + \beta x_2, \quad (1.8)$$

где α, β — произвольные положительные вещественные константы.

Линии безразличия в случае совершенных субститутов являются прямыми, угловой коэффициент которых (предельная норма замещения) в каждой точке представляет собой постоянную величину (рис. 1.5):

$$MRS_{12} = - \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{U=\text{const}} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\alpha}{\beta}. \quad (1.9)$$

При этом действует свойство ненасыщаемости потребления, поэтому линия безразличия, более удаленная от начала координат, соответствует более высокому уровню полезности ($U_3 > U_2 > U_1$ на рис. 1.5).

Для двух чистых complementов (жестко взаимодополняющих товаров) предельная норма замещения может быть либо равна нулю, либо стремиться к бесконечности (в зависимости от того, о замещении какого товара идет речь). Полезности для товаров-complementов описывается функцией Леонтьева¹:

¹ Функция носит имя Василия Васильевича Леонтьева (1905–1999) — американского экономиста российского происхождения, лауреата премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1973 г.

$$U = \min\left(\frac{x_1}{\alpha}, \frac{x_2}{\beta}\right) = \begin{cases} \frac{x_1}{\alpha}, & \text{если } \frac{x_1}{\alpha} \leq \frac{x_2}{\beta}; \\ \frac{x_2}{\beta}, & \text{если } \frac{x_2}{\beta} < \frac{x_1}{\alpha}, \end{cases} \quad (1.10)$$

где α, β — произвольные положительные вещественные константы.

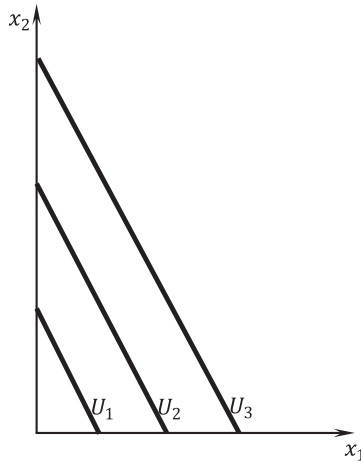


Рис. 1.5. Карта безразличия для совершенных субститутов

Линии безразличия для этих благ имеют вид прямых углов с вершинами в точках, характеризующихся равенством $\frac{x_1}{\alpha} = \frac{x_2}{\beta}$, или:

$$x_2 = \frac{\beta x_1}{\alpha}. \quad (1.11)$$

Леонтьевская функция полезности является недифференцируемой вдоль луча (1.11). На вертикальных участках кривых безразличия $MRS_{12} \rightarrow \infty$, поскольку ради дополнительной единицы первого товара потребитель будет готов пожертвовать сколько угодно единиц второго блага, потребление которого невозможно без соответствующей пары из некоторого количества единиц первого товара, а вот $MRS_{21} = 0$, так как потребитель не согласится расстаться с единицей первого товара, обеспечивающей ему нужный набор благ. Соответственно, на горизонтальных участках кривых безразличия, исходя из тех же соображений, $MRS_{12} = 0$, а $MRS_{21} \rightarrow \infty$. Что касается вершин прямых углов кривых

безразличия, то предельная норма замещения в этих точках не определена (рис. 1.6).

Отметим, что свойство ненасыщаемости потребления здесь выполняется, и чем дальше линия безразличия расположена от начала координат, тем более высокому уровню полезности она соответствует ($U_3 > U_2 > U_1$ на рис. 1.6).

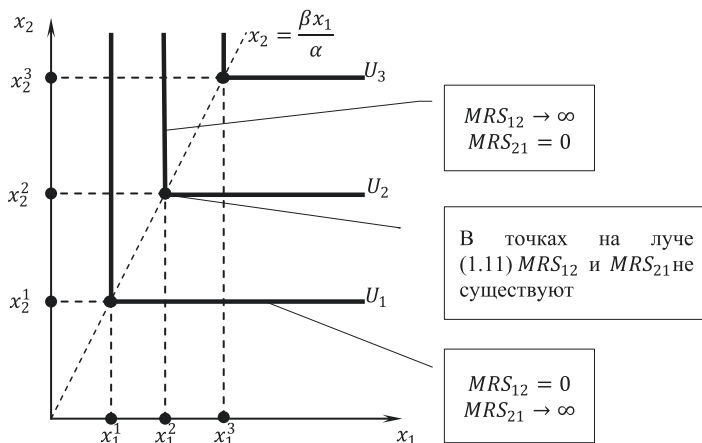


Рис. 1.6. Карта безразличия для совершенных complements

Важной характеристикой потребительских предпочтений является эластичность замещения между продуктами, которая показывает, насколько в процентном выражении изменяются соотношения между объемами их потребления при изменении предельной нормы замещения на один процент:

$$\delta = \frac{d\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}{dMRS_{12}} \cdot \frac{MRS_{12}}{\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}.$$

Графически соотношение между объемами потребляемых продуктов характеризуется тангенсом угла наклона луча, исходящего из начала координат и проведенного через данную точку пространства потребительских благ, которая будет располагаться на некоторой кривой безразличия. Следовательно, эластичность замещения показывает, насколько

в относительном, процентном выражении должен измениться угловой коэффициент данного луча при его повороте, вызванном перемещением в новую точку на той же кривой безразличия, соответствующей единичному относительному, процентному изменению предельной нормы замещения, т.е. тангенса угла наклона касательной к данной кривой безразличия (рис. 1.7).

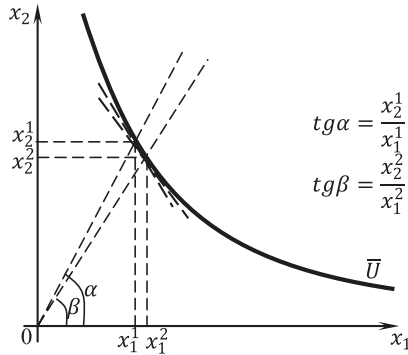


Рис. 1.7. Составляющие показателя эластичности замещения

Важную роль в микроэкономическом анализе играет функция полезности с постоянной эластичностью замещения между продуктами (CES¹). Постоянство эластичности замещения задает дифференциальное уравнение:

$$\frac{d(x_2/x_1)}{(x_2/x_1)} \frac{d(dx_2/dx_1)}{d(dx_2/dx_1)} = \frac{d \ln |x_2/x_1|}{d \ln |dx_2/dx_1|} = \delta,$$

или

$$d \ln \left| \frac{x_2}{x_1} \right| = \delta d \ln \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|.$$

Интегрируя его: $\int d \ln \left| \frac{x_2}{x_1} \right| = \delta \int d \ln \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right| + \delta \ln c$ или $\ln \left| \frac{x_2}{x_1} \right| = \delta \ln \left| \frac{dx_2}{dx_1} \right| + \delta \ln c$,

получаем новое уравнение² $\left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{1/\delta} = c \left(\frac{dx_2}{dx_1} \right)$. Разделяем в нем переменные:

¹ Аббревиатура английского словосочетания constant elasticity of substitution.

² Допуская нулевое и отрицательные значения константы c , избавляемся от модуля и возвращаем утерянное ранее при делении на x_2/x_1 и dx_2/dx_1 решение.

$\frac{dx_1}{dx_1^{1/\delta}} = c \left(\frac{dx_2}{x_2^{1/\delta}} \right)$, или $dx_1^{(\delta-1)/\delta} = c dx_2^{(\delta-1)/\delta}$. Интегрируя, получаем выражение кривой безразличия:

$$x_1^{\frac{\delta-1}{\delta}} = c x_2^{\frac{\delta-1}{\delta}} + c_1. \quad (1.12)$$

Полагая $c = -\frac{\beta}{\alpha}$, $c_1 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{U}{a} \right)^{1/\nu}$, $\nu = \frac{\gamma}{\rho}$, $\varphi = \frac{\delta-1}{\delta}$, приходим к функции полезности CES:

$$U(x_1, x_2) = a \left(\alpha x_1^\varphi + \beta x_2^\varphi \right)^{\frac{\gamma}{\varphi}}, \varphi \leq 1, \varphi \neq 0. \quad (1.13)$$

Здесь $\gamma > 0$ — это степень однородности функции¹. Очевидно, что эластичность замещения между продуктами для данной функции полезности составит: $\delta = \frac{1}{1-\varphi}$.

Пронормируем коэффициенты α и β таким образом, чтобы они в сумме давали единицу, т.е. $\beta = 1 - \alpha$. Покажем, что функция полезности CES является обобщением функций Кобба—Дугласа и Леонтьева, которые представляют собой ее предельные случаи. Для этого прологарифмируем функцию CES:

$$\ln U(x_1, x_2) = \ln a + \frac{\gamma}{\varphi} \ln \left(\alpha x_1^\varphi + (1-\alpha) x_2^\varphi \right). \quad (1.14)$$

Устремив φ к нулю, при раскрытии возникающей неопределенности вида $0/0$ применяем правило Лопиталья:

$$\begin{aligned} \lim_{\varphi \rightarrow 0} \ln U(x_1, x_2) &= \ln a + \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\gamma \left(\alpha x_1^\varphi \ln x_1 + (1-\alpha) x_2^\varphi \ln x_2 \right)}{\left(\alpha x_1^\varphi + (1-\alpha) x_2^\varphi \right)} = \\ &= \ln a + \gamma \left(\alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \ln x_2 \right). \end{aligned}$$

Потенцируя полученное соотношение, получаем функцию полезности Кобба—Дугласа:

$$U(x_1, x_2) = a x_1^{\gamma\alpha} x_2^{\gamma(1-\alpha)}.$$

¹ Определение функции однородной степени γ приводится в приложении 1 к данной теме.

Допустим теперь, что $x_1 = \min(x_1, x_2)$, и устремим φ в выражении (1.14) к $-\infty$. При раскрытии возникающей неопределенности вида ∞/∞ вновь воспользуемся правилом Лопиталя:

$$\begin{aligned} \lim_{\varphi \rightarrow -\infty} \ln U(x_1, x_2) &= \ln a + \lim_{\varphi \rightarrow -\infty} \frac{\gamma(\alpha x_1^\varphi \ln x_1 + (1-\alpha)x_2^\varphi \ln x_2)}{(\alpha x_1^\varphi + (1-\alpha)x_2^\varphi)} = \\ &= \ln a + \lim_{\varphi \rightarrow -\infty} \frac{\gamma \left(\alpha \ln x_1 + (1-\alpha) \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^\varphi \ln x_2 \right)}{\left(\alpha + (1-\alpha) \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^\varphi \right)} = \ln a + \gamma \ln x_1. \end{aligned}$$

Потенцируя полученное выражение, при $\gamma = 1$ приходим к леонтьевским предпочтениям, отражающим потребление совершенно комplementарных благ:

$$U(x_1, x_2) = a \cdot \min(x_1, x_2).$$

Обратим внимание на то, что при $\varphi = \gamma = 1$ функция CES (1.13) превращается в линейную функцию полезности (1.8), характеризующую потребление совершенных субститутов.

Из выражения кривой безразличия (1.12) видно, что, поскольку $x_1 = \left(-\frac{\beta}{\alpha} x_2^\varphi + c_1 \right)^{1/\varphi}$, $x_2 = \left(-\frac{\beta}{\alpha} x_1^\varphi + \frac{\alpha}{\beta} c_1 \right)^{1/\varphi}$, при $\rho > 0$ кривые безразличия имеют асимптоты: $\lim_{x_2 \rightarrow +\infty} x_1 = c_1^{1/\varphi}$, $\lim_{x_1 \rightarrow +\infty} x_2 = \left(\frac{\alpha}{\beta} c_1 \right)^{1/\varphi}$ (рис. 1.8).

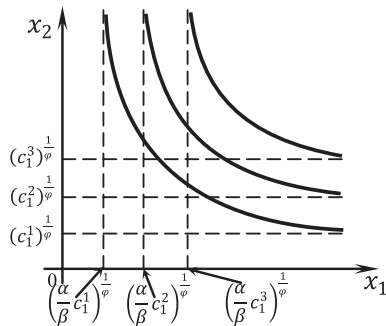


Рис. 1.8. Карта безразличия функции полезности CES

Случается так, что в потребительский набор входит благо, которое имеет значение для получения потребителем положительной полезности

сти, и нейтральное благо, к которому потребитель равнодушен и которое, таким образом, не влияет на величину полезности данного потребителя. Если, к примеру, потребитель глубоко равнодушен к просмотру видеофильмов (второй товар), но очень любит читать художественную литературу и готов променять сколько угодно видеофильмов на новую интересную книгу (первый товар), то система его предпочтений может быть представлена картой кривых безразличия, состоящей из вертикальных прямых. При фиксированном количестве первого блага полезность потребителя будет неизменной при любом объеме потребления второго, нейтрального, блага. При этом полезность будет возрастать при увеличении объема потребления первого продукта ($U_3 > U_2 > U_1$ на рис. 1.9). Предельная норма замещения видеофильмов книгами будет равна нулю: $MRS_{12} = 0$; а предельная норма замещения книг видеофильмами будет стремиться к бесконечности: $MRS_{21} \rightarrow \infty$.

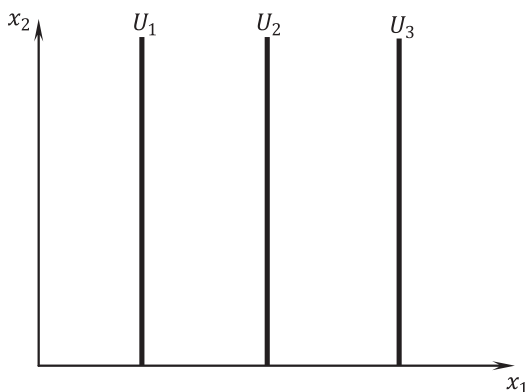


Рис. 1.9. Предпочтения при наличии нейтрального товара

Возможной является ситуация, когда в потребительский набор входят благо и антиблаго — товар, потребление которого приводит к снижению полезности потребителя. В качестве примера такого выбора может быть рассмотрена ситуация с производством химикатов (второй товар), сопровождающимся загрязнением окружающей среды. В этом случае потребители, скорее всего, согласятся на увеличение вредных выбросов (первый продукт) только в том случае, если каждый последующий выброс будет сопровождаться большим количеством полезных продуктов химической промышленности. При фиксированном количестве второго блага полезность потребителя будет возрастать при сокращении объема потребления первого продукта ($U_3 > U_2 > U_1$ на рис. 1.10). Кри-

вые безразличия для данной системы предпочтений будут иметь положительный наклон, а предельная норма замещения будет величиной отрицательной ($MRS_{12} < 0$). Предельная норма замещения в случае выбора между благом и антиблагом показывает норму компенсации увеличения количества антиблага в потребительском наборе ростом количества блага (рис. 1.10).

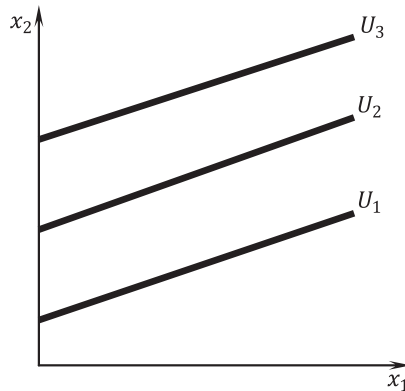


Рис. 1.10. Предпочтения при наличии антиблага

Часто в экономической теории используется квазилинейная функция полезности:

$$U = f(x_1) + kx_2, f'(x_1) > 0, f''(x_1) < 0, \quad (1.15)$$

карта кривых безразличия для которой представлена на рисунке 1.11. В силу ненасыщаемости потребления кривые безразличия, расположенные дальше от начала координат здесь соответствуют более высокому уровню полезности ($U_3 > U_2 > U_1$).

Линейная зависимость полезности (1.15) от объема потребления второго блага позволяет интерпретировать его как некоторое композитное благо — расходы на все остальные товары, за исключением данного, первого блага. Поэтому квазилинейные предпочтения позволяют достаточно просто и наглядно описать выбор между одним из товаров и всеми остальными благами в потребительской корзине. Кроме того, как будет показано ниже (см. параграф 1.8), квазилинейные предпочтения имеют важные особенности с точки зрения различных подходов к оценке благосостояния потребителей, что обуславливает широкие возможности их использования при анализе контрактного процесса (см. тему 10 «Информация и риск»).

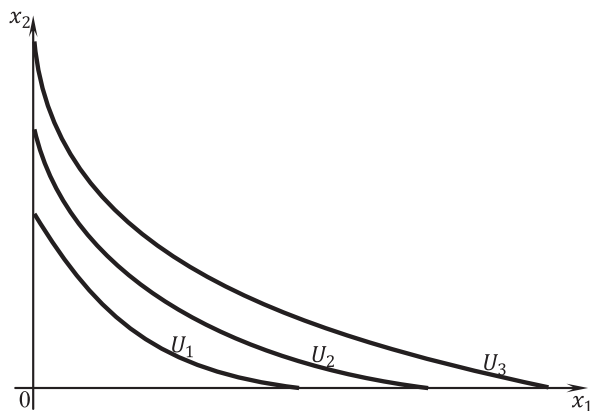


Рис. 1.11. Квазилинейные предпочтения

Для некоторых типов предпочтения нарушаются отдельные аксиомы потребительского выбора. Лексикографические предпочтения (рис. 1.12) определяются следующим образом: начиная с x_1^A , потребитель будет предпочитать все наборы, где больше второго блага; если в двух наборах присутствует одинаковое количество второго товара, то выбирается тот набор, в котором больше первого блага. Для лексикографических предпочтений нарушается аксиома их непрерывности.

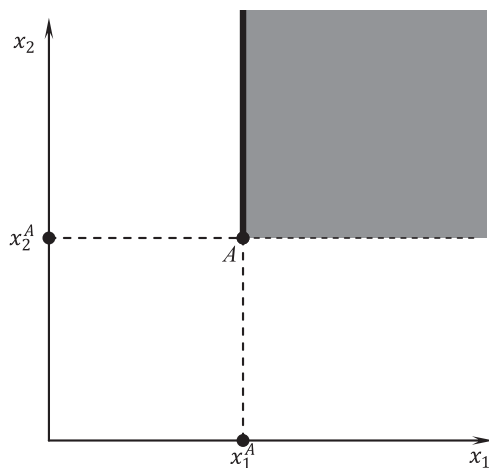


Рис. 1.12. Лексикографические предпочтения

Если нарушается аксиома ненасыщаемости предпочтений, то кривые безразличия уже не будут выпуклыми к началу координат, а будут представлять собой замкнутые концентрические линии (рис. 1.13). Центром данной системы концентрических кривых будет являться точка насыщения, и чем ближе кривая безразличия располагается к точке насыщения, тем более высокому уровню полезности она соответствует: $U_1 < U_2 < U_3$.

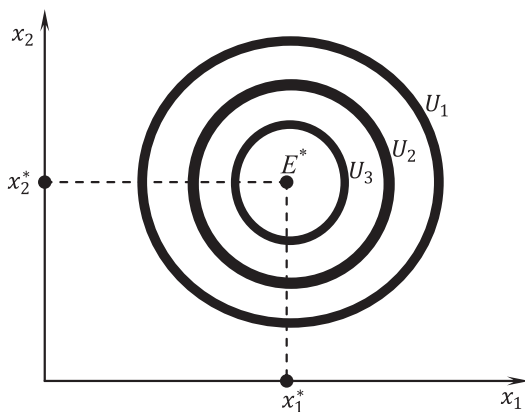


Рис. 1.13. Насыщаемые предпочтения

1.2. Бюджетное ограничение потребителя

Для полного исследования потребительского выбора требуется не только иметь представление о системе потребительских предпочтений, характеризующих множество желаний потребителя, но и четкое определение множества возможностей потребителя. Ограничителем потребительских возможностей помимо цен товаров выступает доход. У потребителя может сформироваться желание приобрести любой из товарных наборов, предпочитаемых им, однако доступными для него наборами являются лишь те, стоимость которых не будет превышать величину его дохода.

Обозначим через $M > 0$ количество денег, находящихся в распоряжении потребителя. Бюджетное ограничение (бюджетная линия) — это множество комбинаций первого и второго блага, которые потребитель может позволить себе купить, расходуя все свои деньги:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = M, \quad (1.16)$$

или

$$x_2 = \frac{M}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1. \quad (1.17)$$

Бюджетное множество включает все товарные наборы, которые доступны для потребителя при данных ценах p_1, p_2 и располагаемом доходе M . Таковыми являются все комбинации товаров, которые лежат на бюджетной линии или ниже и левее, т.е. ближе к началу координат от бюджетной линии, но выше (или на) горизонтальной оси, а также правее (или на) вертикальной оси (рис. 1.14):

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq M. \quad (1.18)$$

Очевидно, что бюджетная линия (1.16) является границей бюджетного множества (1.18).

Бюджетное ограничение (1.16) является однородным нулевой степени относительно цен товаров и дохода потребителя¹. Умножение этих параметров на некоторую положительную действительную константу α оставляет бюджетное множество потребителя (1.18) без изменения.

Действительно, представим бюджетное ограничение в следующем виде:

$$S(p_1, p_2, M) = M - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0.$$

Тогда для него справедливо соотношение:

$$\begin{aligned} S(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha M) &= \alpha M - \alpha p_1 x_1 - \alpha p_2 x_2 = 0 = \\ &= M - p_1 x_1 - p_2 x_2 = S(p_1, p_2, M), \end{aligned} \quad (1.19)$$

которое доказывает его однородность нулевой степени по ценам и доходу.

Очевидно, что бюджетная линия (1.17) является прямой. Ее фиксированный угловой коэффициент, или тангенс угла наклона (по абсолютной величине), показывает количество второго блага, которое можно получить на рынке в обмен на единицу первого. Оно равно относительной цене пер-

вого блага (по отношению к цене второго): $\frac{p_1}{p_2}$ ($\operatorname{tg} \alpha$ либо $\operatorname{tg} \beta$ на рис. 1.14).

Реальный (относительно цен соответствующих товаров) доход потребителя задает точки пересечения бюджетного ограничения с координат-

¹ Определение однородных функций (1.135) приводится в приложении 1 к данной теме.

ными осями: относительно цены первого блага $\left(\frac{M}{p_1}\right)$ — с горизонтальной осью, а относительно цены второго блага $\left(\frac{M}{p_2}\right)$ — с вертикальной осью.

Точки пересечения с горизонтальной и вертикальной координатными осями показывают количества товаров, которые мог бы приобрести потребитель, если бы истратил все свои деньги соответственно на первое и второе благо.

Положение бюджетной линии и, соответственно, бюджетное множество изменяются в результате изменения цен товаров и дохода потребителя. Изменение цены товара отражается изменением углового коэффициента бюджетного ограничения с поворотом вокруг точки пересечения с осью другого блага. Например, в результате увеличения цены первого товара от уровня p_1^1 до уровня p_1^2 бюджетная линия поворачивается по часовой стрелке вокруг точки пересечения с вертикальной осью, а ее тангенс

угла наклона (по абсолютной величине) возрастает от $tg\alpha = \frac{p_1^1}{p_2}$ до $tg\beta = \frac{p_1^2}{p_2}$

(рис. 1.14). Это означает, что соотношение, в котором потребитель может заменять второй товар на первый, увеличится. При этом в случае расхода всего дохода на первый товар потребитель будет вынужден со-

кратить его потребление с $\frac{M_1}{p_1^1}$ до $\frac{M_1}{p_1^2}$. Графически это выразится в том,

что конец бюджетной линии, лежащий на оси Ox_1 , сдвинется влево. Несмотря на то, что размер дохода потребителя остался прежним, его бюджетное множество сузилось.

Изменение дохода покупателя приводит к сдвигу бюджетной линии. При этом ее угловой коэффициент остается неизменным, если не меняются относительные цены благ. В частности, в результате сокращения дохода потребителя от уровня M_1 до уровня M_2 при исходных ценах (p_1^1 и p_2) бюджетное ограничение сдвинется влево-вниз (рис. 1.14). Потратив весь доход на первый товар, потребитель теперь сможет купить его в количе-

стве $\frac{M_2}{p_1^1}$, а используя целиком свой доход на второе благо, потребитель

сможет купить его в объеме $\frac{M_2}{p_2}$ единиц. Соответственно, точки пересече-

ния бюджетной линии с координатными осями сместятся ближе к началу

координат. При этом пропорция, в которой потребитель может заменять второй товар на первый, останется неизменной, а значит, не поменяется

и тангенс угла наклона бюджетной линии $\left(\operatorname{tg} \alpha = \frac{p_1^1}{p_2} \right)$. Уменьшение раз-

мера дохода потребителя приведет к сокращению бюджетного множества. Экономически это означает, что множество товарных наборов, расходы на которые в точности равны величине дохода потребителя или меньше ее, становится меньше.

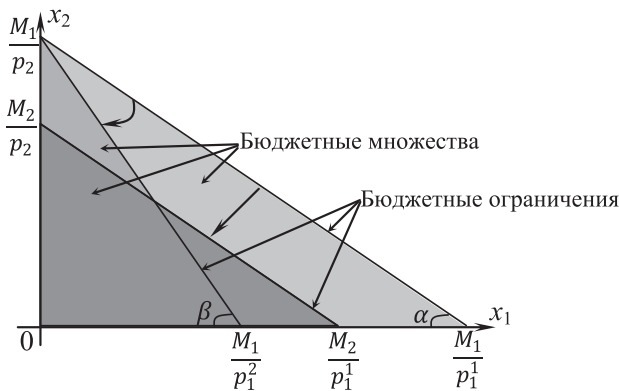


Рис. 1.14. Сдвиги и повороты бюджетного ограничения

Наряду с бюджетными ограничениями по доходу, возможны ограничения по времени приобретения либо потребления товаров. Ограничение по времени: $t_1 x_1 + t_2 x_2 \leq T$, где t_1 и t_2 — время, необходимое для приобретения либо потребления единицы соответственно первого и второго товаров, T — фонд времени, выделенный на поиск, покупку и потребление товаров. Сочетание бюджетных ограничений по деньгам и по времени показано на рисунке 1.15.

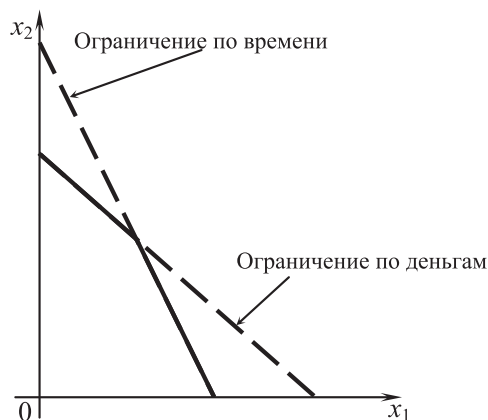


Рис. 1.15. Композитное финансово-временное ограничение

1.3. Потребительский выбор: максимизация полезности при бюджетном ограничении

Поскольку личность реализует себя в труде, а труд представляет, по сути, целесообразную деятельность человека, можно рассматривать ценности общества как структуру, иерархию целей его индивидов. Тогда стоило бы было разумным охарактеризовать как систему ограничений, связанных с достижением этих целей. С этой точки зрения, логично рассматривать оптимизационные задачи на условный экстремум, являющиеся областью изучения микроэкономической теории, как основу формирования ценностно-стоимостной картины хозяйственной жизни общества. В этих задачах присутствует целевая функция определенного вида, например, в теории потребительского выбора — функция полезности, в теории поведения фирмы — производственная функция и т.д., а также ряд ограничений — бюджетное, или финансовое, межвременное, на неотрицательность переменных модели и т.п. В частности, в задаче поведения потребителя целью экономического агента является получение максимального удовлетворения от жизни, или повышение уровня благосостояния. При стремлении к этой цели потребитель сталкивается с денежным ограничением по располагаемому доходу. Таким образом, в неоклассических оптимизационных задачах заложены основы теорий ценности и стоимости. Ниже эти задачи будут рассмотрены более подробно.

Можно сформулировать следующие предпосылки индивидуального потребительского выбора. Потребители:

- являются рациональными;
- располагают полной информацией о состоянии рынка;
- воспринимают цены в качестве экзогенных параметров, заданных условиями функционирования рынка;
- располагают фиксированными денежными доходами;
- обладают неизменной во времени структурой предпочтений.

Данная теория опирается на важные информационные предпосылки. Мы полагаем наличие полноты информации хотя бы у одного хозяйствующего субъекта или у всех экономических агентов в совокупности. Другими словами, не допускается ситуация, когда массивы или элементы информации не доступны ни одному из субъектов в экономике. В данном исследовании будет использоваться еще более сильное предположение о полной рациональности всех экономических агентов. Тем самым исключается ограниченная рациональность. Под ограниченной рациональностью понимается отсутствие информации у субъекта о полном наборе возможных вариантов собственных поступков, а также действий остальных контрагентов и внешних сил, или же его незаинтересованность в использовании имеющейся информации в планировании своего поведения.

Рациональный потребитель, стремящийся максимизировать свое благосостояние, выбирает наиболее предпочтительный набор товаров из числа доступных ему. Такой выбор потребителя называется оптимальным или равновесным. Совершая оптимальный выбор, потребитель совмещает множество своих предпочтений с множеством своих бюджетных возможностей.

Задача потребительского выбора (прямая) представляет собой максимизацию полезности (1.1) в условиях ограниченных денежных ресурсов (1.18):

$$\begin{aligned} \max_{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0} U(x_1, x_2): \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq M. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Для решения задачи максимизации полезности следует составить функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = \lambda_0 U(x_1, x_2) - \lambda_1 (p_1 x_1 + p_2 x_2 - M), \quad (1.21)$$

где (λ_0, λ_1) – вектор множителей Лагранжа¹. Здесь мы предполагаем существование внутреннего оптимума, т.е. нежесткость ограничений по неотрицательности объемов потребляемых благ: $x_1 > 0, x_2 > 0$.

¹ С формальной точки зрения здесь следует ввести дополнительно множитель Лагранжа λ_0 при целевой функции полезности, чтобы учесть возможность ее незначимости,

Необходимыми для достижения экстремума являются условия: стационарности данной функции по объемам потребления товаров:

$$\begin{cases} \lambda_0 MU_1 = \lambda_1 p_1, \\ \lambda_0 MU_2 = \lambda_1 p_2; \end{cases}$$

дополняющей нежесткости:

$$\lambda_1 (p_1 x_1 + p_2 x_2 - M) = 0, p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq M;$$

а также неотрицательности множителей Лагранжа:

$$\lambda_0 \geq 0, \lambda_1 \geq 0.$$

При этом вектор множителей Лагранжа должен быть ненулевым.

С одной стороны, предположив, что $\lambda_1 = 0$, при предпосылке о ненасыщаемости потребления (1.2) из условий стационарности функции Лагранжа по количествам товаров в силу того, что предметом анализа выступают экономические блага ($p_i > 0$), получаем, что и $\lambda_0 = 0$, чего во внутреннем оптимуме не может быть, поскольку по необходимому условию экстремума вектор множителей Лагранжа является ненулевым. Тогда из условия дополняющей нежесткости следует, что бюджетное ограничение в точке оптимума выполняется в виде равенства (1.16), т.е. является активным.

С другой стороны, из условий стационарности функции Лагранжа по объемам экономических ($p_i > 0$) благ с учетом ненасыщаемости потребления (1.2) при $\lambda_0 = 0$ оказывается и $\lambda_1 = 0$, чего во внутреннем оптимуме не может быть, поскольку по необходимому условию экстремума вектор множителей Лагранжа является ненулевым. Таким образом, $\lambda_0 \neq 0$, и без ограничения общности его можно положить равным единице, или, что эквивалентно, поделить на него функцию (1.21), пронормировав тем самым вектор множителей Лагранжа:

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - M), \quad (1.22)$$

где $\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}$, причем, по доказанному, $\lambda > 0$.

Тогда необходимыми для максимизации полезности с учетом жесткого бюджетного ограничения (1.16) будут являться следующие условия стационарности функции Лагранжа по объемам потребления благ:

а значит отсутствия решения задачи (1.20), когда λ_0 оказывается нулевым (см. по этому поводу, в частности: Тихомиров В. М. Рассказы о максимумах и минимумах. — 2-е изд. М.: МЦНМО, 2006).

$$\begin{cases} MU_1 = \lambda p_1, \\ MU_2 = \lambda p_2. \end{cases} \quad (1.23)$$

Разделив в системе (1.23) первое равенство на второе, получаем, что потребитель оптимизирует свое поведение, когда отношение предельных полезностей товаров равняется отношению цен. Таким образом, с учетом выражения для предельной нормы замещения товаров (1.6) можно выписать обобщающее условие максимизации индивидуальной полезности:

$$MRS_{12} = - \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{U=\text{const}} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.24)$$

Экономический смысл этого равенства, выражающего условие равновесия потребителя в ординалистской теории, состоит в том, что соотношение, в котором потребитель согласен заменять один товар другим без изменения уровня своего удовлетворения, равно соотношению, в котором при заданных ценах товаров и фиксированном доходе потребитель способен заменять один товар другим.

Абсолютное значение углового коэффициента бюджетного ограничения — отношение цен (p_1 / p_2) — характеризует предельную норму замещения благ в обмене. Тангенс угла наклона касательной к кривой безразличия по модулю — это предельная норма замещения благ в потреблении. Она равна отношению предельных полезностей благ (1.6). Равенство предельных норм замещения в потреблении и обмене, когда отношение предельных полезностей товаров равняется отношению их цен (1.24), с учетом жесткого бюджетного ограничения (1.16) означает касание бюджетного ограничения и кривой безразличия в точке оптимума потребителя.

Максимизируя полезность, индивид переходит на все более удаленную от начала координат кривую безразличия до тех пор, пока эта кривая является для него доступной, т.е. имеет хотя бы одну общую точку с бюджетным множеством. Соответственно, оптимум потребителя находится на самой высокой из доступных кривых безразличия ($\bar{U}_2$ на рис. 1.16), т.е. в точке ее касания с бюджетным ограничением (точке E на рис. 1.16). Кривая безразличия $\bar{U}_3$ на рисунке 1.16 будет уже недоступной для потребителя.

1.3. Потребительский выбор: максимизация полезности при бюджетном ограничении

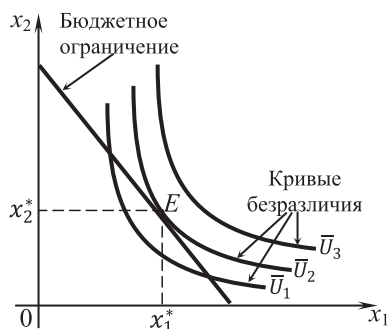


Рис. 1.16. Максимизация полезности потребителя при бюджетном ограничении

По-другому систему необходимых условий оптимального потребительского выбора (1.23), или эквимаржинальный принцип, можно оформить в виде так называемого второго закона Госсена, который утверждает, что прирост полезности от последней денежной единицы, израсходованной на каждый из товаров, должен быть одинаков:

$$\frac{MU_1}{p_1} = \frac{MU_2}{p_2} = \lambda. \quad (1.25)$$

Для случая произвольного числа (n) товаров второй закон Госсена будет иметь вид:

$$\frac{MU_1}{p_1} = \dots = \frac{MU_n}{p_n} = \lambda.$$

Выражение $MU_i = \lambda p_i, i = (1, \dots, n)$, показывает равенство предельных выгод (MU_i) и предельных затрат (λp_i) потребителя. Иначе говоря, за единицу товара потребитель платит ровно столько, сколько он и готов платить. Из данного соотношения видно, что предельная полезность может служить оценкой, с точностью до множителя λ , цены спроса на соответствующий товар.

В свою очередь коэффициент λ представляет собой отношение предельных выгод (MU_i) и затрат (p_i), связанных с потреблением дополнительной предельно малой единицы i -го блага.

Если индивид сталкивается с композитным финансово-временным бюджетным ограничением, то в условиях оптимума финансовое ограничение может оказаться нежестким, когда потребитель просто не успеет истратить все имеющиеся у него деньги (рис. 1.17).

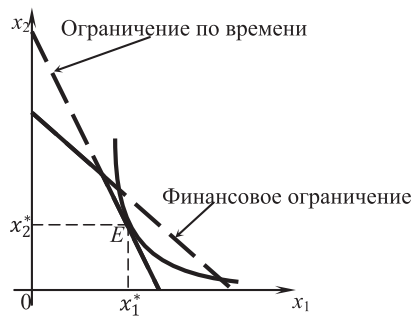


Рис. 1.17. Нежесткость финансового ограничения

Рассмотрим теперь, как с учетом особенностей формы кривых безразличия определяется оптимум потребителя, имеющего нестандартные предпочтения.

Пусть два блага, которые служат предметом потребительского выбора, представляют собой товары-субституты, и индивидуальные предпочтения имеют вид (1.8). Для линейной функции полезности угловой коэффициент касательной к кривой безразличия по модулю равен отношению констант α и β (1.9). Возможны три случая, в каждом из которых будет свой объем спроса на продукты.

Случай 1. Если $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{p_1}{p_2}$, или же, другими словами, $\frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}$, то угловой коэффициент кривой безразличия по абсолютному значению меньше углового коэффициента бюджетного ограничения, поэтому наблюдается угловое равновесие. В этом случае $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{M}{p_2}$ (рис. 1.18).

Случай 2. При $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{p_1}{p_2}$, т.е. $\frac{p_2}{\beta} > \frac{p_1}{\alpha}$, угловой коэффициент кривой безразличия по абсолютному значению больше углового коэффициента бюджетного ограничения, поэтому также наблюдается угловое равновесие. При этом $x_1 = \frac{M}{p_1}$, $x_2 = 0$ (рис. 1.19).

Случай 3. Если $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{p_1}{p_2}$, или же, в другой записи, $\frac{p_2}{\beta} = \frac{p_1}{\alpha}$, то угловой коэффициент кривой безразличия совпадает по абсолютному значению

1.3. Потребительский выбор: максимизация полезности при бюджетном ограничении

с угловым коэффициентом бюджетного ограничения, поэтому наблюдается неединственность равновесия (рис. 1.20), когда точки оптимума «за-
мещают» все бюджетное ограничение.

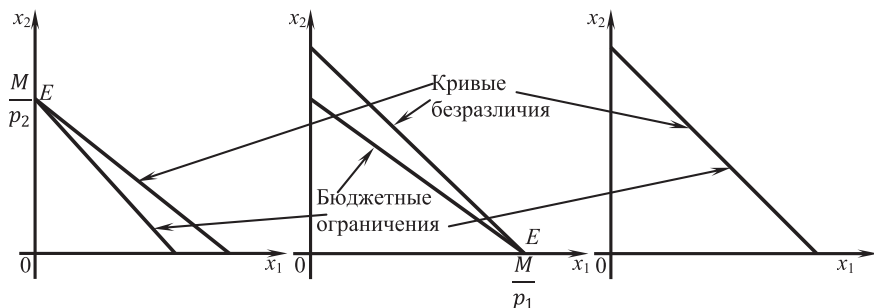


Рис. 1.18. Линейные
предпочтения:
краевой оптимум (случай 1)

Рис. 1.19. Линейные
предпочтения:
краевой оптимум (случай 2)

Рис. 1.20. Линейные
предпочтения:
множественный оптимум
(случай 3)

Очевидно, что при анализе потребительского выбора между совершенными субститутами предпосылка о наличии внутреннего оптимума в общем случае является нерелевантной. Поэтому оптимизационная задача (1.20), соответствующая взаимозаменяемым благам (1.8), требует отдельного, более детального анализа¹. Задача максимизации линейной функции полезности (1.8) при бюджетном ограничении имеет вид:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} U &= \max_{x_1, x_2} (\alpha x_1 + \beta x_2): \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 &\leq M, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Перепишем данную задачу в канонической постановке, когда целевая функция минимизируется:

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2} (-U) &= \min_{x_1, x_2} (-\alpha x_1 - \beta x_2): \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 &\leq M, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Функция Лагранжа будет выглядеть так:

$$\mathcal{L} = -\lambda_0 (\alpha x_1 + \beta x_2) + \lambda_1 (p_1 x_1 + p_2 x_2 - M) - \lambda_2 x_1 - \lambda_3 x_2. \quad (1.28)$$

¹ См.: Антипина О. Н., Вереникин А. О. Микроэкономика продвинутого уровня. Учебное пособие. 2-е изд. М.: Кнорус, 2021. С. 36-39.

Необходимые условия связанного минимума в задаче (1.27), или условного максимума полезности (1.26), включают:

- стационарность функции Лагранжа (1.28) по искомым переменным — объемам потребления товаров:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = -\lambda_0 \alpha + \lambda_1 p_1 - \lambda_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = -\lambda_0 \beta + \lambda_1 p_2 - \lambda_3 = 0; \end{cases} \quad (1.29)$$

- условия дополняющей нежесткости:

$$\begin{cases} \lambda_1 (p_1 x_1 + p_2 x_2 - M) = 0, \\ \lambda_2 x_1 = 0, \\ \lambda_3 x_2 = 0; \end{cases} \quad (1.30)$$

- неотрицательность множителей Лагранжа: $\lambda_i \geq 0, i = 0, 1, 2, 3$; причем вектор множителей Лагранжа должен быть ненулевым: $(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \neq 0$.

Пусть $\lambda_0 = 0$, тогда в силу (1.29):

$$\begin{cases} \lambda_1 p_1 = \lambda_2, \\ \lambda_1 p_2 = \lambda_3; \end{cases}$$

а значит, по условиям дополняющей нежесткости (1.30):

$$\begin{cases} \lambda_1 (p_1 x_1 + p_2 x_2 - M) = 0, \\ \lambda_1 p_1 x_1 = 0, \\ \lambda_1 p_2 x_2 = 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \lambda_1 (p_1 x_1 + p_2 x_2 - M) = 0, \\ \lambda_1 (p_1 x_1 + p_2 x_2) = 0. \end{cases}$$

Если $\lambda_1 = 0$, то и $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_0 = 0$, чего не может быть.

Если же

$$\begin{cases} p_1 x_1 + p_2 x_2 - M = 0, \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = 0, \end{cases}$$

то $M = 0$, чего также не может быть ($M = 0$).

Следовательно, $\lambda_0 \neq 0$, и без ограничения общности можно положить $\lambda_0 = 1$. Тогда (1.29) принимает вид:

$$\begin{cases} -\alpha + \lambda_1 p_1 - \lambda_2 = 0, \\ -\beta + \lambda_1 p_2 - \lambda_3 = 0. \end{cases} \quad (1.31)$$

Пусть $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$; тогда $\alpha = \beta = 0$, что невозможно по условиям задачи. Если $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_3 > 0$, то $x_2 = 0$ и $\alpha = 0$, чего не может быть. При $\lambda_1 = \lambda_3 = 0, \lambda_2 > 0$, оказывается, что $x_1 = 0$ и $\beta = 0$, что также исключается. В случае $\lambda_1 = 0, \lambda_2 > 0, \lambda_3 > 0$, система (1.31) вырождается:

$$\begin{cases} \lambda_2 = -\alpha, \\ \lambda_3 = -\beta. \end{cases}$$

Но это подразумевает $\lambda_2 \geq 0$ и $\lambda_3 \geq 0$, что противоречит гипотезе, высказанной выше. Таким образом, рассуждения, проделанные выше, показывают, что $\lambda_1 > 0$.

Случай положительности всех множителей Лагранжа ($\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \lambda_3 > 0$) приводит к противоречию:

$$\begin{cases} x_1 = x_2 = 0, \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = M, \end{cases}$$

и тем самым исключается.

Предположим, что $\lambda_1 > 0, \lambda_2 = \lambda_3 = 0$. Тогда:

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} = \frac{p_1}{p_2}, \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = M, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Следовательно, если угловые коэффициенты линии безразличия и бюджетного ограничения совпадают по абсолютному значению, например, при $p_2 = p_2^1$, как показано на рисунке 1.20, то наблюдается неединственность равновесия. В этом случае величины спроса на x_1 и x_2 задаются уравнением бюджетного ограничения. При этом x_2 может при-

нимать любые значения между 0 и $\frac{M}{p_2}$, тогда как $x_1 = \frac{M}{p_1} - \frac{p_2^1}{p_1} x_2$ (случай 3).

В случае, когда $\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 > 0$, из условий дополняющей нежесткости (1.30) следует $x_2 = 0$ и выполнение в виде равенства бюджетного

ограничения, а значит, $x_1 = \frac{M}{p_1}$ (случай 2). Возникает краевой оптимум,

когда угловой коэффициент линии безразличия по абсолютному значе-

нию больше тангенса угла наклона бюджетного ограничения $\left(\frac{\alpha}{\beta} > \frac{p_1}{p_2}, \text{ или } \frac{p_2}{\beta} > \frac{p_1}{\alpha}\right)$. Например, при $p_2 = p_2^2$ это будет точка E_1 (рис. 1.19).

Если $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \lambda_3 = 0$, то из условий дополняющей нежесткости (1.30) получается, что $x_1 = 0$, и, поскольку в данном случае бюджетное

ограничение становится равенством, $x_2 = \frac{M}{p_2}$ (случай 1). Наблюдается

краевой оптимум, когда угловой коэффициент линии безразличия по абсолютному значению меньше тангенса угла наклона бюджетного огра-

ничения $\left(\frac{\alpha}{\beta} < \frac{p_1}{p_2}, \text{ или } \frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}\right)$. Например, при $p_2 = p_2^3$ это будет точка E_2

(рис. 1.18).

Допустим, что потребитель использует два совершенно комплементарных товара в фиксированных пропорциях, т.е. его полезность имеет леонтьевский вид (1.10). Совершенные комплементы всегда, независимо от соотношений цен и размера дохода потребителя, будут входить в оптимальный набор в фиксированных пропорциях, соответствующих вершине прямого угла линии безразличия (рис. 1.21), которая характеризуется равенством (1.11). Оптимальный потребительский набор при заданном бюджетном ограничении (1.16) будет соответствовать наиболее отдаленной от начала координат линии безразличия (рис. 1.21).

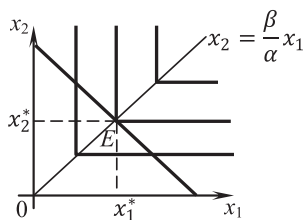


Рис. 1.21. Потребительский оптимум при совершенно комплементарных благах

Для товарных наборов, состоящих из блага и нейтрального товара (рис. 1.22), а также блага и антиблага (рис. 1.23), равновесие потребителя будет складываться в положении краевого оптимума, который будет соответствовать точке E , принадлежащей линии бюджетного ограничения и наивысшей кривой безразличия.

1.3. Потребительский выбор: максимизация полезности при бюджетном ограничении

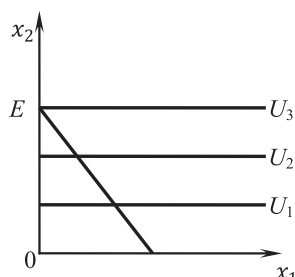


Рис. 1.22. Краевой оптимум потребителя для блага и нейтрального товара

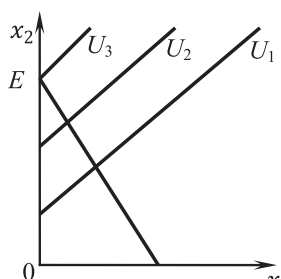


Рис. 1.23. Краевой оптимум потребителя для блага и антиблага

Особым случаем потребительского выбора являются квазилинейные предпочтения, описываемые функцией полезности вида (1.15). Рассчитаем предельную норму замещения между товарами:

$$MRS_{12} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{f'(x_1)}{k} = \varphi(x_1) = \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.32)(1.32)$$

В данной ситуации оптимальный объем потребления первого товара при наличии внутреннего оптимума может быть определен без учета величины дохода, только лишь на основе выражения для предельной нормы замещения:

$$x_1^* = \varphi^{-1}\left(\frac{p_1}{p_2}\right). \quad (1.33)$$

Рисунок 1.24 иллюстрирует оптимальный объем первого товара, соответствующий точкам E_1 , E_2 , E_3 и не зависящий от уровня дохода индивидуума. Величина дохода при этом имеет значение при определении объема потребления второго блага:

$$x_2^* = \frac{M}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1^* = \frac{M}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \varphi^{-1}\left(\frac{p_1}{p_2}\right). \quad (1.34)$$

При квазилинейных предпочтениях возможно также существование краевых оптимумов. Если $MRS_{12} = \varphi(x_1) < \frac{p_1}{p_2}$, то $x_1^* = 0$, и весь доход потребителя расходуется только на потребление второго товара (точка E_4 на рис. 1.24). Наоборот, в ситуации, когда $MRS_{12} = \varphi(x_1) > \frac{p_1}{p_2}$, или, что эквивалентно, $\varphi^{-1}\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \geq \frac{M}{p_1}$, индивидиум полностью откажется от потребления второго блага ($x_2^* = 0$) и направит весь свой доход на покупку первого товара: $x_1^* = \frac{M}{p_1}$ (точка E_5 на рис. 1.24).

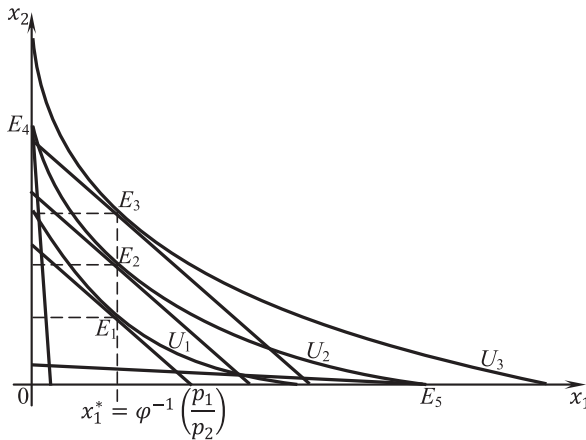


Рис. 1.24. Внутренние и краевые оптимумы при квазилинейных предпочтениях

1.4. Индивидуальный и рыночный спрос

Решение потребителя относительно оптимального набора товаров зависит от его предпочтений, цен товаров и дохода. Вариациями решения задачи (1.20) потребительского выбора по параметрам цен и дохода по-

ребителя являются индивидуальные функции маршаллианского (или некомпенсированного) спроса:

$$x_1 = x_1^m(p_1, p_2, M), x_2 = x_2^m(p_1, p_2, M). \quad (1.35)$$

Данные функции являются однородными нулевой степени по ценам и доходу потребителя:

$$x_i^m(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha M) = x_i^m(p_1, p_2, M), i = 1, 2. \quad (1.36)$$

Действительно, в силу однородности нулевой степени бюджетного ограничения (1.19), изменение цен на товары и дохода потребителя в одной и той же пропорции (в α раз) никак не повлияет на бюджетное ограничение. Следовательно, и решение задачи максимизации полезности, т.е. значение функции маршаллианского спроса, сохранится неизменным.

С точки зрения потребительского выбора индивидуальный (некомпенсированный) спрос на товар (в узком смысле) представляет собой зависимость его оптимального объема как решения задачи максимизации полезности от цены данного блага. Индивидуальная функция спроса выводится на основе линии «цена–потребление», которая соединяет множество оптимальных потребительских наборов, возникающих при изменении цены одного из благ и постоянстве дохода и предпочтений потребителя. С теоретической точки зрения кривая «цена–потребление» и кривая спроса – это лишь два различных способа отражения динамики величины покупаемого количества товара в результате изменения цены при прочих равных условиях.

В частности, на рисунке 1.25 при снижении цены второго товара бюджетное ограничение поворачивается по часовой стрелке из положения 1 в положение 2 вокруг точки пересечения с осью первого блага. При этом оптимум потребителя перемещается из точки E_1 в точку E_2 . Совокупность всех таких оптимальных наборов в координатах потребляемых благ (x_1 и x_2), соответствующих всевозможным уровням цены второго блага при фиксированной цене первого, задает линию «цена–потребление». В координатах цены p_2 и объема потребления товара x_2 с ней сопряжен график функции спроса на второе благо, который образуют всевозможные сочетания между величиной спроса, зафиксированной на кривой «цена–потребление», и соответствующим ей уровнем рыночной цены на данный товар. Построенная таким образом на смежном по отношению к линии «цена–потребление» графике кривая индивидуального маршаллианского спроса, как правило, отражает действие так называемого закона спроса – убывающую зависимость объема потребления товара от уровня рыночной цены, когда потребитель покупает большее количество товара

по низкой цене и меньшее количество товара по высокой цене при прочих равных условиях.

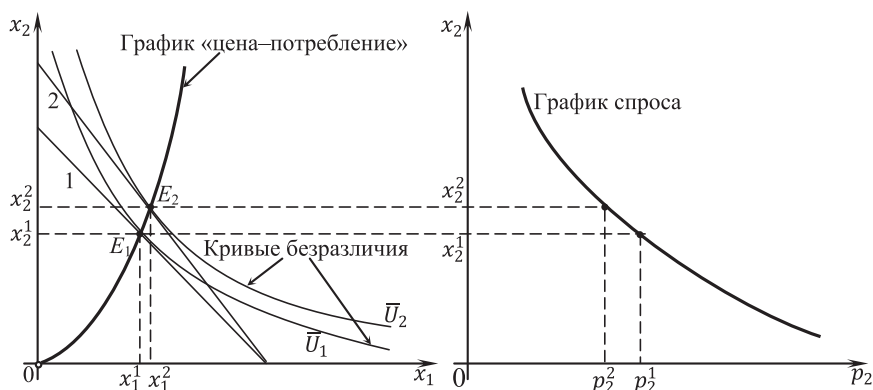


Рис. 1.25. Выведение функции спроса по Маршаллу

Обратим внимание на то, что в случае выпуклых предпочтений при небольшом изменении цен, отражаемом поворотом бюджетного ограничения, точка оптимума потребителя изменится на малую величину, т.е. решение задачи максимизации полезности при бюджетном ограничении (1.20) является устойчивым, а соответствующая функция спроса по Маршаллу — непрерывной по ценам товаров.

Приведем примеры вывода функций маршаллианского спроса.

Допустим, что предпочтения потребителя описываются так называемой функцией Стоуна–Джери¹:

$$U(x_1, x_2) = (x_1 - a)^c (x_2 - b)^d, x_1 \geq a, x_2 \geq b, \quad (1.37)$$

где (a, b) — это некоторый прожиточный минимум, $c > 0$ и $d > 0$ — постоянные коэффициенты.

Предпочтения Стоуна–Джери (1.37), предполагающие наличие потребительского минимума (a, b) , представляют собой обобщение функции полезности Кобба–Дугласа (1.7), для которой $a = b = 0$.

Задача потребительского выбора (1.20) при функции полезности Стоуна–Джери будет выглядеть так:

¹ Geary R. C. A note on «a constant-utility index of the cost of living» // Review of economic studies. 1949–1950. Vol. 18. Part 1. № 45; Stone R. Linear expenditure systems and demand analysis // Economic journal. 1954. Vol. 64. № 255; Stone R. Quantity and price indexes in national accounts. Paris: OEEC, 1956.

$$\max_{x_1, x_2} \left((x_1 - a)^c (x_2 - b)^d \right):$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = M.$$

Выпишем функцию Лагранжа для данной задачи:

$$\mathfrak{L} = (x_1 - a)^c (x_2 - b)^d - \lambda (p_1 x_1 + p_2 x_2 - M).$$

Условия равенства нулю частных производных лагранжиана по переменным x_1, x_2 с учетом выражения для функции полезности (1.37) можно записать так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x_1} &= c(x_1 - a)^{c-1} \cdot (x_2 - b)^d - \lambda p_1 = \\ &= \frac{c(x_1 - a)^{c-1} \cdot (x_2 - b)^d}{x_1 - a} - \lambda p_1 = \frac{cU(x_1, x_2)}{x_1 - a} - \lambda p_1 = 0, \\ \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial x_2} &= d(x_1 - a)^c \cdot (x_2 - b)^{d-1} - \lambda p_2 = \\ &= \frac{d(x_1 - a)^c \cdot (x_2 - b)^{d-1}}{x_2 - b} - \lambda p_2 = \frac{dU(x_1, x_2)}{x_2 - b} - \lambda p_2 = 0. \end{aligned}$$

Получаем следующие выражения для оптимальных объемов потребления товаров:

$$x_1 = a + \frac{cU(x_1, x_2)}{\lambda p_1}, x_2 = b + \frac{dU(x_1, x_2)}{\lambda p_2}.$$

Домножим левые и правые части последних двух равенств на цены, соответственно, первого и второго товаров и сложим почленно полученные соотношения:

$$M = p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 a + p_2 b + \frac{(c+d)U(x_1, x_2)}{\lambda}.$$

Выражая отношение $U(x_1, x_2)/\lambda$ и подставляя его в предпоследние два равенства, приходим к искомым функциям спроса по Маршаллу для предпочтений Стоуна–Джери:

$$x_1^m = a + \frac{c(M - p_1 a - p_2 b)}{(c+d)p_1}, x_2^m = b + \frac{d(M - p_1 a - p_2 b)}{(c+d)p_2}. \quad (1.38)$$

Доход и цена комплементарного товара здесь представляют собой не-ценовые факторы спроса.

Частным случаем функций спроса (1.38) при $a = b = 0$ являются зависимости, соответствующие предпочтениям Кобба–Дугласа (1.7):

$$x_1^m = \frac{cM}{(c+d)p_1}, x_2^m = \frac{dM}{(c+d)p_2}. \quad (1.39)$$

В частности, для функции полезности $U = \sqrt{x_1 x_2}$ функции маршаллианского спроса будут иметь вид:

$$x_1^m = \frac{M}{2p_1}, x_2^m = \frac{M}{2p_2}. \quad (1.40)$$

Можно отметить, что реализация механизма потребительского выбора применительно к предпочтениям Кобба–Дугласа имеет своим результатом фиксированные доли расходов на каждое из благ:

$$p_1 x_1 = \frac{c}{(c+d)} M, p_2 x_2 = \frac{d}{(c+d)} M, \text{ что позволяет адекватно охарактери-}$$

зовать потребление агрегированных групп товаров (продуктов питания, одежды, жилья, бытовой техники и т. д.).

Обратим внимание на то, что в функциях спроса на каждое из данных благ отсутствует зависимость от цены другого товара. Таким образом, предпочтения Кобба–Дугласа (1.7) описывают потребление так называемых независимых товаров. Линия «цена–потребление» на первый и второй товар при функции полезности Кобба–Дугласа в координатах $X_2 O X_1$ будет представлять собой, соответственно, горизонтальную либо вертикальную прямую, проведенную на уровне потребления другого блага (рис. 1.26).

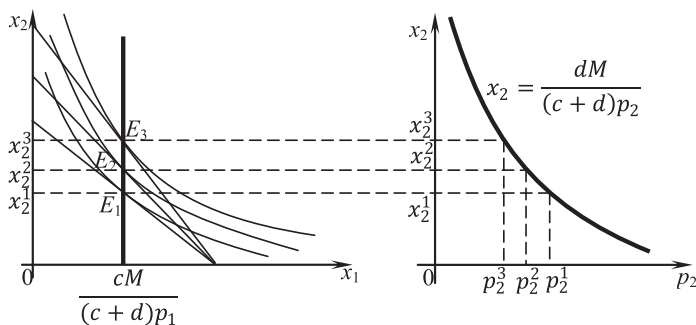


Рис. 1.26. Графики «цена–потребление» и спроса по Маршаллу для функции полезности Кобба–Дугласа

Рассмотрим теперь случай линейных предпочтений (1.8). Обратимся к трем случаям потребительского оптимума для совершенных субститутов, проанализированных выше, в параграфе 1.3. В первом случае, при

$\frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}$, $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{M}{p_2}$ (рис. 1.18). Во втором случае, при $\frac{p_2}{\beta} > \frac{p_1}{\alpha}$, $x_1 = \frac{M}{p_1}$, $x_2 = 0$ (рис. 1.19). Наконец, в третьем случае, при $\frac{p_2}{\beta} = \frac{p_1}{\alpha}$, величины спроса

на x_1 и x_2 задаются уравнением бюджетного ограничения (1.16). x_1 может принимать любые значения между 0 и $\frac{M}{p_1}$, тогда как $x_2 = \frac{M}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$.

Итак, для линейной функции полезности спрос по Маршаллу будет состоять из трех участков (рис. 1.27):

$$x_1^m = t \frac{M}{p_1}, x_2^m = (1-t) \frac{M}{p_2}, \text{ где } \begin{cases} t = 1 \text{ при } \frac{p_2}{\beta} > \frac{p_1}{\alpha}, \\ t = 0 \text{ при } \frac{p_1}{\alpha} > \frac{p_2}{\beta}, \\ t \in [0,1] \text{ при } \frac{p_2}{\beta} = \frac{p_1}{\alpha}. \end{cases} \quad (1.41)$$

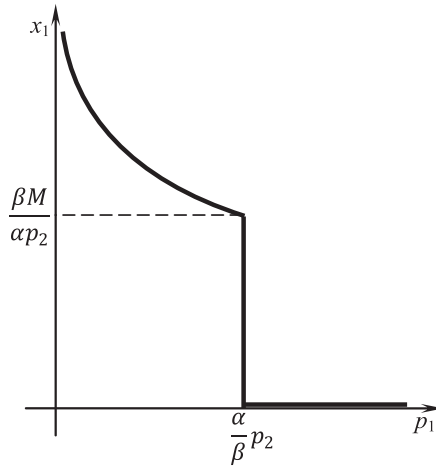


Рис. 1.27. График функции спроса по Маршаллу для совершенных субститутов

Для леонтьевской функции полезности, описывающей потребление совершенно комплементарных благ (1.10), оптимальная корзина товаров всегда принадлежит лучу (1.11). Данный луч — это график «цена—потребление» и одновременно «доход—потребление» (рис. 1.36). Значит,

$$M = \frac{x_1(\alpha p_1 + \beta p_2)}{\alpha}, \text{ откуда получаем функции спроса по Маршаллу на пер-}$$

вый и второй товары:

$$x_1^m = \frac{\alpha M}{\alpha p_1 + \beta p_2}, \quad x_2^m = \frac{\beta M}{\alpha p_1 + \beta p_2}. \quad (1.42)$$

Выведем теперь функции спроса по Маршаллу для функции полезности CES (1.13) при $a = b = \gamma = 1$. Задача максимизации полезности данного типа при бюджетном ограничении (1.20) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} : \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = M. \end{aligned}$$

Выпишем функцию Лагранжа для данной задачи:

$$\mathcal{L} = (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} + \lambda (M - p_1 x_1 - p_2 x_2).$$

Необходимые условия максимизации данной функции полезности при бюджетном ограничении (1.23) имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= \frac{1}{\varphi} (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} \cdot \varphi x_1^{\varphi-1} - \lambda p_1 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= \frac{1}{\varphi} (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} \cdot \varphi x_2^{\varphi-1} - \lambda p_2 = 0; \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_1^{\varphi-1} &= \lambda p_1, \\ (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_2^{\varphi-1} &= \lambda p_2. \end{aligned}$$

С учетом выражения функции полезности условия оптимальности по x_1 и x_2 можно переписать так:

$$x_1 = (\lambda p_1)^{\frac{1}{\varphi-1}} (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} = U \cdot \lambda^{\frac{1}{\varphi-1}} p_1^{\frac{1}{\varphi-1}},$$

1.4. Индивидуальный и рыночный спрос

$$x_2 = (\lambda p_2)^{\frac{1}{\varphi-1}} (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} = U \cdot \lambda^{\frac{1}{\varphi-1}} p_2^{\frac{1}{\varphi-1}}.$$

Домножая на цену и суммируя по всем товарам, с учетом жесткости бюджетного ограничения (1.16) получаем выражение:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = U \cdot \lambda^{\frac{1}{\varphi-1}} \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right) = M,$$

т.е.

$$U \cdot \lambda^{\frac{1}{\varphi-1}} = \frac{M}{\left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)}.$$

Подставляя в условия оптимальности по x_1 и x_2 , получаем функции спроса по Маршаллу:

$$x_1^m = \frac{M}{p_1^{\frac{1}{1-\varphi}} \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)}, x_2^m = \frac{M}{p_2^{\frac{1}{1-\varphi}} \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)}. \quad (1.43)$$

Данную функцию маршаллианского спроса можно переписать, используя показатель эластичности замещения между продуктами $\delta = \frac{1}{1-\varphi}$:

$$x_1^m = \frac{M}{p_1^\delta (p_1^{1-\delta} + p_2^{1-\delta})}, x_2^m = \frac{M}{p_2^\delta (p_1^{1-\delta} + p_2^{1-\delta})}.$$

Особый вид функции маршаллианского спроса имеют при квазилинейных предпочтениях (1.15). В таком случае, как было показано выше, в параграфе 1.3, в ситуации внутреннего оптимума функция спроса по Маршаллу на первый товар может быть получена без учета бюджетного ограничения, только лишь на основе выражения для предельной нормы замещения (1.33). При этом величина дохода имеет значение при определении объема потребления только второго блага (1.34). Кроме того, воз-

можны краевые оптимумы при $\varphi(x_1) \leq \frac{p_1}{p_2}$ (рис. 1.24).

Таким образом, спрос по Маршаллу при квазилинейных предпочтениях (1.15) имеет вид (рис. 1.28–1.29):

$$x_1^m = \begin{cases} 0 & \text{при } \varphi(x_1) < \frac{p_1}{p_2}, \\ \varphi^{-1}\left(\frac{p_1}{p_2}\right), & \\ \frac{M}{p_1} & \text{при } \varphi(x_1) > \frac{p_1}{p_2}; \end{cases} \quad x_2^m = \begin{cases} \frac{M}{p_2} & \text{при } \varphi(x_1) < \frac{p_1}{p_2}, \\ \frac{M}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \varphi^{-1}\left(\frac{p_1}{p_2}\right), & \\ 0 & \text{при } \varphi(x_1) > \frac{p_1}{p_2}. \end{cases} \quad (1.44)$$

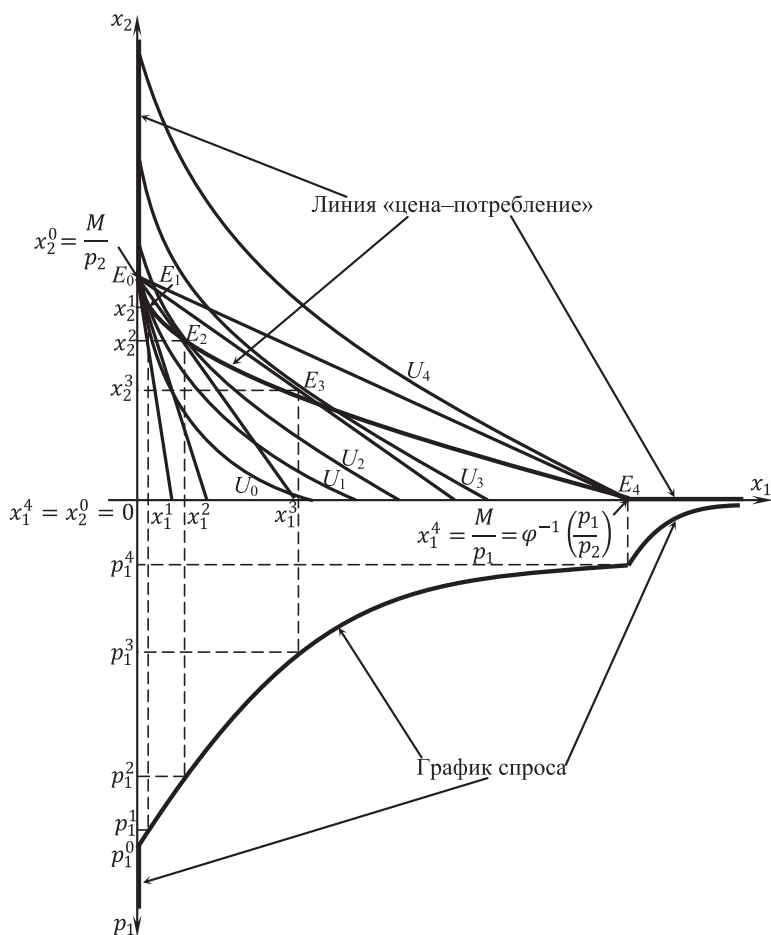


Рис. 1.28. Графики «цена–потребление» и спроса на первый товар при квазилинейных предпочтениях

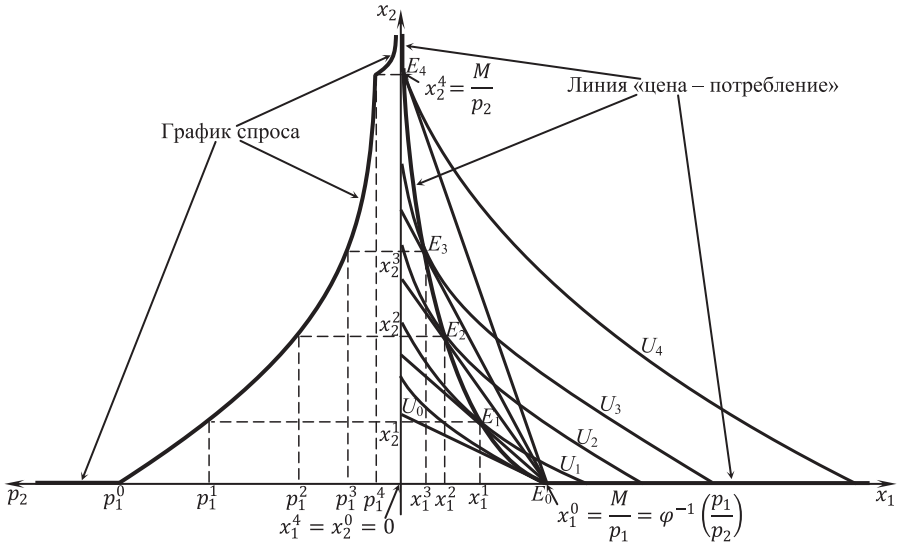


Рис. 1.29. Графики «цена–потребление» и спроса на второй товар при квазилинейных предпочтениях

Например, если предпочтения потребителя описываются квазилинейной функцией полезности: $U = \sqrt{x_1} + x_2$, то эквимаргинальное условие (1.32) будет выглядеть так:

$$MRS_{12} = \frac{1}{2\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2},$$

т.е.

$$x_1 = \left(\frac{p_2}{2p_1} \right)^2.$$

Следовательно, $\lim_{p_1 \rightarrow \infty} x_1 = 0$, а значит, для данной функции полезности в выражениях функций спроса (1.44) возможны только случаи $\varphi(x_1) \geq \frac{p_1}{p_2}$.

Очевидно, что при $\varphi(x_1) = \frac{1}{2\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2}$, когда потребитель будет покупать некоторое количество второго блага, т.е. в соответствии с (1.34)

$x_2 = \frac{M}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1} > 0$, выполняется неравенство $p_1 > \frac{p_2^2}{4M}$. В противном слу-

чае, при $p_2 \geq 2\sqrt{Mp_1}$, потребитель отказывается от покупок второго товара ($x_2 = 0$), и весь доход будет израсходован на покупку первого товара:

$$x_1 = \frac{M}{p_1}.$$

Таким образом, функции спроса по Маршаллу (1.44) для данной квазилинейной функции полезности принимают вид (рис. 1.30):

$$x_1^m = \begin{cases} \left(\frac{p_2}{2p_1}\right)^2 & \text{при } p_1 > \frac{p_2^2}{4M}, \\ \frac{M}{p_1} & \text{при } p_1 \leq \frac{p_2^2}{4M}; \end{cases} \quad x_2^m = \begin{cases} \frac{M}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1} & \text{при } p_2 < 2\sqrt{Mp_1}, \\ 0 & \text{при } p_2 \geq 2\sqrt{Mp_1}. \end{cases} \quad (1.45)$$

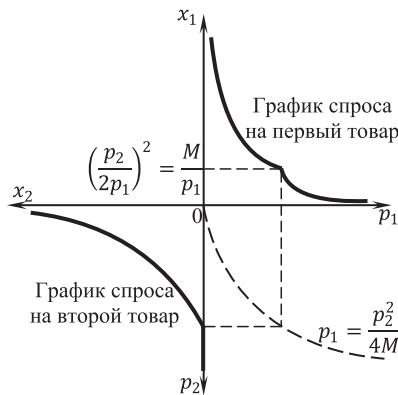


Рис. 1.30. Графики маршаллианского спроса для квазилинейных предпочтений: пример

Важной характеристикой функции (маршаллианского) спроса является его (прямая) ценовая эластичность — показатель интенсивности реакции величины спроса на данное благо в ответ на изменение его цены, который может быть посчитан, в том числе, как отношение дифференци-

ала логарифма объема спроса $\left(d \ln x_i = \frac{dx_i}{x_i}\right)$ к дифференциалу логарифма цены $\left(d \ln p_i = \frac{dp_i}{p_i}\right)$:

$$E_{p_i}^{d_i} = \frac{dx_i}{dp_i} \frac{p_i}{x_i} = \frac{dx_i}{x_i} / \frac{dp_i}{p_i} = \frac{d \ln x_i}{d \ln p_i}.$$

Обратим внимание на то, что эластичность некоторой функции $y = f(x)$ в точке (x_0, y_0) , где $y_0 = f(x_0)$, по абсолютному значению равна отношению отрезков касательной к графику функции от точки касания до ее пересечения с осью ординат и осью абсцисс¹. В частности, для убывающей функции, например, маршаллианского спроса при выполнении «закона спроса», иллюстрация данного факта приведена на ри-

сунке 1.31. Действительно, поскольку $Ax_0 = \frac{Cx_0}{\operatorname{tg} \alpha}$ и $\operatorname{tg} \alpha = -f'(x_0)$, постольку $Ax_0 = \frac{y_0}{-f'(x_0)}$. В силу подобия треугольников $\triangle CBx_0 \sim \triangle CAx_0$ получаем следующую цепочку равенств: $\frac{BE}{AE} = \frac{CE}{AD} = \frac{0D}{AD} = \frac{x_0}{\frac{y_0}{-f'(x_0)}} = -\frac{f'(x_0)x_0}{y_0} = -E_x^y$, т.е. $E_x^y = -\frac{BE}{AE}$, что и требовалось доказать.

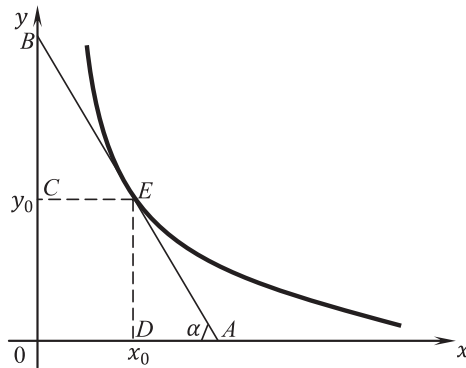


Рис. 1.31. Графическая иллюстрация эластичности убывающей функции

Наряду с ценой, существуют и другие факторы, влияющие на спрос потребителя на то или иное благо. Изменения величины спроса на то-

¹ Отметим также фундаментальное свойство показателя эластичности произвольной функции $y = f(x)$ $\left(E_x^y = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y}\right)$, заключающееся в том, что это – безразмерная величина, значение которой не зависит от того, в каких единицах измерены переменные y и x : $E_{ax}^{by} = \frac{d(by)}{d(ax)} \cdot \frac{ax}{by} = \frac{bdy}{adx} \cdot \frac{ax}{by} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y} = E_x^y$.

вар в зависимости от представлений потребителя о его качестве были известны еще в XIX в. Исследование этого явления связано в первую очередь с работами Э. Энгеля¹. В конце прошлого века он изучал влияние изменений в доходах семей рабочих на структуру их расходов. Важное значение при этом имеет эластичность спроса по доходу — показатель, характеризующий процентное изменение величины спроса на некоторое благо по отношению к изменению величины дохода потребителя, измеренному в процентах:

$$E_M^{d_i} = \frac{dx_i}{dM} \cdot \frac{M}{x_i}.$$

Соотношение между эластичностями спроса по доходу для различных товаров, входящих в потребительскую корзину, отражено в законе Энгеля. Сформулируем и докажем этот закон, предварительно проведя некоторые формальные преобразования бюджетного ограничения потребителя. Прежде всего отметим, что полный дифференциал дохода и расходов потребителя имеет вид:

$$dM = p_1 dx_1 + p_2 dx_2. \quad (1.46)$$

Полная производная бюджетного ограничения по величине дохода будет единичной:

$$\frac{dM}{dM} = p_1 \frac{dx_1}{dM} + p_2 \frac{dx_2}{dM} = 1. \quad (1.47)$$

Разделив и домножив каждое слагаемое в середине данного равенства на объем потребления соответствующего товара, а также на величину дохода индивида:

$$\frac{p_1 x_1}{M} \frac{M dx_1}{x_1 dM} + \frac{p_2 x_2}{M} \frac{M dx_2}{x_2 dM} = 1,$$

получаем закон Энгеля, который утверждает, что сумма по всем товарам эластичностей спроса по доходу потребителя, взвешенных по долям рас-

ходов $\left(\rho_i = \frac{p_i x_i}{M} \right)$ на соответствующий товар ($i = 1, 2$), равна единице:

$$\rho_1 E_M^{d_1} + \rho_2 E_M^{d_2} = 1. \quad (1.48)$$

¹ Эрнест Энгель (1821–1896) — немецкий статистик.

Товар называется нормальным, если спрос на него растет с увеличением доходов покупателей. Товар называется инфериорным, или худшим, если спрос на него снижается с ростом доходов потребителей. Для нормальных благ эластичность спроса по доходу является величиной положительной, а для инфериорных — отрицательной. Из закона Энгеля вытекает, что если один из товаров в потребительской корзине является инфериорным, то другой обязательно представляет собой нормальное благо.

Закон Энгеля легко распространяется на случай произвольного количества (n) товаров в потребительской корзине:

$$\sum_{i=1}^n p_i E_M^{d_i} = 1. \quad (1.49)$$

В современной экономической теории активно используются так называемые индивидуальные кривые Энгеля, показывающие зависимость между изменением дохода потребителя и величиной его индивидуального спроса на товар при неизменных ценах и постоянных предпочтениях.

Обратим внимание на то, что для произвольной возрастающей зависимости $y = f(x)$ остается в силе графическая иллюстрация коэффициента эластичности, рассчитанного в точке (x_0, y_0) , где $y_0 = f(x_0)$, как равенства по абсолютной величине отношения отрезков касательной к графику функции от точки касания до ее пересечения с осью ординат и осью абсцисс (рис. 1.32–1.33). Действительно, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{ED}{AD} = f'(x_0)$;

$$AD = \frac{ED}{f'(x_0)} = \frac{y_0}{f'(x_0)}; \Delta EBC \sim \Delta AED, \text{ а значит,}$$

$$\frac{BE}{AE} = \frac{CE}{AD} = \frac{x_0}{\frac{y_0}{f'(x_0)}} = \frac{f'(x_0)x_0}{y_0} = E_x^y.$$

В частности, данный вывод справедлив применительно к функции Энгеля для нормальных благ.

Следует отметить, что для строго вогнутой возрастающей функции, график которой проходит через начало координат ($f(0) = 0$) (рис. 1.32), $BE < AE$, а значит, $E_x^y < 1$. Для строго выпуклой возрастающей функции, для которой характерно свойство $f(0) = 0$ (рис. 1.33), наоборот, $BE > AE$, следовательно, $E_x^y > 1$. Эластичность линейной возрастающей функции, график которой проходит через начало координат, будет равна единице.

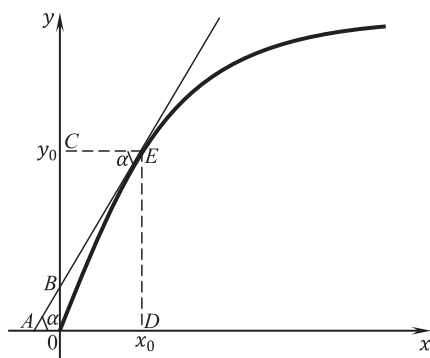


Рис. 1.32. Графическая иллюстрация эластичности строго вогнутой возрастающей функции ($f(0) = 0$)

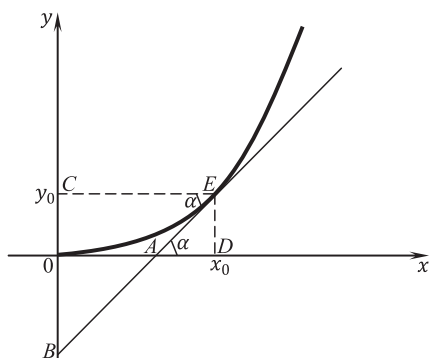


Рис. 1.33. Графическая иллюстрация эластичности строго выпуклой возрастающей функции ($f(0) = 0$)

Функция Энгеля выводится с помощью линии «доход–потребление», которая представляет собой множество оптимальных потребительских корзин, возникающих при вариации дохода покупателя (при постоянных ценах). При этом кривые Энгеля строятся в координатах доход – количество, где на одной оси фиксируются уровни дохода, а на другой – соответствующие каждому уровню дохода величины спроса на товар.

Очевидно, что в результате изменения дохода будет меняться и положение равновесия потребителя. Если первоначально при доходе M_1 оптимальным потребительским набором был набор E_1 на кривой безразличия U_1 , то в результате увеличения размера дохода до M_2 потребитель сможет приобрести такие наборы, которые раньше себе не мог позволить. Рациональный потребитель, естественно, совершит выбор, улучшающий его благосостояние, и отдаст предпочтение тому набору, который удовлетворяет его бюджетному ограничению и принадлежит наиболее высокой из доступных кривых безразличия – набору E_2 на кривой U_2 (рис. 1.34). При дальнейшем росте дохода потребитель будет продолжать пересматривать свои оптимальные решения и повышать свое благосостояние, расходуя весь свой доход на наборы, принадлежащие более высоким кривым безразличия. Соединяя все точки равновесия на карте кривых безразличия, которые соответствуют различным величинам дохода, получаем кривую «доход–потребление», показывающую, как меняется потребительский набор под влиянием изменения дохода.

Вид кривой «доход–потребление» позволяет сделать важные выводы относительно категории товаров, входящих в потребительский набор.

Если потребитель считает товар нормальным, то с ростом дохода будет увеличиваться величина его индивидуального спроса на этот товар. Поэтому линия «доход—потребление» при наличии двух нормальных товаров в потребительской корзине представляет собой возрастающую зависимость между объемами потребления данных благ (рис. 1.34). Для удобства иллюстрации зависимости индивидуального спроса от дохода для обоих благ одновременно на рисунке 1.34 график потребительского выбора симметрично отражен относительно вертикальной оси (второго товара), т.е. объемы потребления первого блага возрастают влево от начала координат. Линия, проведенная под углом в 45° в правом-нижнем вспомогательном квадранте на рисунке 1.34, позволяет использовать одну и ту же вариацию дохода в качестве аргумента функций Энгеля двух товаров. Функции Энгеля отражают возрастающую зависимость спроса от дохода, если товары являются нормальными.

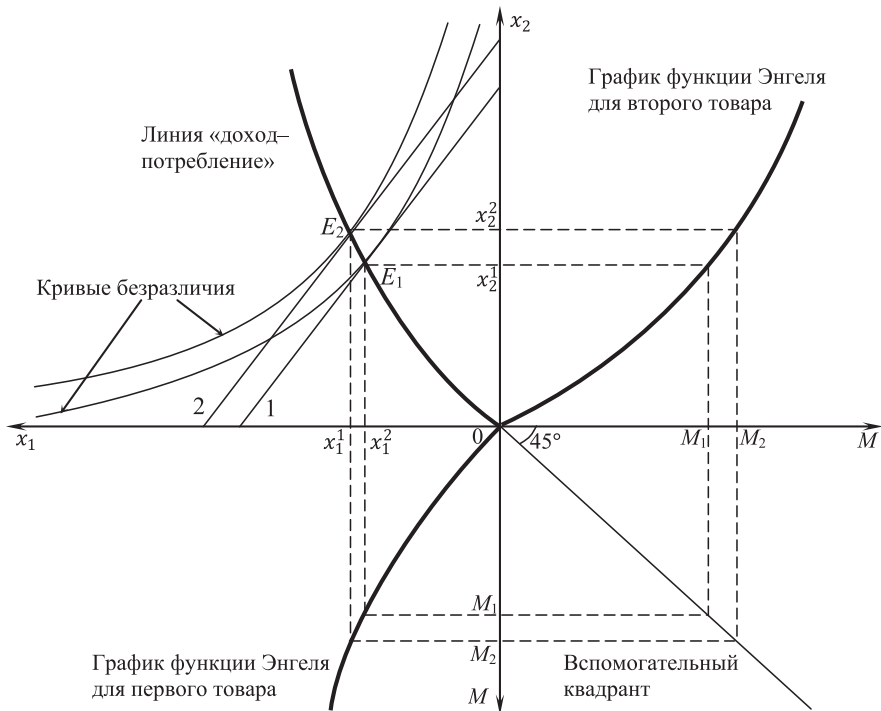


Рис. 1.34. Графики «доход—потребление» и функций Энгеля для нормальных благ

Обратим внимание на то, что в случае выпуклых предпочтений при не-большом изменении дохода потребителя, отражаемом параллельным сдвигом бюджетного ограничения, точка оптимума потребителя изменится на малую величину, т.е. решение задачи максимизации полезности при бюджетном ограничении (1.20) является устойчивым, а соответствующая функция Энгеля — непрерывной зависимостью объема потребления товаров от располагаемого дохода.

В качестве примера, иллюстрирующего взаимосвязь между линией «доход—потребление» и кривой Энгеля для нормальных благ, рассмотрим функцию полезности Кобба—Дугласа (1.7). Линия «доход—потребление» выводится лишь на основе эквиваржинального условия без привлечения бюджетного ограничения, поскольку вдоль данной линии доход потре-

бителя является произвольной величиной: $x_2 = \frac{dp_1}{cp_2} x_1$. Функции Энгеля

как зависимости объемов потребления товаров от дохода потребителя заложены в функциях маршаллианского спроса. При предпочтениях Кобба—Дугласа объемы потребления товаров — это линейные функции дохода потребителя (1.39). Очевидно, что их графики представляют собой прямые линии, исходящие из начала координат (рис. 1.35).

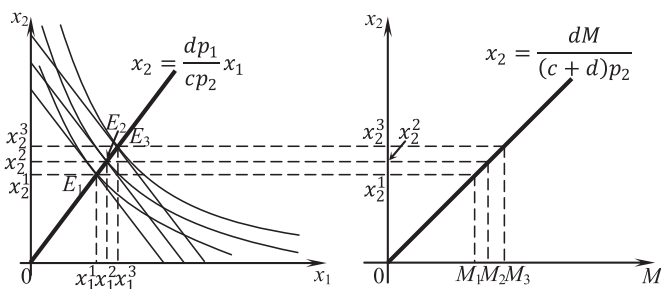


Рис. 1.35. Графики «доход—потребление» и функции Энгеля для предпочтений Кобба—Дугласа

Отличительной особенностью принятия потребительских решений относительно совершенно комплементарных благ (1.10), когда функции маршаллианского спроса имеют вид (1.42), является то, что луч (1.11) задает одновременно линию «цена—потребление» и «доход—потребление» (рис. 1.36). При этом функция Энгеля характеризуется соотношением (1.42).

1.4. Индивидуальный и рыночный спрос



Рис. 1.36. Графики «цена–потребление», «доход–потребление», функций маршаллианского спроса и Энгеля для совершенно комплементарных благ

В зависимости от разновидностей нормальных благ кривая «доход–потребление» меняет величину своего наклона. В случае, если потребитель считает некоторый товар предметом первой необходимости, то, как правило, величина потребления этого товара с изменением дохода колеблется незначительно и достаточно медленно возрастает при увеличении денежных средств, которыми располагает индивид. При этом темп роста дохода будет обгонять темп роста объема потребления такого блага, и доля расходов на него с увеличением дохода будет снижаться:

$$\frac{d}{dM} \left(\frac{p_1 x_1}{M} \right) = \frac{p_1 \frac{dx_1}{dM} M - p_1 x_1}{M^2} < 0,$$

следовательно, эластичность спроса по доходу, т.е. кривой Энгеля, для товара первой необходимости будет меньше единицы:

$$E_M^{d_1} < 1. \quad (1.50)$$

Соответственно, при этом доля расходов на другой товар в потребительской корзине будет возрастать:

$$\frac{d}{dM} \left(\frac{p_2 x_2}{M} \right) = \frac{p_2 \frac{dx_2}{dM} M - p_2 x_2}{M^2} > 0,$$

поэтому эластичность спроса по доходу, т.е. функции Энгеля, для него превышает единицу:

$$E_M^{d_2} > 1.$$

Если поделить данные коэффициенты эластичности спроса по доходу один на другой, то можно увидеть, что эластичность потребления блага

первой необходимости по объему другого товара оказывается меньше единицы:

$$\frac{E_M^{d_1}}{E_M^{d_2}} = \frac{\frac{dx_1}{dM} \frac{M}{x_1}}{\frac{dx_2}{dM} \frac{M}{x_2}} = \frac{dx_1}{dx_2} \frac{x_2}{x_1} < 1. \quad (1.51)$$

Поскольку товар первой необходимости представляет собой разнородность нормального блага, постольку функция Энгеля для него будет возрастающей.

Несмотря на то, что рассматриваемая классификация благ целиком зависит от субъективных вкусов потребителя, с большой долей вероятности к предметам первой необходимости могут быть отнесены соль, зубная паста, спички и т.п. Учитывая рассуждения относительно графической иллюстрации коэффициента эластичности для возрастающей функции (рис. 1.32), можно сделать вывод о том, что, поскольку соответствующие эластичности меньше единицы (1.50)–(1.51), постольку кривая «доход–потребление» и функция Энгеля будут представлять собой вогнутые зависимости объема потребления блага первой необходимости соответственно от количества другого товара в потребительской корзине и величины располагаемого дохода (рис. 1.37).

Для предметов роскоши восприимчивость индивидуального спроса потребителя к изменению дохода значительно усиливается. Кривая «доход–потребление» и функция Энгеля будут представлять собой выпуклые зависимости объема потребления предмета роскоши соответственно от количества другого блага в потребительской корзине и располагаемого индивидуального дохода (рис. 1.38). Такой вид кривых Энгеля и «доход–потребление» вытекает из принципа рационального поведения, направленного на повышение уровня благосостояния и наиболее полное удовлетворение возрастающих потребностей. С ростом дохода у рациональных потребителей темп роста расходов на предметы роскоши превышает темп роста самого дохода, доля расходов на них с увеличением дохода будет увеличиваться, и эластичность спроса по доходу оказывается больше единицы:

$$\frac{d}{dM} \left(\frac{p_1 x_1}{M} \right) = \frac{p_1 \frac{dx_1}{dM} \frac{M}{x_1} - p_1 x_1}{M^2} > 0, \text{ т.е.} \\ E_M^{d_1} > 1. \quad (1.52)$$

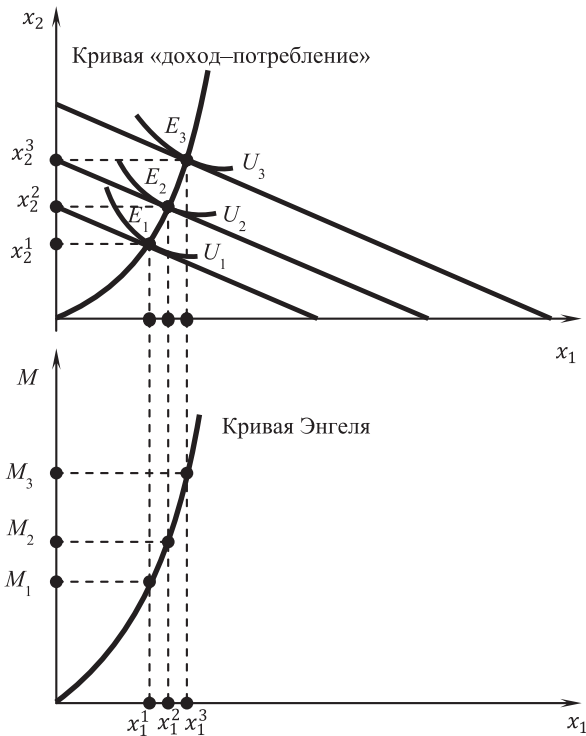


Рис. 1.37. Кривая «доход – потребление» и график обратной функции Энгеля для благ первой необходимости

Соответственно, при этом доля расходов на другой товар в потребительской корзине убывает, а эластичность спроса по доходу, т.е. функции Энгеля, для него будет меньше единицы:

$$\frac{d}{dM} \left(\frac{p_2 x_2}{M} \right) = \frac{p_2 \frac{dx_2}{dM} M - p_2 x_2}{M^2} < 0, \text{ т.е. } E_M^{d_2} < 1.$$

Разделив данные коэффициенты эластичности спроса по доходу один на другой, получаем, что эластичность потребления предмета роскоши по объему другого товара оказывается больше единицы:

$$\frac{E_M^{d_1}}{E_M^{d_2}} = \frac{\frac{dx_1}{dM} \frac{M}{x_1}}{\frac{dx_2}{dM} \frac{M}{x_2}} = \frac{dx_1}{dx_2} \frac{x_2}{x_1} > 1. \quad (1.53)$$

Вывод о выпуклости для предметов роскоши кривых Энгеля и «доход–потребление» относительно другого блага в потребительской корзине при этом вытекает из рассуждений относительно графической иллюстрации (рис. 1.33) коэффициентов эластичности возрастающей функции, которые превышают единицу (1.52)–(1.53).

Конечно, поведение потребителя с предпочтениями известного литературного героя Плюшкина из «Мертвых душ» Н. В. Гоголя вряд ли уложится в рамки этой зависимости, но ведь такое поведение едва ли можно назвать рациональным! Также не следует забывать, что представления о том, какой товар считать предметом роскоши, а какой – нет, чисто субъективны, и, кроме того, во многом определяются уже достигнутым уровнем благосостояния. Для одного потребителя автомобиль «Лада» может оказаться предметом роскоши, а у другого и «Тойота» не будет относиться к числу нормальных товаров.

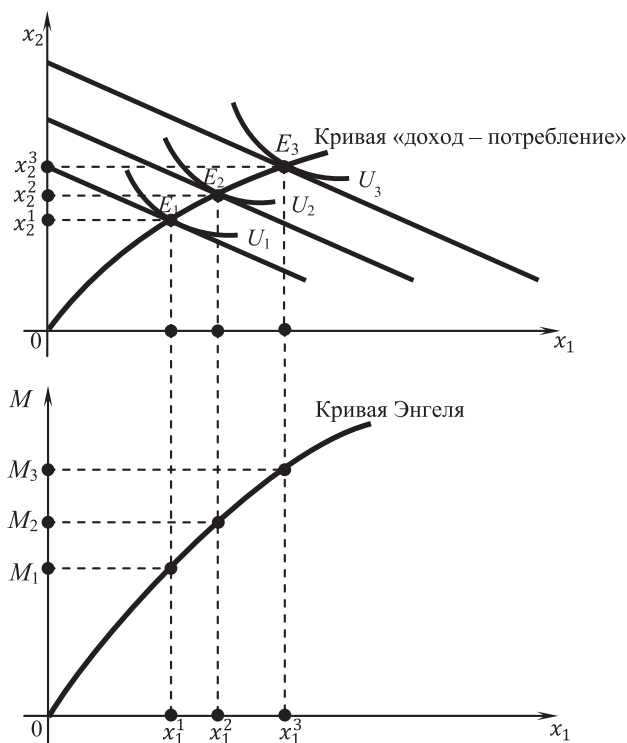


Рис. 1.38. Кривая «доход – потребление» и график обратной функции Энгеля для предметов роскоши

Эрнстом Энгелем были выведены еще некоторые зависимости относительно доходов и расходов потребителей, являющиеся следствием сформулированного им закона (1.49). Согласно этим закономерностям, во-первых, по мере роста доходов семьи при постоянных ценах товаров доля расходов на продукты питания сокращается, поскольку расходы на продукты питания (товары первой необходимости) слабо реагируют на изменение дохода. Во-вторых, величина спроса на специализированные (образовательные, медицинские и т.п.) и рекреационные услуги (отдых, спорт и т.п.) растет опережающим темпом по отношению к росту дохода. Это говорит о том, что потребители рассматривают данные виды услуг как предметы роскоши. Зависимости, обнаруженные еще в прошлом веке, подтверждает и структура современного производства: при росте реальных доходов населения в экономике увеличивается доля сектора услуг.

Если потребитель рассматривает товар как товар низшей категории, то, становясь богаче, он будет приобретать этого товара все меньше и меньше, отдавая предпочтение качественным товарам. Графически это отразится в том, что наклон кривой «доход—потребление» станет отрицательным. К примеру, расходуя свой доход на дешевые низкосортные продукты (X) и прочие товары (Y), относительно бедный потребитель первоначально по мере роста своего дохода (пока размеры дохода еще низки) будет увеличивать в составе своего потребительского набора количество обеих групп товаров. Становясь постепенно богаче, он начнет рассматривать товары группы X как низкосортные и уменьшать их количество в своем оптимальном наборе, заменяя их на более качественные из числа Y . В реальной жизни часто в роли некачественных товаров у многих потребителей выступают подержанные вещи — машины, одежда, мебель.

Итак, если один из товаров в потребительской корзине является инферриорным (второй при этом обязательно должен быть нормальным), то линия «доход—потребление» будет отражать убывающую зависимость оптимального количества худшего блага от нормального при изменении дохода покупателя. При этом функция Энгеля для инферриорного товара представляет собой убывающую зависимость спроса на данное благо от дохода потребителя (рис. 1.39).

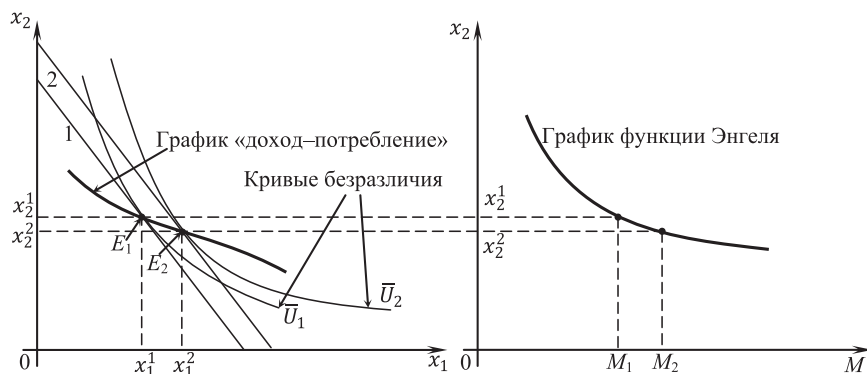


Рис. 1.39. Графики «доход–потребление» и функции Энгеля:
худшее благо

Помимо нормальных и инфериорных товаров существуют также нейтральные блага, объем потребления которых остается постоянным, независимо от изменений дохода покупателя. Пример такой функции Энгеля демонстрируют квазилинейные предпочтения (1.15), для которых маршаллианский спрос имеет вид (1.44). В ситуации внутреннего оптимума функция спроса на первый товар может быть получена без учета бюджетного ограничения, только лишь на основе выражения для предельной нормы замещения (1.32), а значит, доход M не будет присутствовать в числе параметров соответствующей функции спроса по Маршаллу (1.33). Таким образом, данное благо является нейтральным. При этом график «доход–потребление» и график функции Энгеля для первого блага будут представлять собой вертикальные прямые линии (рис. 1.40). В такой ситуации в силу (1.31) второе благо будет нормальным, а график соответствующей функции Энгеля будет прямолинейным.

Рисунок 1.40, построенный для случая $\varphi(x_1) \geq \frac{p_1}{p_2}$, демонстрирует возможное наличие краевого оптимума при $M \leq p_1 \varphi^{-1}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$. Например, если

предпочтения потребителя описываются квазилинейной функцией полезности $U = \sqrt{x_1} + x_2$, то функции спроса по Маршаллу имеют вид (1.45),

и краевой оптимум будет иметь место при $M \leq \frac{p_2^2}{4p_1}$.

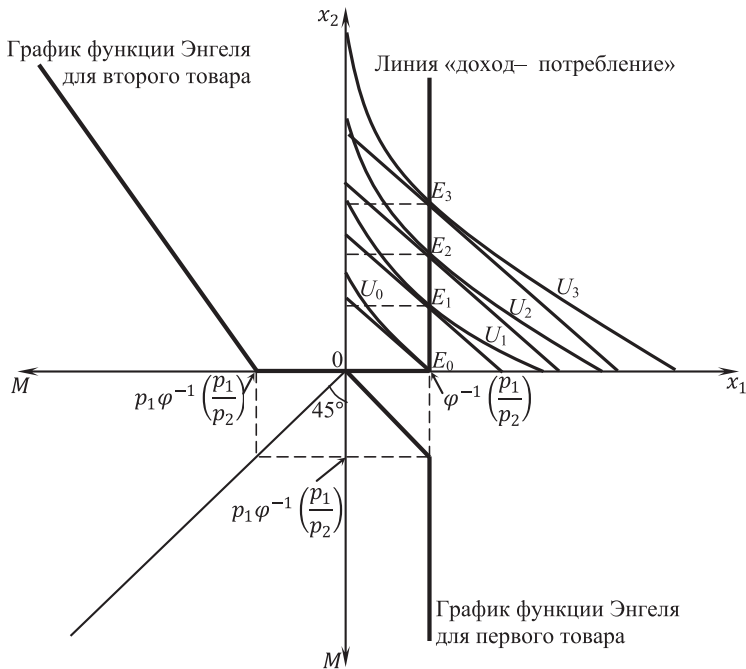


Рис. 1.40. Графики «доход-потребление» и функций Энгеля при квазилинейных предпочтениях $\left(\varphi(x_1) \geq \frac{p_1}{p_2}\right)$

При линейных предпочтениях (1.8) графики «доход-потребление» и функции Энгеля будут характеризовать уже не функциональные, а точно-множественные отображения. Каждому из трех случаев оптимума для совершенных субститутов, рассмотренных выше, в параграфе 1.3, будет соответствовать свой график «доход – потребление». В первом случае, если $\frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}$, то линия «доход – потребление» совпадает с осью $0x_2$ (рис. 1.41). Во втором случае, если $\frac{p_2}{\beta} > \frac{p_1}{\alpha}$, то линия «доход – потребление» – это ось $0x_1$ (рис. 1.42). Если же $\frac{p_2}{\beta} = \frac{p_1}{\alpha}$, то в этом, третьем случае, поскольку x_1 и x_2 могут быть любыми числами от 0, соответственно, до $\frac{M}{p_1}$

и $\frac{M}{p_2}$, постольку множество точек «доход — потребление» «заметает» весь неотрицательный ортант $x_1 0x_2$ (рис. 1.43).

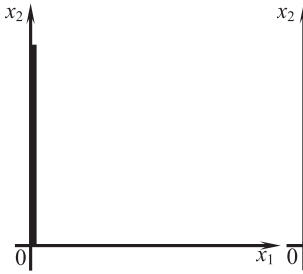


Рис. 1.41. Линия «доход—потребление» для совершенных субститутов: случай 1

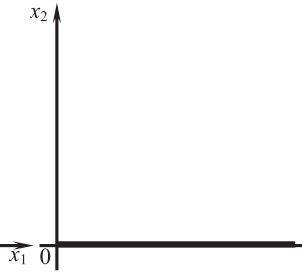


Рис. 1.42. Линия «доход—потребление» для совершенных субститутов: случай 2

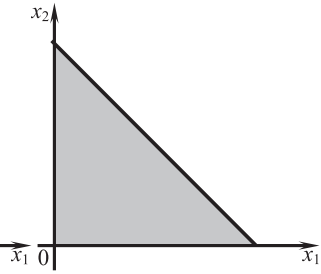


Рис. 1.43. Область «доход—потребление» для совершенных субститутов: случай 3

На основе зависимостей «доход—потребление» получим графики функции Энгеля, в частности, для первого из товаров — совершенных субститутов. В первом случае, если $\frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}$, линия Энгеля для товара x_1 представляет собой вертикальную ось OM (рис. 1.44). Во втором случае, если $\frac{p_2}{\beta} > \frac{p_1}{\alpha}$, линия Энгеля для первого товара представляет собой исходящий из начала координат луч $x_1 = \frac{M}{p_1}$ (рис. 1.45). Если же $\frac{p_2}{\beta} = \frac{p_1}{\alpha}$, то в этом, третьем случае, поскольку x_1 — это произвольное число от 0 до $\frac{M}{p_1}$, график Энгеля — это сегмент положительного ортанта, ограниченный лучом $x_1 = \frac{M}{p_1}$ и координатной осью OM (рис. 1.46).

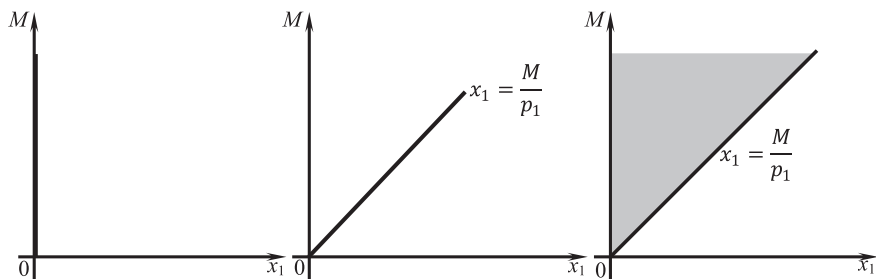


Рис. 1.44. Линия
Энгеля для совершенных
субститутов: случай 1

Рис. 1.45. Линия
Энгеля для совершенных
субститутов: случай 2

Рис. 1.46. Множество
Энгеля для совершенных
субститутов: случай 3

Помимо дохода покупателя фактором спроса на некоторый товар является цена товара-заменителя либо комплементарного блага. Действительно, соотношения (1.35) представляют собой обобщенные функции спроса по Маршаллу, они включают в себя, наряду со спросом в узком смысле как его зависимость от цены соответствующего товара, функцию Энгеля, аргументом которой является доход покупателя, а также зависимость спроса на данное благо от цены другого товара, входящего в потребительскую корзину.

По определению, товары являются взаимозаменяемыми (валовыми субститутами), если объемы их потребления изменяются в противоположном направлении: с ростом покупок одного товара объемы другого сокращаются и, наоборот, при снижении потребления данного товара другое благо замещает его в потребительских корзинах, и объемы покупок второго товара возрастают. Под действием закона спроса с ростом цены, например, товара y объем его потребления снижается. Поскольку товар x является для y товаром-субститутом, постольку в результате сдвига графика спроса на x вправо-вверх объем его покупок и рыночная цена возрастают (рис. 1.47).

Таким образом, для взаимозаменяемых товаров рост цены одного из них, как правило¹, приводит к росту цены другого. Поэтому для взаимозаменяемых товаров перекрестная эластичность спроса по цене — показатель интенсивности реакции величины спроса на один товар в ответ

¹ За исключением товаров Гиффена, для которых не выполняется закон спроса и о которых подробнее речь пойдет ниже.

на изменение цены другого, исчисляемый через отношение процентного изменения величины спроса на данный товар к процентному изменению

цены на другое благо $E_{p_y}^{d_x} = \frac{dQ_x}{Q_x} / \frac{dP_y}{P_y} = \frac{dQ_x}{dP_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x}$ — как правило, будет положительным.

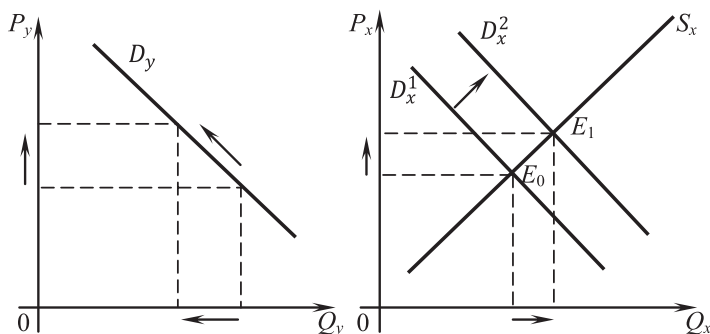


Рис. 1.47. Рынки товаров-субститутов

По определению, товары являются взаимодополняющими (валовыми комплементами), если объемы их потребления изменяются сонаправленно: при увеличении покупок данного товара потребители начинают предъявлять спрос на дополнительное количество комплементарного блага, объемы потребления которого также возрастают; и, наоборот, при снижении потребления одного товара спрос на другое благо сокращается. Под действием закона спроса с ростом цены, например, товара y объем его потребления снижается. Поскольку товар x является для y комплементарным благом, постольку в результате сдвига графика спроса на x влево-вниз объем его покупок и рыночная цена снижаются (рис. 1.48). Поэтому для взаимозаменяемых товаров показатель перекрестной эластичности спроса по цене, как правило, будет положительным.

Таким образом, для взаимодополняющих товаров рост цены одного из них приводит к падению цены другого. Поэтому для взаимодополняющих товаров показатель перекрестной эластичности спроса по цене будет отрицательным.

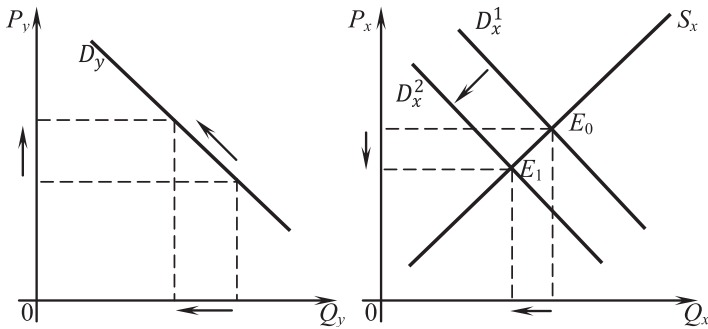


Рис. 1.48. Рынки комплементарных благ

Из бюджетного ограничения потребителя вытекает важное соотношение между прямыми и перекрестными ценовыми эластичностями спроса, которое носит название закона Курно¹. Рассчитав производную бюджетного ограничения по цене одного из благ:

$$x_i + p_i \frac{dx_i}{dp_i} + p_j \frac{dx_j}{dp_i} = \frac{dM}{dp_i} = 0; i, j = 1, 2; j \neq i;$$

затем умножив данное выражение почленно на дробь $\frac{p_i}{M}$ и, кроме того,

домножив и разделив второе слагаемое в левой части на x_i , а третье слагаемое — на x_j :

$$\frac{x_i p_i}{M} + \frac{p_i x_i}{M} \frac{dx_i}{dp_i} \frac{p_i}{x_i} + \frac{p_j x_j}{M} \frac{dx_j}{dp_i} \frac{p_i}{x_j} = 0; i, j = 1, 2; j \neq i,$$

получаем закон Курно²:

$$p_i E_{p_i}^{d_i} + p_j E_{p_i}^{d_j} = -p_i; i, j = 1, 2; j \neq i \quad (1.54)$$

где $E_{p_i}^{d_i} = \frac{dx_i}{dp_i} \frac{p_i}{x_i}$ — прямая эластичность спроса на i -е благо по его цене,

$E_{p_i}^{d_j} = \frac{dx_j}{dp_i} \frac{p_i}{x_j}$ — перекрестная эластичность спроса на j -е благо по цене

¹ Антуан Огюстен Курно (1801–1877) — французский экономист.

² Nicholson W. Microeconomic theory: basic principles and extensions. Mason: South-Western, 2005.

i -го товара, p_i и p_j — доли соответственно i -го и j -го блага в структуре расходов потребителя при изменившихся ценах.

При произвольном количестве (n) товаров, являющихся предметом потребительского выбора, закон Курно утверждает, что сумма произведений доли i -го блага в расходах покупателя на эластичность спроса на это благо по его цене и долей остальных товаров на перекрестные эластичности спроса на них по цене i -го блага равна доле данного, i -го блага, взятой со знаком минус:

$$p_i E_{p_i}^{d_i} + \sum_{j=1, j \neq i}^n p_j E_{p_i}^{d_j} = -p_i. \quad (1.55)$$

Также можно сформулировать соотношение, связывающее между собой показатели эластичности спроса — по цене (прямой и перекрестной) и по доходу потребителя.

В силу однородности нулевой степени (1.36) к спросу по Маршаллу применима теорема Эйлера об однородных функциях¹:

$$\frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_1} p_1 + \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_2} p_2 + \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} M = 0, i = 1, 2.$$

Поделив данное выражение почленно на x_i , получаем, что сумма всех эластичностей спроса на данный, i -й товар — по цене (прямой и перекрестной), а также по доходу — равна нулю:

$$E_{p_i}^{d_i} + E_{p_j}^{d_i} + E_M^{d_i} = 0; i, j = 1, 2, i \neq j.$$

Это утверждение легко распространяется на случай произвольного количества (n) товаров в потребительской корзине:

$$E_M^{d_i} + \sum_{j=1}^n E_{p_j}^{d_i} = 0, i = 1, \dots, n.$$

Рисунок 1.49 объединяет иллюстрации выведения функции спроса на некоторое благо (в данном случае — № 2) и построение зависимости спроса на другой товар (в данном случае — № 1) как функции дополняющего блага. Здесь для удобства иллюстрации зависимости индивидуального спроса на оба блага одновременно от цены второго товара (как и на рис. 1.34) график потребительского выбора симметрично отражен относительно вертикальной оси (второго блага), т.е. объемы потребления первого товара возрастают влево от начала координат. Биссек-

¹ Доказательство теоремы Л. Эйлера об однородных функциях (1.136) приводится в приложении 1 к данной теме.

триса вспомогательного правого нижнего квадранта в верхней части рисунка 1.49 призвана показать, что одно и то же изменение цены второго блага служит аргументом в функции спроса и на данный, и на другой товар. При снижении цены второго товара спрос и на данное благо, и на

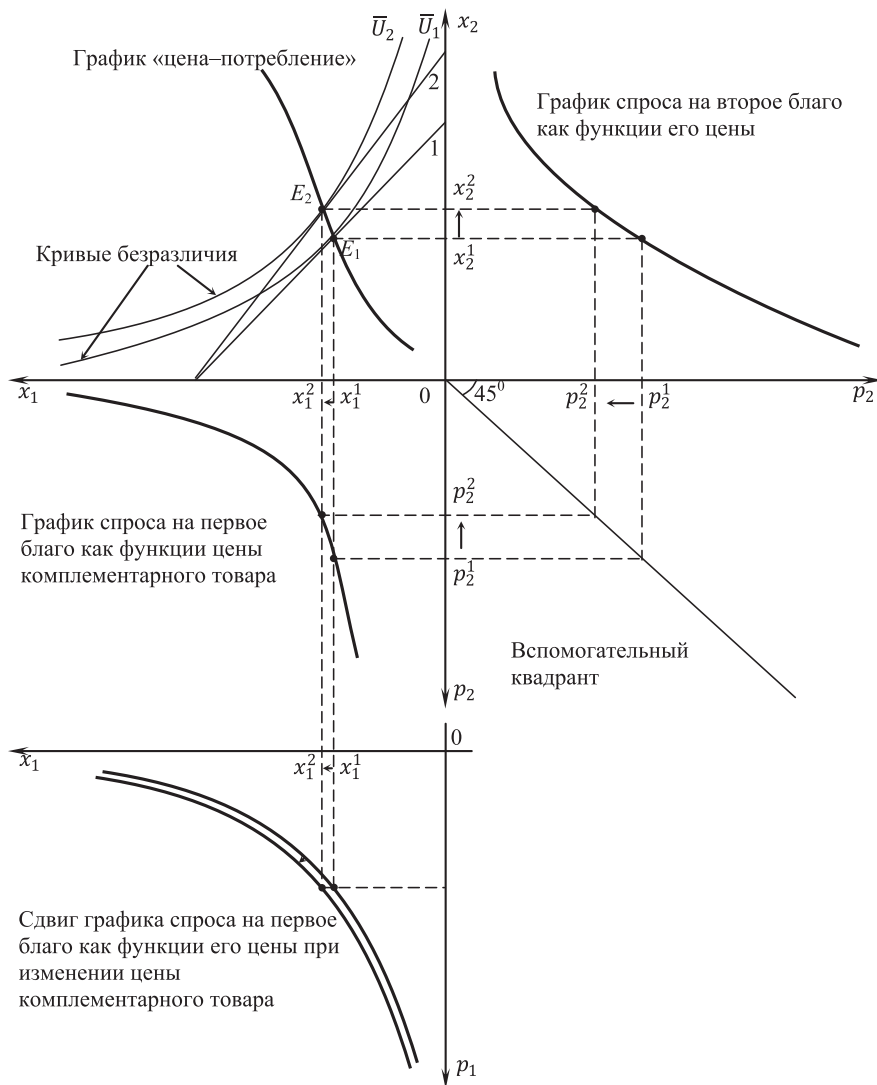


Рис. 1.49. Графики «цена–потребление» и функции спроса по Маршаллу

первый товар снижается, т.е. блага действительно являются взаимодополняющими в потреблении. Если рассматривать спрос на первый товар как зависимость от его цены, то цена второго блага является фактором сдвига графика спроса на первый товар. При неизменной цене первого блага объемы его потребления растут при снижении цены товара-комплемента, а значит, график спроса сдвигается дальше от начала координат. На рисунке 1.49 система координат « $p-x_1$ », в которой отображается спрос на первый товар, транспонирована, т.е. ось цены направлена вниз, а ось количества товара — влево, а значит, соответствующий сдвиг линии спроса происходит в направлении влево-вниз.

Рыночный спрос на конечную продукцию представляет собой сумму величин индивидуального спроса при каждом заданном уровне рыночной цены, т.е. так называемую горизонтальную сумму графиков спроса всех покупателей на данном рынке. Построение рыночного спроса как «горизонтальной суммы» линейных функций двух покупателей показано на рисунке 1.50.

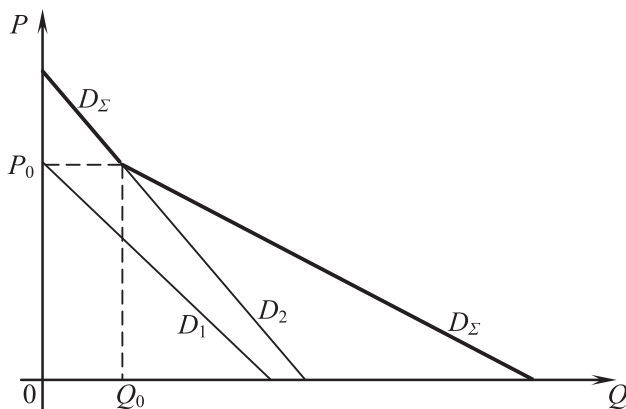


Рис. 1.50. Индивидуальный и рыночный спрос

Например, если обратные функции индивидуального спроса двух потребителей имеют вид $P = 10 - 1,25Q$, $P = 12 - 2Q$, то, переходя к соответствующим прямым функциям спроса $Q = 8 - 0,8P$, $Q = 6 - 0,5P$ и осуществляя процедуру их «горизонтального» суммирования, получаем следующую функцию рыночного спроса:

$$Q = \begin{cases} 14 - 1,3P & \text{при } 0 < P \leq 10; \\ 6 - 0,5P & \text{при } 10 < P \leq 12. \end{cases}$$

Аналогично индивидуальному спросу, важным показателем, характеризующим рыночный спрос, является его эластичность, которая рассчитывается как относительное (процентное) изменение величины спроса, деленное на относительное (процентное) повышение или снижение цены:

$$E_p^d = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{dQ}{Q} / \frac{dP}{P} = \frac{d \ln Q}{d \ln P}.$$

Одним из ключевых свойств эластичности рыночного спроса является то, что она определяет направление изменения выручки продавцов в ответ на повышение или снижение объема производимой и продаваемой на рынке продукции. Выручка продавцов как функция объема производства следующим образом связана с эластичностью рыночного спроса:

$$\begin{aligned} MR &= \frac{dTR}{dQ} = \frac{d}{dQ}(P(Q) \cdot Q) = \\ P(Q) + \frac{dP(Q)}{dQ} \cdot Q &= P(Q) \cdot \left(1 + \frac{dP(Q)}{dQ} \cdot \frac{Q}{P(Q)} \right) = P(Q) \cdot (1 + E_q^d) = \\ P \cdot \left(1 + \frac{1}{\frac{dQ(P)}{dP} \cdot \frac{P}{Q(P)}} \right) &= P \cdot \left(1 + \frac{1}{E_p^d} \right), \end{aligned} \quad (1.56)$$

где $MR = \frac{dTR}{dQ}$ — предельная выручка, $E_p^d = \frac{dQ(P)}{dP} \cdot \frac{P}{Q(P)}$ — эластичность спроса по цене, $E_q^d = \frac{dP(Q)}{dQ} \cdot \frac{Q}{P(Q)}$ — эластичность спроса по объему продаж.

Зависимость между выручкой продавцов как функцией рыночной цены и эластичностью спроса выглядит так:

$$\begin{aligned} \frac{dTR}{dP} &= \frac{d}{dP}(Q(P) \cdot P) = Q(P) + \frac{dQ(P)}{dP} \cdot P = \\ &= Q(P) \cdot \left(1 + \frac{dQ(P)}{dP} \cdot \frac{P}{Q(P)} \right) = Q(P) \cdot (1 + E_p^d) = \\ &= Q \cdot \left(1 + \frac{1}{\frac{dP(Q)}{dQ} \cdot \frac{Q}{P(Q)}} \right) = Q \cdot \left(1 + \frac{1}{E_q^d} \right). \end{aligned}$$

При расчетах был использован тот факт, что эластичности взаимно обратных функций — это взаимно обратные величины¹:

$$E_x^y = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y} = \frac{1}{\frac{dx}{dy} \cdot \frac{y}{x}} = \frac{1}{E_y^x}. \quad (1.57)$$

Эластичность линейной функции спроса $P = a - bQ$ рассчитывается по следующей формуле:

$$E_q^d = -\frac{bQ}{a - bQ}.$$

В соответствии с (1.57) формула для расчета эластичности обратной линейной функции спроса $Q = \frac{a}{b} - \frac{P}{b}$ будет выглядеть так:

$$E_p^d = -\frac{P}{b\left(\frac{a}{b} - \frac{P}{b}\right)} = 1 - \frac{a}{a - P} = -\frac{a - bQ}{bQ} = 1 - \frac{a}{bQ}.$$

Очевидно, что $E_p^d\left(P = \frac{a}{2}\right) = -1 = E_q^d\left(Q = \frac{a}{2b}\right)$.

Диапазон продаж $0 < Q < \frac{a}{2b}$ соответствует эластичному сегменту спроса (по цене), а диапазон $\frac{a}{2b} < Q < \frac{a}{b}$ — неэластичному сегменту спроса.

¹ Отметим, что эластичность произведения двух функций $u(x)$ и $v(x)$, зависящих от одного и того же аргумента x , равна сумме эластичностей:

$$E_x^{uv} = \frac{d}{dx}(u(x)v(x)) \cdot \frac{x}{u(x)v(x)} = \left(v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}\right) \frac{x}{uv} = \frac{du}{dx} \frac{x}{u} + \frac{dv}{dx} \frac{x}{v} = E_x^u + E_x^v.$$

Эластичность частного двух функций $u(x)$ и $v(x)$, зависящих от одного и того же аргумента x , равна разности эластичностей:

$$E_x^{u/v} = \frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) \cdot \frac{x}{u/v} = \frac{\left(\frac{du}{dx}v - \frac{dv}{dx}u\right)}{v^2} \cdot \frac{xv}{u} = \frac{du}{dx} \frac{x}{u} - \frac{dv}{dx} \frac{x}{v} = E_x^u - E_x^v.$$

Эластичность суммы двух функций $u(x)$ и $v(x)$, зависящих от одного и того же аргумента x , может быть найдена по следующей формуле:

$$E_x^{(u+v)} = \frac{d}{dx}(u(x) + v(x)) \cdot \frac{x}{(u+v)} = \left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}\right) \frac{x}{(u+v)} = \frac{uE_x^u + vE_x^v}{u+v}.$$

Валовой доход продавцов как функция объема произведенной продукции возрастает, если спрос является эластичным по цене и убывает на неэластичном сегменте спроса.

При $Q \rightarrow 0$ и $P \rightarrow aE_p^d \rightarrow -\infty, E_q^d \rightarrow 0$. При $P \rightarrow 0$ и $Q \rightarrow \frac{a}{b}E_p^d \rightarrow 0, E_q^d \rightarrow -\infty$ (рис. 1.51).

Характерная связь между выручкой продавца (продавцов) и эластичностью линейной функции рыночного спроса $P = a - bQ$ показана на рисунке 1.51.

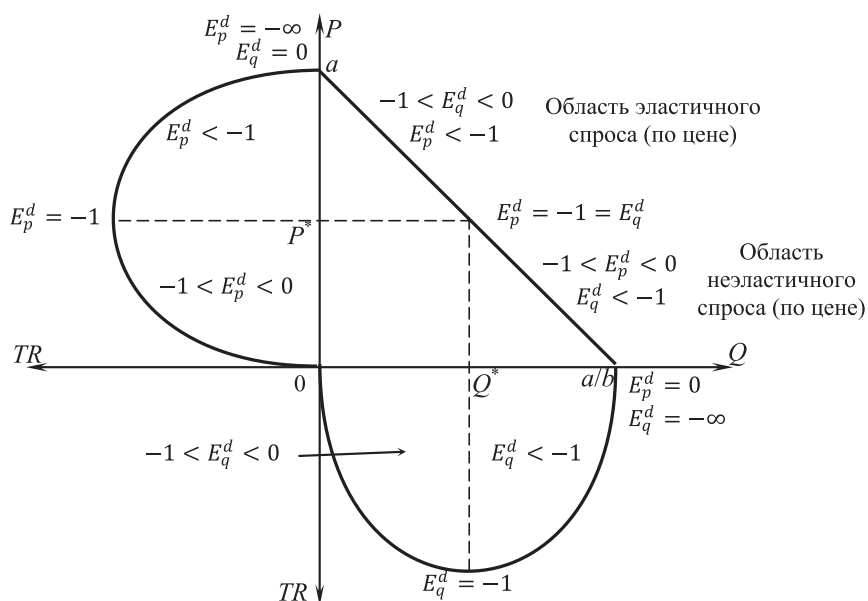


Рис. 1.51. Эластичность линейного спроса и выручка продавцов

Заметим, что возможна ситуация, когда функция спроса характеризуется постоянной ценовой эластичностью при любом значении аргумента. Данный случай имеет место тогда и только тогда, когда функция спроса имеет степенной вид: $Q = cP^k$, где c — это произвольная константа.

Действительно, если функция спроса обладает постоянной эластичностью, то она описывается дифференциальным уравнением:

$$E_p^d = \frac{d \ln |Q|}{d \ln |P|} = k,$$

интегрируя которое $\int d\ln|Q| = k \int d\ln|P|$, т.е. $\ln|Q| = k\ln|P| + \ln c$, а затем, потенцируя полученное равенство, получаем степенную функцию¹.

1.5. Потребительский выбор: минимизация расходов при заданной полезности

Задача потребительского выбора (обратная, или двойственная) представляет собой минимизацию денежных расходов при условии достижения заданного уровня полезности:

$$\begin{aligned} \min_{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0} (p_1 x_1 + p_2 x_2): \\ U(x_1, x_2) \geq \bar{U}. \end{aligned} \quad (1.58)$$

Решая данную задачу условной оптимизации поведения потребителя, выписываем функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = \lambda_0 (p_1 x_1 + p_2 x_2) - \lambda_1 (U(x_1, x_2) - \bar{U}), \quad (1.59)$$

где (λ_0, λ_1) – вектор множителей Лагранжа. Как и ранее, будем предполагать существование внутреннего оптимума потребителя, т.е. жесткость ограничений по неотрицательности объемов потребляемых благ: $x_1 > 0, x_2 > 0$.

Необходимыми для связанной минимизации расходов являются условия:

- стационарности функции Лагранжа по объемам потребления товаров:

$$\begin{cases} \lambda_0 p_1 = \lambda_1 MU_1, \\ \lambda_0 p_2 = \lambda_1 MU_2; \end{cases}$$

- дополняющей жесткости:

$$\lambda_1 (U(x_1, x_2) - \bar{U}) = 0, U(x_1, x_2) \geq \bar{U};$$

а также неотрицательности множителей Лагранжа:

$$\lambda_0 \geq 0, \lambda_1 \geq 0.$$

При этом вектор множителей Лагранжа должен быть ненулевым.

Будем рассуждать аналогично анализу решения задачи условной максимизации полезности (1.20). Предполагая, что $\lambda_1 = 0$, при предположении

¹ Маршалл А. Принципы политической экономии. М.: Прогресс, 1983.

о ненасыщаемости потребления (1.2) из условий стационарности функции Лагранжа по количествам товаров в силу того, что предметом анализа выступают экономические блага ($p_i > 0$), получаем, что и $\lambda_0 = 0$, чего во внутреннем оптимуме не может быть, поскольку по необходимому условию экстремума вектор множителей Лагранжа является ненулевым. Тогда из условия дополняющей нежесткости следует, что условие по достижению заданного уровня полезности в точке оптимума выполняется в виде равенства $U(x_1, x_2) = \bar{U}$, т.е. является активным.

И наоборот, из условий стационарности функции Лагранжа по объемам продуктов с учетом ненасыщаемости потребления (1.2) при $\lambda_0 = 0$ оказывается и $\lambda_1 = 0$, чего во внутреннем оптимуме не может быть, поскольку по необходимому условию экстремума вектор множителей Лагранжа является ненулевым. Таким образом, $\lambda_0 \neq 0$, и без ограничения общности его можно положить равным единице, или, что эквивалентно, поделить на него функцию (1.59), пронормировав тем самым вектор множителей Лагранжа:

$$\mathcal{L} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - \lambda (U(x_1, x_2) - \bar{U}), \quad (1.60)$$

где $\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} > 0$.

Тогда необходимыми для минимизации расходов потребителя с учетом ограничения по полезности будут являться следующие условия стационарности функции Лагранжа по объемам потребления благ:

$$\begin{cases} p_1 = \lambda M U_1, \\ p_2 = \lambda M U_2. \end{cases} \quad (1.61)$$

Аналогично прямой задаче (1.20) и системе необходимых условий максимизации полезности при бюджетном ограничении (1.23), из данной системы (1.61) с учетом выражения для предельной нормы замещения товаров (1.6) вытекает второй закон Госсена (1.25) и условие оптимального потребительского выбора (1.24). Минимизируя расходы, индивид переходит на такую линию, соответствующую их фиксированной величине, которая расположена как можно более близко к началу координат и имеет хотя бы одну общую точку с заданной кривой безразличия $U(x_1, x_2) = \bar{U}$. Соответственно, оптимум потребителя находится в точке касания заданной кривой безразличия $U(x_1, x_2) = \bar{U}$ и линии фиксированных расходов E_2 на рисунке 1.52, что и подразумевает эквимаргинальное условие (1.24). Отметим, что линия фиксированных расходов $\bar{E}_3$ на рисунке 1.52 будет уже недоступной для потребителя.

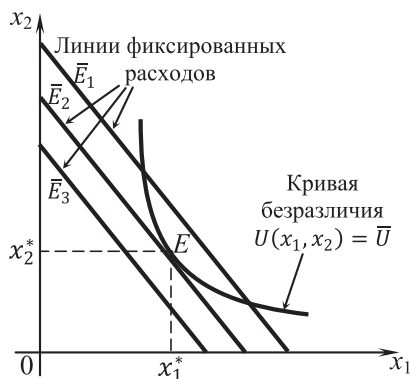


Рис. 1.52. Минимизация расходов потребителя при заданном уровне полезности

В общем виде решением обратной, или двойственной, задачи потребительского выбора (1.58) становятся индивидуальные функции хиксианского (или компенсированного) спроса:

$$x_1 = x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}); x_2 = x_2^h(p_1, p_2, \bar{U}). \quad (1.62)$$

Функции хиксианского (компенсированного) спроса являются однородными нулевой степени по ценам всех товаров:

$$x_i^h(tp_1, tp_2, \bar{U}) = x_i^h(p_1, p_2, \bar{U}), i = 1, 2. \quad (1.63)$$

Для доказательства данного утверждения рассмотрим задачу минимизации расходов (1.58) при возросших в t раз ценах:

$$\begin{aligned} \min_{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0} (tp_1 x_1 + tp_2 x_2): \\ U(x_1, x_2) \geq \bar{U}. \end{aligned}$$

Для нее условие стационарности функции Лагранжа по объемам потребления принимает вид:

$$\begin{cases} tp_1 = \lambda MU_1, \\ tp_2 = \lambda MU_2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} p_1 = \frac{\lambda}{t} MU_1, \\ p_2 = \frac{\lambda}{t} MU_2. \end{cases}$$

Следовательно, эквимаргинальное условие оптимального потребительского выбора (1.24) остается в силе. Объединяя его с активным огра-

ничением по уровню полезности $U(x_1, x_2) = \bar{U}$, получаем такую же оптимальную корзину товаров, как и при решении исходной задачи (1.58). Действительно, равнопропорциональное изменение цен на товары сохраняет неизменным угловой коэффициент линии равных расходов, что при заданном ограничении по полезности означает постоянство оптимальной потребительской корзины. Таким образом, компенсированный спрос является однородным нулевой степени по ценам благ (1.63).

Продemonстрируем в качестве примера вывод хиксианского спроса для функции полезности Стоуна–Джери (1.37), когда задача минимизации расходов имеет вид:

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2} (p_1 x_1 + p_2 x_2): \\ (x_1 - a)^c (x_2 - b)^d = \bar{U}. \end{aligned}$$

Выпишем соответствующую функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - \lambda \left((x_1 - a)^c (x_2 - b)^d - \bar{U} \right).$$

Условия равенства нулю частных производных функции Лагранжа по переменным x_1 и x_2 таковы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = p_1 - \lambda \frac{c(x_1 - a)^{c-1} (x_2 - b)^d}{1} &= 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = p_2 - \lambda \frac{d(x_1 - a)^c (x_2 - b)^{d-1}}{1} &= 0. \end{aligned}$$

Получаем следующие выражения для оптимальных объемов потребления товаров:

$$\begin{aligned} x_1 - a &= \frac{\lambda c (x_1 - a)^{c-1} (x_2 - b)^d}{p_1} = \frac{\lambda c \bar{U}}{p_1}, \\ x_2 - b &= \frac{\lambda d (x_1 - a)^c (x_2 - b)^{d-1}}{p_2} = \frac{\lambda d \bar{U}}{p_2}. \end{aligned}$$

Возведем левые и правые части полученных выражений для первого и второго товара соответственно в степени c и d

$$\begin{aligned} (x_1 - a)^c &= \left(\frac{\lambda c \bar{U}}{p_1} \right)^c, \\ (x_2 - b)^d &= \left(\frac{\lambda d \bar{U}}{p_2} \right)^d, \end{aligned}$$

и перемножим почленно полученные соотношения

$$(x_1 - a)^c (x_2 - b)^d = \lambda^{c+d} \bar{U}^{c+d} \left(\frac{c}{p_1} \right)^c \left(\frac{d}{p_2} \right)^d.$$

В точке оптимума ограничение по полезности выполняется в виде равенства, что позволяет заменить левую часть на фиксированный уровень полезности потребителя:

$$\bar{U} = \lambda^{c+d} \bar{U}^{c+d} \left(\frac{c}{p_1} \right)^c \left(\frac{d}{p_2} \right)^d.$$

Выражая множитель Лагранжа

$$\lambda = \bar{U}^{\frac{1}{c+d}-1} \left(\frac{p_1}{c} \right)^{\frac{c}{c+d}} \left(\frac{p_2}{d} \right)^{\frac{d}{c+d}}$$

и подставляя его в соотношение, характеризующее оптимальные объемы потребления товаров, приходим к искомому функциям компенсированного спроса для функции полезности Стоуна–Джери:

$$\begin{aligned} x_1^h &= a + \frac{\lambda c \bar{U}}{p_1} = a + \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \frac{c}{p_1} \left(\frac{p_1}{c} \right)^{\frac{c}{c+d}} \left(\frac{p_2}{d} \right)^{\frac{d}{c+d}} = a + \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \left(\frac{c p_2}{d p_1} \right)^{\frac{d}{c+d}}, \\ x_2^h &= b + \frac{\lambda d \bar{U}}{p_2} = b + \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \frac{d}{p_2} \left(\frac{p_1}{c} \right)^{\frac{c}{c+d}} \left(\frac{p_2}{d} \right)^{\frac{d}{c+d}} = b + \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \left(\frac{d p_1}{c p_2} \right)^{\frac{c}{c+d}}. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Очевидно, что частным случаем при этом являются функции компенсированного спроса для предпочтений Кобба–Дугласа (1.7):

$$x_1^h = \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \left(\frac{c p_2}{d p_1} \right)^{\frac{d}{c+d}}, x_2^h = \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \left(\frac{d p_1}{c p_2} \right)^{\frac{c}{c+d}}. \quad (1.65)$$

Например, для функции полезности $U = \sqrt{x_1 x_2}$:

$$x_1^h = \bar{U} \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}, x_2^h = \bar{U} \sqrt{\frac{p_1}{p_2}}. \quad (1.66)$$

Выведем функции компенсированного спроса для совершенных субститутутов. В случае линейных предпочтений (1.8) в задаче условной минимизации расходов потенциально существуют три оптимальные ситуации,

рассмотренные в параграфе 1.3. При $\frac{p_2}{\beta} > \frac{p_1}{\alpha}$, минимизируя расходы, по-

ребители целиком отказываются от потребления второго товара (точка E_1 на рис. 1.18), а значит, уровень полезности будет пропорционален объему потребления первого: $\bar{U} = \alpha x_1$. При $\frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}$, наоборот, все расходы уйдут на второе благо: $x_1 = 0$ (точка E_2 на рис. 1.19). В пограничной ситуации $\frac{p_2}{\beta} = \frac{p_1}{\alpha}$ оптимальной будет любая точка на отрезке $[E_1 E_2]$ (рис. 1.20), следовательно, диапазон возможных объемов потребления первого товара будет ограничен значениями, полученными выше: 0 и $\bar{U} / \alpha$.

Таким образом, для линейной функции полезности поверхность спроса по Хиксу на каждый из товаров будет состоять из двух горизонтальных и одного вертикального сегментов (рис. 1.53–1.54):

$$x_1^h = t \frac{\bar{U}}{\alpha}, x_2^h = (1-t) \frac{\bar{U}}{\beta}, \text{ где } \begin{cases} t = 1 \text{ при } \frac{p_1}{\alpha} < \frac{p_2}{\beta}, \\ t = 0 \text{ при } \frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}, \\ t \in [0,1] \text{ при } \frac{p_1}{\alpha} = \frac{p_2}{\beta}. \end{cases} \quad (1.67)$$

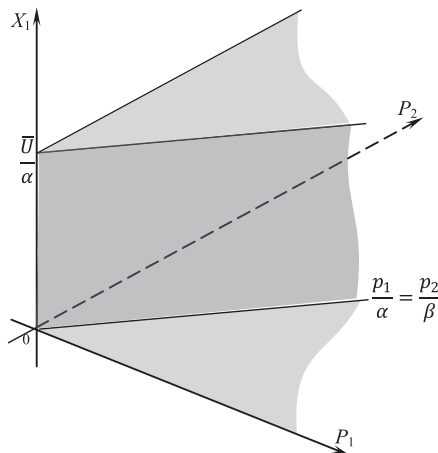


Рис. 1.53. Поверхность компенсированного спроса на первое благо

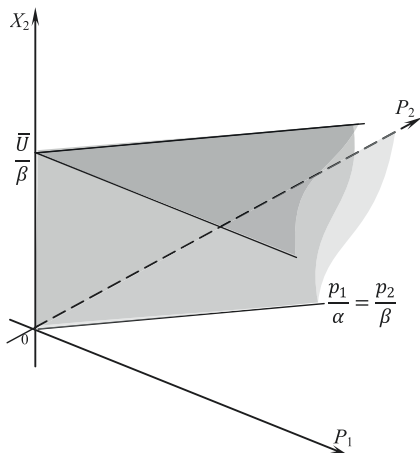


Рис. 1.54. Поверхность компенсированного спроса на второе благо

Если блага являются совершенными комплементами (1.10), то поскольку товары используются в строгих пропорциях, постольку между ними отсутствует эффект замещения. При леонтьевской функции полезности комбинации продуктов, минимизирующие расходы при заданном уровне полезности, будут находиться в вершинах углов, являющихся линиями безразличия данной функции полезности (1.11), т.е. справедливо равенство:

$$\bar{U} = \frac{x_1}{\alpha} = \frac{x_2}{\beta}.$$

Следовательно, функции компенсированного спроса на товары таковы:

$$x_1 = \alpha \bar{U}, x_2 = \beta \bar{U}. \quad (1.68)$$

Для вывода функций спроса по Хиксу, соответствующих функции полезности CES (1.13), рассмотрим двойственную задачу связанной минимизации расходов (1.58):

$$(p_1 x_1 + p_2 x_2) \rightarrow \min : \\ (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U}.$$

Функция Лагранжа для данной задачи будет иметь вид:

$$\mathcal{L} = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \lambda \left(\bar{U} - (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} \right).$$

Необходимые условия минимизации расходов при ограничении по полезности предполагают равенство нулю частных производных функции Лагранжа по объемам потребляемых благ:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = p_1 - \lambda (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_1^{\varphi-1} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = p_2 - \lambda (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_2^{\varphi-1} = 0,$$

или

$$\lambda (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_1^{\varphi-1} = p_1,$$

$$\lambda (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_2^{\varphi-1} = p_2.$$

С учетом жесткости ограничения по полезности условия оптимальности по x_1 и x_2 принимают вид:

$$x_1 = \left(\frac{p_1}{\lambda} \right)^{\frac{1}{\varphi-1}} (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U} \left(\frac{p_1}{\lambda} \right)^{\frac{1}{\varphi-1}},$$

$$x_2 = \left(\frac{p_2}{\lambda} \right)^{\frac{1}{\varphi-1}} (x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U} \left(\frac{p_2}{\lambda} \right)^{\frac{1}{\varphi-1}}.$$

Возведем левые и правые части данного равенства в степень φ , просуммируем полученные соотношения по всем товарам и далее извлечем из полученной суммы корень степени φ . Тогда с учетом жесткости ограничения по полезности приходим к равенству:

$$(x_1^\varphi + x_2^\varphi)^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U} \left[\left(\frac{p_1}{\lambda} \right)^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + \left(\frac{p_2}{\lambda} \right)^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right]^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U},$$

которое позволяет выразить множитель Лагранжа:

$$\lambda^{\frac{1}{\varphi-1}} = \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)^{\frac{1}{\varphi}}.$$

Заменяя с помощью данного соотношения множитель Лагранжа в выражениях для оптимальной корзины товаров, получаем функции спроса по Хиксу для функции полезности CES:

$$x_1^h = \frac{\bar{U}}{p_1^{\frac{1}{1-\varphi}} \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)^{\frac{1}{\varphi}}}, x_2^h = \frac{\bar{U}}{p_2^{\frac{1}{1-\varphi}} \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)^{\frac{1}{\varphi}}}. \quad (1.69)$$

Данные функции хиксианского спроса можно переписать, используя

показатель эластичности замещения между продуктами $\delta = \frac{1}{1-\varphi}$:

$$x_1^h = \frac{\bar{U}}{p_1^\delta (p_1^{1-\delta} + p_2^{1-\delta})^{\frac{\delta}{\delta-1}}}, x_2^h = \frac{\bar{U}}{p_2^\delta (p_1^{1-\delta} + p_2^{1-\delta})^{\frac{\delta}{\delta-1}}}.$$

Подстановка хиксианского спроса (1.62) в целевую функцию обратной задачи позволяет получить функцию расходов, показывающую минимальные расходы, которые должен осуществить потребитель, чтобы при сложившихся ценах благ достичь заданного уровня полезности:

$$E(p_1, p_2, \bar{U}) = p_1 x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}) + p_2 x_2^h(p_1, p_2, \bar{U}). \quad (1.70)$$

В качестве примера, выведем функцию расходов для предпочтений Стоуна—Джери (1.37), используя соответствующие функции компенсированного спроса (1.64):

$$\begin{aligned} E = p_1 x_1^h + p_2 x_2^h &= ap_1 + c \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \left(\frac{p_1}{c} \right)^{\frac{c}{c+d}} \left(\frac{p_2}{d} \right)^{\frac{d}{c+d}} + \\ &+ bp_2 + d \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \left(\frac{p_1}{c} \right)^{\frac{c}{c+d}} \left(\frac{p_2}{d} \right)^{\frac{d}{c+d}} = \\ &= ap_1 + bp_2 + (c+d) \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \left(\frac{p_1}{c} \right)^{\frac{c}{c+d}} \left(\frac{p_2}{d} \right)^{\frac{d}{c+d}}. \end{aligned} \quad (1.71)$$

В частности, для предпочтений Кобба—Дугласа (1.7) компенсированный спрос характеризуется выражениями (1.65), и в функции расходов (1.71) исчезают первые два слагаемые:

$$E = (c+d) \bar{U}^{\frac{1}{c+d}} \left(\frac{p_1}{c} \right)^{\frac{c}{c+d}} \left(\frac{p_2}{d} \right)^{\frac{d}{c+d}}. \quad (1.72)$$

Например, для функции полезности вида $U = \sqrt{x_1 x_2}$, когда компенсированный спрос представлен зависимостями (1.66), функция расходов потребителя приобретает вид:

$$E(p_1, p_2, \bar{U}) = 2\bar{U} \sqrt{p_1 p_2}. \quad (1.73)$$

Для линейных предпочтений, когда товары являются совершенными субститутами (1.8), компенсированный спрос представлен зависимостями (1.67). Домножая их на цены соответствующих благ и складывая эти произведения друг с другом, получаем следующее выражение для функции расходов:

$$E = p_1 x_1^h + p_2 x_2^h = p_1 t \frac{\bar{U}}{\alpha} + p_2 (1-t) \frac{\bar{U}}{\beta} = \bar{U} \left(t \frac{p_1}{\alpha} + (1-t) \frac{p_2}{\beta} \right),$$

$$\text{где } \begin{cases} t = 1 \text{ при } \frac{p_1}{\alpha} < \frac{p_2}{\beta}, \\ t = 0 \text{ при } \frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}, \\ t \in [0,1] \text{ при } \frac{p_1}{\alpha} = \frac{p_2}{\beta}, \end{cases}$$

или

$$E = \begin{cases} \bar{U} \frac{p_1}{\alpha}, & \text{если } \frac{p_1}{\alpha} < \frac{p_2}{\beta}, \\ \bar{U} \frac{p_2}{\beta}, & \text{если } \frac{p_2}{\beta} < \frac{p_1}{\alpha}, \\ \bar{U} \frac{p_1}{\alpha} = \bar{U} \frac{p_2}{\beta}, & \text{если } \frac{p_1}{\alpha} = \frac{p_2}{\beta}, \end{cases} \quad (1.74)$$

которое можно привести к следующему виду:

$$E = \bar{U} \cdot \min \left\{ \frac{p_1}{\alpha}, \frac{p_2}{\beta} \right\}. \quad (1.75)$$

Для функции полезности леонтьевского типа, характеризующей потребление взаимодополняющих благ (1.10), используя выражения спроса по Хиксу (1.68), получаем линейную функцию расходов:

$$E = \bar{U}(\alpha p_1 + \beta p_2). \quad (1.76)$$

Подставляя функции спроса по Хиксу, соответствующие функции полезности CES, (1.69) в выражение расходов потребителя, выводим функцию расходов для предпочтений с постоянной эластичностью замещения между товарами (1.13):

$$E(p_1, p_2, \bar{U}) = \frac{\bar{U} \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)^{\frac{1}{\varphi}}}{\left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)^{\frac{1}{\varphi}}} = \bar{U} \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)^{\frac{\varphi-1}{\varphi}}. \quad (1.77)$$

В силу однородности нулевой степени хиксианского спроса (1.63) функция расходов является однородной первой степени по ценам товаров:

$$E(tp_1, tp_2, \bar{U}) = tp_1 x_1^h(tp_1, tp_2, \bar{U}) + tp_2 x_2^h(tp_1, tp_2, \bar{U}) = \\ = tp_1 x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}) + tp_2 x_2^h(p_1, p_2, \bar{U}) = tE(p_1, p_2, \bar{U}), t > 0. \quad (1.78)$$

Для функций спроса по Хиксу равнопропорциональное изменение цен при неизменном уровне полезности приводит к соответствующему изменению расходов. Изменение покупательной способности должно быть нейтрализовано противоположной по направлению вариацией располагаемого дохода с тем, чтобы благосостояние индивида оставалось на прежнем уровне. Отражением этого является и само название данных функций как «компенсированного» спроса.

Используя функцию расходов потребителя, можно прояснить экономический смысл и рассчитать величину множителя Лагранжа в задаче минимизации расходов потребителя при заданной полезности (1.58). Экономический смысл множителя Лагранжа здесь вытекает из условий стационарности (1.61). Действительно, домножая каждое из равенств в системе (1.61) на дифференциал объема потребления соответствующего товара:

$$\begin{cases} p_1 dx_1 = \lambda MU_1 dx_1, \\ p_2 dx_2 = \lambda MU_2 dx_2, \end{cases}$$

складывая почленно данные равенства:

$$p_1 dx_1 + p_2 dx_2 = \lambda (MU_1 dx_1 + MU_2 dx_2)$$

и замечая, что в левой части полученного соотношения стоит полный дифференциал расходов потребителя $dE = dM$ (1.46), а в правой — полный дифференциал полезности (1.5):

$$dE = \lambda dU,$$

приходим к выводу о том, что экономическому смыслу множитель Лагранжа в задаче связанной минимизации расходов (1.58) представляет собой предельные расходы потребителя, необходимые для увеличения его полезности на бесконечно малую величину:

$$\lambda = \frac{dE}{dU}. \quad (1.79)$$

Для того чтобы установить этот факт, можно было бы применить теорему об огибающей (1.140) к задаче условной минимизации расходов (1.58), приравняв значения полной производной функции расходов по величине полезности и соответствующей частной производной функ-

ции Лагранжа (1.60), рассчитанные на оптимальной корзине товаров $(x_1, x_2) = (x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}), x_2^h(p_1, p_2, \bar{U}))$.

Функции хиксианского (компенсированного) спроса на товар могут быть получены путем дифференцирования функции расходов (при достаточной ее гладкости) по цене соответствующего товара. Этот факт известен как лемма Шепарда¹:

$$x_i^h(p_1, p_2, \bar{U}) = \frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i}, i = 1, 2. \quad (1.80)$$

Для доказательства этого утверждения выпишем полную производную функции расходов (1.70) по цене любого из товаров ($i = 1, 2$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i} &= x_i^h(p_1, p_2, \bar{U}) + p_1 \frac{\partial x_1^h}{\partial p_i} + p_2 \frac{\partial x_2^h}{\partial p_i} = \\ &= x_i^h(p_1, p_2, \bar{U}) + \lambda \frac{\partial U}{\partial x_1} \frac{\partial x_1^h}{\partial p_i} + \lambda \frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{\partial x_2^h}{\partial p_i} = \\ &= x_i^h(p_1, p_2, \bar{U}) + \lambda \left(\frac{\partial U}{\partial x_1} \frac{\partial x_1^h}{\partial p_i} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{\partial x_2^h}{\partial p_i} \right) = x_i^h(p_1, p_2, U). \end{aligned}$$

Здесь мы использовали условия связанной минимизации расходов потребителя (1.61), а также тот факт, что, поскольку в (1.58) величина полезности — фиксированная $U(x_1, x_2) = \bar{U}$, постольку производная данного ограничения будет нулевой:

$$\frac{\partial U}{\partial p_i} = \frac{\partial U}{\partial x_1} \frac{\partial x_1^h}{\partial p_i} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{\partial x_2^h}{\partial p_i} = \frac{\partial \bar{U}}{\partial p_i} = 0,$$

т.е. выражение в скобках в предпоследнем равенстве производной расходов по цене аннулируется.

Фактически при доказательстве леммы Шепарда здесь мы воспользовались теоремой об огибающей (1.140), в соответствии с которой полная производная функции расходов по цене каждого из товаров и соответствующая частная производная функции Лагранжа (1.60), рассчитанные на оптимальной для задачи (1.58) корзине товаров $(x_1, x_2) = (x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}), x_2^h(p_1, p_2, \bar{U}))$, равны между собой.

Проиллюстрируем лемму Шепарда на примере функции полезности Кобба–Дугласа $U = \sqrt{x_1 x_2}$. Для данных предпочтений построим функцию

¹ Рональд Шепард (1912–1982) — американский экономист-математик. См.: Shepard R. W. Theory of cost and production functions. Princeton: Princeton University Press, 1953.

расходов потребителя: $E(p_1, p_2, \bar{U}) = 2\bar{U}\sqrt{p_1 p_2}$. Ее производная по цене, например, первого товара равна соответствующей функции условного

спроса: $\frac{\partial E}{\partial p_1} = \bar{U}\sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = x_1^h$, что и утверждает лемма Шепарда.

Функция расходов является вогнутой по ценам товаров. Для доказательства этого утверждения будем анализировать функцию расходов $E = E(p_1, p_2, \bar{U})$, соответствующую некоторой функции полезности $U = U(x_1, x_2)$. Рассмотрим произвольные векторы цен $p = (p_1, p_2)$ и $p' = (p'_1, p'_2)$, а также некоторый вектор цен $p'' = (p''_1, p''_2)$, представляющий собой линейную комбинацию указанных векторов: $p'' = (p''_1, p''_2) = (\alpha p_1 + (1-\alpha)p'_1, \alpha p_2 + (1-\alpha)p'_2)$, где $\alpha \in [0, 1]$.

Зафиксируем полезность на уровне $U(x_1, x_2) = \bar{U}$ и рассмотрим при данном ограничении задачи минимизации расходов потребителя при ценах p, p' и p'' . Пусть $x = (x_1, x_2)$, $x' = (x'_1, x'_2)$ и $x'' = (x''_1, x''_2)$ — оптимальные корзины товаров в данных задачах минимизации расходов потребителя соответственно при ценах p, p' и p'' . Данным решениям оптимизационных задач будут соответствовать определенные значения функции расходов:

$$E(p_1, p_2, \bar{U}) = p_1 x_1 + p_2 x_2, E(p'_1, p'_2, \bar{U}) = p'_1 x'_1 + p'_2 x'_2$$

и

$$\begin{aligned} E(p''_1, p''_2, \bar{U}) &= p''_1 x''_1 + p''_2 x''_2 = \alpha p_1 x''_1 + (1-\alpha) p'_1 x''_1 + \\ &+ \alpha p_2 x''_2 + (1-\alpha) p'_2 x''_2 = \alpha(p_1 x''_1 + p_2 x''_2) + (1-\alpha)(p'_1 x''_1 + p'_2 x''_2). \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} E(p''_1, p''_2, \bar{U}) &= p''_1 x''_1 + p''_2 x''_2 = \alpha p_1 x''_1 + (1-\alpha) p'_1 x''_1 + \alpha p_2 x''_2 + \\ &+ (1-\alpha) p'_2 x''_2 = \alpha(p_1 x''_1 + p_2 x''_2) + (1-\alpha)(p'_1 x''_1 + p'_2 x''_2) \geq \\ &\geq \alpha E(p_1, p_2, \bar{U}) + (1-\alpha) E(p'_1, p'_2, \bar{U}). \end{aligned}$$

Обратим внимание на то, что по определению функции расходов, которая показывает минимальную их величину при заданном уровне полезности и ценах на продукты, справедливы следующие неравенства: $p_1 x''_1 + p_2 x''_2 \geq E(p_1, p_2, \bar{U})$ и $p'_1 x''_1 + p'_2 x''_2 \geq E(p'_1, p'_2, \bar{U})$.

Действительно, значения функции расходов $E(p_1, p_2, \bar{U})$ и $E(p'_1, p'_2, \bar{U})$ будут соответствовать не набору $x'' = (x''_1, x''_2)$, а другим оптимальным корзинам товаров — $x = (x_1, x_2)$ и $x' = (x'_1, x'_2)$.

Таким образом, для функции расходов будет справедливо неравенство Йенсена:

$$\begin{aligned} E(p_1'', p_2'', \bar{U}) &= E(\alpha p_1 + (1-\alpha)p_1', \alpha p_2 + (1-\alpha)p_2', \bar{U}) \geq \\ &\geq \alpha E(p_1, p_2, \bar{U}) + (1-\alpha)E(p_1', p_2', \bar{U}), \end{aligned}$$

характеризующее ее вогнутость по ценам на товары.

Как показано на рисунке 1.55, при снижении цены первого товара ($p_1^2 < p_1^1$) и росте его покупаемого количества ($x_1^1 > x_1^2$) угловой коэффициент касательной к графику функции расходов увеличивается: $\tan \beta > \tan \alpha$,

поскольку по лемме Шепарда (1.80) $\tan \alpha = \frac{\partial E}{\partial p_1}(p_1^1) = x_1^1$, $\tan \beta = \frac{\partial E}{\partial p_1}(p_1^2) = x_1^2$.

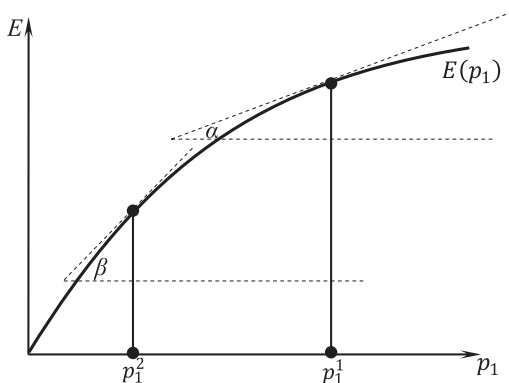


Рис. 1.55. Вогнутость функции расходов по ценам благ

Обратим внимание на то, что в случае единственности оптимальной корзины товаров, находящейся во внутренней части потребительского множества X (т.е. при отсутствии краевых решений), которая будет иметь место при строгой выпуклости кривых безразличия к началу координат, неравенства выше, в том числе и неравенство Йенсена, будут строгими, а значит, будет иметь место строгая вогнутость функции расходов по ценам на товары.

Если выше однородность первой степени функции расходов по ценам благ (1.78) была выведена из однородности нулевой степени хиксианского спроса (1.63), то лемма Шепарда (1.80) позволяет, наоборот, доказать однородность нулевой степени функций компенсированного спроса, исходя из однородности первой степени функции расходов. Действительно,

дифференцируя по цене любого из товаров выражение, характеризующее однородность первой степени функции расходов по ценам (1.78) и применяя лемму Шепарда (1.80):

$$\begin{aligned}\frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i} &= \frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial (tp_i)} \cdot \frac{\partial (tp_i)}{\partial p_i} = tx_i^h(p_1, p_2, \bar{U}) = \\ &= t \frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i} = tx_i^h(p_1, p_2, \bar{U}), i = 1, 2,\end{aligned}$$

приходим к однородности нулевой степени функций спроса по Хиксу (1.63).

Располагая информацией о функции расходов потребителя (1.70), можно восстановить его функцию полезности (1.1). Действительно, применяя лемму Шепарда (1.80), можно получить функции компенсированного спроса на потребительские блага, которые можно записать в следующем виде, пользуясь их однородностью нулевой степени по ценам и беря в качестве коэффициента пропорциональности в соотношении (1.63) цену одного из товаров, например p_2 :

$$x_i^h = x_i^h\left(\frac{p_1}{p_2}, \bar{U}\right), i = 1, 2.$$

Применяя к записанному таким образом хиксианскому спросу теорему об обратной функции, можно выразить относительные цены через объемы потребления товаров и уровень полезности:

$$\frac{p_1}{p_2} = x_1^{h-1}(x_1, \bar{U}) = x_2^{h-1}(x_2, \bar{U}).$$

Применяя теперь к последнему равенству теорему о неявной функции, можно получить функцию полезности потребителя (1.1).

Например, восстановим функцию полезности потребителя для заданной функции его расходов $E = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}(p_1)^{\frac{2}{3}}(p_2)^{\frac{1}{3}}\bar{U}^{\frac{4}{3}}$. Применяя лемму Шепарда к функции расходов, можно получить функции компенсированного спроса соответственно на первое и второе блага:

$$\frac{\partial E}{\partial p_1} = \left(\frac{2p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{3}}\bar{U}^{\frac{4}{3}} = x_1, \quad \frac{\partial E}{\partial p_2} = \left(\frac{p_1}{2p_2}\right)^{\frac{2}{3}}\bar{U}^{\frac{4}{3}} = x_2.$$

Из спроса по Хиксу на первый товар следует, что $\frac{p_1}{2p_2} = \frac{\bar{U}^4}{x_1^3}$, а значит,

компенсированный спрос на второе благо можно преобразовать к виду

$$x_2 = \left(\frac{U}{x_1^{\frac{3}{4}}} \right)^{\frac{8}{3}} \bar{U}^{\frac{4}{3}} = \frac{\bar{U}^4}{x_1^2}, \text{ что позволяет получить искомую функцию полезности: } U = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{4}}.$$

сти: $U = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{4}}$.

Функциям хиксианского (компенсированного) спроса присущ ряд примечательных свойств.

Для функций хиксианского спроса характерна неположительность собственных коэффициентов замещения:

$$\frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i} \leq 0, i = 1, 2.$$

Действительно, если функция расходов является дважды дифференцируемой, то ее «чистые» частные производные второго порядка, которые по лемме Шепарда (1.80) представляют собой функции спроса по Хиксу, будут неположительными, ведь в силу вогнутости функции расходов по ценам ее матрица Гессе должна быть отрицательно полуопределенной:

$$\frac{\partial^2 E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i^2} = \frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i} \leq 0, i = 1, 2.$$

Во внутренних оптимумах при строгой выпуклости кривых безразличия к началу координат, когда функция расходов строго вогнута по ценам, а значит, ее матрица Гессе является отрицательно определенной, собственные коэффициенты замещения будут отрицательными:

$$\frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i} < 0, i = 1, 2. \quad (1.81)$$

Наконец, следует отметить, что, если функция расходов является дважды непрерывно дифференцируемой, то смешанные частные производные функции хиксианского (компенсированного) спроса равны между собой:

$$\frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_2} = \frac{\partial x_2^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1}. \quad (1.82)$$

Это свойство функции хиксианского спроса известно как теорема о симметричности коэффициентов замещения.

Действительно, по лемме Шепарда (1.80)

$$\frac{\partial^2 E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1 \partial p_2} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_2}, \quad \frac{\partial^2 E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_2 \partial p_1} = \frac{\partial x_2^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1}.$$

При этом по теореме Шварца, если вторые частные производные функции расходов непрерывны, то они равны между собой, т.е. значения непрерывных вторых частных производных не зависят от порядка дифференцирования:

$$\frac{\partial^2 E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1 \partial p_2} = \frac{\partial^2 E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_2 \partial p_1},$$

что в свою очередь подразумевает симметричность коэффициентов замещения.

Проверим, например, симметричность коэффициентов замещения для предпочтений Стоуна–Джери, когда функции хиксианского спроса имеют вид (1.64):

$$\frac{\partial x_1^h}{\partial p_2} = \frac{cd\bar{U}^{\frac{1}{c+d}}}{(c+d)p_1 p_2} \left(\frac{p_1}{c}\right)^{\frac{c}{c+d}} \left(\frac{p_2}{d}\right)^{\frac{d}{c+d}} = \frac{\bar{U}^{\frac{1}{c+d}}}{(c+d)} \left(\frac{c}{p_1}\right)^{\frac{d}{c+d}} \left(\frac{d}{p_2}\right)^{\frac{c}{c+d}} = \frac{\partial x_2^h}{\partial p_1}.$$

Отметим, что, если увеличить размерность задачи потребительского выбора, допустив наличие двух и более товаров в корзине товаров, то в зависимости от знака коэффициента замещения можно классифицировать товары на чистые субституты и комплементы.

Если $\frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} > 0, i \neq j$, то во внутренних оптимумах при строгой

выпуклости кривых безразличия к началу координат, поскольку собственные коэффициенты замещения представляют собой отрицательные величины (1.81), постольку объемы компенсированного спроса на данные два блага будут двигаться в противоположном направлении относительно друг друга при изменении цены одного из них. Следовательно, одно из благ будет замещать другое в потребительских наборах, расположенных на одной и той же кривой безразличия, т.е. данные товары являются чистыми субститутами.

Если $\frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} < 0, i \neq j$, то во внутренних оптимумах при строгой

выпуклости поверхностей безразличия к началу координат, поскольку собственные коэффициенты замещения представляют собой отрицательные величины (1.81), постольку объемы компенсированного спроса на данные два блага будут двигаться, наоборот, сонаправленно относительно друг друга при изменении цены одного из них. Следовательно, данные товары дополняют друг друга в потребительских наборах, расположенных на одной и той же поверхности безразличия, т.е. являются чистыми комплементами.

Очевидно, что в случае двухпродуктовой потребительской корзины при изменении внутреннего оптимума, отражающегося в движении вдоль строгой выпуклой к началу координат кривой безразличия, увеличение одного товара в наборе предполагает сокращение другого, т.е. блага будут являться чистыми субститутами.

1.6. Двойственность в теории потребительского выбора

Природа потребительского выбора двойственна: выбор оптимального для потребителя набора товаров (x_1^*, x_2^*) может анализироваться не только как проблема максимизации уровня полезности при заданном бюджетном ограничении (1.20), но и как проблема минимизации бюджетных расходов при заданном уровне предпочтений (1.58).

Симметрия, или двойственность, между задачами связанной максимизации полезности (1.20) и минимизации расходов (1.58) потребителя при условии равенства соответствующих предпочтений и товарных цен состоит в следующем. Если рассчитать, используя решение (x_1^*, x_2^*) , максимальный уровень полезности U^* в задаче (1.20) и рассматривать его в качестве ограничения $\bar{U}$, то решение задачи (1.58) (x_1^*, x_2^*) совпадет с ответом в (1.20). При этом величина расходов потребителя в (1.58) совпадет с его ограничением по доходу в (1.20). Другими словами, если $\max_{x_1, x_2} U(x_1^*, x_2^*) = \bar{U}$

при условии $p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq \bar{M}, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$, то $\min_{x_1, x_2} (p_1 x_1^* + p_2 x_2^*) = \bar{M}$ при вы-

полнении ограничения: $U(x_1, x_2) \geq \bar{U}, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$.

Подстановка в целевую функцию полезности функций маршаллианского спроса, выведенных в результате решения прямой задачи потребительского выбора, позволяет получить так называемую неявную (или кос-

венную) функцию полезности¹ — функциональную зависимость максимального значения полезности от цен товаров и дохода потребителя:

$$V(p_1, p_2, M) = U(x_1^m(p_1, p_2, M), x_2^m(p_1, p_2, M)). \quad (1.83)$$

Приведем примеры косвенных функций полезности. Для предпочтений Стоуна—Джери (1.37), когда спрос по Маршаллу представлен выражениями (1.38), неявная функция полезности будет иметь вид:

$$V(p_1, p_2, M) = \left(\frac{M - p_1 a - p_2 b}{c + d} \right)^{c+d} \left(\frac{c}{p_1} \right)^c \left(\frac{d}{p_2} \right)^d. \quad (1.84)$$

Ее частным случаем, относящимся к предпочтениям Кобба—Дугласа (1.7) и соответствующему маршаллианскому спросу (1.39), будет косвенная функций полезности вида:

$$V(p_1, p_2, M) = \left(\frac{M}{c + d} \right)^{c+d} \left(\frac{c}{p_1} \right)^c \left(\frac{d}{p_2} \right)^d. \quad (1.85)$$

Например, для функции полезности $U = \sqrt{x_1 x_2}$ она принимает вид:

$$V(p_1, p_2, M) = \frac{M}{2\sqrt{p_1 p_2}}. \quad (1.86)$$

Для линейной функции полезности, характеризующей выбор между товарами субститутами (1.8), спрос по Маршаллу характеризуется выражением (1.41), а значит, косвенная полезность будет такой:

$$V(p_1, p_2, M) = \alpha t \frac{M}{p_1} + \beta (1-t) \frac{M}{p_2} = M \left(t \frac{\alpha}{p_1} + (1-t) \frac{\beta}{p_2} \right),$$

$$\text{где } \begin{cases} t = 1 \text{ при } \frac{p_2}{\beta} > \frac{p_1}{\alpha}, \\ t = 0 \text{ при } \frac{p_1}{\alpha} > \frac{p_2}{\beta}, \\ t \in [0, 1] \text{ при } \frac{p_2}{\beta} = \frac{p_1}{\alpha}; \end{cases}$$

¹ Автор идеи — французский экономист Рене Франсуа Жозеф Рой (1894–1977). См.: Roy R. De l'utilité: Contribution à la théorie des choix. Paris: Hermann, 1942.

или

$$V(p_1, p_2, M) = \begin{cases} M \frac{\alpha}{p_1}, & \text{если } \frac{\alpha}{p_1} > \frac{\beta}{p_2}, \\ M \frac{\beta}{p_2}, & \text{если } \frac{\beta}{p_2} > \frac{\alpha}{p_1}, \\ M \frac{\alpha}{p_1} = M \frac{\beta}{p_2}, & \text{если } \frac{\alpha}{p_1} = \frac{\beta}{p_2}. \end{cases}$$

Данную совокупность соотношений можно записать в компактной форме:

$$V(p_1, p_2, M) = M \cdot \max \left\{ \frac{\alpha}{p_1}, \frac{\beta}{p_2} \right\}. \quad (1.88)$$

При наличии совершенно комплементарных благ, задающих леонтьевские предпочтения (1.10) и соответствующие функции маршаллианского спроса (1.42), неявная функция полезности принимает следующий вид:

$$V(p_1, p_2, M) = \frac{M}{\alpha p_1 + \beta p_2}. \quad (1.89)$$

Для функции полезности CES (1.13) функции спроса по Маршаллу (1.43) генерируют следующую косвенную функцию полезности:

$$V(p_1, p_2, M) = \frac{M \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)^{\frac{1}{\varphi}}}{\left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)} = M \left(p_1^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} + p_2^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right)^{\frac{1-\varphi}{\varphi}}. \quad (1.90)$$

Для того, чтобы сформулировать экономический смысл множителя Лагранжа в задаче максимизации полезности при бюджетном ограничении потребителя (1.20), домножим каждое из равенств в системе необходимых условий оптимизации (1.23) на дифференциал объема потребления соответствующего товара:

$$\begin{cases} MU_1 dx_1 = \lambda p_1 dx_1, \\ MU_2 dx_2 = \lambda p_2 dx_2 \end{cases}$$

и сложим почленно данные равенства:

$$MU_1 dx_1 + MU_2 dx_2 = \lambda (p_1 dx_1 + p_2 dx_2),$$

или

$$dU = \lambda dE,$$

где dU — полный дифференциал полезности (1.5), $dE = dM$ — полный дифференциал расходов потребителя (1.46).

Таким образом, по экономическому смыслу множитель Лагранжа в задаче максимизации полезности при ограничении по доходу (1.20) представляет собой предельную полезность денег:

$$\lambda = \frac{dU}{dE} = \frac{dV}{dM}. \quad (1.91)$$

Экономический смысл множителя Лагранжа λ в задаче связанной максимизации полезности (1.20) можно также показать, продифференцировав по доходу косвенную функцию полезности (1.83) с учетом условий оптимальности (1.23), а также равенства единице производной бюджетного ограничения по доходу (1.47):

$$\frac{dV}{dM} = \frac{\partial U}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dM} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dM} = \lambda \left(p_1 \frac{dx_1}{dM} + p_2 \frac{dx_2}{dM} \right) = \lambda.$$

По сути, здесь работает теорема об огибающей (1.140), утверждающая в данном случае, что полная производная функции полезности по величине дохода, рассчитанная на оптимальной корзине товаров $(x_1, x_2) = (x_1^m(p_1, p_2, M), x_2^m(p_1, p_2, M))$, равна частной производной по доходу функции Лагранжа (1.22).

Исходя из определения косвенной функции полезности и опираясь на экономический смысл множителя Лагранжа (1.91) в задаче связанной максимизации полезности (1.20), можно сделать вывод о том, что при локальной ненасыщаемости потребления (1.2), когда $\lambda > 0$, неявная полез-

ность является возрастающей функцией дохода: $\frac{dV}{dM} > 0$ (рис. 1.57). Если

же предпосылка о локальной ненасыщаемости не выполняется, то $\lambda = 0$,

и значение косвенной функции полезности не зависит от дохода: $\frac{dV}{dM} = 0$.

В общем случае можно сказать, что неявная полезности является неубы-

вающей функцией дохода: $\frac{dV(p_1, p_2, M)}{dM} \geq 0$.

Неявная функция полезности является однородной нулевой степени по ценам и доходу. Действительно, по построению косвенной полезности (1.83), учитывая однородность нулевой степени функций маршаллианского спроса (1.36), для любого $\alpha > 0$ имеем:

$$\begin{aligned} V(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha M) &= U(x_1^m(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha M), x_2^m(\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha M)) = \\ &= U(x_1^m(p_1, p_2, M), x_2^m(p_1, p_2, M)) = V(p_1, p_2, M). \end{aligned}$$

Двойственность между задачами связанной максимизации полезности (1.20) и минимизации расходов (1.58) отражается четырьмя тождествами (рис. 1.56), выполняющимися для локально ненасыщаемых непрерывных предпочтений.

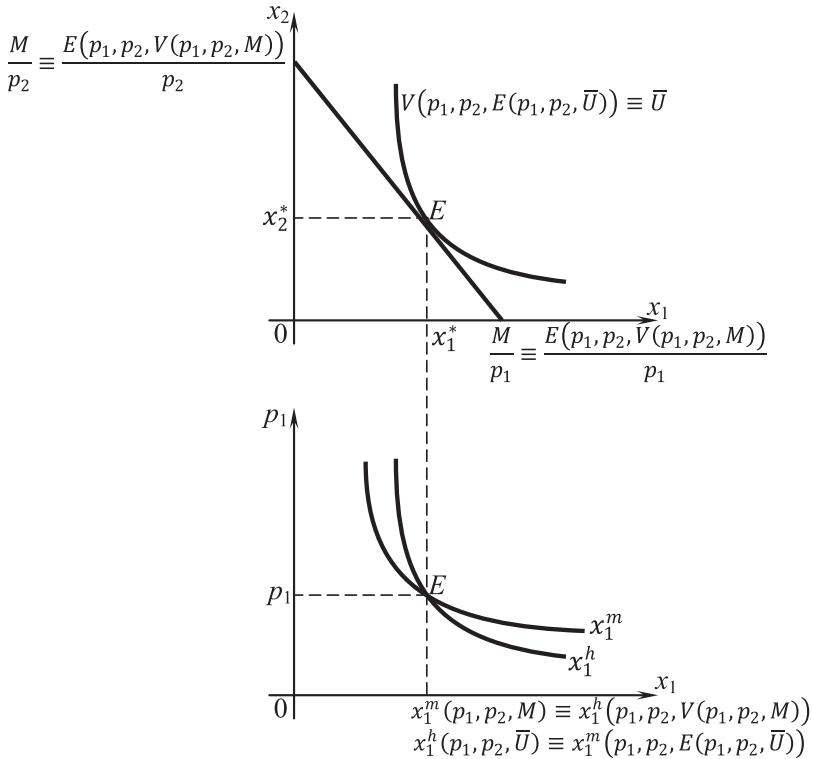


Рис. 1.56. Двойственность задач потребительского выбора

Минимальные расходы, необходимые для достижения полезности $U = V(p_1, p_2, M)$ в двойственной задаче (1.58), представляют собой доход потребителя M , выступающий в качестве ограничения в прямой задаче (1.20):

$$E(p_1, p_2, V(p_1, p_2, M)) \equiv M. \quad (1.92)$$

Максимум полезности, достижимый при доходе $M = E(p_1, p_2, \bar{U})$, в рамках прямой задачи (1.20) есть $\bar{U}$, выступающая в качестве ограничения в двойственной задаче:

$$V(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{U})) \equiv \bar{U}. \quad (1.93)$$

Маршаллианский спрос на некоторый, i -й товар при доходе M тождественно равен хиксианскому спросу на данный товар при заданном уровне полезности $U = V(p_1, p_2, M)$:

$$x_i^m(p_1, p_2, M) \equiv x_i^h(p_1, p_2, V(p_1, p_2, M)), i = 1, 2. \quad (1.94)$$

Хиксианский спрос на некоторый, i -й товар при заданной полезности $\bar{U}$ тождественно равен маршаллианскому спросу на данный товар при доходе $M = E(p_1, p_2, \bar{U})$:

$$x_i^h(p_1, p_2, \bar{U}) \equiv x_i^m(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{U})), i = 1, 2. \quad (1.95)$$

Тождества (1.92)–(1.93) свидетельствуют о том, что функции расходов (1.70) и косвенной полезности (1.83) являются взаимно обратными (рис. 1.57). Это можно продемонстрировать, сравнивая соответствующие зависимости, полученные для случаев:

- функций полезности Стоуна–Джери ((1.71) и (1.84)) и Кобба–Дугласа ((1.72)–(1.73) и (1.85)–(1.86)),
- совершенных субститутов ((1.74)–(1.75) и (1.87)–(1.88)),
- совершенных complements ((1.76) и (1.89)),
- функции полезности CES ((1.77) и (1.90)).

Кроме того, проявлением двойственности между связанной максимизацией полезности (1.20) и минимизацией расходов (1.58) потребителя является также то, что множители Лагранжа в этих задачах представляют собой взаимно обратные величины. Действительно, множители Лагранжа в этих задачах представляют собой производные соответственно косвенной полезности по доходу (1.91) и расходов по уровню полезности (1.79), а поскольку функции расходов и косвенной полезности являются взаимно обратными, постольку их производные представляют собой взаимно обратные величины.

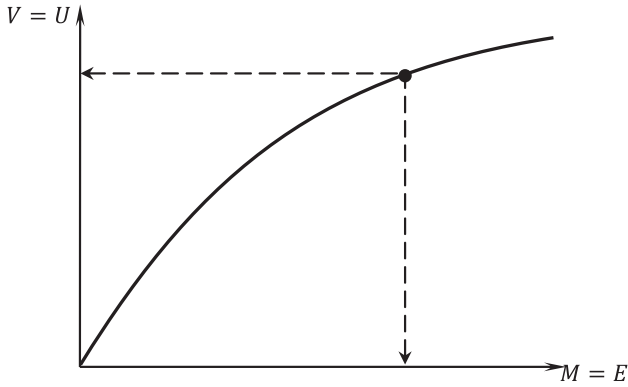


Рис. 1.57. Взаимно обратные функции расходов и неявной полезности

Зная косвенную функцию полезности, можно получить маршаллианскую функцию спроса на данный, i -й товар (1.35), воспользовавшись еще одним важным утверждением — тождеством Роя, согласно которому

$$x_i^m(p_1, p_2, M) = - \frac{\frac{\partial V(p_1, p_2, M)}{\partial p_i}}{\frac{\partial V(p_1, p_2, M)}{\partial M}}, i = 1, 2. \quad (1.96)$$

Для доказательства тождества Роя воспользуемся тождеством (1.93). Дифференцируя это тождество по p_i и применяя затем лемму Шепарда (1.80), а также тождества (1.92) и (1.95), получаем соотношение:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{U}))}{\partial p_i} + \frac{\partial V(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{U}))}{\partial M} \cdot \frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_i} = \\ & = \frac{\partial V(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{U}))}{\partial p_i} + \frac{\partial V(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{U}))}{\partial M} \cdot x_i^h(p_1, p_2, \bar{U}) = \\ & = \frac{\partial V(p_1, p_2, M)}{\partial p_i} + \frac{\partial V(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_i^m(p_1, p_2, M) = 0, i = 1, 2, \end{aligned} \quad (1.97)$$

которое при ненасыщаемости потребления приводит к тождеству Роя.

Учитывая тождество (1.93), а также экономический смысл множителя Лагранжа, который в задаче связанной максимизации полезности (1.20) представляет собой предельную полезность денег (1.91), можно представить соотношение (1.97) в следующем виде:

$$\frac{\partial V(p_1, p_2, M)}{\partial p_i} = -\frac{\partial V(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_i^m(p_1, p_2, M) = -\lambda x_i^m(p_1, p_2, M). \quad (1.98)$$

При выводе тождества Роя (1.98) фактически была использована теорема об огибающей (1.140), утверждающая в данном случае, что полная производная функции полезности по цене каждого из товаров, рассчитанная на оптимальной корзине товаров $(x_1, x_2) = (x_1^m(p_1, p_2, M), x_2^m(p_1, p_2, M))$, равна частной производной по данной цене функции Лагранжа (1.22).

Зная косвенную функцию полезности (1.83), с помощью тождества Роя (1.96) можно восстановить обычную функцию полезности потребителя (1.1).

Выпишем в качестве примера тождество Роя для функции полезности Кобба–Дугласа $U = \sqrt{x_1 x_2}$, когда функции маршаллианского спроса имеют вид (1.40). При этом косвенная функция полезности будет выглядеть так:

$$V = \frac{M}{2\sqrt{p_1 p_2}}.$$

Вычисление величины множителя Лагранжа

$$\lambda = \frac{1}{2\sqrt{p_1 p_2}}$$

подтверждает тождество Роя для первого товара:

$$\frac{\partial V}{\partial p_1} = -\frac{M}{4\sqrt{p_1^3 p_2}} = -x_1 \frac{\partial V}{\partial M}.$$

И наоборот, используя тождество Роя (1.96) для данной косвенной полезности, можно получить функции маршаллианского спроса соответственно на первое и второе благо:

$$x_1^m(p_1, p_2, M) = -\frac{\frac{dV}{dp_1}}{\frac{dV}{dM}} = \frac{\frac{1}{4} p_1^{-\frac{3}{2}} p_2^{-\frac{1}{2}} M}{\frac{1}{2\sqrt{p_1 p_2}}} = \frac{M}{2p_1}.$$

$$x_2^m(p_1, p_2, M) = -\frac{\frac{dV}{dp_2}}{\frac{dV}{dM}} = \frac{\frac{1}{4} p_1^{-\frac{1}{2}} p_2^{-\frac{3}{2}} M}{\frac{1}{2\sqrt{p_1 p_2}}} = \frac{M}{2p_2}.$$

Преобразуя косвенную функцию полезности и учитывая спрос по Маршаллу на первое и второе благо, можно восстановить исходную функцию полезности:

$$V = \frac{M}{2\sqrt{p_1 p_2}} = \left(\frac{M}{2p_1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{M}{2p_2}\right)^{\frac{1}{2}} = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} = U.$$

Поскольку множитель Лагранжа является неотрицательной величиной, и значение маршаллианской функции спроса — оптимальный объем потребления блага — так же больше либо равно нулю, постольку на основании соотношения (1.98) можно утверждать, что неявная функция полезности — это невозрастающая зависимость от цен товаров:

$$\frac{\partial V(p_1, p_2, M)}{\partial p_i} \leq 0, i = 1, 2. \quad (1.99)$$

При этом в ситуации внутреннего оптимума ($x_i^m(p_1, p_2, M) > 0$) при насыщаемости потребления косвенная полезность представляет собой убывающую функцию цен:

$$\frac{\partial V(p_1, p_2, M)}{\partial p_i} < 0, i = 1, 2. \quad (1.100)$$

Графически неявная функция полезности может быть представлена с помощью ценовых кривых безразличия, каждая из которых показывает все комбинации цен при $V(p_1, p_2, M) = \text{const}$. При этом, чем ближе к началу координат располагается ценовая кривая безразличия, тем большему значению неявной функции полезности она соответствует (рис. 1.58).

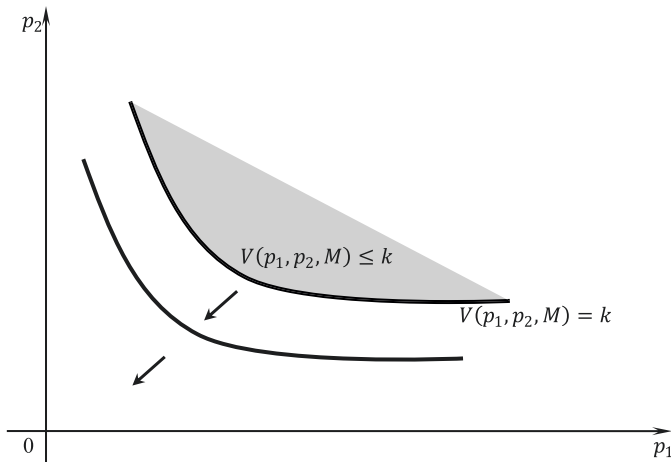


Рис. 1.58. Неявная функция полезности: ценовые кривые безразличия

Подводя итог обсуждению двойственности в потреблении в рамках данного раздела, можно привести следующую ее схематическую иллюстрацию (рис. 1.59), которая одновременно послужит отправной точкой для продолжения анализа данной проблематики в связи с фундаментальным для теории потребительского выбора уравнением Слуцкого.

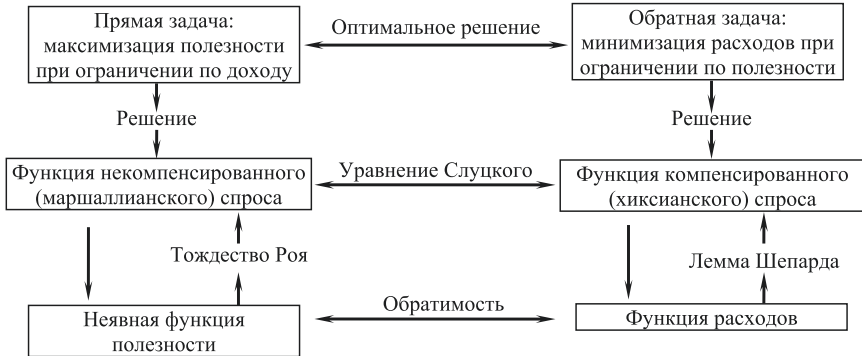


Рис. 1.59. Двойственность в теории потребления

1.7. Уравнение Слуцкого: эффекты замещения и дохода

Изменение величины спроса на товар, происходящее вследствие изменения его цены, возникает как результат двух одновременных процессов.

Во-первых, когда цена одного из товаров изменяется, у потребителя появляется возможность изменить количество данного товара в своем наборе: в случае понижения цены купить большее количество относительно подешевевшего товара, а в случае повышения цены купить меньшее количество относительно подорожавшего товара. Во-вторых, изменение цены одного товара влияет на возможность потребителя купить остальные блага: удорожание одного товара сокращает долю дохода, которая может быть направлена на приобретение других товаров, а удешевление одного товара, напротив, увеличивает возможности потребителя по части покупки других благ. Таким образом, реакция потребителя на изменение цены товара зависит: а) непосредственно от его возможностей увеличить потребление относительно подешевевшего товара за счет сокращения потребления относительно дорогих благ (при этом потребитель сохраняет прежний уровень благосостояния, или реального дохода); б) от изменения покупательной способности в целом в отношении обоих то-

варов, что подразумевает изменение благосостояния, или реального дохода, потребителя.

Под эффектом замещения понимается изменение величины спроса на товар, происходящее под влиянием изменения относительных цен благ, что побуждает потребителя приобретать относительно подешевевшие товары взамен относительно подорожавших. Иными словами, эффект замещения отражает реакцию потребителя на изменение относительных цен.

Под эффектом дохода понимается изменение величины спроса на товар, происходящее под влиянием изменения реального дохода покупателя. Иными словами, эффект дохода отражает реакцию потребителя на изменение реального дохода.

Эффекты замещения и дохода в сумме дают эффект цены — общее изменение величины спроса на товар. Различение эффектов дохода и замены позволяет углубить знания о поведении потребителя. В частности, оно помогает определить, насколько изменение величины спроса на товар вызвано изменением пропорции обмена двух товаров и насколько — изменением покупательной способности потребителя.

Действие эффектов замещения и дохода, формирующих общий эффект цены, описывает фундаментальное для теории спроса уравнение Слуцкого. Выведем его, опираясь на сформулированные выше тождества (1.92), (1.94) и (1.95), характеризующие двойственность решений задач потребительского выбора (1.20) и (1.58).

Продифференцировав тождество (1.95) по p_j , получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} &= \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{U}))}{\partial p_j} + \\ &+ \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{U}))}{\partial M} \cdot \frac{\partial E(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j}; i, j = 1, 2. \end{aligned} \quad (1.101)$$

Рассматривая данную величину полезности как значение ее косвенной функции при ценах (p_1, p_2) и доходе M , т.е. предполагая $U = V(p_1, p_2, M)$, из тождества (1.92) имеем:

$$E(p_1, p_2, \bar{U}) = E(p_1, p_2, V(p_1, p_2, M)) = M.$$

Тогда с учетом леммы Шепарда (1.80) получаем:

$$\frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_j^h(p_1, p_2, \bar{U}), i, j = 1, 2.$$

С учетом тождества (1.94) для j -го товара имеем:

$$x_i^h(p_1, p_2, \bar{U}) = x_i^h(p_1, p_2, V(p_1, p_2, M)) \equiv x_i^m(p_1, p_2, M), i = 1, 2.$$

Таким образом, заменив хиксианский спрос на маршаллианский и сделав соответствующие перестановки, получим уравнение Слуцкого¹ в общей форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_j} = \\ = \frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_j^m(p_1, p_2, M), i, j = 1, 2. \end{aligned} \quad (1.102)$$

Согласно уравнению Слуцкого, общее влияние изменения цены на потребление товара $\left(\frac{\partial x_i^m}{\partial p_j} \right)$, которое наблюдается в реальной действительности, можно разложить на два эффекта — ненаблюдаемый эффект замещения $\left(\frac{\partial x_i^h}{\partial p_j} \right)$ и наблюдаемый эффект дохода $\left(-\frac{\partial x_i^m}{\partial M} \cdot x_j^m \right)$.

При $i = j$ имеют место уравнения Слуцкого для прямых эффектов:

$$\frac{\partial x_1^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_1^m(p_1, p_2, M), \quad (1.103)$$

$$\frac{\partial x_2^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_2} = \frac{\partial x_2^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_2} - \frac{\partial x_2^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_2^m(p_1, p_2, M). \quad (1.104)$$

При $i \neq j$ имеем уравнения Слуцкого для перекрестных эффектов:

$$\frac{\partial x_1^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_2} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_2} - \frac{\partial x_1^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_2^m(p_1, p_2, M), \quad (1.105)$$

$$\frac{\partial x_2^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_2^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1} - \frac{\partial x_2^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_1^m(p_1, p_2, M). \quad (1.106)$$

Используя теорему о симметричности коэффициентов замещения (1.82), можно записать уравнение Слуцкого для перекрестных эффектов в следующей замкнутой форме:

¹ Евгений Евгеньевич Слуцкий (1880–1948) — российский и советский экономист и математик.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial x_1^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_2} + \frac{\partial x_1^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_2^m(p_1, p_2, M) = \\ & = \frac{\partial x_2^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_1} + \frac{\partial x_2^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_1^m(p_1, p_2, M). \end{aligned}$$

Эффект замещения $\left(\frac{\partial x_i^h}{\partial p_j} \right)$ отражает рост величины спроса на относи-

тельно подешевевшие и уменьшение величины спроса на относительно подорожавшие товары при сохранении благосостояния потребителя

на неизменном уровне. Эффект дохода $\left(-\frac{\partial x_i^m}{\partial M} \cdot x_j^m \right)$ заключается в том,

что, в частности, при удешевлении какого-либо из товаров потребитель получает возможность купить больше данного товара, не сокращая объема потребления других.

Проиллюстрируем уравнение Слуцкого (1.103) на примере функции

полезности Кобба–Дугласа $U = \sqrt{x_1 x_2}$, когда функция спроса по Хиксу имеет вид (1.66), а по Маршаллу – (1.40). Эффекты замещения и дохода

будут соответственно равны: $\frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} = -\frac{p_2^{1/2}}{2p_1^{3/2}} \sqrt{x_1 x_2} = -\frac{p_2^{1/2}}{2p_1^{3/2}} \sqrt{\frac{M}{2p_1} \frac{M}{2p_2}} = -\frac{M}{4p_1^2}$,
 $-x_1 \frac{\partial x_1^m}{\partial M} = -\frac{M}{2p_1} \frac{1}{2p_1} = -\frac{M}{4p_1^2}$. Таким образом, в полном соответствии

с уравнением Слуцкого данные два эффекта в сумме будут равны общему эффекту цены:

$$\frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} - x_1 \frac{\partial x_1^m}{\partial M} = -\frac{M}{2p_1^2} = \frac{\partial x_1^m}{\partial p_1}.$$

Домножив левую и правую части (1.102) на цену j -го и разделив на объем потребления i -го товара, а также умножив и поделив последнее слагаемое на величину дохода:

$$\frac{\partial x_i^m}{\partial p_j} \frac{p_j}{x_i} = \frac{dx_i^h}{dp_j} \frac{p_j}{x_i} - \frac{x_j p_j}{M} \frac{\partial x_i^m}{\partial M} \frac{M}{x_i}; i, j = 1, 2;$$

можно переписать уравнение Слуцкого в коэффициентах эластичности:

$$E_{p_j}^{d_i} = E_{p_j}^{d_i^h} - \rho_j E_M^{d_i}; i, j = 1, 2;$$

где $E_{p_j}^{d_i} = \frac{\partial x_i^m}{\partial p_j} \frac{p_j}{x_i}$ и $E_M^{d_i} = \frac{\partial x_i^m}{\partial M} \frac{M}{x_i}$ — эластичности маршаллианского спроса

на i -е благо соответственно по цене товара j и по доходу потребителя,

$E_{p_j}^{d_i^h} = \frac{dx_i^h}{dp_j} \frac{p_j}{x_i}$ — эластичность компенсированного спроса на i -е благо

по цене товара j , p_j — доля расходов на j -й товар в доходе потребителя.

При $i = j$ имеют место уравнения Слуцкого с прямыми эластичностями спроса:

$$E_{p_i}^{d_i} = E_{p_i}^{d_i^h} - \rho_i E_M^{d_i}, \quad (1.107)$$

$$E_{p_2}^{d_2} = E_{p_2}^{d_2^h} - \rho_2 E_M^{d_2}. \quad (1.108)$$

При $i \neq j$ имеем уравнения Слуцкого для перекрестных эластичностей спроса:

$$E_{p_2}^{d_1} = E_{p_2}^{d_1^h} - \rho_2 E_M^{d_1}, \quad (1.109)$$

$$E_{p_1}^{d_2} = E_{p_1}^{d_2^h} - \rho_1 E_M^{d_2}. \quad (1.110)$$

Домножив уравнения Слуцкого в коэффициентах эластичности (1.107) и (1.110) на доли соответственно первого (ρ_1) и второго (ρ_2) блага в расходах потребителя, затем преобразовав их:

$$\rho_1 E_{p_1}^{d_1} + \rho_1^2 E_M^{d_1} = \rho_1 E_{p_1}^{d_1^h}, \quad \rho_2 E_{p_1}^{d_2} + \rho_1 \rho_2 E_M^{d_2} = \rho_2 E_{p_1}^{d_2^h},$$

сложим почленно полученные уравнения:

$$\rho_1 E_{p_1}^{d_1} + \rho_2 E_{p_1}^{d_2} + \rho_1 (\rho_1 E_M^{d_1} + \rho_2 E_M^{d_2}) = \rho_1 E_{p_1}^{d_1^h} + \rho_2 E_{p_1}^{d_2^h}.$$

Обратим внимание на то, что, в силу закона Курно (1.54), сумма первых двух слагаемых в левой части равна доле первого товара со знаком минус, а по закону Энгеля (1.48) выражение в скобках равно единице, следовательно, вся левая часть данного выражения аннулируется.

Аналогичным образом, домножив уравнения Слуцкого в коэффициентах эластичности (1.108) и (1.109) на доли соответственно второго (ρ_2) и первого (ρ_1) блага в расходах потребителя, затем преобразовав их:

$$\rho_1 E_{p_2}^{d_1} + \rho_1 \rho_2 E_M^{d_1} = \rho_1 E_{p_2}^{d_1^h}, \quad \rho_2 E_{p_2}^{d_2} + \rho_2^2 E_M^{d_2} = \rho_2 E_{p_2}^{d_2^h},$$

сложим почленно полученные уравнения:

$$\rho_1 E_{p_2}^{d_1} + \rho_2 E_{p_2}^{d_2} + \rho_2 (\rho_1 E_M^{d_1} + \rho_2 E_M^{d_2}) = \rho_1 E_{p_2}^{d_1^h} + \rho_2 E_{p_2}^{d_2^h}.$$

Обратим внимание на то, что, в силу закона Курно (1.54), сумма первых двух слагаемых в левой части равна доле второго товара со знаком минус, а по закону Энгеля (1.48) выражение в скобках равно единице, следовательно, вся левая часть данного выражения аннулируется.

Таким образом, получаем, что сумма эластичностей компенсированного спроса на все товары по цене одного из них, взвешенных по долям соответствующих благ, равна нулю:

$$\rho_1 E_{p_1}^{d_1^h} + \rho_2 E_{p_1}^{d_2^h} = 0, \rho_1 E_{p_2}^{d_1^h} + \rho_2 E_{p_2}^{d_2^h} = 0.$$

Эффект замещения рассчитывается при условии постоянства благосостояния индивида. Существуют два альтернативных определения стабильности благосостояния экономического агента: в трактовке Е. Е. Слуцкого и Дж. Р. Хикса¹.

В концепции Хикса благосостояние отождествляется с полезностью товарного набора для потребителя². По Хиксу, благосостояние потребителя неизменно, если после изменения продуктовых цен степень его удовлетворения от потребления остается на первоначальном уровне.

Предпосылка о постоянстве реального дохода, трактуемая в смысле неизменного уровня полезности индивида (точка зрения Хикса), была использована выше при выводе уравнения Слуцкого (1.102). Декомпозиция общего эффекта изменения цены на эффекты дохода и замещения в концепции Дж. Р. Хикса для случая нормальных благ показана на рисунке 1.60.

Пусть изначально потребительский набор E_1 являлся оптимальным для потребителя, расходующего весь свой номинальный доход M на два нормальных товара по ценам p_1 и p_2 . При снижении цены первого товара бюджетное ограничение поворачивается против часовой стрелки вокруг точки пересечения с осью второго блага из исходного положения 1 в новое положение 2. Снижение цены первого товара привело к расширению бюджетного множества, снижению абсолютного значения углового коэффициента бюджетной линии и перемещению равновесия потребителя в точку E_2 . Изменение величины спроса $\Delta x_1 = x_1^2 - x_1^1$, произошедшее в результате снижения цены, содержит в себе эффекты дохода и замещения.

¹ Джон Ричард Хикс (1904–1989) — английский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1972 г.

² Хикс Дж.Р. Стоимость и капитал. М.: Прогресс-Универс, 1993.

Тогда точка E_3 будет представлять собой вспомогательный оптимум, который мог бы иметь место, если бы на величину спроса действовал только эффект замещения.

Для того чтобы оценить влияние эффекта замещения по Хиксу на величину спроса, следует элиминировать влияние эффекта дохода, предположив, что реальный доход при изменении цены не меняется. С этой целью на графике нужно построить третью, вспомогательную бюджетную линию с угловым коэффициентом, равным по абсолютной величине новому соотношению цен, т.е. параллельно новому, второму бюджетному ограничению, таким образом, чтобы данная вспомогательная бюджетная линия касалась исходной кривой безразличия $\bar{U}_1$. Это будет означать, что мы возвращаем потребителя на прежний уровень полезности и, следовательно, определяем величину номинального дохода, которая при изменившейся цене первого товара позволила бы потребителю сохранить прежний уровень реального дохода. Перемещение вдоль первоначальной кривой безразличия $\bar{U}_1$ от исходного оптимума E_1 к вспомогательному оптимуму E_3 показывает эффект замещения. Действительно, если равновесный потребительский набор соответствует точке E_3 , то реальный доход потребителя остается неизменным, так как точка E_3 , как и точка E_1 , принадлежит кривой безразличия $\bar{U}_1$. Величина спроса на товары меняется только вследствие изменения соотношения их цен.

Однако итоговым оптимальным потребительским решением стал не набор E_3 , а набор E_2 , соответствующий более высокому уровню реального дохода и принадлежащий кривой безразличия $\bar{U}_2$. Причем, став реально богаче, потребитель смог позволить себе при новом соотношении цен приобрести количественно больше как первого, так и второго товара. Таким образом, переход на более высокую кривую безразличия $\bar{U}_2$ от точки E_3 к конечному оптимуму E_2 за счет параллельного сдвига бюджетного ограничения из положения 3 в положение 2 характеризует эффект дохода.

На рисунке 1.60 через OIE_H и OSE_H обозначены, соответственно, прямые эффекты дохода и замещения по Хиксу, отражающие изменение спроса на данный товар при изменении его цены¹; а через CIE_H , CSE_H — перекрестные эффекты дохода и замещения по Хиксу, отражающие изменение спроса на другое благо при изменении цены данного товара².

¹ OIE_H — аббревиатура английского словосочетания *Hicksian own-price income effect*, OSE_H — аббревиатура от английского словосочетания *Hicksian own-price substitution effect*.

² CIE_H — аббревиатура английского словосочетания *Hicksian cross-price income effect*, CSE_H — аббревиатура от английского словосочетания *Hicksian cross-price substitution effect*.

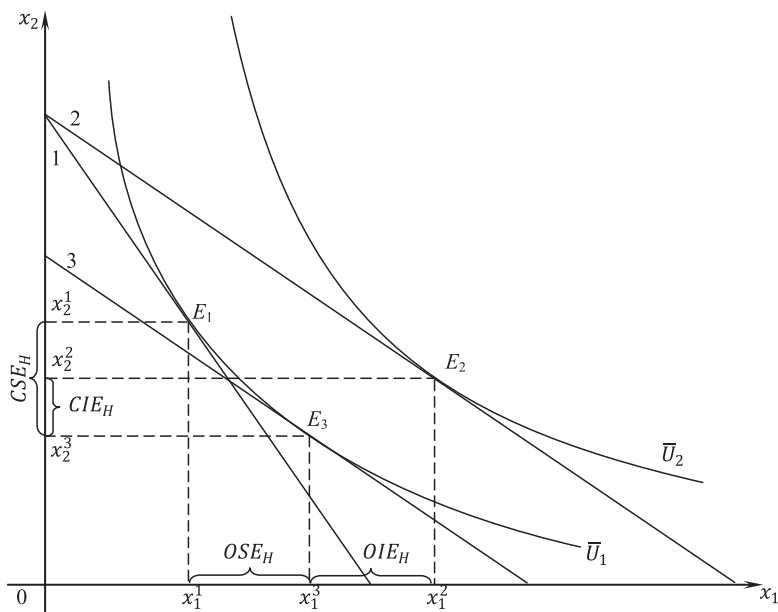


Рис. 1.60. Эффекты дохода и замещения в концепции Дж. Р. Хикса

Обратим внимание на то, что для нормального товара при понижении его цены и эффект замещения, и эффект дохода действуют в сторону увеличения величины спроса, усиливая друг друга, т.е. $\Delta x_1^s = x_1^3 - x_1^1 > 0$, $\Delta x_1^I = x_1^2 - x_1^3 > 0$ и $\Delta x_1 = x_1^2 - x_1^1 > 0$. Соответственно, рассматривая случай повышения цены нормального товара, будем иметь уменьшение величины спроса вследствие действия обоих эффектов: $\Delta x_1^s < 0$, $\Delta x_1^I < 0$ и $\Delta x_1 < 0$.

Приведенный анализ эффектов дохода и замещения проделан по методологии английского экономиста Дж. Р. Хикса, базирующейся на понимании реального дохода потребителя как уровня удовлетворения потребностей, которого потребитель может достичь, израсходовав свой номинальный доход. Однако этот подход к разграничению эффектов дохода и замещения — не единственный. Дважды десятилетиями раньше Хикса русский экономист-математик Е. Е. Слуцкий предложил свой подход к определению реального дохода (M_r) как корзины товаров, которую потребитель приобретает на свой номинальный доход. По Слуцкому, благосостояние потребителя не изменяется, если при вариациях цен това-

ров он способен приобрести первоначальный набор товаров, выбранный им до ценовых сдвигов¹.

Используя трактовку Слуцкого, разложение эффекта цены на эффекты дохода и замещения можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i}{\partial p_i} \Big|_{M_r = \text{const}} + \frac{\partial x_i}{\partial M_r} \frac{\partial M_r}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i}{\partial p_i} \Big|_{M_r = \text{const}} - \frac{\partial x_i}{\partial M_r} \cdot x_i.$$

Здесь был использован тот факт, что повышение или снижение цены товара приводит к сопоставленному изменению расходов потребителя при неизменной структуре потребления, но при фиксированном номинальном доходе это будет означать корректировку реального дохода в противоположную сторону — соответственно его падение либо рост:

$$\frac{\partial M_r}{\partial p_i} = - \frac{\partial E}{\partial p_i} = -x_i. \text{ При этом равенство производной расходов по цене}$$

товара величине спроса на него проистекает из леммы Шепарда (1.80).

Декомпозиция общего эффекта изменения цены на эффекты дохода и замещения в концепции Слуцкого для случая нормальных благ показана на рисунке 1.61.

При снижении цены первого товара бюджетное ограничение поворачивается против часовой стрелки вокруг точки пересечения с осью второго блага из исходного положения 1 в новое положение 2. Чтобы выделить эффекты дохода и замещения по Слуцкому, нужно провести третье, вспомогательное бюджетное ограничение параллельно новому, второму через первоначальный набор благ, что символизирует доступность прежнего набора по изменившимся относительным ценам, т.е. неизменность реального дохода. Переход от исходной точки оптимума потребителя E_1 к вспомогательному оптимуму E_3 характеризует эффект замещения, а от точки E_3 к конечному оптимуму E_2 — эффект дохода. Для нормальных благ эффекты дохода и замещения сопоставлены. На рисунке 1.61 через OIE_S и OSE_S обозначены, соответственно, прямые эффекты дохода и замещения по Слуцкому, отражающие изменение спроса на данный товар при изменении его цены; а через CIE_S , CSE_S — перекрестные эффекты дохода и замещения по Слуцкому, отражающие изменение спроса на другое благо при изменении цены данного товара.

¹ Слуцкий Е. Е. К теории сбалансированного бюджета потребителя // Народнохозяйственные модели: теоретические вопросы потребления. М.: Издательство АН СССР, 1963. Серия «Экономико-математические методы». Вып. 1. С.241—271.

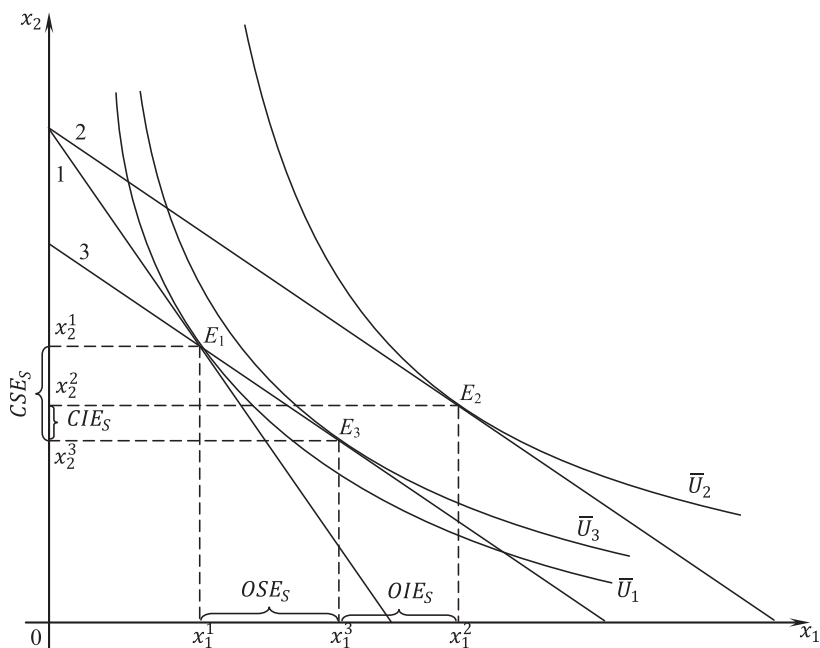


Рис. 1.61. Эффекты дохода и замещения в концепции Е.Е. Слуцкого

Величины прямых и перекрестных эффектов дохода и замещения в трактовке Слуцкого и Хикса локально, при бесконечно малых вариациях цен, будут совпадать, но при конечных изменениях цен они будут различаться. Соотношение величин прямых и перекрестных эффектов дохода и замещения соответственно по Хиксу и Слуцкому при конечных изменениях цен для случая нормальных товаров обобщает рисунок 1.62. Первый подход обычно используется для строгих теоретических рассуждений в рамках ординалистской теории, второй — пригоден для практических исследований, ибо наука пока бессильна в деле измерения полезности, а вот определить реальный доход через набор благ не составляет труда.

Вспомогательные бюджетные линии, символизирующие величины номинального денежного дохода, обеспечивающего исходный уровень реального дохода, по Хиксу и по Слуцкому, в случае конечных изменений цен не совпадают. По методологии Слуцкого, такая бюджетная линия касается более высокой, чем первоначальная, кривой безразличия. Не совпадут и промежуточные равновесные наборы: E_3^H — по Хиксу, E_3^S — по Слуцкому. Согласно подходу Слуцкого за счет эффекта замены потре-

битель, которому остается доступным прежний набор, все-таки получает возможность достижения более высокого уровня удовлетворения потребностей. Это выражается в том, что величина эффекта замены по Слуцкому больше, чем по Хиксу.

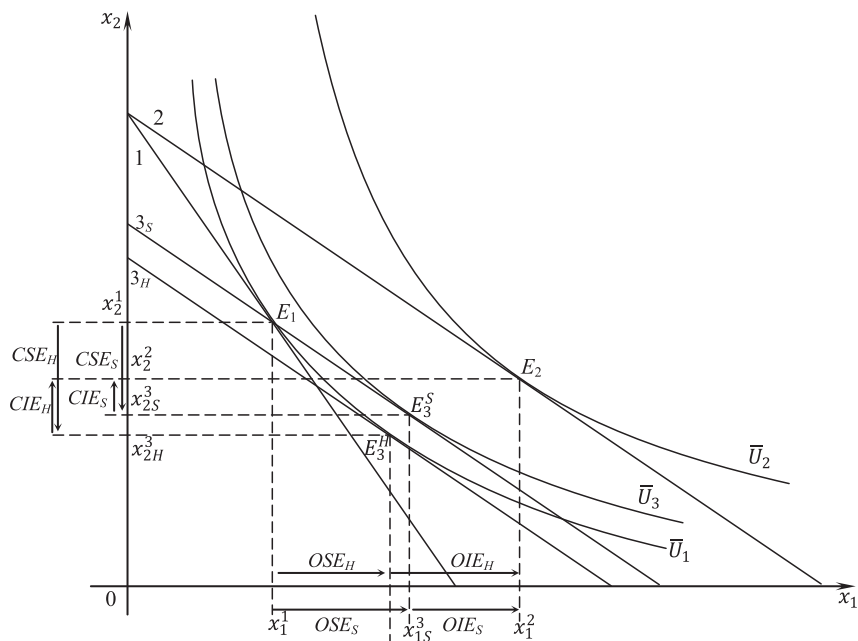


Рис. 1.62. Эффекты дохода и замещения в концепциях Дж.Р. Хикса и Е.Е. Слуцкого (при снижении цены одного из нормальных товаров)

Допустим, например, что предпочтения потребителя описываются функцией полезности Кобба–Дугласа вида: $U = x_1^{1/2} x_2^{3/4}$. Пусть денежный доход потребителя составляет 100 (ден. ед.); цена первого товара первоначально равнялась 4 (ден. ед.), а затем снизилась до 2 (ден. ед.), тогда как цена второго — неизменна и составляет 3 (ден. ед.). Первоначальные объемы потребления товаров (при $p_1^1 = 4, p_2 = 3$) рассчитываем исходя из эквивариантного принципа

$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2x_2}{3x_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{4}{3}, \text{ или } x_2 = 2x_1;$$

а также бюджетного ограничения $4x_1 + 3x_2 = 100$. Следовательно, вначале объемы потребления благ были таковы: $x_1 = 10, x_2 = 20$. При этом уровень полезности индивида $\bar{U}_0$ был приблизительно равен 29,9.

При изменившейся цене первого товара ($p_1^2 = 2$) пересчитываем условия оптимальности: $\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2x_2}{3x_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{3}$, т.е. $x_2 = x_1$, и $2x_1 + 3x_2 = 5x_1 = 100$.

Значит, объем потребления первого блага возрастет до 20 и сравняется с количеством второго товара, а уровень полезности индивида $\bar{U}_1$ составит примерно 42,29.

Рассчитаем вспомогательный оптимум в трактовке Хикса, когда при новом соотношении цен, т.е. при $x_2 = x_1$ (в силу эквиваржинального принципа), потребитель должен остаться на исходном уровне полезности: $\bar{U}_0 = x_1^{1/2} x_2^{3/4} = x_1^{5/4} = 29,9$. Получаем $x_1 = x_2 \approx 15,15$. Таким образом, получаем величины прямых эффектов дохода и замещения по Хиксу:

$$OSE_H \approx 5,15; OIE_H \approx 4,85. \quad (1.111)$$

При снижении p_1 данный товар становится относительно более дешевым, а второй — относительно более дорогим, поэтому за счет перекрестного эффекта замещения спрос на него снижается. Перекрестный эффект дохода уравнивает перекрестный эффект замещения, и общий перекрестный эффект оказывается нулевым.

В трактовке Слуцкого, учитывая, что для приобретения исходной корзины товара по новым ценам потребуется доход в размере 80, вспомогательный оптимум в соответствии с эквиваржинальным принципом ($x_2 = x_1$) и бюджетным ограничением ($2x_1 + 3x_2 = 5x_1 = 80$), будет таким: $x_1 = x_2 = 16$. Значит, прямые эффекты дохода и замещения по Слуцкому таковы:

$$OSE_S = 6; OIE_S = 4. \quad (1.112)$$

В дальнейшем при иллюстрации эффектов дохода и замещения мы будем использовать подход Хикса.

Поскольку при строгой выпуклости кривых безразличия к началу координат собственные коэффициенты замещения представляют собой отрицательные величины (1.81), постольку эффект замещения всегда направлен в сторону, противоположную изменению цены: с уменьшением цены за счет эффекта замены происходит увеличение величины спроса, а с увеличением цены за счет эффекта замены происходит уменьшение величины спроса. Что касается эффекта дохода, то он может «работать» как сонаправленно с изменением цены, так и разнонаправленно. Направление действия эффекта дохода зависит от категории, к которой относится товар, цена которого изменяется.

Если для нормальных товаров эффекты дохода и замещения сонаправлены, то для инфериорных — противоположно направлены.

Прямые эффекты дохода и замещения для худшего блага, для которого выполняется закон спроса, проиллюстрированы на рисунке 1.63. Пусть потребитель считает первое благо некачественным товаром. При снижении цены первого товара произойдет перемещение оптимума из точки E_1 в точку E_2 и построение вспомогательного бюджетного ограничения даст вспомогательный оптимум E_3 . Разложение эффекта цены на эффекты дохода и замещения будет следующим: за счет эффекта замещения величина спроса на данный товар увеличится (потребитель при новом соотношении цен купит больше дешевого товара), а за счет эффекта дохода уменьшится, поскольку при произошедшем росте реального дохода потребитель уменьшит величину спроса на некачественный товар. Однако величина эффекта цены будет положительной, так как абсолютно эффект замещения превышает эффект дохода, так как закон спроса в случае с данным некачественным товаром продолжает действовать: снижение цены приводит к росту величины спроса, а повышение цены приводит к снижению величины спроса.

В итоге при понижении цены инфериорного блага, для которого закон спроса остается в силе, имеем: $\Delta x_1^s = x_1^3 - x_1^1 > 0$, $\Delta x_1^f = x_1^2 - x_1^3 < 0$ и $\Delta x_1 = x_1^2 - x_1^1 > 0$, так как $|\Delta x_1^s| > |\Delta x_1^f|$; при повышении цены соответственно: $\Delta x_1^s < 0$, $\Delta x_1^f > 0$ и $\Delta x_1 < 0$.

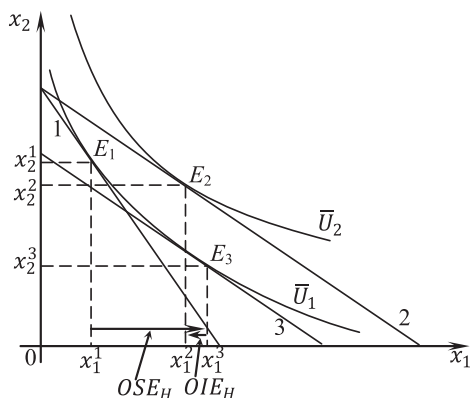


Рис. 1.63. Эффекты дохода и замещения для инфериорного блага, не являющегося товаром Гиффена

Из закона спроса есть исключение, нарушающее его. Существует особая группа товаров, для которой закон спроса не выполняется, а точнее —

выполняется инверсивно. О том, что закон спроса в определенных случаях поворачивает вспять, экономисты узнали довольно давно благодаря наблюдениям английского статистика и экономиста сэра Роберта Гиффена, исследовавшего реакцию ирландских бедняков на картофельный голод 1840-х гг. В тот период из-за неурожая, существенно сократившего предложение картофеля, цены на него резко подскочили. Однако спрос на картофель со стороны беднейшего населения Ирландии, считавшего его товаром низшей категории, к удивлению вырос. Объяснение этому парадоксу Р. Гиффен дал такое: поскольку картофель в бюджете беднейшего населения Ирландии занимал самую большую долю и продолжал оставаться самым дешевым продуктом питания, бедняки сознательно покупали его больше, хотя цена его стала выше.

Английский экономист Альфред Маршалл в своей фундаментальной работе «Принципы экономической науки», вышедшей в 1890 г., рассмотрел зафиксированный Гиффеном парадокс на примере хлеба, покупаемого беднейшими представителями британского рабочего класса: «Повышение цены на хлеб проделывает такую большую брешь в бюджете беднейших рабочих семей и настолько увеличивает предельную полезность денег для них, что они вынуждены сократить потребление мяса и наиболее дорогих мучных продуктов питания; поскольку же хлеб продолжает оставаться самым дешевым продуктом питания, который они в состоянии купить и станут покупать, они потребляют его при этом не меньше, а больше. Но подобные случаи редки, когда же они возникают, то на каждый из них следует реагировать соответственно его конкретным особенностям»¹.

Позднее относительно дешевый некачественный товар, занимающий большую долю в бюджете малоимущих потребителей, стали называть товаром, или благом, Гиффена. Величина спроса на товар Гиффена растет с ростом его цены.

В 1939 г. в книге «Стоимость и капитал» Джон Р. Хикс разъяснил парадокс Гиффена, опираясь на эффект замещения и эффект дохода, действия которых в конечном счете определяют эффект цены — изменение величины спроса на товар под влиянием изменения его цены. Хикс утверждает: «Кривая спроса на некий товар должна отлого понижаться, отражая расширение потребления по мере снижения цены товара, во всех случаях, когда товар не является худшим. Даже если он и относится к худшим (так что эффект дохода выражается отрицательной величиной),

¹ Маршалл А. Принципы экономической науки. Т.1. М.: Изд. группа «Прогресс», 1993. С. 201.

кривая спроса будет иметь обычный вид, пока часть дохода, расходуемая на приобретение этого товара, невелика и соответственно мал эффект дохода... Вероятность того, что потребители большую часть своих доходов направят на приобретение худших, с их точки зрения, товаров, есть лишь тогда, когда уровень их жизни очень низок. В знаменитом случае Гиффена, на который ссылался Маршалл, эти условия в точности соблюдаются. Потребители с небольшим доходом могут в основном удовлетворять потребности в пище одним главным продуктом питания (в случае Гиффена — это хлеб), который будет заменен с ростом дохода более разнообразным набором продуктов. Если цена этого главного продукта падает, потребители получают весьма большой избыточный доход и могут потратить его на более привлекательные, с их точки зрения, продукты, которые тем самым занимают место главного продукта, и соответственно спрос на него снижается. Действие отрицательного эффекта дохода может оказаться достаточно сильным, чтобы превзойти действие эффекта замещения. Однако очевидно, что подобные случаи должны наблюдаться весьма редко»¹.

Товар Гиффена — это такое инфериорное благо, которое занимает существенную долю в расходах относительно бедного потребителя и для которого эффект дохода настолько велик, что превышает по абсолютному значению эффект замещения. Пусть благо Гиффена — это первый из товаров в потребительской корзине. Тогда для него в уравнении Слуцкого в коэффициентах эластичности (1.107) $E_M^{d_1} < 0$ и, поскольку величина ρ_1

является очень существенной, постольку $E_{p_1}^{d_1^{th}} < \rho_1 E_M^{d_1}$, что приводит к тому, что $E_{p_1}^{d_1} > 0$.

Товары Гиффена не следует отождествлять со всеми некачественными товарами, они составляют особую группу среди инфериорных благ, для которых эластичность спроса по доходу является отрицательной величиной. Если некачественный товар является благом Гиффена, то эффекты замещения и дохода при изменении цены данного товара будут действовать в противоположные стороны, но эффект дохода по абсолютной величине превзойдет эффект замещения.

Рисунок 1.64 демонстрирует прямые эффекты дохода и замещения для первого товара, являющегося благом Гиффена. При снижении цены товара произойдет перемещение оптимума из точки E_1 в точку E_2 и построение вспомогательного бюджетного ограничения даст вспомогательный оптимум E_3 . За счет эффекта замены величина спроса на первый товар не-

¹ Хикс Дж.Р. Стоимость и капитал. М.: Прогресс-Универс, 1993. С. 129–130.

сколько увеличится, а за счет эффекта дохода значительно уменьшится, поскольку при произошедшем росте реального дохода потребитель резко уменьшит величину спроса на некачественный товар Гиффена. Величина эффекта цены будет отрицательной, так как абсолютно эффект дохода превышает эффект замены. Закон спроса в случае с некачественным товаром Гиффена нарушается: снижение цены приводит к снижению величины спроса, а повышение цены приводит к росту величины спроса. Соответственно, коэффициент эластичности спроса по цене для благ Гиффена принимает положительные значения.

В итоге при понижении цены товара Гиффена имеем: $\Delta x_1^s = x_1^3 - x_1^1 > 0$, $\Delta x_1^I = x_1^2 - x_1^3 < 0$ и $\Delta x_1 = x_1^2 - x_1^1 < 0$, так как $|\Delta x_1^s| < |\Delta x_1^I|$; при повышении цены соответственно: $\Delta x_1^s < 0$, $\Delta x_1^I > 0$ и $\Delta x_1 > 0$.

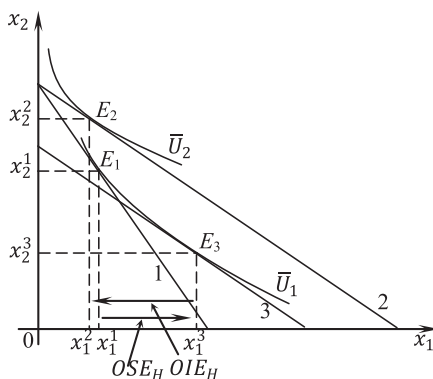


Рис. 1.64. Эффекты дохода и замещения для товара Гиффена

Используя эффекты дохода и замещения, можно осуществить типологизацию хозяйственных благ. Вспомним, что в случае товаров-субститутатов, если действует закон спроса, то объем потребления одного блага изменяется в том же направлении, что и цена другого (рис. 1.60). Для комплементарных благ объем покупок одного из них изменяется в направлении, противоположном изменению цены другого при условии, что выполняется закон спроса (рис. 1.61). В координатах потребительского выбора это будет означать, что при снижении цены первого блага новый оптимум должен находиться выше первоначального для взаимодополняющих товаров и ниже первоначального для взаимозаменяющих благ (рис. 1.65). При этом если оба блага являются нормальными, то новый оптимум будет располагаться на бюджетном ограничении 2 выше и правее вспомогательной точки равновесия E_3 , иллюстрирующей эф-

факт замещения (по Хиксу). Если новый оптимум окажется левее точки E_3 на второй бюджетной линии, то первое благо окажется инфериорным. Оба блага в потребительской корзине не могут быть инфериорными, поэтому при этом второй товар будет нормальным. Если новый оптимум окажется ниже точки E_3 на второй бюджетной линии, то теперь второе благо будет худшим, тогда как первое — нормальным.

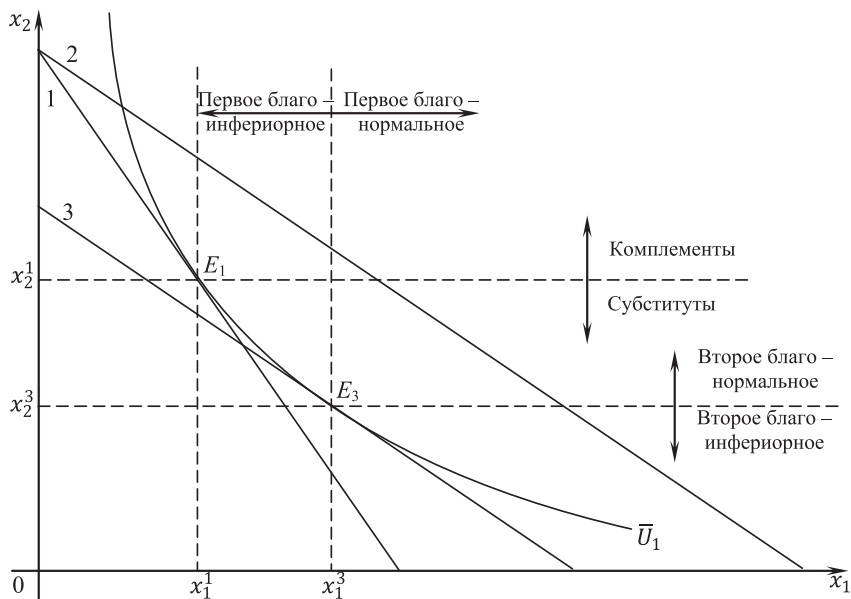


Рис. 1.65. Типология благ при выполнении закона спроса (случай снижения цены первого блага)

При повышении цены первого блага новый оптимум, наоборот, должен находиться выше первоначального для субституты и ниже — для дополнений (рис. 1.66). При этом если оба блага являются нормальными, то новый оптимум будет располагаться на бюджетном ограничении 2 ниже и левее вспомогательной точки равновесия E_3 , иллюстрирующей эффект замещения (по Хиксу). Если новый оптимум окажется правее точки E_3 на второй бюджетной линии, то первое благо окажется инфериорным. Оба блага в потребительской корзине не могут быть инфериорными, поэтому при этом второй товар будет нормальным. Если новый оптимум окажется выше точки E_3 на второй бюджетной линии, то теперь второе благо будет худшим, тогда как первое — нормальным.

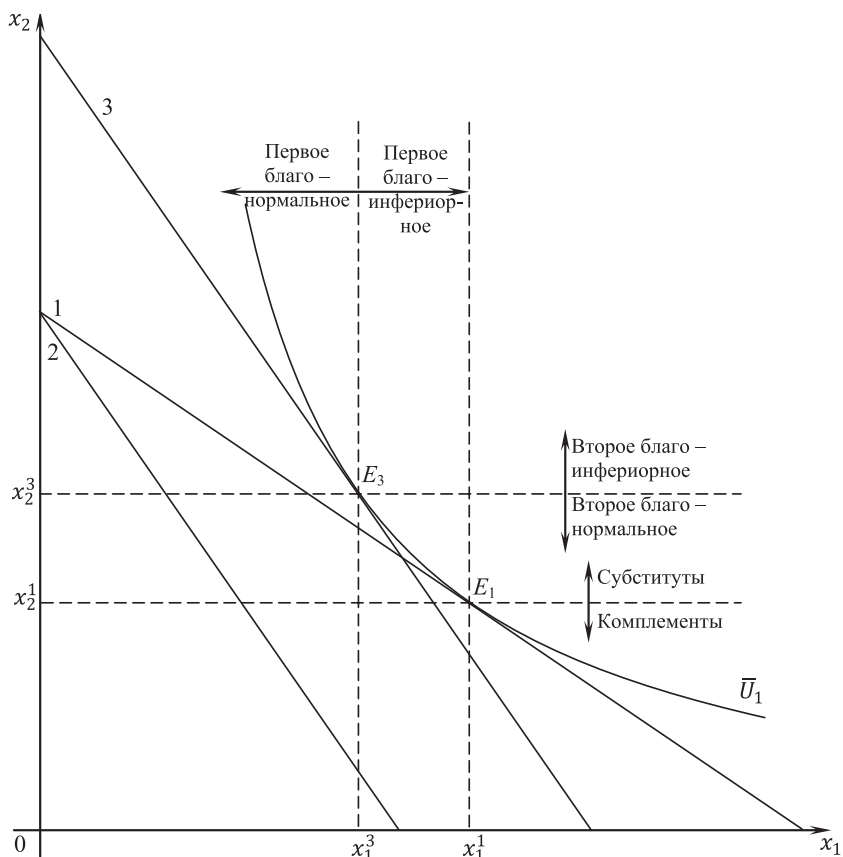


Рис. 1.66. Типология благ при выполнении закона спроса
(случай повышения цены первого блага)

Если же закон спроса не выполняется и одно из благ является товаром Гиффена, то перекрестные эластичности спроса для субститутов и compleментов будут обратных знаков по сравнению со стандартной ситуацией. Объем потребления товара-заменителя будет изменяться в направлении, противоположном изменению цены товара Гиффена, и перекрестная эластичность спроса будет отрицательной. Объем покупок дополняющего блага будет изменяться в том же направлении, что и цена товара Гиффена, и перекрестная эластичность спроса будет положительной.

В частности, если цена на товар Гиффена снижается, то объем его потребления будет также уменьшаться. При этом объем продаж его субститута будет возрастать (рис. 1.67).

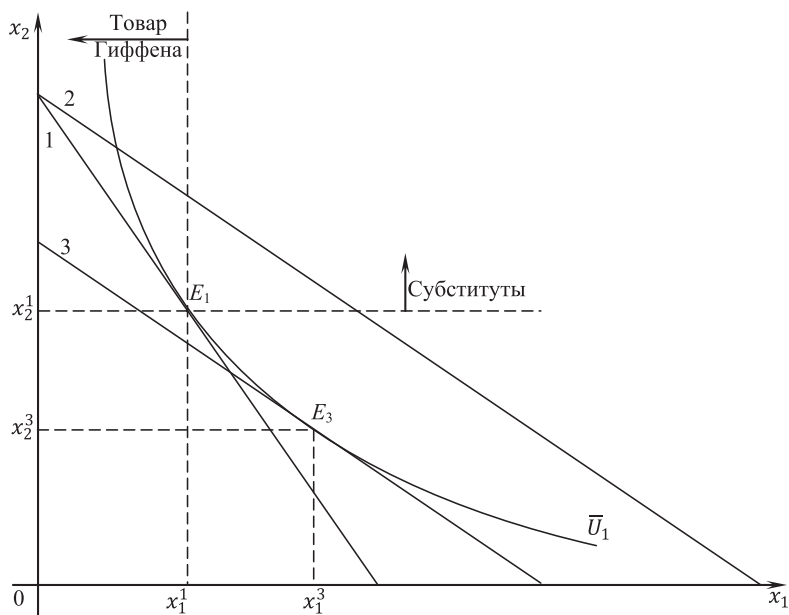


Рис. 1.67. Типология благ: исключение из закона спроса
(случай снижения цены первого блага)

Если цена на товар Гиффена возрастает, то объем его потребления будет также увеличиваться. При этом объем продаж его субститута будет падать — расти (рис. 1.68).

Случай товаров Гиффена представляет собой исключение из закона спроса. Для такого блага, в частности, при снижении его цены линия «цена—потребление» будет характеризовать убывающую зависимость объема потребления второго блага в потребительской корзине от количества товара Гиффена, а соответствующая функция спроса является возрастающей (рис. 1.69). Если до снижения цены первого товара, представляющего собой благо Гиффена, оптимальный потребительский набор соответствовал точке E_1 , то после уменьшения цены оптимальные наборы будут располагаться в точках касания кривых безразличия и поворачивающегося против часовой стрелки бюджетного ограничения таким образом, что в каждом наборе количество первого товара будет сокращаться. Причиной здесь, как было показано раньше (ср. рис. 1.64), служит очень сильный отрицательный эффект дохода, который перекрывает эффект замещения. Соответственно, зафиксировав на смежном графике уровни

цены в соответствии с величиной спроса на первый товар в координатах цена–количество, получим восходящую кривую спроса на товар Гиффена (рис. 1.69).

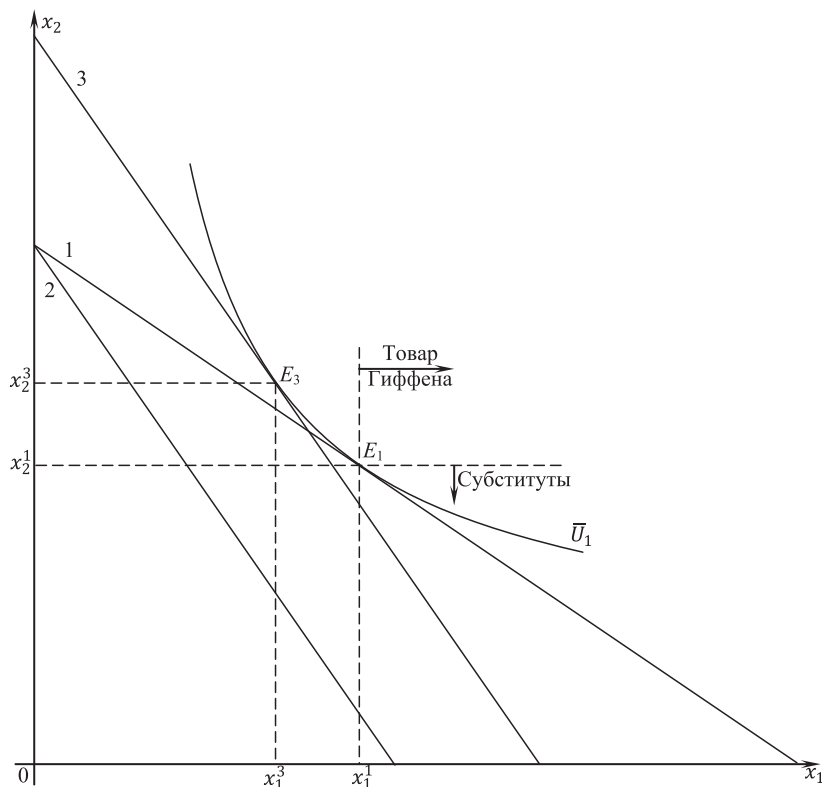


Рис. 1.68. Типология благ: исключение из закона спроса (случай повышения цены первого блага)

При этом термин «поведение по Гиффену» в отличие от понятия «товар Гиффена» точнее отражает сущность феномена, когда сонаправленные изменения цены и величины спроса связаны не с конкретными инфериорными благами, а с поведением конкретных потребителей, обусловленным их благосостоянием и ценами благ¹.

¹ См.: Антипина О. Н., Вереникин А. О., Матвеев Е. О. Парадокс Гиффена в XXI в. // Вестник Московского университета. Серия 6. Экономика. 2019. — № 5. С. 183–205.

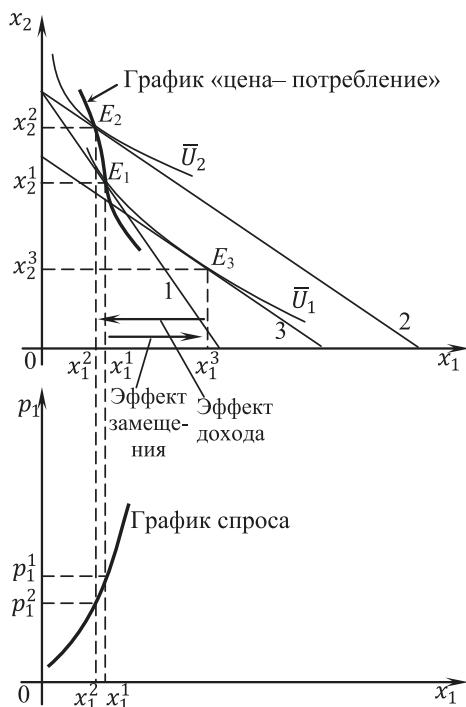


Рис. 1.69. Спрос на товар Гиффена

Отмеченная Маршаллом и Хиксом редкость случаев, когда наблюдается поведение по Гиффену, заставила дальнейших исследователей и во все поставить под сомнение его существование.

«...Опыт и здравый смысл противоречат идее о положительном наклоне кривой спроса», — написал Джордж Стиглер в 1947 г. в одной из своих статей¹. А в 1984 г. исследователи из Университета Эмори заключили: «...место, где можно искать благо Гиффена, — это не крестьянское хозяйство, занимающееся натуральным фермерством, а бедные сообщества, которые импортируют большую часть своей еды»². По их мнению, сомнения в достоверности выводов Гиффена в том, что аграрная Ирландия по картофелю была закрытой экономикой, и если бы кривая спроса на карто-

¹ Stigler G. J. Notes on the history of the Giffen paradox // The Journal of Political Economy. 1947. Vol. 55. № 2. P. 156.

² Dwyer G. P., Lindsey C. M. Robert Giffen and the Irish Potato // The American Economic Review. 1984. Vol. 74. № 1. P. 191.

фель имела положительный наклон, то сокращение предложения привело бы к падению, а не росту равновесной цены и объема. К тому же крестьяне были не только потребителями, но и производителями картофеля, следовательно, падение цены картофеля снижало и их денежный доход. Да и в рационе большинства ирландских крестьян, состоявшем из картофеля, овсянки и молока, картофель не был товаром низшей категории, а следовательно — и товаром Гиффена (лишь в отдельных случаях он мог быть таковым). Поэтому, для выявления блага Гиффена необходим эксперимент с фиксированным денежным доходом и изменением цены того товара, который «претендует» на эту роль.

Такой эксперимент реализовали в 2006 г. американские экономисты Роберт Дженсен и Нолан Миллер в Китае — в южной провинции Хунань, где основным продуктом является рис, и северной провинции Ганьсу, где основным продуктом является пшеница, которая потребляется в виде пшеничной муки, идущей на изготовление лапши¹. Исследователи опирались на случайную выборку, состоящую из 1300 семей (в общей сложности — 3661 человек) со среднемесячным среднедушевым доходом 100—200 юаней. К представителям этих семей может быть применено понятие «городские бедные». Прежде всего была преодолена главная трудность любой попытки идентифицировать парадокс Гиффена — введен экзогенный источник изменения цены товара, которым стали поштучные субсидии на рис в Хунане и пшеницу в Ганьсу. Участвующим в эксперименте семьям были вручены ваучеры, дающие право на скидку в размере 0,10, 0,20 или 0,30 юаня к цене каждого цзиня (1 цзинь = 500 г) продукта. Величина субсидии оставалась фиксированной для каждой семьи в течение всего периода исследования и была весьма значительной относительно средней цены риса в Хунане — 1,2 юаня за цзинь, а также средней цены пшеничной муки в Ганьсу — 1,04 юаня за цзинь.

Р. Дженсеном и Н. Миллером были выявлены четыре условия, при которых проявление поведения по Гиффену наиболее вероятно:

- 1) домашние хозяйства бедны настолько, что даже обеспечение пропитания на уровне прожиточного минимума вызывает у них тревогу;
- 2) домашние хозяйства имеют простой рацион питания, включающий «базовый продукт» и «изысканный продукт»;
- 3) для домашнего хозяйства «базовый продукт» является дешевым источником необходимых калорий, занимает большую долю в ра-

¹ Jensen R., Miller N. Giffen behavior and subsistence consumption // The American Economic Review. 2008. Vol. 98. № 4.

ционе и не имеет доступных субститутов, а «изысканный продукт» приносит наиболее желанные вкусовые ощущения, но содержит гораздо меньше калорий по сравнению с «базовым продуктом»;

- 4) домашние хозяйства не настолько неимущие, что могли бы потреблять только «базовый продукт».

При соблюдении перечисленных выше условий свидетельства наличия парадокса Гиффена были обнаружены Дженсеном и Миллером в отношении риса в провинции Хунань и в отношении пшеницы в провинции Ганьсу, где «изысканным продуктом» стало мясо.

Дженсен и Миллер также доказали, что парадокс Гиффена проявляется тогда, когда предпочтения потребителей формируются в «зоне обеспечения прожиточного минимума». Это означает, что стремление потребителей обеспечить количество калорий, соответствующее прожиточному минимуму, является важной и первостепенной целью. Потребители в этой зоне максимизируют вкусовые качества набора при условии выполнения ограничения по минимальным потребностям в калориях, соответствующим прожиточному минимуму. Именно в этой зоне возникает парадокс Гиффена: потребитель реагирует на увеличение цены «базового продукта» увеличением его потребления в качестве дешевого источника необходимых калорий. В результате индивидуальная кривая спроса на «базовый продукт» приобретает положительный наклон.

Таким образом, выводы Дженсена и Миллера можно считать основой представлений о парадоксе Гиффена в начале XXI в., базирующихся на идее о необходимости поддержания минимального уровня потребления, важной для относительно бедных потребителей, которые и проявляют поведение по Гиффену.

Рассмотрим в качестве примера предпочтения потребителя, описываемые функцией полезности:

$$U = \min \{x_1(x_2^2 + 1), 2x_2 + x_1\} = \begin{cases} x_1(x_2^2 + 1) & \text{при } x_2 \leq \frac{2}{x_1}, \\ 2x_2 + x_1 & \text{при } x_2 > \frac{2}{x_1}. \end{cases}$$

Покажем, что данная функция полезности может иллюстрировать поведение потребителя по Гиффену¹.

¹ Пример повышенной сложности. Представлен в учебном пособии: Антипина О. Н., Вереникин А. О. Микроэкономика продвинутого уровня: учебное пособие. — 2-е изд. М.: Кнорус, 2021. С. 49–54.

Рассмотрим первый из сегментов соответствующих кривых безразличия:

$$x_2 = \sqrt{\frac{\bar{U}}{x_1}} - 1.$$

Он представляет собой убывающую зависимость между объемами потребления второго и первого товаров:

$$\left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{U=\text{const}=\bar{U}} = -\frac{\bar{U}}{2\sqrt{Ux_1^3 - x_1^4}} < 0.$$

Отметим, что $\lim_{x_1 \rightarrow 0} \frac{dx_2}{dx_1} = -\infty$.

Кроме того, предпочтения на данном сегменте кривых безразличия не являются выпуклыми: $\left. \frac{d^2 x_2}{dx_1^2} \right|_{U=\bar{U}} = \frac{\bar{U}(3\bar{U} - 4x_1)}{4x_1^{\frac{5}{2}}(\bar{U} - x_1)^{\frac{3}{2}}} \leq 0$ при $x_2 \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$ и, наоборот, $\left. \frac{d^2 x_2}{dx_1^2} \right|_{U=\bar{U}} > 0$ при $x_2 > \frac{\sqrt{3}}{3}$. Таким образом, на линии $x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ располагаются точки перегиба первого сегмента кривых безразличия (рис. 1.70, верхняя часть).

При достаточно низких уровнях полезности может отсутствовать пересечение линии безразличия $x_2 = \sqrt{\frac{\bar{U}}{x_1}} - 1$ с гиперболой $x_2 = \frac{2}{x_1}$. Тогда кривая безразличия целиком будет представлять собой данную, нелинейную зависимость, располагаясь при этом под гиперболой $x_2 = \frac{2}{x_1}$. Примером служит кривая безразличия, соответствующая уровню полезности $\bar{U}_1$, в верхней части рисунка 1.70.

При более высоких уровнях полезности, когда имеют место две точки пересечения графика $x_2 = \sqrt{\frac{\bar{U}}{x_1}} - 1$ с гиперболой $x_2 = \frac{2}{x_1}$, линия безразличия будет состоять из трех сегментов — двух нелинейных, описываемых зависимостью $x_2 = \sqrt{\frac{\bar{U}}{x_1}} - 1$, по краям и одного линейного $x_2 = \frac{\bar{U} - x_1}{2}$ по се-

редине. Примером могут служить линии безразличия, соответствующие уровням полезности $\bar{U}_2, \bar{U}_3$ и $\bar{U}_4$, в верхней части рисунка 1.70.

Из эквимаржинального принципа следует $\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{x_2^2 + 1}{2x_1x_2} = \frac{p_1}{p_2}$, т.е. $x_1 = \frac{p_2x_2}{2p_1} + \frac{p_2}{2p_1x_2}$. Подставляя данное выражение в бюджетное ограничение, получаем квадратное уравнение $3p_2x_2^2 - 2Mx_2 + p_2 = 0$, решениями которого при условии $M \geq \sqrt{3}p_2$ являются следующие объемы потребления товаров:

$$x_1 = \frac{2M \mp \sqrt{M^2 - 3p_2^2}}{3p_1}, x_2 = \frac{M \pm \sqrt{M^2 - 3p_2^2}}{3p_2}.$$

Очевидно, что точка, соответствующая меньшему значению x_1 и большему x_2 (при $M > \sqrt{3}p_2$), находится на выпуклом $\left(\frac{d^2x_2}{dx_1^2} \Big|_{U=\text{const}} > 0 \right)$, а большему значению x_1 и меньшему x_2 — на вогнутом $\left(\frac{d^2x_2}{dx_1^2} \Big|_{U=\text{const}} < 0 \right)$ сегменте кривой безразличия. Следовательно, точкой максимума полезности является корзина E_1 на верхней части рисунка 1.70:

$$x_1 = \frac{2M - \sqrt{M^2 - 3p_2^2}}{3p_1}, x_2 = \frac{M + \sqrt{M^2 - 3p_2^2}}{3p_2}.$$

В данной точке должно выполняться условие $x_2 \leq \frac{2}{x_1}$, из которого следует соотношение между ценами благ и уровнем дохода потребителя:

$$p_1 \geq \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 3p_2^2} + 3p_2^2}{18p_2}.$$

Данные зависимости оптимальных объемов потребления товаров от их цен удовлетворяют закону спроса $\left(\frac{\partial x_1}{\partial p_1} < 0, \frac{\partial x_2}{\partial p_2} < 0 \right)$. При этом, начиная с некоторого минимального уровня дохода, первый товар является нормальным:

$$\frac{\partial x_1}{\partial M} = \frac{2\sqrt{M^2 - 3p_2^2} - M}{3p_1\sqrt{M^2 - 3p_2^2}} > 0, \text{ если } M > 2p_2.$$

Очевидно, что второй товар здесь является нормальным независимо от уровня дохода.

Когда бюджетное ограничение оказывается достаточно пологим, при $p_1 < \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 3p_2^2} + 3p_2^2}{18p_2}$, оптимальной становится корзина товаров, соответствующая излому кривой безразличия на стыке двух участков анализируемой функции полезности: $x_2 = \frac{2}{x_1}$.

При угловом оптимуме с учетом бюджетного ограничения получаем квадратное уравнение $p_1x_1^2 - Mx_1 + 2p_2 = 0$. Обратим внимание на то, что в силу условия, характеризующего соотношение между доходом потребителя и ценами товаров, действительные корни данного квадратного уравнения будут существовать: $M \geq \sqrt{8p_1p_2}$. Значимым является наименьший из его корней, поскольку большему решению будет соответствовать снижение уровня полезности. Итак, решая данное квадратное уравнение, получаем функции спроса:

$$x_1 = \frac{M - \sqrt{M^2 - 8p_1p_2}}{2p_1}, x_2 = \frac{M + \sqrt{M^2 - 8p_1p_2}}{2p_2}.$$

В данной ситуации первое из благ будет товаром Гиффена:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - 2p_1p_2}\right)^2}{2p_1^2\sqrt{\frac{M^2}{4} - 2p_1p_2}} > 0.$$

При дальнейшем уменьшении абсолютной величины углового ко-эffiциента бюджетного ограничения, начиная с уровня, равного абсолютному значению тангенса угла наклона прямой линии безразличия

$\left(\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{1}{2} \geq \frac{p_1}{p_2}\right)$, может возникнуть краевой оптимум E_3 , когда потребитель

откажется от второго товара (рис. 1.70, верхняя часть), и весь доход будет

потрачен на потребление первого блага $\left(x_1 = \frac{M}{p_1}\right)$. Очевидно, что в крайнем оптимуме первое благо является нормальным.

При равенстве угловых коэффициентов линии безразличия и бюджетного ограничения возникает еще и множественное равновесие:

$$x_1 = \left(\left[\frac{M - \sqrt{M^2 - 8p_1p_2}}{2p_1}, \frac{M + \sqrt{M^2 - 8p_1p_2}}{2p_1} \right], \frac{M}{p_1} \right).$$

Таким образом, для анализируемой функции полезности спрос на первый товар будет немонотонным, неединственным, разрывным:

$$x_1 = \begin{cases} \frac{M}{p_1} & \text{при } p_1 < \frac{p_2}{2}, \\ \left[\frac{M - \sqrt{M^2 - 8p_1p_2}}{2p_1}, \frac{M + \sqrt{M^2 - 8p_1p_2}}{2p_1} \right], \frac{M}{p_1} & \text{при } p_1 = \frac{p_2}{2}, \\ \frac{M - \sqrt{M^2 - 8p_1p_2}}{2p_1} & \text{при } p_1 < \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 3p_2^2} + 3p_2^2}{18p_2}, \\ \frac{2M - \sqrt{M^2 - 3p_2^2}}{3p_1} & \text{при } p_1 \geq \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 3p_2^2} + 3p_2^2}{18p_2}. \end{cases}$$

График спроса, состоящий из данных сегментов, который показан в нижней части на рисунке 1.70, соответствует графику «цена–потребление», изображенному несколькими наиболее «жирными» линиями в верхней части рисунка 1.70. Между первым, идущим от оси $0x_2$ вплоть до точки оптимума E_2 , и вторым, линейным, «жирными» сегментами ли-

ния «цена–потребление» идет по гиперболе $x_2 = \frac{2}{x_1}$, нанесенной на графике пунктиром.

Рассмотренная выше функция полезности иллюстрирует зависимость индивидуального восприятия блага от уровня дохода потребителя. При данного рода индивидуальных предпочтениях первое благо из нормального превращается в товар Гиффена, если доход покупателя, соотношенный с ценами, превышает определенную величину. При падении цены ниже некоторого порогового значения данное благо начинает расцениваться потребителем как инферриорное, а эффект дохода является на-

столько сильным, что перевешивает эффект замещения. Однако при дальнейшем снижении цены, начиная с определенного уровня, потребитель, будучи стесненным в денежных средствах, ориентируясь, прежде всего на существенный эффект дохода, принимает решение целиком переключиться на данное благо, которое тем самым полностью вытесняет из потребления товар-заменитель.

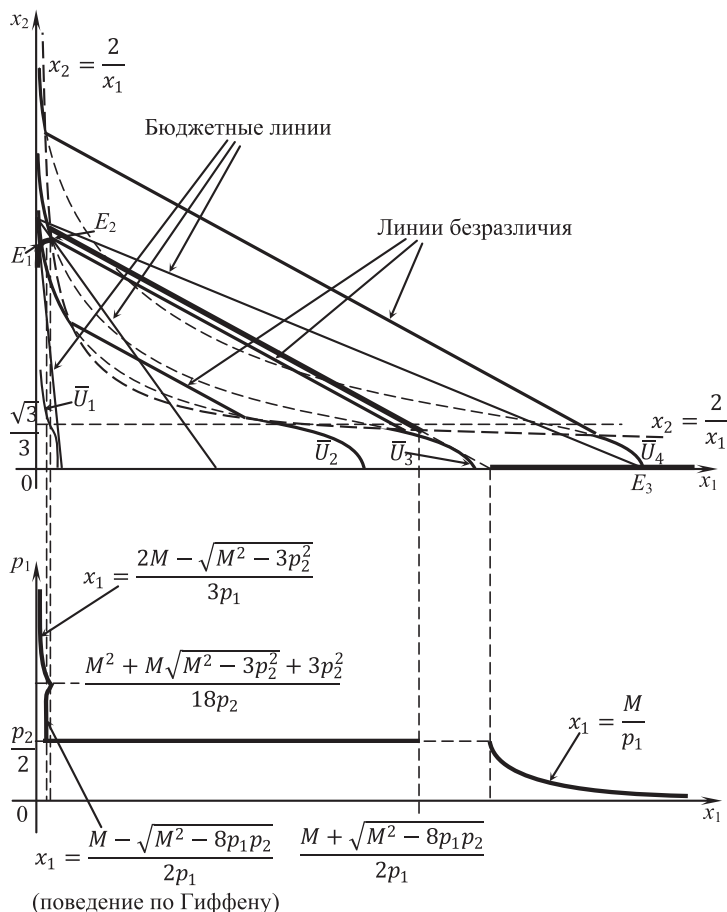


Рис. 1.70. Графики «цена – потребление» и спроса при поведении по Гиффену

Для всех остальных худших товаров, за исключением товаров Гиффена, как и для нормальных благ, закон спроса будет выполняться – функция

спроса будет представлять собой убывающую зависимость количества потребляемого блага от его цены (рис. 1.71).

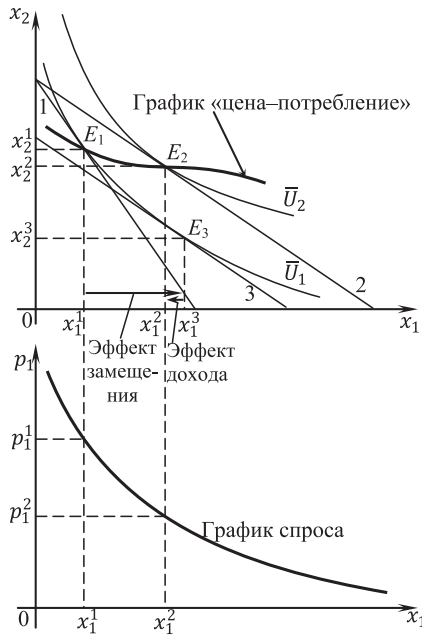


Рис. 1.71. Спрос на худшее благо, не являющееся товаром Гиффена

Покажем в качестве примера, что если предпочтения потребителя описываются функцией полезности $U = x_1^{\frac{3}{4}} + x_2^{\frac{5}{4}}$, то первый товар является худшим, если доход индивида превышает определенную величину.

Рассмотрим вид соответствующих кривых безразличия (рис. 1.72):

$$x_2 = \left(\bar{U} - x_1^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{4}{5}}.$$

Они представляют собой убывающие зависимости между объемами потребления второго и первого товаров $x_2(x_1)$:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{3}{5x_1^{\frac{1}{4}} \left(\bar{U} - x_1^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{5}}} < 0.$$

Отметим, что

$$\lim_{x_1 \rightarrow 0} \frac{dx_2}{dx_1} = -\infty.$$

Кроме того, учитывая, что $U - x_1^{\frac{3}{4}} = x_2^{\frac{5}{2}}$, можно сделать вывод:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x_2}{dx_1^2} &= \frac{3}{20x_1^{\frac{5}{4}} \left(\bar{U} - x_1^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{5}}} - \frac{9}{100x_1^{\frac{1}{2}} \left(\bar{U} - x_1^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{6}{5}}} = \\ &= \frac{15\bar{U} - 24x_1^{\frac{3}{4}}}{100x_1^{\frac{5}{4}} \left(\bar{U} - x_1^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{6}{5}}} \leq 0 \text{ при } x_2 \leq \sqrt[5]{\frac{81x_1}{625}} \end{aligned} \quad (1.113)$$

и наоборот,

$$\frac{d^2x_2}{dx_1^2} > 0 \text{ при } x_2 > \sqrt[5]{\frac{81x_1}{625}}. \quad (1.114)$$

Таким образом, анализируемая функция полезности соответствует невыпуклым предпочтениям: линия $x_2 = \sqrt[5]{\frac{81x_1}{625}}$ представляет собой геометрическое место точек перегиба кривых безразличия (рис. 1.72).

Из эквивариантного принципа следует

$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{3}{5^4 \sqrt{x_1 x_2}} = \frac{p_1}{p_2},$$

т.е.

$$x_2 = \frac{81}{625x_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^4.$$

Подставляя данное соотношение в бюджетное ограничение

$$M = p_1 x_1 + \frac{81 p_2^5}{625 p_1^4 x_1} > 0 \text{ и решая соответствующее квадратное уравнение}$$

$$p_1 x_1^2 - M x_1 + \frac{81 p_2^5}{625 p_1^4} = 0, \quad (1.115)$$

получаем, что при условии

$$\frac{M^2}{4} \geq \frac{81p_2^5}{625p_1^3}, \text{ или } \frac{25M}{18} \geq \sqrt{\frac{p_2^5}{p_1^3}}, \frac{M}{2p_1} \geq \frac{9}{25} \sqrt{\frac{p_2^5}{p_1^5}} \quad (1.116)$$

объемы потребления товаров могут составлять:

$$x_1^1 = \frac{M}{2p_1} - \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^5}}, x_2^1 = \frac{M}{2p_2} + \sqrt{\frac{M^2}{4p_2^2} - \frac{81p_2^3}{625p_1^3}} \quad (1.117)$$

(точка E_1 на рис. 1.72) либо:

$$x_1^2 = \frac{M}{2p_1} + \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^5}}, x_2^2 = \frac{M}{2p_2} - \sqrt{\frac{M^2}{4p_2^2} - \frac{81p_2^3}{625p_1^3}} \quad (1.118)$$

(точка E_2 на рис. 1.72).

В точке E_1 выполняется неравенство (1.114):

$$x_1 < \frac{625}{81} x_2^5 = \frac{625}{81} \left(\frac{81}{625x_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^4 \right)^5 = \left(\frac{81}{625} \right)^4 \frac{1}{x_1^5} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{20},$$

или $x_1^6 < \left(\frac{81}{625} \right)^4 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{20}$, т.е.

$$x_1 = \frac{M}{2p_1} - \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^5}} < \sqrt[3]{\left(\frac{81}{625} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^5 \right)^2}.$$

Действительно, $\frac{M}{2p_1} - \sqrt[3]{\left(\frac{81}{625} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^5 \right)^2} < \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81}{625} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^5}$, поскольку

$$\frac{M}{2p_1} - \sqrt{\frac{81}{625} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^5} < \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^5}}, \text{ в чем можно убедиться, возводя левую}$$

и правую части этого неравенства в квадрат и применяя неравен-

$$\text{ство (1.116), и } \frac{M}{2p_1} - \sqrt[3]{\left(\frac{81}{625} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^5 \right)^2} < \frac{M}{2p_1} - \sqrt{\frac{81}{625} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^5}.$$

В точке E_2 выполняется неравенство (1.113):

$$x_1 \geq \frac{625}{81} x_2^5 = \frac{625}{81} \left(\frac{81}{625x_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^4 \right)^5 = \left(\frac{81}{625} \right)^4 \frac{1}{x_1^5} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{20},$$

т.е.

$$x_1 = \frac{M}{2p_1} + \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^5}} \geq \sqrt[3]{\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^2},$$

или, что эквивалентно,

$$\sqrt[3]{\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^2} - \frac{M}{2p_1} \leq \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^5}}. \quad (1.119)$$

При этом условие (1.116) усиливается:

$$\frac{M}{2p_1} \geq \sqrt[3]{\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^2},$$

что гарантирует автоматическое выполнение неравенства (1.113), поскольку

$$\sqrt[3]{\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^2} - \frac{M}{2p_1} \leq 0 \leq \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^5}}.$$

Предположив наличие решения (1.118) при $\sqrt{\frac{81p_2^5}{625p_1^5}} \leq \frac{M}{2p_1} \leq \sqrt[3]{\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^2}$

и возводя левую и правую части соответствующего неравенства (1.119) в квадрат:

$$\sqrt[3]{\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^4} - \frac{M}{p_1} \sqrt[3]{\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^2} + \frac{M^2}{4p_1^2} \leq \frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^5},$$

приходим к противоречию: $\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^{\frac{1}{3}} \leq \frac{M}{p_1} \leq \left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^{\frac{2}{3}},$

которое показывает, что в диапазоне $\sqrt{\frac{81p_2^5}{625p_1^5}} \leq \frac{M}{2p_1} \leq \sqrt[3]{\left(\frac{81}{625}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^5\right)^2}$ реше-

ние уравнения (1.115) будет отсутствовать.

Таким образом, точка E_1 соответствует выпуклому, а E_2 – вогнутому сегменту кривой безразличия, а значит, точкой максимума полезности является лишь E_1 . Кривая безразличия, проходящая через точку E_2 , будет соответствовать более низкому уровню полезности (рис. 1.72):

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \left(\frac{M}{2p_1} - \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{M}{2p_2} + \sqrt{\frac{M^2}{4p_2^2} - \frac{81p_2^3}{625p_1^3}} \right)^{\frac{5}{4}} > \\ &> \left(\frac{M}{2p_1} + \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{M}{2p_2} - \sqrt{\frac{M^2}{4p_2^2} - \frac{81p_2^3}{625p_1^3}} \right)^{\frac{5}{4}} = \bar{U}_2\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}\frac{p_2^{\frac{5}{4}}}{p_1^{\frac{3}{4}}} \left(\left(\frac{M}{2} + \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{3}{4}} \right) &\leq \\ &\leq \left(\frac{M}{2} + \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{5}{4}} - \left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{5}{4}}.\end{aligned}$$

Действительно, домножая левую и правую части последнего соотношения на $\left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{3}{4}}$, можно привести его к неравенству:

$$\begin{aligned}\frac{p_2^{\frac{5}{4}}}{p_1^{\frac{3}{4}}} \left(\frac{27}{125} \frac{p_2^{\frac{15}{4}}}{p_1^{\frac{9}{4}}} - \left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{3}{2}} \right) &\leq \\ &\leq \left(\frac{M}{2} + \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{27}{125} \frac{p_2^{\frac{15}{4}}}{p_1^{\frac{9}{4}}} - \left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^2,\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}\left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{p_2^{\frac{5}{4}}}{p_1^{\frac{3}{4}}} \right) &\leq \\ &\leq \frac{27}{125} \frac{p_2^{\frac{15}{4}}}{p_1^{\frac{9}{4}}} \left(\left(\frac{M}{2} + \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{p_2^{\frac{5}{4}}}{p_1^{\frac{3}{4}}} \right).\end{aligned}$$

Очевидно, что второй сомножитель в левой части неравенства меньше выражения в скобках в правой части. Чтобы установить справедливость данного неравенства, остается убедиться в том, что

$$\left(\frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \right)^{\frac{3}{2}} \leq \frac{27}{125} \frac{p_2^{\frac{15}{4}}}{p_1^{\frac{9}{4}}}, \text{ или } \frac{M}{2} - \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} \leq \frac{9}{25} \frac{p_2^{\frac{5}{2}}}{p_1^{\frac{3}{2}}}, \text{ т.е.}$$

$$\frac{M}{2} - \frac{9}{25} \frac{p_2^{\frac{5}{2}}}{p_1^{\frac{3}{2}}} \leq \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}}.$$

Это легко сделать, возводя в квадрат левую и правую части последнего неравенства и после элементарных преобразований применяя соотношение (1.116).

Если бюджетное ограничение станет достаточно пологим, то может возникнуть краевое решение E_3 , когда потребитель откажется от второго товара (рис. 1.72). В этом случае весь доход будет потрачен на потребление первого товара, который при этом будет нормальным: $x_1 = \frac{M}{p_1}$.

Проведем анализ внутреннего оптимума, когда, по доказанному, функция спроса на первый товар имеет вид:

$$x_1 = \frac{M}{2p_1} - \sqrt{\frac{M^2}{4p_1^2} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}}.$$

Поскольку $\sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}} < \frac{M}{2}$, постольку при внутреннем оптимуме первый товар будет худшим (рис. 1.72):

$$\frac{\partial x_1}{\partial M} = \frac{1}{2p_1} - \frac{M}{4p_1 \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}}} < 0,$$

но не товаром Гиффена:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\frac{M^2}{2} - \frac{81p_2^5}{125p_1^3} - M \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}}}{2p_1^2 \sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}}} < 0.$$

Действительно, если предположить обратное, а именно $\frac{M^2}{2} - \frac{81p_2^5}{125p_1^3} > M\sqrt{\frac{M^2}{4} - \frac{81p_2^5}{625p_1^3}}$, что, в свою очередь, будет означать $\frac{M^2}{2} > \frac{81p_2^5}{125p_1^3}$, то возведение первого неравенства в квадрат после приведения подобных членов даст неравенство $\frac{M^2}{2} < \frac{5}{8} \cdot \frac{81p_2^5}{125p_1^3}$, которое противоречит второму.

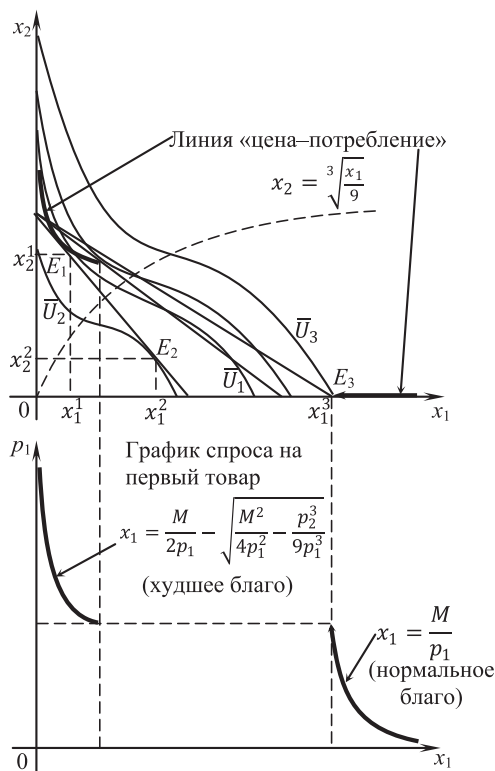


Рис. 1.72. Графики «цена – потребление» и спроса на худшее благо: пример

В силу отрицательности собственных коэффициентов замещения при строгой выпуклости кривых безразличия к началу координат (1.81) прямой эффект замещения (OSE) всегда – для всех типов благ – отрицателен. Это утверждение было сформулировано Дж. Р. Хиксом как закон

компенсированного спроса, «согласно которому действие по крайней мере эффекта замещения всегда приводит к расширению спроса при падении цены, как бы ни тратил свой доход потребитель»¹. В соответствии с этим законом, изменения цены товара и величины компенсированного спроса на него разнонаправлены. Таким образом, в силу (1.81) функция хиксианского (компенсированного) спроса всегда — для всех типов благ — имеет отрицательный наклон (рис. 1.73–1.78).

При этом кривая хиксианского спроса быстрее убывает (имеет более «крутой» наклон) относительно оси количества товара по сравнению с маршаллианской кривой спроса для нормальных товаров, так как первая учитывает только эффект замещения, а вторая — как эффект замещения, так и эффект дохода (рис. 1.73–1.74).

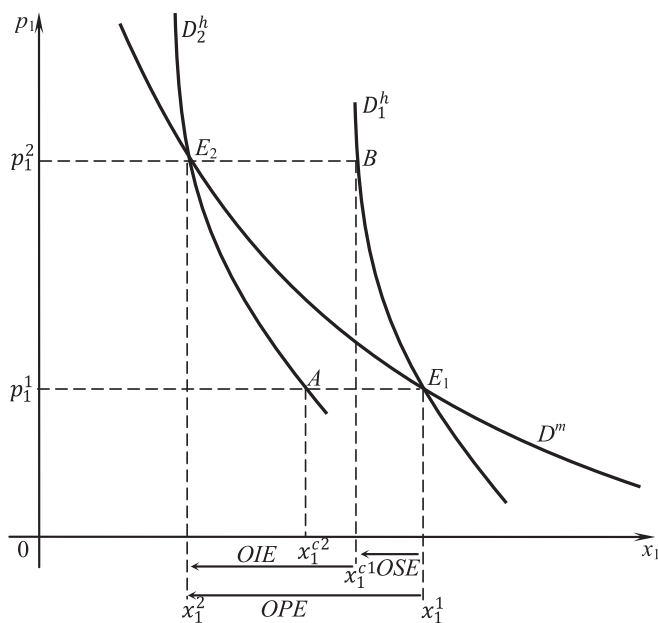


Рис. 1.73. Кривые маршаллианского и хиксианского спроса для нормального блага (случай роста цены)

¹ Хикс Дж. Р. Стоимость и капитал. М.: Изд. группа «Прогресс»: «Универс», 1993. С. 128.

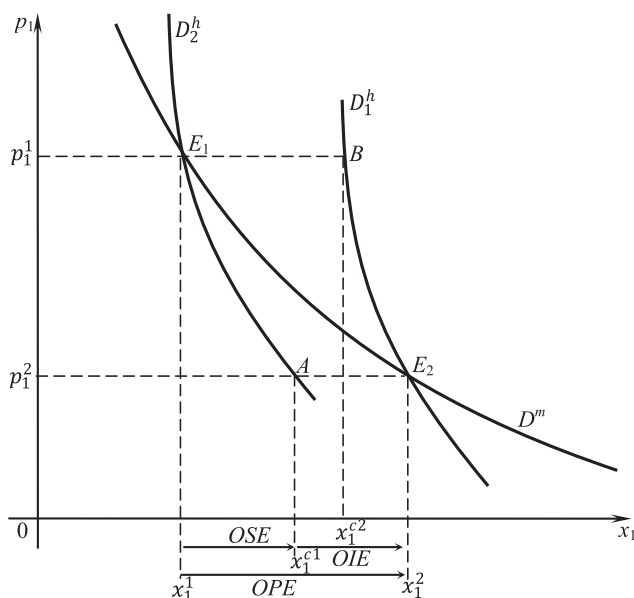


Рис. 1.74. Кривые маршаллианского и хиксианского спроса для нормального блага (случай снижения цены)

Для обычных инфериорных благ (не являющихся товарами Гиффена), наоборот, кривая компенсированного спроса является более «пологой», т.е. убывает более медленно относительно оси объема потребления блага, по сравнению с маршаллианским спросом, так как при формировании спроса по Маршаллу эффект дохода противодействует эффекту замещения (рис. 1.75–1.76).

Наконец, для товаров Гиффена компенсированный спрос представляет собой убывающую зависимость, тогда как маршаллианский спрос — это возрастающая функция цены от объема потребления блага (рис. 1.77–1.78).

1.7. Уравнение Слуцкого: эффекты замещения и дохода

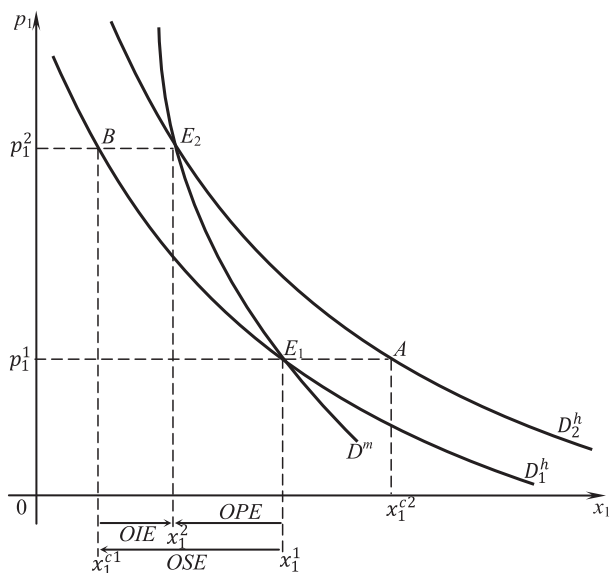


Рис. 1.75. Кривые маршаллианского и хиксианского спроса для инфериорного блага, не являющегося товаром Гиффена (случай повышения цены)

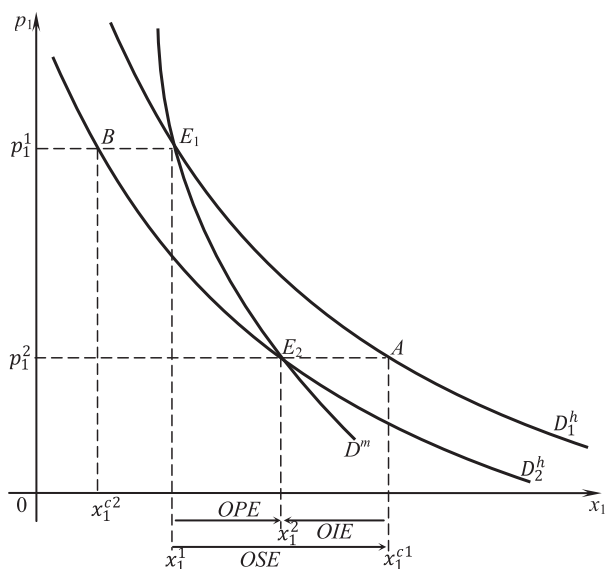


Рис. 1.76. Кривые маршаллианского и хиксианского спроса для инфериорного блага, не являющегося товаром Гиффена (случай снижения цены)

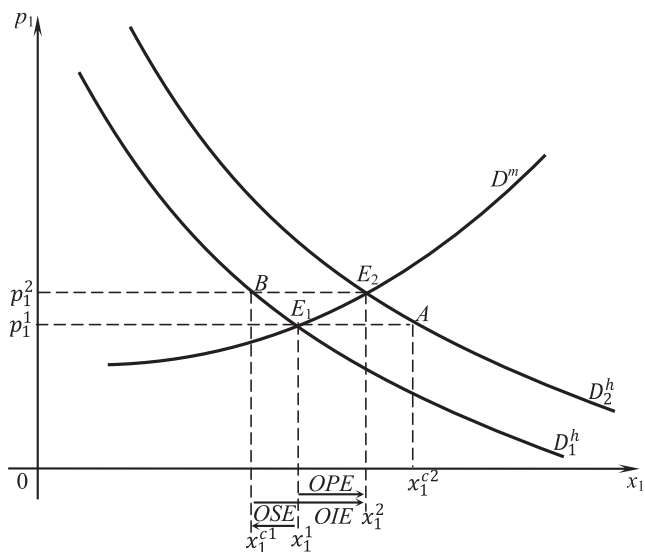


Рис. 1.77. Кривые маршаллианского и хиксианского спроса для товара Гиффена (случай повышения цены)

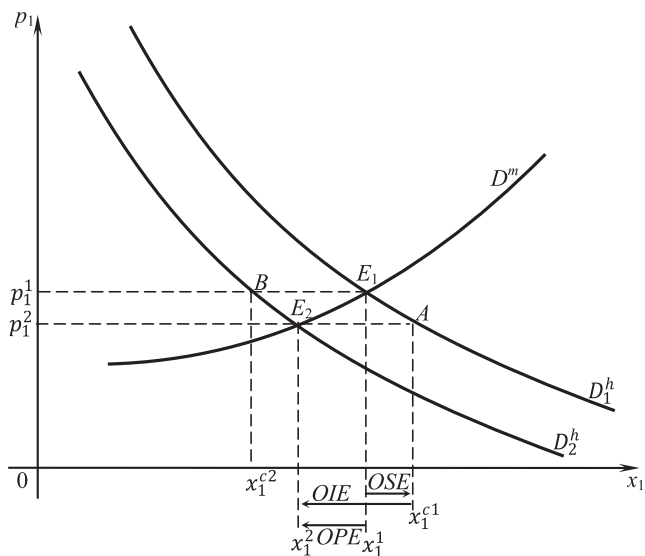


Рис. 1.78. Кривые маршаллианского и хиксианского спроса для товара Гиффена (случай снижения цены)

В заключение данного раздела рассмотрим, как, используя понятия эффектов дохода и замещения, можно показать влияние различных типов налогообложения на потребительский оптимум. Будем использовать трактовку Хикса неизменности благосостояния индивида.

Покажем графически воздействие на выбор потребителей аккордного, т.е. не зависящего от объема потребления товаров, налога в размере T . Исходное бюджетное ограничение, до введения налога, имеет вид: $p_1^0 x_1 + p_2^0 x_2 = M$. Введение аккордного налога, снижая располагаемый доход потребителя ($p_1^0 x_1 + p_2^0 x_2 = M - T$), приводит к параллельному сдвигу бюджетного ограничения в направлении начала координат и перемещает точку оптимума из положения E_0 в положение E_T за счет эффекта дохода (IE) (рис. 1.79).

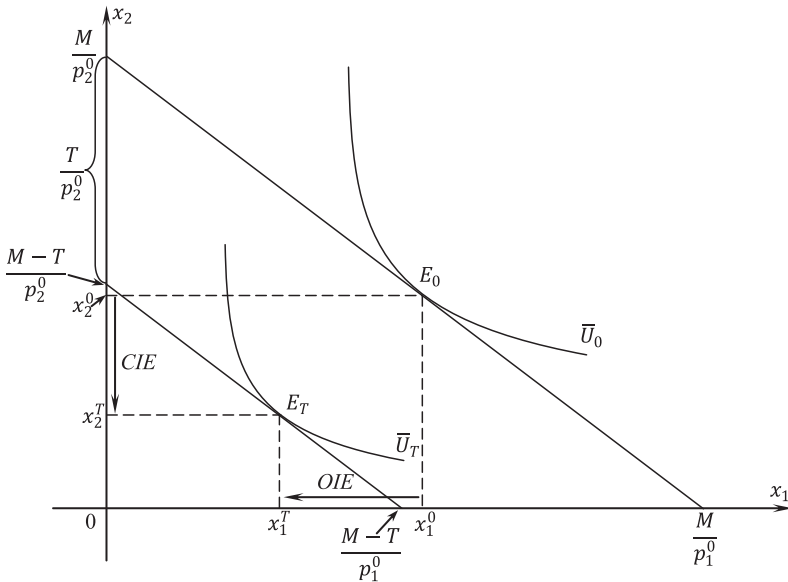


Рис. 1.79. Влияние аккордного налога на выбор потребителя

Покажем теперь на графике воздействие на выбор потребителя налога t на единицу потребления первого товара, которое, для определенности, будем считать нормальным. Будем использовать следующее обозначение: $p_1' = p_1^0 + t$.

При введении потоварного налога бюджетное ограничение ($(p_1^0 + t)x_1 + p_2^0 x_2 = p_1' x_1 + p_2^0 x_2 = M$) поворачивается по часовой стрелке

вокруг точки пересечения с вертикальной осью (второго блага) — его угловой коэффициент увеличивается по абсолютной величине (бюджетное ограничение становится «круче») — покупательные возможности сокращаются. При переходе на более низкую кривую безразличия $\bar{U}_t$, касательную к новой бюджетной линии, объем потребления первого товара сокращается до x_1^t : соответственно, от x_1^0 до x_1^t — за счет эффекта замещения (*OSE*) и от x_1^t до x_1^t — за счет эффекта дохода (*OIE*) (рис. 1.80).

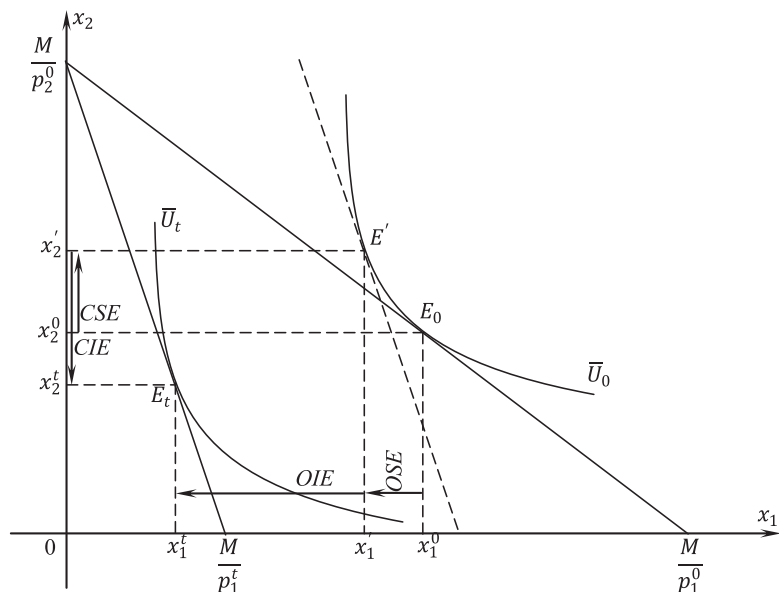


Рис. 1.80. Влияние потоварного налога на выбор потребителя

Заметим, что влияние аккордной и потоварной субсидии на потребительский выбор будет полностью аналогичным рассмотренным выше двум типам налогообложения.

1.8. Маршаллианский потребительский излишек, компенсирующая и эквивалентная вариации дохода

Изменение цен товаров оказывает влияние на благосостояние потребителей. В качестве одного из инструментов для измерения изменений

благополучия потребителей используется изменение маршаллианского потребительского излишка.

В силу (1.98), а также тождества (1.93), изменение полезности потребителя при бесконечном изменении цены, например, первого товара p_1 , задается следующим соотношением: $dU = dV = -\lambda x_1 dp_1$. Опираясь на данное равенство, можно рассчитать изменение полезности индивидуума при колебании рыночной цены покупаемого продукта:

$$\Delta U = - \int_{p_1^1}^{p_1^2} \lambda x_1(p_1, \bar{p}_2, \bar{M}) dp_1 = \int_{p_1^2}^{p_1^1} \lambda x_1(p_1, \bar{p}_2, \bar{M}) dp_1.$$

Если допустить, что предельная полезность денег λ является величиной постоянной и не меняется при колебании цен товаров, то в данном выражении его можно будет вынести за знак интеграла. Тогда изменение полезности потребителя можно будет измерить с точностью до константы λ площадью под графиком маршаллианского спроса, ограниченной уровнями прежней и новой рыночной цены на данный товар:

$$\Delta U = \lambda \int_{p_1^2}^{p_1^1} x_1(p_1, \bar{p}_2, \bar{M}) dp_1.$$

Эта площадь ($S_{p_1 p_2 E_2 E_1}$ на рис. 1.73) называется изменением выигрыша, или излишка, потребителя по Маршаллу (ΔCS).

В частности, изменение потребительского излишка в примере из параграфа 1.7 (с. 45–46) можно определить, опираясь на соответствующую функцию маршаллианского спроса:

$$\Delta CS = \int_2^4 \frac{40}{p_1} dp_1 = 40 \int_2^4 d \ln p_1 = 40 \ln p_1 \Big|_2^4 = 40 (\ln 4 - \ln 2) = 40 \ln 2 \approx 27,7.$$

Однако изменение маршаллианского потребительского излишка будет являться точной мерой повышения или снижения благосостояния только в случае предпочтений, для которых при изменении цены товара не проявляется эффект дохода¹. Проблема состоит в том, что, к примеру, при снижении цены товара рост величины спроса на него за счет эффектов замещения и дохода уменьшает количество денег в кошельке потребителя, а значит, сопровождается повышением предельной полезности денег. Это означает, что не остается постоянной единица измерения изменения благосостояния, что делает оценки некорректными.

¹ В этом можно убедиться на примере квазилинейных предпочтений (1.15).

Использование уровня полезности в качестве индикатора изменения благосостояния указывает только на направление этого изменения, но не позволяет измерить его.

Недостатком маршалианского потребительского излишка как меры соответствующих выигрышей или потерь является чрезмерно ограничительное допущение о постоянстве предельной полезности денег λ .

Рассмотрим альтернативные подходы к оценке влияния изменения цены, скажем, первого товара от p_1^1 до p_1^2 на изменение индивидуального благосостояния.

Компенсирующая вариация дохода (CV) показывает, на какую величину нужно изменить расходы потребителя, чтобы при новых ценах его благосостояние осталось бы на неизменном уровне. CV рассчитывается при выборе в качестве сопоставимых новых цен (рис. 1.81–1.82):

$$\begin{aligned} CV &= E(p_1^2, p_2, V(p_1^2, p_2, M)) - E(p_1^2, p_2, V(p_1^1, p_2, M)) = \\ &= M - E(p_1^2, p_2, V(p_1^1, p_2, M)) = M - E(p_1^2, p_2, \bar{U}^0). \end{aligned}$$

Эквивалентная вариация дохода (EV) показывает, на какую величину нужно скорректировать расходы (доход) потребителя, чтобы (при фиксированных на исходном уровне ценах) его благосостояние изменилось на ту же величину, что и при данной вариации цен. EV рассчитывается при выборе в качестве сопоставимых исходных цен (рис. 1.81–1.82):

$$\begin{aligned} EV &= E(p_1^1, p_2, V(p_1^2, p_2, M)) - E(p_1^1, p_2, V(p_1^1, p_2, M)) = \\ &= E(p_1^1, p_2, V(p_1^2, p_2, M)) - M = E(p_1^1, p_2, \bar{U}^1) - M. \end{aligned}$$

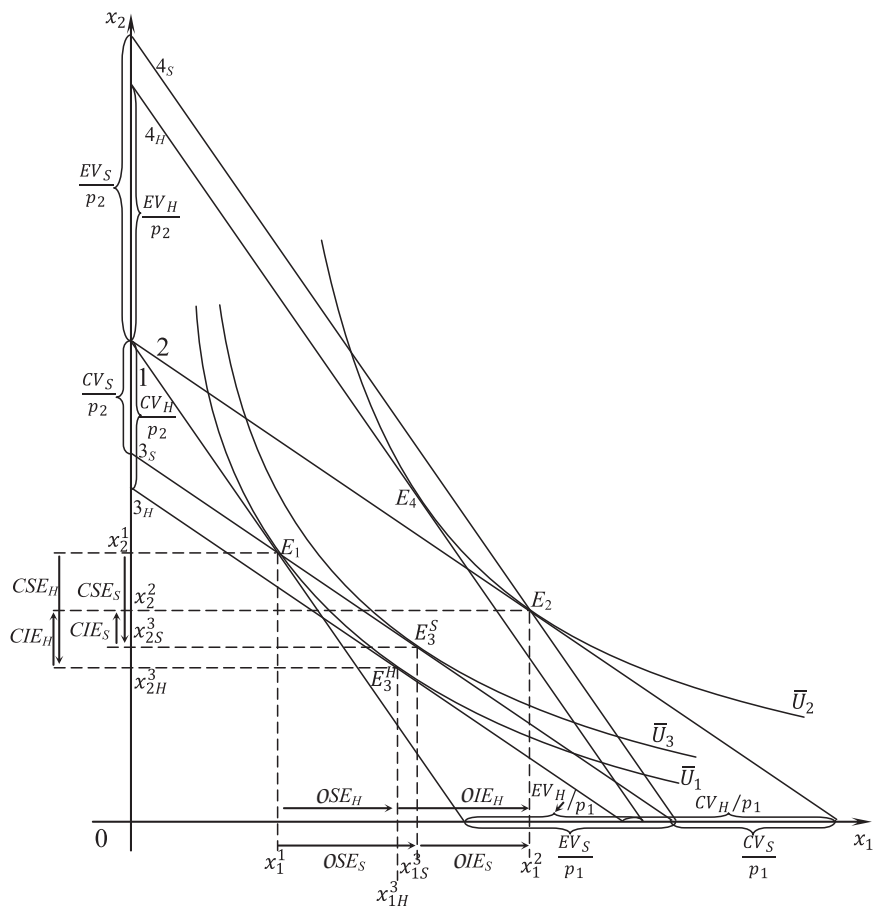


Рис. 1.81. Эффекты дохода и замещения, а также компенсирующие и эквивалентные вариации дохода в концепциях Хикса и Слуцкого (случай нормальных товаров при снижении цены одного из них)

Для иллюстрации расчета компенсирующей и эквивалентной вариации дохода продолжим рассмотрение примера из параграфа 1.7 (с. 118). Поскольку в трактовке Слуцкого для приобретения исходной корзины товаров по новым ценам потребуется доход в размере 80 (тыс. руб.), постольку компенсирующая вариация дохода по Слуцкому составит: $CV_S = 80 - 100 = -20$.

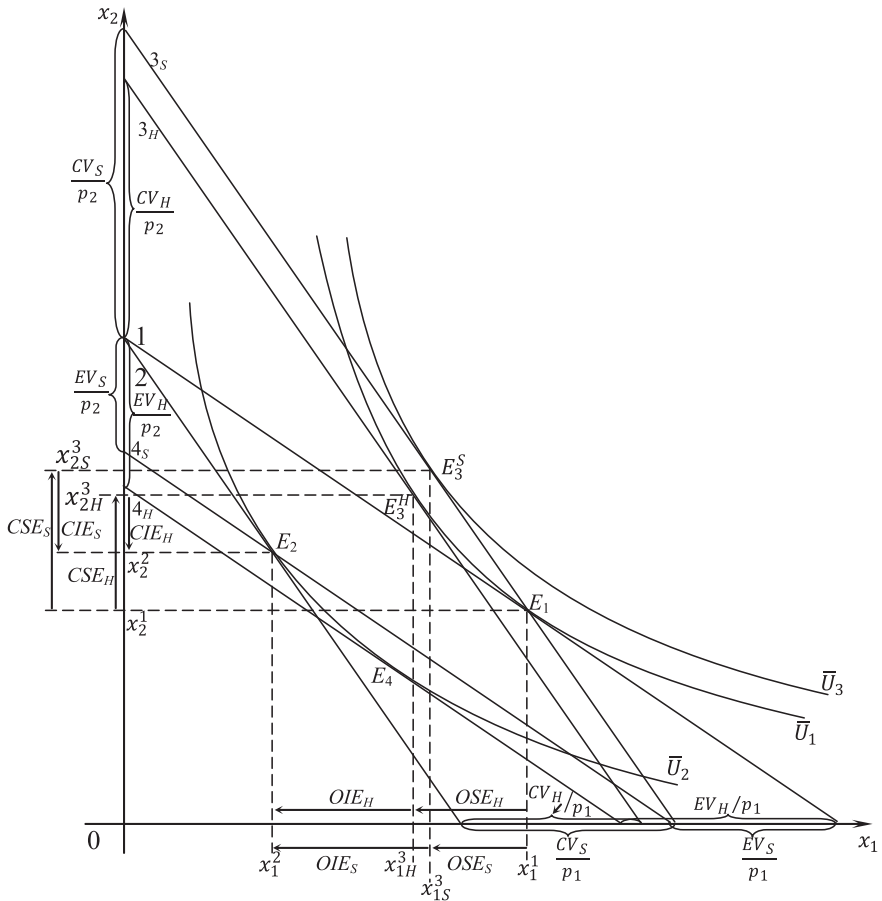


Рис. 1.82. Эффекты дохода и замещения, а также компенсирующие и эквивалентные вариации дохода в концепциях Хикса и Слуцкого (случай нормальных товаров при повышении цены одного из них)

Потребление вспомогательной корзины товаров $(x_1^{3H}, x_2^{3H}) = (15, 15; 15, 15)$

при новых ценах $(p_1^2, p_2^2) = (2, 3)$ будет стоить $M_1 = 15,15 \cdot 2 + 15,15 \cdot 3 = 75,75$. Поэтому компенсирующая вариация дохода по Хиксу составит: $CV_H = 75,75 - 100 = -24,25$.

Для того чтобы купить новую корзину товаров $(x_1^2, x_2^2) = (20, 20)$ по старым ценам $(p_1^1, p_2^1) = (4, 3)$, потребителю потребовались бы денежные сред-

ства в размере $20 \cdot 4 + 20 \cdot 3 = 140$. Следовательно, эквивалентная вариация дохода по Слуцкому составит: $EV_s = 140 - 100 = 40$.

Если бы при старых ценах $(p_1^1, p_2) = (4, 3)$, когда эквимаргинальное условие имело вид $\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{x_2}{x_1} = 2$, т.е. $x_2 = 2x_1$, потребитель захотел достигнуть новый уровень полезности $\left(\bar{U}_1 = 42, 29 = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} x_1^{\frac{5}{4}} \right)$, то его оптимальная корзина товаров была бы: $x_1^4 \approx \sqrt[5]{\frac{42,29^4}{8}} \approx 13,2, x_2^4 \approx 26,4$. Данный

набор стоил бы $M_2 \approx 13,2 \cdot 4 + 26,4 \cdot 3 \approx 132$. Следовательно, эквивалентная вариация дохода по Хиксу составит: $EV_H \approx 132 - 100 \approx 32$.

Компенсирующую и эквивалентную вариации дохода можно подсчитать, опираясь на лемму Шепарда (1.80). Очевидно, что, подставив в функцию расходов (1.70) косвенную функцию полезности (1.83), получаем их величину, тождественно совпадающую с доходом, обеспечивающим потребителю данный уровень полезности:

$$E(p_1, p_2, V(p_1, p_2, M)) \equiv M.$$

Рассчитаем исходный оптимальный уровень полезности, соответствующий первоначальной цене первого товара p_1^1 , цене второго товара p_2 и доходу M_1 : $\bar{U}_1 = V(p_1^1, p_2, M_1)$, а также новый оптимальный уровень полезности, соответствующий изменившейся цене p_1^2 при той же цене второго блага и величине дохода: $\bar{U}_2 = V(p_1^2, p_2, M_1)$.

Интегрируя функцию спроса по Хиксу на первый товар, соответствующую первоначальному уровню полезности, по отрезку от p_1^1 до p_1^2 , получаем разность между величиной расходов, обеспечивающей исходную полезность при новой цене первого товара, и заданной величиной располагаемого дохода потребителя, т.е. компенсирующую вариацию дохода (CV):

$$\begin{aligned} \int_{p_1^1}^{p_1^2} x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}_1) dp_1 &= \int_{p_1^1}^{p_1^2} \frac{dE(p_1, p_2, \bar{U}_1)}{dp_1} dp_1 = \\ &= E(p_1^2, p_2, V(p_1^1, p_2, M_1)) - E(p_1^1, p_2, V(p_1^1, p_2, M_1)) = \\ &= E(p_1^2, p_2, \bar{U}_1) - M_1 = CV. \end{aligned}$$

Таким образом, компенсирующая вариация дохода представляет собой площадь, ограниченную графиком функции спроса по Хиксу, соответст-

вующей изначальному уровню полезности, и осью цены товара, на отрезке от первого до второго ее значения. В частности, при повышении цены первого товара ($p_1^1 < p_1^2$) $CV = S_{p_1 p_2 B E_1}$ на рисунке 1.73.

Аналогично, интегрируя функцию спроса по Хиксу на первый товар, соответствующую конечному уровню полезности, по отрезку от p_1^1 до p_1^2 , получаем разность между заданной величиной располагаемого дохода и величиной расходов потребителя, обеспечивающей новую полезность при исходной цене первого товара, т.е. эквивалентную вариацию дохода (EV):

$$\begin{aligned} \int_{p_1^1}^{p_1^2} x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}_2) dp_1 &= \int_{p_1^1}^{p_1^2} \frac{dE(p_1, p_2, \bar{U}_2)}{dp_1} dp_1 = \\ &= E(p_1^1, p_2, V(p_1^1, p_2, M_1)) - E(p_1^2, p_2, V(p_1^2, p_2, M_1)) = \\ &= E(p_1^1, p_2, \bar{U}_2) - M_1 = EV. \end{aligned}$$

Таким образом, эквивалентная вариация дохода представляет собой площадь ограниченную графиком функции спроса по Хиксу, соответствующей конечному уровню полезности, и осью цены товара, на отрезке от второго до первого ее значения. При повышении цены первого товара ($p_1^1 < p_1^2$) $EV = S_{p_1 p_2 E_1 A}$ на рисунке 1.73.

В случае снижения цены первого товара ($p_1^1 > p_1^2$) $\bar{U}_1 = V(p_1^1, p_2, M_1) < \bar{U}_2 = V(p_1^2, p_2, M_1)$, так как косвенная полезность является убывающей функцией цен при строгой выпуклости кривых безразличия к началу координат (1.100), а значит, исходная и новая кривые компенсированного спроса меняются местами (рис. 1.74). Поэтому в таком случае $CV = S_{p_1 p_2 A E_1}$, $EV = S_{p_1 p_2 E_1 B}$ на рисунке 1.74.

В частности, компенсирующую и эквивалентную вариации дохода по Хиксу в примере выше можно было рассчитать альтернативным способом как площадь под соответствующими функциями хиксианского спроса:

$$\begin{aligned} CV_H &= \int_4^2 \bar{U}_0^{\frac{4}{5}} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{3}} dp_1 = 29,9^{\frac{4}{5}} \int_4^2 \left(\frac{3}{p_1} \right)^{\frac{2}{3}} dp_1 = 5^{\frac{5}{4}} 3^{\frac{5}{3}} 2^{\frac{11}{6}} (1 - \sqrt[3]{2}) \approx -24,3; \\ EV_H &= - \int_4^2 \bar{U}_1^{\frac{4}{5}} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{3}} dp_1 = -42,29^{\frac{4}{5}} \int_4^2 \left(\frac{3}{p_1} \right)^{\frac{2}{3}} dp_1 = 5^{\frac{5}{4}} 3^{\frac{5}{3}} 2^{\frac{37}{12}} (\sqrt[3]{2} - 1) \approx 32. \end{aligned}$$

Очевидно, что CV при снижении цены равна EV при ее повышении, и наоборот.

При росте цены товара эквивалентная вариация дохода будет отрицательной, а компенсирующая вариация дохода — положительной. При снижении цены товара, напротив, эквивалентная вариация дохода будет положительной, а компенсирующая вариация дохода — отрицательной.

При этом соотношение между абсолютными величинами вариаций и изменением маршаллианского потребительского излишка зависит от вида товара.

При повышении цены товара $CV > |\Delta CS| > |EV|$ для нормальных благ (рис. 1.73) и $CV < |\Delta CS| < |EV|$ для инфериорных благ (рис. 1.75). При снижении цены товара, наоборот, $|CV| < \Delta CS < EV$ для нормальных благ (рис. 1.74) и $|CV| > \Delta CS > EV$ для инфериорных благ (рис. 1.76).

Обратим внимание на то, что для нейтральных к доходу благ компенсирующая и эквивалентная вариации дохода, а также изменение маршаллианского потребительского излишка будут равны между собой. Это имеет место, в частности, для квазилинейных предпочтений.

Покажем это на примере функции полезности $U = \sqrt{x_1} + x_2$. Пусть цена первого товара снижается от уровня p_1^1 до p_1^2 (рис. 1.83). Учитывая, что точки оптимума E_1 и E_3 лежат на кривой безразличия, соответствующей уровню полезности $\bar{U}_1$, а E_2 и E_4 — на кривой безразличия, соответствующей уровню полезности $\bar{U}_2$, рассчитаем разность отрезков $[x_2^4 x_2^2]$ и $[x_2^1 x_2^3]$:

$$\begin{aligned} & x_2^4 - x_2^2 - (x_2^1 - x_2^3) = \\ & = \bar{U}_2 - \sqrt{x_1^4} - \bar{U}_2 + \sqrt{x_1^2} - \bar{U}_1 + \sqrt{x_1^1} + \bar{U}_1 - \sqrt{x_1^3} = \\ & = \frac{p_2}{2} \left(-\frac{1}{p_1^1} + \frac{1}{p_1^2} + \frac{1}{p_1^1} - \frac{1}{p_1^2} \right) = 0. \end{aligned}$$

Здесь были использованы выражения для соответствующих кривых безразличия потребителя с предпочтениями $U = \sqrt{x_1} + x_2$ и функции спроса на первое благо $x_1 = \left(\frac{p_2}{2p_1} \right)^2$. Та же разность отрезков, рассчитанная

напрямую, исходя из функций спроса на второе благо, составит:

$$\begin{aligned} & x_2^4 - x_2^2 - (x_2^1 - x_2^3) = \\ & = \frac{M + EV}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1^1} - \frac{M}{p_2} + \frac{p_2}{4p_1^2} + \frac{M + CV}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1^2} - \frac{M}{p_2} + \frac{p_2}{4p_1^1} = \\ & = \frac{EV + CV}{p_2}. \end{aligned}$$

Таким образом, для квазилинейных предпочтений $U = \sqrt{x_1} + x_2$ при любом изменении цены первого блага $CV = -EV$. Поскольку эффект дохода здесь отсутствует, постольку изменение маршаллианского потребительского излишка будет по абсолютной величине равно обеим вариациям дохода: $|CV| = |\Delta CS| = |EV|$.

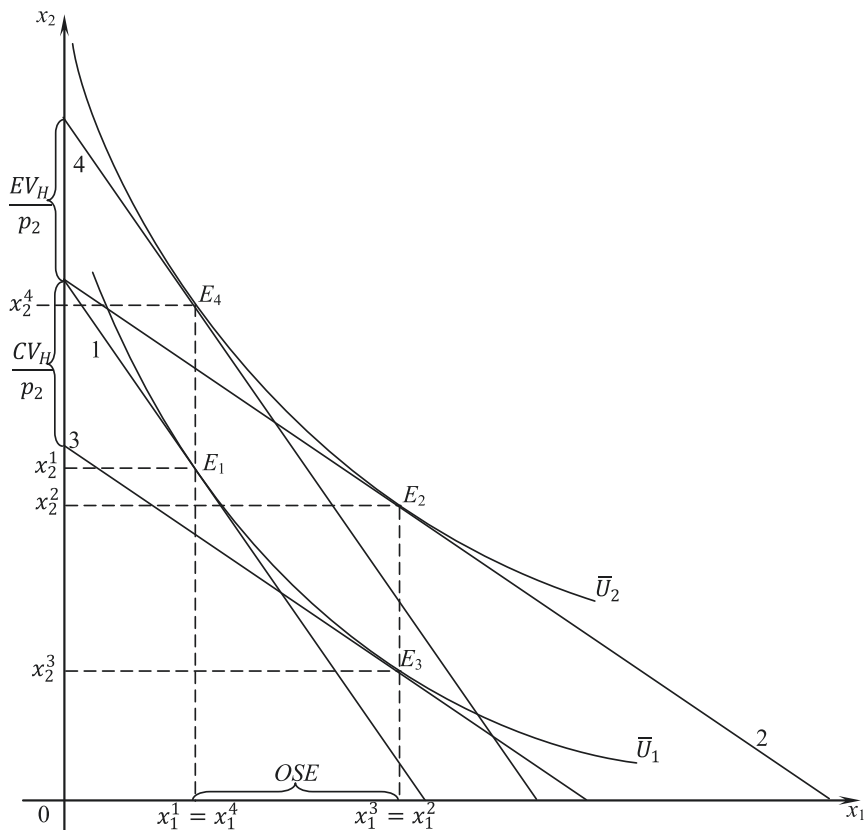


Рис. 1.83. Эффекты дохода и замещения, компенсирующая и эквивалентная вариации дохода при квазилинейных предпочтениях

В заключение данного раздела, используя понятия компенсирующей и эквивалентной вариации дохода, покажем влияние двух типов налогообложения — аккордного и потоварного налога, рассмотренных выше, на общественное благосостояние. Вначале рассмотрим две гипотетические ситуации.

Предположим, что аккордный налог будет приносить в бюджет такой же доход, что и потоварный (т.е. что $T_0 = tx'_1$). Определим, при какой из схем налогообложения благосостояние потребителей будет выше.

Характеризуя бюджетное ограничение при потоварном налоге в новой точке оптимума потребителя E_t , можно записать: $(p_1 + t)x'_1 + p_2x'_2 = M$, или $p_1x'_1 + p_2x'_2 = M - tx'_1$. Поскольку аккордный налог должен приносить в бюджет такой же доход, что и потоварный ($T_0 = tx'_1$), постольку в точке E_t будет выполняться бюджетное ограничение для случая аккордного налогообложения: $p_1x'_1 + p_2x'_2 = M - tx'_1 = M - T_0$. Таким образом, бюджетное ограничение при аккордном налоге будет проходить через точку оптимума при потоварном налоге E_t (рис. 1.84). Поскольку угловой коэффициент бюджетного ограничения при аккордном налоге меньше по абсолютной величине (данное бюджетное ограничение — более «пологое»), чем при потоварном, постольку оно будет секущей линией по отношению к оптимальной кривой безразличия, соответствующей случаю потоварного налогообложения. Следовательно, будет существовать отрезок на бюджетной линии при аккордном налоге, который будет лежать «выше» (т.е. дальше от начала координат), по отношению к данной кривой безразличия. Следовательно, будет существовать «более высокая» кривая безразличия (расположенная дальше от начала координат), которая будет касательной к данному бюджетному ограничению на этом отрезке. Таким образом, $U_T > U_t$, т.е. благосостояние потребителя при аккордном налоге будет выше по сравнению с ситуацией потоварного налогообложения.

Предположим теперь, что потребитель будет достигать одинакового уровня благосостояния при налогообложении по рассматриваемым двум схемам. Определим, какая из них принесет больший доход государственному бюджету. При этом будем, как и ранее, оценивать благосостояние потребителя в концепции Дж. Р. Хикса (с точки зрения уровня полезности).

Аккордный налог принес бы бюджету столько же денег, что и потоварный ($T_0 = tx'_1$), если бы соответствующее бюджетное ограничение прошло через точку E_t (см. рассуждения выше). Но поскольку бюджетное ограничение при аккордном налоге должно быть касательным оптимальной кривой безразличия для ситуации потоварного налогообложения $\bar{U}_t$, а значит, оно лежит ниже по отношению к пунктирному бюджетному ограничению (рис. 1.85), постольку аккордный налог принесет в бюджет больше денег, чем потоварный ($T_1 > T_0 = tx'_1$).

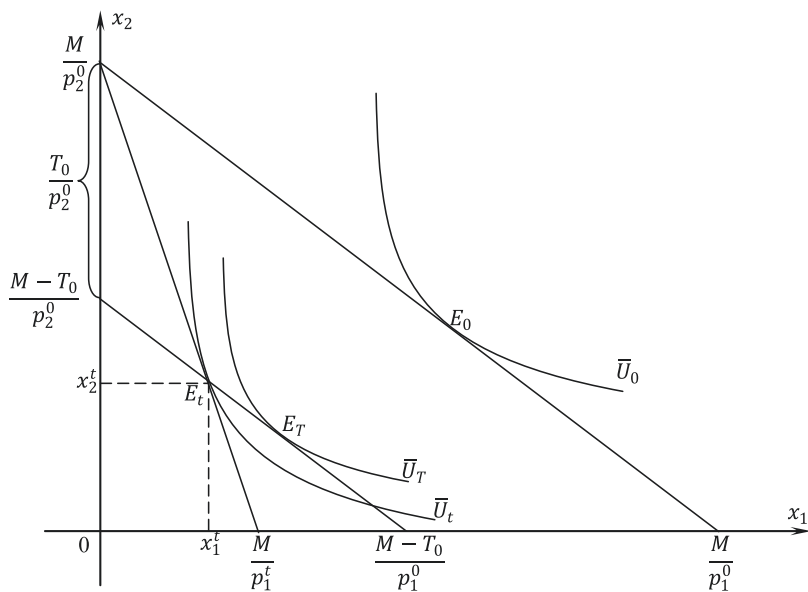


Рис. 1.84. Влияние различных налогов на благосостояние потребителя

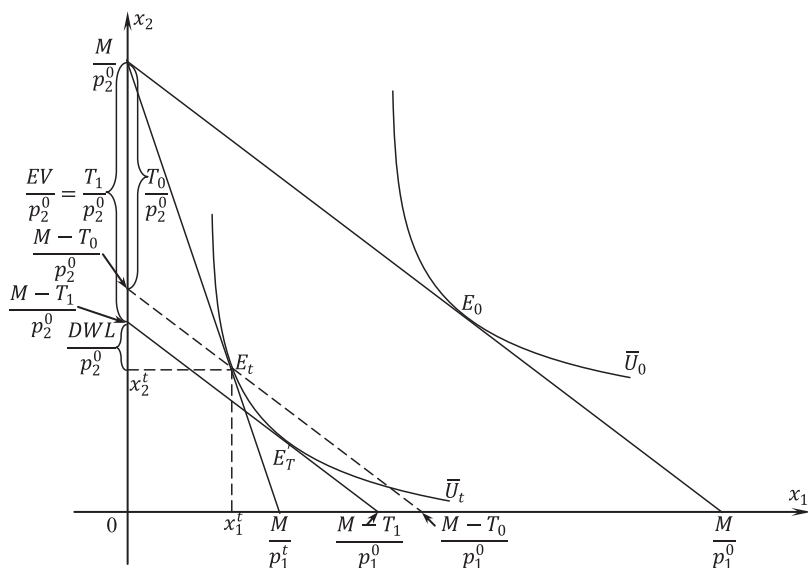


Рис. 1.85. Нагрузка на государственный бюджет при различных налогах

Обозначим через EV сумму аккордного налога (T_1 на рис. 1.85), которую должен был бы получить государственный бюджет, чтобы полезность потребителя оказалась на том же уровне, что и при уплате потоварного налога.

Фактически при введении поштучного налога t благосостояние потребителя будет ниже, чем при аккордном налоге $T_0 = tx'_1$, так как $|EV| > T_0$ (или $EV < -T_0$, так как $EV < 0$), или, другими словами, так как

$$E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_t) - M < -T_0, \text{ т.е. } M - T_0 > E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_t).$$

Разность $-EV - T_0 = -(E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_t) - M) - T_0 = M - E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_t) - T_0$ характеризует потребительские потери — так называемый мертвый груз (DWL) — возникающие в результате поштучного налогообложения (рис. 1.85). Она показывает дополнительные расходы, которые несет потребитель при поштучном налогообложении по сравнению с минимальными, неизбежными потерями, обеспечивающими эквивалентные поступления в бюджет при аккордном налогообложении.

С учетом того, что $T_0 = tx_1^m(p'_1, p_2^0, M) = tx_1^h(p'_1, p_2^0, \bar{U}_t)$, получаем:

$$M - E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_t) - T_0 = E(p'_1, p_2^0, \bar{U}_t) - E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_t) - tx_1^h(p'_1, p_2^0, \bar{U}_t).$$

Таким образом, зная функцию расходов потребителя, можно измерить потери потребителя («мертвый груз»), возникающие в результате поштучного налогообложения, как площадь под кривой хиксианского спроса, ограниченную сверху уровнем цены с учетом налоговой ставки, а снизу — исходной цены (при отсутствии налогообложения), за вычетом налоговых поступлений в государственный бюджет (S_{ABC} на рис. 1.86):

$$\begin{aligned} DWL &= -EV - T_0 = E(p'_1, p_2^0, \bar{U}_t) - E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_t) - tx_1^h(p'_1, p_2^0, \bar{U}_t) = \\ &= \int_{p_1^0}^{p'_1} x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}_t) dp_1 - tx_1^h(p'_1, p_2^0, \bar{U}_t). \end{aligned}$$

Существует альтернативный способ определения DWL в результате поштучного налогообложения. Обозначим через CV компенсацию, которая потребовалась бы индивиду после уплаты потоварного налога для сохранения его полезности на первоначальном уровне. Поскольку поступления денежных средств в государственный бюджет при объеме потребления блага, соответствующем компенсации, оказываются меньше требуемой суммы компенсационных выплат, постольку возникают чистые потери общества в размере

$$\begin{aligned} CV - tx_1^h(p_1', p_2^0, \bar{U}_0) &= E(p_1', p_2^0, \bar{U}_0) - M - tx_1^h(p_1', p_2^0, \bar{U}_0) = \\ &= E(p_1', p_2^0, \bar{U}_0) - E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_0) - tx_1^h(p_1', p_2^0, \bar{U}_0). \end{aligned}$$

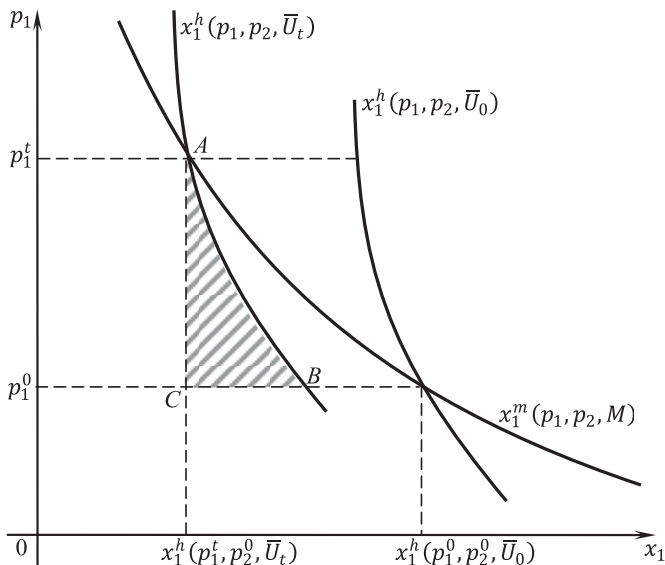


Рис. 1.86. Потребительские потери при потоварном налогообложении

Таким образом, чистые потери общества, возникающие в результате потоварного налогообложения, можно рассчитать как площадь под функцией хиксианского спроса, соответствующей исходному уровню индивидуальной полезности, ограниченную уровнями цены – первоначальной, до назначения налога и измененной, учитывающей налоговую ставку – за вычетом налоговых выплат, которые имели бы место при получении компенсационных выплат из государственного бюджета (S_{ABC} на рис. 1.87):

$$\begin{aligned} DWL &= CV - T_0 = \\ &= E(p_1', p_2^0, \bar{U}_0) - E(p_1^0, p_2^0, \bar{U}_0) - tx_1^h(p_1', p_2^0, \bar{U}_0) = \\ &= \int_{p_1^0}^{p_1'} x_1^h(p_1, p_2, \bar{U}_0) dp_1 - tx_1^h(p_1', p_2^0, \bar{U}_0). \end{aligned}$$

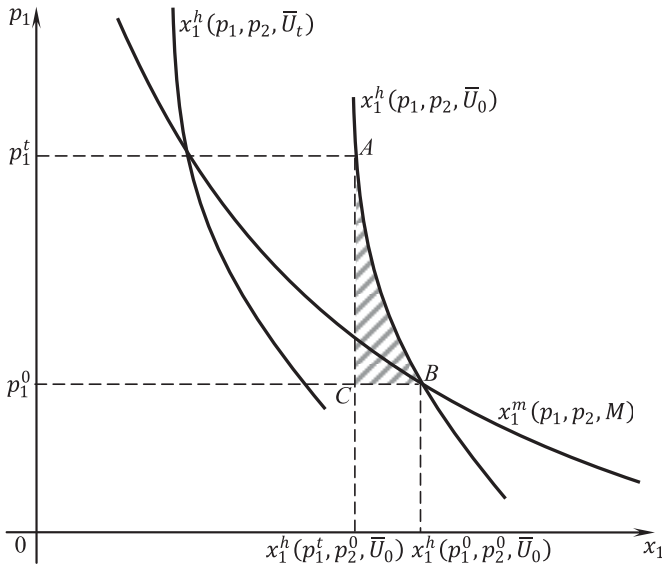


Рис. 1.87. Потребительские потери при потоварном налогообложении: альтернативная трактовка

1.9. Статистические оценки благосостояния

Концепция выявления предпочтений потребителя предлагает инструментарий определения их структуры на основе соотношений между реально наблюдаемыми величинами — товарными ценами, доходами покупателей и объемами приобретаемых товаров¹. Принцип выявления предпочтений потребителя состоит в следующем. Обозначим через x_0 и x_t отличные друг от друга корзины товаров, купленные индивидом, соответственно, в базисном и отчетном периодах, а через p_0 и p_t — цены данных потребительских наборов. Если стоимость корзины товаров x_t , купленной в отчетном периоде, рассчитанная по ценам базисного, меньше или равна фактическим расходам потребителя в базисный период, то это означает, что индивид был в состоянии приобрести отчетную корзину товаров при ценах и доходе базисной ситуации, но он предпочел не делать этого, купив базисную корзину. Следовательно, корзина x_0 была предпочтена на-

¹ Samuelson P.A. The collected scientific papers. — 6th pr. — Cambridge (Mass.); L.: MITpress, 1985. Vol.1.

бору x_t . Таким образом, при условии $x_0 \neq x_t$, из $M_0 = \sum_{i=1}^n p_{i0} x_{i0} > \sum_{i=1}^n p_{i0} x_{it}$

следует $x_0 \succ x_t$. Здесь $x_t = \{x_{it}\}_{i=1}^n$ — отчетная корзина товаров, $x_0 = \{x_{i0}\}_{i=1}^n$ — базисная корзина, а весами служат цены базисного периода.

Значит, если индекс реального дохода Ласпейреса, в котором весами выступают цены базисного периода $\{p_{i0}\}_{i=1}^n$,

$$I_q^L = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{i0}} \quad (1.120)$$

меньше единицы ($I_q^L < 1$), то благосостояние потребителя снизилось¹. Противоположное утверждение, вообще говоря, неверно. То есть из того, что $I_q^L > 1$, не следует, что благосостояние индивида уменьшается, так как текущий набор превышал его финансовые возможности в базисном периоде.

Обратный подход к выявлению предпочтений исходит из того, что в случае, когда индекс реального дохода Пааше, в котором в качестве весов выступают цены отчетного периода $\{p_{it}\}_{i=1}^n$,

$$I_q^P = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{i0}} \quad (1.121)$$

больше единицы ($I_q^P > 1$), другими словами, при $\sum_{i=1}^n p_{it} x_{i0} < \sum_{i=1}^n p_{it} x_{it} = M_t$,

доход потребителя в отчетном периоде позволял ему купить базисную корзину товаров, но потребитель не сделал этого, $x_t \succ x_0$, т.е. индивидуальное благосостояние повышается². Если же $I_q^P < 1$, то, как и в случае $I_q^L > 1$, су-

¹ Утверждение остается в силе и при равенстве индекса реального дохода Ласпейреса единице, если корзина товаров отчетного периода отличается от базисной. В этом случае справедливо равенство: $\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{i0} = \sum_{i=1}^n p_{i0} x_{it}$, а значит, набор x_t был доступен потребителю в базовом периоде, но тогда потребитель не выбрал его. Следовательно, благосостояние потребителя в отчетном периоде снижается.

² Данное утверждение остается в силе и в случае $I_q^P = 1$, когда справедливо равенство: $\sum_{i=1}^n p_{it} x_{it} = \sum_{i=1}^n p_{it} x_{i0}$, если известно, что в отчетном периоде потребитель выбирает иную, по сравнению с базисной, корзину товаров. Таким образом, набор x_0 доступен потребителю в текущем периоде, но потребитель выбирает другой, отчетный. Следовательно, благосостояние потребителя в отчетном периоде повышается.

существует неопределенность, так как теперь уже исходная потребительская корзина недоступна потребителю в настоящее время.

Принцип выявленного предпочтения можно проиллюстрировать, используя только линии бюджетного ограничения и не прибегая к кривым безразличия (рис. 1.88). Пусть бюджетное ограничение трансформируется из базисного положения 1 в отчетное положение 2, и базисная корзина товаров – это точка A_1^1 , а A_2^1 – отчетный набор. Корзина A_1^1 доступна потребителю в отчетном периоде, но он выбрал альтернативную – A_2^1 , значит, в отчетном периоде его благосостояние повысилось.

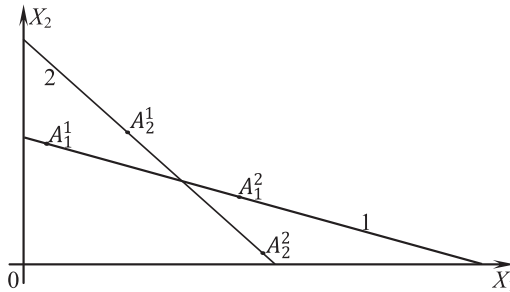


Рис. 1.88. Графическая иллюстрация принципа выявленного предпочтения

Наоборот, при базисной корзине A_1^2 и отчетной – A_2^2 наблюдается снижение благосостояния потребителя, ведь корзина товаров A_2^2 была доступна ему в базисном периоде, однако он предпочел купить набор A_1^2 . Определить же, какая из корзин товаров – A_1^2 или A_2^2 – является более предпочтительной, не представляется возможным.

Для того чтобы сформулировать выводы по-другому, можно использовать взаимосвязь между индексами цен Ласпейреса:

$$I_p^L = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{i0}} \quad (1.122)$$

и Пааше:

$$I_p^P = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{it}}, \quad (1.123)$$

которые используют в качестве весов объемы потребления, соответственно, базисного и отчетного периодов, с одной стороны, и индексом номинального дохода

$$I_M = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{i0}}$$

— с другой. Поскольку $I_q^L = \frac{I_M}{I_p^L}$, $I_q^P = \frac{I_M}{I_p^P}$, при $I_p^L < I_M$ благосостояние потребителя повышается ($I_q^P > 1$); если же $I_p^P > I_M$, то благосостояние потребителя снижается ($I_q^L < 1$).

Теория выявленных предпочтений опирается на следующую аксиоматику. Слабая аксиома выявленных предпочтений (*WARP*) гласит, что если потребитель прямо выявлено предпочитает набор *A* набору *B*, то он не может в то же время прямо выявлено предпочитать набор *B* набору *A*. Сильная аксиома выявленных предпочтений (*SARP*) утверждает, что если потребитель выявлено предпочитает (прямо или косвенно) набор *A* набору *B*, то он не может в то же время (прямо или косвенно) выявлено предпочитать набор *B* набору *A*. Прямое предпочтение подразумевает непосредственное сравнение между собой данных двух корзин товаров. Косвенное предпочтение предполагает сравнение между собой данных товарных наборов посредством их сопоставления, с точки зрения потребительских предпочтений, с некоторой третьей корзиной товаров. Таким образом, сильная аксиома выявленных предпочтений предполагает слабую аксиому вкупе с предпосылкой о транзитивности предпочтений потребителя.

В соответствии с *WARP*, если исходно потреблялся набор A_1^1 , то при изменении бюджетного ограничения из положения 1 в положение 2 покупатель не может выбрать набор A_2^2 , а должен выбрать набор A_2^1 . Ведь в противном случае набор A_2^2 будет выявлено предпочтительнее по отношению к набору A_1^1 (который будет доступен потребителю по новым ценам), чего не может быть в силу того, что исходно набор A_1^1 был выявлено предпочтен набору A_2^2 (последний был доступен по первоначальным ценам). Верна и обратная логика. Если исходно был куплен набор A_2^2 , то в соответствии с *WARP* при изменении цен и повороте бюджетного ограничения в положение 1 потребитель выберет корзину A_1^1 и не может предпочесть набор A_1^1 .

В соответствии с *SARP* так же, как и в соответствии с *WARP*, если исходно потребитель покупал набор A_1^1 , который тем самым был для него предпочтительнее набора A_2^2 , то при изменении цен и повороте бюджетного ограничения из положения 1 в положение 2 потребитель выберет набор A_2^1 и не выберет набор A_2^2 : поскольку $A_2^1 \succ A_1^1$, $A_1^1 \succ A_2^2$ и $A_1^1 \succ A_2^2$, постольку $A_2^1 \succ A_2^2$. Ведь в противном случае, если бы потребитель выбрал набор A_2^2 , т.е. если бы оказалось, что $A_2^2 \succ A_1^1$, то в силу того, что $A_1^1 \prec A_2^1$

и $A_2^2 \prec A_1^2$, можно было бы сделать вывод, что $A_1^1 \prec A_1^2$, и *SARP* была бы нарушена.

При дефляции индекс Ласпейреса (1.120) преувеличивает, а индекс Пааше (1.121) преуменьшает увеличение реального дохода индивида в трактовке Хикса (рис. 1.89). Предположим, что при росте номинального дохода цены на товары снижаются, что отражается сдвигом и поворотом бюджетного ограничения из положения 1 в положение 2. Соответственно, оптимум потребителя перемещается из точки E_1 в точку E_2 , а уровень полезности повышается от $\bar{U}_1$ до $\bar{U}_2$. Тогда изменение реального дохода по Ласпейресу, когда цены, выступающие в роли весов, фиксируются на первоначальном уровне, будет характеризоваться сдвигом бюджетной линии из положения 1 в положение 3, соответствующее новому оптимуму E_2 . Однако при данном бюджетном ограничении потребитель выбрал бы корзину E_3 , соответствующую уровню полезности $\bar{U}_3$, который является недостижимым при фактическом бюджетном ограничении 2. Для получения полезности на уровне $\bar{U}_2$, соответствующем корзине E_2 , и потребителю было бы достаточно обладания доходом, задающим при первоначальных ценах бюджетное ограничение 4. Таким образом, увеличение реального дохода потребителя при исходных ценах и наборе благ E_2 будет характеризоваться не бюджетным ограничением 3, а линией 4 (рис. 1.89), а значит, индекс Ласпейреса (1.120) будет завышать рост реального дохода при снижении цен.

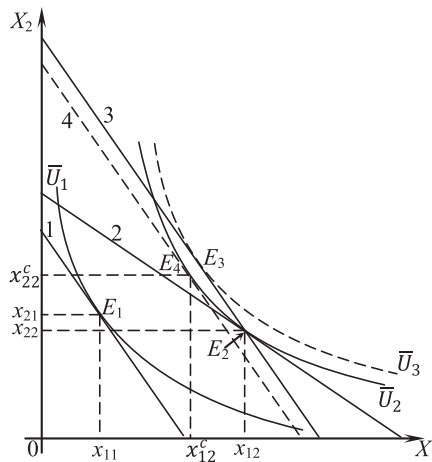


Рис. 1.89. Индексы реального дохода (Ласпейреса при дефляции, Пааше при инфляции), цен (Пааше при дефляции, Ласпейреса при инфляции) и «истинный индекс стоимости жизни» при инфляции

Если же в данной ситуации рассмотреть изменение реального дохода по Пааше (рис. 1.90), то необходимо рассчитать расходы на исходную корзину товаров E_1 в новых ценах и соотнести эту денежную сумму с фактическим доходом потребителя, соответствующим оптимуму E_2 . При этом увеличение реального дохода будет характеризоваться сдвигом бюджетной линии из положения 5 в положение 2. Однако при новых ценах для достижения исходного уровня полезности $\bar{U}_1$, соответствующего набору благ E_1 , потребителю будет достаточно меньшего дохода, который задавал бы бюджетную линию 6, которая определяла бы оптимум E_6 . Таким образом, увеличение реального дохода потребителя при изменившихся ценах и наборе благ E_2 будет характеризоваться не бюджетным ограничением 5, а линией 6 (рис. 1.90), а значит, индекс Пааше (1.121) будет занижать рост реального дохода при снижении цен.

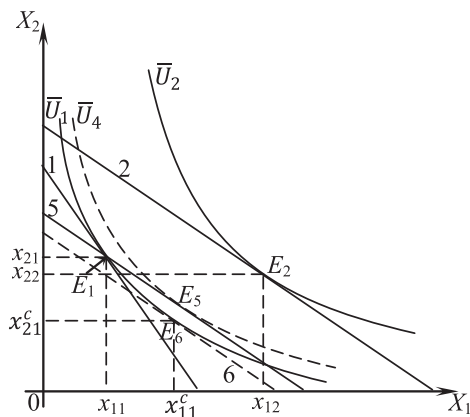


Рис. 1.90. Индексы реального дохода (Ласпейреса при инфляции, Пааше при дефляции), цен (Ласпейреса при дефляции, Пааше при инфляции) и «истинный индекс стоимости жизни» при дефляции

Инфляционный рост цен будет характеризоваться противоположным направлением сдвига бюджетного ограничения — из положения 2 в положение 1 (рис. 1.89–1.90). В такой ситуации изменение реального дохода по Пааше будет характеризовать рисунок 1.89, а по Ласпейресу — рисунок 1.90. Поэтому рассуждения будут противоположными тем, которые были проведены выше применительно к случаю дефляции. Таким образом, при инфляции, наоборот, индекс Ласпейреса дает заниженную, а Пааше — завышенную оценку снижения реального дохода по Хиксу.

При дефляции экономические агенты, как правило, при прочих равных условиях увеличивают покупки товаров в натуральном выражении, причем чем сильнее снижение цен, тем существеннее оказывается рост объемов потребления. Поэтому использование физических объемов потребления базисного периода в качестве весов, как это делается в индексе Ласпейреса (1.122), занижает степень уменьшения цен. Действительно, если зафиксировать исходный набор товаров корзины E_1 и провести через нее бюджетное ограничение 5 при новых, возросших ценах, параллельное фактической бюджетной линии отчетного периода 2 (рис. 1.90), то потребитель предпочтет набору E_1 другую корзину благ — E_3 , увеличив потребление относительно подешевевшего первого товара и сократив объемы второго блага.

В то же время индекс Пааше (1.123), в котором в качестве весов берутся объемы потребления отчетного периода, завышает степень снижения цен. В частности, рисунок 1.89 показывает, что если рассчитать расходы на отчетную корзину товаров E_2 по базисным ценам, то при данном бюджетном ограничении 3 потребитель выберет уже другую корзину товаров E_3 , в которой сократятся объемы первого блага и увеличатся — второго по сравнению с зафиксированным набором отчетного периода E_2 , который тем самым повышает вес относительно подешевевшего товара.

Противоположная картина наблюдается при росте цен, когда, как правило, экономические агенты сокращают потребление в отчетном периоде по сравнению с базисным тех продуктов, которые относительно дорожают. Использование количеств потребляемых товаров базисного периода в качестве весов искажает картину, завышая рост цен. Иллюстрацией индекса цен Ласпейреса будет служить рисунок 1.89, на котором в качестве бюджетного ограничения базисного периода будет выступать теперь линия 2, а отчетный период будет характеризоваться линией 1. Фиксируя потребительский набор базисного периода — в данном случае E_2 и проводя через него бюджетное ограничение при новых ценах, т.е. линию 3, параллельную линии 1, характеризующей бюджетные возможности отчетного периода, обнаруживаем, что оптимумом будет уже другая корзина — E_3 , в которой будет больше второго, относительно подорожавшего товара по сравнению с зафиксированным набором базисного периода E_2 .

Наоборот, если брать в качестве весов физические объемы потребления отчетного периода, то рост цен будет занижен, поскольку в базисном периоде покупалось относительно больше продуктов, которые теперь сравнительно подорожали. Иллюстрацией индекса цен Пааше при ин-

фляции будет служить рисунок 1.90, где в качестве базисной будет рассматриваться корзина E_2 , а роль отчетной — будет играть E_1 . Фиксируя отчетный набор товаров и проводя через него бюджетное ограничение при базисных ценах, т.е. линию 5, можно наблюдать сдвиг оптимума в точку E_5 , соответствующую большему объему относительно подорожавшего первого блага. Следовательно, использование отчетной корзины будет приводить к «недовесу» в индексе блага, цена которого относительно увеличивается.

Таким образом, при инфляции индекс Ласпейреса (1.122) переоценивает темп роста цен, а формула Пааше (1.123) — недооценивает. При падении цен наблюдается обратная ситуация.

В условиях непропорционального роста цен наблюдается и эффект дохода, снижающий общую покупательную способность экономических агентов, и эффект замещения подорожавших товаров относительно подешевевшими. Сложности при количественном измерении уровня инфляции при непропорциональном росте цен возникают из-за недоучета эффекта замещения. Ведь, если бы действовал только эффект дохода и цены росли в одинаковой пропорции, то отпали бы все проблемы с расчетом индекса цен. В этом случае достаточно было бы рассчитать, насколько возросла цена любого из товаров, и индекс цен для экономики в целом равнялся бы в этом случае общему для цен всех товаров коэффициенту пропорциональности. Причем отсутствовала бы разница между индексами цен в трактовке Ласпейреса и Пааше, поскольку в принципе исчезла бы необходимость использования объемов потребляемых товаров в качестве весов.

Для того чтобы снизить погрешности в оценках, связанные с индексами Ласпейреса и Пааше, можно рассчитать среднюю геометрическую из этих индексов:

$$\begin{aligned}\bar{I}_p &= \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{i0}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{it}}} = \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{i0}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{it}}} = \sqrt{I_M} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{i0}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{it}}}.\end{aligned}$$

Однако более строгий метод улучшения качества оценок предоставляет аппарат теории потребительского выбора.

Для преодоления недостатков, присущих индексам цен Ласпейреса и Пааше, выдающимся отечественным экономистом А.А. Конюсом

был предложен так называемый истинный индекс стоимости жизни¹ (I_p^K). В этом индексе объемы потребляемых благ (x^c), служащие в качестве весов для изменяющихся цен, выбираются таким образом, чтобы они были равноценны в базисном и отчетном периодах, причем эквивалентность корзин товаров в базисном и текущем периодах должна оцениваться исходя из сохранения уровня благосостояния потребителя в концепции Дж. Р. Хикса, в рамках которой постоянство благосостояния потребителя подразумевает расположение оптимальных для него товарных наборов на одной и той же кривой безразличия²:

$$I_p^K = \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} x_{i0}^c}{\sum_{i=1}^n p_{i0} x_{i0}},$$

где x^c — потребительская корзина, имеющая одинаковую полезность для покупателя относительно базового набора x_0 , а p_0 и p_t — цены товаров соответственно в базисном и отчетном периодах.

В частности, в ситуации роста цен, показанной на рисунке 1.89, корзина $x^c = (x_{12}^c, x_{22}^c)$, соответствующая потребителскому оптимуму E_4 , будет эквивалентна исходному потребителскому набору $x_0 = (x_{12}, x_{22})$, иллюстрируемому оптимумом E_2 . Обе эти корзины дают потребителю одинаковый уровень полезности $\bar{U}_2$. При дефляционных процессах, показанных на рисунке 1.90, базовой потребителской корзине $x_0 = (x_{11}, x_{21})$ будет эквивалентен набор $x^c = (x_{11}^c, x_{21}^c)$. Данные комбинации благ, иллюстрируемые соответственно точками E_2 и E_6 , располагающимися на исходной кривой безразличия, будут характеризоваться одним и тем же уровнем полезности $\bar{U}_1$.

Использование данных равноценных наборов в качестве весов позволяет при расчете «истинного индекса стоимости жизни» устранить эффект дохода и корректным образом учитывать только эффект замещения, элиминируя тем самым пропорциональный рост цен и рассматривая лишь непропорциональное их изменение.

¹ Конюс А. А. Проблема истинного индекса стоимости жизни // Экономический бюллетень конъюнктурного института. 1924. № 9—10.

² Аллен Р. Экономические индексы. М.: Статистика, 1980.

1.10. Потребительский выбор с учетом первоначальных запасов благ

Обобщением простейшей задачи потребительского выбора является такая ее постановка, в которой рассматривается не только расходование денежного дохода индивида, но и его формирование как стоимости активов потребителя:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2): \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq M = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2, \end{aligned} \quad (1.124)$$

где ω_i — запас i -го блага, находящийся в собственности индивида, $i = 1, 2$.

Введем понятие чистого, или избыточного, спроса потребителя на каждый товар как превышение спроса, предъявляемого на данный товар, над доступным его количеством, т.е. первоначальным запасом:

$$z_i = x_i - \omega_i. \quad (1.125)$$

В этих обозначениях бюджетное ограничение потребителя может быть переписано так: $p_1 z_1 = -p_2 z_2$. Таким образом, индивид финансирует покупки товара, в котором он ощущает недостаток по сравнению с имеющимся запасом, за счет продажи излишка другого продукта — того, который у него имеется в избытке.

Условия максимизации полезности в задаче выбора с учетом первоначальных запасов благ остаются такими же, как и в исходной задаче потребительского выбора, с учетом того, что доход теперь является уже не экзогенно заданной денежной суммой, а стоимостью активов индивида. Это обстоятельство позволяет представить индивидуальные функции валового маршаллианского спроса в виде зависимостей оптимальных объемов потребления товаров от их цен и первоначальных запасов:

$$x_i^m = x_i(p_1, p_2, \omega_1, \omega_2), i = 1, 2. \quad (1.126)$$

Выведем в качестве примера данные функции спроса для функции полезности Кобба—Дугласа. Если расписать доход как стоимость первоначальных запасов благ, то функции спроса по Маршаллу (1.39) принимают вид:

$$\begin{aligned} x_1^m &= \frac{c(p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2)}{(c+d)p_1} = \frac{c\omega_1}{c+d} + \frac{c\omega_2 p_2}{(c+d)p_1}, \\ x_2^m &= \frac{d(p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2)}{(c+d)p_2} = \frac{d\omega_2}{c+d} + \frac{d\omega_1 p_1}{(c+d)p_2}. \end{aligned} \quad (1.127)$$

Рассчитаем прямую эластичность спроса по цене:

$$E_{p_1}^{x_1} = \frac{\partial x_1^m}{\partial p_1} \cdot \frac{p_1}{x_1^m} = -\frac{c\omega_2 p_2}{p_1^2(c+d)} \frac{p_1}{c(p_1\omega_1 + p_2\omega_2)} = -\frac{\omega_2 p_2}{p_1\omega_1 + p_2\omega_2},$$

$$E_{p_2}^{x_2} = \frac{\partial x_2^m}{\partial p_2} \cdot \frac{p_2}{x_2^m} = -\frac{d\omega_1 p_1}{p_2^2(c+d)} \frac{p_2}{d(p_1\omega_1 + p_2\omega_2)} = -\frac{\omega_1 p_1}{p_1\omega_1 + p_2\omega_2}.$$

Маршаллианский спрос без учета формирования дохода как стоимости первоначальных запасов благ (1.39) представляет собой степенную функцию с показателем степени при переменной цене i -го товара, равной -1 , а значит, как было доказано в параграфе 1.7, он обладает единичной эластичностью. Рассчитанная здесь эластичность спроса по Маршаллу при наличии первоначального запаса по абсолютной величине меньше единицы. Таким образом, спрос с учетом первоначального запаса благ менее эластичен, нежели без учета этого запаса.

С учетом определения (1.125) валовой спрос по Маршаллу (1.126) представляет собой чистый спрос, увеличенный на величину запаса данного блага, которым изначально располагает потребитель: $x_i^m = z_i + \omega_i$. Значит, уравнение Слуцкого в общем виде для прямых и перекрестных эффектов (1.102) применительно к теории потребительского выбора с учетом первоначальных запасов благ можно переписать так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_j} &= \frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot x_j^m(p_1, p_2, M) = \\ &= \frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot (z_j + \omega_j) = \\ &= \frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot z_j - \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot \omega_j, \end{aligned} \quad (1.128)$$

где $\left(\frac{\partial x_i^m}{\partial p_j}\right)$ – эффект изменения цены при фиксированном денежном доходе потребителя, $\frac{\partial x_i^h}{\partial p_j}$ – эффект замещения, $\left(-z_j \frac{\partial x_i^m}{\partial M}\right)$ – чистый эффект дохода, $\left(\omega_j \frac{\partial x_i^m}{\partial M}\right)$ – эффект богатства для продавца первоначального запаса; $i, j = 1, 2$.

Чистый эффект дохода представляет собой валовой эффект дохода

$\left(-x_j^m \frac{\partial x_i^m}{\partial M}\right)$, уменьшенный на величину эффекта богатства продавца:

$$-\frac{\partial x_i^m}{\partial M} \cdot z_j = -\frac{\partial x_i^m}{\partial M} \cdot x_j^m + \frac{\partial x_i^m}{\partial M} \cdot \omega_j.$$

При этом фактическое изменение объема потребления блага, возникающее из-за повышения или понижения цены товара, может быть представлено суммарным эффектом замещения и чистого дохода либо как эффект цены при фиксированном доходе, скорректированный на эффект богатства продавца первоначального запаса блага:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial x_i^h(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_j} - \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot z_j = \\ & = \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i^m(p_1, p_2, M)}{\partial M} \cdot \omega_j. \end{aligned}$$

Эффект богатства продавца (WE) проявляется в изменении (снижении или повышении) стоимости запаса блага, находящегося в распоряжении индивида, при колебании (снижении или повышении) цены на данный товар. Графически эффект богатства отражается (рис. 1.91–1.94) переходом со вспомогательного бюджетного ограничения № 4, в котором стоимость потребления товаров рассчитывается по изменившимся, а запасов — по старым ценам ($p_1^2 x_1 + p_2 x_2 = p_1^1 \omega_1 + p_2 \omega_2$, или

$$x_2 = \frac{p_1^1}{p_2} \omega_1 + \omega_2 - \frac{p_1^2}{p_2} x_1), \text{ на конечное бюджетное ограничение № 2, в ко-}$$

тором стоимость и покупок, и запасов рассчитывается по новым ценам

$$\left(p_1^2 x_1 + p_2 x_2 = p_1^2 \omega_1 + p_2 \omega_2, \text{ или } x_2 = \frac{p_1^2}{p_2} \omega_1 + \omega_2 - \frac{p_1^2}{p_2} x_1 \right).$$

Направленность чистого эффекта дохода (NIE_H , NIE_S) как разницы между валовым эффектом дохода (IE_H , IE_S) и эффектом богатства будет зависеть от того, является человек чистым покупателем или продавцом данного товара. В первом случае индивид в реальности не продает, но покупает для себя недостающее количество данного блага, поэтому преобладающим оказывается рост покупательной способности при снижении цены товара, и чистый эффект дохода (отражаемый перемещением

от третьего до второго бюджетного ограничения на рис. 1.91) является положительным.

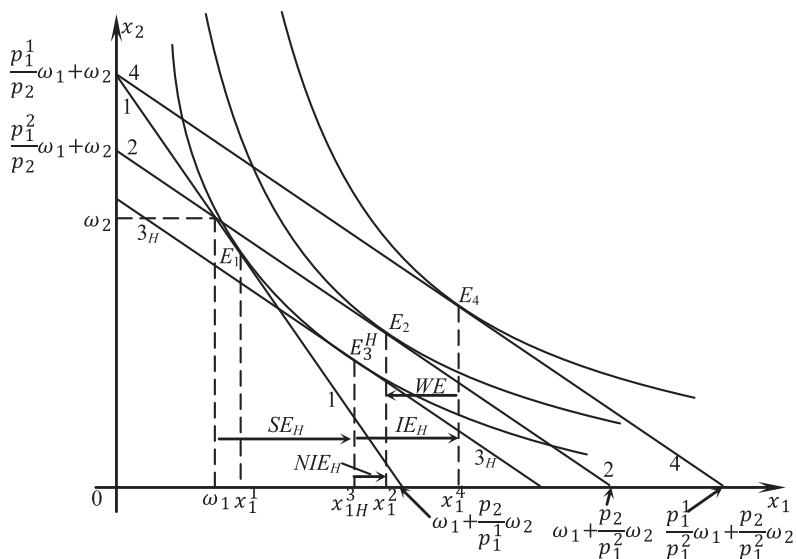


Рис. 1.91. Прямые эффекты дохода, замещения и богатства по Хиксу при снижении цены первого товара для его нетто-покупателя

Во втором случае индивид фактически не покупает данный товар, запаса которого ему с избытком хватает для удовлетворения своей платежеспособной потребности. Поэтому для него имеет значение именно эффект богатства, который частично компенсируется валовым эффектом дохода; и чистый эффект дохода при снижении цены товара (отражаемый перемещением с третьего на второе бюджетное ограничение на рис. 1.92) оказывается отрицательным.

Очевидно, что в первоначальном бюджетном ограничении (№ 1) стоимость и покупок, и запасов рассчитывается по исходным ценам

$\left(p_1^1 x_1 + p_2^1 x_2 = p_1^1 \omega_1 + p_2^1 \omega_2, \text{ или } x_2 = \frac{p_1^1}{p_2^1} \omega_1 + \omega_2 - \frac{p_1^1}{p_2^1} x_1 \right)$. Бюджетное огра-

ничение № 3 служит для выделения эффекта замещения, который можно трактовать, следуя подходам Хикса (IE_H) и Слуцкого (IE_S). В трактовке Хикса (№ 3_H) третье бюджетное ограничение представляет собой параллельный сдвиг линии № 2 до касания с исходной кривой безразличия (рис. 1.91–1.92), а в трактовке Слуцкого (№ 3_S) – до точки первоначаль-

ного оптимума E_1 (рис. 1.93–1.94). Такой параллельный сдвиг подразумевает изменение величины расходов потребителя, покупки которого оцениваются по новым, измененным ценам.

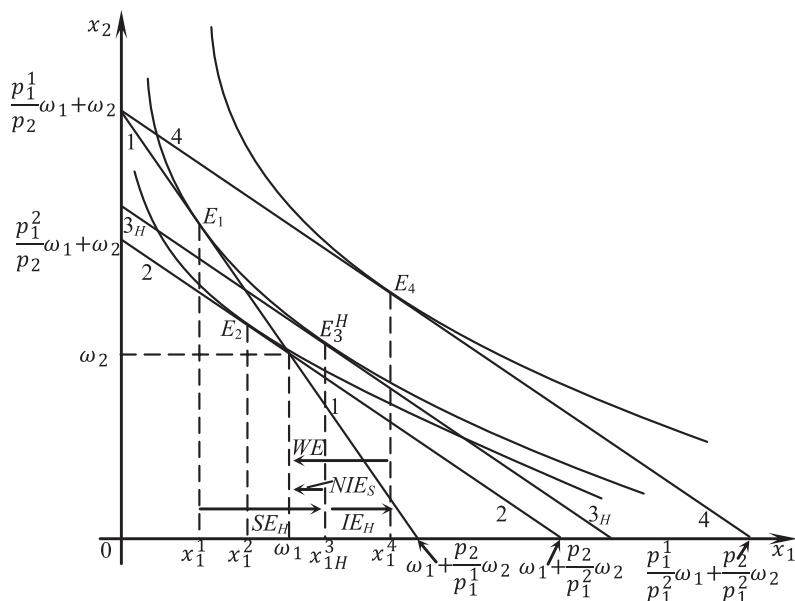


Рис. 1.92. Прямые эффекты дохода, замещения и богатства по Хиксу при снижении цены первого товара для его нетто-продавца

Для иллюстрации расчета эффектов замещения, дохода и богатства продолжим рассмотрение примера из параграфа 1.7 (с. 118). Пусть выполняются все условия данного примера за исключением того, что доход потребителя задан не в денежной, а в натуральной форме – запасов товаров, которые составляют: $\omega_1 = 10, \omega_2 = 20$. Поскольку при этом денежная величина дохода остается такой же, как и в примере выше, сохраняют силу расчеты начального (E_1) и вспомогательного – по Хиксу (E_3^H) и Слуцкому (E_3^S) – оптимумов. Кроме того, в рассматриваемом примере был рассчитан и оптимум E_4 , который в простейшей задаче потребительского выбора (1.2) являлся конечным (E_2). Поэтому остаются справедливыми соответствующие расчеты эффектов замещения и дохода (1.111)–(1.112).

Рассчитаем теперь эффекты богатства в соответствии с трактовками Хикса и Слуцкого. Обратим внимание на то, что в данном примере наблюдается вырожденная ситуация, когда начальный оптимум (E_1) совпадает

с корзиной запасов благ (ω_1, ω_2) , и потребителю не нужно ни продавать, ни покупать ни один из товаров. Поэтому, в соответствии с уравнением Слуцкого (1.128), эффект богатства должен компенсировать эффект дохода, и общий эффект должен совпадать с эффектом замещения. Однако в общем случае это верно лишь при бесконечно малых изменениях цен. В нашем случае, при конечном сокращении цены первого блага эффект богатства будет нулевым только в трактовке Слуцкого, когда бюджетные ограничения № 2 и № 3_с (рис. 3.1–3.2) будут совпадать. Действительно, в соответствии с (1.127) функции спроса по Маршаллу будут выглядеть

так: $x_1 = \frac{4p_1 + 8p_2}{p_1}$, $x_2 = \frac{6p_1 + 12p_2}{p_2}$, а значит, в данном примере конечный

оптимум (E_2) будет представлять собой третий, вспомогательный оптимум по Слуцкому (E_3^s): $x_1 = x_2 = 16$. В трактовке Хикса конечное (№ 2) и третье, вспомогательное (№ 3_н) бюджетные ограничения уже не совпадают, и прямой эффект богатства, который равен 4, несколько расходится по абсолютной величине с эффектом дохода (1.111).

1.11. Эффект реальных кассовых остатков

Деньги являются разновидностью богатства. В экономической теории, например, в рамках концепции неоклассического синтеза¹, важную роль играет зависимость потребительского спроса от богатства домохозяйства, в том числе от запаса денежных средств². В макроэкономических моделях эта зависимость называется эффектом реальных денежных, или кассовых, остатков.

Эффект реальных кассовых остатков заключается в следующем. При росте цен стоимость блага «реальные денежные остатки» растет: экономическому агенту приходится все большую номинальную денежную сумму отводить на формирование запасов ликвидных средств, способных быть обмененными на одну и ту же товарную массу при обеспечении товарно-денежного обращения. Эту мысль можно сформулировать и по-другому. При росте уровня цен p цена денег, равная $1/p$, снижается: на ту же их сумму можно теперь приобрести уже меньше товаров. Реальные денежные запасы дорожают по отношению к другим видам богатства

¹ См.: Патinkin Д. Деньги, процент и цены. М.: Экономика, 2004.

² Которая, в частности, возникает в моделях «жизненного цикла» сбережений и «перманентного» дохода (см., например, (8.17)).

и за счет эффекта замещения вытесняются в хозяйственной деятельности последними¹. Одновременно при росте цен снижается покупательная способность доходов экономических агентов. Поскольку реальные денежные запасы являются нормальным благом, этот отрицательный эффект дохода снижает спрос на них.

Возможна и альтернативная иллюстрация эффекта реальных денежных остатков: по мере нарастания реальных денежных запасов потребность в их дальнейшем увеличении становится все менее интенсивной. Индивидуум, богатея, наращивает не только реальные денежные запасы, но и другие активы.

Для того чтобы проанализировать микроэкономические основы эффекта реальных кассовых остатков, рассмотрим модификацию задачи потребительского выбора с учетом первоначальных запасов благ (1.124):

$$\begin{aligned} \max_{C, M} U(C, M): \\ M + pC = \omega_M + p\omega_C \equiv \bar{M}, \end{aligned} \quad (1.129)$$

где C — объем потребления товаров в реальном выражении, M — объем средств, хранимых индивидуум в ликвидной (денежной) форме, ω_C — величина товарных активов, ω_M — величина денежных (ликвидных) активов, $\bar{M}$ — совокупные финансовые ресурсы экономического агента.

Функция Лагранжа для данной задачи потребительского выбора будет иметь вид:

$$\mathcal{L} = U(C, M) - \lambda(M + pC - \omega_M - p\omega_C).$$

Необходимое условие внутреннего оптимума потребителя ($M > 0, C > 0$) подразумевает выполнение системы условий:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} = \frac{\partial U}{\partial C} - \lambda p = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M} = \frac{\partial U}{\partial M} - \lambda = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -M - pC + \omega_M + p\omega_C = 0, \end{cases}$$

т.е.

¹ При этом эффект богатства, возникающий за счет удорожания товарно-материальных активов, для их обладателя является положительным.

$$\begin{cases} MU_C = \lambda p, \\ MU_M = \lambda, \\ M + pC = \omega_M + p\omega_C, \end{cases}$$

откуда вытекает эквимаржинальный принцип оптимальности потребительского набора, утверждающий, что предельная норма замещения потребительских расходов деньгами в положении равновесия равна величине реальных кассовых остатков (рис. 1.95):

$$MRS_{HC} \equiv - \frac{dC}{dM} \Big|_{U=const} = \frac{\partial U / \partial M}{\partial U / \partial C} = \frac{MU_M}{MU_C} = \frac{1}{p}. \quad (1.130)$$

Вариации решения задачи выбора между ликвидными активами и потребительскими благами (1.129) представляют собой соответствующие индивидуальные функции спроса по Маршаллу как зависимости объема потребления товаров и остатков ликвидности на счетах экономических агентов от величины запасов денежных средств, товарных активов и общего уровня цен:

$$C = C^m(p, \bar{M}) = C^m(p, \omega_M, \omega_C), M = M^m\left(\frac{1}{p}, \bar{M}\right) = M^m\left(\frac{1}{p}, \omega_M, \omega_C\right).$$

Сопряженная по отношению к связанной максимизации полезности (1.129) задача минимизации совокупных расходов потребителя как владельца активов при условии достижения заданного уровня полезности будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} \min_{C, M} (M + pC): \\ U(C, M) = \bar{U}. \end{aligned} \quad (1.131)$$

Соответствующая функция Лагранжа будет выглядеть так:

$$\mathcal{L} = M + pC - \lambda(U(C, M) - \bar{U});$$

а необходимые условия связанной минимизации расходов потребителя (здесь, как и ранее, предполагается наличие внутреннего оптимума, когда $M > 0, C > 0$) таковы:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} = p - \lambda \frac{\partial U}{\partial C} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M} = 1 - \lambda \frac{\partial U}{\partial M} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -U(C, M) + \bar{U} = 0, \end{cases}$$

т.е.

$$\begin{cases} \lambda MU_C = p, \\ \lambda MU_M = 1, \\ U(C, M) = \bar{U}. \end{cases}$$

Отсюда вытекает эквиваргинальный принцип оптимальности потребительского набора, сформулированный выше (1.130).

Вариациями решения данной задачи связанной минимизации расходов (1.131) являются функции хиксианского спроса на потребительские блага и денежные активы:

$$C = C^h(p, \bar{U}), M = M^h\left(\frac{1}{p}, \bar{U}\right).$$

Данный вектор компенсированного спроса позволяет получить функцию потребительских расходов:

$$E(p, \bar{U}) = M\left(\frac{1}{p}, \bar{U}\right) + pC(p, \bar{U}).$$

Для данной функции расходов справедлива лемма Шепарда (1.80):

$$\frac{\partial E}{\partial p} = C(p, \bar{U}).$$

Используя лемму Шепарда в данной формулировке можно выписать уравнение Слуцкого с учетом первоначальных запасов благ (1.128) применительно к рассматриваемым задачам потребительского выбора:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C^m(p, \bar{M})}{\partial p} &= \frac{\partial C^h(p, \bar{U})}{\partial p} - \frac{\partial C^m(p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot C^m(p, \bar{M}) = \\ &= \frac{\partial C^h(p, \bar{U})}{\partial p} - \frac{\partial C^m(p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot (z_c + \omega_c) = \\ &= \frac{\partial C^h(p, \bar{U})}{\partial p} - \frac{\partial C^m(p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot z_c - \frac{\partial C^m(p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot \omega_c, \end{aligned} \quad (1.132)$$

где $z_c = C^m - \omega_c$ — чистый спрос на товары, $\left(\frac{\partial C^m}{\partial p}\right)$ — эффект изменения цены при фиксированных финансовых ресурсах потребителя, $\frac{\partial C^h}{\partial p}$ — эф-

эффект замещения, $\left(-z_c \frac{\partial C^m}{\partial \bar{M}}\right)$ – чистый эффект дохода, $\left(\omega_c \frac{\partial C^m}{\partial \bar{M}}\right)$ – эффект богатства для продавца товарных запасов.

Если поставить видоизмененную задачу минимизации совокупных расходов потребителя как владельца товарных и денежных активов при условии достижения заданного уровня полезности:

$$\begin{aligned} \min_{C, M} & \left(\frac{M}{p} + C \right): \\ U(C, M) &= \bar{U}, \end{aligned} \quad (1.133)$$

то соответствующая функция расходов будет выглядеть так:

$$E(p, \bar{U}) = \frac{M\left(\frac{1}{p}, \bar{U}\right)}{p} + C(p, \bar{U}),$$

а лемма Шепарда будет утверждать, что:

$$\frac{\partial E}{\partial \left(\frac{1}{p}\right)} = M\left(\frac{1}{p}, \bar{U}\right).$$

Тогда уравнение Слуцкого (1.128) применительно к потребительскому выбору между товарами и денежными средствами можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M^m\left(\frac{1}{p}, \bar{M}\right)}{\partial \left(\frac{1}{p}\right)} &= \frac{\partial M^h\left(\frac{1}{p}, \bar{U}\right)}{\partial \left(\frac{1}{p}\right)} - \frac{\partial M^m\left(\frac{1}{p}, \bar{M}\right)}{\partial \bar{M}} \cdot M^m\left(\frac{1}{p}, \bar{M}\right) = \\ &= \frac{\partial M\left(\frac{1}{p}, \bar{U}\right)}{\partial \left(\frac{1}{p}\right)} - \frac{\partial M^m\left(\frac{1}{p}, \bar{M}\right)}{\partial \bar{M}} \cdot (z_M + \omega_M) = \\ &= \frac{\partial M^h\left(\frac{1}{p}, \bar{U}\right)}{\partial \left(\frac{1}{p}\right)} - \frac{\partial M^m\left(\frac{1}{p}, \bar{M}\right)}{\partial \bar{M}} \cdot z_M - \frac{\partial M^m\left(\frac{1}{p}, \bar{M}\right)}{\partial \bar{M}} \cdot \omega_M, \end{aligned} \quad (1.134)$$

где $z_M = M^m - \omega_M$ – чистый спрос на денежные средства, $\left(\frac{\partial M^m}{\partial \left(\frac{1}{p}\right)}\right)$ – эффект изменения цены денег при фиксированных финансовых ресурсах потребителя, $\frac{\partial M^h}{\partial \left(\frac{1}{p}\right)}$ – эффект замещения, $\left(-z_M \frac{\partial M^m}{\partial \bar{M}}\right)$ – чистый эффект дохода,

$\left(\omega_M \frac{\partial M^m}{\partial \bar{M}} \right)$ – эффект реальных кассовых остатков для поставщика ликвидных (денежных) ресурсов.

Проанализируем эффект реальных кассовых остатков графически (рис. 1.95) в случае повышения цен ($p_2 > p_1$).

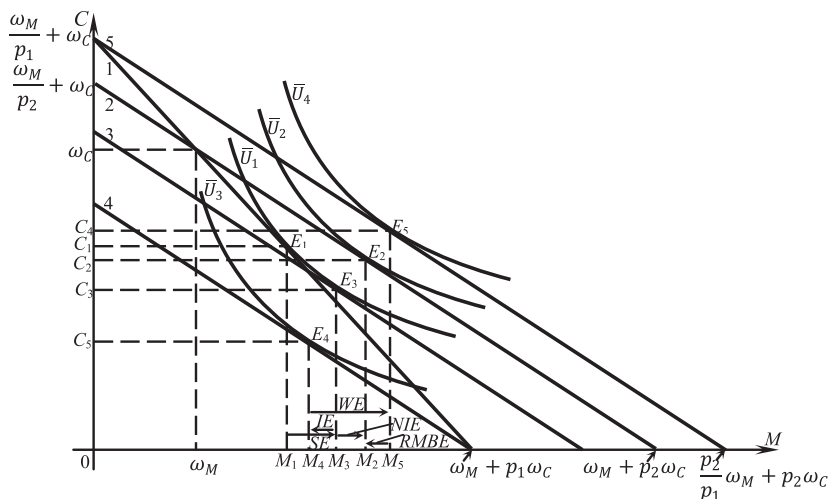


Рис. 1.95. Эффекты замещения, дохода и реальных кассовых остатков при росте уровня цен

Бюджетное ограничение № 1, имеющее вид $M + p_1 C = \omega_M + p_1 \omega_C$, или

$C = \frac{\omega_M}{p_1} + \omega_C - \frac{M}{p_1}$, пересекается с горизонтальной осью при величине финансовых средств ($\omega_M + p_1 \omega_C$) и соответствует исходному оптимуму потребителя E_1 .

Бюджетное ограничение № 2, характеризуемое выражением

$M + p_2 C = p_2 \left(\frac{\omega_M}{p_2} \right) + p_2 \omega_C$, или $C = \frac{\omega_M}{p_2} + \omega_C - \frac{M}{p_2}$, и пересекающееся с го-

ризонтальной осью при величине финансовых средств ($\omega_M + p_2 \omega_C$), соответствует изменившемуся уровню цен и новому фактическому оптимуму потребителя E_2 .

Линия фиксированных расходов № 3 соответствует решению задачи их минимизации при ограничении по полезности, заданном оптимумом потребителя при исходных ценах.

Для того чтобы отобразить валовой эффект дохода и эффект богатства, необходимо построить вспомогательное бюджетное ограничение № 4, в котором расходы потребителя рассчитываются в новых, изменив-

шихся ценах, а активы — исходя из прежних цен: $M + p_2 C = p_1 \left(\frac{\omega_M}{p_1} \right) + p_1 \omega_C$,

или $C = \frac{\omega_M}{p_2} + \frac{p_1}{p_2} \omega_C - \frac{M}{p_2}$. Данное бюджетное ограничение пересекается

с горизонтальной осью при величине финансовых средств $(\omega_M + p_1 \omega_C)$. Переход с линии равных расходов № 3 на бюджетное ограничение № 4 отражает валовой эффект дохода.

Для иллюстрации эффекта реальных денежных остатков (*RMBE*) необходимо построить еще одно воображаемое бюджетное ограничение, обозначаемое нами номером 5, в котором все доходы и расходы рассчитываются в новых, изменившихся ценах, но величина денежных запасов в реальном выражении определяется исходя из прежнего уровня цен:

$M + p_2 C = p_2 \left(\frac{\omega_M}{p_1} \right) + p_2 \omega_C$, или $C = \frac{\omega_M}{p_1} + \omega_C - \frac{M}{p_2}$. Оно будет пересекаться с горизонтальной осью при величине финансовых средств $\left(\frac{p_2}{p_1} \omega_M + p_2 \omega_C \right)$.

Переход с бюджетного ограничения № 4 на данное, пятое ограничение характеризует эффект богатства, стоимость которого теперь начинает рассчитываться в изменившихся ценах. Переоценка же запасов денежных средств по отношению к новому уровню цен будет отражать действие эффекта реальных остатков. Графически его будет иллюстрировать переход со вспомогательного бюджетного ограничения № 5 на фактическое итоговое ограничение № 2.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий эффекты замещения (в трактовке Хикса), дохода, богатства и реальных кассовых остатков при повышении общего уровня цен для случая индивидуальных предпочтений Кобба–Дугласа, характеризуемых функцией полезности $U = \sqrt{CM}$. Пусть данный индивидум располагает первоначальными запасами материальных активов $\omega_C = 50$ и денег $\omega_M = 4$. Предположим, что уровень цен повышается от $p_1 = 1$ до $p_2 = 2$.

Выпишем эквивариантное условие оптимального потребительского выбора (1.130):

$$\frac{MU_M}{MU_C} = \frac{C}{M} = \frac{1}{p}, \text{ или } M = pC.$$

Эффект реальных кассовых остатков позволяет проанализировать следующие пять бюджетных ограничений, которым будут соответствовать пять точек оптимума потребителя.

При бюджетном ограничении № 1, которое имеет следующее выражение: $M_1 + C_1 = 4 + 50 = 54$, условие оптимума принимает вид: $2C_1 = 54$. Значит, точка оптимума (E_1) характеризуется следующими координатами: $C_1 = M_1 = 27$. При этом полезность потребителя достигает уровня $U = 27$.

Используя конечное фактическое бюджетное ограничение № 2: $M_2 + 2C_2 = 4C_2 = 4 + 100 = 104$, получаем соответствующий оптимальный набор благ (E_2): $C_2 = 26, M_2 = 52$.

Бюджетное ограничение № 3 будет определяться касанием исходной кривой безразличия: $27 = \sqrt{\frac{M_3^2}{2}} = \frac{M}{\sqrt{2}}$, откуда $M_3 = 27\sqrt{2} \approx 38,2$,

$C_3 = \frac{27}{\sqrt{2}} \approx 19,1$ (E_3). Поэтому эффект замещения по Хиксу составит:

$$\Delta M = 11,2; \Delta C = -7,9.$$

Бюджетное ограничение № 4 с учетом эквиваржинального условия будет выглядеть так: $M_4 + 2\frac{M_4}{2} = 2M_4 = 4 + 50 = 54$. Значит, соответствующий оптимум таков (E_4): $M_4 = 27, C_4 = 13,5$. Следовательно, валовой эффект дохода будет равен: $\Delta M = -11,2; \Delta C = -5,6$.

Бюджетное ограничение № 5: $M_5 + 2\frac{M_5}{2} = 2M_5 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 50 = 108$. Соответствующий потребительский оптимум будет характеризоваться координатами: $M_5 = 54, C_5 = 27$. Значит, эффект богатства окажется равным: $\Delta M = 27; \Delta C = 13,5$. А эффект реальных кассовых остатков составит: $\Delta M = -2; \Delta C = -1$.

Бюджетное ограничение № 5: $M_5 + 2\frac{M_5}{2} = 2M_5 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 50 = 108$. Соответствующий потребительский оптимум будет характеризоваться координатами: $M_5 = 54, C_5 = 27$. Значит, эффект богатства окажется равным: $\Delta M = 27; \Delta C = 13,5$. А эффект реальных кассовых остатков составит: $\Delta M = -2; \Delta C = -1$.

В совокупности валовой эффект дохода, эффекты богатства и реальных кассовых остатков дают чистый эффект дохода:

$$\Delta M = -11,2 + 27 - 2 = 13,8 = 52 - 38,2;$$

$$\Delta C = -5,6 + 13,5 - 1 = 6,9 = 26 - 19,1.$$

Приложение 1. Теорема Эйлера об однородных функциях

Функция $y = f(x_1, x_2)$ называется однородной степени γ , если для произвольного положительного действительного числа λ выполняется равенство

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2) = \lambda^\gamma f(x_1, x_2), \quad (1.135)$$

где $\gamma \geq 0$ — вещественная константа.

Для однородных дифференцируемых функций справедлива формула Л. Эйлера:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} x_2 = \gamma f(x_1, x_2). \quad (1.136)$$

Данное равенство легко установить дифференцированием по λ левой и правой частей определения однородной степени γ функции, где роль аргумента играет переменная $\chi = (\chi_1, \chi_2)$:

$$\begin{aligned} \frac{df(\lambda \chi_1, \lambda \chi_2)}{d\lambda} &= \frac{\partial f(\lambda \chi_1, \lambda \chi_2)}{\partial \lambda \chi_1} \frac{d\lambda \chi_1}{d\lambda} + \frac{\partial f(\lambda \chi_1, \lambda \chi_2)}{\partial \lambda \chi_2} \frac{d\lambda \chi_2}{d\lambda} = \\ &= \frac{\partial f(\lambda \chi_1, \lambda \chi_2)}{\partial \lambda \chi_1} \chi_1 + \frac{\partial f(\lambda \chi_1, \lambda \chi_2)}{\partial \lambda \chi_2} \chi_2 = \gamma \lambda^{\gamma-1} f(\chi_1, \chi_2), \end{aligned}$$

последующим домножением полученного равенства на λ , применением к его правой части определения однородной функции и переходом к новой независимой переменной $x = (x_1, x_2) = (\lambda \chi_1, \lambda \chi_2) = \lambda \chi$.

Приложение 2. Теорема об огибающей

Рассмотрим задачу условной оптимизации следующего вида:

$$\begin{aligned} \min_x f(x, \alpha): \\ g_i(x(\alpha), \alpha) = 0, \quad i = 1, \dots, n; \end{aligned} \quad (1.137)$$

где $x = \{x_i\}_{i=1}^h$ — векторный аргумент, $\alpha = \{\alpha_k\}_{k=1}^m$ — некоторый вектор параметров.

Решая ее, составляем функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = f(x, \alpha) + \sum_{i=1}^n \lambda_i g_i(x(\alpha), \alpha). \quad (1.138)$$

Равенство нулю ее частных производных

$$\frac{\partial f}{\partial x_l} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_l} = 0 \quad (1.139)$$

будет представлять собой необходимое условие экстремума в задаче (1.137).

Теорема об огибающей утверждает, что в оптимальной точке (x^*, λ^*) полная производная целевой функции задачи условной оптимизации (1.137) по параметру α_k равна частной производной соответствующей функции Лагранжа ¹ (1.138):

$$\frac{df^*}{d\alpha_k} = \frac{\partial \mathcal{L}^*}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial f^*}{\partial \alpha_k} + \sum_{i=1}^n \lambda_i^* \frac{\partial g_i}{\partial \alpha_k}. \quad (1.140)$$

Действительно, выпишем полную производную по параметру α_k целевой функции и ограничений задачи (1.137):

$$\begin{aligned} \frac{df(x, \alpha)}{d\alpha_k} &= \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial \alpha_k} + \sum_{l=1}^h \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial x_l} \frac{dx_l}{d\alpha_k}, \\ \frac{dg_i(x, \alpha)}{d\alpha_k} &= \frac{\partial g_i(x, \alpha)}{\partial \alpha_k} + \sum_{l=1}^h \frac{\partial g_i(x, \alpha)}{\partial x_l} \frac{dx_l}{d\alpha_k} = 0, i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (1.141)$$

Умножая последнее равенство при каждом i на λ_i^* и складывая их по всем $i = 1, \dots, n$, получаем нулевую сумму:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i^* \frac{\partial g_i(x, \alpha)}{\partial \alpha_k} + \sum_{i=1}^n \lambda_i^* \sum_{l=1}^h \frac{\partial g_i(x, \alpha)}{\partial x_l} \frac{dx_l}{d\alpha_k} = \\ = \sum_{i=1}^n \lambda_i^* \frac{\partial g_i(x, \alpha)}{\partial \alpha_k} + \sum_{l=1}^h \sum_{i=1}^n \lambda_i^* \frac{\partial g_i(x, \alpha)}{\partial x_l} \frac{dx_l}{d\alpha_k} = 0. \end{aligned}$$

Прибавляя к правой части (1.141) предыдущее равенство:

$$\frac{df^*(x, \alpha)}{d\alpha_k} = \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial \alpha_k} + \sum_{i=1}^n \lambda_i^* \frac{\partial g_i(x, \alpha)}{\partial \alpha_k} + \sum_{l=1}^h \left(\frac{\partial f}{\partial x_l} + \sum_{i=1}^n \lambda_i^* \frac{\partial g_i}{\partial x_l} \right) \frac{dx_l}{d\alpha_k}$$

и учитывая, что в силу (1.139) в точке оптимума (x^*, λ^*) выражение в скобках равно нулю, получаем теорему об огибающей (1.140).

¹ Cp.: Gravelle H., Rees R. Microeconomics. — 2nd ed. L., N.Y.: Longman, 1992.

Приложение 3. Примеры функций спроса при n -продуктовых потребительских корзинах

Рассмотрим функцию полезности Стоуна–Джери в случае потребительской корзины, состоящей из n товаров:

$$U(x) = \prod_{i=1}^n (x_i - a_i)^{\alpha_i}. \quad (1.142)$$

Частным случаем предпочтений Стоуна–Джери является функция полезности Кобба–Дугласа, когда все a_j равны нулю:

$$U(x) = \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i}. \quad (1.143)$$

Выведем функцию спроса по Маршаллу, соответствующую функции потребительских предпочтений Стоуна–Джери¹ (1.142). Задача максимизации полезности данного типа при бюджетном ограничении (1.20) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^n (x_i - a_i)^{\alpha_i} &\rightarrow \max : \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i &\leq M. \end{aligned}$$

Выпишем функцию Лагранжа для данной задачи:

$$\mathcal{L} = \lambda_0 \prod_{i=1}^n (x_i - a_i)^{\alpha_i} + \lambda_1 \left(M - \sum_{i=1}^n p_i x_i \right).$$

Необходимые условия максимизации полезности при бюджетном ограничении с учетом неотрицательности множителя Лагранжа λ_0 имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} &= \lambda_0 \alpha_i (x_i - a_i)^{\alpha_i - 1} \prod_{j=1, j \neq i}^n (x_j - a_j)^{\alpha_j} - \lambda_1 p_i = \\ &= \frac{\lambda_0 \alpha_i \prod_{j=1}^n (x_j - a_j)^{\alpha_j}}{x_i - a_i} - \lambda_1 p_i = 0, i = 1, \dots, n; \\ \lambda_1 \left(M - \sum_{i=1}^n p_i x_i \right) &= 0, \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq M, \lambda_1 \geq 0. \end{aligned}$$

¹ Ср.: Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. Математические методы в экономике. 3-е изд. М.: Дело и Сервис, 2001; Samuelson P. A. The collected scientific papers: in 2 vol. — 6th pr. Cambridge (Mass.); L.: MIT press, 1985.

Если $\lambda_1 = 0$, то из условия оптимальности по x_i и $\lambda_0 = 0$, чего не может быть.

Следовательно, $\lambda_1 \neq 0$, и бюджетное ограничение – жесткое:

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = M. \quad (1.144)$$

Если $\lambda_0 = 0$, то $\lambda_1 = 0$, чего не может быть. Пусть $\lambda_0 = 1$.

Тогда условия равенства нулю частных производных функции Лагранжа по переменным x_i , $i = 1, \dots, n$, (1.23) при данной функции полезности (1.142) принимают вид:

$$\frac{\alpha_i \prod_{j=1}^n (x_j - a_j)^{\alpha_j}}{x_i - a_i} - \lambda_1 p_i = \frac{\alpha_i U}{x_i - a_i} - \lambda_1 p_i = 0, i = 1, \dots, n.$$

Получаем следующее выражение для оптимальных объемов потребления товаров:

$$x_i = a_i + \frac{\alpha_i U}{\lambda_1 p_i}, i = 1, \dots, n. \quad (1.145)$$

Домножим левую и правую части данного выражения на p_i и просуммируем по i , учитывая, что в точке оптимума бюджетное ограничение выполняется в виде равенства (1.144):

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \sum_{i=1}^n p_i a_i + \frac{U}{\lambda_1} \sum_{i=1}^n \alpha_i = M.$$

Выражая отношение U / λ_1 и подставляя его в равенство (1.145), приходим к искомым функциям спроса по Маршаллу для функции полезности Стоуна–Джери:

$$x_i^m = a_i + \frac{\alpha_i}{p_i} \frac{\left(M - \sum_{j=1}^n p_j a_j \right)}{\sum_{j=1}^n \alpha_j}, i = 1, \dots, n. \quad (1.146)$$

Частным случаем функций спроса (1.146) является спрос по Маршаллу для функции полезности Кобба–Дугласа (1.143):

$$x_i^m = \frac{\alpha_i M}{p_i \sum_{j=1}^n \alpha_j}, i = 1, \dots, n. \quad (1.147)$$

Полученные зависимости являются очевидным обобщением маршл-лианских функций спроса (1.38)–(1.39), выведенных ранее применительно к случаю двухпродуктовых потребительских корзин.

Подставляя функции спроса по Маршаллу (1.146) в функцию полезности Стоуна–Джери (1.142), получаем косвенную функцию полезности:

$$V(p_1, \dots, p_n, M) = \prod_{i=1}^n (x_i^m - a_i)^{\alpha_i} =$$

$$= \prod_{i=1}^n \left(\frac{\alpha_i}{p_i} \frac{\left(M - \sum_{j=1}^n p_j a_j \right)^{\alpha_i}}{\sum_{j=1}^n \alpha_j} \right)^{\alpha_i} = \left(\frac{\left(M - \sum_{j=1}^n p_j a_j \right)^{\sum_{j=1}^n \alpha_j}}{\sum_{j=1}^n \alpha_j} \right)^{\sum_{j=1}^n \alpha_j} \prod_{i=1}^n \left(\frac{\alpha_i}{p_i} \right)^{\alpha_i}. \quad (1.148)$$

Соответственно, функция косвенной полезности для случая предпочтений Кобба–Дугласа (1.143) будет иметь вид:

$$V(p_1, \dots, p_n, M) = \left(\frac{M}{\sum_{j=1}^n \alpha_j} \right)^{\sum_{j=1}^n \alpha_j} \prod_{i=1}^n \left(\frac{\alpha_i}{p_i} \right)^{\alpha_i}. \quad (1.149)$$

Для вывода функций спроса по Хиксу, соответствующих функции потребительских предпочтений Стоуна–Джери (1.142), рассмотрим двойственную задачу связанной минимизации расходов (1.58):

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i \rightarrow \min :$$

$$\prod_{i=1}^n (x_i - a_i)^{\alpha_i} \geq \bar{U}.$$

Функция Лагранжа для данной задачи будет иметь вид:

$$\mathcal{L} = \lambda_0 \sum_{i=1}^n p_i x_i + \lambda_1 \left(\bar{U} - \prod_{i=1}^n (x_i - a_i)^{\alpha_i} \right).$$

Необходимые условия минимизации расходов при ограничении по полезности с учетом неотрицательности множителя Лагранжа λ_0 имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} &= \lambda_0 p_i - \lambda_1 \alpha_i (x_i - a_i)^{\alpha_i - 1} \prod_{j=1, j \neq i}^n (x_j - a_j)^{\alpha_j} \\ &= \lambda_0 p_i - \frac{\lambda_1 \alpha_i \prod_{j=1}^n (x_j - a_j)^{\alpha_j}}{x_i - a_i} = \lambda_0 p_i - \frac{\lambda_1 \alpha_i U}{x_i - a_i} = 0, i = 1, \dots, n; \\ \lambda_1 \left(\bar{U} - \prod_{i=1}^n (x_i - a_i)^{\alpha_i} \right) &= 0, \prod_{i=1}^n (x_i - a_i)^{\alpha_i} \geq \bar{U}, \lambda_1 \geq 0.\end{aligned}$$

Если $\lambda_1 = 0$, то из условия оптимальности по x_i и $\lambda_0 = 0$, чего не может быть.

Следовательно, $\lambda_1 \neq 0$, и ограничение по полезности является жестким:

$$\prod_{i=1}^n (x_i - a_i)^{\alpha_i} = \bar{U}. \quad (1.150)$$

Если $\lambda_0 = 0$, то $\lambda_1 = 0$, чего не может быть. Пусть $\lambda_0 = 1$.

Тогда условия равенства нулю частных производных функции Лагранжа по переменным $x_i, i = 1, \dots, n$, с учетом жесткости ограничения по полезности (1.150) принимают вид:

$$\begin{aligned}p_i - \lambda_1 \alpha_i (x_i - a_i)^{\alpha_i - 1} \prod_{j=1, j \neq i}^n (x_j - a_j)^{\alpha_j} &= \\ &= p_i - \frac{\lambda_1 \alpha_i \prod_{j=1}^n (x_j - a_j)^{\alpha_j}}{x_i - a_i} = p_i - \frac{\lambda_1 \alpha_i \bar{U}}{x_i - a_i} = 0,\end{aligned}$$

т.е.

$$x_i = a_i + \frac{\lambda_1 \alpha_i \bar{U}}{p_i}, \quad i = 1, \dots, n; \quad (1.151)$$

или

$$x_i - a_i = \lambda_1 \bar{U} \frac{\alpha_i}{p_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Возводя левую и правую части данного соотношения в степень α_j и перемножая равенства, соответствующие каждому из товаров, с учетом жесткости ограничения по полезности (1.150) приходим к следующему выражению:

$$\prod_{j=1}^n (x_j - a_j)^{\alpha_j} = \prod_{j=1}^n \left(\lambda_1 \bar{U} \frac{\alpha_j}{p_j} \right)^{\alpha_j} = (\lambda_1 \bar{U})^{\sum_{j=1}^n \alpha_j} \prod_{j=1}^n \left(\frac{\alpha_j}{p_j} \right)^{\alpha_j} = \bar{U},$$

из которого вытекает, что

$$\lambda_1 \bar{U} = \left(\bar{U} \prod_{j=1}^n \left(\frac{p_j}{\alpha_j} \right)^{\alpha_j} \right)^{\frac{1}{\sum_{j=1}^n \alpha_j}}.$$

Заменяя выражением, стоящим в правой части данного равенства, произведение $\lambda_1 \bar{U}$ в условии оптимальности (1.151), получаем функции спроса по Хиксу для предпочтений Стоуна–Джери:

$$x_i^h = a_i + \frac{\alpha_i}{p_i} \left(\bar{U} \prod_{j=1}^n \left(\frac{p_j}{\alpha_j} \right)^{\alpha_j} \right)^{\frac{1}{\sum_{j=1}^n \alpha_j}}, i = 1, \dots, n. \quad (1.152)$$

Очевидно, что предпочтениям Кобба–Дугласа будут соответствовать такие функции хиксианского спроса:

$$x_i^h = \frac{\alpha_i}{p_i} \left(\bar{U} \prod_{j=1}^n \left(\frac{p_j}{\alpha_j} \right)^{\alpha_j} \right)^{\frac{1}{\sum_{j=1}^n \alpha_j}}, i = 1, \dots, n. \quad (1.153)$$

Полученные зависимости являются очевидным обобщением хиксианских функций спроса (1.64)–(1.65), выведенных ранее применительно к случаю двухпродуктовых потребительских корзин.

Подставляя функции спроса по Хиксу (1.152) и (1.153) в выражение расходов потребителя, выводим функции расходов, соответствующие предпочтениям Стоуна–Джери

$$\begin{aligned} E(p_1, \dots, p_n, \bar{U}) &= \sum_{i=1}^N p_i x_i^h = \\ &= \sum_{i=1}^N p_i a_i + \left(\bar{U} \prod_{j=1}^n \left(\frac{p_j}{\alpha_j} \right)^{\alpha_j} \right)^{\frac{1}{\sum_{j=1}^n \alpha_j}} \sum_{i=1}^N \alpha_i \end{aligned} \quad (1.154)$$

и Кобба–Дугласа

$$E(p_1, \dots, p_n, \bar{U}) = \left(\bar{U} \prod_{j=1}^n \left(\frac{p_j}{\alpha_j} \right)^{\alpha_j} \right)^{\frac{1}{\sum_{j=1}^n \alpha_j}} \sum_{i=1}^N \alpha_i. \quad (1.155)$$

Очевидно, что полученные функция расходов (1.154) и (1.155) являются обратными по отношению к косвенным функциям полезности при предпочтениях Стоуна–Джери (1.148) и Кобба–Дугласа (1.149).

Рассмотрим теперь однородную первой степени функцию CES, характеризующую полезность от потребления корзины товаров, включающей в себя n номенклатурных позиций:

$$U = \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}}, \quad 0 < \varphi < 1. \quad (1.156)$$

Для данной функции полезности эластичность замещения между продуктами, как и в случае двух товаров, будет выражаться через показатели степени так: $\delta = \frac{1}{1-\varphi}$.

$$\delta = \frac{1}{1-\varphi}.$$

Задача максимизации функции полезности CES при бюджетном ограничении (1.20) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} &\rightarrow \max : \\ \sum_{i=1}^n p_i x_i &\leq M. \end{aligned}$$

Выпишем функцию Лагранжа для данной задачи:

$$\mathcal{L} = \lambda_0 \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} + \lambda_1 \left(M - \sum_{i=1}^n p_i x_i \right).$$

Необходимые условия максимизации данной функции полезности при бюджетном ограничении с учетом неотрицательности множителя Лагранжа λ_0 (1.23) имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = \frac{\lambda_0}{\varphi} \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} \cdot \varphi x_i^{\varphi-1} - \lambda_1 p_i &= 0, \quad i = 1, \dots, n; \\ \lambda_1 \left(M - \sum_{i=1}^n p_i x_i \right) &= 0, \quad \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq M, \quad \lambda_1 \geq 0. \end{aligned}$$

Если $\lambda_1 = 0$, то условия оптимальности по x_i и $\lambda_0 = 0$, чего не может быть.

Следовательно, $\lambda_1 \neq 0$, и бюджетное ограничение – жесткое:

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = M. \quad (1.157)$$

Если $\lambda_0 = 0$, то $\lambda_1 = 0$, чего не может быть. Пусть $\lambda_0 = 1$.

Условие оптимальности по x_i принимает вид:

$$\left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_i^{\varphi-1} = \lambda_1 p_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

С учетом выражения функции полезности условие оптимальности по x_i принимает вид:

$$x_i = (\lambda_1 p_i)^{\frac{1}{\varphi-1}} \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} = U \cdot \lambda_1^{\frac{1}{\varphi-1}} p_i^{\frac{1}{\varphi-1}}.$$

Домножая на цену и суммируя по всем товарам, с учетом жесткости бюджетного ограничения (1.157) получаем:

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = U \cdot \lambda_1^{\frac{1}{\varphi-1}} \sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} = M,$$

т.е.

$$U \cdot \lambda_1^{\frac{1}{\varphi-1}} = \frac{M}{\sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}}}$$

Подставляя данное соотношение в условие оптимальности по x_i , получаем функции спроса по Маршаллу для функции полезности CES:

$$x_i^m = \frac{M}{p_i^{\frac{1}{1-\varphi}} \cdot \sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}}}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1.158)$$

Данные функции маршаллианского спроса можно переписать, используя показатель эластичности замещения между продуктами $\delta = \frac{1}{1-\varphi}$:

$$x_i^m = \frac{M}{p_i^\delta \cdot \sum_{i=1}^n p_i^{1-\delta}}.$$

Полученные зависимости являются очевидным обобщением маршаллианских функций спроса (1.43), выведенных ранее применительно к случаю двухпродуктовой потребительской корзины.

Подставляя функции спроса по Маршаллу (1.158) в функцию полезности CES (1.156), получаем косвенную функцию полезности:

$$\begin{aligned}
 V(p_1, \dots, p_n, M) &= \left[\sum_{i=1}^n (x_i^m)^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} = \\
 &= \frac{M \left[\sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right]^{\frac{1}{\varphi}}}{\sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}}} = M \left[\sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right]^{\frac{1-\varphi}{\varphi}}.
 \end{aligned} \tag{1.159}$$

Для вывода функций спроса по Хиксу, соответствующих функции полезности CES (1.156), рассмотрим двойственную задачу связанной минимизации расходов (1.58):

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n p_i x_i &\rightarrow \min : \\
 \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} &\geq \bar{U}.
 \end{aligned}$$

Функция Лагранжа для данной задачи будет иметь вид:

$$\mathcal{L} = \lambda_0 \sum_{i=1}^n p_i x_i + \lambda_1 \left(\bar{U} - \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} \right).$$

Необходимые условия минимизации расходов при ограничении по полезности с учетом неотрицательности множителя Лагранжа λ_0 (1.23) имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} &= \lambda_0 p_i - \lambda_1 \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_i^{\varphi-1} = 0, \quad i = 1, \dots, n; \\
 \lambda_1 \left(\bar{U} - \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} \right) &= 0, \quad \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} \geq \bar{U}, \quad \lambda_1 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Если $\lambda_1 = 0$, то из условия оптимальности по x_i и $\lambda_0 = 0$, чего не может быть.

Следовательно, $\lambda_1 \neq 0$, и ограничение по полезности является жестким:

$$\left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U}. \tag{1.160}$$

Если $\lambda_0 = 0$, то $\lambda_1 = 0$, чего не может быть. Пусть $\lambda_0 = 1$.

Тогда условия равенства нулю частных производных функции Лагранжа по переменным $x_i, i=1, \dots, n$, (1.23) при данной функции полезности (1.156) принимают вид:

$$\lambda_1 \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1-\varphi}{\varphi}} x_i^{\varphi-1} = p_i, \quad i=1, \dots, n.$$

С учетом жесткости ограничения по полезности (1.160) условия оптимальности по $x_i, i=1, \dots, n$, принимают вид:

$$x_i = \left(\frac{p_i}{\lambda_1} \right)^{\frac{1}{\varphi-1}} \left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U} \left(\frac{p_i}{\lambda_1} \right)^{\frac{1}{\varphi-1}}. \quad (1.161)$$

Возведем левую и правую части данного равенства в степень φ , просуммируем полученные соотношения по всем товарам и далее извлечем из полученной суммы корень степени φ . Тогда с учетом жесткости ограничения по полезности (1.160) приходим к равенству:

$$\left[\sum_{i=1}^n x_i^\varphi \right]^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U} \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{p_i}{\lambda_1} \right)^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right]^{\frac{1}{\varphi}} = \bar{U},$$

которое позволяет выразить множитель Лагранжа:

$$\lambda_1^{\frac{1}{\varphi-1}} = \left[\sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right]^{\frac{1}{\varphi}}.$$

Заменяя с помощью данного соотношения множитель Лагранжа в выражениях для оптимальной корзины товаров (1.161), получаем функции спроса по Хиксу для функции полезности CES:

$$x_i^h = \frac{\bar{U}}{p_i^{\frac{1}{1-\varphi}} \left[\sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right]^{\frac{1}{\varphi}}}, \quad i=1, \dots, n. \quad (1.162)$$

Данные функции хиксианского спроса можно переписать, используя

показатель эластичности замещения между продуктами $\delta = \frac{1}{1-\varphi}$:

$$x_i^h = \frac{\bar{U}}{p_i^\delta \left[\sum_{i=1}^N p_i^{1-\delta} \right]^{\frac{1}{\delta-1}}}, i = 1, \dots, n.$$

Полученные зависимости являются очевидным обобщением хиксианских функций спроса (1.69), выведенных ранее применительно к случаю двухпродуктовой потребительской корзины.

Подставляя функции спроса по Хиксу (1.162) в выражение расходов потребителя, выводим функцию расходов, соответствующую функции полезности CES:

$$E(p_1, \dots, p_n, \bar{U}) = \sum_{i=1}^N p_i x_i^h = \frac{\bar{U} \sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}}}{\left[\sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right]^{\frac{1}{\varphi}}} = \bar{U} \left[\sum_{i=1}^n p_i^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \right]^{\frac{\varphi-1}{\varphi}}.$$

Очевидно, что данная функция расходов является обратной по отношению к косвенной функции полезности (1.159).

Контрольные вопросы

1. Что такое полезность?
2. Дайте определение предельной полезности блага.
3. Что такое кривая безразличия?
4. Дайте определение предельной нормы замещения благ в потреблении. Как связан наклон кривой безразличия с предельными полезностями благ?
5. Как связана выпуклость кривых безразличия к началу координат с законом убывающей предельной нормы замещения?
6. Дайте определение бюджетного ограничения потребителя.
7. Сформулируйте закон Энгеля.
8. Что понимается под потребительским выбором?
9. Чему равна предельная норма замещения благ в обмене?
10. Сформулируйте эквиваргинальный принцип оптимального потребительского выбора. Как при этом соотносятся предельные нормы замещения в потреблении и обмене? Как расположены относительно друг друга линия бюджетного ограничения и кривая безразличия в точке оптимума потребителя?
11. Выведите уравнение Слуцкого.

12. Дайте определение эффекта замещения и укажите на соответствующее слагаемое в уравнении Слуцкого.
13. В чем различие между двумя альтернативными определениями стабильности благосостояния экономического агента в трактовке Е. Е. Слуцкого и Дж. Р. Хикса? Проиллюстрируйте на графике потребительского выбора эффект замещения в трактовке Е. Е. Слуцкого и Дж. Р. Хикса.
14. Дайте определение эффекта дохода, укажите на соответствующее слагаемое в уравнении Слуцкого, проиллюстрируйте его графически.
15. Что такое линия «цена—потребление»? Дайте определение индивидуального спроса на товар с точки зрения теории потребительского выбора. Проиллюстрируйте получение индивидуальной функции спроса на основе линии «цена—потребление».
16. В чем особенность линии «цена—потребление» и функции спроса для товара Гиффена? Как будет выглядеть графически получение кривой спроса для худших товаров, не являющихся товарами Гиффена?
17. Что такое линия «доход—потребление»? Как выглядит линия «доход—потребление» для нормальных товаров? Как будет выглядеть линия «доход—потребление», если один из товаров в потребительской корзине является инфериорным?
18. Дайте определение функции Энгеля. Проиллюстрируйте получение графика функции Энгеля с помощью линии «доход—потребление». Как выглядит график функции Энгеля для нормальных товаров? Как выглядит график функции Энгеля для инфериорных товаров?
19. Сформулируйте алгоритм получения рыночного спроса на основе известных функций индивидуального спроса и проиллюстрируйте его графически.
20. Приведите определение неявной функции полезности и перечислите ее свойства.
21. Приведите определение функции расходов и перечислите ее свойства.
22. Приведите формулировки и экономический смысл тождеств, связывающих задачу максимизации полезности и задачу минимизации расходов.
23. Почему уравнение Слуцкого называют фундаментальным уравнением теории спроса?
24. Что такое эквивалентная вариация дохода?
25. Что такое компенсирующая вариация дохода?

Т Е М А 2

Теория производства, издержек, прибыли

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- концепцию производственной функции, описывающую взаимосвязь между объемами используемых факторов производства и выпускаемой продукции;
- закон убывающей отдачи от переменного фактора производства, взаимосвязь между средним и предельным продуктом;
- механизм минимизации издержек производства заданного объема продукции;
- взаимосвязь между технологией и издержками производства;
- характеристики издержек производства в краткосрочном и долгосрочном аспекте; взаимосвязь между общими, средними и предельными издержками производства;
- различия между возрастающей, постоянной и убывающей отдачей от масштабов производства и возможности графической иллюстрации эффекта масштаба;
- основанный на применении маржинального анализа принцип максимизации прибыли коммерческим предприятием;
- роль эффектов замещения и выпуска при определении оптимальной комбинации факторов производства конкурентной фирмой, максимизирующей прибыль.

2.1. Технология и издержки производства в долгосрочном аспекте

В качестве производителей могут выступать отдельные фирмы и их объединения, или предприятия. Объектом дальнейшего анализа будут фирмы как коммерческие предприятия, целью деятельности которых служит получение прибыли.

Существует несколько базовых парадигм, описывающих экономическую природу фирмы: технологическая, институциональная, системная. Исторически и логически первым возникает технологический подход, в соответствии с которым сущность фирмы состоит в оптимизации производственных процессов. С этой точки зрения фирма представляет собой связующий институт между рынками факторов производства и готовой продукции. Фирма закупает ресурсы на рынках факторов производства — например, труда (L) и капитала (K) — и продает готовые товары на продуктовом рынке. В качестве платы за единицу приобретаемых ресурсов предприятие несет издержки в виде ставки арендной (R) и заработной (w) платы, а с рынка готовой продукции в обмен на поставки продукта по цене P фирма получает финансовые ресурсы в виде денежной выручки. Поэтому динамические процессы, протекающие вокруг фирмы, можно представить в виде схемы, связывающей рынки факторов производства и готовой продукции (рис. 2.1).

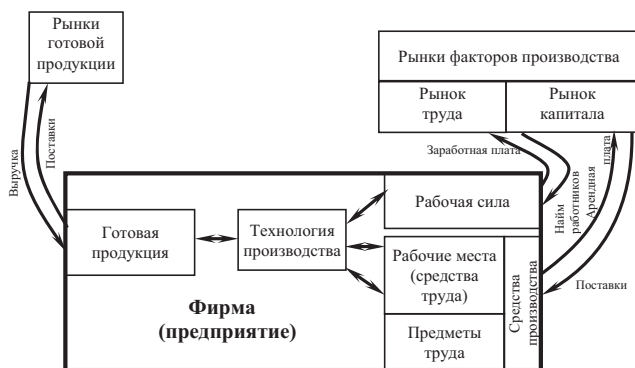


Рис. 2.1. Фирма как связующий институт между рынками факторов производства и готовой продукции

Трансформация ресурсов в готовую продукцию на предприятии описывается производственной функцией, ставящей в соответствие затратам ресурсов максимальный объем продукции в натуральном выражении (Q), который может быть выпущен с их помощью. Объединение ключевых факторов производства в рамках предприятия позволяет добиваться повышения отдачи от них по сравнению с организацией взаимодействия между факторами на открытом рынке и тем самым экономить трансформационные издержки, т. е. затраты по преобразованию ресурсов в готовую продукцию. При внутрифирменной организации производства наиболее

полно могут быть использованы выгоды от разделения труда — специализации технологических операций и кооперации специализированных работников.

Рассмотрим технологию производства в долгосрочном аспекте, когда все его факторы (капитал (K) и труд (L)) являются переменными. На рисунке 2.2 показана типичная поверхность двухфакторной производственной функции $Q = Q(K, L)$. Она является вогнутой и имеет вид «горки».

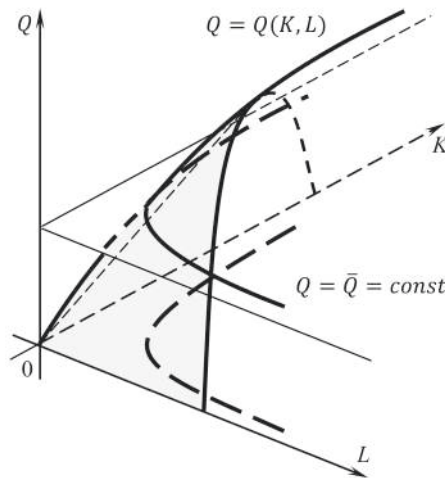


Рис. 2.2. Двухфакторная производственная функция

Как правило, от производственной функции требуется достаточно высокая степень гладкости — принадлежность классу дважды непрерывно дифференцируемых функций ($Q \in C^2$). При этом первые частные производные технологии по объему используемых средств производства и рабочей силы называются, соответственно, предельными продуктами труда

$$\left(MP_L = \frac{\partial Q(K, L)}{\partial L} \right) \text{ и капитала } \left(MP_K = \frac{\partial Q(K, L)}{\partial K} \right).$$

Следующим важным предположением относительно технологии является эффективность производства: производственная функция является строго возрастающей на множестве доступных для предприятия комбинаций факторов производства X . Здесь имеется в виду, что если для некоторых производственных наборов $\hat{x}, \tilde{x} \in X \subset \mathbb{R}_+^l$ выполнено неравенство $\hat{x}_h \leq \tilde{x}_h$, $h = 1, \dots, l$, причем для некоторого индекса $k \in \{1, \dots, l\}$ не-

равенство является строгим ($\hat{x}_k < \tilde{x}_k$), то для соответствующих им объемов производства справедливо такое же неравенство $Q(\hat{x}) < Q(\tilde{x})$. Когда технология производства обладает достаточной степенью гладкости, осуществление экономического анализа в области эффективного производства предполагает, что предельные продукты факторов производства положительны:

$$MP_K = \frac{\partial Q(K, L)}{\partial L} > 0, MP_L = \frac{\partial Q(K, L)}{\partial K} > 0. \quad (2.1)$$

На рисунке 2.2 также представлена проекция линии уровня производственной функции ($Q = \bar{Q} = const$) на плоскость факторов KOL — ее изокванта, т.е. геометрическое место различных комбинаций ресурсов, использование которых обеспечивает одинаковый объем производства. Поскольку линий уровня производственной функции, соответствующих произвольному фиксированному объему выпуска $Q = \bar{Q} = const$, бесконечно много, постольку технология производства в долгосрочном аспекте может быть охарактеризована картой изоквант (рис. 2.3). Чем дальше (выше и правее) от начала координат расположена изокванта, тем большему объему производства она соответствует.

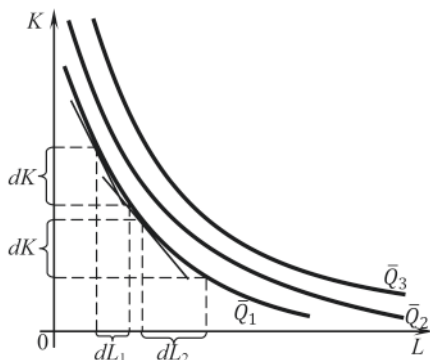


Рис. 2.3. Карта изоквант

Изокванта представляет собой убывающую зависимость между факторами производства — трудом и капиталом, поскольку между ними имеют место процессы замещения при перемещении вдоль кривой равного выпуска. Характеристикой изокванты является предельная норма технологического замещения между факторами производства ($MRTS_{KL}$). Она показывает, от какого количества капитала нужно отказаться при увеличе-

нии объема используемого труда на единицу, чтобы выпуск продукции остался на неизменном уровне:

$$MRTS_{KL} = - \left. \frac{dK}{dL} \right|_{Q=const}.$$

Графически предельная норма технологического замещения между факторами равна абсолютной величине углового коэффициента касательной к графику изокванты, проведенной в точке, соответствующей данной комбинации труда и капитала. Изокванты выпуклы к началу координат, поэтому при движении вдоль изокванты вправо абсолютная величина углового коэффициента касательной, т.е. $MRTS_{KL}$, будет убывать: фирме будет требоваться все больше и больше труда, чтобы компенсировать с точки зрения выпуска сокращение капитала на одну и ту же величину.

Выпишем полный дифференциал производственной функции:

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL. \quad (2.2)$$

По определению, объем производства представляет собой фиксированную величину во всех точках данной изокванты: $dQ = 0$. Следовательно, прирост выпуска, полученный благодаря увеличению использо-

вания труда $\left(\frac{\partial Q}{\partial L} dL \right)$, по абсолютной величине должен быть равен сокра-

щению объема производства из-за уменьшения использования капитала

$$\left(- \frac{\partial Q}{\partial K} dK \right):$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} dL = MP_L dL = - \frac{\partial Q}{\partial K} dK = - MP_K dK.$$

Таким образом, предельная норма технологического замещения между трудом и капиталом равна отношению предельных производительностей данных факторов:

$$MRTS_{KL} = - \left. \frac{dK}{dL} \right|_{Q=const} = \frac{MP_L}{MP_K}. \quad (2.3)$$

Важной характеристикой технологии является эластичность замещения факторов производства, которая показывает, на сколько в процентном выражении изменяется фондовооруженность труда, т.е. объем капитала (основных фондов) в расчете на одного работника (человеко-час обрабо-

танного времени), при изменении предельной нормы технологического замещения труда капиталом на один процент:

$$\delta = \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{dMRTS_{KL}} \frac{MRTS_{KL}}{\left(\frac{K}{L}\right)}.$$

Важную роль в микроэкономическом анализе играет технология с постоянной эластичностью замещения факторов производства (CES)¹, аналогичная той, которая была выведена при анализе потребительских предпочтений (1.13). Постоянство эластичности замещения факторов производства задает дифференциальное уравнение:

$\frac{d(K/L)}{(K/L)} \frac{d(K/dL)}{d(K/dL)} = \frac{d \ln |K/L|}{d \ln |dK/dL|} = \delta$, решая которое, приходим к производственной функции CES: $Y(K, L) = a(\alpha L^{-\rho} + \beta K^{-\rho})^{-\frac{\gamma}{\rho}}$, $\rho \geq -1$, $\rho \neq 0$, где $\gamma > 0$ — степень однородности функции, которая отражает эффект масштаба хозяйственной деятельности. Аналогично выкладкам, проведенным при анализе теории потребления (см. параграф 1.1), можно показать, что производственная функция CES является обобщением функций Кобба—Дугласа и Леонтьева, которые представляют собой ее предельные случаи, а также линейной технологии.

В общем случае производственная функция характеризуется постоянной отдачей от масштаба, если увеличение затрат факторов производства в некоторое число раз $\alpha > 1$, приводит к росту объема производства в такое же число раз α :

$$Q(\alpha K, \alpha L) = \alpha Q(K, L). \quad (2.4)$$

Если при увеличении объемов затрачиваемых ресурсов в $\alpha > 1$ раз производство возрастает меньше, чем в α раз, то такая производственная функция отличается убывающей отдачей от масштаба:

$$Q(\alpha K, \alpha L) < \alpha Q(K, L). \quad (2.5)$$

Если при росте количества используемых ресурсов в $\alpha > 1$ раз выпуск возрастает в большей пропорции, нежели в α раз, то для такой производственной функции характерна возрастающая отдача от масштаба:

¹ Arrow K.J., Chenery H.B., Minhas B.S., Solow R.M. Capital-labor substitution and economic efficiency // Review of economics and statistics. 1961. Vol. 43. № 3.

$$Q(\alpha K, \alpha L) > \alpha Q(K, L). \quad (2.6)$$

Следует различать убывающую отдачу от отдельного фактора производства и от масштаба производства в целом. Говоря об эффекте масштаба, мы подразумеваем, что изменяются все факторы производства в одной и той же пропорции. Отдача от масштаба производства характеризует взаимное расположение изоквант, соответствующих одинаковым изменениям выпуска. Рассматривая предельную производительность (отдачу от) фактора производства, мы предполагаем, что только он изменяется, тогда как остальные — постоянны. Предельный продукт (отдача от) переменного фактора характеризует соотношение выпуска и изменений данного фактора.

Если технология производства характеризуется постоянной отдачей от масштаба (2.4), то равнопропорциональные увеличения объемов использования труда и капитала соответствуют таким же равнопропорциональным изменениям выпуска (рис. 2.4). В условиях возрастающей отдачи от масштаба (2.6) возросший объем производства, достигнутый благодаря равнопропорциональному росту использования труда и капитала, будет соответствовать изокванте, расположенной дальше от начала координат, по сравнению с изоквантой, соответствующей равнопропорциональному увеличению выпуска (рис. 2.5). При убывающей отдаче от масштаба (2.5), наоборот, более высокий объем производства, достигнутый благодаря равнопропорциональному увеличению труда и капитала, будет характеризоваться изоквантой, расположенной ближе к началу координат, по сравнению с изоквантой, соответствующей равнопропорциональному росту выпуска (рис. 2.6).

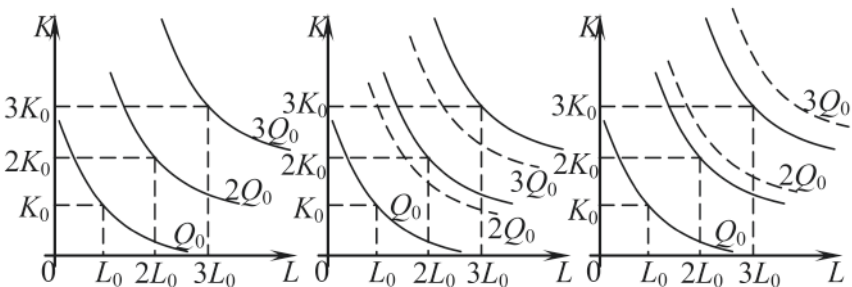


Рис. 2.4. Постоянная отдача от масштаба производства

Рис. 2.5. Возрастающая отдача от масштаба производства

Рис. 2.6. Убывающая отдача от масштаба производства

В долгом периоде фирма может изменять размер установленного капитала, т.е. все факторы производства являются переменными. В долгосрочном аспекте фирма выбирает такую комбинацию факторов, которая минимизирует общие издержки производства данного объема продукции $TC = p_K K + p_L L$, где p_K и p_L — ставки, соответственно, арендной и заработной платы, т.е. цены капитала и труда, при условии выпуска запланированного объема продукции:

$$\min_{K \geq 0, L \geq 0} (p_K K + p_L L): \quad (2.7)$$

$$Q(K, L) \geq \bar{Q}.$$

При достаточной гладкости технологии производства, в частности принадлежности ее классу C^2 дважды непрерывно дифференцируемых функций, аналогично теории потребительского выбора, решение задачи условной оптимизации (2.7) можно свести к исследованию на безусловный экстремум функции Лагранжа:

$$\mathcal{L} = \lambda_0 (p_K K + p_L L) - \lambda_1 (Q(K, L) - \bar{Q}),$$

где (λ_0, λ_1) — вектор множителей Лагранжа. Как и ранее, будем предполагать существование внутреннего оптимума, т.е. нежесткость ограничений по неотрицательности объемов используемых ресурсов: $K > 0, L > 0$.

Необходимыми для связанной минимизации издержек производства являются условия:

стационарности функции Лагранжа по объемам используемых факторов:

$$\begin{cases} \lambda_0 p_K = \lambda_1 M P_K, \\ \lambda_0 p_L = \lambda_1 M P_L; \end{cases}$$

дополняющей нежесткости:

$$\lambda_1 (Q(K, L) - \bar{Q}) = 0, Q(K, L) \geq \bar{Q};$$

а также неотрицательности множителей Лагранжа:

$$\lambda_0 \geq 0, \lambda_1 \geq 0.$$

При этом вектор множителей Лагранжа должен быть ненулевым.

Будем рассуждать аналогично анализу решения задачи связанной минимизации расходов потребителя (1.58). Предполагая, что $\lambda_1 = 0$, при предпосылке об эффективности производства (2.1) из условий стационарности функции Лагранжа по объемам факторов в силу того, что предметом анализа выступают экономические ресурсы ($p_K > 0, p_L > 0$), получаем, что и $\lambda_0 = 0$, во внутреннем оптимуме не может быть, поскольку

по необходимому условию экстремума вектор множителей Лагранжа является ненулевым. Тогда из условия дополняющей нежесткости следует, что условие по достижению запланированного объема производства в точке оптимума выполняется в виде равенства $Q(K, L) = \bar{Q}$, т.е. является активным.

И наоборот, из условий стационарности функции Лагранжа по объемам экономических ($p_K > 0, p_L > 0$) ресурсов с учетом эффективности производства (2.1) при $\lambda_0 = 0$ оказывается и $\lambda_1 = 0$, чего во внутреннем оптимуме не может быть, поскольку по необходимому условию экстремума вектор множителей Лагранжа является ненулевым. Таким образом, $\lambda_0 \neq 0$, и без ограничения общности его можно положить равным единице, или, что эквивалентно, поделить на него функцию (1.46), пронормировав тем самым вектор множителей Лагранжа:

$$\mathcal{L} = p_K K + p_L L - \lambda(Q(K, L) - \bar{Q}), \quad (2.8)$$

где $\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} > 0$.

Тогда необходимыми для минимизации издержек заданного объема производства будут являться следующие условия стационарности функции Лагранжа по объемам используемых факторов:

$$\begin{cases} p_K = \lambda MP_K, \\ p_L = \lambda MP_L; \end{cases} \quad (2.9)$$

или

$$\frac{MP_K}{p_K} = \frac{MP_L}{p_L} = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.10)$$

Аналогично теории потребительского выбора (1.24), из системы (2.9) с учетом выражения для предельной нормы технологического замещения (2.3) вытекает эквимаргинальное условие, характеризующее оптимальное использование факторов производства:

$$MRTS_{KL} = -\frac{dK}{dL} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{p_L}{p_K}. \quad (2.11)$$

Минимизируя издержки, производитель переходит на изокосту — т.е. линию, объединяющую все комбинации факторов производства, которые соответствуют фиксированному значению издержек производства, — расположенную как можно ближе к началу координат, но имеет при этом общую точку с изоквантой, соответствующей заданному объему выпу-

ска $Q(K, L) = \bar{Q}$. Эквиваргинальное условие утверждает, что комбинация факторов, соответствующая минимальным издержкам при выпуске определенного объема продукции, находится в точке касания данной изокванты и самой низкой из допустимых изокост (рис. 2.7).

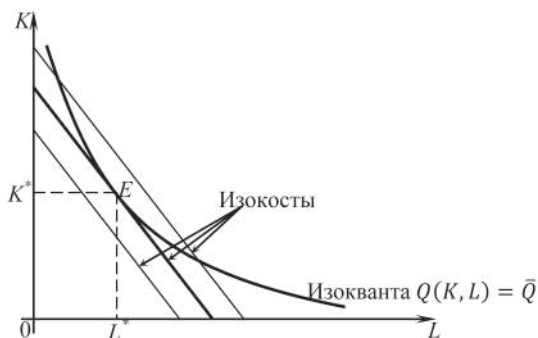


Рис. 2.7. Комбинация ресурсов, минимизирующая издержки производства запланированного объема продукции

Принцип выявленной минимизации издержек симметричен отношению выявленного предпочтения, рассмотренному в параграфе 1.9, в той же степени, в какой эквивалентные задачи условной минимизации расходов (1.50) и издержек (2.7) являются двойственными к задаче связанной максимизации полезности (1.20). Согласно этому принципу, если в отчетном периоде количество выпускаемой продукции меньше, чем в базисном, причем цены на ресурсы остаются на неизменном уровне, но предприятие выбирает для себя текущий объем производства, то он позволяет затрачивать меньшую сумму финансовых средств. Другими словами, фирма в отчетном периоде может пойти на снижение объема производства ($Q(x_{10}, x_{20}) \geq Q(x_{1t}, x_{2t})$) при сохранении неизменных цен на его факторы лишь с целью сокращения издержек: $p_{10}x_{10} + p_{20}x_{20} \geq p_{10}x_{1t} + p_{20}x_{2t}$ (рис. 2.8).

Решая задачу (2.7), можно получить зависимости между оптимальными количествами используемых ресурсов и ценами данных ресурсов, а также объемом выпускаемой продукции, выступающим в качестве ограничения:

$$K = K^h(p_K, p_L, Q), L = L^h(p_K, p_L, Q), \quad (2.12)$$

которые называются функциями условного спроса (по Хиксу), на соответствующие факторы производства. Графически функции условного спроса выводятся исходя из траектории развития предприятия, которая

представляет собой вариацию решения задачи связанной минимизации издержек по запланированному объему производства (рис. 2.14).

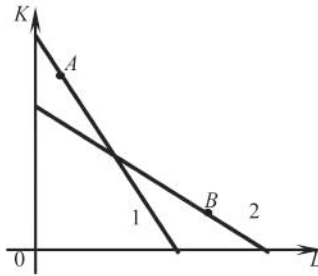


Рис. 2.8. Выявленная минимизация издержек

Функции условного спроса являются однородными нулевой степени по ценам всех факторов производства:

$$K^h(tp_K, tp_L, Q) = K^h(p_K, p_L, Q); L^h(tp_K, tp_L, Q) = L^h(p_K, p_L, Q). \quad (2.13)$$

Для доказательства данного утверждения рассмотрим задачу минимизации издержек производства (2.7) при возросших в t раз ценах факторов:

$$\min_{K \geq 0, L \geq 0} (tp_K K + tp_L L):$$

$$Q(K, L) \geq \bar{Q}.$$

Для нее условие стационарности функции Лагранжа по объемам используемых факторов производства принимает вид:

$$\begin{cases} tp_1 = \lambda MU_1, \\ tp_2 = \lambda MU_2; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} p_1 = \frac{\lambda}{t} MU_1, \\ p_2 = \frac{\lambda}{t} MU_2. \end{cases}$$

Следовательно, эквимаргинальное условие оптимизации производства (2.11) остается в силе. Объединяя его с активным ограничением по выпуску продукции $Q(K, L) = \bar{Q}$, получаем такую же оптимальную комбинацию факторов, как и при решении исходной задачи (2.7). Действительно, равнопропорциональное изменение цен факторов сохраняет неизменным угловой коэффициент изокосты, что при заданном ограничении по объему производства означает постоянство оптимальной комбинации факторов. Таким образом, условный спрос является однородным нулевой степени по ценам факторов производства (2.13).

Продemonстрируем в качестве примера вывод условного спроса для производственной функции Кобба–Дугласа $Q = K^{1/4} L^{1/2}$. Используя выражение предельной нормы технологического замещения капитала трудом как отношение предельных продуктов факторов, получаем эквивариантное условие:

$$MRTS_{KL} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{1}{2} K^{\frac{1}{4}} L^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{4} K^{-\frac{3}{4}} L^{\frac{1}{2}}} = \frac{2K}{L} = \frac{p_L}{p_K};$$

которое задает соотношения между затратами факторов производства, минимизирующими его издержки, т.е. так называемую траекторию развития фирмы:

$$K = \frac{p_L}{2p_K} L, \text{ или } L = \frac{2p_K}{p_L} K. \quad (2.14)$$

Подставляя траекторию развития в производственную функцию, получаем условный спрос на хозяйственные факторы (рис. 2.9):

$$Q = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{2}} = K^{\frac{1}{4}} \left(\frac{2p_K}{p_L} K \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2p_K}{p_L} \right)^{\frac{1}{2}} K^{\frac{3}{4}}, \text{ а значит, } K^h = \sqrt[3]{\left(\frac{p_L}{2p_K} \right)^2 Q^4}; \quad (2.15)$$

$$Q = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{p_L}{2p_K} L \right)^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{p_L}{2p_K} \right)^{\frac{1}{4}} L^{\frac{3}{4}},$$

$$\text{следовательно, } L^h = \sqrt[3]{\frac{2p_K}{p_L} Q^4}. \quad (2.16)$$

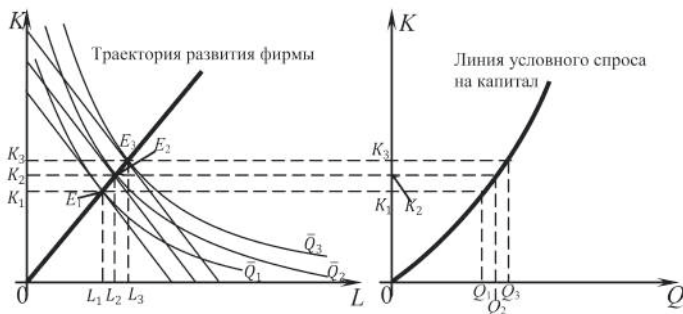


Рис. 2.9. Траектория развития фирмы и условный спрос на факторы производства при технологии Кобба–Дугласа

Выведем теперь траекторию развития фирмы и функции условного спроса для леонтьевской технологии $Q = \min \left\{ \frac{K}{\alpha}, \frac{L}{\beta} \right\}$. Леонтьевская спецификация производственной функции отражает тот факт, что конкретный ресурс может быть задействован в производстве лишь в том случае, когда данное его количество строго сочетается с определенным количеством другого фактора производства, которое отвечает используемой технологии производства. Отношение коэффициентов α и β характеризует пропорции использования факторов производства в технологическом процессе. Поскольку факторы производства должны быть использованы при изготовлении конечной продукции в строгих пропорциях, постольку между ними отсутствует эффект замещения. При леонтьевской технологии комбинации ресурсов, минимизирующие издержки при заданном объеме выпуска, будут находиться в вершинах углов, являющихся изоквантами данной производственной функции, т.е. справедливо равенство:

$$Q = \frac{K}{\alpha} = \frac{L}{\beta}.$$

Следовательно, траектория развития фирмы имеет вид (рис. 2.10):

$$K = \frac{\beta}{\alpha} L,$$

а функции условного спроса на факторы производства таковы:

$$K^h = \alpha Q, L^h = \beta Q. \quad (2.17)$$

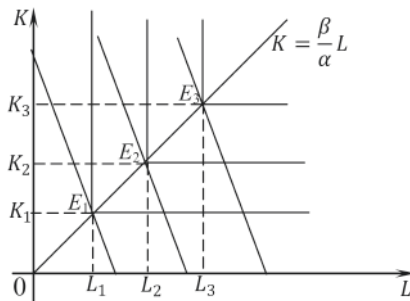


Рис. 2.10. Траектория развития фирмы при леонтьевской технологии производства

Предположим теперь, что на предприятии действует линейная технология, когда аргументами производственной функции являются ресурсы — совершенные заменители: $Q = \alpha L + \beta K$. Тогда угловой коэффициент изокванты по модулю равен:

$$MRTS_{KL} = - \frac{dK}{dL} \Big|_{Q=const} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\alpha}{\beta}.$$

Возможны три случая, в каждом из которых будет свой объем условного спроса на факторы производства.

В первом случае, когда $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{p_L}{p_K}$, или $\frac{p_L}{\alpha} > \frac{p_K}{\beta}$, угловой коэффициент изокванты по абсолютному значению меньше углового коэффициента изокосты, поэтому наблюдается угловое равновесие. В этом случае $L = 0$, $K = \frac{Q}{\beta}$ (рис. 2.11).

Во втором случае, при $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{p_L}{p_K}$, или $\frac{p_L}{\alpha} < \frac{p_K}{\beta}$, угловой коэффициент изокванты по абсолютному значению больше углового коэффициента изокосты, поэтому также наблюдается угловое равновесие. При этом $K = 0$, $L = \frac{Q}{\alpha}$ (рис. 2.12).

Наконец, в третьем случае, если $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{p_L}{p_K}$, или $\frac{p_L}{\alpha} = \frac{p_K}{\beta}$, то изокоста совпадает с изоквантой, поэтому наблюдается неединственность равновесия (рис. 2.13). В этом случае L может принимать любые значения между 0 и $\frac{Q}{\alpha}$, соответственно, K — между $\frac{Q}{\beta}$ и 0.

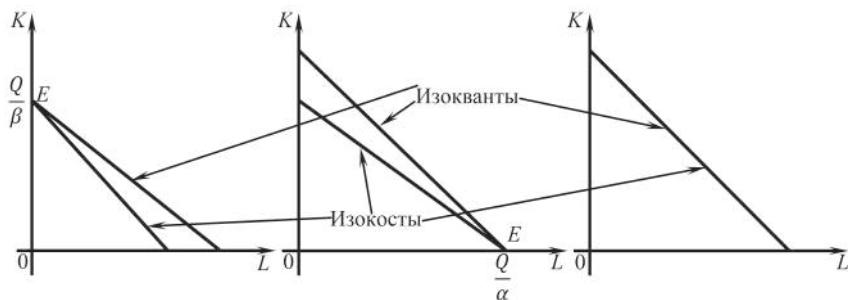


Рис. 2.11. Минимизация издержек производства при линейной технологии (случай 1)

Рис. 2.12. Минимизация издержек производства при линейной технологии (случай 2)

Рис. 2.13. Минимизация издержек производства при линейной технологии (случай 3)

Объединяя все три случая, можно сделать вывод о том, что для линейной технологии производства, когда его факторы являются совершенными субститутами, условный спрос на факторы производства имеет вид:

$$L^h = t \frac{Q}{\alpha}, K^h = (1-t) \frac{Q}{\beta}, \text{ где } \begin{cases} t = 1 \text{ при } \frac{p_L}{\alpha} < \frac{p_K}{\beta}, \\ t = 0 \text{ при } \frac{p_K}{\beta} < \frac{p_L}{\alpha}, \\ t \in [0,1] \text{ при } \frac{p_L}{\alpha} = \frac{p_K}{\beta}. \end{cases}$$

Подставляя функции условного спроса на факторы производства (2.12) в выражение себестоимости продукции, можно получить функцию издержек (рис. 2.14):

$$TC(p_K, p_L, Q) = p_K K(p_K, p_L, Q) + p_L L(p_K, p_L, Q). \quad (2.18)$$

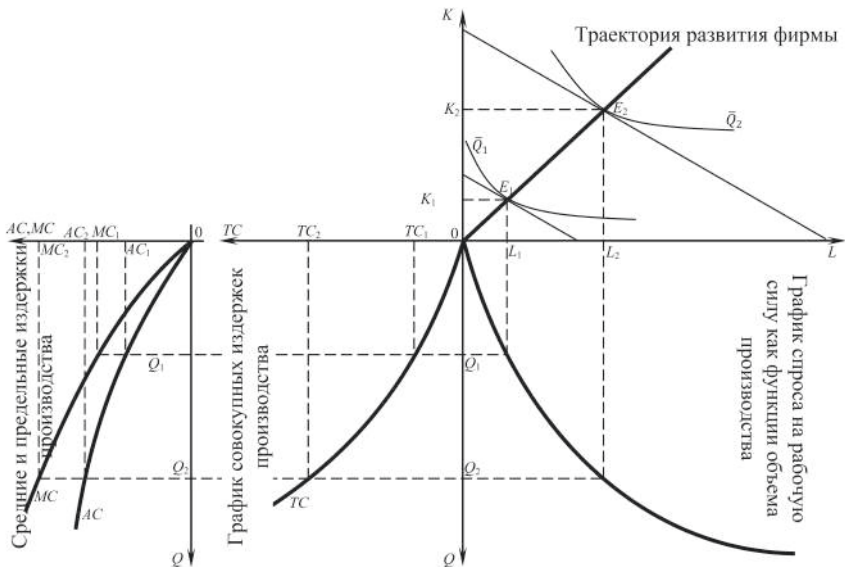


Рис. 2.14. Вывод функции издержек производства

В силу однородности нулевой степени условного спроса (2.13), функция издержек является однородной первой степени по ценам факторов производства:

$$\begin{aligned} TC(tp_K, tp_L, Q) &= tp_K K^h(tp_K, tp_L, Q) + tp_L L^h(tp_K, tp_L, Q) = \\ &= tp_K K^h(p_K, p_L, Q) + tp_L L^h(p_K, p_L, Q) = tTC(p_K, p_L, Q), t > 0. \end{aligned}$$

В качестве примера, выведем функцию производства для технологии

Кобба–Дугласа $Q = K^{1/4} L^{1/2}$, подставляя полученные выше функции условного спроса (2.15)–(2.16) в выражение себестоимости продукции (2.18):

$$TC = p_K K + p_L L = p_K \sqrt[3]{\left(\frac{p_L}{2p_K}\right)^2 Q^4} + p_L \sqrt[3]{\frac{2p_K}{p_L} Q^4} = \frac{3}{\sqrt[3]{4}} \sqrt[3]{p_K p_L^2 Q^4}. \quad (2.19)$$

Тогда средние издержки – как общие в расчете на единицу выпуска – имеют вид:

$$AC = \frac{3}{\sqrt[3]{4}} \sqrt[3]{p_K p_L^2 Q}. \quad (2.20)$$

Взяв производную общих издержек по объему выпускаемой продукции, получаем функцию предельных издержек производства:

$$MC = \sqrt[3]{16 p_K p_L^2 Q}. \quad (2.21)$$

Выведем теперь функцию издержек для леонтьевской технологии. Рассматривая в выражении себестоимости продукции (2.18) затраты факторов производства как функции условного спроса (2.17), получаем, что для производственной функции леонтьевского типа функция издержек предприятия как зависимость между денежными расходами и выпускаемым объемом продукции будет линейной:

$$TC = Q(\alpha p_K + \beta p_L).$$

При этом предельные и средние издержки предприятия не зависят от объема производства, а лишь от цен на ресурсы:

$$MC = AC = \alpha p_K + \beta p_L.$$

Выведем теперь функцию долгосрочных издержек производства для линейной производственной функции $Q = \alpha L + \beta K$. Будем опираться на проанализированные выше три возможных случая (рис. 2.11–2.13), в каждом из которых будут иметь место свои выражения для условного спроса на факторы производства.

В первом случае (рис. 2.11), когда $\frac{p_L}{\alpha} > \frac{p_K}{\beta}$, $L = 0$, $K = \frac{Q}{\beta}$. Значит,
 $TC = p_K K = \frac{Q}{\beta} p_K$.

Во втором случае (рис. 2.12), когда $\frac{p_L}{\alpha} < \frac{p_K}{\beta}$, $K = 0$, $L = \frac{Q}{\alpha}$, следовательно, $TC = p_L L = \frac{Q}{\alpha} p_L$.

Наконец, в третьем случае (рис. 2.13), если $\frac{p_L}{\alpha} = \frac{p_K}{\beta}$, то L может принимать любые значения между 0 и $\frac{Q}{\alpha}$, соответственно, K – между $\frac{Q}{\beta}$ и 0. Поэтому величина издержек может быть определена как в точке $L = 0$, $K = \frac{Q}{\beta}$, так и в точке $K = 0$, $L = \frac{Q}{\alpha}$: $TC = \frac{Q}{\beta} p_K = \frac{Q}{\alpha} p_L$.

Таким образом, для линейной технологии производства, когда его факторы являются совершенными субститутами, получаем следующее выражение для издержек производства:

$$TC = p_L L^h + p_K K^h = p_L t \frac{Q}{\alpha} + p_K (1-t) \frac{Q}{\beta} = Q \left(t \frac{p_L}{\alpha} + (1-t) \frac{p_K}{\beta} \right),$$

$$\text{где } t = \begin{cases} 1 & \text{при } \frac{p_L}{\alpha} < \frac{p_K}{\beta}, \\ 0 & \text{при } \frac{p_K}{\beta} < \frac{p_L}{\alpha}, \\ [0,1] & \text{при } \frac{p_L}{\alpha} = \frac{p_K}{\beta}; \end{cases}$$

или

$$TC = \begin{cases} Q \frac{p_L}{\alpha}, & \text{если } \frac{p_L}{\alpha} < \frac{p_K}{\beta}, \\ Q \frac{p_K}{\beta}, & \text{если } \frac{p_K}{\beta} < \frac{p_L}{\alpha}, \\ Q \frac{p_L}{\alpha} = Q \frac{p_K}{\beta}, & \text{если } \frac{p_L}{\alpha} = \frac{p_K}{\beta}, \end{cases}$$

которое можно записать в следующей форме:

$$TC = Q \cdot \min \left\{ \frac{p_L}{\alpha}, \frac{p_K}{\beta} \right\}.$$

Итак, технология производства при заданных ценах факторов определяет зависимость общих, средних и предельных издержек от его объема. В частности, характерные очертания графика AC будут зависеть от типа отдачи от масштаба производства (рис. 2.15). При постоянных ценах на факторы производства равнопропорциональное увеличение в объемах их использования приводит к равнопропорциональному росту издержек производства как линейной зависимости от затрат факторов. При положительном эффекте масштаба равнопропорциональный рост объемов факторов производства имеет следствием увеличение выпуска в большей пропорции (2.6). Следовательно, объем производства возрастает быстрее его совокупных издержек, функция AC будет убывающей. Противоположный профиль AC наблюдается при убывающей отдаче от масштаба, когда равнопропорциональное увеличение объемов используемых факторов и издержек производства соответствует выпуску, возрастающему в меньшей пропорции (2.5). Таким образом, при отрицательном эффекте масштаба производства имеет место возрастание функции AC . Соответственно, при постоянной отдаче от масштаба (2.4) величина средних издержек (AC) не зависит от объема производства. Итак, при объеме производства $Q < Q_2$ (рис. 2.15) имеет место возрастающая отдача от масштаба, а выпуск $Q > Q_2$ соответствует отрицательному эффекту масштаба. В случае постоянной отдачи от масштаба производства у графика AC был бы горизонтальный участок.

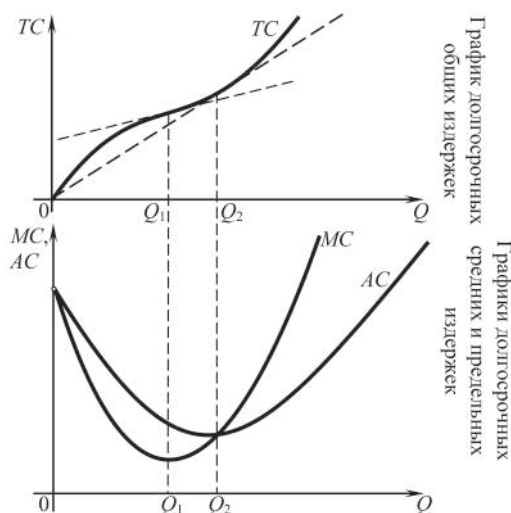


Рис. 2.15. Соотношение между долгосрочными общими, средними и предельными издержками производства

Отметим, что графически средние издержки представляют собой тангенс угла наклона луча, проведенного из начала координат до данной точки на графике общих издержек, а предельные издержки — это угловой коэффициент касательной к графику совокупных денежных затрат. Поэтому объем производства, при котором предельные издержки достигают минимума (Q_1), будет соответствовать точке перегиба графика общих издержек, а при выпуске, дающем минимальные средние издержки (Q_2), луч, проведенный из начала координат до произвольной точки на графике совокупных издержек, должен иметь наименьший из возможных угол наклона, т.е. будет касательным к графику TC (рис. 2.15).

Обратим внимание также на тот факт, что кривые предельных и средних издержек пересекаются в точке минимума средних, т.е. при $Q=Q_2$. Для того чтобы обосновать это, продифференцируем функцию средних издержек:

$$\frac{dAC}{dQ} = \frac{d}{dQ} \left(\frac{TC}{Q} \right) = \frac{Q \cdot MC - TC}{Q^2} = \frac{MC - AC}{Q}. \quad (2.22)$$

В точке (Q_2), где AC достигают минимального значения, $\frac{dAC}{dQ} = 0$, поэтому $MC = AC$.

Минимум средних издержек имеет место на участке возрастания предельных издержек:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 AC}{dQ^2} &= \frac{\left(\frac{dMC}{dQ} - \frac{dAC}{dQ} \right) Q - (MC - AC)}{Q^2} = \frac{\left(\frac{dMC}{dQ} - \frac{Q \cdot MC - TC}{Q^2} \right) Q}{Q^2} \\ &= \frac{\frac{dMC}{dQ} - \frac{MC - AC}{Q}}{Q} = \frac{dMC}{dQ} > 0. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Используя функцию издержек, можно прояснить экономический смысл и рассчитать величину множителя Лагранжа в задаче минимизации издержек производства заданного объема продукции (2.7). Экономический смысл множителя Лагранжа здесь вытекает из условий стационарности (2.9). Действительно, домножая каждое из равенств в системе (2.9) на дифференциал объема соответствующего фактора:

$$\begin{cases} p_K dK = \lambda MP_K dK, \\ p_L dL = \lambda MP_L dL, \end{cases}$$

складывая почленно данные равенства:

$$p_K dK + p_L dL = \lambda (MP_K dK + MP_L dL)$$

и замечая, что в левой части полученного соотношения стоит полный дифференциал издержек производства ($dTC = p_K dK + p_L dL$), а в правой — полный дифференциал выпуска (2.2):

$$dTC = \lambda dQ,$$

приходим к выводу о том, что экономическому смыслу множитель Лагранжа в задаче связанной минимизации расходов (1.45) представляет собой предельные издержки производства:

$$\lambda = \frac{dTC}{dQ}. \quad (2.24)$$

Для того чтобы установить этот факт, можно было бы применить теорему об огибающей (1.140) к задаче связанной минимизации издержек производства (2.7), приравняв значения полной производной функции издержек по объему производства и соответствующей частной производной функции Лагранжа (2.8), рассчитанные на оптимальной комбинации производственных факторов $(K, L) = (K^h(p_K, p_L, Q), L^h(p_K, p_L, Q))$.

Исходя из экономического смысла множителя Лагранжа (2.24), необходимые условия связанной минимизации денежных затрат (2.10) можно дополнить:

$$\frac{MP_K}{p_K} = \frac{MP_L}{p_L} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{MC}. \quad (2.25)$$

Функции условного спроса на факторы производства в случае достаточной гладкости производственной функции могут быть получены с использованием леммы Шепарда:

$$K^h(p_K, p_L, Q) = \frac{\partial TC(p_L, p_K, Q)}{\partial p_K}, L^h(p_K, p_L, Q) = \frac{\partial TC(p_L, p_K, Q)}{\partial p_L}. \quad (2.26)$$

Данное утверждение в теории оптимизации производства доказывается так же, как и в теории потребительского поведения. Выпишем полную производную функции издержек (1.52) по цене любого из факторов производства:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial TC(p_L, p_K, Q)}{\partial p_K} &= K^h(p_K, p_L, Q) + p_K \frac{\partial K^h}{\partial p_K} + p_L \frac{\partial L^h}{\partial p_K} = \\
&= K^h(p_K, p_L, Q) + \lambda \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K^h}{\partial p_K} + \lambda \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L^h}{\partial p_K} = \\
&= K^h(p_K, p_L, Q) + \lambda \left(\frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K^h}{\partial p_K} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L^h}{\partial p_K} \right) = K^h(p_K, p_L, Q), \\
\frac{\partial TC(p_L, p_K, Q)}{\partial p_L} &= L^h(p_K, p_L, Q) + p_K \frac{\partial K^h}{\partial p_L} + p_L \frac{\partial L^h}{\partial p_L} = \\
&= L^h(p_K, p_L, Q) + \lambda \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K^h}{\partial p_L} + \lambda \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L^h}{\partial p_L} = \\
&= L^h(p_K, p_L, Q) + \lambda \left(\frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K^h}{\partial p_L} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L^h}{\partial p_L} \right) = L^h(p_K, p_L, Q).
\end{aligned}$$

Здесь были использованы условия связанной минимизации издержек (2.9), а также тот факт, что поскольку в этой задаче (2.7) объем производства — это фиксированная величина $Q(K, L) = \bar{Q}$, постольку производная данного ограничения будет нулевой:

$$\frac{\partial Q}{\partial p_K} = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K^h}{\partial p_K} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L^h}{\partial p_K} = \frac{\partial \bar{Q}}{\partial p_K} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial p_L} = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K^h}{\partial p_L} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L^h}{\partial p_L} = \frac{\partial \bar{Q}}{\partial p_L} = 0,$$

т.е. выражение в скобках в предпоследнем равенстве производной издержек по цене капитала аннулируется.

Фактически при доказательстве леммы Шепарда здесь мы воспользовались теоремой об огибающей (1.140), в соответствии с которой полная производная функции издержек по цене каждого из ресурсов и соответствующая частная производная функции Лагранжа (2.8), рассчитанные на оптимальной для задачи (2.7) комбинации факторов $(K, L) = (K^h(p_K, p_L, Q), L^h(p_K, p_L, Q))$, равны между собой.

Важным свойством функции издержек производства $TC(p_L, p_K, Q)$ является ее вогнутость по ценам факторов производства¹ p_L и p_K .

Пусть комбинация факторов производства (K^*, L^*) является решением задачи связанной минимизации издержек (2.7) при ценах на факторы производства p_L^3 и p_K^3 . Другими словами, $\min TC(p_L^3, p_K^3, Q) = p_L^3 L^* + p_K^3 K^*$ при ограничении $Q(K, L) \geq \bar{Q}$. Положим,

¹ Mas-Colell A., Whinston M. D., Green J. R. Microeconomic theory. New York, Oxford: Oxford university press, 1995. P. 60.

что вектор цен на факторы производства $p_3 = (p_L^3, p_K^3)$ представляет собой линейную комбинацию некоторых векторов $p_1 = (p_L^1, p_K^1)$ и $p_2 = (p_L^2, p_K^2)$: $p_3 = (p_L^3, p_K^3) = (\lambda p_L^1 + (1-\lambda) p_L^2, \lambda p_K^1 + (1-\lambda) p_K^2) = \lambda p_1 + (1-\lambda) p_2$, $\lambda \in [0,1]$.

Тогда имеет место следующее соотношение:

$$\begin{aligned} TC(p_L^3, p_K^3, \bar{Q}) &= p_L^3 L^* + p_K^3 K^* = \\ &= \lambda p_L^1 L^* + (1-\lambda) p_L^2 L^* + \lambda p_K^1 K^* + (1-\lambda) p_K^2 K^* = \\ &= \lambda (p_L^1 L^* + p_K^1 K^*) + (1-\lambda) (p_L^2 L^* + p_K^2 K^*). \end{aligned}$$

Заметим, что комбинация факторов производства (K^*, L^*) , дающая минимальное значение общих издержек производства заданного объема продукции $\bar{Q}$ при ценах на факторы производства p_L^3 и p_K^3 , не является оптимальной с точки зрения минимизации издержек при ценах

труда и капитала p_L^1 и p_K^1 , а также при p_L^2 и p_K^2 : $p_L^1 L^* + p_K^1 K^* \geq TC(p_L^1, p_K^1, \bar{Q})$ и $p_L^2 L^* + p_K^2 K^* \geq TC(p_L^2, p_K^2, \bar{Q})$.

Тем самым, приходим к неравенству Йенсена, характеризующему вогнутую зависимость общих издержек производства $TC = TC(p_L, p_K, \bar{Q})$ от цен факторов производства p_L и p_K (рис. 2.16):

$$\begin{aligned} TC(\lambda p_L^1 + (1-\lambda) p_L^2, \lambda p_K^1 + (1-\lambda) p_K^2, \bar{Q}) &\geq \lambda TC(p_L^1, p_K^1, \bar{Q}) + \\ &+ (1-\lambda) TC(p_L^2, p_K^2, \bar{Q}), \end{aligned}$$

или в векторной форме:

$$TC(\lambda p_1 + (1-\lambda) p_2, \bar{Q}) \geq \lambda TC(p_1, \bar{Q}) + (1-\lambda) TC(p_2, \bar{Q}).$$

Как показано на рисунке 2.16, при снижении ставки заработной платы ($p_L^2 < p_L^1$) и росте его покупаемого количества ($L_1 > L_2$) угловой коэффициент касательной к графику функции издержек производства увеличи-

вается: $tg\beta > tg\alpha$, поскольку по лемме Шепарда (2.26) $tg\alpha = \frac{\partial TC}{\partial p_L}(p_L^1) = L_1$,

$$tg\beta = \frac{\partial TC}{\partial p_L}(p_L^2) = L_2.$$

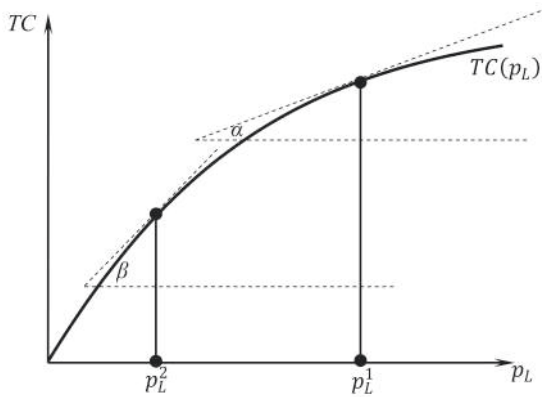


Рис. 2.16. Вогнутость функции издержек по ценам факторов производства

Обратим внимание на то, что в случае единственности оптимального набора факторов ($K > 0, L > 0$), представляющего собой внутренний оптимум, которая будет иметь место при строгой выпуклости изоквант к началу координат, неравенства выше, в том числе и неравенство Йенсена, будут строгими, а значит, будет иметь место строгая вогнутость функции издержек по ценам факторов производства.

Функциям условного спроса присущ ряд примечательных свойств.

Функции условного спроса на труд и капитал являются невозрастающими по ценам соответствующих факторов — труда и капитала:

$$\frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K} \leq 0, \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L} \leq 0.$$

Действительно, если функция издержек является дважды дифференцируемой, то ее «чистые» частные производные второго порядка, которые по лемме Шепарда (2.26) представляют собой функции условного спроса на факторы производства, будут неположительными, ведь в силу вогнутости функции издержек по ценам факторов ее матрица Гессе должна быть отрицательно полуопределенной:

$$\frac{\partial^2 TC(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K^2} = \frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K} \leq 0,$$

$$\frac{\partial^2 TC(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L^2} = \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L} \leq 0.$$

Во внутренних оптимумах при строгой выпуклости изоквант к началу координат, когда функция издержек строго вогнута по ценам факторов, а значит, ее матрица Гессе является отрицательно определенной, условный спрос на труд и капитал является убывающей функцией цены соответствующего фактора — труда и капитала:

$$\frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K} < 0, \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L} < 0.$$

Наконец, следует отметить, что, если функция издержек производства является дважды непрерывно дифференцируемой, то перекрестные эффекты замещения равны между собой:

$$\frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L} = \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K}.$$

Действительно, по лемме Шепарда (2.26)

$$\frac{\partial^2 TC(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K \partial p_L} = \frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L}, \frac{\partial^2 TC(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L \partial p_K} = \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K}.$$

При этом по теореме Шварца, если вторые частные производные функции издержек производства непрерывны, то они равны между собой, т.е. значения непрерывных вторых частных производных не зависят от порядка дифференцирования:

$$\frac{\partial^2 TC(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K \partial p_L} = \frac{\partial^2 TC(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L \partial p_K},$$

что в свою очередь подразумевает симметричность перекрестных эффектов замещения.

2.2. Технология и издержки производства в краткосрочном аспекте

В краткосрочной перспективе используемые фирмой факторы можно разделить на постоянные и переменные. Применительно к отдельной фирме постоянными называются такие факторы, количество которых не может быть изменено в течение некоторого периода времени. Например, для строительства цеха и установки оборудования требуется довольно продолжительный промежуток времени. Переменными называются такие факторы производства, количество которых может меняться в течение достаточно короткого периода. К примеру, увольняя и нанимая

сотрудников, фирма может изменить численность персонала даже в течение одного дня.

Итак, короткий период — это отрезок времени, в течение которого у фирмы есть хотя бы один постоянный фактор производства. Соответственно, длительный период — это временной интервал, достаточный для того, чтобы все факторы производства стали переменными. Будем в дальнейшем для простоты анализировать короткий период, когда переменным является единственный фактор производства — труд, а постоянный фактор — это капитал.

До сих пор предметом анализа была функция долгосрочных издержек (2.18). Функция краткосрочных издержек (STC) выводится из решения видоизмененной задачи условной минимизации издержек, в которой величина одного из ресурсов — капитала — в краткосрочном периоде полагается постоянной ($K = \bar{K} = const$):

$$\min_{L \geq 0} (p_K K + p_L L):$$

$$Q(K, L) = \bar{Q}, K = \bar{K}.$$

Поэтому краткосрочные издержки — это функция от количества выпускаемой продукции и величины фиксированного фактора производства — капитала: $STC = STC(p_K, p_L, Q, K)$.

Выпишем полную производную функции краткосрочных издержек по объему выпуска:

$$\frac{dSTC}{dQ} = \frac{\partial STC(p_K, p_L, Q, K)}{\partial Q} + \frac{\partial STC(p_K, p_L, Q, K)}{\partial K} \frac{dK}{dQ}.$$

Если зафиксировать величину капитала на оптимальном значении ($\bar{K} = K^*$), то соответствующая производная аннулируется:

$$\frac{\partial STC(p_K, p_L, Q, K)}{\partial K} = 0, \text{ а значит, } \frac{dTC}{dQ} = \frac{\partial STC(p_K, p_L, Q, K^*)}{\partial Q}, \text{ т.е. угловые}$$

коэффициенты касательных к графикам долгосрочных (TC) и краткосрочных (STC) общих издержек совпадают в точке Q . Кроме того, если фиксированная величина капитала $\bar{K}$ в краткосрочном аспекте совпадает с его оптимальным значением, полученным при решении задачи (2.7) K^* , то величина краткосрочных издержек совпадает со значением долгосрочных: $TC = STC$. Таким образом, графики TC и STC касаются друг друга при оптимальном размере капитала K^* , а кривые долгосрочных общих (TC) и средних (AC) издержек являются огибающими кри-

вых краткосрочных соответственно общих (STC) и средних (SAC) издержек (рис. 2.17).

График функции AC соответствует множеству точек минимальных средних издержек производства произвольного объема продукции в ситуации, когда все производственные факторы (включая капитал) являются переменными. Различные функции краткосрочных издержек соответствуют всевозможным размерам предприятия.

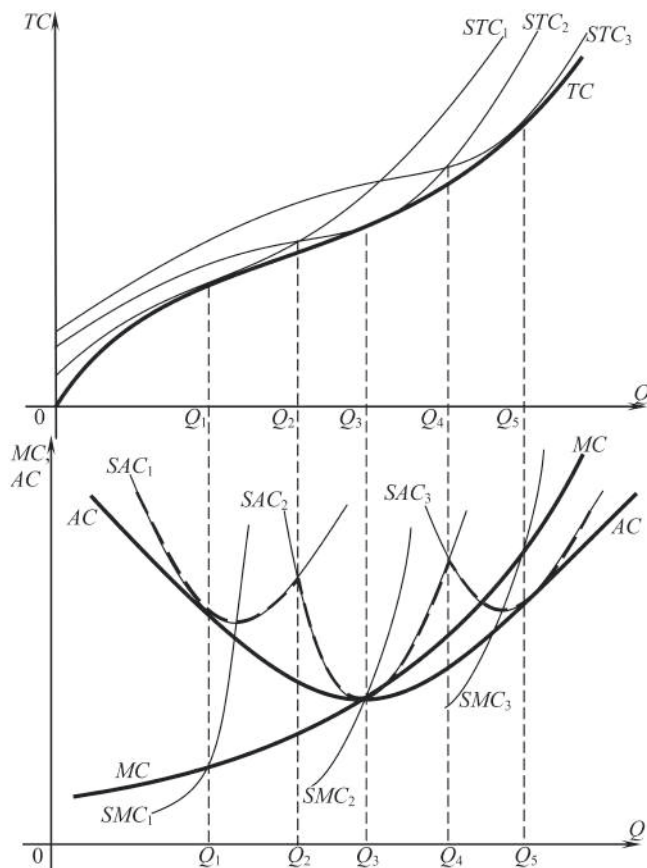


Рис. 2.17. Графики долгосрочных и краткосрочных общих, средних и предельных издержек производства

Краткосрочные общие и средние издержки превышают соответствующие долгосрочные издержки, потому что в коротком периоде размеры

капитала не могут быть изменены и, как правило, не являются оптимальными. Это справедливо, за исключением единственной точки касания графиков долгосрочных и краткосрочных издержек, в которой затраты капитала в краткосрочном аспекте совпадают с долгосрочными капиталовложениями (рис. 2.17). Таким образом, графики долгосрочных общих (TC) и средних (AC) издержек являются огибающими снизу соответствующих графиков краткосрочных издержек (STC и SAC).

Издержки производства в краткосрочном периоде (STC) можно разделить на два больших класса — постоянные (FC) и переменные издержки (VC): $STC = VC + FC$.

Постоянные издержки (FC) — это расходы на производственные ресурсы в денежном выражении, которые не зависят от объемов и структуры выпуска и реализации продукции и услуг. К ним относятся: должностные оклады служащих, другие административно-хозяйственные расходы, арендная плата, страховки, амортизационные отчисления, расходы на рекламу, телекоммуникационные расходы и т.д. Среди постоянных издержек производства можно выделить такие важные виды, как стартовые затраты, которые необходимы для создания нового предприятия, и остаточные (невозвратные) затраты, которые остаются при ликвидации предприятия; остальные — будут обратимыми постоянными издержками¹.

Переменные издержки (VC) — это расходы на производственные ресурсы в денежном выражении, которые зависят от объемов и структуры выпуска (и реализации) продукции и услуг. К ним относятся: затраты на сырье и материалы, заработная плата работников, транспортные расходы, часть энергетических затрат.

В коротком периоде средние издержки (SAC), т. е. общие издержки в расчете на единицу выпускаемой продукции, могут быть разложены в сумму средних постоянных (AFC) и средних переменных (AVC) издержек:

$$SAC = \frac{STC}{Q} = AFC + AVC,$$

где AFC — это постоянные издержки в расчете на единицу продукции:

$$AFC = \frac{FC}{Q},$$

¹ Для упрощения анализа мы не будем учитывать потенциальное наличие квазипостоянных затрат, т.е. хозяйственных издержек, которые остаются неизменными при любом положительном объеме производства (при $Q > 0$), но отсутствуют при его остановке (при $Q = 0$).

а AVC — это переменные издержки в расчете на единицу продукции:

$$AVC = \frac{VC}{Q}.$$

В краткосрочном аспекте, поскольку величина общих постоянных издержек неизменна и прирост общих издержек происходит благодаря увеличению только переменных издержек, постольку предельные издержки представляют собой производную как общих, так и переменных издержек по объему производства:

$$SMC = \frac{dSTC}{dQ} = \frac{d(VC + FC)}{dQ} = \frac{dVC}{dQ}.$$

Обратим внимание на тот факт, что графически средние издержки представляют собой тангенс угла наклона луча, проведенного из начала координат до данной точки на соответствующем графике функции издержек (общих либо переменных): $AVC = tg\gamma$, $AC = tg\delta$ на рисунках 2.18 и 2.20. Соответственно, графически предельные издержки представляют собой угловой коэффициент касательной к графику функции общих либо переменных издержек: $MC = tg\eta$ на рисунках 2.18 и 2.20.

В краткосрочной перспективе будет наблюдаться соотношение между средними и предельными издержками, аналогичное тому, которое было сформулировано применительно к долгосрочной ситуации (2.22)–(2.23): линия SMC пересекает графики AVC и SAC в точках их минимумов (соответственно Q_2 и Q_3 на рис. 2.18). В этом легко убедиться, приравняв нулю соответствующие первые производные:

$$\frac{dSAC}{dQ} = \frac{d}{dQ} \left(\frac{STC}{Q} \right) = \frac{Q \cdot SMC - STC}{Q^2} = \frac{SMC - SAC}{Q} = 0,$$

$$\frac{dAVC}{dQ} = \frac{d}{dQ} \left(\frac{VC}{Q} \right) = \frac{Q \cdot SMC - VC}{Q^2} = \frac{SMC - AVC}{Q} = 0,$$

и проверив знаки соответствующих вторых производных на участке возрастания MC , т.е. при $\frac{dMC}{dQ} > 0$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2SAC}{dQ^2} &= \frac{\left(\frac{dSMC}{dQ} - \frac{dSAC}{dQ} \right) Q - (SMC - SAC)}{Q^2} = \\ &= \frac{\frac{dSMC}{dQ} - \frac{SMC - SAC}{Q}}{Q} = \frac{dSMC}{dQ} > 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 AVC}{dQ^2} &= \frac{\left(\frac{dSMC}{dQ} - \frac{dAVC}{dQ} \right) Q - (SMC - AVC)}{Q^2} = \\ &= \frac{\frac{dSMC}{dQ} - \frac{SMC - AVC}{Q}}{Q} = \frac{\frac{dSMC}{dQ}}{Q} > 0. \end{aligned}$$

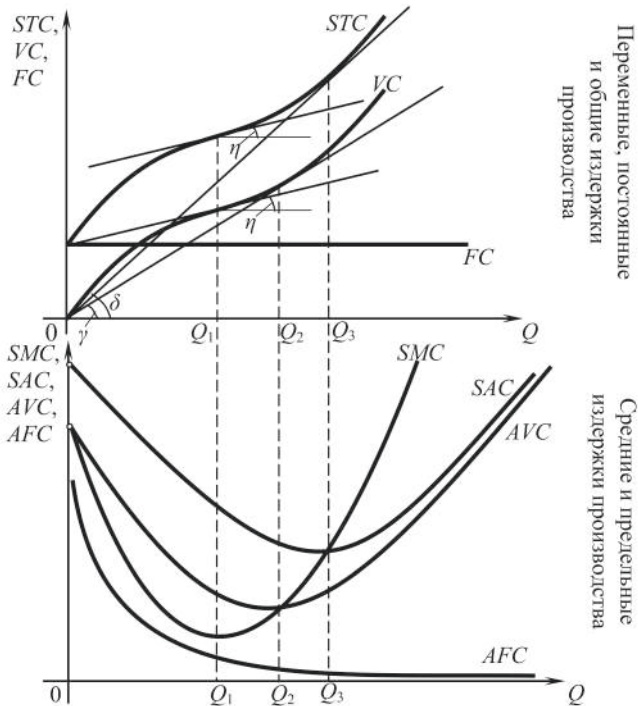


Рис. 2.18. Издержки в коротком периоде

Аналогичные соотношения характерны для любых средних и предельных величин: среднее значение функции совпадает с предельным в точке экстремума (максимума или минимума) средней величины¹. Проанализируем, в частности, симметричную по отношению к взаимосвязи между графиками средних и предельных издержек зависимость между измене-

¹ Замков О. О., Толстомятенко А. В., Черемных Ю. Н. Математические методы в экономике. — 3-е изд. М.: ДИС, 2001. С.89–100.

ниями значений среднего $\left(AP_L = \frac{Q}{L} \right)$ и предельного продуктов $\left(MP_L = \frac{dQ}{dL} \right)$ от количества переменного фактора производства (труда).

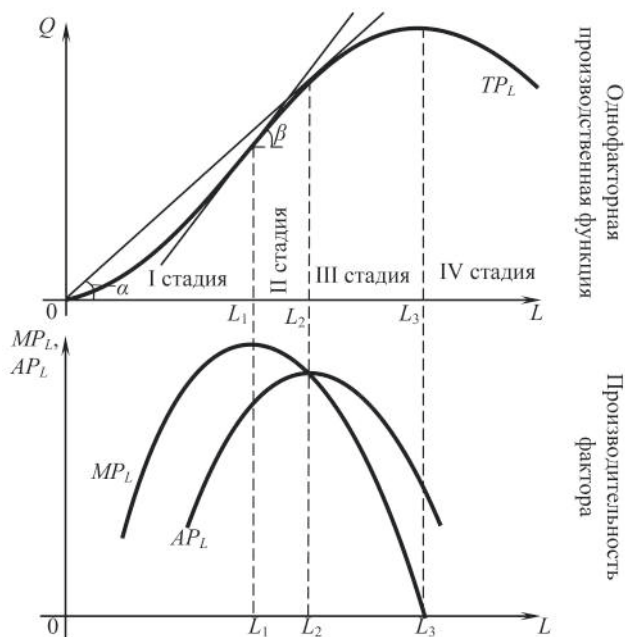


Рис. 2.19. Технология производства в краткосрочном аспекте

В зависимости от изменения производительности труда можно выделить несколько стадий производства. При уровне занятости, меньшем L_1 , выпуск будет расти быстрее, чем количество работников, так как фирма может использовать выгоды от специализации труда и еще не исчерпаны все производственные возможности, предоставляемые имеющимися основными фондами. На рисунке 2.19 I стадия производства соответствует возрастанию предельного продукта труда. Но при числе работников, большем L_1 , дальнейшее увеличение выпуска будет связано с повышенной нагрузкой на постоянный фактор производства. Постепенно на каждого работника будет приходиться все меньше производственного оборудования, поэтому при увеличении выпуска продукции предельная (стадия II), а затем и средняя (стадия III) производительность труда будет снижаться —

начинает проявляться закон убывающей отдачи от переменного фактора. Гипотетически возможна ситуация, когда численность работников возрастет настолько (до L_3), что они будут мешать друг другу, что приведет к сокращению совокупного объема производства, а предельный продукт труда станет отрицательным (стадия IV).

Обратим внимание на то, что графически средний продукт труда представляет собой тангенс угла наклона луча, проведенного из начала координат до соответствующей точки на графике производственной функции: $AP_L = tg\alpha$ на рисунках 2.19 и 2.20. Графически предельный продукт труда представляет собой угловой коэффициент касательной к графику производственной функции: $MP_L = tg\beta$ на рисунках 2.19 и 2.20.

Если предельный продукт меньше среднего, т. е. объем продукции, выпущенной за счет найма последнего, дополнительного работника оказывается меньше, нежели обеспеченный в среднем каждым членом трудового коллектива, работавшим ранее, тогда выпуск в расчете на весь персонал, включая последнего нанятого сотрудника, будет снижаться — средний продукт труда убывает (стадия III). Соответственно, если предельный продукт труда превышает средний, то наем каждого дополнительного работника будет увеличивать удельную производительность, т. е. средний продукт труда, который будет возрастать. Таким образом, графики предельного и среднего продуктов пересекаются в точке максимума среднего (рис. 2.19).

Для того чтобы доказать это формально, приравняем по необходимому условию экстремума производную среднего продукта труда нулю:

$$\frac{dAP_L}{dQ} = \frac{d\left(\frac{Q}{L}\right)}{dL} = \frac{MP_L \cdot L - Q}{L^2} = \frac{MP_L - AP_L}{L} = 0.$$

Следовательно, в точке равенства среднего и предельного продуктов труда ($MP_L = AP_L$) средний продукт достигает максимума при выполнении закона убывающей предельной производительности фактора. Это подтверждает вторая производная среднего продукта труда:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 AP_L}{dL^2} &= \frac{\left(\frac{d^2 Q}{dL^2} - \frac{\frac{dQ}{dL} L - Q}{L^2} \right) L^2 - 2L(MP_L - AP_L)}{L^4} = \\ &= \frac{\frac{d^2 Q}{dL^2} - \frac{MP_L - AP_L}{L}}{L^2} = \frac{d^2 Q}{dL^2} < 0. \end{aligned}$$

Поскольку в краткосрочном аспекте существует единственный переменный фактор производства — труд, постольку переменные издержки — это трудозатраты в денежном выражении: $VC = wL$, значит, средние переменные издержки, как издержки в расчете на единицу продукции, могут быть представлены как отношение между ставкой заработной платы и средним продуктом труда:

$$AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{wL}{Q} = \frac{w}{Q/L} = \frac{w}{AP_L}.$$

В силу того, что предельные издержки в краткосрочном аспекте вызывают изменение как общих, так и переменных издержек производства при бесконечно малом увеличении либо сокращении объема производства, предельные издержки оказываются величиной, обратной предельному продукту труда:

$$MC = \frac{dVC}{dQ} = \frac{d(wL(Q))}{dQ} = w \frac{dL}{dQ} = \frac{w}{dQ/dL} = \frac{w}{MP_L}.$$

Следовательно, при увеличении предельного (I стадия) и среднего (I и II стадии) продуктов труда, соответственно, предельные и средние переменные издержки производства будут снижаться (рис. 2.20). И наоборот, отражением убывающей предельной (стадии II–IV) и средней (стадии III–IV) производительности труда станет увеличение темпов роста издержек, приходящихся на каждую дополнительную единицу продукции, или предельных издержек (стадии II–IV), а также средних трудозатрат в расчете на весь объем производства — средних переменных издержек (стадии III–IV).

Результатом действия закона убывающей отдачи от переменного фактора является и то, что при объеме производства, превышающем Q_1 , переменные, а также общие, издержки будут расти более высокими темпами, чем объем производства — угловые коэффициенты касательных к графикам TC и VC увеличиваются (рис. 2.20).

Итак, кривые предельных и средних переменных издержек имеют U-образную форму. Минимум средних переменных издержек AVC имеет место при объеме производства, который соответствует такому уровню трудозатрат, когда средний продукт труда AP_L достигает максимума; а минимум предельных издержек MC — при выпуске, соответствующем трудозатратам при максимальном значении предельного продукта труда MP_L . При этом график предельных издержек пересекается с графиком средних переменных в точке минимума последнего (рис. 2.20).

График постоянных издержек представляет собой линию, параллельную горизонтальной оси, что говорит об отсутствии функциональной зависимости между объемом выпуска продукции и величиной FC . Кривая средних постоянных издержек монотонно убывает, поскольку величина постоянных издержек, приходящаяся на единицу продукции, с ростом выпуска уменьшается.

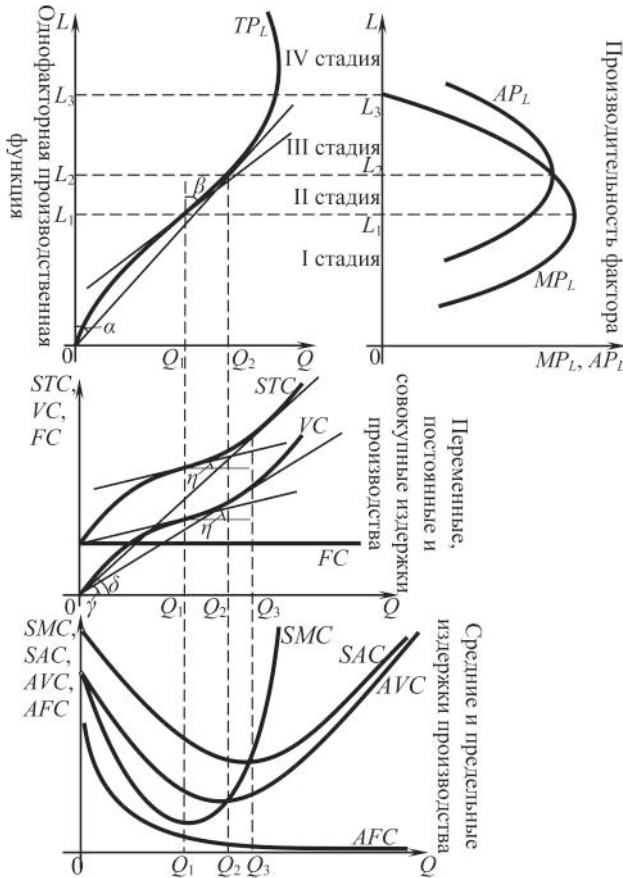


Рис. 2.20. Производительность и издержки в коротком периоде

График общих издержек представляет собой график переменных издержек, сдвинутый вверх на величину постоянных затрат. График средних издержек так же, как и графики MC и AVC , имеет U-образную форму.

Если предельные издержки меньше средних, т.е. издержки, приходящиеся на последнюю, добавочную единицу продукции, оказываются ниже, чем в среднем — на все предыдущие, тогда издержки в расчете на совокупный объем выпуска, включая последнюю единицу, будут снижаться — средние издержки убывают. Соответственно, если предельные издержки превышают средние, то производство каждой дополнительной единицы продукции будет увеличивать удельную величину денежных затрат — средние издержки производства возрастают. Таким образом, график предельных издержек пересекает график средних в точке минимума последних (рис. 2.20).

Следует отметить асимптотическое равенство MC и AVC для бесконечно малой величины объема производства, которое становится очевидным, если применить правило Лопиталя, перейдя от предела отношения переменных издержек к объему производства, которые оба стремятся к нулю, к отношению пределов их производных:

$$\lim_{Q \rightarrow 0} \frac{VC(Q)}{Q} = \lim_{Q \rightarrow 0} \frac{\frac{dVC(Q)}{dQ}}{\frac{dQ}{dQ}} = \lim_{Q \rightarrow 0} MC(Q).$$

2.3. Максимизация прибыли коммерческим предприятием

Специально подчеркнем, что в данной главе нами анализируется поведение фирмы в условиях совершенной конкуренции. Одним из важнейших положений модели совершенной конкуренции является экзогенность цен для экономических агентов. В условиях несовершенной конкуренции фирмы могут использовать рыночную власть для того, чтобы влиять на уровень цен.

Итак, в условиях совершенной конкуренции бесконечно большое число предельно малых по величине производителей и потребителей в силу ничтожных размеров оказываются не в состоянии влиять на ценовые параметры рынка. Субъектов такой рыночной структуры называют «ценополучателями». Данная рыночная структура характерна для отраслей с однородной, стандартной продукцией, в которых фирмы действуют в условиях полной определенности, т. е. в их распоряжении должна быть полная информация о рынке. Необходимым условием возможности отнесения рынка к совершенно конкурентным является отсутствие барьеров для входа и свобода выхода фирм из отрасли, абсолютная мобильность ресурсов.

В условиях совершенной конкуренции, когда ни одна из фирм в отдельности оказывается не в состоянии повлиять на цену выпускаемой продукции, устанавливаемую механизмом отраслевого равновесия спроса и предложения, средний доход равен предельному и совпадает с уровнем рыночной цены: $MR = AR = p$.

В современной экономической теории часто принимается предположение о том, что целью деятельности фирмы является максимизация прибыли, задаваемой как разность между общим доходом ($TR = pQ$, где p — цена готовой продукции) и общими издержками: $PR = TR - TC$. В дальнейшем, анализируя предприятие в долгосрочном аспекте, будем исходить из того, что прибыль является неотрицательной величиной: $PR \geq 0$, ведь в противном случае фирма всегда сможет выйти из бизнеса, избежав тем самым убытков.

Задача поиска наибольшей прибыли может решаться с применением процедур как одношаговой, так и двухшаговой оптимизации. В одноэтапной постановке данная задача представляет собой максимизацию прибыли как функцию объемов используемых факторов производства:

$$\max_{K \geq 0, L \geq 0} PR(K, L) = \max_{K \geq 0, L \geq 0} \{pQ(K, L) - p_K K - p_L L\}, \quad (2.27)$$

где K, L и $Q = Q(K, L)$ — соответственно затраты факторов и объем выпускаемой продукции как значение производственной функции, характеризующей технологические процессы на предприятии.

В данном случае возникает система необходимых условий максимума прибыли:

$$\begin{cases} \frac{\partial PR}{\partial L} = p \frac{\partial Q}{\partial L} - p_L = p \cdot MP_L - p_L = 0, \\ \frac{\partial PR}{\partial K} = p \frac{\partial Q}{\partial K} - p_K = p \cdot MP_K - p_K = 0, \end{cases}$$

т.е.

$$\begin{cases} p \cdot MP_L(K, L) = p_L, \\ \text{или} \\ p \cdot MP_K(K, L) = p_K, \end{cases} \begin{cases} MP_L = \frac{p_L}{p}, \\ MP_K = \frac{p_K}{p}. \end{cases} \quad (2.28)$$

$$(2.29)$$

Здесь, как и ранее, предполагается совершенная конкуренция на рынках факторов производства и готовой продукции.

Таким образом, экономический смысл необходимых условий экстремума (2.28)–(2.29) состоит в одновременном равенстве этих предельных

продуктов соответственно реальной ставке заработной (p_L / p) и арендной (p_K / p) платы.

Объединенное необходимое условие максимума прибыли можно сформулировать так:

$$\frac{MP_L(K, L)}{p_L} = \frac{MP_K(K, L)}{p_K} = \frac{1}{p}, \quad (2.30)$$

т. е. отношение предельного продукта фактора производства к его цене должно быть одинаковым для всех ресурсов и равным обратной величине цены готовой продукции.

Концепция выявленной максимизации прибыли постулируется следующим образом: фирма в отчетном периоде может пойти на сокращение объема производства при неизменных ценах на ресурсы лишь с целью такого сокращения издержек, которое позволит ей увеличить прибыль. Другими словами, если в отчетном периоде предприятие в соответствии с технологией производства может выпустить базисный объем продукции, но фирма в этом периоде производит другой, отчетный объем производства, причем цены на его факторы не меняются, то отчетное количество продукции приносит предприятию не меньшую прибыль, чем базисное. Данная формулировка принципа выявленной максимизации прибыли будет применена при анализе поведения конкурентной фирмы.

Например, если в базисном периоде соотношение между выпуском и количеством труда на фирме характеризуется точкой A , лежащей на линии равной прибыли (изоприбыли) 1, то в отчетном периоде любая точка B , лежащая на линии равной прибыли (изоприбыли) 2, будет для нее недоступна, иначе нарушится аксиома максимизации прибыли (рис. 2.21).

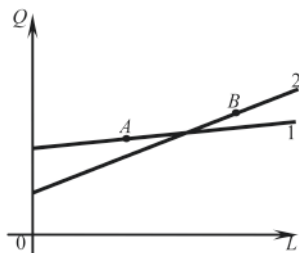


Рис. 2.21. Выявленная максимизация прибыли

Слабая аксиома выявленной максимизации прибыли утверждает:

$$p_0 q_0 - r_0 K_0 - w_0 L_0 \geq p_1 q_0 - r_1 K_0 - w_1 L_0.$$

Аналогично $p_1q_1 - r_1K_1 - w_1L_1 \geq p_0q_1 - r_0K_1 - w_0L_1$. Объединяя данные неравенства, получаем следствие из слабой аксиомы выявленной максимизации прибыли: $\Delta p \Delta q - \Delta r \Delta K - \Delta w \Delta L \geq 0$.

Вариацией решения задачи максимизации прибыли в одноэтапной постановке (2.27) — оптимальной комбинации факторов (K^*, L^*) — по параметрам этой задачи — ценам факторов производства и выпускаемого продукта (p_K, p_L, p) — являются функции производного спроса на труд и капитал:

$$K = K(p_K, p_L, p); L = L(p_K, p_L, p). \quad (2.31)$$

Рассматривая данные функции производного спроса на факторы в качестве аргументов производственной функции, можно получить функцию предложения продукции предприятием:

$$Q = Q(K(p_K, p_L, p), L(p_K, p_L, p)) = Q(p_K, p_L, p). \quad (2.32)$$

В частности, если производственная функция описывается зависимостью Кобба—Дугласа $Q = K^{1/4} L^{1/2}$, то, решая систему условия (2.28)–(2.29), можно получить траекторию развития фирмы (2.14). Использование ее в каждом из условий (2.28)–(2.29) позволяет выписать функции производного спроса на факторы хозяйственной деятельности следующего вида:

$$K = \frac{p^4}{64 p_K^2 p_L^2}, L = \frac{p^4}{32 p_K p_L^3}. \quad (2.33)$$

Соответствующая функция предложения продукции будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} Q(p_K, p_L, p) &= (K(p_K, p_L, p))^{1/4} (L(p_K, p_L, p))^{1/2} = \\ &= \left(\frac{p^4}{64 p_K^2 p_L^2} \right)^{1/4} \left(\frac{p^4}{32 p_K p_L^3} \right)^{1/2} = \frac{p^3}{16 p_K p_L^2}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Функции производного спроса (2.31) являются однородными нулевой степени по ценам факторов производства и выпускаемого продукта:

$$K(tp_K, tp_L, tp) = K(p_K, p_L, p); L(tp_K, tp_L, tp) = L(p_K, p_L, p). \quad (2.35)$$

Для доказательства данного утверждения рассмотрим задачу максимизации прибыли (2.27) при возросших в t раз ценах факторов производства и выпускаемого продукта:

$$\max_{K \geq 0, L \geq 0} PR(K, L) = \max_{K \geq 0, L \geq 0} \{tpQ(K, L) - tp_K K - tp_L L\}.$$

Для нее необходимые условия максимума (2.28)–(2.29) остаются в силе:

$$\begin{cases} tp \cdot MP_L(K, L) = tp_L, \\ tp \cdot MP_K(K, L) = tp_K, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} MP_L = \frac{p_L}{p}, \\ MP_K = \frac{p_K}{p}. \end{cases}$$

Очевидно, что ее решением является точно такая же оптимальная комбинация факторов, которая была решением исходной задачи (2.27). Таким образом, производный спрос является однородным нулевой степени по ценам факторов производства и выпускаемого продукта (2.35).

А значит, однородной нулевой степени по ценам факторов производства и выпускаемого продукта будет и функция предложения:

$$\begin{aligned} Q(tp_K, tp_L, tp) &= Q(K(tp_K, tp_L, tp), L(tp_K, tp_L, tp)) \\ &= Q(K(p_K, p_L, p), L(p_K, p_L, p)) = Q(p_K, p_L, p). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Функции производного спроса на факторы производства и предложения продукции в случае достаточной гладкости производственной функции могут быть получены с использованием леммы Хотеллинга дифференцированием функции прибыли, рассматриваемой как зависимость от вектора цен факторов и продукта, по соответствующим аргументам:

$$\frac{\partial PR(p_L, p_K, p)}{\partial p_K} = -K(p_K, p_L, p), \quad \frac{\partial PR(p_L, p_K, p)}{\partial p_L} = -L(p_K, p_L, p); \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial PR(p_L, p_K, p)}{\partial p} = Q(p_K, p_L, p). \quad (2.38)$$

Для доказательства данных утверждений выпишем полные производные функции прибыли по ценам факторов производства и выпускаемого продукта:

$$\begin{aligned} \frac{\partial PR(p_L, p_K, p)}{\partial p_K} &= p \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial p_K} + p \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial p_K} - K(p_K, p_L, p) - p_K \frac{\partial K}{\partial p_K} - p_L \frac{\partial L}{\partial p_K} = \\ &= \left(p \frac{\partial Q}{\partial K} - p_K \right) \frac{\partial K}{\partial p_K} + \left(p \frac{\partial Q}{\partial L} - p_L \right) \frac{\partial L}{\partial p_K} - K(p_K, p_L, p) = -K(p_K, p_L, p), \\ \frac{\partial PR(p_L, p_K, p)}{\partial p_L} &= p \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial p_L} + p \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial p_L} - L(p_K, p_L, p) - p_L \frac{\partial L}{\partial p_L} - p_K \frac{\partial K}{\partial p_L} = \\ &= \left(p \frac{\partial Q}{\partial K} - p_K \right) \frac{\partial K}{\partial p_L} + \left(p \frac{\partial Q}{\partial L} - p_L \right) \frac{\partial L}{\partial p_L} - L(p_K, p_L, p) = -L(p_K, p_L, p), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial PR(p_L, p_K, p)}{\partial p} &= Q(p_K, p_L, p) + p \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial p} + p \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial p} - p_K \frac{\partial K}{\partial p} - p_L \frac{\partial L}{\partial p} = \\ &= Q(p_K, p_L, p) + \left(p \frac{\partial Q}{\partial K} - p_K \right) \frac{\partial K}{\partial p} + \left(p \frac{\partial Q}{\partial L} - p_L \right) \frac{\partial L}{\partial p} = Q(p_K, p_L, p).\end{aligned}$$

Здесь были использованы условия максимизации прибыли (2.28)–(2.29).

Фактически для доказательства леммы Хотеллинга была применена теорема об огибающей (1.140). Это становится очевидным, если рассмотреть максимизацию прибыли (2.27) как задачу условной оптимизации:

$$\begin{aligned}\max_{K \geq 0, L \geq 0} PR(K, L) &= \max_{K \geq 0, L \geq 0} \{pQ - p_K K - p_L L\}: \\ Q(K, L) &\geq Q,\end{aligned}\tag{2.39}$$

где $Q(K, L)$ – значение производственной функции.

Соответствующая функция Лагранжа будет иметь вид:

$$\mathcal{L} = \lambda_0 (pQ - p_K K - p_L L) + \lambda_1 (Q(K, L) - Q),\tag{2.40}$$

где (λ_0, λ_1) – вектор множителей Лагранжа.

Необходимыми для связанной максимизации прибыли являются условия:

стационарности функции Лагранжа по объемам используемых факторов производства:

$$\begin{cases} \lambda_1 MP_K = \lambda_0 p_K, \\ \lambda_1 MP_L = \lambda_0 p_L; \end{cases}$$

дополняющей нежесткости:

$$\lambda_1 (Q(K, L) - Q) = 0, Q(K, L) \geq Q;$$

а также неотрицательности множителей Лагранжа:

$$\lambda_0 \geq 0, \lambda_1 \geq 0.$$

При этом вектор множителей Лагранжа должен быть ненулевым.

Предполагая, что $\lambda_1 = 0$, при предпосылке об эффективности производства (2.1) из условий стационарности функции Лагранжа по объемам факторов в силу того, что предметом анализа выступают экономические ресурсы ($p_K > 0, p_L > 0$), получаем, что и $\lambda_0 = 0$, чего не может быть, поскольку по необходимому условию экстремума вектор множителей Лагранжа является ненулевым. Тогда из условия дополняющей нежесткости

следует, что предприятие работает на границе технологического множества $Q = Q(K, L)$.

И наоборот, из условий стационарности функции Лагранжа по объемам факторов с учетом эффективности производства (2.1) при $\lambda_0 = 0$ оказывается и $\lambda_1 = 0$, чего во внутреннем оптимуме не может быть, поскольку по необходимому условию экстремума вектор множителей Лагранжа является ненулевым. Таким образом, $\lambda_0 \neq 0$, и без ограничения общности его можно положить равным единице, или, что эквивалентно, поделить на него лагранжиан, пронормировав тем самым вектор множителей Лагранжа:

$$\mathcal{L} = pQ - p_K K - p_L L + \lambda(Q(K, L) - Q), \quad (2.41)$$

где $\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} > 0$.

При этом условия стационарности функции Лагранжа по объемам факторов производства упрощаются и принимают вид (2.9).

Приравнявая полные производные целевой функции прибыли и частных производные функции Лагранжа (2.41), рассчитанные на оптимальной комбинации факторов производства $(K, L) = (K(p_K, p_L, p), L(p_K, p_L, p))$, по параметрам задачи — ценам на производственные факторы и продукцию фирмы, в соответствии с теоремой об огибающей (1.140) получаем утверждения леммы Хотеллинга (2.37)–(2.38).

Максимизация прибыли предполагает минимизацию издержек производства. Действительно, при каждом данном объеме производства, если комбинация его факторов не соответствует минимуму издержек, то прибыль фирмы всегда можно увеличить, оптимизируя сочетание факторов производства и сокращая тем самым производственные издержки. Оптимизация финансовых результатов фирмы может быть формально разложена на два этапа — минимизацию издержек при каждом данном объеме производства и выбор количества выпускаемой продукции, соответствующего максимально возможной прибыли.

Итак, при данной двухэтапной оптимизационной схеме первый шаг оптимизационной процедуры заключается в решении задачи минимизации расходов предприятия (в положительном органте затрат факторов производства) при ограничении по мощностям (2.7) и расчете для данной технологии издержек $ТС$ как функции объема выпускаемой продукции Q (2.19). Второй шаг состоит собственно в безусловной максимизации прибыли как функции от объема выпускаемой продукции. Таким образом, с помощью двухэтапной оптимизационной схемы задачу максимизации прибыли можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \max_Q PR &= \max_Q \{pQ - TC(Q, p_K, p_L)\}: \\ \begin{cases} TC(Q, p_K, p_L) = \min_{K \geq 0, L \geq 0} \{p_K K + p_L L\}: \\ Q(K, L) \geq Q. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.42)$$

В двухэтапной постановке (2.42) необходимым условием максимума функции прибыли является равенство нулю ее производной (рис. 2.22):

$$\frac{dPR}{dQ} = p - MC(Q, p_K, p_L) = 0. \quad (2.43)$$

Следовательно, максимизируя прибыль, конкурентная фирма будет выпускать такой объем продукции, при котором величина предельных издержек уравнивается с рыночной ценой:

$$p = MC(Q, p_K, p_L). \quad (2.44)$$

Условие максимизации прибыли конкурентной фирмой (2.44) определяет соотношение между оптимальным объемом производства продукции предприятием и уровнем рыночной цены, т.е. характеризует готовность фирмы производить определенный (оптимальный) объем продукции при каждом заданном уровне цены. Следовательно, равенство предельных издержек как функции объема выпускаемой продукции и ее цены (2.44) задает функцию предложения конкурентной фирмы. Таким образом, график функции предложения продукции конкурентной фирмы определяется линией предельных издержек.

Графически процедура максимизации прибыли предполагает поиск такого объема производимой продукции, при котором точка на графике выручки будет расположена как можно более высоко над соответствующей точкой на графике издержек. Необходимое условие максимума прибыли утверждает, что при данном объеме производства касательная к графику прибыли будет горизонтальной, а угловые коэффициенты касательных к графикам издержек и выручки будут равны (см. верхнюю часть рис. 2.22). Это соответствует пересечению графиков предельных издержек (MC) и выручки (P) в нижней части рисунка 2.22.

Условию (2.44), выполнение которого необходимо для достижения максимума прибыли, могут соответствовать несколько объемов производства, в частности таковыми являются величины Q_1 и Q^* на рисунке 2.22. Однако меньший выпуск Q_1 соответствует максимальным убыткам, и Q^* является единственным объемом продукции, обеспечивающим фирме наибольшую прибыль.

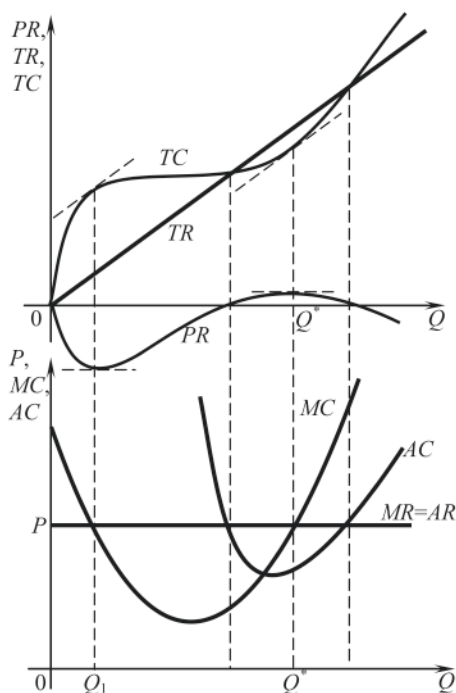


Рис. 2.22. Максимизация прибыли конкурентной фирмой

Для доказательства этого факта необходимо учесть достаточное условие максимизации прибыли для совершенно конкурентной фирмы, которое утверждает, что при объеме производства, соответствующем равенству предельных издержек и цены (2.44), вторая производная прибыли должна быть отрицательной:

$$\frac{d^2 PR}{dq^2} = \frac{d}{dq}(p - MC(q, p_K, p_L)) = -\frac{dMC}{dq} < 0.$$

Другими словами, достаточным условием максимизации прибыли в условиях совершенной конкуренции будет положительность производной предельных издержек:

$$\frac{dMC(q, p_K, p_L)}{dq} > 0. \quad (2.45)$$

Следовательно, оптимальный объем производства фирмы в условиях совершенной конкуренции Q^* будет соответствовать возрастающему

участку графика предельных издержек (рис. 2.22). А значит, и график функции предложения для конкурентной фирмы будет определяться возрастающим участком графика предельных издержек.

Пусть, например, функциональная зависимость общих издержек фирмы от количества производимой продукции имеет вид: $TC = q^3 - 6q^2 + 18q$. Определим, какое решение примет фирма по объему производства, если рыночная цена $P = 12,75$. Используя необходимое условие максимума прибыли конкурентной фирмы $MC = 3Q^2 - 12Q + 18 = P = 12,75$, получаем квадратное уравнение: $3Q^2 - 12Q + 5,25 = 0$. Решая его, получаем

два корня: $Q_1 = \frac{1}{2}$, $Q_2 = 3,5$. Достаточному условию максимизации при-

были конкурентной фирмой удовлетворяет только второй из них: лишь $Q^* = 3,5$ соответствует возрастающему сегменту предельных издержек.

Таким образом, условие (2.44) с учетом неравенства (2.45) устанавливает соотношение между произвольным уровнем рыночной цены и оптимальным объемом производства фирмы, т.е. задает функцию предложения фирмы, которая является обратной по отношению к функции предложения, полученной выше (2.32).

Например, используя функцию предельных издержек (2.21) в необходимом условии максимизации прибыли при двухэтапной схеме (2.44), можно получить функцию предложения продукции предприятием, работающим в рамках технологии Кобба–Дугласа $Q = K^{1/4} L^{1/2}$:

$$p = \sqrt[3]{16 p_K p_L^2 Q}. \quad (2.46)$$

Данная функция будет работать при любом неотрицательном объеме производства, поскольку минимум средних издержек (2.20), представляющий собой минимальный уровень цены для существования фирмы в долгосрочной перспективе, достигается в нуле и при любом положительном объеме производства

$$MC' = \frac{2}{3} \sqrt[3]{2 p_K^{\frac{1}{3}} p_L^{\frac{2}{3}} Q^{\frac{2}{3}}} > 0.$$

Очевидно, что зависимость (2.46), рассчитанная на втором этапе решения оптимизационной задачи (2.42), является обратной по отношению к функции предложения (2.34), полученной на основе одноэтапной процедуры максимизации прибыли (2.27).

Объединяя необходимые условия минимизации издержек (2.25) и максимизации прибыли (2.44), можно выписать обобщенное условие макси-

мизации прибыли предприятия в условиях совершенной конкуренции на рынке продукта и ресурса в двухэтапной постановке (2.42). Отношение предельного продукта фактора производства к его цене должно быть одинаковым для всех ресурсов и равным обратной величине множителя Лагранжа, предельных издержек производства и цены на продукцию фирмы:

$$\frac{MP_L}{p_L} = \frac{MP_K}{p_K} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{MC} = \frac{1}{p}. \quad (2.47)$$

Данное равенство представляет собой детализацию условия максимизации прибыли в одноэтапной постановке (2.30) с учетом экономического смысла множителя Лагранжа и показывает тем самым эквивалентность между одноэтапной (2.27) и двухэтапной (2.42) процедурами максимизации прибыли.

В силу однородности нулевой степени предложения и производного спроса (2.35)–(2.36) функция прибыли является однородной первой степени по ценам факторов производства и готовой продукции:

$$\begin{aligned} PR(tp_K, tp_L, tp) &= tpQ(tp_K, tp_L, tp) - tp_K K(tp_K, tp_L, tp) - \\ &\quad - tp_L L(tp_K, tp_L, tp) = tpQ(p_K, p_L, p) - \\ &\quad - tp_K K(p_K, p_L, p) - tp_L L(p_K, p_L, p) = \\ &= t(pQ(p_K, p_L, p) - p_K K(p_K, p_L, p) - p_L L(p_K, p_L, p)) = \\ &= tPR(p_K, p_L, p), t > 0. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Важным свойством функции прибыли $PR(p_K, p_L, p)$ является ее выпуклость по ценам факторов производства и выпускаемого продукта p_L , p_K и p .

Пусть комбинация факторов производства (K^*, L^*) является решением задачи максимизации прибыли (2.27) при ценах на факторы производства p_L^3, p_K^3 и цене продукта p^3 .

Другими словами, $\max PR(p_L^3, p_K^3, p^3) = p^3 Q(K^*, L^*) - p_L^3 L^* - p_K^3 K^*$.

Положим, что вектор цен на факторы производства и выпускаемую продукцию $p_3 = (p_L^3, p_K^3, p^3)$ представляет собой линейную комбинацию

некоторых векторов $p_1 = (p_L^1, p_K^1, p^1)$ и $p_2 = (p_L^2, p_K^2, p^2)$:

$$\begin{aligned} p_3 &= (p_L^3, p_K^3, p^3) = \\ &= (\lambda p_L^1 + (1-\lambda) p_L^2, \lambda p_K^1 + (1-\lambda) p_K^2, \lambda p^1 + (1-\lambda) p^2) = \\ &\quad \lambda p_1 + (1-\lambda) p_2, \lambda \in [0, 1]. \end{aligned}$$

Тогда имеет место следующее соотношение:

$$\begin{aligned} PR(p_L^3, p_K^3, p^3) &= p^3 Q(K^*, L^*) - p_L^3 L^* - p_K^3 K^* = \\ &= \lambda p^1 Q + (1-\lambda) p^2 Q - \lambda p_L^1 L^* - (1-\lambda) p_L^2 L^* - \lambda p_K^1 K^* - (1-\lambda) p_K^2 K^* = \\ &= \lambda (p^1 Q - p_L^1 L^* - p_K^1 K^*) + (1-\lambda) (p^2 Q - p_L^2 L^* - p_K^2 K^*). \end{aligned}$$

Заметим, что комбинация факторов производства (K^*, L^*) , дающая

максимальную прибыль при ценах на факторы производства p_L^3, p_K^3 и цене выпускаемого продукта p^3 , не является оптимальной с точки зрения максимизации прибыли при ценах p_L^1, p_K^1, p^1 и p_L^2, p_K^2, p^2 :

$$\begin{aligned} p^1 Q(K^*, L^*) - p_L^1 L^* - p_K^1 K^* &\leq PR(p_L^1, p_K^1, p^1) \\ \text{и } p^2 Q(K^*, L^*) - p_L^2 L^* - p_K^2 K^* &\leq PR(p_L^2, p_K^2, p^2). \end{aligned}$$

Тем самым, приходим к неравенству Йенсена, характеризующему выпуклую зависимость прибыли $PR = PR(p_L, p_K, p)$ от цен факторов производства p_L, p_K и выпускаемого продукта p :

$$\begin{aligned} PR(\lambda p_L^1 + (1-\lambda) p_L^2, \lambda p_K^1 + (1-\lambda) p_K^2, \lambda p^1 + (1-\lambda) p^2) &\leq \\ &\leq \lambda PR(p_L^1, p_K^1, p^1) + (1-\lambda) PR(p_L^2, p_K^2, p^2), \end{aligned}$$

или в векторной форме:

$$PR(\lambda p_1 + (1-\lambda) p_2) \leq \lambda PR(p_1) + (1-\lambda) PR(p_2).$$

Как показано на рисунке 2.23, при снижении цены продукта ($p^2 < p^1$) и сокращении его продаваемого количества ($Q_2 < Q_1$) угловой коэффициент касательной к графику функции прибыли уменьшается: $tg\beta < tg\alpha$, по-

скольку по лемме Хотеллинга (2.38) $tg\alpha = \frac{\partial PR}{\partial p}(p^1) = Q_1$, $tg\beta = \frac{\partial PR}{\partial p}(p^2) = Q_2$.

Обратим внимание на то, что в случае единственности оптимального набора факторов ($K > 0, L > 0$), представляющего собой внутренний оптимум, которая будет иметь место при строгой вогнутости производственной функции, неравенства выше, в том числе и неравенство Йенсена, будут строгими, а значит, будет иметь место строгая выпуклость функции прибыли по ценам факторов производства и выпускаемого продукта.

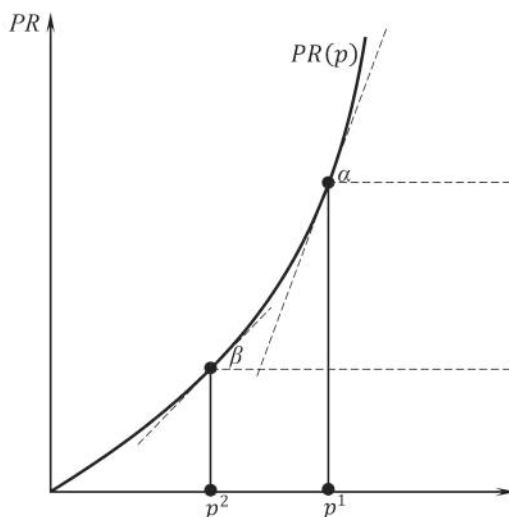


Рис. 2.23. Выпуклость функции прибыли по цене продукта

Если выше однородность первой степени функции прибыли по ценам факторов и продукции (2.48) была выведена из однородности нулевой степени производного спроса (2.35) и предложения (2.36), то лемма Хотеллинга (2.37) позволяет, наоборот, доказать однородность нулевой степени функций производного спроса и предложения, исходя из однородности первой степени прибыли. Действительно, дифференцируя по цене любого из факторов, а также цене выпускаемой продукции выражение, характеризующее однородность первой степени функции прибыли по ценам (2.48) и применяя лемму Хотеллинга (2.37)–(2.38):

$$\begin{aligned} \frac{\partial PR(tp_K, tp_L, tp)}{\partial p_K} &= \frac{\partial PR(tp_K, tp_L, tp)}{\partial (tp_K)} \cdot \frac{\partial (tp_K)}{\partial p_K} = \\ &= -tK(tp_K, tp_L, tp) = t \frac{\partial PR(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} = -tK(p_K, p_L, p), \\ \frac{\partial PR(tp_K, tp_L, tp)}{\partial p_L} &= \frac{\partial PR(tp_K, tp_L, tp)}{\partial (tp_L)} \cdot \frac{\partial (tp_L)}{\partial p_L} = \\ &= -tL(tp_K, tp_L, tp) = t \frac{\partial PR(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} = -tL(p_K, p_L, p), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial PR(tp_K, tp_L, tp)}{\partial p} &= \frac{\partial PR(tp_K, tp_L, tp)}{\partial(tp)} \cdot \frac{\partial(tp)}{\partial p} = \\ &= tQ(tp_K, tp_L, tp) = t \frac{\partial PR(p_K, p_L, p)}{\partial p} = tQ(p_K, p_L, p),\end{aligned}$$

приходим к однородности нулевой степени функций производного спроса (2.35) и предложения (2.36).

Выпуклость функции прибыли позволяет сформулировать несколько важных свойств функций производного спроса и предложения.

Функции производного спроса на труд и капитал являются невозрастающими по ценам соответствующих факторов — труда и капитала, а функция предложения — неубывающей по цене выпускаемой продукции:

$$\begin{aligned}\frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} &\leq 0, \quad \frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} \leq 0, \\ \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p} &\geq 0.\end{aligned}$$

Действительно, если функция прибыли является дважды дифференцируемой, то ее «чистые» частные производные второго порядка, которые по лемме Хотеллинга (2.37) представляют собой функции производного спроса на факторы производства со знаком минус и предложения, будут неотрицательными, ведь в силу выпуклости функции прибыли по ценам факторов и продукта ее матрица Гессе должна быть положительно полуопределенной:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 PR(p_K, p_L, p)}{\partial p_K^2} &= -\frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} \geq 0, \\ \frac{\partial^2 PR(p_K, p_L, p)}{\partial p_L^2} &= -\frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} \geq 0, \\ \frac{\partial^2 PR(p_K, p_L, p)}{\partial p^2} &= \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p} \geq 0.\end{aligned}$$

Во внутренних оптимумах при строгой вогнутости технологии производства, когда функция прибыли строго выпукла по ценам факторов и выпускаемой продукции, а значит, ее матрица Гессе является положительно определенной, производный спрос на труд и капитал является убывающей функцией цены соответствующего фактора — труда и капитала, а предложение — возрастающей функцией цены продукта:

$$\frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} < 0, \frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} < 0,$$

$$\frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p} > 0.$$

Таким образом, имеют силу так называемые закон спроса на факторы производства и закон предложения продукции фирмой.

Наконец, следует отметить, что, если функция прибыли является дважды непрерывно дифференцируемой, то перекрестные эффекты замещения равны между собой:

$$\frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} = \frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_K}.$$

Действительно, по лемме Хотеллинга (2.37)

$$\frac{\partial^2 PR(p_K, p_L, p)}{\partial p_K \partial p_L} = \frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_L}, \frac{\partial^2 PR(p_K, p_L, p)}{\partial p_L \partial p_K} = \frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_K}.$$

При этом по теореме Шварца, если вторые частные производные функции прибыли непрерывны, то они равны между собой, т.е. значения непрерывных вторых частных производных не зависят от порядка дифференцирования:

$$\frac{\partial^2 PR(p_K, p_L, p)}{\partial p_K \partial p_L} = \frac{\partial^2 PR(p_K, p_L, p)}{\partial p_L \partial p_K},$$

что в свою очередь подразумевает симметричность перекрестных эффектов замещения.

2.4. Двойственность в теории производства: эффекты замещения и выпуска

Очевидно, что максимизация прибыли предполагает минимизацию издержек производства. Поэтому если использовать в качестве ограничения по выпуску в задаче минимизации издержек объем производства, максимизирующий прибыль, то оптимальные затраты факторов для данных оптимизационных задач будут совпадать. Если подставить найденный в (2.44) оптимальный выпуск в функции условного спроса на факторы производства, выведенные на первом этапе двухэтапной постановки, то можно получить оптимальную комбинацию факторов производства.

Отметим, что данные значения могут быть получены также с помощью леммы Шепарда дифференцированием функции издержек по ценам факторов производства при оптимальной величине выпуска продукции. Полученные таким образом оптимальные объемы использования труда и капитала будут соответствовать оптимальным затратам факторов, полученным в одноэтапной постановке с помощью функций производного спроса на ресурсы.

В свою очередь, получив оптимальные затраты факторов производства из функций производного спроса в одноэтапной постановке, можно подставить их в производственную функцию и получить оптимальный выпуск. Он будет в точности равен выпуску, найденному из соотношения (2.44) на втором этапе двухэтапной постановки. Это является отражением эквивалентности одноэтапной и двухэтапной постановки задачи максимизации прибыли фирмой (рис. 2.24).

Таким образом, справедливы следующие тождества условного и производного спроса в точке максимума прибыли:

$$K(p_K, p_L, p) \equiv K^h(p_K, p_L, Q(p_K, p_L, p)); \quad (2.49)$$

$$L(p_K, p_L, p) \equiv L^h(p_K, p_L, Q(p_K, p_L, p)); \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} K(p_K, p_L, p(p_K, p_L, Q)) &\equiv K(p_K, p_L, MC(p_K, p_L, Q)) \equiv \\ &\equiv K^h(p_K, p_L, Q); \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} L(p_K, p_L, p(p_K, p_L, Q)) &\equiv L(p_K, p_L, MC(p_K, p_L, Q)) \equiv \\ &\equiv L^h(p_K, p_L, Q). \end{aligned} \quad (2.52)$$



Рис. 2.24. Двойственность в производстве

С одной стороны, данные тождества условного и производного спроса на факторы позволяют установить эквивалентность между процедурами одноэтапной (2.27), (2.39) и двухэтапной (2.42) максимизации прибыли. С другой стороны, они демонстрируют эквивалентность условий достижения оптимального финансового результата (2.28)–(2.30), (2.9), (2.47) в различных подходах к одноэтапной процедуре поиска максимума прибыли, представляющих собой задачу условной (2.39) либо безусловной (2.27) оптимизации.

Обратим внимание на то, что при трактовке максимизации прибыли как задачи условной оптимизации (2.39) объем выпускаемой продукции Q выступает в качестве одного из параметров. Применительно к данной задаче и соответствующему лагранжиану (2.41) теорема об огибающей (1.140) свидетельствует о том, что производная прибыли по объему производства равняется разности между ценой продукта и множителя Лагранжа:

$$\frac{dPR}{dQ} = p - \lambda.$$

При этом, используя эквивалентность одноэтапной (2.39) и двухэтапной (2.42) процедуры финансовой оптимизации, а также условие максимума прибыли — равенство нулю ее производной (2.43), можно показать экономический смысл множителя Лагранжа в задаче связанной максимизации прибыли в одноэтапной постановке (2.39) как цены выпускаемой продукции и одновременно предельных издержек производства: $\lambda = p = MC$. Это позволяет посредством цепочки равенств (2.47) продемонстрировать совпадение условий оптимальности финансового результата фирмы (2.28)–(2.29) и (2.9) установить эквивалентность альтернативных подходов к максимизации прибыли с точки зрения комбинации факторов производства как экстремальной задачи без ограничений (2.27) и при наличии ограничения (2.39).

Тождества условного и производного спроса позволяют показать механизм воздействия изменения цены фактора производства на величину спроса на него. Продифференцировав тождества (2.49)–(2.50) по ценам соответствующих факторов, можно провести декомпозицию прямого общего эффекта цены фактора на прямые эффекты замещения и выпуска:

$$\begin{aligned}\frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} &= \frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K} + \frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p_K}, \\ \frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} &= \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L} + \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p_L}.\end{aligned}$$

Аналогичным образом, дифференцируя тождества производного и условного спроса для капитала (2.49) и труда (2.50) по цене другого фактора — соответственно, труда и капитала, получаем уравнение декомпозиции перекрестного общего эффекта цены фактора на перекрестные эффекты замещения и выпуска:

$$\frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} = \frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_L} + \frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p_L};$$

$$\frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} = \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial p_K} + \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p_K}.$$

Приведем пример декомпозиции общего эффекта цены фактора на прямые эффекты замещения и выпуска для технологии Кобба—Дугласа $Q = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{2}}$. Поскольку в данном случае функции производного спроса на капитал и труд имеют вид (2.33), постольку общие прямые эффекты цен факторов будут выглядеть так:

$$\frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} = -\frac{p^4}{32 p_K^3 p_L^2}, \quad \frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} = -\frac{3p^4}{32 p_K p_L^4}.$$

Учитывая полученные выше функции условного спроса на факторы (2.15)–(2.16) и предложения (2.34), можно получить выражения прямых эффектов замещения:

$$\frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q(p_K, p_L, p))}{\partial p_K} = -\frac{2^{\frac{1}{3}} p_L^{\frac{2}{3}} Q^{\frac{4}{3}}}{3 p_K^{\frac{5}{3}}} = -\frac{2^{\frac{1}{3}} p_L^{\frac{2}{3}} p^4}{3 p_K^{\frac{5}{3}} 2^{\frac{16}{3}} p_K^{\frac{4}{3}} p_L^{\frac{8}{3}}} = -\frac{p^4}{96 p_K^3 p_L^2},$$

$$\frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q(p_K, p_L, p))}{\partial p_L} = -\frac{2^{\frac{1}{3}} p_K^{\frac{1}{3}} Q^{\frac{4}{3}}}{3 p_L^{\frac{4}{3}}} = -\frac{2^{\frac{1}{3}} p_K^{\frac{1}{3}} p^4}{3 p_L^{\frac{4}{3}} 2^{\frac{16}{3}} p_K^{\frac{4}{3}} p_L^{\frac{8}{3}}} = -\frac{p^4}{96 p_K p_L^4}.$$

Рассчитав производные условного спроса по объему производства с учетом функции предложения (2.34):

$$\frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} = \frac{4}{3} \left(\frac{p_L}{2 p_K} \right)^{\frac{2}{3}} Q^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3} \left(\frac{p_L}{2 p_K} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{p}{2^{\frac{4}{3}} p_K^{\frac{1}{3}} p_L^{\frac{2}{3}}} = \frac{p}{3 p_K},$$

$$\frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} = \frac{4}{3} \left(\frac{2 p_K}{p_L} \right)^{\frac{1}{3}} Q^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3} \left(\frac{2 p_K}{p_L} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{p}{2^{\frac{4}{3}} p_K^{\frac{1}{3}} p_L^{\frac{2}{3}}} = \frac{2p}{3 p_L},$$

а также производные функции предложения по ценам факторов:

$$\frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} = -\frac{p^3}{16p_K^2 p_L^2}, \quad \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} = -\frac{p^3}{8p_K p_L^3},$$

выписываем выражения для прямых эффектов выпуска:

$$\frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial p_K} = -\frac{p}{3p_K} \frac{p^3}{16p_K^2 p_L^2} = -\frac{p^4}{48p_K^3 p_L^2},$$

$$\frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial p_L} = -\frac{2p}{3p_L} \frac{p^3}{8p_K p_L^3} = -\frac{p^4}{12p_K p_L^4}.$$

Таким образом, получаем декомпозицию прямых общих эффектов цен факторов на эффекты дохода и замещения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K(p_K, p_L, p)}{\partial p_K} &= -\frac{p^4}{32p_K^3 p_L^2} = -\frac{p^4}{96p_K^3 p_L^2} - \frac{p^4}{48p_K^3 p_L^2} = \\ &= \frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q(p_K, p_L, p))}{\partial p_K} + \frac{\partial K^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p_K}, \\ \frac{\partial L(p_K, p_L, p)}{\partial p_L} &= -\frac{3p^4}{32p_K p_L^4} = -\frac{p^4}{96p_K p_L^4} - \frac{p^4}{12p_K p_L^4} = \\ &= \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q(p_K, p_L, p))}{\partial p_L} + \frac{\partial L^h(p_K, p_L, Q)}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q(p_K, p_L, p)}{\partial p_L}. \end{aligned}$$

Прокомментируем экономический смысл эффекта выпуска, который присутствует в задаче максимизации прибыли наряду с эффектом замещения ($[L_1 L_3]$ на рис. 2.28), имеющим место при минимизации издержек. Эффект выпуска состоит в том, что при изменении, допустим, снижении цены одного из факторов производства, например труда, тот же объем продукта, что и ранее, может быть выпущен с меньшими издержками, или, что то же самое, при прежних затратах в денежном выражении возможно изготовить больше продукции ($\bar{Q}_2$ на рис. 2.28) по сравнению с ее величиной, выступающей в качестве ограничения в задаче ($\bar{Q}_1$ на рис. 2.28). Ведь если изокванты выпуклы к началу координат, то издержки производства являются возрастающей функцией объема производства Q . Следовательно, в силу того, что L — нормальный ресурс, объем трудозатрат будет расти (от L_3 до L' на рис. 2.25). Таким образом, в результате снижения цены фактора производства происходит смещение вниз графика издержек (от TC_1 до TC_2 на рис. 2.25).

Опираясь на лемму Шепарда (2.26), предполагая непрерывность соответствующих вторых производных, можно увидеть, что для нормального ресурса

$$\frac{\partial MC}{\partial p_L} = \frac{\partial}{\partial p_L} \left(\frac{\partial TC}{\partial Q} \right) = \frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{\partial TC}{\partial p_L} \right) = \frac{\partial x_L(p_L, p_K, Q)}{\partial Q} > 0.$$

Действительно, для нормального ресурса переход на более высокую изокванту за счет параллельного сдвига изокосты, при фиксированных ценах на факторы производства будет означать увеличение объема его использования. Итак, данное неравенство показывает, что при снижении ставки заработной платы величина предельных издержек сократится при каждом заданном объеме производства Q , т.е. график $MC(Q)$ сместится вниз (рис. 2.25).

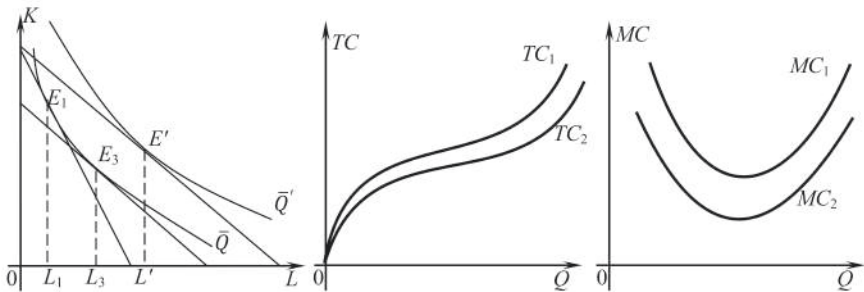


Рис. 2.25. Эффекты замещения и выпуска при снижении ставки заработной платы

Возникающее в результате, скажем, снижения цены одного из факторов производства — труда — смещение графика совокупных издержек производства означает одновременно сдвиг вниз и линии предельных издержек, что будет иметь следствием увеличение оптимального объема продукции, а значит, и спроса на рабочую силу.

Действительно, пусть $MC_1(Q_1^*) = P = MC_2(Q_2^*)$, где изменение функции предельных издержек от $MC_1(Q)$ к $MC_2(Q)$ происходит за счет эффекта выпуска при бесконечно малом снижении, скажем, ставки заработной платы $dw < 0$, а значит, $dMC < 0$, т.е. $MC_2(Q_1^*) < MC_1(Q_1^*)$. Пусть $MC_2(Q_1^*) = P'$. Имеем: $MC_2(Q_1^*) = P' < P = MC_1(Q_1^*)$. При переходе к более высокой цене (от $P' = MC_2(Q_1^*)$ к $P = MC_2(Q_2^*)$) происходит перемещение вдоль кривой предельных издержек: $dMC_2 > 0$. Следовательно, оптимальный объем производства в соответствии с кривой предельных издержек MC_2 возрастет,

ведь, по достаточному условию, в точке максимума прибыли $\frac{dMC}{dQ} > 0$,

а значит, $dQ < 0$, т.е. $Q_2^* > Q_1^*$. С увеличением оптимального объема производства растут и выручка, и издержки, и, если предположить, что L — нормальный ресурс, то рост Q , а значит, и расходов приведет к увеличению спроса на рабочую силу (от L_3 до L_2 на рис. 2.26).

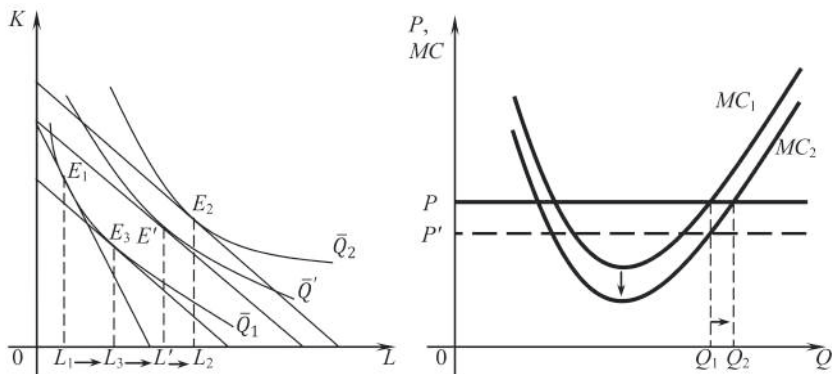


Рис. 2.26. Прямые эффекты замещения и выпуска, возникающие при снижении ставки заработной платы

В отличие от прямых эффектов ($[K_1K_3]$ и $[K_3K_2]$) перекрестные эффекты замещения и выпуска, возникающие при снижении ставки арендной платы, для нормальных ресурсов противоположно направлены (соответственно, $[L_1L_3]$ и $[L_3L_2]$ на рис. 2.27).

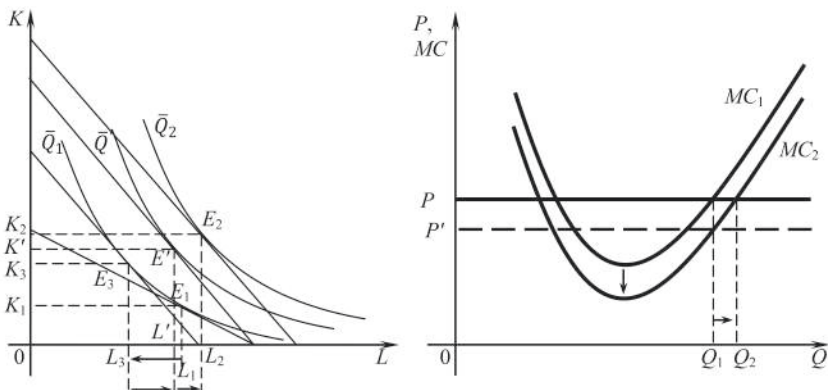


Рис. 2.27. Перекрестные эффекты замещения и выпуска, возникающие при снижении ставки арендной платы

Рисунок 2.28 подытоживает анализ декомпозиции общего эффекта цены фактора производства, сводя все возникающие при этом эффекты вместе, в единой системе координат.

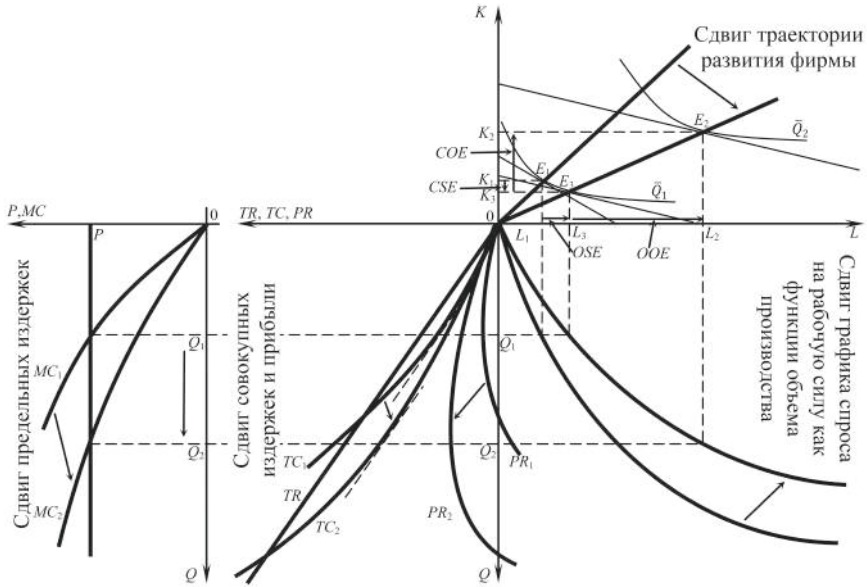


Рис. 2.28. Эффекты замещения и выпуска при снижении ставки заработной платы

Приведем пример расчета эффектов замещения и выпуска для фирмы с производственной функцией $Q = K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{3}}$, действующей в условиях совершенной конкуренции, когда ставка заработной платы падает с уровня 4 до уровня 2, а ставка арендной платы и цена готовой продукции неизменны и равны, соответственно, 3 и 384.

Рассчитаем предельные продукты капитала $MP_K = \frac{1}{4}K^{-\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{3}}$ и труда $MP_L = \frac{1}{3}K^{\frac{1}{4}}L^{-\frac{2}{3}}$. Используя выражение предельной нормы технологического замещения капитала трудом как отношение предельных продуктов факторов, получаем эквимаргинальное условие:

$$MRTS_{KL} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{1}{3} K^{\frac{1}{4}} L^{-\frac{2}{3}}}{\frac{1}{4} K^{-\frac{3}{4}} L^{\frac{1}{3}}} = \frac{4K}{3L} = \frac{p_L}{p_K},$$

которое задает соотношения между затратами факторов производства, минимизирующими его издержки, т.е. так называемую траекторию раз-

вития фирмы: $K = \frac{3p_L}{4p_K} L$, или $L = \frac{4p_K}{3p_L} K$.

Подставляя данные соотношения в производственную функцию, приходим к зависимостям между количеством выпускаемой продукции и объемами затрат факторов:

$$Q = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{3}} = K^{\frac{1}{4}} \left(\frac{4p_K}{3p_L} K \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{4p_K}{3p_L} \right)^{\frac{1}{3}} K^{\frac{7}{12}}, \text{ а значит, } K = \left(\frac{3p_L}{4p_K} \right)^{\frac{4}{7}} Q^{\frac{12}{7}};$$

$$Q = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3p_L}{4p_K} L \right)^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3p_L}{4p_K} \right)^{\frac{1}{4}} L^{\frac{7}{12}}, \text{ следовательно, } L = \left(\frac{4p_K}{3p_L} \right)^{\frac{3}{7}} Q^{\frac{12}{7}}.$$

Выведем функцию общих издержек производства. Для этого подставим полученные выше зависимости между объемом производства и его факторами в выражение себестоимости продукции:

$$TC = p_K K + p_L L = p_K \left(\frac{3p_L}{4p_K} \right)^{\frac{4}{7}} Q^{\frac{12}{7}} + p_L \left(\frac{4p_K}{3p_L} \right)^{\frac{3}{7}} Q^{\frac{12}{7}} = \frac{7}{12} (4p_K)^{\frac{3}{7}} (3p_L)^{\frac{4}{7}} Q^{\frac{12}{7}}.$$

Средние издержки — это общие в расчете на единицу выпуска:

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{7}{12} (4p_K)^{\frac{3}{7}} (3p_L)^{\frac{4}{7}} Q^{\frac{5}{7}}. \text{ Взяв производную общих издержек по объ-}$$

ему выпускаемой продукции, получаем функцию предельных издержек

$$\text{производства: } MC = \frac{dTC}{dQ} = (4p_K)^{\frac{3}{7}} (3p_L)^{\frac{4}{7}} Q^{\frac{5}{7}}.$$

Рассчитаем характеристики деятельности предприятия, максимизирующего прибыль. Необходимое условие ее максимума — это равенство

$$\text{предельных издержек рыночной цене продукта: } MC = (4p_K)^{\frac{3}{7}} (3p_L)^{\frac{4}{7}} Q^{\frac{5}{7}} = p.$$

Следовательно, функция предложения продукции для данной конкурентной фирмы имеет вид: $Q = \frac{p^{\frac{7}{5}}}{(4p_K)^{\frac{3}{5}}(3p_L)^{\frac{4}{5}}}$. Отметим, что данная функция

будет работать при любом неотрицательном объеме производства, поскольку минимум средних издержек, необходимый для существования фирмы в долгосрочной перспективе, достигается в нуле.

Подставляя в функцию предложения значения рыночных цен на продукт и производственные факторы ($p_K = 3, p_L = 4, p = 384$), получаем оптимальный объем производства для данной фирмы: $Q^* = 128$. Используя полученные выше соотношения между объемом выпускаемой продукции и оптимальными затратами факторов, рассчитываем их значения для фирмы, максимизирующей прибыль: $K^* = L^* = 4096$.

Снижение ставки заработной платы с 4 до 2 приводит к сдвигу траектории развития фирмы от $K = L$ к $K = \frac{L}{2}$ (рис. 2.28), а значит, и к изме-

нению зависимостей между капиталом- и трудозатратами и объемом выпускаемой продукции. Первоначально они выглядели так: $K_1 = L_1 = Q^{\frac{7}{7}}$. При новом соотношении цен на факторы производства они становятся такими: $K_2 = \left(\frac{Q}{\sqrt[3]{2}}\right)^{\frac{12}{7}}$, $L_2 = \left(\sqrt[4]{2}Q\right)^{\frac{12}{7}}$.

Это вызывает сдвиг функций общих издержек производства: если исходно они имели вид $TC_1 = 7Q^{\frac{12}{7}}$, то теперь они растягиваются вниз и становятся равными $TC_2 = 7\left(\frac{Q}{\sqrt[3]{2}}\right)^{\frac{12}{7}}$.

Следовательно, происходит смещение вниз и графика функции предельных издержек: если исходно они имели вид $MC_1 = 12Q^{\frac{5}{7}}$, то теперь их выражение меняется на $MC_2 = 12\sqrt[3]{2}\left(\frac{Q}{2}\right)^{\frac{5}{7}}$.

А значит, при неизменном уровне рыночной цены на продукцию фирмы новое условие максимизации прибыли $p = 384 = MC_2 = 12\sqrt[3]{2}\left(\frac{Q}{2}\right)^{\frac{5}{7}}$ свидетельствует об увеличении оптимального объема производства

с $Q_1^* = 128$ до $Q_2^* \approx 223$ и, соответственно, затрат факторов с $K_1^* = L_1^* = 4096$ до $K_2^* \approx 7882$, $L_2^* \approx 15765$.

Для того чтобы выделить в общем эффекте изменения ставки заработной платы эффект замещения относительно подешевевшим трудом относительно подорожавшего капитала, рассчитаем вспомогательный, виртуальный оптимум E_3 , соответствующий минимизации издержек при исходном объеме производства ($\bar{Q}_1 = 128$) и новом соотношении цен на его факторы ($r = 3, p_L^2 = 2$): $K_3 \approx 3043$, $L_3 \approx 6086$.

Таким образом, прямые эффекты замещения и выпуска соответственно составляют $CSE = 1990$, $OOE = 9679$; а перекрестные эффекты — соответственно $CSE = -1053$, $OOE = 4839$.

2.5. Элементы теории запасов: спрос фирмы на денежные средства

Рассмотрим модель Баумоля–Тобина¹, позволяющую получить функцию спроса экономического агента (индивида или фирмы) на кассовые остатки. В рамках этой модели предполагается, что в распоряжение фирмы (индивида) в течение каждого, определенного периода времени поступает фиксированная денежная сумма. Экономический агент может получить процентный доход от размещения денег на сберегательном банковском счете или в ценных бумагах:

$$TR = \left(\frac{Y}{2} - \frac{Y}{2N} \right) i = \frac{Y(N-1)}{2N} i, \quad (2.53)$$

где Y — доход, поступающий в начальный момент ($Y = Y$) и полностью, равными частями расходуемый в течение данного периода ($Y = 0$), по-

этому $\bar{Y} = \frac{Y - Y}{2} = \frac{Y - 0}{2} = \frac{Y}{2}$ — средний доход за анализируемый пе-

риод, N — количество частей, на которые делится равномерно используемый доход, т.е. число снятий денег со счета в банке (или продаж ценных бумаг) в течение данного временного отрезка; другими словами,

$M = \frac{Y}{N}$ — одновременно снимаемая со счета сумма денег. Поскольку

¹ Уильям Джек Баумоль (1922–2017) — американский экономист. Джеймс Тобин (1918–2002) — американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1981 г.

данная сумма M полностью расходуется к моменту следующего получения денег, $\bar{M} = \frac{M+0}{2} = \frac{M}{2} = \frac{\bar{Y}}{N} = \frac{Y}{2N}$ – средняя сумма денег на руках экономического агента; $\bar{Y} - \bar{M} = \bar{Y} - \frac{\bar{Y}}{N} = \frac{Y(N-1)}{2N}$ – средняя величина остатков денежных средств на счете в банке (рис. 2.29).

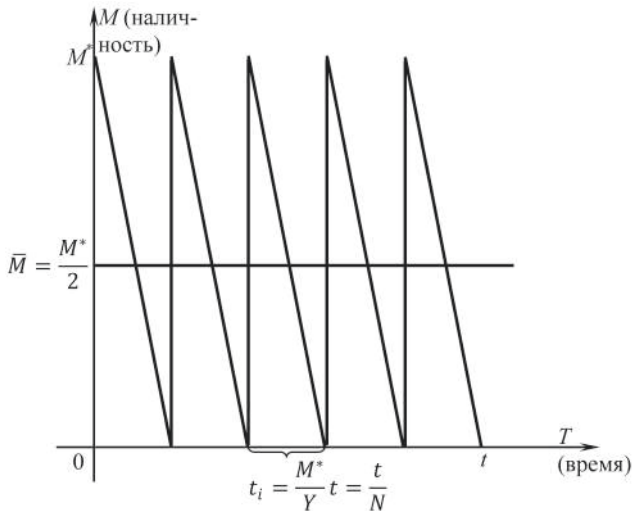


Рис. 2.29. Динамика получения наличных денег и их расходования

Данную разность можно получить, рассматривая последовательность снятий денег со счета экономическим агентом. Деньги снимаются со счета равномерно, суммами, равными Y / N . В конце периода с учетом объема и продолжительности хранения на счете денежной суммы выплачиваются простые проценты. Дольше всего, $(N-1) / N$ отчетного периода, на счете будет оставаться сумма в размере $Y - \frac{(N-1)Y}{N} = \frac{Y}{N}$. Она будет снята за $1 / N$ до окончания срока расходования средств. На данную сумму будет начислен процент в размере $\left(Y - \frac{(N-1)Y}{N} \right) \frac{(N-1)}{N} i$. Сумма в размере $Y - \frac{(N-2)Y}{N} = \frac{2Y}{N}$ пролежит на счете $(N-2) / N$ отчетного периода, и на

нее будет начислен процент $\left(Y - \frac{(N-2)Y}{N}\right) \frac{(N-2)}{N} i$. При расчете суммарных процентных начислений по данным двум денежным суммам необходимо сделать поправку для избегания двойного счета, поскольку проценты по первой из них составляют часть начислений по второй:

$$\left(Y - \frac{(N-2)Y}{N} - \frac{Y}{N}\right) \frac{(N-2)}{N} i + \left(Y - \frac{(N-1)Y}{N}\right) \frac{(N-1)}{N} i.$$

Рассуждая аналогичным образом, получаем суммарную величину начисленных процентов на остающиеся во вкладе сбережения¹:

$$\begin{aligned} TR &= \left(Y - \frac{(N-(N-1))Y}{N} - \frac{(N-2)Y}{N}\right) \frac{(N-(N-1))}{N} i + \\ &+ \left(Y - \frac{(N-(N-2))Y}{N} - \frac{(N-3)Y}{N}\right) \frac{(N-(N-2))}{N} i + \dots \\ &+ \left(Y - \frac{(N-2)Y}{N} - \frac{Y}{N}\right) \frac{(N-2)}{N} i + \left(Y - \frac{(N-1)Y}{N}\right) \frac{(N-1)}{N} i = \\ &= \frac{Yi}{N^2} + \frac{2Yi}{N^2} + \dots + \frac{(N-2)Yi}{N^2} + \frac{(N-1)Yi}{N^2} = \frac{Y(N-1)}{2N} i. \end{aligned}$$

Допустим, что транзакционные издержки одного посещения банка (или брокерское вознаграждение), т.е. средние транзакционные издержки F , постоянны. Тогда общие транзакционные издержки пропорциональны числу посещений банка N :

$$TC_{\text{тр}} = FN. \quad (2.54)$$

С учетом (2.53)–(2.54) максимизация прибыли экономическим агентом будет выглядеть так:

$$\max_N PR = \max_N (TR - TC) = \max_N \left(\frac{Y(N-1)}{2N} i - FN \right).$$

Необходимое условие максимума функции прибыли – равенство нулю ее первой производной (рис. 2.30):

¹ Ср.: Дорошенко М. Е. Анализ неравновесных состояний и процессов в макроэкономических моделях. М.: ТЕИС, 2000.

$$PR' = MR - MC = \frac{Y_i}{2N^2} - F = 0.$$

Следовательно, оптимальное число снятий денег со счета составляет (рис. 2.30):

$$N^* = \sqrt{\frac{Y_i}{2F}}. \quad (2.55)$$

Отметим, что вторая производная функции прибыли отрицательна:

$$PR'' = -\frac{Y_i}{N^3} < 0,$$

поэтому число снятий денег со счета (2.55) доставляет именно максимум прибыли.

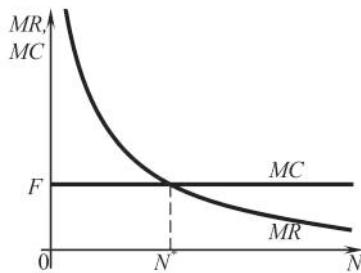


Рис. 2.30. Оптимальное количество снятий денег с точки зрения максимизации прибыли

Отсюда оптимальная величина средней суммы денег в виде наличности на руках у экономического агента равна:

$$\bar{M} = \sqrt{\frac{YF}{2i}}. \quad (2.56)$$

Поскольку денежные средства, находящиеся на руках экономического агента, $\bar{M}$ могли бы оставаться в банке и приносить процентный доход, альтернативные издержки снятия денег со счета можно записать так:

$$TC_0 = \frac{Y}{2N} i.$$

Общие затраты по поддержанию достаточного объема денежной наличности определяются суммированием альтернативных и транзакционных издержек. С учетом (2.54) имеем:

$$TC = TC_{\text{ал}} + TC_{\text{тр}} = \frac{Y}{2N}i + FN. \quad (2.57)$$

Оптимизацию поведения экономического агента можно трактовать не только в терминах максимизации прибыли, но и — минимизации издержек:

$$\min_N TC = \min_N \left(\frac{Y}{2N}i + FN \right).$$

Необходимое условие минимума функции издержек — равенство нулю ее первой производной (рис. 2.31):

$$TC' = -\frac{Yi}{2N^2} + F = 0,$$

откуда вытекает оптимальное число снятий денег с банковского счета (2.55).

Рассчитав вторую производную функции издержек:

$$TC'' = \frac{Yi}{N^3} > 0,$$

можно убедиться, что найденное значение N^* соответствует именно их минимальному, а не максимальному значению.

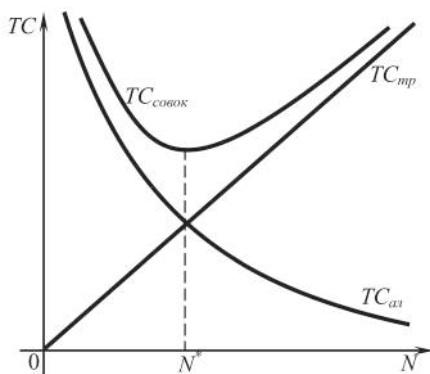


Рис. 2.31. Минимизация издержек, связанных с хранением наличности

Проиллюстрируем действие модели Баумоля–Тобина на числовом примере. Допустим, что доход экономического агента составляет 90 000 руб. в месяц. Транзакционные издержки одного посещения банка

равны 32 руб. Банковская ставка процента составляет 12,6825 процента годовых.

Исходя из принципа начисления сложных процентов, получаем, что $i = \sqrt[12]{1,12685} - 1 \approx 0,01$, т.е. 1% в месяц. Тогда

$$N^* \approx \sqrt{\frac{90000 \cdot 0,01}{2 \cdot 32}} = 3,75.$$

Сравним величину прибыли экономического агента при ближайших целых величинах снятий денег.

$$\text{При } N=4 \text{ } PR = \frac{90000 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot 0,01 - 32 \cdot 4 = 209,5;$$

$$\text{а при } N=3 \text{ } PR = \frac{90000 \cdot 2}{2 \cdot 3} \cdot 0,01 - 32 \cdot 3 = 204.$$

Поэтому, учитывая принцип максимизации прибыли, можно сделать вывод, что оптимальное число снятий денег со счета в банке равно 4, а спрос индивида на наличность в соответствии с моделью Баумоля–Тобина составляет:

$$\bar{M} \approx \sqrt{\frac{90000 \cdot 32}{2 \cdot 0,01}} = 12000.$$

Средняя величина остатков денежных средств на счете в банке будет определяться следующим соотношением:

$$\bar{Y} - \bar{M} = \frac{90000 \cdot 3}{2 \cdot 4} = 33750.$$

Отметим, что У. Баумоль при построении модели использовал альтернативный подход к определению функции издержек операций с наличной денежной массой¹. В качестве искомой переменной он рассматривал сумму денег, конвертируемых в наличность M :

$$TC = \frac{M}{2}i + \frac{E}{M}F,$$

где $E = Y$ — общая сумма расходов, т.е. денежных средств, необходимых для поддержания текущих операций в течение данного периода.

¹ Baumol W. J. The transactions demand for cash: an inventory theoretic approach // Quarterly journal of economics. 1952. Vol. 66. № 4.

Здесь $N = \frac{E}{M}$ (рис. 2.29), т.е. $M = \frac{E}{N}$, откуда получаем выражение (2.57).

Для того чтобы минимизировать общие затраты, следуя трактовке У. Баумоля, дифференцируем их выражение по M и приравниваем производную, по необходимому условию экстремума, нулю: $\frac{\partial TC}{\partial M} = \frac{i}{2} - \frac{EF}{M^2} = 0$.

Поэтому оптимальная сумма денег, снимаемая со счета, составляет:

$$M^* = \sqrt{\frac{2FE}{i}}, \quad (2.58)$$

откуда с учетом равенства доходов и расходов ($E=Y$) приходим к величине спроса на наличность как средней денежной сумме, хранимой на руках (2.56).

Полученная формула оптимальной величины денежной наличности (2.58), а значит, и (2.56) не изменятся, если допустить, чтобы среднее брокерское вознаграждение, или средние транзакционные издержки, содержали не только постоянную компоненту F , но и слагаемое, пропорциональное денежной сумме, конвертируемой в наличность. Другими словами, если брокерское вознаграждение, или транзакционные издержки, пропорционально не только количеству сделок по конвертации финансовых активов в наличность, но и общей сумме платежей, т.е. доходов и расходов экономического агента:

$$TC_{\text{тр}} = \frac{E}{M}(F + kM) = \frac{E}{M}F + kE.$$

При построении теории спроса на деньги У. Баумоль опирался на разработанную в рамках логистики модель управления запасами¹. Выражение (2.58) известно в логистике как формула оптимального заказа Уилсона². В соответствии с логикой модели Уилсона, оптимальный размер запасов будет соответствовать минимуму суммарных годовых затрат:

$$TC = C_b \frac{D}{q} + C_n \bar{Q} = C_b \frac{D}{q} + C_n \frac{q}{2},$$

¹ Arrow K. J., Harris T., Marshak J. Optimal inventory policy // *Econometrica*. 1951. Vol. 19. № 3.

² Wilson R. H. A scientific routine for stock control // *Harvard business review*. 1934. Vol. 13.

где q — размер заказа, D — годовой объем спроса на продукцию, $\bar{Q}$ — средняя величина запаса на складе, $C_{\text{в}}$ и $C_{\text{п}}$ — соответственно, затраты на выполнение и поддержание запаса.

Приравнявая производную затрат по величине заказа нулю:

$$\frac{\partial TC}{\partial q} = -C_{\text{в}} \frac{D}{q^2} + \frac{C_{\text{п}}}{2} = 0,$$

получаем формулу Уилсона для оптимального размера заказа:

$$q^* = \sqrt{2D \frac{C_{\text{в}}}{C_{\text{п}}}}.$$

Оптимальное время между заказами составит

$$t^* = \frac{q^*}{D}$$

при оптимальном количестве заказов в год

$$N^* = \frac{D}{q^*}.$$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение производственной функции. Дайте определение изокванты. Как соотносятся изокванты и поверхность производственной функции?
2. Дайте определение различных типов отдачи от масштаба производства и проиллюстрируйте их графически.
3. Каково соотношение между средними предельными издержками производства? Как связаны между собой предельные и переменные издержки производства?
4. Какова связь между предельными издержками и предельным продуктом, а также между средними переменными издержками и средним продуктом переменного фактора производства в краткосрочном аспекте?
5. Обоснуйте эквивариантное условие минимизации общих издержек производства заданного объема продукции в долгосрочном аспекте. Каково взаимное расположение заданной изокванты и самой низкой из изокост при комбинации факторов производства, соответствующей минимальным издержкам при выпуске определенного объема продукции?

6. Сформулируйте и обоснуйте условие максимизации прибыли фирмой.
7. Как можно использовать процедуры минимизации издержек и максимизации прибыли для определения оптимального размера запасов на предприятии? Приведите пример их использования для получения оптимальной величины свободных денежных средств у экономического агента.

Т Е М А 3

Конкурентная фирма и отрасль

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- логику принятия решений конкурентной фирмой, минимизирующей убытки в краткосрочной и долгосрочной перспективе;
- взаимосвязь между равновесием конкурентной фирмы и отрасли в краткосрочном и долгосрочном аспекте;
- соотношение между разными подходами к измерению выигрыша производителя;
- возможности сравнительно-статического анализа изменений равновесия конкурентной отрасли, в том числе, в результате воздействия инструментов государственной экономической политики;
- механизм достижения долгосрочного равновесия в условиях совершенной конкуренции, различия между отраслями с убывающими, постоянными и возрастающими издержками;
- особенности анализа динамического равновесия на конкурентном рынке.

3.1. Краткосрочное предложение конкурентной фирмы и отрасли

В краткосрочной перспективе фирма не всегда будет останавливать производство, даже неся убытки. Если цена будет выше минимума средних переменных издержек, то фирма предпочтет продолжать работать, ведь в таком случае она будет покрывать часть постоянных издержек, которые стали бы ее убытками при ликвидации предприятия. Если же цена продукта упадет ниже минимума средних переменных издержек, фирма примет решение о прекращении производства в краткосрочном аспекте. Следовательно, краткосрочная функция предложения конкурентной фирмы представляет собой возрастающий сегмент функции предельных

издержек, расположенный выше минимума средних переменных издержек, т.е. при объеме производства, превышающем выпуск, соответствующий минимальному значению AVC (рис. 3.1).

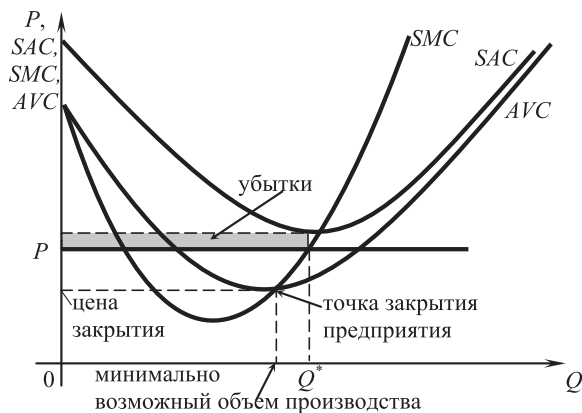


Рис. 3.1. Точка закрытия предприятия в коротком периоде

Например, если предположить, что конкурентная фирма обладает функцией краткосрочных издержек $TC = q^3 - 4q^2 + 20q + 50$, то поскольку средние переменные издержки $AVC = q^2 - 4q + 20$ будут минимальны ($AVC' = 2q - 4 = 0$) при объеме производства $q = 2$, постольку данная фирма примет решение о прекращении производства при цене $p < AVC_{min} = AVC(2) = 16$.

В краткосрочном аспекте отраслевое предложение в условиях совершенной конкуренции представляет собой «горизонтальную» сумму кривых предложения всех фирм, составляющих отрасль. Оно показывает, сколько продукции будут готовы предложить рынку все фирмы в отрасли при каждом уровне рыночной цены (рис. 3.2).

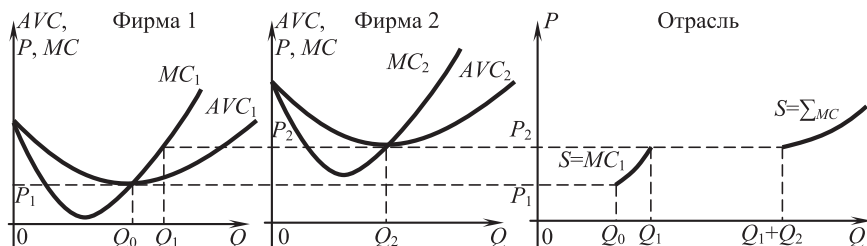


Рис. 3.2. Отраслевое предложение в краткосрочном аспекте

Пусть, например, в конкурентной отрасли действует 20 фирм, общие издержки которых описываются одинаковыми функциями: $TC_i = 5q_i^2 + 5q_i + 0,01$, где q_i – выпуск продукции i -й фирмы, $i \in \{1, \dots, 20\}$. Индивидуальные функции предложения выводим на основе правила максимизации прибыли конкурентной фирмой: $p = MC_i = 10q_i + 5$, т.е. $q_i = 0,1p - 0,5$. Функция отраслевого предложения получается путем горизонтального суммирования индивидуальных функций предложения: $Q = 20q_i = 2p - 10$.

Важной характеристикой рыночного предложения является его эластичность. Эластичность предложения по цене – показатель интенсивности реакции величины предложения в ответ на изменение цены, исчисляемый через отношение процентного изменения величины предложения к процентному изменению цены. Эластичность предложения рассчитывается по тем же формулам, что и функции спроса. Если выполняется закон предложения, то производная функции предложения по цене будет положительной так же, как и цена, и количество товаров, а значит, эластичность предложения будет больше нуля. Эластичность предложения как возрастающей функции равна отношению отрезков касательной к графику функции, проведенной в точке равновесия, от точки равновесия до оси ординат и от точки равновесия до оси абсцисс (рис. 1.25–1.26).

Выигрыш производителя (PS) представляет собой свободные денежные средства, которые образуются за счет прибыли и амортизационных отчислений и служат источником для развития фирмы:

$$PS = PR + FC = TR - VC = Q^* (P - AVC),$$

где Q^* – объем производства фирмы.

Поэтому выигрыш производителя можно рассчитать как общий доход за вычетом переменных издержек, величину которых можно представить как площадь под графиком предельных издержек ($VC(0) = 0$):

$$\int_0^{Q^*} MC(Q) dQ = \int_0^{Q^*} dVC(Q) = VC(Q^*) - VC(0) = VC(Q^*).$$

Наконец, используя равенство AVC и MC для первой, бесконечно малой единицы товара, излишек производителя может быть подсчитан как сумма разностей между доходом и, соответственно, переменными издержками на участке от 0 до точки Q_1 и предельными издержками от точки Q_1 до точки Q^* (рис. 3.3).

Итак, выигрыш производителя можно представить площадями фигур $PABC$, PAD и $PAEF$.

3.1. Краткосрочное предложение конкурентной фирмы и отрасли

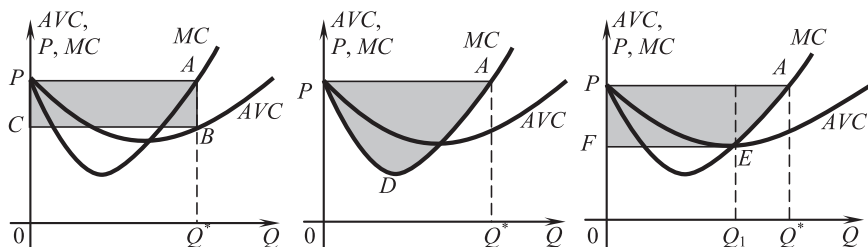


Рис. 3.3. Выигрыш производителя в краткосрочном аспекте

Если использовать третий из вариантов подсчета выигрыша производителей — как площади слева от графика предельных издержек, ограниченной снизу минимальным значением средних переменных издержек, а сверху — уровнем рыночной цены, то можно увидеть, что выигрыш совершенно конкурентной фирмы может быть представлен в виде площади слева от графика функции предложения, ограниченной сверху уровнем рыночной цены. Следовательно, совокупный выигрыш производителей в конкурентной отрасли — это площадь слева от функции отраслевого предложения, ограниченная сверху уровнем равновесной цены.

Действительно, функция предложения показывает наименьшие цены, по которым производители готовы продать товар, или резервные цены продавцов (обычно равные предельным издержкам производства). Резервная цена (помноженная на дополнительную проданную единицу товара) задает приращение совокупных отраслевых переменных издержек производства. Сумма таких приращений (заштрихованная площадь на рис. 3.4) представляет собой совокупные отраслевые переменные издержки производства данного количества товара на конкурентном рынке.

Если функция предложения является непрерывной, то переменные издержки производства будут равны площади $0BEQ^*$. Совокупная выручка производителей — это произведение цены на объем выпуска. Оно характеризуется прямоугольником $0P^*EQ^*$. Излишек (выгода или выигрыш) производителей представляет собой разность между их совокупной выручкой и переменными издержками производства, которая может быть рассчитана как площадь над графиком функции предложения, ограниченную сверху уровнем цены — треугольник BP^*E (рис. 3.4). Другими словами, излишек (выгода или выигрыш) производителей — это совокупная разность между фактическими ценами (выручкой) и резервными ценами производителей по каждой проданной единице продукции.

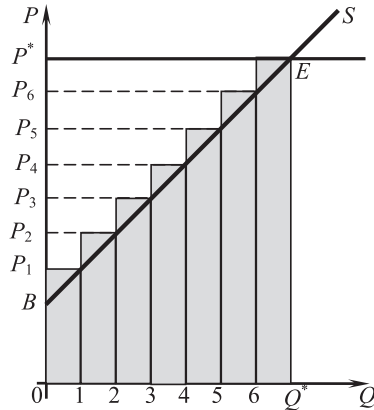


Рис. 3.4. Издержки производства и выгода производителей

Допустим, на рынке установилась цена на уровне 4 (ден. ед.) при равновесном объеме продаж $Q^* = 30$. Пусть функция отраслевого предложения характеризуется следующей зависимостью: $P = 2 + \frac{1}{450}Q^2$.

Тогда выигрыш производителей на данном рынке равен (рис. 3.5):

$$S_{AEB} = S_{0AEC} - S_{0BEC} = Q^* p^* - \int_0^{30} \left(2 + \frac{Q^2}{450} \right) dQ = 120 - \left(2Q + \frac{Q^3}{1350} \right) \Big|_0^{30} = 40.$$

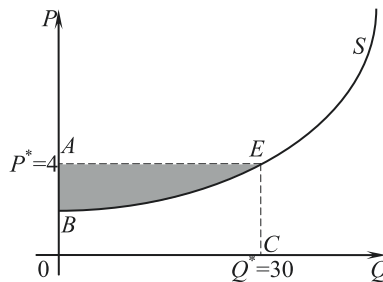


Рис. 3.5. Выигрыш производителей: пример

3.2. Отраслевое предложение в условиях совершенной конкуренции на рынке продукта с учетом рынка труда

Если в отрасли занято значительное в масштабах экономики количество работников, то отраслевое предложение труда будет возрастающей

функцией. Чем выше ставки заработной платы в данной отрасли относительно других отраслей, тем больше предложение труда на данном рынке. Положительный наклон кривой предложения труда в данной отрасли отражает рост альтернативной стоимости оплаты труда работников других отраслей.

Рассмотрим механизм построения функции отраслевого предложения продукции с точки зрения его взаимодействия с предложением труда. Пусть возрастает рыночная цена (рис. 3.6). Это приводит к сдвигу индивидуальных функций спроса на труд предприятий, а значит, и сдвигу графика отраслевого спроса на труд как «горизонтальной» суммы величин индивидуального спроса при каждом заданном уровне рыночной цены. Как следствие, на рынке труда возрастает равновесный уровень заработной платы.

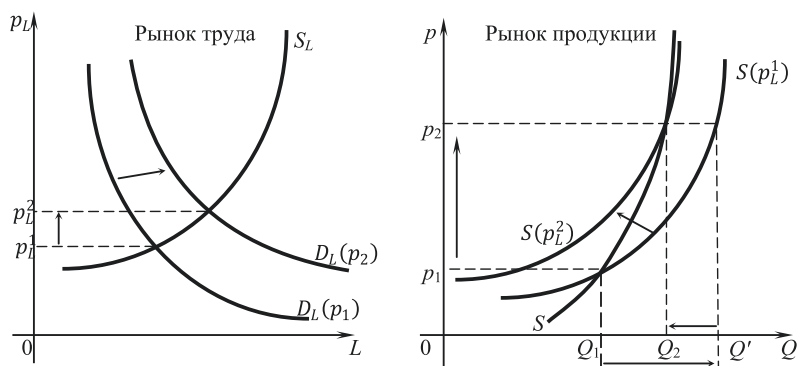


Рис. 3.6. Отраслевое предложение продукции с учетом рынка труда

Далее, повышение ставки заработной платы окажет обратное влияние на индивидуальные функции предложения. При заданной цене продукта рост ставки заработной платы будет означать возрастание величины предельного продукта труда. Но, по предположению об убывающей предельной производительности, с ростом MP_L величина занятости на предприятии должна сокращаться, а это, в свою очередь, будет означать уменьшение выпуска продукции (в силу предпосылки о строгом возрастании производственной функции). Итак, рост ставки заработной платы будет означать сдвиг индивидуального, а значит, и отраслевого предложения как суммы индивидуальных функций при каждом заданном уровне рыночной цены на продукцию (из положения $S(p_L^1)$ – в $S(p_L^2)$ на рис. 3.6).

Соединяя точки, соответствующие объемам рыночного предложения при различных уровнях цены продукта, получаем график отраслевого

предложения. Таким образом, отраслевое предложение представляет изменение отраслевого объема производства как функцию рыночной цены продукта при различных уровнях цен на ресурсы.

Аналитически функция отраслевого предложения продукции с учетом рынка труда получается из решения следующей совокупности оптимизационных задач конкурентных фирм, действующих в данной отрасли:

$$\begin{cases} \max_{L_i} PR = \max_{L_i} \{pq_i - wL_i - FC\}; \\ q_i = f(L_i); \\ w = \varphi(L), \end{cases}$$

где $w = \varphi(L)$ — обратная функция предложения труда для данной отрасли.

Для простоты будем предполагать, что все фирмы в отрасли идентичны. Это позволяет преобразовать функцию предложения труда: $w = \varphi(nL_i)$. Необходимое условие максимизации прибыли с учетом технологии производства и функции предложения труда дает условие равенства спроса и предложения труда с точки зрения отдельной фирмы:

$$w = p \frac{df(L_i)}{dL_i} = \varphi(nL_i),$$

т. е.

$$p = \frac{\varphi(nL_i)}{\frac{df(L_i)}{dL_i}}.$$

Перейдем к обратной производственной функции: $L_i = f^{-1}(q_i)$. Применим к ней теорему об обратной функции, которая утверждает, что производные взаимно обратных функций есть взаимно обратные величины:

$$\frac{dq_i}{dL_i} = \frac{df(L_i)}{dL_i} = \frac{1}{\frac{df^{-1}(q_i)}{dq_i}}.$$

С учетом соотношений для обратной производственной функции равенство спроса и предложения труда для отдельной фирмы принимает вид:

$$p = \frac{\varphi(nf^{-1}(q_i))}{\frac{df(L_i)}{dL_i}} = \varphi(nf^{-1}(q_i)) \frac{df^{-1}(q_i)}{dq_i}.$$

Учитывая, что отраслевой объем производства пропорционален количеству фирм, т. е. $q_i = \frac{Q}{n}$, получаем функцию отраслевого предложения продукции с учетом рынка труда в краткосрочной перспективе:

$$p = \varphi \left(n f^{-1} \left(\frac{Q}{n} \right) \right) \frac{df^{-1} \left(\frac{Q}{n} \right)}{d \left(\frac{Q}{n} \right)} = n \varphi \left(n f^{-1} \left(\frac{Q}{n} \right) \right) \frac{df^{-1} \left(\frac{Q}{n} \right)}{dQ}.$$

Пусть, например, в краткосрочной перспективе производственная функция фирмы имеет вид: $q_i = \sqrt{L_i}$. Допустим, что предложение труда для отрасли задано функцией: $w = L_i^{\frac{3}{2}}$. Предполагая, как и ранее, что в отрасли действует n идентичных конкурентных фирм, преобразуем данную функцию предложения труда: $w = (nL_i)^{\frac{3}{2}}$.

Условие максимизации прибыли, которое для данной технологии имеет вид: $w = \frac{p}{2\sqrt{L_i}}$ или $p = 2w\sqrt{L_i}$, с учетом функции предложения труда может быть записано так: $p = 2L_i^{\frac{3}{2}}n^{\frac{3}{2}}$. Переходя к обратной производственной функции $L_i = q_i^2$, переписываем условие максимизации прибыли в следующем виде: $p = 2q_i^2n^{\frac{3}{2}}$, откуда с учетом соотношения между индивидуальными и отраслевыми объемами производства приходим к краткосрочной функции отраслевого предложения продукции: $p = \frac{2Q^4}{n^{\frac{5}{2}}}$.

Данную зависимость можно получить, непосредственно используя полученную выше функцию отраслевого предложения с учетом рынка труда в краткосрочной перспективе:

$$p = n \left(n \left(\frac{Q^2}{n^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \frac{d \left(\frac{Q^2}{n^2} \right)}{dQ} = \frac{2Q^4}{n^{\frac{5}{2}}}.$$

Приведем альтернативный способ получения отраслевой функции предложения, основанный на процедуре максимизации прибыли на рынке продукта. В краткосрочной перспективе функция краткосроч-

ных издержек производства получается подстановкой обратной производственной функции в выражение себестоимости продукции:

$$TC_i = wL_i - FC = wf^{-1}(q_i) - FC.$$

Следовательно, равенство предельных издержек цене продукции выглядит так:

$$MC_i = \frac{dTC_i}{dq_i} = w \frac{df(f^{-1}(q_i))}{dq_i} = p.$$

С учетом обратной производственной функции предложение труда для отрасли выглядит так: $w = \varphi(nf^{-1}(q_i))$. Принимая во внимание соотношение между индивидуальными и отраслевыми объемами производства

продукции $\left(q_i = \frac{Q}{n}\right)$ и объединяя последние два выражения, приходим

к полученной выше функции отраслевого предложения с учетом рынка труда в краткосрочной перспективе.

Приведем альтернативный пример вывода функции отраслевого предложения продукции в краткосрочной перспективе. Пусть, как и в примере выше, производственная функция фирмы имеет вид: $q_i = \sqrt{L_i}$, а пред-

ложение труда для отрасли задано функцией: $w = L_i^{\frac{3}{2}}$. Переходя к обратной производственной функции $L_i = q_i^2$, переписываем видоизмененную

функцию предложения труда $w = (nL_i)^{\frac{3}{2}}$ в следующем виде: $w = n^{\frac{3}{2}}q_i^3$. С учетом обратной технологии производства $L_i = q_i^2$ функция краткосрочных издержек имеет вид: $TC_i = wq_i^2 + FC$.

Отсюда, принимая во внимание функцию предложения труда $w = L_i^{\frac{3}{2}}$ и соотношение между индивидуальными и отраслевыми объемами вы-

пуска $q_i = \frac{Q}{n}$, получаем функцию предельных издержек производства:

$MC_i = 2wq_i = \frac{2Q^4}{n^{\frac{5}{2}}}$. Наконец, используя равенство предельных издержек цене, приходим к функции отраслевого предложения продукции: $p = \frac{2Q^4}{n^{\frac{5}{2}}}$.

Рассмотрим теперь механизм построения функции отраслевого предложения продукции с точки зрения его взаимодействия с предложением труда, когда оба фактора производства — труд и капитал — являются переменными. Будем предполагать количество фирм в отрасли постоянным.

В таком случае аналитически функция предложения конкурентной отрасли получается на основе оптимизационно-балансовой модели частичного рыночного равновесия, ключевым элементом которой является совокупность задач максимизации прибыли для всех предприятий на рынке:

$$\begin{cases} \max_{K_i, L_i} PR = \max_{K_i, L_i} \{pq_i - p_L L_i - p_K K_i\}, i = 1, \dots, n: \\ p_L = \varphi(L), \\ p_K = \psi(K), \end{cases}$$

где $p_L = \varphi(L)$ и $p_K = \psi(K)$ – функции предложения, соответственно, труда и капитала для данной отрасли, $q_i = f(K_i, L_i)$ – производственная функция i -й фирмы,

$$Q = \sum_{i=1}^n q_i = nq_i \quad (3.1)$$

– это отраслевое предложение,

$$L = \sum_{i=1}^n L_i = nL_i \quad (3.2)$$

– это отраслевой спрос на труд,

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = nK_i \quad (3.3)$$

– это отраслевой спрос на капитал,

n – количество (идентичных) фирм в отрасли.

Равенство предельных продуктов факторов производства в стоимостном выражении предельным факторным издержкам задает систему:

$$\begin{cases} p \cdot MP_K(K_i, L_i) = K_i \frac{\partial \psi(nK_i)}{\partial K_i} + \psi(nK_i), \\ p \cdot MP_L(K_i, L_i) = L_i \frac{\partial \varphi(nL_i)}{\partial L_i} + \varphi(nL_i); \end{cases}$$

из которой получаются функции производного спроса на факторы:

$$K_i = f_K(n, p), L_i = f_L(n, p).$$

Рассматривая данные функции спроса на труд и капитал в качестве аргументов производственной функции $q_i = q_i(f_K(n, p), f_L(n, p))$ с учетом пропорциональности индивидуального и отраслевого выпуска (5.1), выво-

дим искомую функцию отраслевого предложения продукции в контексте эффектов обратной связи между рынком продукции и рынками факторов:

$$Q = nq_i(f_K(n, p), f_L(n, p)). \quad (3.4)$$

Альтернативный подход к получению функции предложения конкурентной отрасли использует двухэтапную постановку задачи максимизации прибыли с учетом внутриотраслевого взаимодействия фирм и ответной реакции рынков факторов производства:

$$\begin{cases} \max_{q_i} PR_i = \max_{q_i} \{pq_i - TC_i(q_i, p_K, p_L)\}, i = 1, \dots, n: \\ \begin{cases} TC_i(q_i, p_K, p_L) = \min_{K_i, L_i} \{p_L L_i + p_K K_i\}: \\ f(K_i, L_i) = q_i, \\ p_L = \varphi(L), \\ p_K = \psi(K), \end{cases} \end{cases}$$

где отраслевой объем продаж определяется соотношением (3.1), а предложение факторов производства для данной отрасли пропорционально индивидуальным объемам их использования (3.2)–(3.3).

Будем выводить функцию отраслевого предложения исходя из процедуры двухшаговой максимизации прибыли.

Подставляя функции предложения труда и капитала в издержки производства, с учетом того, что отраслевой спрос на данные факторы производства пропорционален индивидуальному – предъявляемому отдельной фирмой (3.2) – (3.3), получаем выражение:

$$TC_i = p_K K_i + p_L L_i = \psi(nK_i) K_i + \varphi(nL_i) L_i.$$

Выписываем эквиваргинальное условие минимизации издержек производства заданного объема продукции:

$$MRTS_{KL} = -\frac{dK_i}{dL_i} = \frac{MP_L(K_i, L_i)}{MP_K(K_i, L_i)} = \frac{L_i \frac{\partial \varphi(nL_i)}{\partial L_i} + \varphi(nL_i)}{K_i \frac{\partial \psi(nK_i)}{\partial K_i} + \psi(nK_i)},$$

из которого получаем траекторию развития фирмы:

$$K_i = f(n, L_i),$$

или

$$L_i = f^{-1}(n, K_i).$$

Используя траекторию развития в ограничении по объему выпускаемой продукции, приходим к функциям условного спроса на капитал и труд:

$$K_i = K_i^h(q_i, n), L_i = L_i^h(q_i, n).$$

Подставляя их вместе с функциями предложения труда и капитала в выражение себестоимости продукции, с учетом пропорциональности между отраслевыми и индивидуальными затратами факторов производства (3.2) – (3.3) получим функцию издержек фирмы с учетом ресурсных рынков:

$$\begin{aligned} TC_i &= p_K K_i + p_L L_i = \psi(nK_i) K_i + \varphi(nL_i) L_i = \\ &= \psi(nK_i^h(q_i, n)) K_i^h(q_i, n) + \varphi(nL_i^h(q_i, n)) L_i^h(q_i, n). \end{aligned}$$

Далее, при фиксированном количестве предприятий $n = const$, изменяя условие равенства предельных издержек цене продукта, дающее максимум прибыли конкурентной фирмы (2.44), получаем ее функцию предложения с учетом рынков факторов производства:

$$\begin{aligned} MC_i &= \frac{dTC_i}{dq_i} = \frac{\partial \psi}{\partial K_i^h} \frac{dK_i^h}{dq_i} K_i^h + \psi(nK_i^h) \frac{dK_i^h}{dq_i} + \frac{\partial \varphi}{\partial L_i^h} \frac{dL_i^h}{dq_i} L_i^h + \varphi(nL_i^h) \frac{dL_i^h}{dq_i} \\ &= \left(\frac{\partial \psi}{\partial K_i^h} K_i^h + \psi(nK_i^h) \right) \frac{dK_i^h}{dq_i} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial L_i^h} L_i^h + \varphi(nL_i^h) \right) \frac{dL_i^h}{dq_i} = p. \end{aligned}$$

Теперь, используя соотношение между индивидуальными и отраслевыми объемами выпуска (3.1), приходим к функции отраслевого предложения с учетом рынков факторов производства как зависимости между рыночным объемом выпускаемой продукции и рыночной ценой, которая представляет собой обратную зависимость по отношению к функции (3.4):

$$\begin{aligned} p &= n \left(\frac{\partial \psi}{\partial K_i^h} K_i^h \left(\frac{Q}{n}, n \right) + \psi \left(nK_i^h \left(\frac{Q}{n}, n \right) \right) \right) \frac{dK_i^h}{dQ} + \\ &+ n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial L_i^h} L_i^h \left(\frac{Q}{n}, n \right) + \varphi \left(nL_i^h \left(\frac{Q}{n}, n \right) \right) \right) \frac{dL_i^h}{dQ}. \end{aligned}$$

Допустим, например, что технология производства репрезентативной

(i -й) конкурентной фирмы характеризуется функцией: $Q_i = K_i^{\frac{1}{4}} L_i^{\frac{1}{2}}$, где K_i и L_i – объемы используемых капитала и труда данной фирмы, а Q_i – ее объем производства. Пусть ставки заработной и арендной платы яв-

ляются переменными величинами, и функции предложения капитала и труда для данной отрасли, соответственно, имеют вид: $p_L = L^{\frac{5}{2}}, p_K = K^{\frac{5}{4}}$, где L и K — объемы предложения, соответственно, труда и капитала для отрасли. Выведем функцию долгосрочного предложения конкурентной отрасли, в которой работает 256 фирм.

Решим вначале задачу максимизации прибыли конкурентной фирмы с учетом влияния рынков факторов производства в двухэтапной постановке. Учитывая функции предложения капитала и труда для данной отрасли, а также тот факт, что отраслевой спрос на указанные факторы производства пропорционален индивидуальному — предъявляемому отдельной фирмой ($L = 256L_i$, $K = 256K_i$), получаем ее функцию издержек производства:

$$TC_i = p_K K_i + p_L L_i = (256K_i)^{5/4} K_i + (256L_i)^{5/2} L_i = 2^{10} K_i^{\frac{9}{4}} + 2^{20} L_i^{\frac{7}{2}}.$$

Минимизируя издержки производства заданного объема продукции, из эквивариантного условия $7 \cdot 2^{10} L_i^{7/2} = 9 K_i^{9/4}$ выводим траекторию развития фирмы:

$$K_i = \frac{7^{\frac{4}{9}} \cdot 2^{\frac{40}{9}}}{3^{\frac{8}{9}}} L_i^{\frac{14}{9}}.$$

Подставляя траекторию развития фирмы в производственную функцию, приходим к функциям условного спроса со стороны фирмы на факторы производства с учетом влияния их предложения для данной отрасли:

$$L_i = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{7^{\frac{1}{8}} \cdot 2^{\frac{5}{4}}} Q_i^{\frac{9}{8}}, K_i = \frac{7^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} Q_i^{\frac{7}{4}}.$$

Подставляя их в выражение себестоимости продукции, получаем функцию долгосрочных издержек производства с учетом функций предложения труда и капитала:

$$TC_i = \frac{2^{\frac{157}{8}}}{3^{\frac{8}{8}} \cdot 7^{\frac{6}{6}}} Q_i^{\frac{63}{16}}.$$

Дифференцируя ее по объему производства отдельной фирмы (Q_i)

$$MC_i = 3^{\frac{7}{8}} \cdot 7^{\frac{9}{16}} \cdot 2^{\frac{125}{8}} Q_i^{\frac{47}{16}}$$

и учитывая пропорциональность рыночного и индивидуального объема выпускаемого продукта $\left(Q = 256Q_i, \text{ или } Q_i = \frac{Q}{2^8}\right)$, получаем искомую обратную функцию долгосрочного отраслевого предложения:

$$p = \frac{3^{\frac{7}{8}} \cdot 7^{\frac{9}{16}}}{2^{\frac{63}{8}}} Q^{\frac{47}{16}}. \quad (3.5)$$

Убедимся в правильности полученного результата, получив ту же самую функцию предложения продукции конкурентной отрасли с учетом реакции рынков факторов производства, используя одноэтапную постановку задачи максимизации прибыли фирмы:

$$\begin{aligned} \max_{K_i, L_i} PR_i(K_i, L_i) &= \max_{K_i, L_i} (TR_i(K_i, L_i) - TC_i(K_i, L_i)) = \\ &= \max_{K_i, L_i} \left(p \cdot K_i^{\frac{1}{4}} L_i^{\frac{1}{2}} - 2^{10} K_i^{\frac{9}{4}} - 2^{20} L_i^{\frac{7}{2}} \right). \end{aligned}$$

Равенство предельных доходностей факторов и предельных факторных издержек задает систему:

$$\begin{cases} K_i = \frac{7^4 \cdot 2^{80} L_i^{12}}{p^4}, \\ L_i = \frac{3^4 \cdot 2^{20} K_i^4}{p^2}, \end{cases}$$

из которой получаются функции производного спроса на факторы:

$$\begin{cases} K_i = \frac{p^{\frac{28}{47}}}{2^{\frac{320}{47}} \cdot 3^{\frac{48}{47}} \cdot 7^{\frac{4}{47}}}, \\ L_i = \frac{p^{\frac{18}{47}}}{2^{\frac{340}{47}} \cdot 3^{\frac{4}{47}} \cdot 7^{\frac{16}{47}}}. \end{cases}$$

Рассматривая выведенные функции спроса на труд и капитал в качестве аргументов производственной функции с учетом пропорциональности индивидуального и отраслевого выпуска, выводим искомую прямую функцию отраслевого предложения продукции в контексте эффектов обратной связи между рынком продукции и рынками факторов:

$$Q = \frac{2^{\frac{126}{47}} \cdot p^{\frac{16}{47}}}{3^{\frac{14}{47}} \cdot 7^{\frac{9}{47}}},$$

Обратной по отношению к выведенной зависимости является функция отраслевого предложения (3.5), полученная выше с использованием процедуры максимизации прибыли на рынках готовой продукции (в двух-этапной постановке).

3.3. Равновесие фирмы и рынка: долгосрочный аспект

Механизм установления и изменения рыночного равновесия в условиях свободного входа новых фирм на рынок с учетом альтернативной прибыльности производства в различных отраслях будет приводить к тому, что в долгосрочном аспекте экономическая прибыль конкурентной фирмы окажется равной нулю. Действительно, положительная экономическая прибыль репрезентативной фирмы будет притягивать в отрасль новых производителей, что приведет к сдвигу графика отраслевого предложения вправо, увеличению рыночного объема продаж и снижению цены на продукцию, а значит, и к сокращению выпуска каждой из фирм в отдельности (рис. 3.7).

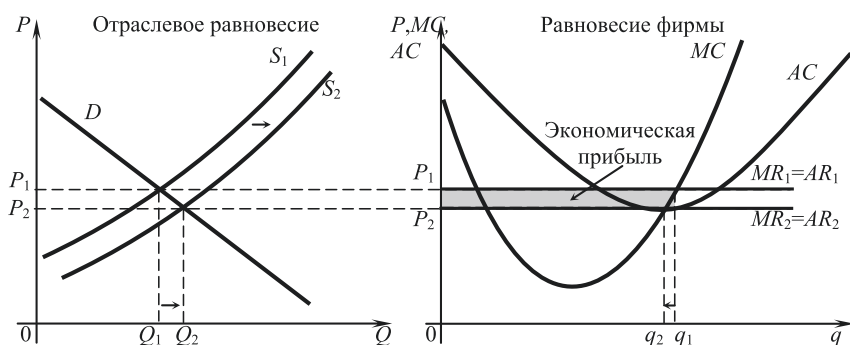


Рис. 3.7. Взаимосвязь индивидуального и отраслевого равновесия в долгосрочной перспективе

В итоге, в состоянии долгосрочного равновесия рыночная цена устанавливается на уровне минимума средних издержек предприятия – когда

они равны предельным. Таким образом, ценообразование в условиях совершенной конкуренции подчиняется двойному равенству:

$$P = MC = AC. \quad (3.6)$$

Оно позволяет конкретизировать алгоритм построения долгосрочной функции предложения конкурентной фирмы, о котором шла речь выше, в параграфе 2.3. График функции предложения конкурентной фирмы в долгосрочном аспекте будет определяться возрастающим участком графика предельных издержек (2.44)–(2.45), расположенным выше минимальной точки графика средних издержек (3.6).

Рисунок 3.8 детализирует описание долгосрочного взаимного равновесия конкурентного рынка и репрезентативной фирмы.

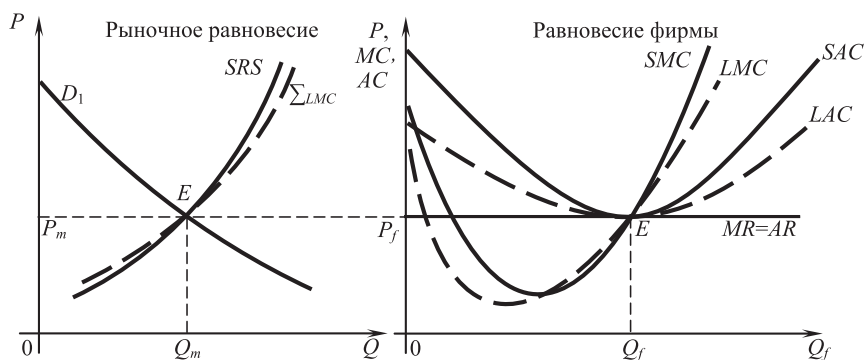


Рис. 3.8. Долгосрочное равновесие конкурентной фирмы и отрасли

Здесь равновесные отраслевые уровни цены и объема продукции обозначены, соответственно, через P_m и Q_m . Равновесные уровни цены и объема производства для отдельной фирмы обозначены, соответственно, через P_f и Q_f . ΣLMC — это «горизонтальная» сумма кривых долгосрочного предложения для всех фирм на рынке.

Обозначим через E точки первоначального долгосрочного и одновременно краткосрочного равновесия. Для вывода функции долгосрочного отраслевого предложения при возрастающих издержках предположим, что произошло увеличение отраслевого спроса, отразившееся в сдвиге его графика вправо-вверх из положения D_1 в положение D_2 . Новыми краткосрочными равновесными уровнями рыночной цены и объема продукции будут, соответственно, P_{m2} и Q_{m2} . Новые краткосрочные уровни цены и объема производства отдельной фирмы в условиях максимизации прибыли обозначим, соответственно, через P_{f2} и Q_{f2} (рис. 3.9). Равноес-

ная цена, объем продаваемой и покупаемой продукции на рынке так же, как и выпуск каждой из фирм, возрастают. В краткосрочном аспекте равновесие перемещается из точки E в положение E_2 .

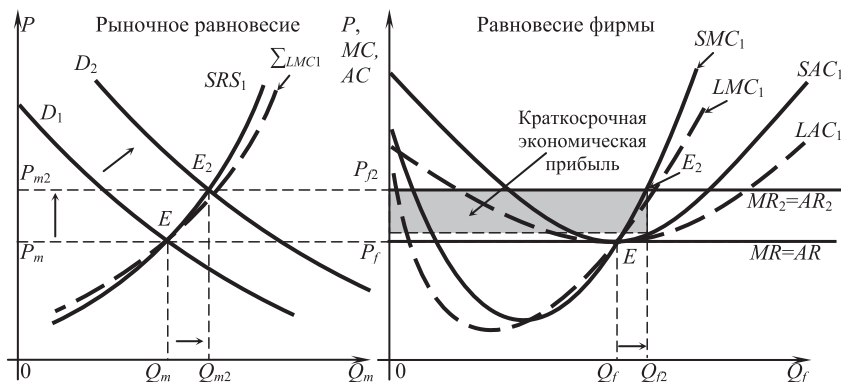


Рис. 3.9. Увеличение спроса и изменение краткосрочного равновесия

У репрезентативной фирмы на данном рынке возникает положительная экономическая прибыль (заштрихованная область на рис. 3.9), которая привлекает новые фирмы в отрасль. В процессе перехода к новому долгосрочному равновесию количество фирм на рынке возрастает.

В отрасли с возрастающими издержками увеличение рыночного объема производства повышает спрос на его факторы, что подталкивает вверх их цены. Поэтому график средних издержек репрезентативной фирмы будет сдвигаться вверх (рис. 3.10).

Вход новых фирм в отрасль будет сдвигать вправо-вниз график краткосрочного отраслевого предложения SRS . В долгосрочном аспекте равновесие перемещается из положения E_2 в точку E' . Соответственно, новая долгосрочная равновесная цена P'_f будет ниже предыдущего краткосрочного равновесного значения P_{f2} и выше первоначального уровня P_f , потому что в отрасли с возрастающими издержками в результате повышения цен на факторы и сдвига вверх графика средних издержек репрезентативной фирмы его минимум будет располагаться выше, а вход новых фирм в отрасль будет продолжаться до тех пор, пока уровень рыночной цены не снизится до минимума LAC (рис. 3.10). При этом объем продаваемой и покупаемой продукции на рынке возрастает.

График долгосрочного отраслевого предложения соединяет все точки долгосрочного равновесия на конкурентном рынке (LRS на рис. 3.10). График отраслевой функции долгосрочного предложения LRS оказыва-

ется более пологим по сравнению с графиками краткосрочного отраслевого предложения SRS .

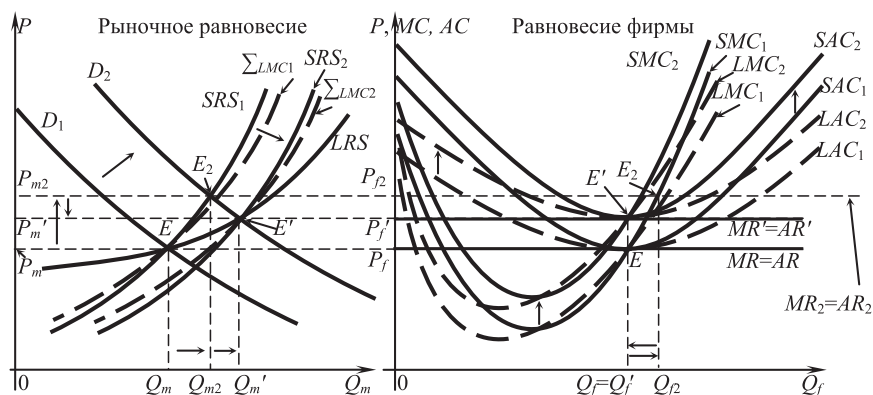


Рис. 3.10. Долгосрочное предложение отрасли с возрастающими издержками

В отрасли с убывающими издержками цены факторов снижаются с увеличением выпуска фирм, и долгосрочная функция отраслевого предложения будет убывающей (рис. 3.11). Данная особенность кривой предложения имеет своим источником эффект масштаба на рынках факторов производства, когда их цены снижаются с увеличением количества и выпуска фирм в данной отрасли. Примером может служить, в частности, механизация и индустриализация сельскохозяйственного производства в России в 1910-х и затем в 1930-х гг., когда средние цены на инвентарь, технику имели тенденцию к снижению. Примером может также являться расширение восточного полигона российских железных дорог (БАМа и Транссиба) в 2020-е гг., которое способствует убыстрению и удешевлению поставок угля на азиатские рынки, создавая предпосылки для убывания соответствующей кривой долгосрочного предложения. Похожая ситуация имела место на рубеже тысячелетий с поставками российского зерна на зарубежные рынки, сдерживающим фактором для которых являлась нехватка элеваторов. Строительство элеваторов помогло наладить крупномасштабный экспорт и, по всей видимости, могло иметь результатом убывание долгосрочной кривой предложения российского зерна на зарубежных рынках.

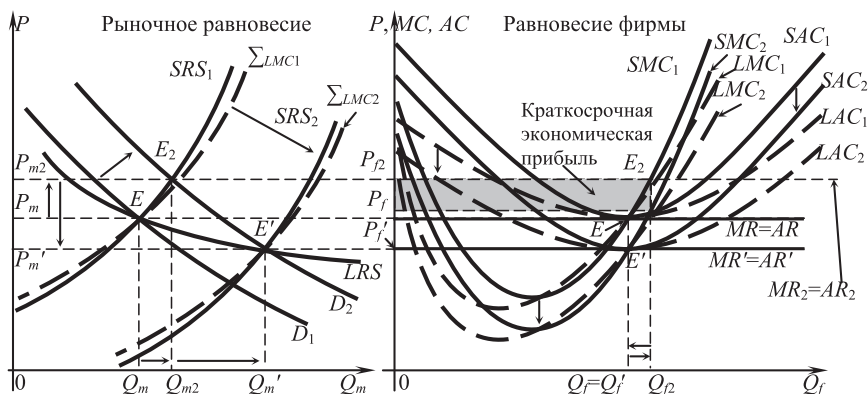


Рис. 3.11. Долгосрочное предложение отрасли с убывающими издержками

В отрасли с постоянными издержками цены факторов не меняются при изменениях выпуска фирм, и график долгосрочного отраслевого предложения представляет собой горизонтальную прямую линию (рис. 3.12).

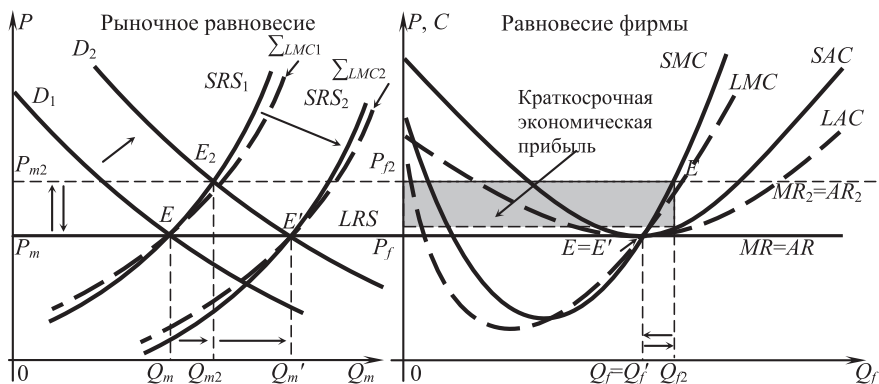


Рис. 3.12. Долгосрочное предложение отрасли с постоянными издержками

3.4. Государственное регулирование конкурентных рынков

Конкурентный рынок является эффективным, поскольку функции спроса и предложения отражают все выгоды и издержки, связанные с производством и потреблением данного блага. Любое отклонение от конку-

рентного равновесия снижает благосостояние потребителей и производителей.

Совокупный выигрыш экономических агентов на конкурентном рынке (TS) = излишек потребителей (CS) + выигрыш производителей (PS). В состоянии рыночного равновесия совокупный выигрыш максимален, поскольку реализуется весь потенциал взаимовыгодного обмена.

Для того чтобы более формально доказать аллокативную эффективность конкурентного рынка, преобразуем выражение совокупного выигрыша экономических агентов с учетом того, что совокупные расходы потребителей равны общей выручке производителей: $TS = CS + PS =$ совокупный выигрыш (TB) – общие расходы + совокупная выручка – суммарные издержки (TC) = $TB - TC$.

Используя маржинальный анализ, можно записать условие максимизации совокупного выигрыша: $\frac{dTS}{dQ} = \frac{dTB}{dQ} - \frac{dTC}{dQ} = MB - MC = 0$. Таким

образом, общественное благосостояние будет максимальным, когда предельные выгоды равны предельным затратам: $MB = MC$.

На рынке цена спроса (P_d) равна выгоде от потребления дополнительной единицы товара, т.е. предельной выгоде. Цена предложения (P_s) равна издержкам производства дополнительной единицы продукции, т.е. предельным издержкам. В условиях рыночного равновесия $P_d = P_s$, т.е. $MB = MC$, что доказывает аллокативную эффективность конкурентного рынка.

Любое отклонение от состояния равновесия на конкурентном рынке, в частности государственный контроль над ценами и объемами производства либо налогообложение, приводит к снижению общественного благосостояния.

В условиях государственного регулирования цен объем продаж равен минимальному из объемов спроса и предложения.

«Потолок» цены – это максимально разрешенная законом цена. Пусть $E(Q^*, P^*)$ – это точка рыночного равновесия. Заметим, что потолок цен, который выше, чем равновесная цена, будет неактуальным, ведь фактический уровень цен установится на более низком, равновесном значении, соответствующем точке E . Потолок цен $P_{max} < P^*$ имеет своим результатом избыток спроса, или дефицит (AB на рис. 3.13), при сокращении объема продаж с Q^* до Q_A . При отсутствии государственного регулирования излишек производителей на конкурентном рынке был бы равен треугольнику S_{CP^*E} . При введении потолка цен он превращается в площадь $S_{P_{max}CGA}$. Прямоугольник $S_{P_{max}P^*HA}$ представляет собой изменение потребительского

излишка в сторону увеличения, а треугольник S_{HGE} — в сторону уменьшения. Выигрыш производителей при отсутствии государственного регулирования был бы равен треугольнику S_{FP^*E} . При введении потолка цен он превращается в площадь $S_{FP_{max}A}$. При этом прямоугольник $S_{P_{max}P^*HA}$, который представляет собой часть сокращения выигрыша производителей, погашается приращением потребительского излишка равной величины, тогда как треугольник S_{AHE} показывает чистое сокращение общественного благосостояния. Чистые потери потребителей и производителей в сумме дают чистое сокращение общественного благосостояния в результате введения потолка цен: $DWL = S_{HGE} + S_{AHE} = S_{AGE}$.

Нижний порог («пол») цены — это минимальный законодательно разрешенный уровень цены (например, минимальная ставка заработной платы). Очевидно, что нижний порог цены, назначенный ниже ее равновесного уровня, будет неактуальным, поскольку фактическая, более высокая равновесная цена, соответствующая точке E , будет удовлетворять требованиям законодательства о том, что ее уровень не должен быть ниже минимально разрешенного. Нижний порог цены на некотором уровне $P_{min} > P^*$ будет иметь следствием избыток предложения: $AB = Q_B - Q_A$ на рисунке 3.14. Фактический объем покупаемой продукции на рынке будет равен величине спроса Q_A . При введении нижнего порога цены потребительский излишек становится равным $S_{P_{min}CA}$. Его величина меньше по сравнению с возможной на свободном рынке при отсутствии государственного регулирования. Разница — это площадь $S_{P_{min}P^*EA}$. Объем производства составит Q_B , а его издержки будут равны площади S_{0FBQ_B} . Общая выручка будет определяться прямоугольником $S_{0P_{min}AQ_A}$. Таким образом, выигрыш производителей в ситуации с нижним порогом цены будет равен разности $S_{FP_{min}AG} - S_{Q_AGBQ_B}$. Вычитаемое $S_{Q_AGBQ_B}$ показывает потери производителей, вызванные перепроизводством в отрасли. По сравнению с ситуацией отсутствия государственного регулирования, когда выигрыш производителей равняется S_{FP^*E} , при введении нижнего порога цены он увеличивается на $S_{P_{min}P^*HA}$, но сокращается на $S_{HGE} + S_{Q_AGBQ_B}$. Аналогично ситуации потолка цен прямоугольник $S_{P_{min}P^*HA}$, который представляет собой прибавку к выигрышу производителей, частично погашает потери потребителей. Чистые потери потребителей и производителей в сумме дают совокупные чистые потери общества: $DWL = S_{AHE} + S_{HGE} + S_{Q_AGBQ_B} = S_{AGE} + S_{Q_AGBQ_B}$.

3.4. Государственное регулирование конкурентных рынков

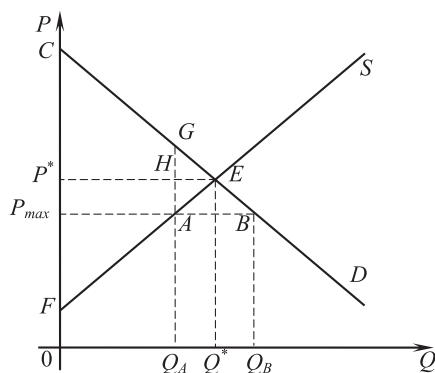


Рис. 3.13. «Потолок» цены

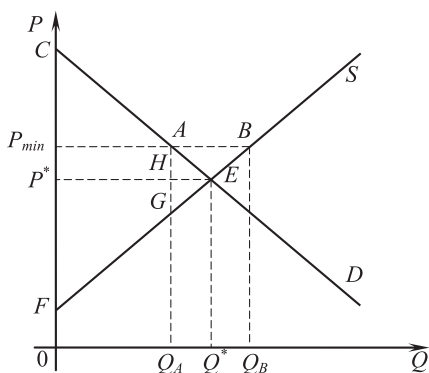


Рис. 3.14. Нижний порог («пол») цены

К аналогичным последствиям с точки зрения общественного благосостояния приводит государственное регулирование объемов производства. Пусть, в частности, нормативный акт устанавливает суммарную квоту для всех фирм, продающих продукцию на данном рынке, на уровне Q_{max} (рис. 3.15). Это приведет к тому, что на рынке установится цена спроса на уровне P_1 , а значит, потребительский излишек сократится до величины S_{ACF_1} . При этом выигрыш производителей будет равен $S_{BR_{CF}}$. Следовательно, совокупное общественное благосостояние $S_{ACF_1} + S_{BR_{CF}}$ по сравнению с ситуацией рыночного равновесия сократится на величину S_{CEF} .

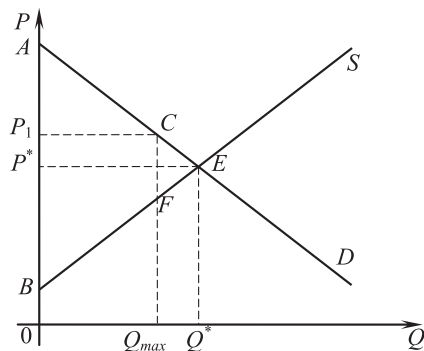


Рис. 3.15. Максимально допустимый объем производства

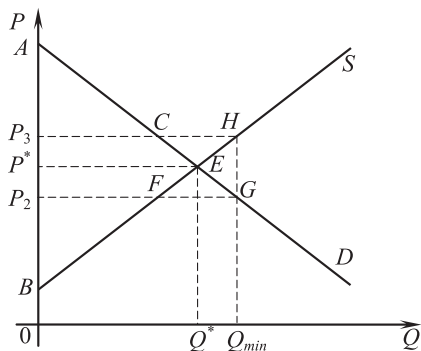


Рис. 3.16. Минимально допустимый объем производства

Нормативное увеличение объема продукции, продаваемой на рынке, до Q_{min} , так же будет сопровождаться потерями благосостояния для обще-

ства (рис. 3.16). Потребители будут готовы купить данный объем продукции по цене P_2 , которая, однако, не устроит производителей, поскольку не будет покрывать их издержки. Фирмы будут согласны продать данное количество товара лишь по цене P_3 . Таким образом, данный механизм стимулирования потребления потребует от государства субсидий на производство каждой единицы продукции в размере разницы между ценами предложения и спроса: $P_3 - P_2$. Следовательно, совокупные расходы государственного бюджета составят $Sub = S_{P_2 P_3 HG} = S_{P_2 P^* EF} + S_{P_3 P^* EC} + S_{CEH} + S_{FEG} + S_{HEG}$. Поскольку товар достанется потребителям по цене P_2 за штуку, постольку их выигрыш составит $CS = S_{P_2 AG} = S_{P_2 P^* EF} + S_{FEG} + S_{P_3 P^* EC} + S_{P_3 AC}$. Получая за каждую единицу продукции денежную сумму P_2 от потребителей, а также субсидию $P_3 - P_2$ от государства, фирмы будут иметь совокупную выручку в размере $S_{0 P_3 HQ_{min}}$ при издержках производства, равных $S_{0 BHO_{min}}$. Следовательно, выигрыш производителей составит: $PS = S_{0 P_3 HQ_{min}} - S_{0 BHO_{min}} = S_{BP_2 F} + S_{P_2 P^* EF} + S_{P_3 P^* EC} + S_{CEH}$.

Подводя баланс суммарным выигрышам и издержкам общества, получаем:

$$\begin{aligned} CS + PS - Sub &= (S_{P_2 P^* EF} + S_{FEG} + S_{P_3 P^* EC} + S_{P_3 AC}) + \\ &+ (S_{BP_2 F} + S_{P_2 P^* EF} + S_{P_3 P^* EC} + S_{CEH}) - \\ &- (S_{P_2 P^* EF} + S_{P_3 P^* EC} + S_{CEH} + S_{FEG} + S_{HEG}) = \\ &= S_{P_3 AC} + S_{BP_2 F} + S_{P_2 P^* EF} + S_{P_3 P^* EC} - S_{HEG} = S_{ABE} - S_{HEG}. \end{aligned}$$

Таким образом, чистые потери общественного благосостояния от данного механизма количественного регулирования рыночных взаимоотношений в сравнении с конкурентным равновесием, при котором суммарный выигрыш потребителей и производителей составляет S_{ABE} , будут равны S_{HEG} .

Рассмотрим теперь влияние налогов и субсидий на равновесие фирмы и отрасли на примере поштучного налога и налога с оборота. Выпишем функцию прибыли репрезентативной фирмы до введения налогов: $PR_0 = pq - TC_0(q)$. Выпишем необходимое условие ее максимума $p = MC_0(q)$, которое задает функцию предложения продукции фирмой до введения налога.

При введении потоварного налога в размере t денежных единиц с единицы продукции, проданной предприятием, его функция прибыли принимает вид:

$$PR_t = pq - TC_0(q) - tq = (p - t)q - TC_0(q).$$

Обратим внимание на то, что при введении потоварного налога издержки производства остаются прежними, а меняется функция выручки. Это будет учтено ниже при расчете изменения выигрыша производителя.

Видоизмененное необходимое условие максимума прибыли

$$\frac{dPR_t}{dq} = p - t - MC_0(q) = 0$$

задает функцию предложения фирмы после введения потоварного налога

$$p = MC_0(q) + t.$$

Допустим, что на рынке присутствует n идентичных фирм. Пусть функция отраслевого предложения до введения налога имела вид:

$$p = MC_0\left(\frac{Q}{n}\right).$$

Тогда после введения налога функция отраслевого предложения будет выглядеть так (рис. 3.17):

$$p = MC_0\left(\frac{Q}{n}\right) + t.$$

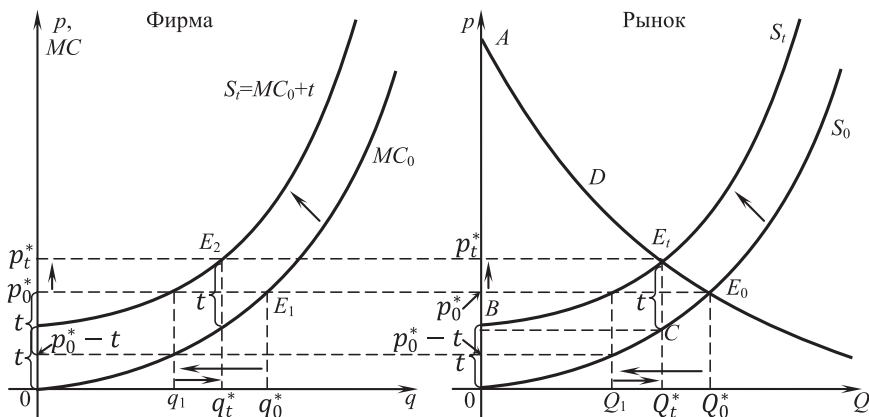


Рис. 3.17. Влияние потоварного налогообложения на индивидуальное и отраслевое равновесие (краткосрочный аспект)

Покажем, как отразится введение потоварного налога со ставкой t на линейной функции отраслевого предложения $Q = c + dP$. Поскольку

отраслевое предложение представляет собой «горизонтальную» сумму соответствующих n индивидуальных функций, постольку каждая из них

имеет вид $q_i = \frac{Q}{n} = \frac{c}{n} + \frac{d}{n}P$, или $P = \frac{nq_i}{d} - \frac{c}{d}$. Функция предложения про-

дукции отдельной фирмой отражает равенство цены и предельных издер-

жек, т. е. $MC_i = \frac{nq_i}{d} - \frac{c}{d}$. В силу того, что с учетом налоговой нагрузки вы-

ручка предприятия снижается на величину tq_i , индивидуальная функция

предложения принимает вид $P - t = \frac{nq_i}{d} - \frac{c}{d}$, или $q_i = \frac{c}{n} + \frac{d}{n}(P - t)$. Соответ-

ствующая отраслевая функция будет выглядеть так: $Q = nq_i = c + d(P - t)$.

В результате введения налога с оборота в размере t процентов от выручки предприятия функция прибыли предприятия принимает вид:

$$PR_i = pq - TC_0(q) - tpq = (1 - t)pq - TC_0(q).$$

Обратим внимание на то, что в данном случае, как и при введении потоварного налога, издержки производства остаются прежними, но меняется функция выручки. Это будет учтено ниже при расчете изменения выигрыша производителя.

Необходимое условие максимизации прибыли принимает вид:

$$\frac{dPR_i}{dq} = (1 - t)p - MC_0(q) = 0.$$

Следовательно, функция предложения фирмы после введения налога с оборота будет выглядеть так:

$$p = \frac{MC_0(q)}{1 - t}.$$

При этом новая функция отраслевого предложения становится такой (рис. 3.18):

$$p = \frac{MC_0\left(\frac{Q}{n}\right)}{1 - t}.$$

Рассмотрим воздействие налога с оборота на индивидуальное и отраслевое предложение в случае линейных зависимостей. В результате введения налога индивидуальная функция предложения принимает вид

$$P = \frac{MC_0}{1-t} = \frac{nq_i}{d(1-t)} - \frac{c}{d(1-t)}, \text{ или } q_i = \frac{c}{n} + \frac{d(1-t)}{n}P. \text{ Функция отраслевого}$$

предложения становится следующей:

$$Q = nq_i = c + d(1-t)P.$$

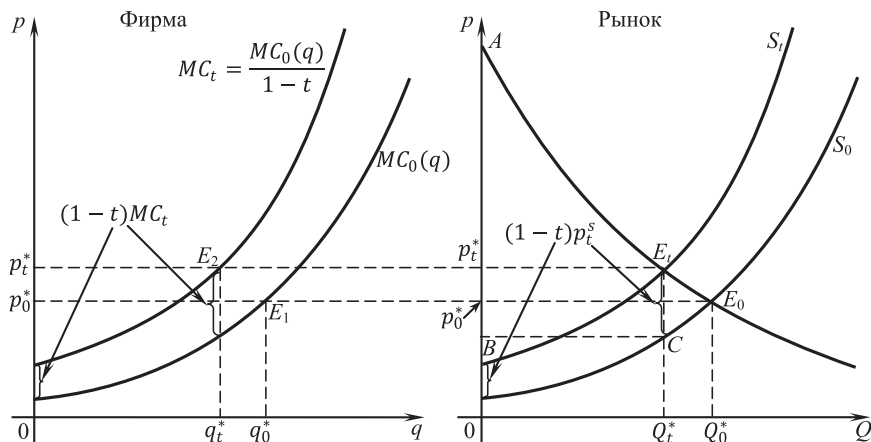


Рис. 3.18. Влияние налога с оборота на индивидуальное и отраслевое равновесие (краткосрочный аспект)

Проанализируем теперь влияние налогообложения конкурентной фирмы на общественное благосостояние. Пусть государство облагает продавцов налогом в размере t денежных единиц с каждой проданной единицы продукции. В результате этого на ту же величину возрастает минимальная цена, по которой продавцы готовы предложить на рынок каждый объем продукции. Значит, кривая предложения сдвигается на влево-вверх на величину налоговой ставки t (рис. 3.21).

Проанализируем последствия введения потоварного налога с точки зрения общественного благосостояния. Выигрыш потребителей до введения налога составлял треугольник: $CS_0 = S_{Ap_0E_0}$. Выигрыш потребителей после введения налога уменьшился до размеров: $CS_t = S_{Ap_tE_t}$. Изменение выигрыша потребителей в результате введения налога составило: $\Delta CS = S_{p_0p_tE_tE_0}$.

Издержки производства до введения налога равнялись: $VC_0 = S_{0FE_0Q_0}$, выручка продавцов до введения налога была: $TR_0 = S_{0p_0E_0Q_0}$. Их разница состав-

ляла выигрыш производителей до введения налога: $PS_0 = TR_0 - VC_0 = S_{Fp_0E_0}$.

Издержки производства после введения налога сократились: $VC_t = S_{0_{FCQ_t^*}}$. Выручка продавцов после введения налога составила вели-

чину: $TR_t = S_{0_{P_t^* E_t Q_t^*}}$, из которой были заплачены налоги государству в раз-

мере: $T = tQ_t^* = S_{Bp_t^* E_t C}$. Таким образом, выигрыш производителей после введения налога сократился до размеров: $PS_t = TR_t - T - VC_t = S_{FBC}$. Потери производителей в результате введения налога составили: $\Delta PS = S_{Bp_0^* E_0 C}$. Суммарное сокращение общественного благосостояния под влиянием налогообложения складывается из потерь потребителей и производителей за вычетом налоговых доходов государства: $DWL = \Delta CS + \Delta PS - T = S_{CE_t E_0}$.

Проанализируем распределение налогового бремени между продавцами и покупателями: $T = tQ_t^* = T_c + T_p$, $T_c = Q_t^* (P_t^* - P_0^*)$, $T_p = Q_t^* (P_0^* - P_t^* + t)$. Очевидно, что T_c и T_p в сумме дают T . Используя формулы точечной эластичности спроса и предложения по цене для дискретных приращений переменных, рассчитаем отношение коэффициентов эластичности предложения и спроса:

$$\frac{T_c}{T_p} = \frac{Q_t^* (P_t^* - P_0^*)}{Q_t^* (P_0^* - P_t^* + t)} = - \frac{\frac{(Q_t^* - Q_0^*) / Q_0^*}{(P_0^* - P_t^* + t) / P_0^*}}{\frac{(Q_t^* - Q_0^*) / Q_0^*}{(P_t^* - P_0^*) / P_0^*}} = - \frac{E_p^s}{E_p^d}.$$

Таким образом, величины налогового бремени, которые несут потребители и производители, соотносятся так же, как эластичности пред-

ложения и спроса с поправкой на знак: $\frac{T_c}{T_p} = - \frac{E_p^s}{E_p^d}$. Чем более эластичен

спрос и чем менее эластично предложение, тем больше доля налогового бремени производителей по отношению к потребителям (рис. 3.19–3.20).

Аналогичное влияние на общественное благосостояние оказывает налог с продаж, когда продавцы должны уплачивать t процентов от выручки в качестве налогов в государственный бюджет. В результате в распоряжении производителей остается только $(1-t)$ -я доля цены каждой проданной единицы товара. Поэтому минимальная цена, по которой продавцы готовы предложить на рынок каждый объем продукции, возрастает в $1/(1-t)$ раз. Значит, кривая предложения поворачивается против часовой стрелки вокруг точки пересечения с горизонтальной осью (Q) на величину налоговой ставки tp^* , где p^* – это новая цена предложения каждого объема продукции (рис. 3.22).

3.4. Государственное регулирование конкурентных рынков

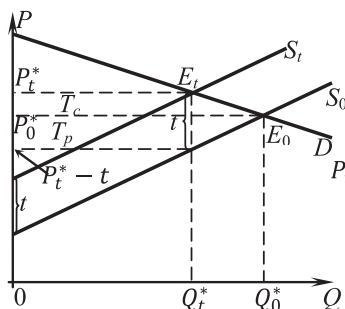


Рис. 3.19. Распределение
налогового бремени:
относительно менее эластичный спрос
и более эластичное предложение

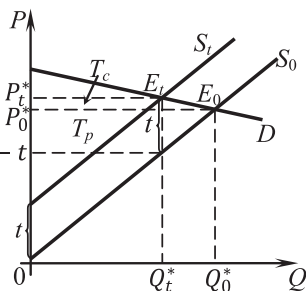


Рис. 3.20. Распределение
налогового бремени:
относительно более эластичный спрос
и менее эластичное предложение

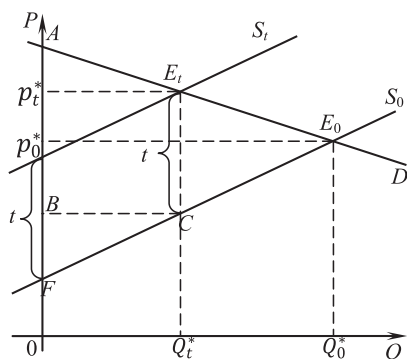


Рис. 3.21. Влияние потоварного налога
на рыночное равновесие

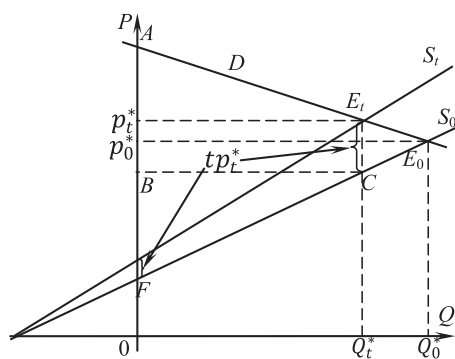


Рис. 3.22. Влияние налога с продаж
на рыночное равновесие

В частности, если функции рыночного спроса и предложения выражены, соответственно, уравнениями: $Q_d = 107 - 3P$; $Q_s = 2P - 13$, то при введении поштучного налога со ставкой 15, который уплачивают производители, функция отраслевого предложения принимает вид $Q_t^s = -13 + 2(P - 15) = -43 + 2P = Q_d = 107 - 3P$, и равновесная цена возрастает с 24 до 30, а рыночный объем продаж сокращается с 35 до 17. При этом налоговые поступления в госбюджет составят 255. В результате введения налога уменьшение выигрыша потребителей, производителей и общественного благосостояния окажутся равными, соответственно, 156, 234 и 135. Поскольку $P_t^* - t = 15$, на потребителей ляжет 40% на-

логового бремени: $T_c = (30 - 24) \cdot 17 = 102$; а на производителей — 60%: $T_p = (24 - 15) \cdot 17 = 157$ (рис. 3.23).

Пусть при тех же условиях спроса и предложения вводится налог с оборота в размере 10 процентов от валовой выручки производителей. При этом новая функция предложения принимает вид: $Q_2^s = 2 \cdot 0,9P - 13 = 1,8P - 13 = 107 - 3P$. Следовательно, равновесная цена возрастает до уровня $P = 25$, а равновесный объем продаж сокращается: $Q = 32$.

Изменение общественного благосостояния при налоге с оборота характеризуется аналогичными площадями, как и в случае потоварного налогообложения. Изменение выигрыша потребителей и производителей в результате введения налога будет таким: $\Delta CS = -33,5$, $\Delta PS = -50$, 25. Налоговые поступления в госбюджет составят $T = 80$. Таким образом, сокращение общественного благосостояния в результате введения налога будет равно 3,75 (рис. 3.24).

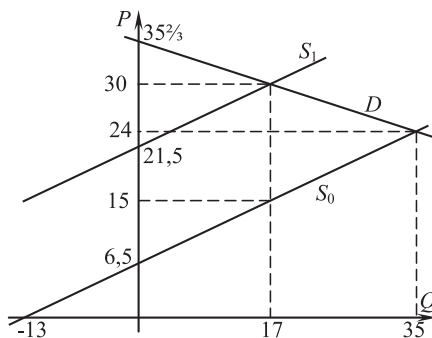


Рис. 3.23. Потоварный налог: пример

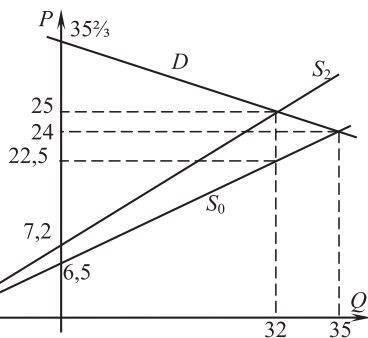


Рис. 3.24. Налог с оборота: пример

Следует отметить, что полностью аналогичные рассуждения справедливы и в случае применения государством инструментов субсидирования производителей. Продемонстрируем это на примере введения регулируемыми органами потоварной субсидии и субсидии к обороту. Предположим, что функции рыночного спроса и предложения выражены, соответственно, уравнениями $Q_d = 110 - 4P$ и $Q_s = 6P - 40$. Рассмотрим два варианта государственного регулирования рыночного механизма: введение поштучной субсидии, равной 5, которую получают производители, а также субсидии в размере 10 процентов от валовой выручки производителей.

При отсутствии государственного регулирования $P_0=15$; $Q_0=50$.

При этом эластичность спроса по цене равна $E_p^d = -\frac{4 \cdot 15}{50} = -1,2$, а эластичность предложения составляет $E_p^s = \frac{6 \cdot 15}{50} = 1,8$.

При введении поштучной субсидии, равной 5, функция предложения принимает вид: $Q_s^1 = 6P - 10$; $P_s^1 = 1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}Q$. Новое рыночное равновесие будет таким: $P_1=12$; $Q_1=62$. При данном объеме продаваемой продукции цена предложения окажется равной $P_s^0(62) = 6\frac{2}{3} + \frac{62}{6} = 17$.

Величина дотационных выплат из госбюджета составит: $S = 62 \cdot 5 = 310$.

Проанализируем распределение субсидии между продавцами и покупателями в общем виде:

$$S = sQ_t^* = S_c + S_p, S_c = Q_s^*(P_0^* - P_s^*), S_p = Q_s^*(P_s^* + s - P_0^*).$$

Очевидно, что S_c и S_p в сумме дают S . Используя формулы точечной эластичности спроса и предложения по цене для дискретных приращений переменных, рассчитаем отношение коэффициентов эластичности предложения и спроса:

$$\frac{S_c}{S_p} = \frac{Q_s^*(P_0^* - P_s^*)}{Q_s^*(P_s^* + s - P_0^*)} = -\frac{\frac{(Q_s^* - Q_0^*)/Q_0^*}{(P_s^* + s - P_0^*)/P_0^*}}{\frac{(Q_s^* - Q_0^*)/Q_0^*}{(P_s^* - P_0^*)/P_0^*}} = -\frac{E_p^s}{E_p^d}.$$

Таким образом, величины субсидии, которые приходятся на потребителей и производителей, соотносятся так же, как эластичности пред-

ложения и спроса с поправкой на знак: $\frac{S_c}{S_p} = -\frac{E_p^s}{E_p^d}$. Чем более эластичен

спрос и чем менее эластично предложение, тем больше величина субсидии, присваиваемая производителями, по отношению к субсидии, приходящейся на потребителей (рис. 3.25–3.26).

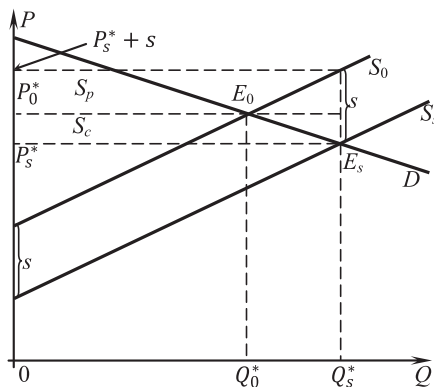


Рис. 3.25. Распределение
потоварной субсидии:
относительно менее эластичный спрос
и более эластичное предложение

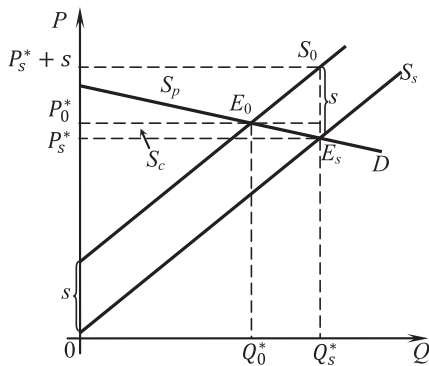


Рис. 3.26. Распределение
потоварной субсидии:
относительно более эластичный спрос
и менее эластичное предложение

Итак, доли субсидии, которые получают потребители и производители, соотносятся как абсолютные величины эластичностей предложения и спроса в исходной точке равновесия:

$$\frac{S_c}{S_p} = -\frac{E_p^s}{E_p^d} = \frac{1,8}{1,2} = \frac{3}{2}.$$

До введения субсидии потребительский излишек был равен: $CS_0 = 0,5 \cdot (27,5 - 15) \cdot 50 = 312,5$. После введения субсидии потребительский излишек увеличивается: $CS_1 = 0,5 \cdot (27,5 - 12) \cdot 62 = 480,5$. Изменение выигрыша потребителей составит: $\Delta CS = 168$.

До введения субсидии выигрыш производителей равняется: $PS_0 = 0,5 \cdot (15 - 6\frac{2}{3}) \cdot 50 = 208,3$. После введения субсидии выигрыш производителей становится равен: $PS_1 = 0,5 \cdot (17 - 6\frac{2}{3}) \cdot 62 = 320,3$. Увеличение выигрыша производителей составит: $\Delta PS = 112$.

Таким образом, чистый эффект от введения субсидии с точки зрения общественного благосостояния в целом будет отрицательным: $DWL = \Delta CS + PS - S = 168 + 112 - 310 = -30$ (рис. 3.27).

При введении субсидии в размере 10 процентов от валовой выручки производителей функция предложения принимает вид: $Q_s^2 = 6 \cdot 1,1 \cdot P - 40 = 6,6P - 40$, или $P_s^2 = 6,06P + 0,165Q$. Новое рыночное равновесие будет таким: $P = 14,15$; $Q = 110 - 4 \cdot 14,15 = 53,4$. При отсутствии субсидии данное количество товара производители были бы готовы реализовать по цене $P(53,4) = 15,57$.

Дотационные выплаты из госбюджета составят $S = 0,1 \cdot 53,4 \cdot 14,15 = 75,561$.

После введения субсидии потребительский излишек становится равным $CS_2 = 0,5 \cdot (27,5 - 14,15) \cdot 53,4 = 383,145$. Изменение выигрыша потребителей составит: $\Delta CS = 7,17$.

Рассчитаем изменение выигрыша производителей. После введения данной субсидии (переменные) издержки производителей будут равны площади под исходной функцией рыночного предложения:

$$VC_2 = \frac{\left(6\frac{2}{3} + 15,57\right)53,4}{2} = 593,72. \text{ Выручка производителей от реализации}$$

продукции (без учета получаемой субсидии) составит: $TR_2 = 14,15 \cdot 53,4 = 755,61$. С учетом субсидии новый выигрыш производителей окажется равным: $PS_2 = TR_2 + S - VC_2 = 755,61 + 75,561 - 593,72 = 237,451$. Увеличение выигрыша производителей в результате введения субсидии составит: $PS = 237,451 - 208,3 = 29,151$.

Чистый эффект с точки зрения общественного благосостояния в целом в результате введения субсидии, как и в предыдущем случае, будет отрицательным: $DWL = CS + PS - S = 7,17 + 29,151 - 75,561 = -39,24$ (рис. 3.28).

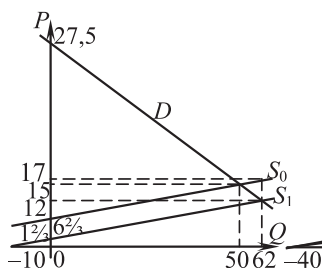


Рис. 3.27. Потоварная субсидия: пример

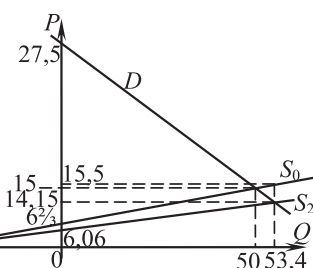


Рис. 3.28. Субсидия к обороту: пример

3.5. Устойчивость рыночного равновесия: сравнительная статика и динамика

Рыночное равновесие будет наблюдаться при таких условиях, когда цена, по которой покупатели будут готовы купить некоторое количество товара, т. е. цена спроса, совпадает с ценой, по которой производители будут готовы его продать, — ценой предложения (P^* на рис. 3.29), а также когда при существующем значении рыночной цены объем продукции,

который покупатели будут готовы приобрести, т. е. величина спроса, совпадет с объемом товара, который производители будут готовы продать, — величиной предложения (Q' на рис. 3.29).

В силу действия так называемых законов спроса и предложения, т.е. в случае, если рыночный спрос представляет собой убывающую, а рыночное предложение — возрастающую зависимость объема покупаемой и продаваемой продукции от цены, рыночное равновесие будет устойчивым в каждый данный момент времени. Если цена окажется выше равновесного уровня (P_1 в левой части рис. 3.29), то объем предлагаемой продукции (Q_1^s) окажется больше количества, на которое будет предъявлен спрос (Q_1^d), часть произведенной продукции не найдет сбыта — на рынке возникнет излишек продукции в размере $[CD]$, что заставит производителей снижать цены до равновесного уровня. При понижении цены ниже равновесной (P_2 в левой части рис. 3.29) на рынке возникнет дефицит продукции ($[AB] = Q_2^d - Q_2^s$), что позволит продавцам повысить цену до равновесного уровня. В данном контексте обычно говорят, что рыночное равновесие устойчиво по Вальрасу.

Справедливы и аналогичные рассуждения, проведенные в отношении объемов спроса и предложения. Если объем предложения продукции на рынке окажется меньше равновесного (Q_1 на правой части рис. 3.29), то уровень рыночной цены повысится, установившись на уровне цены спроса ($P_1^d > P_1^s$), что послужит стимулом для предприятий наращивать объем производства до тех пор, пока рыночное предложение не сравняется с величиной спроса. Соответственно, если на рынке возникнет избыток предложения по отношению к спросу, то конкуренция между продавцами приведет к падению цены, что заставит предприятия сокращать выпуск товара до тех пор, пока объем производимой продукции не сравняется с величиной спроса. Таким образом, рыночное равновесие является устойчивым по Маршаллу.

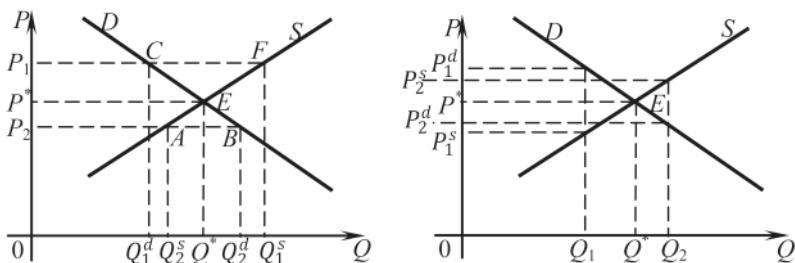


Рис. 3.29. Устойчивость рыночного равновесия по Вальрасу и Маршаллу

Рассмотрим вопрос об устойчивости по Вальрасу и по Маршаллу равновесия при отрицательном наклоне кривой предложения, соответствующем отрасли с убывающими издержками, если функция предложения убывает медленнее, чем функция спроса. Пусть, в трактовке Вальраса, когда P является независимой, а Q — зависимой переменной, $P_1 > P^*$. Тогда $Q_1^d > Q_1^s$. Значит, P будет повышаться. Допустим, что $P_2 < P^*$. В таком случае $Q_2^s > Q_2^d$. Поэтому P снижается. Следовательно, равновесие неустойчиво (рис. 3.30). Рассмотрим равновесие по Маршаллу, когда Q трактуется как независимая, а P — зависимая переменная. Пусть, $Q_1 < Q^*$. Тогда $P_1^d > P_1^s$. Следовательно, Q возрастает, стремясь к Q^* . Допустим, что $Q_2 > Q^*$. В таком случае $P_2^s > P_2^d$, и Q снижается, возвращаясь к Q^* . Поэтому равновесие устойчиво (рис. 3.31).

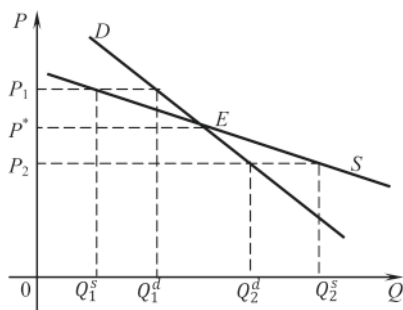


Рис. 3.30. Неустойчивое равновесие при убывающей функции предложения

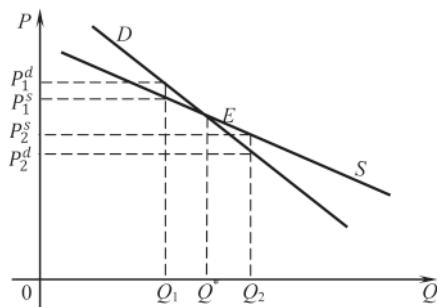


Рис. 3.31. Устойчивое равновесие при убывающей функции предложения

Рассуждая аналогичным образом, можно определить, является ли устойчивым по Вальрасу и по Маршаллу равновесие при отрицательном наклоне кривой предложения в отрасли с убывающими издержками, если функция предложения убывает быстрее, чем функция спроса.

Введем теперь в анализ фактор времени в явном виде и рассмотрим динамическое взаимодействие спроса и предложения на конкурентном рынке в контексте так называемой паутинообразной модели.

Допустим для простоты, что спрос и предложение можно описать линейными функциями: $q_d = a - bp$, $q_s = c + dp$; где $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a, b, c, d > 0$, $a > c$, т. е. при нулевой цене спрос превышает предложение.

Найдем равновесные значения p^* и q^* : $q^* = a - bp^* = c + dp^*$; откуда

$$p^* = \frac{a-c}{b+d}, q^* = \frac{ad+cb}{b+d}.$$

Предпосылкой традиционной паутинообразной модели является то, что объем предложения запаздывает на один период по отношению к ценам (пример — сельскохозяйственное производство):

$$q_t^s = f(p_{t-1}).$$

Объем спроса зависит от цены текущего периода:

$$q_t^d = g(p_t).$$

Система уравнений, описывающих рынок, такова:

$$\begin{cases} q_t^s = f(p_{t-1}); \\ q_t^d = g(p_t); \text{ или } q_t = f(p_{t-1}) = g(p_t). \\ q_t^s = q_t^d; \end{cases}$$

Схема действия модели выглядит так:

$$q_0 \rightarrow p_0 = g^{-1}(q_0) \rightarrow q_1 = f(p_0) \rightarrow p_1 = g^{-1}(q_1) \rightarrow q_2 = f(p_1) \rightarrow \dots$$

Рассмотрим паутинообразную модель с линейными функциями спроса

$$q_t^d = a - bp_t$$

и предложения

$$q_t^s = c + dp_{t-1},$$

где $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a, b, c, d > 0$, $a > c$, или $g(0) > f(0) > 0$, т. е. при нулевой цене спрос превышает предложение.

Перейдем к формальному анализу модели. Выразим p_t через p_{t-1} , приравняв спрос и предложение $a - bp_t = c + dp_{t-1}$:

$$p_t = \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b} p_{t-1}.$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b} p_0; \\ p_2 &= \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b} p_1 = \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b} \left(\frac{a-c}{b} - \frac{d}{b} p_0 \right) = \frac{a-c}{b} - \frac{d(a-c)}{b^2} + \left(\frac{d}{b} \right)^2 p_0; \\ p_3 &= \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b} p_2 = \frac{a-c}{b} - \frac{d}{b} \left(\frac{a-c}{b} - \frac{d(a-c)}{b^2} + \left(\frac{d}{b} \right)^2 p_0 \right) = \\ &= \frac{a-c}{b} - \frac{d(a-c)}{b^2} + \frac{d^2(a-c)^2}{b^3} - \left(\frac{d}{b} \right)^3 p_0, \dots \end{aligned}$$

В общем виде:

$$p_t = \frac{a-c}{b} - \frac{d(a-c)}{b^2} + \frac{d^2(a-c)^2}{b^3} - \dots + (-1)^{t-1} \frac{d^{t-1}(a-c)^{t-1}}{b^t} + \left(-\frac{d}{b}\right)^t p_0.$$

Слагаемые, присутствующие в правой части данного выражения, за исключением последнего, представляют собой геометрическую прогрессию. Суммируя их¹, получаем зависимость между текущей и первоначальной ценой:

$$p_t = \frac{a-c}{b} \left(\frac{1 - \left(-\frac{d}{b}\right)^t}{1 + \frac{d}{b}} \right) + \left(-\frac{d}{b}\right)^t p_0 = \frac{a-c}{b+d} \left(1 - \left(-\frac{d}{b}\right)^t \right) + \left(-\frac{d}{b}\right)^t p_0,$$

или

$$p_t = p^* + (p_0 - p^*) \left(-\frac{d}{b}\right)^t,$$

где t — текущий момент времени.

- а) Если $\frac{d}{b} < 1$, то $\left(-\frac{d}{b}\right)^t \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Поскольку $|q| < 1$, $\lim_{t \rightarrow \infty} p_t = \frac{a-c}{b+d} = p^*$.

Следовательно, при более крутом наклоне обратной кривой предложения по сравнению с обратной кривой спроса равновесие является устойчивым (рис. 3.32).

- б) Если $\frac{d}{b} > 1$, то $\left(-\frac{d}{b}\right)^t \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$, и ряд расходится. То есть при бо-

лее крутом наклоне обратной кривой спроса по сравнению с обратной кривой предложения равновесие неустойчиво (рис. 3.33).

- в) Если $\frac{d}{b} = 1$, то $p_t = \frac{a-c}{b+d} (1 - (-1)^t) + (-1)^t p_0$. Следовательно, при

$$t = 2k, k \in \mathbb{N}, p_t = p_0, \text{ а при } t = 2k+1, k \in \mathbb{N}, p_t = \frac{2(a-c)}{b+d} - p_0. \text{ Итак,}$$

¹ Напомним, что сумма t членов геометрической прогрессии рассчитывается по формуле: $S_t = a_1 \frac{1-q^t}{1-q}$, где a_1 — первый член, а q — знаменатель прогрессии.

В нашем случае $q = -\frac{d}{b}$, $a_1 = \frac{a-c}{b}$.

при равном (по модулю) угловом коэффициенте линейных функций спроса и предложения равновесие является квазистабильным, т. е. существует только два значения рыночной цены, которые чередуются (рис. 3.34).

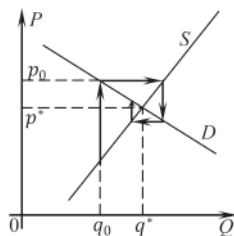


Рис. 3.32. Устойчивое равновесие

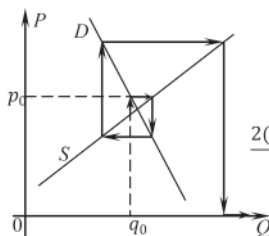


Рис. 3.33. Нестабильное равновесие

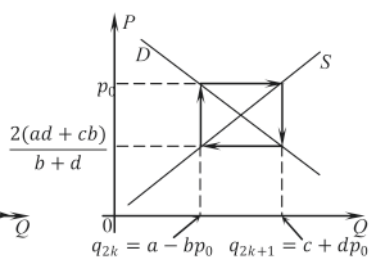


Рис. 3.34. Квазистабильное равновесие

Таким образом, в паутинообразной модели с линейными функциями спроса и предложения при более крутом наклоне обратной кривой предложения по сравнению с обратной кривой спроса равновесие является устойчивым; наоборот, при более крутом наклоне обратной кривой спроса по сравнению с обратной кривой предложения равновесие неустойчиво; а при равном (по модулю) угловом коэффициенте линейных функций спроса и предложения равновесие является квазистабильным, т. е. существует только два значения рыночной цены, которые чередуются.

Приведем пример квазистабильного равновесия при нелинейной

функции рыночного спроса: $Q_t^d = \frac{a}{P_t}$. Пусть линейная функция предло-

жения проходит через начало координат: $Q_t^s = bP_{t-1}$. Здесь a и b – положительные константы¹.

Рассчитаем условия рыночного равновесия: $Q_d = \frac{a}{P} = Q_s = bP$, т.е.

$P^* = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $Q^* = \sqrt{ab}$. Далее, приравняв величины спроса и предложения

в каждый, данный момент времени $Q_t^d = \frac{a}{P_t} = Q_t^s = bP_{t-1}$, выразим теку-

¹ Задача поставлена в работе: Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. 3-е изд. М.: Дело и Сервис, 2001.

щий уровень цены через ее предыдущее значение: $P_t = \frac{a}{bP_{t-1}}$. Проанализируем итеративную динамику цен в модели: $P_1 = \frac{a}{bP_0}$, $P_2 = \frac{a}{bP_1} = \frac{a}{b \frac{a}{bP_0}} = P_0$, $P_3 = \frac{a}{bP_2} = \frac{a}{bP_0}$, $P_4 = \frac{a}{bP_3} = \frac{a}{b \frac{a}{bP_0}} = P_0 \dots$ Итак, равновесие в модели будет квазистабильным: уровни цены и объема производства принимают по два чередующихся значения: $P_t = P_0$, $Q_t = \frac{a}{P_0}$ в четные периоды, когда $t = 2k$, $k \in \mathbb{N}$; и $P_t = \frac{a}{bP_0}$, $Q_t = bP_0$ – в нечетные периоды, когда $t = 2k+1, k \in \mathbb{N}$ (рис. 3.35).

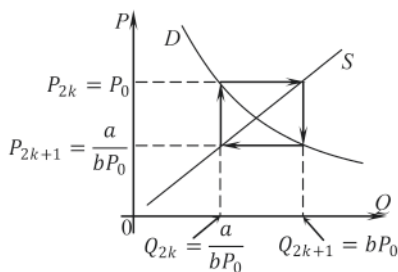


Рис. 3.35. Квазистабильное равновесие при нелинейном спросе

Контрольные вопросы

1. В чем заключается характерная особенность модели совершенной конкуренции, которая отличает ее от рыночных структур несовершенной конкуренции?
2. Как видоизменяется условие максимизации прибыли при совершенной конкуренции?
3. Какие соотношения задают функцию предложения продукции конкурентной фирмой? Как это можно показать на графике?
4. Дайте определение и покажите экономический смысл эффектов замещения и выпуска, возникающих при максимизации прибыли.
5. Каковы принципы построения краткосрочной функции предложения конкурентной фирмы?
6. Какие существуют способы измерения выигрыша производителя?

7. Как соотносятся отраслевая и индивидуальные кривые предложения в краткосрочном аспекте?
8. Проиллюстрируйте механизм установления и изменения индивидуального и рыночного равновесия в условиях свободного входа новых фирм на рынок.
9. В чем отличие отраслей с возрастающими, постоянными убывающими издержками? Проиллюстрируйте вывод соответствующих долгосрочных функций отраслевого предложения графически.
10. Проанализируйте различные варианты государственного регулирования конкурентных рынков с точки зрения воздействия на общественное благосостояние.
11. Как с помощью паутинообразной модели можно проиллюстрировать рыночную динамику? При каких условиях равновесие будет устойчивым? При каких условиях равновесие неустойчиво? В каком случае равновесие является квазистабильным?

Т Е М А 4

Монополия

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- источники и подходы к оценке монопольной власти фирмы;
- взаимосвязь между спросом на продукцию монополии, ее общей и предельной выручкой;
- соотношение между ценой и объемом производства монополии и фирмы, действующей в условиях совершенной конкуренции;
- почему монополия, в отличие от конкурентного рынка, не является эффективной с социальной точки зрения рыночной структурой, каковы источники и методы оценки потерь общественного благосостояния при монополизации рынка;
- дилемму регулирования естественной монополии;
- особенности монополистического поведения при реализации различных типов ценовой дискриминации.

4.1. Максимизация прибыли монополией

Чистая монополия — структура рынка, на котором предложение представлено единственным продавцом товара (услуги), который не имеет близких заменителей, а спрос — множеством покупателей, принимающих решение независимо друг от друга и не способных оказать существенного влияния на формирование рыночной цены. Отличительной особенностью этой рыночной структуры являются высокие барьеры входа на рынок, в частности, законодательные или административные — такие, например, как патенты; либо экономические — в том числе, существенная экономия на масштабе производства, а также барьеры выхода предприятий из отрасли, например, значительные капитальные вложения. Монопольная власть тем больше, чем выше входные барьеры в отрасль и чем меньше заменителей у товара. Так как монополист является единственным про-

давом на данном рынке, он полностью контролирует объем предложения и рыночную цену.

Традиционно предполагается, что фирма — абсолютная монополия, руководствуется в своем поведении принципом максимизации прибыли:

$$\frac{dPR}{dQ} = \frac{dTR}{dQ} - \frac{dTC}{dQ} = MR - MC = 0.$$

Таким образом, необходимым условием максимума прибыли монополии является равенство предельного дохода и предельных издержек, которое с учетом выражения предельной выручки через эластичность рыночного спроса (1.56) можно записать так:

$$MR = p \left(1 + \frac{1}{E_p^d} \right) = MC. \quad (4.1)$$

Монополия всегда выбирает объем выпуска, который соответствует эластичному (по цене) участку функции спроса, ведь именно этот сегмент соответствует положительной величине предельного дохода, а монополист никогда не станет увеличивать объем производства, если это не только повлечет за собой дополнительные издержки, но и приведет к сокращению выручки.

Графически процедура максимизации прибыли предполагает поиск такого объема производимой продукции, при котором точка на графике выручки будет расположена как можно более высоко над соответствующей точкой на графике издержек. Необходимое условие максимума прибыли утверждает, что при данном объеме производства касательная к графику прибыли будет горизонтальной, а угловые коэффициенты касательных к графикам издержек и выручки будут равны (см. верхнюю часть рис. 4.1). Это соответствует пересечению графиков предельных издержек (MC) и выручки (MR) в нижней части рисунка 4.1.

Условию равенства предельных величин дохода и издержек (4.1), выполнение которого необходимо для достижения максимума прибыли, могут соответствовать объемы производства продукции, как обеспечивающие фирме наибольшую прибыль (Q^* на рис. 4.1), так и приносящие максимальные убытки (Q на рис. 4.1).

Достаточным условием максимума функции прибыли в найденной из необходимого условия экстремальной точке является отрицательность второй производной данной функции:

$$\frac{d^2TR}{dQ^2} - \frac{d^2TC}{dQ^2} < 0, \text{ или } \frac{d^2TR}{dQ^2} < \frac{d^2TC}{dQ^2}, \text{ т.е. } MR' < MC'.$$

4.1. Максимизация прибыли монополий

Следовательно, при объеме производства, обеспечивающем максимум прибыли, угловой коэффициент касательной к графику предельных издержек должен быть не меньше тангенса угла наклона касательной к графику предельной выручки. При объеме производства, соответствующем пересечению убывающего графика предельного дохода с возрастающим участком линии предельных издержек, достаточное условие максимума прибыли гарантированно выполняется.

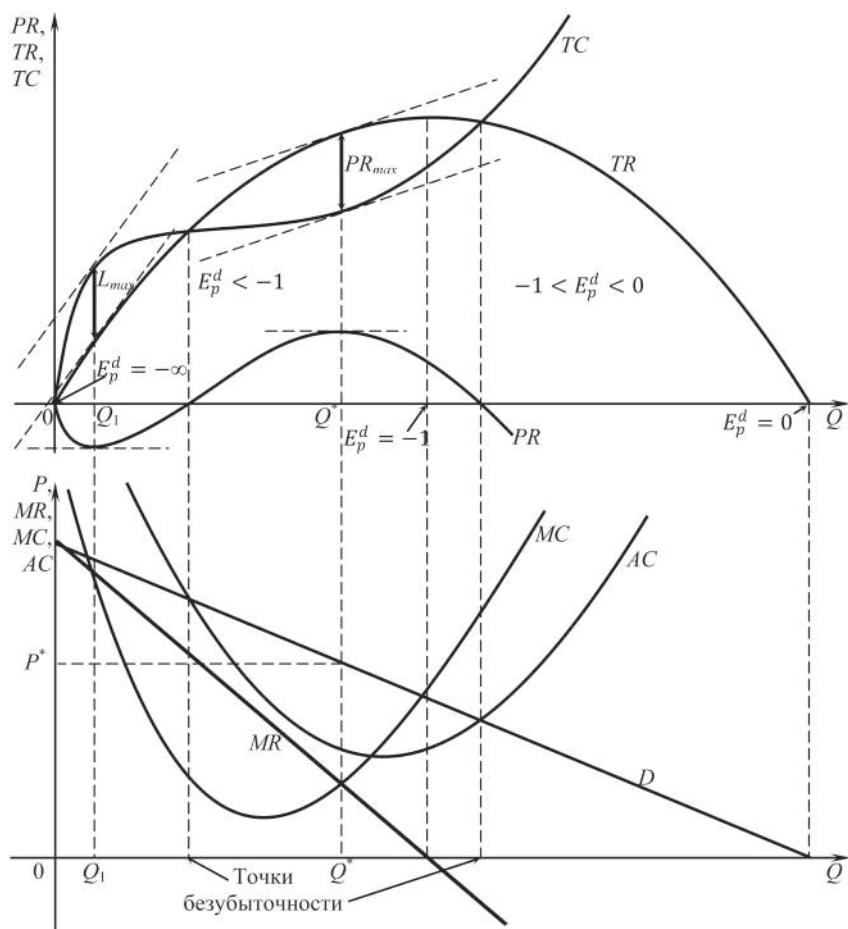


Рис. 4.1. Максимизация прибыли монополий

Достаточное условие максимума прибыли (PR_{max}) здесь выполняется в точке Q^* , где $MC' > 0$, а $MR' < 0$. В точке Q_1 , на участке убывающих предельных издержек, наблюдается не максимум прибыли, а ее минимум, т. е. максимум убытков (L_{max}). На рисунке 4.1 функция спроса для упрощения предполагается линейной. Если функция спроса имеет вид $P=a-bQ$, то функция общей выручки оказывается квадратичной параболой: $TR=P \cdot Q=aQ-bQ^2$, а предельный доход будет линейной функцией с угловым коэффициентом по модулю в два раза большим, чем у функции спроса: $MR=TR'=a-2bQ$.

Один и тот же объем производства монополии может соответствовать различным уровням рыночной цены, если рыночный спрос претерпевает изменения. Это означает отсутствие кривой предложения как функциональной зависимости цены продукта от объема его производства в условиях монополии (рис. 4.2).

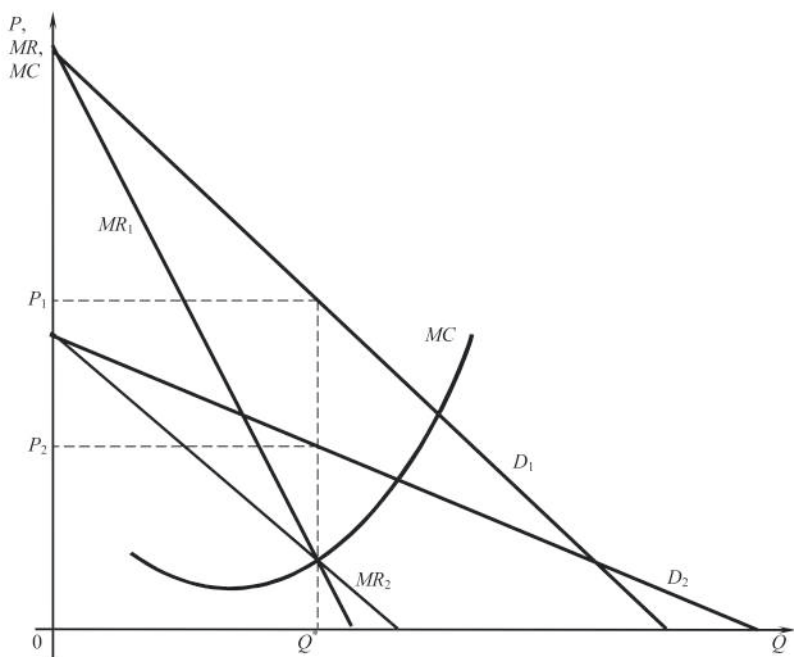


Рис. 4.2. Отсутствие у монополии функции предложения как зависимости цены выпускаемого продукта от его объема

И наоборот, один и тот же уровень рыночной цены может соответствовать различным объемам производства монополии, если рыночный

спрос претерпевает изменения. Это означает отсутствие кривой предложения как функциональной зависимости объема производства от цены продукта в условиях монополии (рис. 4.3).

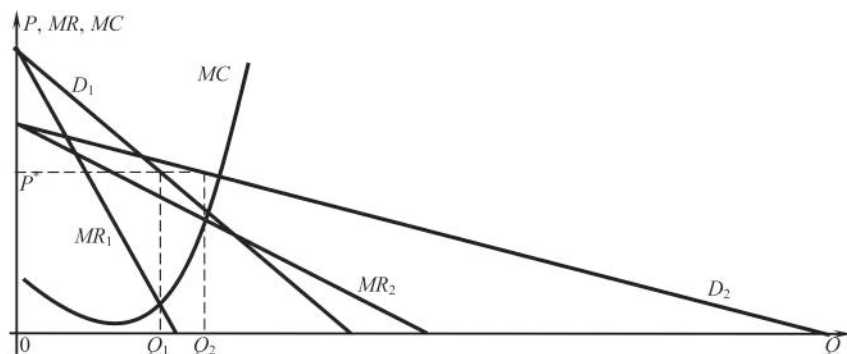


Рис. 4.3. Отсутствие у монополии функции предложения как зависимости объема выпускаемого продукта от его цены

Хотя у монополии отсутствует функция предложения продукции как зависимость между объемом выпуска и рыночной ценой, можно показать, что, если функция спроса является неизменной, то при каждом заданном объеме производства устанавливаемая монополистом оптимальная цена на продукт является неубывающей функцией предельных издержек MC . Для обоснования этого положения будем опираться на теорию выявленной максимизации прибыли, рассмотренную в параграфе 2.3.

Отметим, что если фирма обладает экономической властью, т.е. способна влиять на рыночные цены, в частности выпускаемой продукции, то принцип выявленной максимизации прибыли усложняется. Он должен учитывать влияние сокращения объема производства предприятия в отчетном по сравнению с базисным периоде не только на снижение издержек, но и на рост рыночной цены на продукцию фирмы: если в отчетном периоде предприятие в соответствии с технологией производства и условиями рыночного спроса может выпустить базисный объем продукции и назначить на нее базисную цену, но фирма в этом периоде производит другой, отчетный объем производства по новой цене, то отчетные количество продукции и цена приносят предприятию не меньшую прибыль, чем базисные.

Проанализируем теперь зависимость ценообразования от технологии производства в условиях конкуренции и рыночной власти на рынках готовой продукции. Для того чтобы показать неубывающую зави-

симось монополистической цены от предельных издержек MC , введем две альтернативные дифференцируемые функции долгосрочных затрат TC_1 и TC_2 и предположим, что $MC_2(q) \geq MC_1(q)$ для всех $q > 0$. Допустим далее, что монополист, обладая функцией издержек TC_1 , назначит цену p_1 и выберет количество продукции q_1 , а при функции затрат TC_2 цена будет p_2 , а объем выпуска q_2 . Применяем принцип выявленной максимизации прибыли:

$$p_1 q_1 - TC_1(q_1) \geq p_2 q_2 - TC_1(q_2), \quad (4.2)$$

так как при функции издержек TC_1 назначение цены на уровне p_1 и выбор объема производства q_1 , дадут не меньшую прибыль, чем любое другое сочетание цены и количества, в частности p_2 и q_2 .

Аналогично при функции издержек TC_2 в силу аксиомы выявленной максимизации прибыли имеем:

$$p_2 q_2 - TC_2(q_2) \geq p_1 q_1 - TC_2(q_1). \quad (4.3)$$

Сложим неравенства (4.2) и (4.3):

$$[TC_2(q_1) - TC_2(q_2)] - [TC_1(q_1) - TC_1(q_2)] \geq 0. \quad (4.4)$$

Неравенство (4.4) можно переписать в интегральной форме¹:

$$\int_{q_2}^{q_1} (MC_2(q) - MC_1(q)) dq \geq 0. \quad (4.5)$$

Вспомним, что предполагалось $MC_2(q) \geq MC_1(q)$. Так как подынтегральная функция неотрицательна, интеграл (4.5) как ориентированная функция может быть неотрицательным, только если верхний предел интегрирования не меньше нижнего: $q_1 \geq q_2$.

Учитывая, что при заданной функции спроса, за исключением вырожденного случая товара Гиффена, объем спроса является невозрастающей функцией цены, можно сделать вывод, что неизменному или более высокому уровню предельных издержек соответствует по крайней мере не меньшее значение цены производимой продукции:

$$p_2 \geq p_1. \quad (4.6)$$

Таким образом, назначаемая монополией оптимальная цена является неубывающей функцией предельных затрат ($P_m = f(MC)$):

¹ Тироль Ж. Рынки и рыночная власть: в 2 т. 2-е изд. М.: Экономическая школа, 2000.

$$\text{если } MC_2 \geq MC_1, \text{ то } P_m^2 = f(MC_2) \geq P_m^1 = f(MC_1). \quad (4.7)$$

К конкурентной фирме применимы с некоторыми изменениями рассуждения, проведенные выше в случае монопольной власти на рынке готовой продукции. Прежде всего, в данном случае необходимо использовать первую, упрощенную формулировку самого принципа выявленной максимизации прибыли, в которой цена для предприятия является экзогенным параметром. Далее введем, как и прежде, две альтернативные дифференцируемые функции долгосрочных затрат TC_{1i} и TC_{2i} , предполагая $MC_{2i}(q_i) \geq MC_{1i}(q_i)$ для всех $q_i > 0$, и допустим, что фирма, обладая функцией издержек TC_{1i} , выберет количество продукции q_{1i} , а при функции затрат TC_{2i} объем выпуска составит q_{2i} . Применяем принцип выявленной максимизации прибыли:

$$pq_{1i} - TC_{1i}(q_{1i}) \geq pq_{2i} - TC_{1i}(q_{2i}), \quad (4.8)$$

$$pq_{2i} - TC_{2i}(q_{2i}) \geq pq_{1i} - TC_{2i}(q_{1i}). \quad (4.9)$$

Складывая (4.8) и (4.9), получаем, как и в случае монополии, соотношения (4.4)–(4.5). Поскольку эти неравенства справедливы для каждой из фирм на конкурентном рынке, соотношение между объемами производства можно агрегировать (5.1): $Q_1 \geq Q_2$.

Затем можно, как и в случае монополии, перейти от соотношения между общеотраслевым количеством выпускаемой продукции к ценовому неравенству (4.6). Итак, в конкурентной ситуации с ростом предельных издержек фирм, работающих на данном рынке, происходит сдвиг графика функции отраслевого предложения влево-вверх, что приводит к росту уровня цены (рис. 4.4). Поэтому рыночная цена в условиях совершенной конкуренции при прочих равных условиях так же является неубывающей функцией предельных издержек ($P_k = \varphi(MC)$):

$$\text{если } MC_2 \geq MC_1, \text{ то } P_k^2 = \varphi(MC_2) \geq P_k^1 = \varphi(MC_1). \quad (4.10)$$

Если усилить принцип выявленной максимизации прибыли, записав неравенства (4.2)–(4.3) и (4.8)–(4.9) как строгие, то мы получим возрастающие функции, соответствующие (4.7) и (4.10) ($P_m = f(MC)$ и $P_k = \varphi(MC)$):

$$\text{если } MC_2 > MC_1, \text{ то } P_m^2 = f(MC_2) > P_m^1 = f(MC_1), \quad (4.11)$$

$$\text{если } MC_2 > MC_1, \text{ то } P_k^2 = \varphi(MC_2) > P_k^1 = \varphi(MC_1). \quad (4.12)$$

Поскольку полученная нами функциональная зависимость конкурентной цены от предельных издержек — всюду возрастающая,

для нее существует обратная функция. Если перейти к этой обратной функции:

$$MC = \varphi^{-1}(P_k), \quad (4.13)$$

то можно утверждать, что она также возрастающая. Рост рыночной цены соответствует при прочих равных условиях более высокому уровню предельных издержек типичной фирмы:

$$\text{если } P_k^2 \geq P_k^1, \text{ то } MC_2 = \varphi^{-1}(P_k^2) \geq MC_1 = \varphi^{-1}(P_k^1).$$

Составим сложную функцию, характеризующую соответствие между конкурентной и монопольной ценами. Это можно сделать, подставив полученную обратную функцию предельных издержек от конкурентной цены (4.13) в качестве аргумента в функцию цены монополии (4.11): $P_m = f(MC) = f(\varphi^{-1}(P_k))$. Из проведенных преобразований следует вывод, что монопольная цена как композиция возрастающего и неубывающего отображений – это нестрого возрастающая, или неубывающая, функция от цены конкурентной.

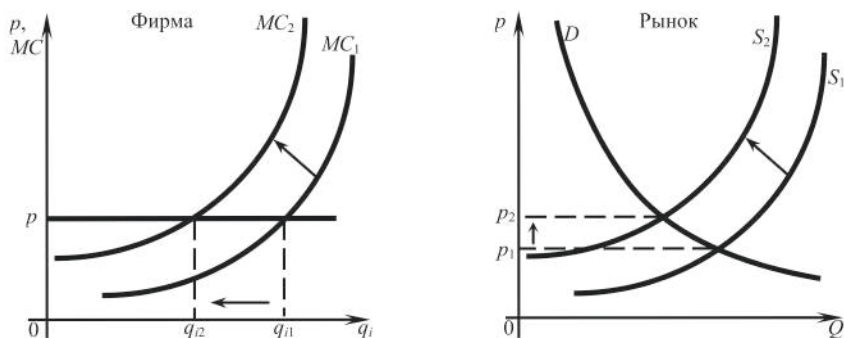


Рис. 4.4. Конкурентная цена продукта – возрастающая функция предельных издержек его производства

Таким образом, на основе проведенного анализа можно сделать вывод, что одним из важнейших факторов, лежащих как в основе монопольной цены, так и цены конкурентной, является динамика факторов производственно-технологического характера, формирующих уровень издержек производства и их предельные значения. Этот факт закладывает основы для сопереориентации динамики цен, устанавливаемых в рамках монополистической рыночной структуры, их движению при конкурентном ценообразовании.

Если монополия включает в себя несколько заводов, то для нее встает задача оптимального распределения максимизирующего прибыль объема производства между данными предприятиями:

$$\max_{q_i, i=1, \dots, n} PR = \max_{q_i, i=1, \dots, n} \left\{ pQ - \sum_{i=1}^n TC_i(q_i) \right\},$$

где q_i — выпуск продукта на отдельном заводе, TC_i — издержки его производства, $i = \{1, \dots, n\}$, $Q = \sum_{i=1}^n q_i$ — совокупный выпуск монополии.

Необходимым условием максимума прибыли картеля является равенство нулю частных производных функции прибыли по объемам выпусков подразделений данного монополиста. Другими словами, должна выполняться система из n условий ($i = 1, \dots, n$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial PR}{\partial q_i} &= \frac{\partial TR}{\partial q_i} - \frac{\partial TC}{\partial q_i} = \frac{\partial TR}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial q_i} - \frac{\partial \sum_{j=1}^n TC_j}{\partial q_i} = \\ &= MR \frac{\partial \left(q_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n q_j \right)}{\partial q_i} - \sum_{j=1}^n \frac{\partial TC_j}{\partial q_i} = MR - MC_i = 0. \end{aligned}$$

Здесь предполагается технологическая обособленность производственных подразделений монополии: $\frac{\partial TC_j}{\partial q_i} = 0$ при $j \neq i$.

Таким образом, условием максимизации прибыли в данном случае будет равенство предельных издержек производства на каждом из предприятий, входящих в многозаводскую монополию, между собой, а также предельной выручки всей фирмы:

$$MR = MC_i, \quad i = \{1, \dots, n\}.$$

4.2. Рыночная власть и социальная цена монополии

Сравним общественное благосостояние при монополии и совершенной конкуренции. Предположим, что изначально отрасль находилась в условиях равновесия при совершенной конкуренции с ценой P_c и объемом производимой и потребляемой продукции Q_c , а затем все производители

были объединены в одну фирму, которая стала монополией на данном рынке, для которой оптимальным объемом производства является Q_m , а соответствующая цена устанавливается на уровне P_m (рис. 4.5). При этом функция отраслевого предложения конкурентной отрасли как горизонтальная сумма функций предельных издержек всех фирм, работающих на данном рынке, превращается в функцию предельных издержек монополиста.

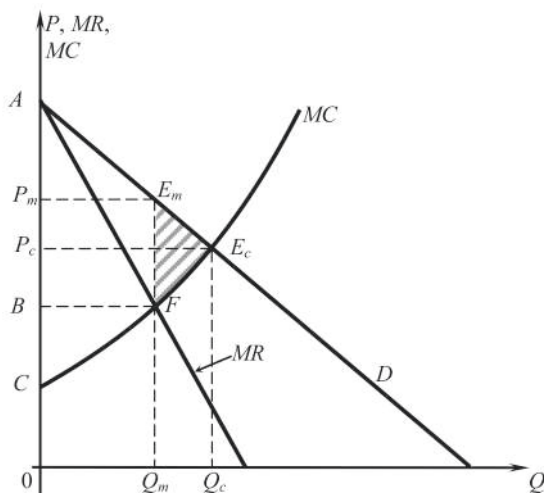


Рис. 4.5. Социальные издержки монополизации отрасли

Общественное благосостояние в условиях совершенной конкуренции равнялось бы сумме выигрышей потребителей ($S_{P_c A E_c}$) и производителей ($S_{P_c C E_c}$), т.е. площади криволинейного треугольника $A C E_c$. В результате монопольного завышения цен выигрыш потребителей сокращается до площади треугольника $P_m A E_m$. Как было показано в параграфе 3.2, выигрыш производителя представляет собой разность между его выручкой — в условиях монополии это площадь прямоугольника $0 P_m E_m Q_m$ — и переменными издержками, которые могут быть рассчитаны как площадь под графиком предельных издержек от начала координат до оптимального объема производства Q_m : $S_{0 C F Q_m}$; т.е. выигрыш производителя равен площади криволинейной трапеции $C P_m E_m F$. В сумме выигрыши потребителей и производителя при монополии равны площади криволинейной трапеции $C A E_m F$. Таким образом, разность между совокупным общественным благосостоянием на данном рынке в условиях совершен-

ной конкуренции и монополии представляет собой площадь треугольника $E_m E_c F$ (рис. 4.5).

Рыночная власть, понимаемая в смысле способности фирмы завышать цену продукции (P_m) по сравнению с ее конкурентным уровнем (P_c), соответствующем значению предельных издержек, измеряется с помощью индекса Лернера¹, который, с учетом условия максимизации прибыли (4.1), оказывается равным обратной величине эластичности рыночного спроса, взятой со знаком минус:

$$L = \frac{p - MC}{p} = \frac{p - MR}{p} = \frac{p - p \left(1 + \frac{1}{E_p^d} \right)}{p} = -\frac{1}{E_p^d}. \quad (4.14)$$

Таким образом, эластичность рыночного спроса по цене является основным фактором, ограничивающим рыночную власть монополии. Чем ниже эластичность спроса, т.е. чем слабее сокращается объем производства и продаж (в натуральном выражении) в ответ на монопольное завышение цен, тем выше рыночная власть фирмы.

Пусть, например, функции общих издержек и спроса фирмы-монополиста выражены, соответственно, уравнениями: $TC = \frac{1}{6}Q^2$ и $Q_d = 150 - 3P$. Преобразуя для удобства функцию спроса: $P = 50 - \frac{1}{3}Q$, в соответствии с условием максимизации прибыли (4.1) $MR = 50 - \frac{2}{3}Q = MC = \frac{1}{3}Q$ определим оптимальный объем выпуска $Q = 50$ и цену, назначаемую монополией: $P = 33\frac{1}{3}$ (рис. 4.6). При этом значение предельных издержек будет равно: $MC = 16\frac{2}{3}$. Величина экономической прибыли составит: $PR = 1250$. Рассчитаем премию потребителя: $CS = 0,5 \cdot (50 - 33\frac{1}{3}) \cdot 50 = 416\frac{2}{3}$. Ин-

декс Лернера будет равен: $L = \frac{33\frac{1}{3} - 16\frac{2}{3}}{33\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$. Используя правило мак-

симизации прибыли в условиях совершенной конкуренции (5.1): $P = 60 - Q = MC = Q$, рассчитаем конкурентный объем производства: $Q = 30$. Потери общественного благосостояния от монополизации отрасли составят: $DWL = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 16\frac{2}{3} = 416\frac{2}{3}$.

¹ Абба Лернер (1903–1982) – американский экономист.

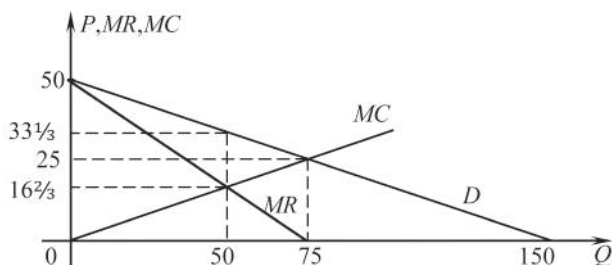


Рис. 4.6. Пример расчета социальной цены монополии

4.3. Регулирование монополистической деятельности

В качестве одного из примеров регулирования монополистической деятельности проанализируем установление предельных цен на продукт монополии.

Рассмотрим монополию с возрастающими предельными издержками. Предположим, что спрос на продукт фирмы характеризуется линейной зависимостью: $P = a - bQ$, где a и b — некоторые положительные константы (линия AB на рис. 4.7). Обозначим через Q_m объем производства, соответствующий максимальной прибыли, т.е. отвечающий условию $MR = MC$ в отсутствие государственного регулирования монопольного рынка (рис. 4.7). Подставляя данный объем производства в функцию спроса, получаем оптимальную цену P_m , назначаемую монополией.

Если органы государственного регулирования устанавливают верхний порог цены на данном рынке на уровне $\bar{P}$, то график спроса становится кусочно-линейным — состоит из двух сегментов: D_1 и D_2 . D_1 представляет собой горизонтальный прямолинейный сегмент на уровне потолка цен: $[\bar{P}F]$ при объеме производства, меньшем или равном Q_1 . При объеме продукции Q_1 имеет место излом графика спроса, и когда объем производимой продукции превышает Q_1 , возникает второй сегмент спроса D_2 , который совпадает с графиком спроса в отсутствие регулирования цен на отрезке $[FB]$. Итак, спрос на продукт регулируемой монополии имеет вид:

$$P = \begin{cases} \bar{P} & \text{при } Q \leq Q_1, \\ a - bQ & \text{при } Q \geq Q_1. \end{cases}$$

Для оптимизации деятельности регулируемой монополии необходимо, прежде всего, вывести функцию общей выручки:

$$TR = \begin{cases} \bar{P}Q & \text{при } Q \leq Q_1, \\ aQ - bQ^2 & \text{при } Q \geq Q_1. \end{cases}$$

Предельный доход представляет собой изменение общей выручки в расчете на бесконечно малое изменение объема производства:

$$MR = \frac{dTR}{dQ} = \begin{cases} \bar{P} & \text{при } Q < Q_1, \\ a - 2bQ & \text{при } Q > Q_1; \end{cases}$$

т.е. график предельной выручки состоит из двух сегментов: MR_1 и MR_2 . MR_1 совпадает с горизонтальной линией спроса, если выпуск меньше, чем Q_1 , — это полуинтервал $[\bar{P}F)$. При объеме продукта, равном Q_1 , предельный доход претерпевает разрыв; а при выпуске продукции, превышающем Q_1 , образуется второй участок предельного дохода MR_2 , который представляет собой сегмент $(GC]$ линейной функции с угловым коэффициентом в два раза превышающем по абсолютной величине тангенс угла наклона линии спроса D_2 .

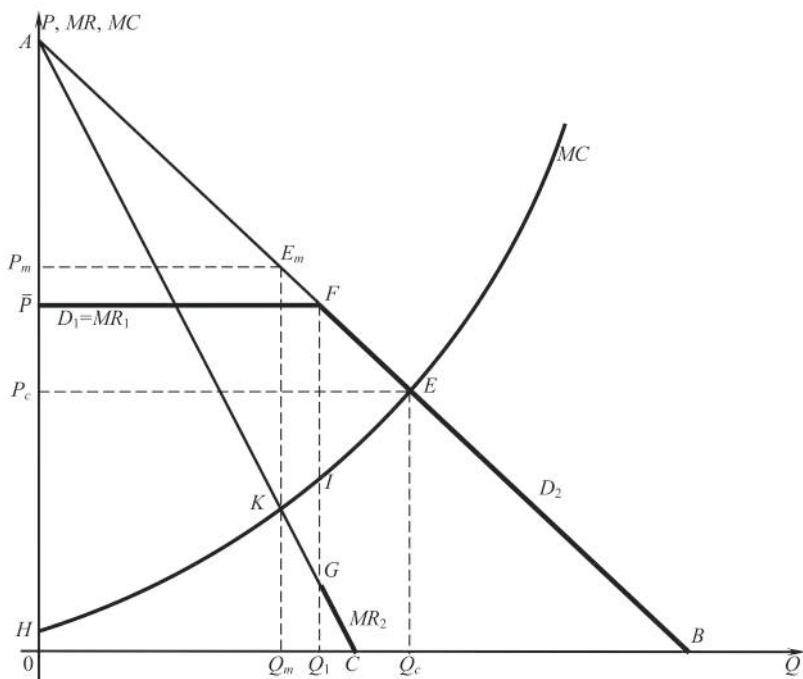


Рис. 4.7. Потолок цен при монополии: график предельных издержек проходит сквозь разрыв предельной выручки

В зависимости от взаимного расположения графиков предельных издержек и предельного дохода возможны две характерные ситуации. График предельных издержек может проходить сквозь разрыв предельной выручки (рис. 4.7). При этом $MR > MC$ при $Q < Q_1$, и $MC > MR$ при $Q > Q_1$. Значит, фирме выгодно увеличивать производство, если $Q < Q_1$, ведь дополнительная единица продукции принесет добавочную при-

быль: $\frac{dPR}{dQ} = MR - MC > 0$. При $Q > Q_1$, наоборот, $\frac{dPR}{dQ} = MR - MC < 0$,

т.е. фирме будет выгодно сократить выпуск, поскольку это повысит ее прибыль. Таким образом, в данной ситуации оптимальный объем производства для регулируемой монополии составит $Q^* = Q_1$. Подставляя данное значение в функцию спроса, определяем оптимальную цену для монополии: $\bar{P}$.

Наряду с рассмотренным выше случаем возможна другая ситуация, когда график предельных издержек будет пересекать горизонтальный участок предельного дохода MR_1 (рис. 4.8). Используя при этом правило максимизации прибыли $MR = MC$, приходим к оптимальному объему производства для регулируемой монополии $Q^* < Q_1$. Подстановка его в функцию спроса дает оптимальную цену для монополии в условиях государственного регулирования: $\bar{P}$.

И в первом (рис. 4.7), и во втором (рис. 4.8) случае объем производства регулируемой монополии Q^* превышает монопольный выпуск при отсутствии государственного регулирования Q_m . Регулируемая цена $\bar{P}$ назначается ниже монопольной цены на нерегулируемом рынке P_m .

Общественное благосостояние в условиях совершенной конкуренции оценивалось бы в размере площади треугольника $HAЕ$.

В первом случае на регулируемом монопольном рынке потребительский излишек равен площади треугольника $\bar{P}AF$. Как было показано в параграфе 4.5, выигрыш производителя представляет собой разность между выручкой $0PFQ_1$ и переменными издержками, которые могут быть рассчитаны как площадь под графиком предельных издержек от начала координат до оптимального объема производства Q_1 : S_{0H/Q_1} ; т.е. выигрыш производителя равен площади криволинейной трапеции $\bar{P}FIH$. Следовательно, потери общественного благосостояния в условиях регулируемой монополии по сравнению с ситуацией совершенной конкуренции представляют собой площадь треугольника IFE (рис. 4.7).

Во втором случае на регулируемом монопольном рынке выигрыш потребителей равен площади трапеции $\bar{P}AIJ$; выигрыш производителя — это площадь криволинейного треугольника $\bar{P}JH$, а потери обществен-

ного благосостояния по сравнению с рыночной структурой совершенной конкуренции представляют собой площадь криволинейного треугольника JIE (рис. 4.8).

И в первом (S_{IFE}), и во втором (S_{JIE}) случае потери благосостояния при регулировании цен меньше, чем в условиях нерегулируемой монополии, когда они составляли бы S_{KE_mE} (рис. 4.7—4.8). Таким образом, установление государством верхнего предела цен позволяет снизить потери общества от монополизации отрасли.

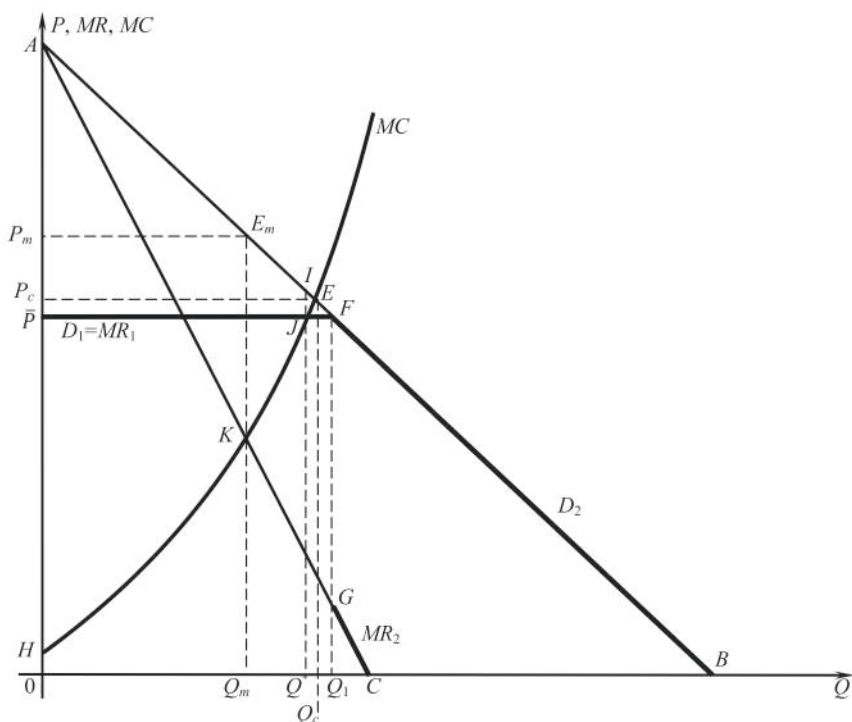


Рис. 4.8. Потолок цен при монополии: график предельных издержек пересекает горизонтальный участок предельной выручки

В качестве еще одного примера регулирования монополистической деятельности рассмотрим потоварное налогообложение. При введении потоварного налога в размере t денежных единиц с единицы продукции, проданной монополией, ее функция прибыли принимает вид:

$PR_t = pq - TC(q) - tq$. Необходимое условие ее максимума теперь будет таким: $\frac{dPR_t}{dq} = MR - MC - t = 0$, т.е. $MR = MC + t$, а значит, монополия

в условиях налогообложения сократит объем производства, по сравнению с ситуацией без вмешательства государства, до Q'_m и повысит цену до уровня P'_m (рис. 4.9). При этом излишек потребителей сократится до площади треугольника $P'_m A E'_m$.

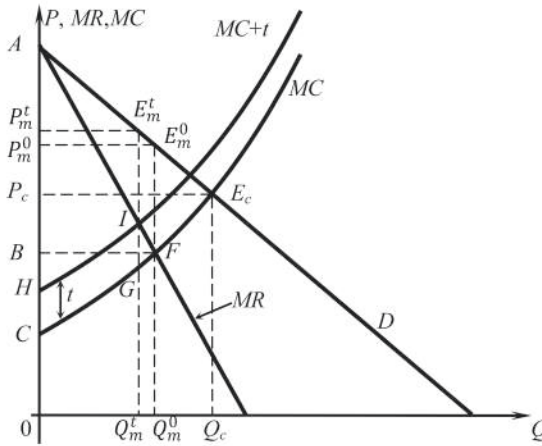


Рис. 4.9. Потоварное налогообложение монополии

По построению графика $MC + t$ расстояние по вертикали между ним и графиком MC при каждой величине выпуска равно налоговой ставке t . Поскольку совокупные налоговые сборы равны в данном случае сумме налоговых платежей в размере t за каждую из проданных единиц продукции, постольку они могут быть рассчитаны как разность площадей под графиками $MC + t$ и MC от начала координат вплоть до оптимального объема производства монополиста в условиях налогообложения Q'_m , т.е. как площадь черырехугольника $CНИI$.

Эта сумма представляет собой перераспределение выигрыша монополии в пользу государства. Выигрыш производителя как разность между выручкой $(S_{0P'_m E'_m Q'_m})$ и переменными издержками как площадью под графиком предельных издержек $(S_{0CGQ'_m})$, а также налоговыми платежами государству $(S_{CНИI})$ представляет собой площадь криволинейной трапеции $CP'_m E'_m G$.

Совокупное общественное благосостояние на данном монополизированном рынке как сумма выигрышей потребителей $\left(S_{P_m'AE_m'}\right)$, производителей $\left(S_{CP_m'E_m'G}\right)$ и налоговых поступлений государству $\left(S_{CHH}\right)$ представляет собой площадь криволинейной трапеции $CAE_m'G$. Таким образом, потоварное налогообложение приводит к сокращению общественного благосостояния на монополизированном рынке: увеличение потерь общества по сравнению с ситуацией без государственного вмешательства составляет площадь криволинейной трапеции $GE_m'E_m^0F$ (рис. 4.9).

Приведем пример изменения характеристик деятельности монополии в результате введения потоварного налогообложения. Пусть функция общих издержек монополии имеет вид: $TC=2Q+10$, а спрос на ее продукцию задан функцией: $Q = \frac{4}{P^2}$. Поскольку $P = \frac{2}{\sqrt{Q}}$, т.е. $TR = 2\sqrt{Q}$, постольку в силу условия оптимальности $MR = \frac{1}{\sqrt{Q}} = MC = 2$ в отсутствие государственного регулирования параметры деятельности монополии будут таковы: $Q = \frac{1}{4}$; $P = 4$.

Предположим теперь, что правительство поставило цель получить максимальный доход от налогообложения данной фирмы и облагает ее поштучным налогом. Тогда условие оптимальной деятельности монополии видоизменяется: $MC_t = 2 + t = MR = \frac{1}{\sqrt{Q}}$, откуда $Q = \frac{1}{(t+2)^2}$.

Величина налоговых поступлений в государственный бюджет составит: $T = tQ = \frac{t}{(t+2)^2}$. Определим ставку поштучного налога, которая

максимизирует налоговые поступления в государственный бюджет:

$$T' = \frac{(t+2)^2 - 2t(t+2)}{(t+2)^4} = \frac{(2+t)(2-t)}{(t+2)^4} = \frac{2-t}{(t+2)^3} = 0. \text{ Таким образом, } t = 2 -$$

ставка налога, максимизирующая его поступления в государственный бюджет. Действительно, при $t < 2$ $T' > 0$, и налоговые поступления возрастают, тогда как при $t > 2$ $T' < 0$, и налоговые поступления убывают. Оптимальный объем производства монополии с учетом потоварного налога составит $Q_t = 1/16$. Цена на продукцию будет назначена на уровне

$P_f=8$, а общая сумма налоговых поступлений в государственный бюджет будет равна: $T = \frac{1}{8}$.

Поскольку в соответствии с условием (4.14) индекс Лернера представляет собой обратную величину эластичности рыночного спроса по цене, взятую со знаком минус, а функция спроса, по условию, является степенной, эластичность которой равна показателю степени независимо от объема производства, постольку монопольная власть фирмы (индекс Лернера), несмотря на введение налога, остается неизменной и равной 0,5.

4.4. Естественная монополия

Чистая монополия может быть как «естественной», так и искусственно рожденной структурами, обладающими значительной экономической властью. Естественная монополия — это монополистическая структура рынка, в которой барьеры входа в отрасль создаются значительной экономией на масштабе производства относительно емкости рынка, что выражается в существовании высокого минимального эффективного размера предприятия и относительно узкого рынка.

При возрастающей отдаче от масштаба производства предельные издержки оказываются убывающей функцией от его объема. В данном случае наблюдается ситуация «естественной» монополии. Для нее максимум прибыли в соответствии с достаточным условием будет существовать, лишь если в точке пересечения графиков предельных издержек и выручки угловой коэффициент касательной к первому из них будет не меньше тангенса угла наклона касательной ко второму. Такой ситуации соответствует точка Q^* на рисунке 4.10. В противоположной ситуации, когда в точке пересечения графиков MR и MC угловой коэффициент первого больше, чем тангенс угла наклона касательной ко второму, будет наблюдаться не максимум, а минимум прибыли. Такой ситуации соответствует точка Q_1 на рисунке 4.10.

Целью государственного регулирования естественной монополии является повышение ее объема производства до уровня наиболее приближенного к выпуску совершенно конкурентной фирмы в условиях долгосрочного равновесия, соответствующего минимальному значению функции долгосрочных средних издержек (AC). Существует дилемма регулирования естественной монополии — это так называемые механизмы справедливого и эффективного ценообразования. «Справедливая» цена устанавливается на уровне средних издержек, соответствующих данному объему производства. В этом случае фирма выберет выпуск Q_f и устано-

вит цену P_f . При данной схеме регулирования государство не несет никаких затрат, поскольку монополия работает на границе самоокупаемости, когда ее выручка полностью покрывает издержки. Альтернативой является установление «эффективной» цены на уровне предельных издержек. В таком случае монополия будет производить Q_e единиц продукции, но будет нести убытки, поскольку регулируемая цена на ее продукт P_e будет ниже средних издержек AC . Этот тип регулирования цен потребует субсидирования монополии со стороны государства для покрытия убытков фирмы, равных площади AE_eP_eB (рис. 4.10).

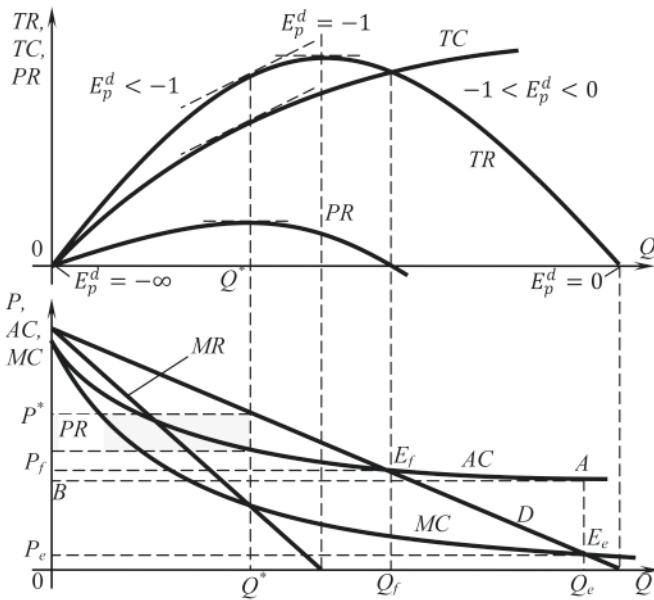


Рис. 4.10. Естественная монополия: дилемма регулирования

В качестве примера рассмотрим естественную монополию с производ-

ственной функцией $Q = K^{\frac{2}{3}}L^{\frac{2}{3}}$, максимизирующую прибыль в условиях совершенной конкуренции на рынках ресурсов, где установились цены капитала $p_K = \frac{1}{9}$ и труда $p_L = \frac{1}{3}$. Допустим, что функция спроса на продук-

цию фирмы имеет вид: $p = \frac{1}{\sqrt{Q}}$. Определим оптимальные объемы затрат

факторов производства и выпускаемой продукции.

Прежде всего рассчитаем предельные продукты — соответственно капитала $MP_K = \frac{2}{3} K^{-\frac{1}{3}} L^{\frac{2}{3}}$ и труда $MP_L = \frac{2}{3} K^{\frac{2}{3}} L^{-\frac{1}{3}}$. Следовательно, используя выражение предельной нормы технологического замещения капитала трудом как отношения предельных продуктов факторов, получаем эквивалентное условие:

$$MRTS_{KL} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{2}{3} K^{\frac{2}{3}} L^{-\frac{1}{3}}}{\frac{2}{3} K^{-\frac{1}{3}} L^{\frac{2}{3}}} = \frac{K}{L} = \frac{p_L}{p_K},$$

которое задает соотношения между затратами факторов производства,

минимизирующими его издержки: $K = \frac{p_L}{p_K} L$, или $L = \frac{p_K}{p_L} K$.

Подставляя данные соотношения в производственную функцию, приходим к зависимостям между количеством выпускаемой продукции и объемами затрат факторов:

$$Q = K^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}} = K^{\frac{2}{3}} \left(\frac{p_K}{p_L} K \right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{p_K}{p_L} \right)^{\frac{2}{3}} K^{\frac{4}{3}}, \text{ а значит, } K = \sqrt{\frac{p_L}{p_K} Q^{\frac{3}{4}}};$$

$$Q = K^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{p_L}{p_K} L \right)^{\frac{2}{3}} L^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{p_L}{p_K} \right)^{\frac{2}{3}} L^{\frac{4}{3}}, \text{ следовательно, } L = \sqrt{\frac{p_K}{p_L} Q^{\frac{3}{4}}}.$$

Выведем функцию общих издержек производства. Для этого подставим полученные выше зависимости между объемом производства и его факторами в выражение себестоимости продукции:

$$TC = p_K K + p_L L = p_K \sqrt{\frac{p_L}{p_K} Q^{\frac{3}{4}}} + p_L \sqrt{\frac{p_K}{p_L} Q^{\frac{3}{4}}} = 2\sqrt{p_K p_L} Q^{\frac{3}{4}}.$$

Взяв производную общих издержек по объему выпускаемой продукции, получаем функцию предельных издержек производства:

$$MC = \frac{dTC}{dQ} = \frac{3\sqrt{p_K p_L}}{2\sqrt[4]{Q}}.$$

Рассчитаем характеристики деятельности предприятия, максимизирующего прибыль. Необходимое условие ее максимума — это равенство

предельного дохода предельным издержкам: $MC = \frac{3\sqrt{p_K p_L}}{2\sqrt[4]{Q}} = MR = \frac{1}{2\sqrt[4]{Q}}.$

Оно позволяет определить оптимальный объем производства:

$$Q^* = \frac{1}{81p_K^2 p_L^2} = 9. \text{ Подставляя данную величину в зависимости между}$$

количеством выпускаемой продукции и затратами факторов производства, получаем их оптимальные значения: $K^* = 9, L^* = 3$.

4.5. Ценовая дискриминация на сегментированных рынках

Ценовая дискриминация потребителей возникает, когда разным покупателям, располагающим различным уровнем дохода, продаются одинаковые товары по разным ценам, что не связано с различиями в качестве товаров по структурным, пространственным или же временным характеристикам и затратами на их производство. Для реализации механизма ценовой дискриминации клиенты фирмы, покупающие товар по более низкой цене, не должны иметь возможности перепродавать его по более высокой цене.

В условиях явной рыночной сегментации, когда монополия может четко отождествить конкретного покупателя с определенным сегментом рынка, фирма может увеличить общую прибыль, устанавливая на свой продукт разные цены на разных рынках, для каждого которых характерна своя собственная функция спроса: $p_1 = f_1(q_1)$, $p_2 = f_2(q_2)$. Это так называемая ценовая дискриминация третьего рода¹.

Допустим, что изначально при сегментации спроса монополия не проводит ценовую дискриминацию. При этом на едином рынке будет наблюдаться излом функции суммарного спроса (при объеме продукции Q_0 на рис. 4.11). Ему будет соответствовать излом функции общей выручки и разрыв в предельной выручке. При этом даже если график предельных издержек будет проходить в разрыве предельной выручки, он все равно будет пересекать и первый (MR_1), и второй (MR_2) ее участки. Первоначально MR_1 лежит выше MR_2 , т. е. касательная к графику TR_1 — более крутая по сравнению с касательной к графику TR_2 , а значит, TR_1 первоначально лежит выше TR_2 . Но в точке Q_0 их пересечения — ситуация уже обратная: $MR_1 < MR_2$, т. е. касательная к TR_1 — более пологая, чем касательная к TR_2 . Следовательно, правее точки Q_0 TR_2 будет превышать TR_1 (рис. 4.11).

¹ В классификации А. С. Пигу (см.: Пигу А. Экономическая теория благосостояния. М.: Прогресс, 1985).

Возможны три случая. Если предельные издержки пересекают только первый сегмент предельного дохода (MR_1) и при этом выполняется достаточное условие максимума прибыли ($MR' \leq MC'$), то на рынке будет присутствовать только первая группа покупателей. Вторая, более вероятная возможность — это пересечение графиков предельных издержек и дохода (при выполнении достаточного условия максимизации прибыли $MR' \leq MC'$) на более эластичном участке суммарного спроса, когда товар продается всем группам покупателей. Эта ситуация отображена на рисунке 4.11. Оптимальный объем производства для фирмы составит Q_Σ , а цена будет назначена на уровне p_Σ . При этом покупателям из первой группы будет продано q_Σ^1 , а потребители из второй группы купят q_Σ^2 единиц товара.

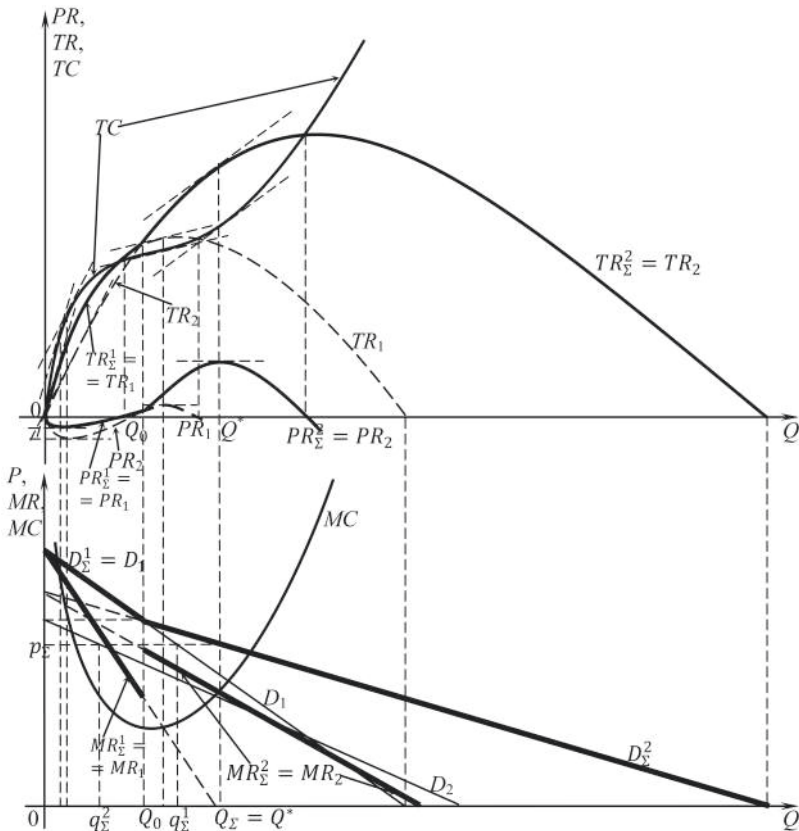


Рис. 4.11. Отсутствие ценовой дискриминации

Наконец, даже если график предельных издержек будет проходить в разрыве предельной выручки, он все равно будет пересекать и первый (MR_1), и второй (MR_2) ее участки. Максимум прибыли монополии будет соответствовать пересечению MC с участком суммарного предельного дохода (MR_2).

Необходимые условия максимума прибыли дискриминирующей монополии при наличии двух сегментов спроса $PR = TR_1 + TR_2 - TC = p_1 q_1 + p_2 q_2 - TC(Q)$ будут иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial PR(Q)}{\partial q_1} = \frac{\partial TR(Q)}{\partial q_1} - \frac{\partial TC(Q)}{\partial q_1} = 0, \\ \frac{\partial PR(Q)}{\partial q_2} = \frac{\partial TR(Q)}{\partial q_2} - \frac{\partial TC(Q)}{\partial q_2} = 0, \end{cases}$$

где $Q = q_1 + q_2$ – суммарный объем продаж монополии на двух частях рынка.

Каждое из данных равенств можно расписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial PR}{\partial q_i} &= \frac{\partial (TR_1(q_1) + TR_2(q_2))}{\partial q_i} - \frac{\partial TC}{\partial q_i} = \frac{\partial TR_i(q_i)}{\partial q_i} - \frac{\partial TC}{\partial q_i} = \\ &= MR_i(q_i) - \frac{\partial TC}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial q_i} = MR_i(q_i) - MC(Q) \frac{\partial (q_1 + q_2)}{\partial q_i} = \\ &= MR_i(q_i) - MC(Q) = 0, i = \{1, 2\}. \end{aligned}$$

Итак, предельный доход на каждом из рынков равен предельным издержкам монополиста при производстве оптимального объема продукции Q_* , продаваемого на всех сегментах рынка, а значит, и предельным издержкам производства на каждом из рыночных сегментов:

$$MR_1(q_1) = MR_2(q_2) = MC(Q). \quad (4.15)$$

На первом сегменте будет назначена цена p_1 и будет продано q_1 единиц продукта. На втором сегменте спроса цена будет установлена на уровне p_2 , а объем продаваемой продукции будет равен q_2 (рис. 4.12). При этом осуществляющая дискриминацию третьего рода монополия не изменяет суммарный выпуск продукции по сравнению с ситуацией единого рынка продукта. Монополист, учитывая при ценообразовании рыночную сегментацию, перераспределяет тот же объем производства между сегментами спроса с разной эластичностью.

Следует обратить внимание на то, что при ценовой дискриминации третьей степени будет отсутствовать разрыв предельной выручки, наблю-

даемый в случае единого рынка и соответствующий при этом излому графика суммарного спроса (рис. 4.11). При ценовой дискриминации третьей степени функция предельного дохода будет непрерывной, состоящей из двух участков — MR_{Σ} и MR_1 (последний из которых соответствует верхнему сегменту суммарного спроса). В точке их пересечения будет наблюдаться излом графика суммарной предельной выручки, означающий недифференцируемость функции совокупной выручки фирмы.

Очевидно, что суммарный предельный доход строится как «горизонтальная» сумма функций предельной выручки на каждом из сегментов рынка: при каждом уровне предельных издержек, а значит, и данной, единой величине предельного дохода на каждом из сегментов, совокупный объем производства фирмы будет представлять собой сумму продаж на всех сегментах. Таким образом, осуществление ценовой дискриминации на сегментированных рынках подразумевает отсутствие разрыва в функции предельного дохода фирмы.

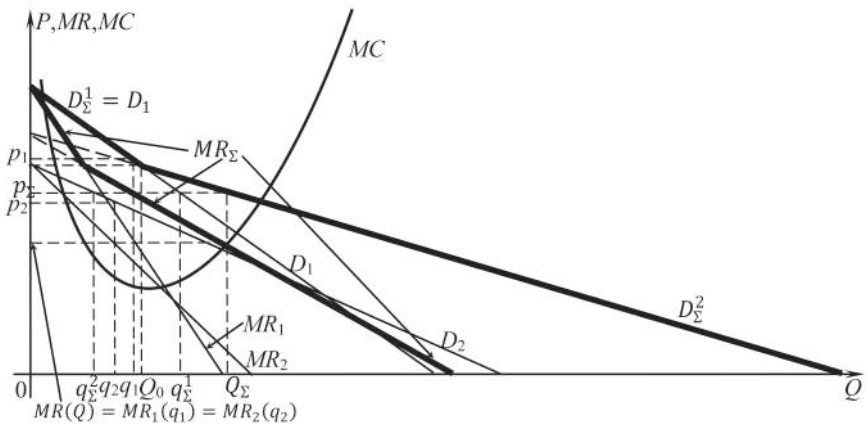


Рис. 4.12. Ценовая дискриминация на сегментированном рынке

При отсутствии дискриминации монополия устанавливает единую цену для всех покупателей на уровне p_{Σ} . При этом единственным фактором, влияющим на величину предельной выручки, остается ценовая эластичность спроса. Напомним, что монополист всегда работает на эластичных участках спроса — там, где предельная выручка положительна, а общая выручка является возрастающей функцией объема продаж (4.1). Другими словами, при увеличении продаж выручка будет расти, а при их сокращении — падать. Если предельная выручка на одном сегменте спроса (D_1) в исходной ситуации меньше предельного дохода от второго

подмножества покупателей (D_2), то монополии будет выгодно дифференцировать цены для данных двух групп, — повысить цену для первой группы (от p_2 до p_1) и снизить цену для второй (от p до p_2). При этом в силу различий в значениях предельной выручки сокращение доходов при снижении объема продаж (от q_1^1 до q_1) на первом сегменте окажется меньше по абсолютной величине по сравнению с ростом доходов при соответствующем увеличении объемов продукции (от q_2^2 до q_2), реализуемых на втором сегменте (рис. 4.12).

Действительно, если расписать в условии оптимизации для ценовой дискриминации третьего рода (4.15) выражения предельного дохода на каждом из сегментов через соответствующие коэффициенты эластичности спроса по цене (1.56):

$$MR_1 = p_1 \left(1 + \frac{1}{E_p^{d_1}} \right) = p_2 \left(1 + \frac{1}{E_p^{d_2}} \right) = MR_2,$$

то можно видеть, что превышение цены, назначаемой первой группе покупателей, над ценой для второй группы будет тем больше, чем менее эластичен первый сегмент и чем более эластичен второй сегмент спроса:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \frac{1}{E_p^{d_2}}}{1 + \frac{1}{E_p^{d_1}}}. \quad (4.16)$$

Пусть, например, максимизирующий прибыль монополист продает продукцию на двух изолированных друг от друга рынках с функциями спроса $P_1 = 144 - 0,75Q_1$ и $P_2 = 43 - 1,25Q_2$. Определим, сколько продукции и по какой цене ему следует продавать на каждом из рынков, если $TC = 4Q + 0,25Q^2$, где Q — совокупный объем производства монополиста на двух рынках. Поскольку $MR_1 = 144 - 1,5Q_1$, $MR_2 = 43 - 2,5Q_2$, $MC = 4 + 0,5(Q_1 + Q_2)$, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 144 - 1,5Q_1 = 4 + 0,5(Q_1 + Q_2), \\ 43 - 2,5Q_2 = 4 + 0,5(Q_1 + Q_2); \end{cases}$$

откуда $Q_1 = 69,65$, $Q_2 = -1,39$. Таким образом, второй сегмент рынка оказывается для монополиста убыточным, и он будет продавать 70 единиц продукции только на первом сегменте (в соответствии с условием $MR_1 = 144 - 1,5Q_1 = MC = 4 + 0,5Q_1$) по цене $P_1 = 91,5$.

Рассчитаем теперь, сколько продукции и по какой цене следует продавать монополии, если ценовая дискриминация запрещена. Поскольку $Q_1 = 192 - \frac{4}{3}P_1$, $Q_1(43) = 134\frac{2}{3}$, а $Q_2 = 34,4 - 0,8P_2$, постольку составная функция спроса на продукцию монополиста будет иметь вид:

$$P = \begin{cases} 144 - 0,75Q, & \text{при } Q \in [0, 134\frac{2}{3}); \\ 106,125 - \frac{15}{32}Q, & \text{при } Q \in [134\frac{2}{3}, 226,4]. \end{cases}$$

Предельный доход также будет иметь излом:

$$MR = \begin{cases} 144 - 1,5Q, & \text{при } Q \in [0, 134\frac{2}{3}); \\ 106,125 - \frac{15}{16}Q, & \text{при } Q \in [134\frac{2}{3}, 226,4]. \end{cases}$$

Максимизируя прибыль, проверяем условие $MR = MC$ на каждом из сегментов рынка: во-первых, $144 - 1,5Q = 4 + 0,5Q$ и $Q = 70 \in (0, 134\frac{2}{3})$; и, во-вторых, $106,125 - \frac{15}{16}Q = 4 + 0,5Q$, т.е. $Q \notin [134\frac{2}{3}, 226,4]$. Итак, объем производства и цена будут такими же, как и в случае ценовой дискриминации.

Условие (4.16) может служить основой для проведения различных купонных программ дискриминирующими монополистами. Проиллюстрируем это числовым примером. Допустим, что некоторая фирма предполагает эмитировать купоны, предоставляющие право приобретать товар со скидкой. Коэффициент ценовой эластичности спроса для покупателей, не использующих купонную систему, составляет $-2,5$; а для покупателей, пользующихся ею — равен -4 . Определим, какую скидку целесообразно предоставить предъявителям купона.

Условие оптимальности требует равенства предельных доходностей продаж на каждом из рыночных сегментов, которая представляет собой произведение цены на коэффициент, равный обратной величине ценовой эластичности спроса, увеличенной на единицу (4.16). Следовательно, отношение оптимальных цен, назначаемых для данных сегментов спроса, будет обратно пропорционально отношению данных коэффициентов:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \frac{1}{E_p^{D_2}}}{1 + \frac{1}{E_p^{D_1}}} = \frac{1 - \frac{1}{2,5}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}.$$

Таким образом, величина скидки для предъявителей купона должна составлять 20%.

4.6. Ценовая дискриминация и механизм самоотбора покупателей

Идеальной моделью ценовой дискриминации, которая соответствует максимально возможной прибыли монополиста, является так называемая ценовая дискриминация первого рода¹. При данной («совершенной») ценовой дискриминации монополист продает товар каждому покупателю по максимальной (так называемой резервной) цене, по которой потребитель готов его приобрести.

Предположим для простоты, что фирма функционирует в условиях постоянной отдачи от масштаба производства. Тогда монополия, практикующая совершенную ценовую дискриминацию, будет продавать Q^* единиц продукции, причем цена за последнюю проданную единицу будет назначена на уровне P . В ситуации, когда выпуск может изменяться только дискретными единицами, общая выручка такого монополиста будет равна сумме затененных прямоугольников (рис. 4.13). Каждый из таких прямоугольников равен выручке от дополнительной проданной единицы товара. При непрерывной функции рыночного спроса совокупная выручка фирмы будет представлена площадью трапеции $0ABQ^*$. Издержки производства Q^* единиц продукции составят площадь прямоугольника $0PBQ^*$.

Поэтому в случае дискретного спроса прибыль монополии будет равна сумме частей затененных прямоугольников, расположенных выше линии $MC=AC$ (рис. 4.13). При непрерывной функции спроса величина прибыли будет совпадать с площадью треугольника PAB . В отличие от недискриминирующей монополии при совершенной ценовой дискриминации потерь общественного благосостояния не будет, поскольку такая монополия выбирает для себя конкурентный объем производства, присваивая весь потребительский излишек в виде прибыли.

Пусть, например, функция рыночного спроса на продукт максимизирующей прибыль монополии имеет вид: $P = 2 - Q$, где Q – объем выпуска. Предельные издержки производства товара равны единице. Если монополия на данном рынке будет осуществлять совершенную ценовую дискриминацию, то объем производства и прибыль фирмы будут, соот-

¹ В классификации А. С. Пигу (см.: Пигу А. Экономическая теория благосостояния. М.: Прогресс, 1985).

ветственно, равны 1 и $\frac{1}{2}$, а потребительский излишек и потери общественного благосостояния будут отсутствовать.

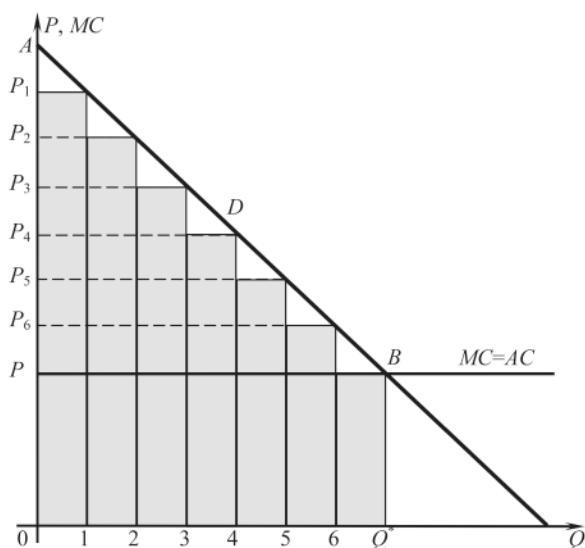


Рис. 4.13. Совершенная ценовая дискриминация

Одним из вариантов реализации совершенной ценовой дискриминации в условиях постоянной отдачи от масштаба является использование схемы так называемого двойного тарифа, когда с покупателей взимается единовременная плата за право приобретать данный товар в размере потребительского излишка при том, что каждая единица данного блага реализуется по цене, установленной на уровне предельных издержек производства.

Источником прибыли для монополиста является присвоение части или в пределе — всего потребительского излишка. Поэтому совершенная ценовая дискриминация, реализующая данную цель в полной мере, служит ориентиром для всех остальных видов монополистического ценообразования.

В частности, практика ценообразования в рамках так называемой дискриминации второго рода¹ ориентирована на увеличение доли потребительского излишка, которая перераспределяется в пользу монополиста

¹ В классификации А. С. Пигу (см.: Пигу А. Экономическая теория благосостояния. М.: Прогресс, 1985).

и становится его прибылью. Ценовая дискриминация второго типа имеет место в том случае, когда рыночный спрос сегментирован, но монополист не может отождествить каждого конкретного покупателя, с которым он встречается на рынке, с тем или иным сегментом спроса. По этой причине монополюльный продавец заинтересован в выработке такого оптимального договора купли-продажи, в котором были бы заложены стимулы для покупателей проявить свою готовность платить за товар.

Рассмотрим один из вариантов формализации практики ценовой дискриминации второй степени. Для упрощения анализа предположим, что данное благо производится с нулевыми предельными издержками¹. Допустим, что существуют две группы покупателей: с высоким (D_2) и с низким (D_1) спросом. Пусть потребители внутри каждой из групп идентичны. Монополист не знает, для какого из покупателей характерен высокий, а для какого — низкий спрос на данный продукт. Предположим, что доли покупателей из двух групп, присутствующих на рынке, одинаковы, т.е. вероятность повстречаться с потребителем из каждой группы составляет $p = \frac{1}{2}$. Целью монополиста является разработка стимулирующего контракта, максимизирующего прибыль, — такого, который бы вынудил покупателей обозначить свою принадлежность тому или иному сегменту спроса.

Способом реализации этой цели — осуществления ценовой дискриминации второй степени — служит предложение рынку различных партий товара по специальным ценам, когда плата возрастает непропорционально размеру партии.

В частности, монополист может предложить рынку следующее меню контрактов (рис. 4.14):

- приобретение партии в размере q_1 единиц данного товара по цене S_{0,q_1} либо
- покупка партии q_2 товара за плату $S_{0,q_1} + S_{q_1,q_2}$.

Очевидно, что покупатель из первой группы сможет купить только q_1 единиц товара, т.е. выберет первый из двух контрактов, поскольку плата в размере S_{0,q_1} является максимальной денежной суммой, которую он готов заплатить за данное благо. Потребителю из второй группы безразлично, покупать q_1 или q_2 , так как в итоге у него все равно останется излишек S_{ABCq_1} . Монополисту выгоднее, чтобы такой покупатель выбрал вторую альтернативу: тогда он получит большую сумму денег, что будет означать увеличение прибыли. Этого можно добиться, уменьшив на пре-

¹ Данная предпосылка может быть легко снята, и та же логика анализа применима к ситуации положительных предельных издержек.

дельно малую величину плату за партию q_2 , что делает ее приобретение более предпочтительным для данного покупателя. Таким образом, данное меню контрактов реализует механизм самоотбора покупателей, которые, выбирая определенный тип договора купли-продажи, обозначают свою принадлежность тому или иному сегменту спроса.

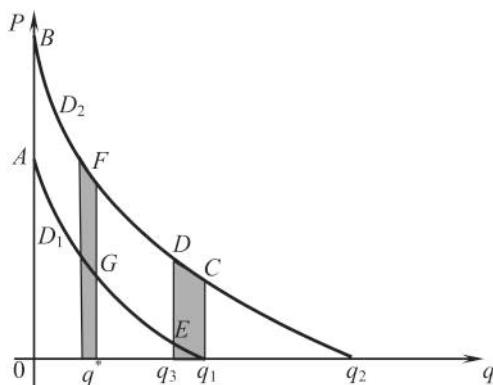


Рис. 4.14. Выигрыши покупателя с высоким и низким спросом при различных меню контрактов

Следует оговориться, что у монополиста существует альтернатива рассмотренному выше меню контрактов. Он может предложить рынку единственный контракт — партию в размере q_2 единиц товара и назначить за нее высокую плату в размере S_{0Bq_2} , равную максимальной денежной сумме, которую готов заплатить за данную партию потребитель с функцией спроса D_2 . При этом очевидно, что монополист лишится всех покупателей из первого сегмента спроса. Но возможно, что выигрыш, который он получит за счет увеличения цены для каждого из покупателей на втором сегменте, перевесит возникающие потери. Поэтому, предлагая рынку меню контрактов, ориентированных на оба сегмента спроса, монополист всегда должен сравнивать потенциальные прибыли с теми, которые он получит, продавая наибольшую из возможных для отдельного потребителя партий товара по максимально возможной цене. Мы будем всегда иметь это в виду в дальнейшем, анализируя механизм ценовой дискриминации второго рода.

Продолжим анализ меню контрактов, реализующих механизм самоотбора покупателей. Рассмотренное выше меню контрактов не является

оптимальным с точки зрения продавца. Для увеличения прибыли монополист может уменьшить количество, продаваемое потребителю первого типа на $(q_1 - q_3)$ и цену — на S_{Eq_3} . При этом второму потребителю монополист повысит плату на S_{EDCq_1} . Для монополиста выгодно поступать таким образом и далее, снижая размер партии, предлагаемой покупателю из первой группы вплоть до q^* , т.е. до тех пор, пока снижение выигрыша продавца на менее доходном сегменте спроса будет перекрываться увеличением прибыли от продажи товара потребителям с более высокой платежеспособностью. Меню контрактов станет оптимальным, т.е. прибыль монополиста будет максимальной при величине партии q^* , ориентированной на первый сегмент спроса, когда при бесконечно малом сокращении этой партии уменьшение платы, поступающей от каждого потребителя из первого сегмента сравняется с повышением дохода от каждого покупателя из второй группы (рис. 4.14):

$$\lim_{q \rightarrow q^*} \frac{\Delta S_{Gq_1 q^*}}{q - q^*} = \lim_{q \rightarrow q^*} \frac{\Delta S_{GFCq_1}}{q - q^*},$$

т.е.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{q_1}^x p_1(q) dq &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{q_1}^x p_2(q) dq - \int_{q_1}^x p_1(q) dq \right) = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{q_1}^x p_2(q) dq - \frac{\partial}{\partial x} \int_{q_1}^x p_1(q) dq, \end{aligned}$$

или

$$2 \frac{\partial}{\partial x} \int_{q_1}^x p_1(q) dq = \frac{\partial}{\partial x} \int_{q_1}^x p_2(q) dq.$$

Используя формулу дифференцирования собственного интеграла

$$F(x) = \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(q, x) dq \text{ по параметру:}$$

$$F'(x) = f(\beta(x), x) \beta'(x) - f(\alpha(x), x) \alpha'(x) + \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} \frac{\partial f(q, x)}{\partial x} dq,$$

получаем:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{q_1}^x p_i(q) dq = p_i(x) \frac{\partial x}{\partial x} - p_i(x) \frac{\partial q_1}{\partial x} + \int_{q_1}^x \frac{\partial}{\partial x} (p_i(q)) dq = p_i(x), i = \{1, 2\}.$$

Следовательно, оптимальный объем партии товара, продаваемой первой группе покупателей (q^*), который является ключевым в выработке стимулирующего контракта, должен удовлетворять соотношению

$$p_2(q^*) = 2p_1(q^*),$$

или

$$\frac{p_1(q^*)}{p_2(q^*)} = \rho = \frac{1}{2}.$$

В итоге оптимальное меню контрактов, реализующее механизм саморегулирования покупателей, будет таким (рис. 4.14):

- приобретение партии в размере q^* единиц данного товара по цене S_{0AGq^*} либо
- покупка партии q_2 товара за плату $S_{0AGq^*} + S_{q^*Fq_2}$.

Рассуждения, проведенные выше, предполагали, что количество покупателей в обоих сегментах спроса одинаково, т.е. что вероятность для монополиста встретить на рынке потребителя с высоким и низким спросом равна $\frac{1}{2}$. В более общем случае при оптимизации меню контрактов следует учитывать, как правило, неравные рыночные доли покупателей из разных сегментов спроса, и делать поправку на соответствующие вероятности при анализе потенциальных потерь и выгод.

Пусть доля покупателей с высоким спросом равна ρ , а вероятность повстречать на рынке покупателя с низким спросом — соответственно, $1 - \rho$. Тогда при бесконечно малом изменении партии товара, предназначенной для покупателя с низким спросом, потери на первом сегменте составят $(1 - \rho)p_1$, а соответствующий выигрыш на втором сегменте будет равен $\rho(p_2 - p_1)$. В оптимальном меню контрактов эти величины должны быть одинаковыми:

$$(1 - \rho)p_1(q^*) = \rho(p_2(q^*) - p_1(q^*)).$$

Таким образом, отношение цен спроса для покупателя из первого и второго сегментов при оптимальной партии, предназначенной для потребителя с низким спросом, должно равняться доле покупателей с высоким спросом¹:

$$\frac{p_1(q^*)}{p_2(q^*)} = \rho.$$

¹ Антипина О. Н. Ценообразование в информационной экономике: автореф. дис. ... д.э.н. / Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. М., 2009.

Рассмотрим подробнее выработку оптимального меню контрактов, осуществляющих самоотбор покупателей из различных сегментов с линейной зависимостью между объемом и ценой спроса. Пусть функция спроса для каждого покупателя из первой группы (D_1) имеет вид: $p_1 = a - bq$, а для каждого покупателя из второй группы (D_2) спрос будет таким: $p_2 = c - dq$. Предположим для определенности, что $c > a$, $a/b < c/d$ (рис. 4.15). Предположим для простоты, что количество покупателей в обоих сегментах спроса одинаково, т.е. встреча на рынке с потребителем, обладающим высоким либо низким спросом, равновероятна.

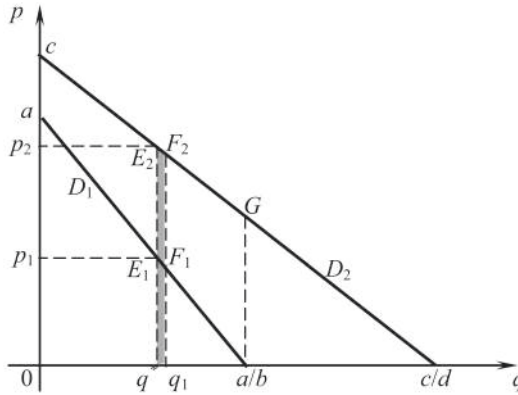


Рис. 4.15. Выигрыши покупателя с высоким и низким спросом при различных меню контрактов: линейный спрос

При оптимизации меню контрактов за счет отклонения q^* от a/b потери на каждом потребителе из первого сегмента составят:

$$S_{a/bF_1q_1} = \frac{1}{2}(a - bq_1)\left(\frac{a}{b} - q_1\right) = \frac{a^2}{2b} - aq_1 + \frac{bq_1^2}{2}.$$

Выигрыш монополиста за счет каждого покупателя из второй группы при этом будет равен:

$$\begin{aligned} S_{a/bGF_2F_1} &= \frac{1}{2}\left(2c - dq_1 - \frac{da}{b}\right)\left(\frac{a}{b} - q_1\right) - \frac{1}{2}(a - bq_1)\left(\frac{a}{b} - q_1\right) = \\ &= \frac{da^2}{2b^2} + \frac{2ac - a^2}{2b} + q_1(a - c) + \frac{q_1^2(d - b)}{2}. \end{aligned}$$

Чистый выигрыш монополиста при оптимизации меню контрактов составит:

$$S_{a/bGF_2F_1} - S_{a/bF_1q_1} = \frac{da^2}{2b^2} + \frac{ac - a^2}{b} + q_1(2a - c) + \frac{q_1^2(d - 2b)}{2}.$$

При оптимальном меню контрактов производная чистого выигрыша дискриминирующего покупателей монополиста должна быть равна нулю:

$$\frac{d}{dq_1}(S_{a/bGF_2F_1} - S_{a/bF_1q_1}) = 2a - c + (d - 2b)q^* = 0,$$

т.е.

$$c - dq^* = 2(a - bq^*),$$

$$q^* = \frac{2a - c}{2b - d}.$$

Таким образом, для объема продукции, соответствующего оптимальной партии, предназначенной для каждого покупателя из первого сегмента, его цена спроса должна быть в два раза ниже цены спроса для покупателя из второй группы: $p_2(q^*) = 2p_1(q^*)$.

Итак, цена партии в размере q^* единиц товара для покупателя с низким спросом составит $S_{0aE_1q^*}$, а для любого потребителя с высоким спросом цена партии из c/d единиц данного блага будет равна $S_{0aE_1q^*} + S_{c/dE_2q^*}$.

Предположим в качестве примера, что спрос на продукт предъявляется двумя равными по численности группами покупателей, состоящими из идентичных индивидов с функциями спроса, соответственно, $P_1 = 1,5 - 2q$ и $P_2 = 2 - q$. Рассмотрим процесс принятия решений монополистом, который, производя некоторый однородный продукт с нулевыми предельными издержками и не имея возможности идентифицировать покупателей с различными функциями спроса, проводит политику ценовой дискриминации второй степени. Будем предполагать, как и ранее, что вероятность встретить на рынке потребителя каждого типа одинакова.

Исходное меню контрактов, стимулирующее покупателей проявить свою готовность платить за товар, будет выглядеть так (рис. 4.16):

- приобретение 2 единиц товара по цене $9/16 + 25/32 = 43/32$ (ден. ед.) либо
- покупка 0,75 единиц товара за плату в размере $9/16$ (ден. ед.).

Тогда потребителю из второй группы будет безразлично, покупать 2 или 0,75 единицы товара, так как в итоге у него все равно останется излишек S_{ABCF} . Потребитель из первого сегмента сможет купить только 0,75 единицы товара по цене $9/16$.

4.6. Ценовая дискриминация и механизм самоотбора покупателей

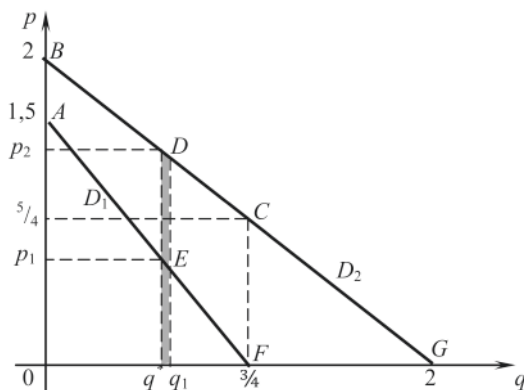


Рис. 4.16. Пример оптимизации меню контрактов: линейный спрос

Далее для увеличения прибыли монополист может уменьшить количество, продаваемое первому потребителю, на $(0,75 - q_1)$ и цену — на величину

$$S_{EFq_1} = 0,5(1,5 - 2q_1)(0,75 - q_1) = \frac{9}{16} - \frac{3}{2}q_1 + q_1^2.$$

При этом второму потребителю монополист может повысить цену на величину

$$\begin{aligned} S_{EDCF} &= 0,5(2 - q_1 + 1,25)\left(\frac{3}{4} - q_1\right) - S_{EFq_1} = \\ &= 0,5\left(3,25 - q_1\right)(0,75 - q_1) - \left(\frac{9}{16} - \frac{3}{2}q_1 + q_1^2\right) = \frac{21}{32} - 0,5q_1 - 0,5q_1^2. \end{aligned}$$

Монополисту выгодно поступать таким образом до тех пор, пока изменение S_{EFq_1} будет меньше, чем прирост S_{EDCF} . Его прибыль будет максимальной, когда

$$\frac{\partial}{\partial q_1} S_{EFq_1} = -1,5 + 2q_1 = \frac{\partial}{\partial q_1} S_{EDCF} = -0,5 - q_1,$$

т.е. при величине партии товара, ориентированной на первый сегмент спроса: $q^* = 0,3$.

В итоге оптимальное меню контрактов, реализующее механизм самоотбора покупателей, будет выглядеть так:

- приобретение 2 единиц товара по цене, равной $S_{0AEq_1} + S_{DGq_1} = 1, (7)$, либо
- покупка $q^* = 0, (3)$ единиц товара за плату в размере $S_{0AEq_1} = 0,3 (8)$.

Отметим, что прибыль монополиста при назначении за партию в 2 единицы товара максимальной цены, которую готов заплатить потребитель из второго сегмента, равной $S_{0BG} = 2$, была бы меньшей за счет потери первого сегмента спроса по сравнению с предлагаемым механизмом ценовой дискриминации покупателей, когда уменьшение прибыли, приносимой каждым потребителем с высоким спросом (1, (7) ден. ед.), компенсируется прибылью на каждом покупателе с низким спросом (0,3 (8) ден. ед.).

Приведем теперь пример создания меню контрактов, реализующего механизм самоотбора покупателей, при положительных, постоянных предельных издержках производства товара.

Допустим, как и ранее, что спрос на продукт предьявляется двумя равными по численности группами покупателей, состоящими из идентичных индивидов с функциями спроса, соответственно, $P_1 = 3,5 - 2q$ и $P_2 = 4 - q$. Рассмотрим процесс принятия решений монополистом, который, производя некоторый однородный продукт при постоянных предельных издержках $MC = AC = 2$ и не имея возможности идентифицировать покупателей с различными функциями спроса, проводит политику ценовой дискриминации второй степени (рис. 4.17). Опять предположим равные доли потребителей каждого типа в общем числе покупателей на рынке.

Запишем ограничения при принятии решений монополистом.

- Условие участия (ограничение по резервной полезности) для первого покупателя имеет вид:

$$\frac{(3,5 + p_1(q_1))}{2} q_1 - p_1(q_1) \cdot q_1 - F_1 =$$

$$\frac{(3,5 + (3,5 - 2q_1))}{2} q_1 - (3,5 - 2q_1) q_1 - F_1 = \frac{(3,5 - (3,5 - 2q_1))}{2} q_1 - F_1 \geq 0.$$

В оптимальном контракте данное ограничение будет жестким, т.е.

$$F_1 = q_1^2.$$

- Условие самоотбора (ограничение по сопоставимости стимулов) для второго покупателя будет выглядеть так:

$$\frac{(4 + p_2(q_2))}{2} q_2 - p_2(q_2) \cdot q_2 - F_2 \geq \frac{(4 + p_2(q_1))}{2} q_1 - p_1(q_1) \cdot q_1 - F_1,$$

т.е.

$$\frac{(4 + (4 - q_2))}{2} q_2 - (4 - q_2) q_2 - F_2 \geq \frac{(4 + (4 - q_1))}{2} q_1 - (3,5 - 2q_1) q_1 - F_1.$$

Поскольку в оптимальном контракте данное ограничение будет активным, постольку, проводя очевидные преобразования, получаем:

$$F_2 = \frac{q_2^2}{2} - \frac{3q_1^2}{2} - \frac{q_1}{2} + F_1 = \frac{q_2^2}{2} - \frac{q_1^2}{2} - \frac{q_1}{2}.$$

Монополист максимизирует функцию ожидаемой прибыли, в которой с вероятностями $\frac{1}{2}$ присутствуют разности между выручкой и издержками производства для каждой из групп покупателей:

$$\begin{aligned} EPR &= \frac{1}{2} (p_1(q_1) \cdot q_1 - AC \cdot q_1 + q_1^2) + \frac{1}{2} (p_2(q_2) \cdot q_2 - AC \cdot q_2 + F_2) = \\ &= \frac{1}{2} ((3,5 - 2q_1) q_1 - 2q_1 + q_1^2) + \frac{1}{2} \left((4 - q_2) q_2 - 2q_2 + \frac{q_2^2}{2} - \frac{q_1^2}{2} - \frac{q_1}{2} \right) = \\ &= \frac{q_1}{2} + q_2 - \frac{3q_1^2}{4} - \frac{q_2^2}{4}. \end{aligned}$$

Выписывая необходимые условия максимизации прибыли:

$$\begin{cases} \frac{\partial PR}{\partial q_1} = \frac{1}{2} - \frac{3q_1}{2} = 0, \\ \frac{\partial PR}{\partial q_2} = 1 - \frac{q_2}{2} = 0, \end{cases}$$

получаем оптимальное меню контрактов, реализующее механизм самоотбора покупателей:

- право приобрести $q_1 = \frac{1}{3}$ единицы товара стоит $F_1 = S_{Ap,E} = \frac{1}{9}$, при этом за каждую купленную единицу товара взимается плата $p_1 = 2\frac{5}{6}$;
- право покупки $q_2 = 2$ единицы товара стоит $F_2 = S_{Ap,p_2CE} + S_{CFG} = 1\frac{5}{6}$, при этом за каждую купленную единицу товара взимается плата $p_2 = 2$.

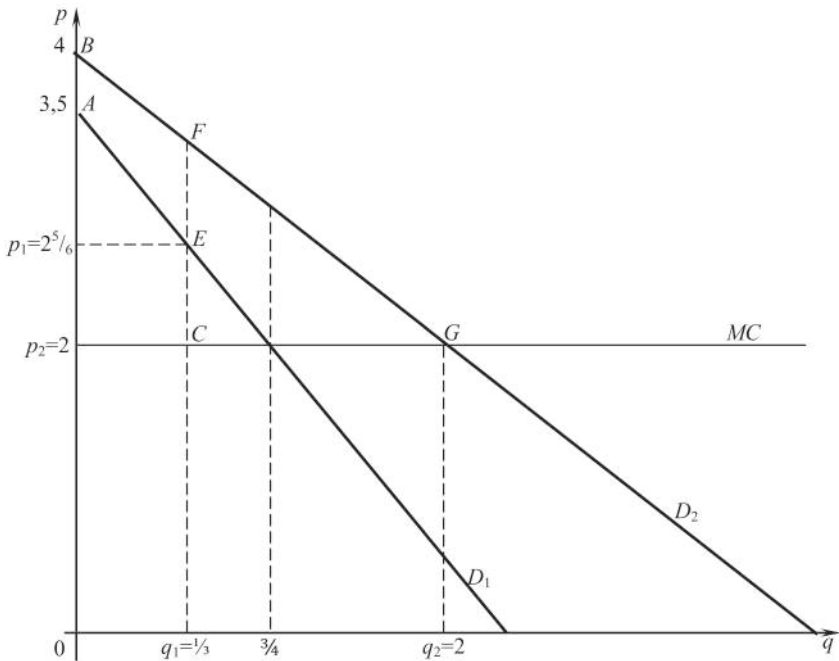


Рис. 4.17. Пример оптимизации меню контрактов:
линейный спрос и положительные предельные издержки

При выработке оптимального меню контрактов выше фактически были использованы два типа ограничений.

Первое из них — так называемое ограничение по участию, или по резервной полезности, гласит, что удовлетворение индивида от данной экономической деятельности должно быть, как минимум, таким же, как и при отказе от участия в ней. Данное ограничение было применено в отношении потребителя с низким спросом. При этом мы неявно предположили, что резервный уровень его полезности, который он будет иметь при отказе от покупки любой из партий товара, оговоренных в меню контрактов, равен нулю. Теория оптимальных контрактов утверждает, что данное ограничение для потребителя с низким спросом должно быть жестким, т.е. что его выигрыш при выборе контракта, предназначенного для него, должен быть равен нулю. Действительно, плата за партию, состоящую из q_1 единиц товара, равна его потребительскому излишку, т.е. площади под графиком спроса покупателя из первого сегмента, ограниченной справа размером партии, и расходами на каждую единицу товара

по цене спроса для последней единицы товара в данной партии. В нашем случае вычитаемая величина равна нулю, и потребительский излишек равен максимальной денежной сумме, которую потребитель с низким спросом готов заплатить за партию в размере q_1 единиц товара.

Второе условие, которому должен удовлетворять оптимальный контракт, — это так называемое ограничение по сравнимости стимулов, или по самоотбору. Оно утверждает, что уровень удовлетворения индивида при выборе контракта, предназначенного для него, должен быть не ниже его полезности при выборе контракта, выработанного для индивида другого типа. Это ограничение мы применили к потребителю с высоким спросом. В соответствии с теорией оптимальных контрактов для него данное ограничение должно быть жестким. Действительно, меню контрактов, реализующих механизм самоотбора покупателей, подобрано таким образом, что потребительский излишек, в нашем случае равный максимальной денежной сумме, которую потребитель готов отдать за данную партию товара, оказывается одинаковым (S_{ABFG} на рис. 4.14) для покупателя с высоким спросом независимо от того, какой из двух контрактов он предпочтет.

Сформулируем теперь задачу скрининга (фильтрации) покупателей в общем виде. Допустим, что предельные издержки постоянны, т.е. что производитель работает в условиях постоянной отдачи от масштаба ($MC = AC = c = const$) и продает количество $q \geq 0$ потребителю за общую плату в размере $F = F(q)$. Потребители могут быть двух типов: с высокой и с низкой оценкой товара. В модели обычно предполагается квазилинейность функций полезности покупателей. Предполагается, что они получают полезность в размере $U_i = \theta_i V(q) + M_i - F_i$, $i=1,2$; где M_i — доход потребителя, $V(q)$ — это валовой потребительский излишек, связанный с потреблением данного товара; причем $V(\cdot)$ известен всем, но информацией о θ_i располагает только потребитель. Будем предполагать для определенности, что $\theta_2 > \theta_1$.

В интересах производителя разработать контракты (q_i, F_i) таким образом, чтобы максимизировать ожидаемую прибыль:

$$EPR = \rho_1 (F_1 - cq_1) + \rho_2 (F_2 - cq_2).$$

Чтобы разработать стимулирующие контракты, максимизирующие прибыль в условиях неполной информации, монополист должен принимать во внимание ограничения по участию, или по гарантированному, резервному уровню полезности, для каждой группы покупателей:

$$\theta_i V(q_i) + M_i - F_i \geq \theta_i V(0) + M_i,$$

или

$$\theta_i V(q_i) \geq F_i + \theta_i V(0), i = \{1, 2\};$$

а также ограничения по сопоставимости стимулов:

$$\theta_i V(q_i) + M_i - F_i \geq \theta_i V(q_j) + M_i - F_j,$$

т.е.

$$\theta_i V(q_i) - F_i \geq \theta_i V(q_j) - F_j; i, j = \{1, 2\}, i \neq j.$$

Поскольку должно выполняться ограничение по участию для первой группы покупателей, постольку для второй группы из ограничения по самоотбору следует, что ограничение по рациональности для нее будет пассивным ($\theta_2 > \theta_1$):

$$\theta_2 V(q_2) - F_2 \geq \theta_2 V(q_1) - F_1 > \theta_1 V(q_1) - F_1 \geq 0.$$

Итак, задача дискриминирующего монополиста принимает вид:

$$\max_{q_1, q_2, F_1, F_2} EPR = \max_{q_1, q_2, F_1, F_2} (\rho_1 (p_1 q_1 + F_1 - TC_1(q_1)) + (1 - \rho_1) (p_2 q_2 + F_2 - TC_2(q_2))):$$

$$\theta_1 V(q_1) - F_1 \geq \theta_1 V(0),$$

$$\theta_1 V(q_1) - F_1 \geq \theta_1 V(q_2) - F_2,$$

$$\theta_2 V(q_2) - F_2 \geq \theta_2 V(q_1) - F_1.$$

Для решения данной задачи выписываем функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \rho_1 (F_1 - c q_1) + (1 - \rho_1) (p_2 q_2 + F_2 - c q_2) + \\ & \lambda (\theta_1 V(q_1) - F_1 - \theta_1 V(0)) + \mu (\theta_1 V(q_1) - F_1 - \theta_1 V(q_2) + F_2) + \\ & \nu (\theta_2 V(q_2) - F_2 - \theta_2 V(q_1) + F_1). \end{aligned}$$

Оптимальность деятельности монополиста предполагает равенство нулю производных лагранжиана по искомым переменным:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = -c \rho_1 + ((\lambda + \mu) \theta_1 - \nu \theta_2) \frac{\partial V(q_1)}{\partial q_1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = -c (1 - \rho_1) + (\nu \theta_2 - \mu \theta_1) \frac{\partial V(q_2)}{\partial q_2} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_1} = \rho_1 - \lambda - \mu + \nu = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_2} = 1 - \rho_1 + \mu - \nu = 0, \end{cases}$$

т.е.

$$\begin{cases} ((\lambda + \mu)\theta_1 - v\theta_2) \frac{\partial V(q_1)}{\partial q_1} = c\rho_1, \\ (v\theta_2 - \mu\theta_1) \frac{\partial V(q_2)}{\partial q_2} = c(1 - \rho_1), \\ \lambda + \mu - v = \rho_1, \\ v - \mu = 1 - \rho_1, \end{cases}$$

а также условиями дополняющей нежесткости:

$$\begin{cases} \lambda(\theta_1 V(q_1) - F_1 - \theta_1 V(0)) = 0, \lambda \geq 0, \theta_1 V(q_1) \geq F_1 + \theta_1 V(0), \\ \mu(\theta_1 V(q_1) - F_1 - \theta_1 V(q_2) + F_2) = 0, \mu \geq 0, \theta_1 V(q_1) - F_1 \geq \theta_1 V(q_2) - F_2, \\ v(\theta_2 V(q_2) - F_2 - \theta_2 V(q_1) + F_1) = 0, v \geq 0, \theta_2 V(q_2) - F_2 \geq \theta_2 V(q_1) - F_1. \end{cases}$$

Из первых двух равенств в предпоследней системе имеем эквимаржинальное условие оптимальности контракта:

$$\frac{\frac{\partial V(q_1)}{\partial q_1}}{\frac{\partial V(q_2)}{\partial q_2}} = \frac{\rho_1}{(1 - \rho_1)} \cdot \frac{(v\theta_2 - \mu\theta_1)}{((\lambda + \mu)\theta_1 - v\theta_2)}.$$

Далее, сложив последние два равенства в предпоследней системе, получаем $\lambda = 1$, а значит, условие участия для первой группы покупателей является жестким:

$$F_1 = \theta_1 V(q_1) - \theta_1 V(0). \quad (4.17)$$

При этом второе из условий дополняющей нежесткости принимает вид:

$$\mu(\theta_1 V(0) + F_2 - \theta_1 V(q_2)) = 0, \mu \geq 0, \theta_1 V(q_2) - F_2 \leq \theta_1 V(0),$$

а эквимаржинальное условие в силу того, что $\mu = v + \rho_1 - 1$, будет выглядеть так:

$$\frac{\frac{\partial V(q_1)}{\partial q_1}}{\frac{\partial V(q_2)}{\partial q_2}} = \frac{\rho_1}{(1 - \rho_1)} \cdot \frac{(v(\theta_2 - \theta_1) + (1 - \rho_1)\theta_1)}{(\rho_1\theta_1 - v(\theta_2 - \theta_1))} = \frac{\rho_1}{(1 - \rho_1)} \cdot \left(\frac{\theta_1}{(\rho_1\theta_1 - v(\theta_2 - \theta_1))} - 1 \right).$$

Если $v = 0$, то $\mu = \rho_1 - 1 < 0$, что противоречит условию $\mu \geq 0$. Следовательно, $v > 0$ и условие самоотбора для второй группы покупателей является жестким:

$$\theta_2 V(q_2) - F_2 = \theta_2 V(q_1) - F_1 = (\theta_2 - \theta_1) V(q_1) + \theta_1 V(0),$$

т.е.

$$F_2 = \theta_2 V(q_2) - (\theta_2 - \theta_1) V(q_1) - \theta_1 V(0). \quad (4.18)$$

Предположим, что модифицированное ограничение по сопоставимости стимулов для первой группы покупателей с учетом ее жесткого условия участия является активным, т.е. $\theta_1 V(q_2) = F_2 + \theta_1 V(0)$. Тогда из жесткости условия самоотбора для второй группы следует $(\theta_2 - \theta_1) V(q_2) = (\theta_2 - \theta_1) V(q_1)$, т.е. $V(q_2) = V(q_1)$, а значит, $q_1 = q_2$

и $\frac{\partial V(q_1)}{\partial q_1} = \frac{\partial V(q_2)}{\partial q_2}$. Тогда из эквивариантного условия будет следовать соотношение $\frac{\rho_1}{(1-\rho_1)} \cdot \left(\frac{\theta_1}{(\rho_1 \theta_1 - v(\theta_2 - \theta_1))} - 1 \right) = 1$, или $\frac{\theta_1}{(\rho_1 \theta_1 - v(\theta_2 - \theta_1))} = \frac{1}{\rho_1}$,

а значит, $-v(\theta_2 - \theta_1) = 0$, т.е. $\theta_2 = \theta_1$, что противоречит постановке задачи оптимизации системы контрактов. Возникшее противоречие доказывает нежесткость условия самоотбора для первой группы покупателей ($F_2 > \theta_1 V(q_2) - \theta_1 V(0)$) и равенство нулю соответствующего множителя Лагранжа: $\mu = 0$. Это позволяет определить значение последнего множителя Лагранжа: $v = 1 - \rho_1$, а значит, и предельные полезности для первой и второй групп покупателей, соответственно:

$$\frac{\partial V(q_1)}{\partial q_1} = \frac{c\rho_1}{\theta_1 - (1-\rho_1)\theta_2}, \quad \frac{\partial V(q_2)}{\partial q_2} = \frac{c}{\theta_2}.$$

Их значения задают объемы продаваемых товаров (услуг). С учетом рассчитанной выше стоимости данных партий товаров (4.17)–(4.18) получаем оптимальные контракты, которые дают возможность монополисту осуществить скрининг покупателей $(q_i, F_i), i = \{1, 2\}$.

Для иллюстрации рассуждений рассмотрим числовой пример. Предположим, что монополист выпускает товар с постоянными и предельными издержками $c = \frac{1}{4}$ и продает количество $q \geq 0$ потребителю за общую плату в размере $F = F(q)$. Потребители могут быть двух типов: с высокой и с низкой оценкой товара. Они получают полезность в размере $U_i = \theta_i V(q) + M_i - F_i$, $i = 1, 2$; где выражение для потребительского излишка имеет вид $V(q) = \ln(q+1)$, а доходы потребителей – одинаковы ($M_1 = M_2 = M$); причем $V(\cdot)$ известен всем,

но информацией о θ_i располагает только потребитель. Продавец знает, что θ может принимать два значения $\theta_1 = 2$ либо $\theta_2 = 3$ с равной вероятностью $\rho_1 = \rho_2 = \frac{1}{2}$. В интересах производителя разработать контракты (q_i, F_i) таким образом, чтобы максимизировать ожидаемую прибыль: $EPR = \rho_1(F_1 - cq_1) + \rho_2(F_2 - cq_2)$.

Разработаем вначале оптимальные контракты при полной информации, минимизирующие потери общественного благосостояния. В такой ситуации монополист будет максимизировать ожидаемую прибыль $EPR = \frac{1}{2}(F_1 - \frac{1}{4}q_1) + \frac{1}{2}(F_2 - \frac{1}{4}q_2)$ при выполнении ограничения по участию для каждой группы покупателей: $\theta_i \ln(q_i + 1) \geq F_i, i = \{1, 2\}$. Итак, задача монополиста имеет вид:

$$\begin{aligned} \max_{q_1, q_2, F_1, F_2} EPR = \max_{q_1, q_2, F_1, F_2} & \left(\frac{1}{2}(F_1 - \frac{1}{4}q_1) + \frac{1}{2}(F_2 - \frac{1}{4}q_2) \right): \\ & 2\ln(q_1 + 1) \geq F_1, \\ & 3\ln(q_2 + 1) \geq F_2. \end{aligned}$$

Решая данную задачу на связанный экстремум, выписываем функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(F_1 - \frac{1}{4}q_1) + \frac{1}{2}(F_2 - \frac{1}{4}q_2) + \lambda(2\ln(q_1 + 1) - F_1) + \mu(3\ln(q_2 + 1) - F_2).$$

Оптимальность прибыли монополиста будут характеризоваться равенством нулю производных лагранжиана по искомым переменным:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = -\frac{1}{8} + \frac{2\lambda}{q_1 + 1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = -\frac{1}{8} + \frac{3\mu}{q_2 + 1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_1} = \frac{1}{2} - \lambda = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_2} = \frac{1}{2} - \mu = 0, \end{cases}$$

т.е.

$$\begin{cases} \frac{2\lambda}{q_1 + 1} = \frac{3\mu}{q_2 + 1} = \frac{1}{8}, \\ \lambda = \mu = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

а также условиями дополняющей нежесткости:

$$\begin{cases} \lambda(2\ln(q_1+1) - F_1) = 0, \lambda \geq 0, 2\ln(q_1+1) \geq F_1, \\ \mu(3\ln(q_2+1) - F_2) = 0, \mu \geq 0, 3\ln(q_2+1) \geq F_2. \end{cases}$$

Из предпоследней системы следует, во-первых, что $\frac{2}{q_1+1} = \frac{3}{q_2+1} = \frac{1}{4}$,

и, во-вторых, что $\lambda = \mu > 0$, а значит, в силу условий дополняющей нежесткости ограничения по участию выполняются как равенства:

$$\begin{cases} 2\ln(q_1+1) = F_1, \\ 3\ln(q_2+1) = F_2. \end{cases}$$

Таким образом, оптимальные контракты для первой и второй группы покупателей в условиях полной информации будут иметь вид:

$$(q_1; F_1) = (7; 2\ln 8), (q_2; F_2) = (11; 3\ln 12).$$

Разработаем теперь стимулирующие контракты, максимизирующие прибыль монополиста в условиях неполной информации, дополнительно к условию участия потребуются ограничения по сопоставимости стимулов. Поскольку ограничение по сопоставимости стимулов для первой группы будет пассивным, постольку задача дискриминирующего монополиста принимает вид:

$$\begin{aligned} \max_{q_1, q_2, F_1, F_2} EPR = \max_{q_1, q_2, F_1, F_2} & \left(\frac{1}{2}(F_1 - \frac{1}{4}q_1) + \frac{1}{2}(F_2 - \frac{1}{4}q_2) \right): \\ & 2\ln(q_1+1) \geq F_1, \\ & 2\ln(q_1+1) - F_1 \geq 2\ln(q_2+1) - F_2, \\ & 3\ln(q_2+1) - F_2 \geq 3\ln(q_1+1) - F_1. \end{aligned}$$

Для решения данной задачи выписываем функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}(F_1 - \frac{1}{4}q_1) + \frac{1}{2}(F_2 - \frac{1}{4}q_2) + \lambda(2\ln(q_1+1) - F_1) + \\ & \mu(2\ln(q_1+1) - F_1 - 2\ln(q_2+1) + F_2) + \\ & \nu(3\ln(q_2+1) - F_2 - 3\ln(q_1+1) + F_1). \end{aligned}$$

Оптимальность деятельности монополиста предполагает равенство нулю производных лагранжиана по искомым переменным:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = -\frac{1}{8} + \frac{2(\lambda + \mu) - 3\nu}{q_1 + 1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = -\frac{1}{8} + \frac{3\nu - 2\mu}{q_2 + 1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_1} = \frac{1}{2} - \lambda - \mu + \nu = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_2} = \frac{1}{2} + \mu - \nu = 0, \end{cases}$$

т.е.

$$\begin{cases} q_1 = 16(\lambda + \mu) - 24\nu - 1, \\ q_2 = 24\nu - 16\mu - 1, \\ \lambda + \mu - \nu = \frac{1}{2}, \\ \nu - \mu = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

а также условиями дополняющей нежесткости:

$$\begin{cases} \lambda(2\ln(q_1 + 1) - F_1) = 0, \lambda \geq 0, 2\ln(q_1 + 1) \geq F_1, \\ \mu(2\ln(q_1 + 1) - F_1 - 2\ln(q_2 + 1) + F_2) = 0, \mu \geq 0, 2\ln(q_1 + 1) - F_1 \geq 2\ln(q_2 + 1) - F_2, \\ \nu(3\ln(q_2 + 1) - F_2 - 3\ln(q_1 + 1) + F_1) = 0, \nu \geq 0, 3\ln(q_2 + 1) - F_2 \geq 3\ln(q_1 + 1) - F_1. \end{cases}$$

Из первых двух равенств в предпоследней системе имеем эквимаржинальное условие оптимальности контракта:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{16(\lambda + \mu) - 24\nu - 1}{24\nu - 16\mu - 1}.$$

Сложив последние два равенства в предпоследней системе, получаем $\lambda = 1$, а значит, условие участия для первой группы покупателей является жестким: $2\ln(q_1 + 1) = F_1$.

При этом второе из условий дополняющей нежесткости принимает вид: $\mu(F_2 - 2\ln(q_2 + 1)) = 0, \mu \geq 0, 2\ln(q_2 + 1) - F_2 \leq 0$.

Если $\nu = 0$, то $\mu = -\frac{1}{2}$, что противоречит условию $\mu \geq 0$. Следовательно, $\nu > 0$ и условие самоотбора для второй группы покупателей

лей является жестким: $3\ln(q_2 + 1) - F_2 = 3\ln(q_1 + 1) - F_1 = \ln(q_1 + 1)$, т.е. $F_2 = 3\ln(q_2 + 1) - \ln(q_1 + 1)$.

Предположим, что модифицированное ограничение по сопоставимости стимулов для первой группы покупателей с учетом ее жесткого условия участия является активным, т.е. $2\ln(q_2 + 1) = F_2$. Тогда из жесткости условия самоотбора для второй группы следует $\ln(q_2 + 1) = \ln(q_1 + 1)$, а значит, $q_1 = q_2$. Тогда эквимаргинальное условия будет давать $v = 0$, чего не может быть. Возникшее противоречие доказывает нежесткость условия самоотбора для первой группы покупателей ($F_2 > 2\ln(q_2 + 1)$) и равенство нулю соответствующего множителя Лагранжа: $\mu = 0$. Это позволяет определить значение последнего множителя Лагранжа: $v = \frac{1}{2}$, а значит, и величины партий товара для первой и второй группы покупателей, соответственно: $q_1 = 3, q_2 = 11$.

Таким образом, оптимальные контракты, позволяющие монополисту осуществить скрининг покупателей, будут такими:

$$(q_1; F_1) = (3; 2\ln 4), (q_2; F_2) = (11; \ln 432).$$

Следует отметить, что система оптимальных контрактов может быть реализована дискриминирующим монополистом с использованием видоизмененного механизма двухставочного тарифа, предполагающего фиксированные партии продаваемого товара. Тогда, поскольку фактически будут иметь силу ограничения по гарантированному уровню полезности для первой и по сопоставимости стимулов для второй группы потребителей, постольку задача фирмы может быть представлена в следующем виде:

$$\max_{F_1, F_2, X_1, X_2} EPR = \max_{F_1, F_2, X_1, X_2} (\rho_1(p_1 q_1 + F_1 - c q_1) + (1 - \rho_1)(p_2 q_2 + F_2 - c q_2)):$$

$$U_1(q_1) - F_1 \geq U_1(0),$$

$$U_2(q_2) - F_2 \geq U_2(q_1) - F_1.$$

Покажем, как данная методика выработки оптимальных контрактов, в которой заложен механизма самоотбора покупателей, может быть реализована в примере, рассмотренном выше (с. 336–338). Будем, как и ранее, предполагать, что на рынке присутствуют две группы покупателей с функциями спроса $P_1 = 3,5 - 2q$ и $P_2 = 4 - q$. Вероятности встретить представителя каждой из двух групп – одинаковы. Монополист работает в условиях постоянной отдачи от масштаба производства при $MC = AC = 2$.

Выпишем ограничение по участию для представителя первой группы, оценивая полезность величиной потребительского излишка:

$$U_1(q_1) - F_1 = \frac{(3,5 + (3,5 - 2q_1))q_1}{2} - (3,5 - 2q_1)q_1 - F_1 \geq U_1(0) = 0.$$

В силу жесткости данного ограничения, получаем соотношение: $F_1 = q_1^2$.

Ограничение по сопоставимости стимулов для второй группы покупателей имеет вид:

$$\begin{aligned} U_2(q_2) - F_2 &= \frac{(4 + (4 - q_2))q_2}{2} - (4 - q_2)q_2 - F_2 \geq U_2(q_1) - F_1 = \\ &= \frac{(4 + (4 - q_1))q_1}{2} - (3,5 - 2q_1)q_1 - F_1. \end{aligned}$$

Данное ограничение является активным, следовательно, с учетом ограничения по участию для первой группы приходим к соотношению:

$$F_2 = \frac{q_2^2}{2} - \frac{3}{2}q_1^2 - \frac{q_1}{2} + F_1 = \frac{q_2^2}{2} - \frac{q_1^2}{2} - \frac{q_1}{2}.$$

С учетом данных ограничений выражение для ожидаемой прибыли монополиста имеет вид:

$$\begin{aligned} EPR &= \frac{1}{2}((3,5 - 2q_1)q_1 - 2q_1 + F_1) + \frac{1}{2}((4 - q_2)q_2 - 2q_2 + F_2) = \\ &= \frac{3}{4}q_1 - q_1^2 + \frac{F_1}{2} + q_2 - \frac{q_2^2}{2} + \frac{F_2}{2} = \frac{q_1}{2} - \frac{3}{4}q_1^2 + q_2 - \frac{1}{4}q_2^2. \end{aligned}$$

Система необходимых условий максимума ожидаемой прибыли будет выглядеть так:

$$\begin{cases} \frac{\partial EPR}{\partial q_1} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}q_1 = 0, \\ \frac{\partial EPR}{\partial q_2} = 1 - \frac{1}{2}q_2 = 0. \end{cases}$$

Решив ее, получаем уже описанную ранее систему оптимальных контрактов, реализующих механизм самоотбора покупателей (рис. 4.17): $q_1 = \frac{1}{3}$, $F_1 = \frac{1}{9}$, $P_1 = 2\frac{5}{6}$; $q_2 = 2$, $F_2 = 1\frac{5}{6}$, $P_2 = 2$.

В заключение анализа ценовой дискриминации второго рода обратим внимание на то, что система оптимальных контрактов может оказаться вырожденной, когда монополисту будет выгоднее присвоить весь потребительский излишек покупателей с высокой готовностью платить за товар, пренебрегая спросом со стороны других, менее доходных групп потребителей.

Продemonстрируем такую ситуацию на числовом примере. Допустим, что на рынке присутствуют две одинаковые по количеству группы потребителей с индивидуальными функциями спроса $Q_1 = 12 - P_1$ (рис. 4.18) и $Q_2 = 12 - 2P_2$ (рис. 4.19). Предельные издержки производства данного блага стабильны, равны средним и составляют 3 франка. Разработаем систему контрактов самоотбора, позволяющую монополисту присвоить максимальную часть потребительского излишка.

Выпишем ограничение по участию для представителя второй группы, оценивая полезность величиной потребительского излишка:

$$U_2(q_2) - F_2 = \frac{(6 + (6 - 0,5q_2))q_2}{2} - (6 - 0,5q_2)q_2 - F_2 \geq U_2(0) = 0.$$

В силу жесткости данного ограничения, получаем соотношение:

$$F_2 = \frac{q_2^2}{4}.$$

Ограничение по сопоставимости стимулов для первой группы покупателей имеет вид:

$$\begin{aligned} U_1(q_1) - F_1 &= \frac{(12 + (12 - q_1))q_1}{2} - (12 - q_1)q_1 - F_1 \geq U_1(q_2) - F_2 = \\ &= \frac{(12 + (12 - q_2))q_2}{2} - (6 - 0,5q_2)q_2 - F_2. \end{aligned}$$

Данное ограничение является активным, следовательно, с учетом ограничения по участию для первой группы приходим к соотношению:

$$\frac{q_1^2}{2} - F_1 = 6q_2 - F_2, \text{ т.е.}$$

$$F_1 = \frac{q_1^2}{2} - 6q_2 + F_2 = \frac{q_1^2}{2} + \frac{q_2^2}{4} - 6q_2.$$

С учетом данных ограничений выражение для ожидаемой прибыли монополиста имеет вид:

$$\begin{aligned}
 EPR &= \frac{1}{2}((12 - q_1)q_1 - 3q_1 + F_1) + \frac{1}{2}((6 - 0,5q_2)q_2 - 3q_2 + F_2) = \\
 &= 4,5q_1 - \frac{q_1^2}{2} + \frac{F_1}{2} + 1,5q_2 - \frac{q_2^2}{4} + \frac{F_2}{2} = \\
 &= 4,5q_1 - \frac{q_1^2}{2} + \frac{q_1^2}{4} + \frac{q_2^2}{8} - 3q_2 + 1,5q_2 - \frac{q_2^2}{4} + \frac{q_2^2}{8} = 4,5q_1 - \frac{q_1^2}{4} - 1,5q_2.
 \end{aligned}$$

Система необходимых условий максимума ожидаемой прибыли будет выглядеть так:

$$\begin{cases} \frac{\partial EPR}{\partial q_1} = 4,5 - \frac{1}{2}q_1 = 0, \\ \frac{\partial EPR}{\partial q_2} = -1,5. \end{cases}$$

Очевидно в данном случае, что система оптимальных контрактов оказывается вырожденной: $q_1 = 9$, $F_1 = 40,5$, $P_1 = 3$; $q_2 = 0$, т.е. на рынке остаются только покупатели из первой группы.

Монополия присваивает весь потенциальный излишек потребителей первой группы: $CS_1 = 0,5(12 - 3)9 = 40,5$ (рис. 4.18). Потенциальная выгода потребителя из второй группы могла бы составлять величину: $CS_2 = 0,5(6 - 3)6 = 9$ (рис. 4.19). Поскольку плата за право приобретения блага будет установлена на уровне 40,5, постольку ее не смогут заплатить потребители второй группы, она будет доступна только для первой группы покупателей. Цена за каждую единицу товара будет установлена на уровне предельных издержек и будет равняться 3.

Данный двухставочный тариф реализует собой механизм самоотбора покупателей в рамках ценовой дискриминации второго рода. Поскольку в данном примере функции спроса на обоих сегментах исходят из одной и той же точки на оси абсцисс, постольку механизм реализации контракта самоотбора вырождается в отказ от продажи услуги на сегменте покупателей с низкой готовностью платить и максимизации прибыли за счет присвоения всего потребительского излишка покупателей с «высоким» спросом.

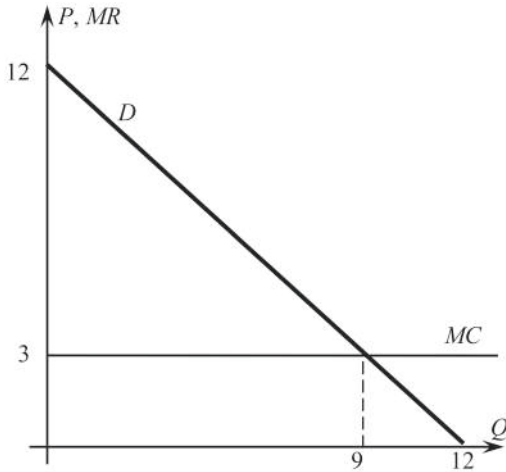


Рис. 4.18. Первый сегмент спроса

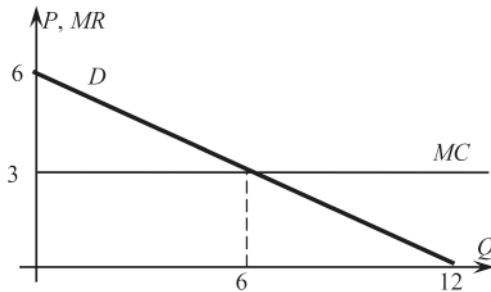


Рис. 4.19. Второй сегмент спроса

Контрольные вопросы

1. В чем заключаются отличительные особенности монополии как рыночной структуры?
2. Сформулируйте и обоснуйте условие максимизации прибыли монополистом.
3. Почему у монополии отсутствует функция предложения? Ответ подкрепите графическими иллюстрациями.
4. Почему существование монополии связано с потерями совокупного общественного благосостояния на данном рынке по сравнению с условиями совершенной конкуренции?

5. Дайте определение рыночной власти монополиста. Каким показателем можно ее измерить? Объясните, почему эластичность рыночного спроса является ограничителем экономической власти монополии.
6. Дайте определение «естественной» монополии. Каковы объективные условия ее возникновения?
7. В чем состоит дилемма «справедливого» и «эффективного» ценообразования при регулировании естественной монополии?
8. Что такое ценовая дискриминация? Каковы условия ее возникновения? Какие виды ценовой дискриминации существуют?
9. Каковы принципы выработки оптимального меню контрактов, реализующего механизм самоотбора покупателей в интересах монополиста, при ценовой дискриминации второго рода?

Т Е М А 5

Олигополия

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- значение взаимозависимости между фирмами при определении характеристик их деятельности в условиях олигополии;
- возможности использования методологии теории игр для анализа стратегического поведения фирм в условиях олигополии;
- особенности взаимодействия между фирмами при различных типах олигопольных рыночных структур.

5.1. Стратегическое взаимодействие фирм в условиях олигополии

Примером расширенной классификации рыночных структур может служить типология, предложенная В. Ойкенем (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Формы рынков по Ойкену

Формы предложения	Формы спроса				Монополия
	Конкуренция	Частичная олигополия	Олигополия	Частичная монополия	
Конкуренция	Полная конкуренция	Частичная олигополия предложения	Олигополия предложения	Частичная монополия предложения	Монополия предложения
Частичная олигополия	Частичная олигополия спроса	Двусторонняя частичная олигополия	Частично олигополистическая, ограниченная олигополия предложения	Частично олигополистическая, ограниченная частичная монополия предложения	Частично олигополистическая, ограниченная монополия предложения
Олигополия	Олигополия спроса	Частично олигополистическая, ограниченная олигополия спроса	Двусторонняя олигополия	Олигополистическая, ограниченная частичная монополия предложения	Олигополистическая, ограниченная монополия предложения
Частичная монополия	Частичная монополия спроса	Частично олигополистическая, ограниченная монополия спроса	Олигополистическая, ограниченная частичная монополия спроса	Двусторонняя частичная монополия	Частично монополистическая, ограниченная монополия предложения
Монополия	Монополия спроса	Частично олигополистическая, ограниченная монополия спроса	Олигополистическая, ограниченная монополия спроса	Частично монополистическая, ограниченная монополия спроса	Двусторонняя монополия

Источник: Ойкен В. Основные принципы экономической политики. М.: Прогресс, 1995. С.74–75.

В настоящее время общепринятой является типология рынков по Г. фон Штакельбергу, схожая с предложенной В. Ойкеном, хотя в ней в качестве критерия классификации используются не структуры конкуренции на стороне спроса и предложения, а те факторы, которые лежат в ее основе, в частности количество продавцов и покупателей.

Таблица 5.2

Классификация рыночных структур по Штакельбергу

		Спрос		
		Много	Несколько	Один
Предложение	Много	Совершенная конкуренция	Олигополия спроса	Монополия спроса
	Несколько	Олигополия предложения	Двусторонняя олигополия	Ограниченная монополия спроса
	Один	Монополия предложения	Ограниченная монополия предложения	Двусторонняя монополия

Источник: Von Stackelberg H. Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre. 2. Auflage. Bern: A. Francke AG; Tübingen: J. C. B. Mohr (Paul Siebeck), 1951. S.235.

В реальной действительности спектр отраслевых рыночных структур, отличающихся поведением и результативностью функционирования, гораздо шире. Он характеризуется и определяется рядом объективных параметров, проявляющихся как на стороне спроса, так и на стороне предложения.

Факторами, влияющими на структуру отрасли со стороны производства, являются:

1. Технологические процессы, в том числе минимальный эффективный размер предприятия (эффект масштаба), природно-климатические факторы, доступность и качество сырья, комплектующих изделий, оборудования и трудовых ресурсов.
2. Географическая близость или удаленность источников сырья, а также расположение поставщиков относительно друг друга, т.е. пространственная концентрация или рассредоточенность ресурсных рынков.
3. Доступность финансовых ресурсов.
4. Число производителей.
5. Барьеры входа и выхода, т.е. любые препятствия, не позволяющие фирме без издержек проникнуть в отрасль или покинуть ее.

6. Вертикальная интегрированность производства.
7. Диверсификация производства.
8. Характеристики продукции, в том числе долговечность, стандартизация или дифференциация.
9. Расходы на НИОКР.
10. Иностранная конкуренция.
11. Политика правительства.

Факторами, влияющими на структуру отрасли со стороны спроса, являются:

1. Эластичность, темпы роста и колебания (цикличность) спроса.
2. Число потребителей и темпы роста населения.
3. Наличие субститутов.
4. Месторасположение покупателей, т.е. пространственная концентрация или рассредоточенность рынков сбыта.
5. Размер заказов.
6. Способы сбыта.
7. Возможность экспорта.

В предыдущих темах нами были проанализированы полярные рыночные структуры – совершенная конкуренция и монополия. Перейдем теперь к анализу рыночных структур несовершенной конкуренции, занимающих промежуточное положение между данными полюсами. Начнем с анализа олигопольных рыночных структур.

В условиях олигополии в отрасли действуют всего несколько фирм, которые обладают значительными долями рыночных продаж¹. При этом наблюдается взаимная зависимость поведения конкурентов². Спрос же, как правило, представлен множеством покупателей.

Продукт, поставляемый на олигопольный рынок, может быть как стандартизированным, так и дифференцированным. Главной причиной формирования олигопольного рынка является существенная экономия от масштаба производства, приводящая к возникновению значительных барьеров входа-выхода и, следовательно, положительной прибыли экономических агентов в долгосрочном периоде.

¹ Как правило, четыре крупнейшие фирмы обеспечивают более 50 процентов отраслевого выпуска.

² Вслед за Дж. Робинсон принято считать, что граница между рынками субститутів пролегає там, де відбувається розрив в ланцюжку товарів-замінників, проявляющийся в скачке показателя перекрестной эластичности спроса на данный товар по цене его субститута [См.: Робинсон Дж. Экономическая теория несовершенной конкуренции. М.: Прогресс, 1986].

Принимая решения относительно своих действий, фирмы в условиях олигополии должны учитывать возможную реакцию конкурентов. Учет ответных действий конкурентов в условиях стратегического взаимодействия фирм на олигопольных рынках описывается с помощью инструментария, разработанного в рамках теории игр.

Элементами каждой игры являются игроки, их стратегии и выигрыши, обычно трактуемые как полезность или прибыль участников игры.

Классификация игровых моделей олигополии может осуществляться по:

- числу игроков (классическая оптимизация — это модель с одним игроком);
- числу стратегий: конечные и бесконечные;
- свойствам функций выигрыша: с нулевой суммой (антагонистические), с ненулевой суммой, с постоянной разностью (и выигрыши, и проигрыши одновременно);
- возможностям предварительных переговоров и взаимодействия игроков в ходе игры (кооперативные и некооперативные);
- принципам принятия решений (одновременные и последовательные);
- повторяемости взаимодействия (однократные и с многократным взаимодействием).

Рассмотрим сначала игры с одновременными ходами участников — так называемые игры в нормальной форме. В таких играх каждый из участников принимает решение независимо, не зная о действиях, предпринятых другими игроками, после чего определяются фактические выигрыши всех сторон. Предполагается, что игроки располагают полной информацией о возможных действиях других участников и возникающих при этом выигрышах. Матрица выигрышей, или платежная матрица, демонстрирует соотношение между потенциальными выигрышами игроков при любом сочетании выбранных ими стратегий.

Одним из важнейших понятий, характеризующих решения некооперативных игр, является равновесие по Нэшу¹. Равновесие по Нэшу — это такое сочетание стратегий конкурентов, когда никому из них не выгодно отклониться от своей стратегии в одиночку, при условии, что остальные игроки придерживаются своих равновесных стратегий.

Одним из простейших типов игр являются игры с доминирующими стратегиями участников. В теории игр доминирующей является такая

¹ Джон Форбс Нэш (1928–2015) — американский математик и экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1994 г.

стратегия, которая приносит более предпочтительный результат независимо от стратегии, использованной партнером. Если оба игрока имеют доминирующие стратегии, то равновесным решением игры будет одновременное применение их каждым из игроков.

Так называемая игра «дилемма заключенных» представляет собой один из наиболее известных примеров игр с доминирующими стратегиями. Предположим, что двое заключенных подозреваются в совершении какого-то преступления. При невозможности заключения договоренности между ними каждый сталкивается с альтернативой: признаться или не признаваться в содеянном. Судебный орган проводит политику, нацеленную на получение признательных показаний подозреваемых. Если один из них соглашается дать показания о вине другого, который при этом не сознается, то признавшемуся гарантируется смягчение наказания, скажем, полный отказ от судебного преследования; тогда как другого ожидает самая суровая кара (c). Если оба преступника идут на сотрудничество со следствием, давая показания друг на друга, то каждого из них ожидает менее жесткое наказание (b). Если же не сознается ни один из подозреваемых, то следствие, не располагающее прямыми доказательствами их вины, не может обвинить их обоснованно, и их ждет еще более мягкое наказание (a). Платежная матрица в данной игре содержит информацию о потенциальных потерях сторон (табл. 5.3). В каждой из ячеек здесь наказание игрока под номером один приводится первым. В соответствии с предпосылками игры, потери сторон в «дилемме заключенных» связаны между собой неравенством: $a < b < c$.

Схема решения игры с одновременными ходами участников такова: для каждого из игроков следует определить наилучший ответ на любое действие другого. Если стратегия i для первого игрока является наилучшим ответом на стратегию j второго, и одновременно стратегия j второго участника игры представляет собой наилучший ответ на стратегию i первого, то такая пара стратегий будет составлять равновесие по Нэшу.

Будем подчеркивать выигрыш, соответствующий наилучшему ответу каждого из игроков на данную стратегию другого, в матрице выигрышей «дилеммы заключенных». В данной игре каждый из участников имеет доминирующую стратегию — «признание»: при этом проигрыш каждого игрока является наименьшим при любой стратегии — «признания» или «непризнания» другого игрока. Ячейка, расположенная на пересечении доминирующих стратегий игроков, соответствует равновесию по Нэшу.

Достижение этого равновесного состояния можно проиллюстрировать по-другому. Допустим, изначально игрок 1 рассчитывает на страте-

гию «непризнание». Если при этом такую же стратегию выбирает второй игрок, то наилучшим ответом первого будет изменить стратегию на «признание». Это иллюстрирует стрелка, ориентированная из левой верхней ячейки вправо. В свою очередь оптимальным ответом второго игрока на «признание» первого будет переход к такой же стратегии. Это показывает стрелка, направленная вниз из верхней правой ячейки. В итоге игроки оказываются в правой нижней ячейке, и первому игроку уже не нужно менять свою стратегию в ответ на выбор второго, поскольку любое отклонение от стратегии «признания» ухудшит его положение.

Аналогично, если исходно игрок 2 рассчитывает на стратегию «непризнания» и если эту же стратегию выбирает игрок 1, то второму лучше сменить стратегию на «признание» (стрелка, направленная вниз из левого верхнего угла платежной матрицы). При этом наилучшим ответом первого будет также признаться (стрелка вправо из левой нижней ячейки), и игроки оказываются в правом нижнем углу матрицы выигрышей, когда второму уже не нужно корректировать свои действия в ответ на решения первого, поскольку любое отклонение от стратегии «признания» будет означать для него увеличение потерь. Таким образом, сочетание стратегий «признания» двух участников представляет собой равновесие по Нэшу в игре «дилемма заключенных».

Таблица 5.3

Платежная матрица «дилеммы заключенных»

		Игрок 2	
		Непризнание	Признание
Игрок 1	Непризнание	$\rightarrow$ $\downarrow a, a$	$c, \underline{0} \downarrow$
	Признание	$\underline{0}, c$ $\rightarrow$	$\underline{b}, \underline{b}$

Тем не менее равновесие по Нэшу может не соответствовать максимальному выигрышу каждого из игроков. Соответствующая ему пара стратегий будет равновесной при некооперативном взаимодействии между игроками. Но если бы игроки имели возможность договариваться о совместных действиях, то, в частности в «дилемме заключенных», они предпочли бы одновременно придерживаться стратегии «непризнания», ведь комбинация выигрышей (a, a) означает снижение наказания для каждого из участников, по сравнению с наказаниями в условиях равновесия по Нэшу (b, b) .

«Дилемма заключенных» имеет важные экономические приложения. В частности, как будет показано ниже, она может служить иллюстрацией взаимодействия фирм в условиях олигополии (см. параграф 5.6).

Возможна ситуация множественности равновесий по Нэшу. Например, в игре ниже (табл. 5.4) присутствуют два таких равновесия. В платежной матрице здесь выигрыши игрока 1 стоят слева, а игрока 2 — справа в каждой ячейке. Как видно, в данной игре у сторон отсутствуют доминирующие стратегии. Используя данную матрицу выигрышей, можно определить состояния равновесия по Нэшу в чистых стратегиях в игре с одновременными ходами. Это будут наборы стратегий точки (α, β) и (β, α) .

Таблица 5.4

Пример множественности равновесий по Нэшу

		Игрок 2	
		Стратегия α	Стратегия β
Игрок 1	Стратегия α	3,3	2,4
	Стратегия β	4,2	1,1

Игру нормальной формы можно преобразовать в две игры развернутой формы (с последовательным взаимодействием между участниками), когда игрок 1 получает право на ход первым либо первым действует игрок 2. Применительно к игре, рассмотренной выше (табл. 5.4, рис. 5.1), в первом случае равновесие по Нэшу — это профиль стратегий (β, α) , а во втором — (α, β) .

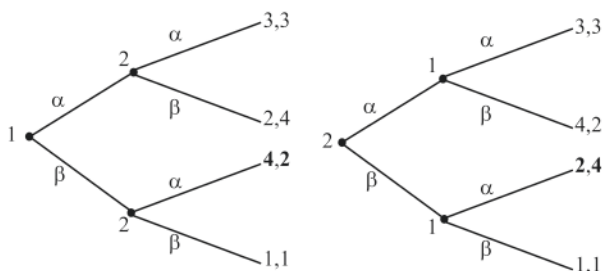


Рис. 5.1. Два дерева игры в развернутой форме

Методом решения игр с последовательным взаимодействием сторон является так называемая обратная индукция. Она предполагает анализ

принятия решений участниками, начиная с последнего узла дерева игры с последовательным возвращением к корневому узлу.

Рассмотрим в качестве примера применение метода обратной индукции к игре «стратегические барьеры входа на рынок», в которой фирма-монополист стремится предотвратить вход на рынок потенциального конкурента. Угроза появления конкурента на монополизированном рынке подталкивает укоренившуюся в отрасли фирму к упреждающим действиям по созданию барьеров входа для потенциального соперника. Предположим, что монополист может заблаговременно осуществить стратегические инвестиции в избыточные производственные мощности, которые останутся незадействованными при сохранении status quo, но будут активно использованы в случае появления на рынке конкурента. При входе потенциального конкурента на рынок отраслевой монополист может либо начать ценовую войну, либо смириться и сохранить цену на неизменном уровне.

Как и в игре с одновременными ходами сторон, при последовательном взаимодействии игроков информация о потенциальных выигрышах при любом развитии событий доступна всем. Исходя из дерева принятия решений в ходе данной игры (рис. 5.2), определим, какую стратегию выберет укоренившаяся на рынке фирма, доминирующий производитель, как поведет себя потенциальный конкурент и как в свою очередь ответит доминирующая фирма.

Пользуясь методом обратной индукции, мы должны вначале проанализировать выбор игрока, принимающего решение последним — отраслевого монополиста. При вторжении на рынок конкурента доминирующая фирма сталкивается с выбором: начинать ценовую войну или не предпринимать никаких действий. Она предпочтет отказаться от конфронтации — тогда ее выигрыши будут больше ($0,8 > 0,5$ при наличии стратегических инвестиций и $1,2 > -2$ в противном случае). Это решение укоренившейся фирмы очевидно для ее потенциального конкурента. Поэтому он примет решение о входе в отрасль, ведь его выигрыш будет равен 1 (больше, чем 0,1 при отказе от конкуренции) как при осуществлении, так и при отсутствии стратегических инвестиций монополиста. В свою очередь доминирующей фирме известно это предстоящее решение потенциального конкурента, и она не будет осуществлять стратегических инвестиций в самом начале игры. Итак, в данной игре стратегические инвестиции не представляют собой достоверной угрозы, предполагающей потенциальные действия, осуществление которых будет действительно в интересах игрока, угрожающего своему сопернику.

5.2. Количественные характеристики олигопольного рынка

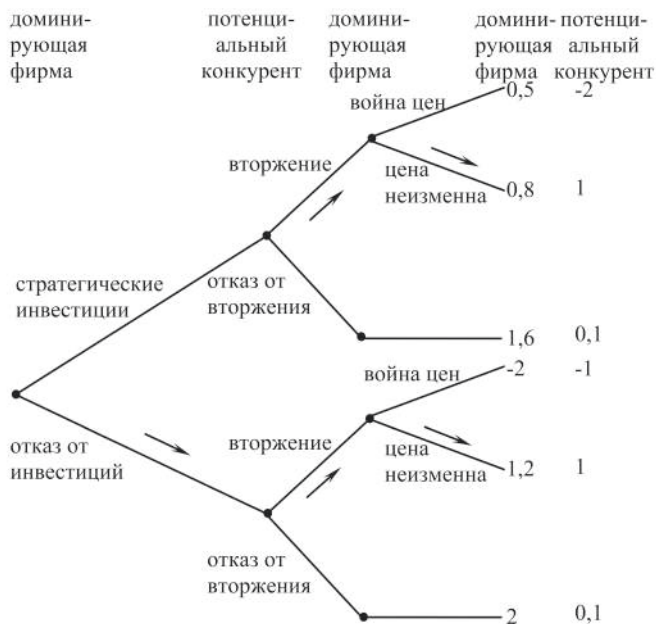


Рис. 5.2. Стратегические барьеры входа на рынок

5.2. Количественные характеристики олигопольного рынка

Рассмотрим теперь принципы максимизации прибыли фирмами с учетом возможного стратегического взаимодействия между ними в условиях несовершенной конкуренции.

Одним из критериев классификации олигополистических рыночных структур может служить стратегическая переменная, по которой осуществляется взаимодействие между конкурентами: цена либо объем производства. Будем рассматривать конкурирующие между собой фирмы, которые максимизируют прибыль с точки зрения определения оптимального объема выпускаемой продукции.

Если рынок не полностью монополизирован одним производителем, то для каждой из крупных конкурирующих фирм функция прибыли записывается в следующем виде:

$$PR_i = p(Q)q_i - TC_i(q_i),$$

где q_i — это объем производства каждой, i -й фирмы; $Q = \sum_{i=1}^n q_i$ — совокупный выпуск продукции в отрасли.

Здесь предполагается, что продукция является стандартизированной, недифференцированной, а значит, на рынке существует единый уровень цены, по которой продают продукцию все фирмы.

Необходимым условием максимума прибыли является равенство нулю первой производной по количеству выпускаемой продукции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial PR_i}{\partial q_i} &= \frac{\partial(p(Q)q_i)}{\partial q_i} - \frac{\partial TC_i}{\partial q_i} = p(Q) + \frac{\partial p(Q)}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial q_i} q_i - MC_i = \\ &= p(Q) + \frac{\partial p(Q)}{\partial Q} \left(1 + \frac{\partial Q_i}{\partial q_i}\right) q_i - MC_i = p(Q) + \frac{\partial p(Q)}{\partial Q} (1 + \lambda_i) q_i - MC_i = \\ &= p\left(\rho_i (1 + \lambda_i) E_p^d + 1\right) - MC_i = p(Q) \left(\frac{\rho_i (1 + \lambda_i)}{E_p^d} + 1\right) - MC_i = 0, \end{aligned}$$

т.е.

$$p(Q) \left(\frac{\rho_i (1 + \lambda_i)}{E_p^d} + 1\right) = MC_i. \quad (5.1)$$

Здесь $Q_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n q_j = Q - q_i$ — объем производства всех фирм на рынке

за исключением i -го производителя, n — общее количество фирм в от-

расли, $\rho_i = \frac{q_i}{Q}$ — доля выпуска i -й фирмы в общеотраслевом объеме произ-

водства, $\lambda_i = \frac{\partial Q_i}{\partial q_i}$ — предположительная вариация для i -го производителя,

или показатель интенсивности ответной реакции остальных участников рынка на изменение объема производства со стороны данной фирмы.

Ситуации абсолютной монополии соответствует значение $\lambda_i = 0$ при $\rho_i = 1$. При этом условие максимизации прибыли несовершенного конкурента редуцируется к тривиальному условию равновесия фирмы — абсолютной монополии, которое, таким образом, является следствием более общей теории несовершенной конкуренции, учитывающей взаимодействие между фирмами и их ответные реакции на действия соперников.

Значение коэффициента предположительной вариации $\lambda_i = -1$ соответствует ситуации совершенной конкуренции. В этом случае наблюда-

ется так называемое компенсирующее поведение фирм на рынке, когда ответная реакция остальных производителей полностью нейтрализует действия, предпринимаемые данной фирмой, которая в результате этого оказывается не в силах повлиять на рыночную цену производимого продукта. Это приводит к тому, что цена в отрасли устанавливается на уровне предельных издержек, поскольку предельная выручка в данном случае совпадает с рыночной ценой продукции ($p = MR_i = MC_i$).

Характер взаимодействия фирм имеет в своей основе и своим результатом количественные характеристики олигопольного рынка. Простейшим показателем здесь может служить коэффициент концентрации, который рассчитывается путем суммирования рыночных долей крупнейших фирм в отрасли:

$$CR_k = \sum_{i=1}^k p_i,$$

где $p_i = \frac{q_i}{Q}$ обозначает долю выпуска i -го производителя в совокупном

объеме производства отрасли, k — число лидирующих фирм, учитываемых при расчете индекса, как правило, равное трем, четырем, шести или восьми¹.

Индексы концентрации традиционно используются статистическими органами. Индекс концентрации лежит в пределах от нуля до единицы и позволяет определять тип рыночной структуры в отраслях экономики страны. Чем выше его значение, тем сильнее тенденции к монополизации данной отрасли и тем ниже конкурентные преимущества фирм-аутсайдеров, не учитываемых при расчете данного индекса. С их помощью можно провести классификацию рыночных структур.

Фактически все многообразие рыночных структур (в частности, в экономике США) может быть объединено в четыре укрупненные группы (табл. 5.5): чистую монополию ($p_i = 100\%$); доминирующую фирму

¹ Учитывая открытость современной экономики, необходимо принимать во внимание то, что импортная продукция зачастую вносит существенный вклад в общий объем производства на данном рынке. Чтобы учесть роль импорта, приходится видоизменять традиционный коэффициент концентрации:

$$CR = \frac{\sum_{i=1}^k q_i - \sum_{i=1}^k q_i^{exp}}{Q - Q_{exp} + Q_{imp}},$$

где q_i и q_i^{exp} — соответственно объемы производства и экспорта каждой из k крупнейших фирм, Q — отраслевой объем производства, Q_{exp} и Q_{imp} — соответственно суммарный экспорт всех фирм и импорт в данной отрасли.

или группу фирм ($50\% < p_i < 90\%$); закрытую олигополию со стабильными рыночными долями ($CR_4 > 60\%$) и эффективную конкуренцию, куда входят олигополия со свободным входом, монополистическая конкуренция, т.е. квазиконкурентные рынки, а также совершенная конкуренция ($CR_4 < 40\%$).

Таблица 5.5

Доля рыночных структур в национальном доходе США (в процентах)

Год	1939	1958	1980
Чистая монополия	6,2	3,1	2,5
Доминирующая фирма	5,0	5,0	2,8
Ограниченная олигополия	36,4	35,6	18,0
Эффективная конкуренция	52,4	56,3	76,7
Всего	100,0	100,0	100,0

Источник: Shepherd W. G. Causes of increased competition in the US economy, 1939–1980 // Review of economics and statistics, 1982. Vol. 64, № 2.

Графически различия в уровнях концентрации отраслей можно показать с помощью соответствующих кривых. При этом по вертикальной оси откладываются накопленные рыночные доли фирм, а по горизонтальной оси отсчитывается соответствующее количество фирм, которые ранжируются по убыванию рыночной доли. В случае абсолютного равенства кривые концентрации вырождаются в прямую линию. Как правило, они выпуклы вверх, причем чем больше выпуклость, тем выше концентрация фирм на рынке.

Недостатком коэффициента концентрации является то, что с помощью этого показателя нельзя измерить концентрацию производства с учетом всех производителей в отрасли, поскольку сумма рыночных долей всех фирм на рынке тождественно равна единице.

Рядом преимуществ по сравнению с коэффициентом концентрации обладает индекс Херфиндала–Хиршмана¹, который рассчитывается как сумма квадратов рыночных долей всех фирм, действующих на рынке:

$$HHI = \sum_{i=1}^n p_i^2.$$

¹ Авторы индекса: Оррис Херфиндал (1918–1972) и Альберт Отто Хиршман (1915–2012) – американские экономисты.

При расчете индекса Херфиндаля—Хиршмана рыночные доли могут измеряться как в десятичных дробях, так и в процентах. Его значения лежат между нулем и единицей при измерении рыночных долей в десятичных дробях и в диапазоне от нуля до 10000 при измерении рыночных долей в процентах. Если значение индекса *HHI* близко к нулю, то это означает, что на данном рынке функционирует рыночная структура, по своим характеристикам сходная с чистой конкуренцией. В случае равенства данного индекса единице можно сделать вывод, что на анализируемом рынке господствует монополия. Соответственно, при увеличении значения индекса *HHI* от нуля до единицы наблюдается нарастание монопольных тенденций в отрасли. В практике антимонопольного регулирования США применяются следующие критерии для оценки степени монополизации рынка: если *HHI* не превышает 1000, рынок считается неконцентрированным, при значениях *HHI* в пределах от 1000 до 1800 — умеренно концентрированным, а если *HHI* превосходит 1800, то отрасль оценивается как высоко-концентрированная.

По отношению к коэффициенту концентрации, преимущества индекса Херфиндаля—Хиршмана состоят в том, что он учитывает, во-первых, распределение рыночных долей среди крупнейших фирм и, во-вторых, — вклад в отраслевое производство не только лидирующих, а всех фирм в отрасли, в том числе и мелких. Вследствие последнего обстоятельства индекс Херфиндаля—Хиршмана содержит в себе меру неоднородности фирм, отражает неравномерность их веса в рамках данной отрасли¹.

Концентрация производства и капитала в отрасли приводит к тому, что фирмы приобретают значительную рыночную власть, т. е. возможность влиять на параметры, характеризующие функционирование отрасли, а именно цену продукции, объем отраслевого производства, количество фирм в отрасли и остроту конкуренции, норму прибыли и т.д. При наличии нескольких фирм, работающих в условиях несовершенной конкуренции, в силу условия максимизации прибыли (5.1), формула для расчета индекса Лернера, характеризующего степень рыночной власти, приобретает вид²:

¹ Это становится очевидным, если установить соотношение между *HHI* и коэффициентом дисперсии как непосредственным индикатором различий между фирмами, отклонений параметров деятельности каждого из предприятий от средних значений по рынку.

² Cowling K., Waterson M. Price-cost margins and market structure // *Economica*, 1976. Vol. 43, № 171.

$$L_i = \frac{p(Q) - MC_i}{p(Q)} = -\frac{p_i}{E_p^d} (1 + \lambda_i). \quad (5.2)$$

На практике обычно значение индекса Лернера, т. е. уровень монополизации отрасли, лежит между нулем и единицей. Нулевое значение соответствует ситуации совершенной конкуренции, когда $p = MC$ и рыночная власть фирм отсутствует.

Поскольку в силу (5.2) $p_i = -\frac{E_p^d L_i}{1 + \lambda_i}$, постольку коэффициент концен-

трации равен сумме индексов Лернера ведущих фирм в отрасли, скорректированных на соответствующие величины предположительных вариаций, умноженной на эластичность рыночного спроса, взятую со знаком минус:

$$CR_k = \sum_{i=1}^k p_i = -E_p^d \sum_{i=1}^k \frac{L_i}{1 + \lambda_i}.$$

Таким образом, чем выше уровень концентрации производства и капитала, тем сильнее монополистические тенденции на данном рынке.

Степень неоднородности, неравенства фирм по экономической силе в рамках отрасли может быть оценена с помощью коэффициента дисперсии рыночных долей производителей, который рассчитывается по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left(p_i - \frac{1}{n} \right)^2}{n-1},$$

где $\frac{1}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{n}$ – это среднее значение доли выпуска i -й фирмы в сово-

купном объеме производства на данном рынке.

Существует тесная связь между индексом Херфиндаля–Хиршмана и этим показателем неравномерности распределения фирм на рынке. Если возвести в квадрат разности в числителе дисперсии и почленно просуммировать каждое из трех возникающих слагаемых, с учетом того, что сумма рыночных долей всех фирм на рынке равна единице, то получается соотношение между индексом Херфиндаля–Хиршмана и показателем дисперсии:

$$HHI = (n-1)\sigma^2 + \frac{1}{n}.$$

Рассмотрим теперь взаимосвязь между индексом Херфиндаля—Хиршмана и коэффициентом Лернера. Если домножить обе части выражения для индекса Лернера в случае несовершенной конкуренции

на ρ_i : $L_i \rho_i = -\frac{\rho_i^2 (1 + \lambda_i)}{E_p^d}$, выразить ρ_i^2 и просуммировать по всем фирмам

на рынке, то можно получить в левой части индекс Херфиндаля—Хиршмана, а в правой части — сумму показателей монопольной власти, взвешенных по рыночным долям, скорректированным на соответствующие предположительные вариации, умноженную на показатель эластичности рыночного спроса с противоположным знаком¹:

$$HHI = \sum_{i=1}^n \rho_i^2 = -E_p^d \sum_{i=1}^n \frac{L_i \rho_i}{1 + \lambda_i}.$$

5.3. Модель «жестких цен»

Одним из критериев классификации олигопольных рыночных структур может служить стратегическая переменная, по которой осуществляется взаимодействие между конкурентами: цена либо объем производства. В модели «жестких цен», или «ломаной кривой спроса» П. Суизи², в качестве таковой выступает цена.

Отличительной особенностью модели «жестких цен» является негладкость функции спроса каждого из олигополистов, у которой существуют два сегмента (рис. 5.3). Пологий участок отражает ситуацию, когда в случае повышения цен одним из олигополистов остальные производители в отрасли не последуют за его примером и, сохранив свои цены на прежнем уровне, восполняют снижение объема продаж конкурента. Последний тем самым лишится части своей клиентуры. Его функция спроса в таком случае эластична. Кроме того, у нее существует и другой участок — неэластичный. Он соответствует ситуации, когда любое снижение цен одним из олигополистов вызывает адекватную реакцию конкурентов, в результате чего ему не удастся существенно увеличить объемы сбыта, отвоевать дополнительную долю рынка.

При существовании различных по эластичности участков функции спроса наблюдается излом в точке их состыковки. При этом объеме производства функция предельного дохода олигополиста терпит разрыв.

¹ Clarke R., Davies S.W. Market structure and price-cost margins // *Economica*, 1982. Vol. 49. № 195.

² Пол Суизи (1910–2004) — американский экономист.

Если график предельных издержек будет проходить через разрыв функции предельной выручки, то цена на данном рынке будет оставаться постоянной даже при изменениях технологии производства. Главное, чтобы они не приводили к сдвигу данного графика за границы разрыва до пересечения с одним из двух участков графика функции предельного дохода. Более того, цена может оставаться стабильной даже при колебаниях рыночного спроса, если при изменении его параметров и, следовательно, величины разрыва функции предельного дохода излом графика спроса останется на том же месте, а график предельных издержек пройдет сквозь разрыв предельной выручки.

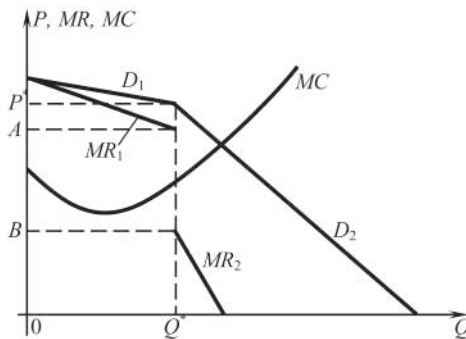


Рис. 5.3. Фирма на олигопольном рынке в условиях негладкой функции спроса

Модель «жестких цен» можно проиллюстрировать следующим числовым примером. Допустим, что спрос на продукцию олигополиста имеет вид: $P = 6 - 0,5Q$ при $Q \in [1; 3,2]$, а издержки данной фирмы описываются функцией: $TC = 0,5Q^3 - Q^2 + 5Q$. Из этих данных следует, что излом функции спроса происходит при $Q = 1$. Функция прибыли состоит из двух участков кубических парабол:

$$PR = \begin{cases} TR_1 - TC = p_1 q - TC = -0,5q^3 + 0,5q^2 + q; q \in [0; 1]; \\ TR_2 - TC = p_2 q - TC = -0,5q^3 - 1,5q^2 + 3q; q \in [1; 3,2]. \end{cases}$$

При этом объемы производства, соответствующие максимальному значению каждой из компонент этой составной функции прибыли, не принадлежат соответствующим допустимым интервалам значений:

$$PR' = \begin{cases} -1,5q^2 + q + 1 = 0; q = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}; q_1 = \frac{1 + \sqrt{7}}{3} \notin [0; 1]; \\ -1,5q^2 - 3q + 3 = 0; q = -1 \pm \sqrt{3}; q_2 = -1 + \sqrt{3} \notin [1; 3,2]. \end{cases}$$

Из этого можно сделать вывод, что максимальное значение функции прибыли находится на стыке двух ее участков — там, где эта функция недифференцируема. Поэтому объем производства продукции данной фирмы-олигополиста будет равняться 1, а оптимальная цена составит 5,5. Разрыв предельного дохода ($[AB]$ на рис. 5.4) будет иметь размеры от 3 до 5 единиц по стоимостной оси, и предельные издержки пройдут через этот промежуток при объеме производства в 1 единицу. При оптимальном объеме производства данной фирмы предельные издержки могут принимать диапазон значений от 3 до 5, когда они попадают в разрыв предельной выручки, не вызывая при этом изменения цены (рис. 5.4).

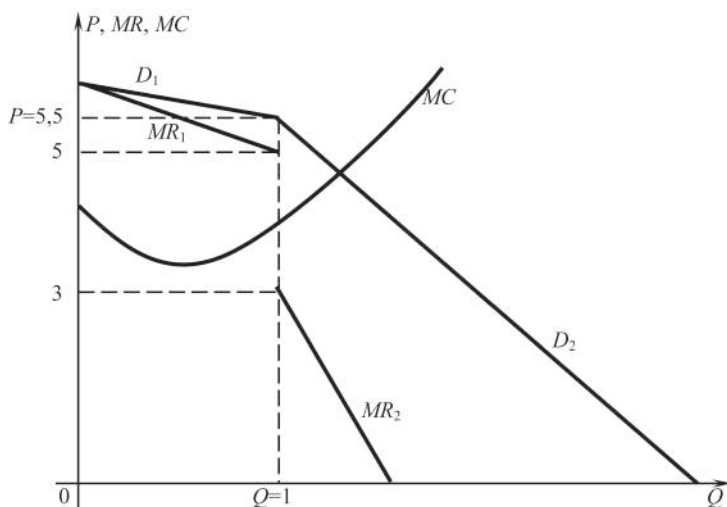


Рис. 5.4. «Жесткие цены» в условиях олигополии: пример

5.4. Доминирование в ценах по Форхаймеру

В модели лидерства в ценах по К. Форхаймеру¹ предполагается, что доминирующая фирма, обладающая значительной долей общего рыночного объема продаж², максимизирует функцию прибыли и выбирает в резуль-

¹ Forchheimer K. Theoretisches zum unvollständigen Monopole // Schmollers Jahrbuch für Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft im Deutschen Reiche, 1908. B.32. — Цит. по: Шумпетер Й. А. История экономического анализа / пер. с англ. — СПб.: Экон. школа, 2001. Т.3.

² Как правило, более 35 процентов.

тате этого оптимальную для себя цену. Цена, установленная лидером из индивидуальных соображений, становится единой для всех остальных фирм-аутсайдеров, которые не способны на стратегическое поведение и принимают ее как заданную рынком. Доминирующая фирма может выделяться из ряда фирм, присутствующих на рынке, преимуществом в издержках. Каждая из фирм конкурентного окружения выбирает исходя из цены, установленной лидером, оптимальный для себя объем производства, руководствуясь правилом: $P = MC$.

Функция предложения $Q_s = Q(p)$ фирм конкурентного окружения может быть получена путем «горизонтального» суммирования, т. е. суммирования оптимальных для каждой заданной цены объемов предлагаемой продукции, полученных из условий равенства цены предельным издержкам. Полученное предложение будет покрывать часть общего рыночного спроса (Q_d). Доминирующей фирме будет оставаться лишь часть рыночного спроса за вычетом предложения конкурентного окружения (Q_s). Это так называемый остаточный спрос: $Q_{res}(p) = Q_d - Q_s$.

Важнейшим показателем, характеризующим функцию спроса на продукцию фирмы-лидера, является эластичность. Равенство, аналогичное сформулированному выше определению остаточного спроса доминирующей фирмы, справедливо и для эластичностей, взятых с весами, равными соответствующим долям в выпуске отрасли:

$$E_{res}\rho_L = E_p^d - E_s\rho_c,$$

где E_{res} — ценовая эластичность функции остаточного спроса, $\rho_L = \frac{Q_L}{Q}$

— доля выпуска лидера в совокупном производстве отрасли, E_p^d — эластичность общеотраслевого спроса по цене, E_s — ценовая эластичность

предложения фирм конкурентного окружения, а $\rho_c = \frac{Q_s}{Q}$ — доля выпуска

фирм-аутсайдеров в отраслевом объеме производства¹.

Данное соотношение становится очевидным, если продифференцировать тождество, определяющее остаточный спрос фирмы-лидера, по цене

и домножить все компоненты равенства на отношение $\frac{P}{Q}$ и, кроме того,

домножить и разделить левую часть равенства на Q_L , а второе слагаемое

¹ См.: Авдашева С. Б., Розанова Н. М. Теория организации отраслевых рынков. М.: Магистр, 1998.

справа – на Q_s : $\frac{dQ_{res}}{dP} \frac{P}{Q} \frac{Q_L}{Q_L} = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} - \frac{dQ_s}{dP} \frac{P}{Q} \frac{Q_s}{Q_s}$, учитывая при этом опреде-

ления соответствующих коэффициентов эластичности.

Исходя из остаточного спроса может быть получена функция валового дохода доминирующей фирмы – ценового лидера: $TR = p_{res}(Q_L) \cdot Q_L$, где $p_{res}(Q_L)$ – обратная функция остаточного спроса. Необходимым условием максимизации прибыли фирмы-лидера является равенство ее предельного дохода и предельных издержек: $MR=MC$. Здесь наблюдается квазимонопольное поведение: фирма – ценовой лидер ведет себя подобно монополии с той лишь разницей, что для нее предельная выручка рассчитывается, исходя не из всего рыночного спроса, а лишь из остаточного спроса, то есть спроса за вычетом предложения конкурентного окружения.

Исходя из равенства предельного дохода и предельных издержек фирма-лидер определит для себя оптимальный объем производства Q_L . А с учетом обратной функции остаточного спроса $p_{res}(Q_L)$ доминирующая фирма определит для себя оптимальную цену, которая станет единой для всего рынка.

При уровне цены, для которого аннулируется объем предложения конкурентного окружения, наблюдается излом функции остаточного спроса на продукцию доминирующей фирмы – ценового лидера (рис.5.5). Ниже излома (участок 2) остаточный спрос совпадает с общим рыночным спросом, так как предложение конкурентного окружения здесь нулевое. Каждому из двух участков остаточного спроса соответствует свой участок графика функции предельного дохода (MR_1 и MR_2). В точке излома графика функции остаточного спроса наблюдается разрыв графика предельной выручки.

Линия предельных издержек MC может пересечь либо отрезок MR_1 (рис. 5.5), либо MR_2 , либо пройти в разрыве между этими двумя участками графика предельного дохода. Каждому из этих трех случаев будет соответствовать свое оптимальное количество производимой продукции, которое после подстановки в функцию остаточного спроса дает свою единую для рынка цену. По данной цене фирмы-последователи из конкурентного окружения в соответствии со своей функцией предложения поставят на рынок Q_F единиц продукции.

Если линия предельных издержек предприятия, занимающего на рынке доминирующее положение, в модели ценового лидерства К. Форхаймера проходит сквозь разрыв предельной выручки, то наблюдается ситуация, аналогичная той, которая была описана с помощью модели «жестких цен» в условиях олигополии. В этом случае в течение не-

Пусть, например, функция издержек доминирующей фирмы имеет вид: $TC_L = 0,5Q_L^2 - 2,5Q_L + 18$, а рыночный спрос задан функцией: $P_d = 45 - Q_d$. Допустим, что фирмы конкурентного окружения по цене лидера могут предложить следующее количество продукции: $Q_{окр} = P_L - 10$. Определим объем производства доминирующей фирмы. Излом функции остаточного спроса лидера происходит при $Q_d(10) = 35$. Поэтому функция этого спроса в общем виде выглядит так: $Q_L = 55 - 2P$ при $Q_L \in [0, 35]$ и $Q_L = Q_D = 45 - P$ при $Q_L \in [35, 45]$. Поэтому функция прибыли доминирующей фирмы будет составной:

$$PR = \begin{cases} TR_1 - TC = p_1 q - TC = -q^2 + 30q - 18; q \in [0; 35]; \\ TR_2 - TC = p_2 q - TC = -1,5q^2 + 47,5q - 18; q \in [35; 45]. \end{cases}$$

Исследуем эту композитную функцию прибыли на максимум:

$$PR' = \begin{cases} -2q + 30 = 0; q \in [0; 35]; \\ -3q + 47,5 = 0; q \in [35; 45]. \end{cases}$$

Необходимо проверить, попадают ли получаемые оптимальные объемы производства в соответствующие промежутки: $q_1 = 15 \in [0; 35]$; $q_2 \approx 15,83 \notin [35; 45]$. Сравним значение функции прибыли на стыке двух ее участков — там, где эта функция недифференцируема: $PR(35) = 193 < 0$ со значением в выбранной выше точке: $PR(15) = 207$. Отсюда следует, что оптимальный объем производства фирмы-лидера составляет 15.

5.5. Модели дуополии Курно и Штакельберга

В базовой модели дуополии Курно¹ фирмы, присутствующие на рынке однородного продукта, считаются идентичными. Допустим для простоты, что функции издержек и рыночного спроса являются линейными: $TC_i = cq_i$, $i = (1, 2)$, $P = a - bQ$, где $Q = q_1 + q_2$ — рыночный объем продаж; a, b, c — положительные константы. Следовательно, предельные издержки фирм постоянны и равны между собой: $MC = c$.

Рассмотрим сначала одновременное взаимодействие конкурентов. Распишем функции прибылей олигополистов:

$$\begin{aligned} PR_1 &= TR_1 - TC_1 = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - cq_1 = -bq_1^2 - bq_1q_2 + (a - c)q_1; \\ PR_2 &= TR_2 - TC_2 = (a - b(q_1 + q_2))q_2 - cq_2 = -bq_2^2 - bq_1q_2 + (a - c)q_2. \end{aligned}$$

¹ Антуан Огюстен Курно (1801–1877) — французский математик и экономист.

В модели Курно предполагается, что каждый из максимизирующих прибыль олигополистов при определении своего оптимального объема производства рассматривает выпуск соперника как величину заданную, неизменную, т.е. считает, что конкурент никак не отреагирует на его действия. Поэтому при дифференцировании функций прибыли каждого из дуополистов объем производства его соперника в качестве константы выносится за знак производной. В условиях равновесия по Нэшу в дуополии Курно производные прибыли каждого из олигополистов должны одновременно равняться нулю:

$$\begin{cases} \frac{\partial PR_1}{\partial q_1} = a - c - 2bq_1 - bq_2 = 0, \\ \frac{\partial PR_2}{\partial q_2} = a - c - 2bq_2 - bq_1 = 0. \end{cases} \quad (5.3)$$

Следовательно, функции реакции первого и второго дуополистов, соответственно, будут иметь следующий симметричный вид:

$$\begin{cases} q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2}{2}, \\ q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1}{2}. \end{cases} \quad (5.4)$$

Функции реакции показывают, как будет меняться объем производства каждой из фирм в ответ на вариацию выпуска конкурента. Решая данную систему, находим оптимальный объем производства каждого из делящих рынок поровну дуополистов Курно с одинаковыми и постоянными предельными издержками (рис. 5.6):

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3b}. \quad (5.5)$$

Прибыли дуополистов в состоянии равновесия по Курно—Нэшу составят:

$$PR_1 = PR_2 = \frac{(a-c)^2}{9b}.$$

Пусть, например, при рыночном спросе $P = 50 - 3Q$ фирмы работают в условиях постоянной отдачи от масштаба, когда средние издержки для каждой из них равны 5. Предполагая, что характер взаимодействия между фирмами соответствует модели Курно, можно на основе уравнений

реакции для каждой из фирм: $q_1 = 7,5 - \frac{q_2}{2}$; $q_2 = 7,5 - \frac{q_1}{2}$ определить объемы их выпуска $q_1^* = q_2^* = 3,75$ и равновесную цену $P = 27,5$.

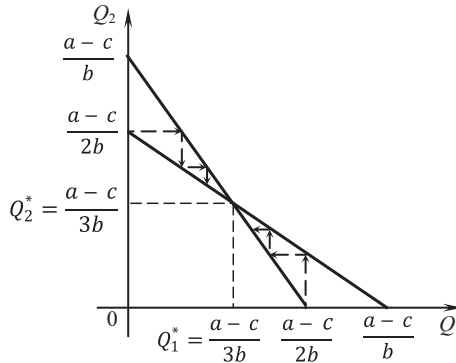


Рис. 5.6. Равновесие Курно-Нэша

Проанализируем теперь последовательное взаимодействие между дуополистами Курно. Вначале одна из фирм, полагая себя единственным производителем в отрасли, будет вести себя подобно монополии, максимизирующей прибыль:

$$MR_1 = a - 2bQ_1 = MC = c.$$

Очевидно, что оптимальным для нее будет монопольный объем производства:

$$Q_1 = \frac{a-c}{2b}.$$

На рисунке 5.7 этот объем производства соответствует пересечению горизонтальной прямой предельных издержек MC и линии предельного дохода MR_1 , построенной поворотом по часовой стрелке графика совокупного рыночного спроса D вокруг точки его пересечения с вертикальной координатной осью стоимостных показателей. Очевидно, что угловой коэффициент прямой MR_1 по абсолютному значению в два раза превышает тангенс угла наклона линии рыночного спроса D .

Далее, вторая фирма будет действовать, принимая во внимание объем выпуска первой ($P = a - b(Q_1 + Q_2)$), но при этом предполагая его постоянной величиной:

$$MR = a - bQ_1 - 2bQ_2 = MC = c,$$

т.е.

$$Q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_1}{2} = \frac{a-c}{2b} - \frac{a-c}{4b} = \frac{a-c}{4b}.$$

Графически ситуация выглядит, как будто начало координат при максимизации прибыли второй фирмой перемещается по оси абсцисс в точку Q_1 , тем самым отсекая область остаточного спроса на графике D и образуя линию остаточного предельного дохода MR_2 , пересечение которой с горизонтальной прямой MC будет определять оптимальный объем выпуска данного производителя Q_2 . На рисунке 5.7 этот объем производства откладывается от точки Q_1 на горизонтальной координатной оси, одновременно задавая суммарный объем производства двух фирм $Q_2^s = Q_1 + Q_2$.

На третьей итерации первая фирма также будет уже учитывать остаточный спрос на свою продукцию ($P = a - b(Q_2 + Q_3)$):

$$MR = a - bQ_2 - 2bQ_3 = MC = c,$$

т.е.

$$Q_3 = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_2}{2} = \frac{a-c}{2b} - \frac{a-c}{4b} + \frac{a-c}{8b} = \frac{3(a-c)}{8b}.$$

Графически ситуация выглядит, как будто начало координат при максимизации прибыли второй фирмой перемещается по оси абсцисс в точку, соответствующую объему производства Q_2 , отложенному от начала координат, тем самым отсекая область остаточного спроса на графике D и образуя линию остаточного предельного дохода MR_3 , пересечение которой с горизонтальной прямой MC будет определять оптимальный объем выпуска на данном шаге Q_3 . На рисунке 5.7 этот объем производства откладывается от точки Q_2 на горизонтальной координатной оси, одновременно задавая суммарный объем производства двух фирм $Q_3^s = Q_2 + Q_3$.

Очевидно, что n -я итерация даст:

$$Q_n = \frac{a-c}{2b} - \frac{Q_{n-1}}{2} = \frac{a-c}{2b} - \frac{a-c}{4b} + \frac{a-c}{8b} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{(a-c)}{2^n b}.$$

Слагаемые, присутствующие в правой части данного выражения, представляют собой геометрическую прогрессию. Суммируя ее¹, получаем:

¹ Ср. сноску 21. В данном случае первый член прогрессии $a_1 = \frac{a-c}{2b}$, а ее знаменатель $q = -\frac{1}{2}$.

$$Q_n = \frac{(a-c)}{2b} \frac{\left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{(a-c)}{3b} \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right).$$

С ростом числа итераций объем производства каждой из фирм будет стремиться к равновесному значению:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n = \frac{a-c}{3b}.$$

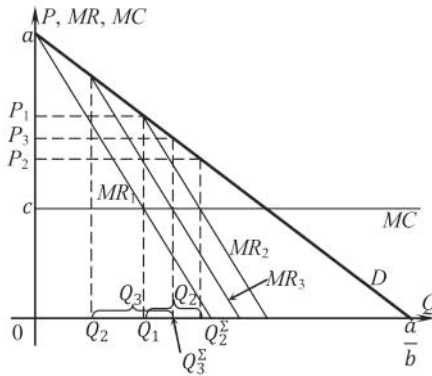


Рис. 5.7. Итеративное взаимодействие дуополистов Курно

Конкуренции фирм по Курно соответствуют нулевые предположительные вариации для каждой из фирм: $\lambda_i = 0, i = \{1, 2\}$. Это означает именно то, что предполагается в данной модели: при определении оптимального объема производства каждая из фирм считает выпуск соперника неизменным, установленным на уровне текущей величины. Если предположить, что функции издержек олигополистов и функция спроса являются линейными: $TC_i = cq_i, i = \{1, 2\}$, $P = a - bQ$, то функции реакции дуополистов Курно согласно общему условию максимизации прибыли несовершенного конкурента (см. параграф 5.2) будут иметь тот вид, который был нами получен только что выше.

Пусть, например, на некотором рынке однородного продукта в условиях дуополии фирмы, работающие при постоянной отдаче от масштаба, являются одинаковыми с точки зрения используемой технологии и издержек производства. Рассчитаем индекс Лернера для каждой из фирм, конкурирующих по Курно, если эластичность спроса по цене в состоянии рыночного равновесия равна $-\frac{11}{9}$.

Поскольку фирмы абсолютно одинаковы, их рыночные доли будут равны 0,5. С учетом этого, используя в индексе Лернера (5.2) значение коэффициента предположительной вариации $\lambda_i = 0$, $i=\{1, 2\}$, соответствующее конкуренции по Курно, а также заданное значение коэффициента эластичности, получаем: $L_i = \frac{9}{22}$.

Возможно обобщение модели дуополии Курно на ситуацию с n фирмами, взаимодействующими в отрасли, когда рыночная цена при предположении о линейности рыночного спроса будет определяться соотношением:

$P = a - b \sum_{i=1}^n q_i$. Будем предполагать, как и ранее, постоянство предельных издержек: $MC = c$. Тогда максимизация прибыли каждой из фирм-олигополистов задает систему уравнений реакции:

$$\begin{cases} a - bQ - q_1 b = c, \\ a - bQ - q_2 b = c, \\ \dots \\ a - bQ - q_n b = c. \end{cases}$$

Суммируя построчно равенства в данной системе, получаем: $na - (n+1)bQ = nc$, т.е. объем производства отрасли в целом составит:

$$Q = \frac{n(a-c)}{(n+1)b}. \quad (5.6)$$

Объем производства каждой из фирм в отдельности будет определяться соответствующим уравнением реакции в системе выше:

$$q_i = \frac{a-c}{b} - Q = \frac{a-c}{(n+1)b} = \frac{Q}{n}. \quad (5.7)$$

Обратим внимание на то, что в условиях конкурентного равновесия спрос равняется предложению – предельным издержкам c : $Q_c = \frac{a-c}{b}$.

Значит, выпуск каждого из олигополистов Курно (5.7) составляет $\frac{1}{n+1}$ от конкурентного объема производства.

Приведем пример, демонстрирующий результаты взаимодействия фирм в рамках олигополии Курно. Пусть условия рыночного спроса выражены уравнением $P = 40 - 7Q$, где Q – объем выпуска отрасли, P – рыночная цена. Все фирмы отрасли действуют в условиях постоянной отдачи от масштаба, и средние издержки каждой фирмы равны 5. Предположим,

что на данном рынке присутствуют 14 фирм, конкурирующих по Курно. Отраслевой выпуск в условиях олигополии Курно задается формулой (5.6), причем в данном примере $n = 14$, $a = 40$, $b = 7$, $c = 5$, следовательно, $Q = 4,67$. Объем производства каждой из фирм в отдельности, который определяется соотношением (5.7), составит $q_i = 1,3$. При этом рыночная цена установится на уровне $P = 18,2$.

Возможна альтернативная по отношению к рассмотренной выше трактовка взаимодействия на рынке фирмы-лидера и ее последователей. Ранее была рассмотрена ситуация, когда фирмы-аутсайдеры ориентировались на цену, установленную лидером (модель Форхаймера). Но последователи могут также рассматривать в качестве ориентира объем продукции, выпускаемой лидером.

Рассмотрим простейшую ситуацию, когда на рынке присутствуют только две фирмы — лидер и последователь. Фирма-последователь, принимая решение об оптимальной для себя величине выпуска, воспринимает объем производства лидера как величину заданную, фиксированную, т.е. ведет себя подобно конкуренту по Курно. Фирма-лидер знает о таком стиле поведения последователя и учитывает это при принятии решения об оптимальном объеме производства. Это поведение фирм описывает модель дуополии Штакельберга¹.

Пусть в дуополии Штакельберга рыночный спрос описан линейной функцией, а предельные издержки постоянны и равны для фирм, из которых первая является лидером. В соответствии с предположением модели, поведение последователя характеризуется уравнением реакции, которое известно лидеру и учитывается им при построении своей функции прибыли

$$\begin{aligned} PR_1 &= TR_1 - TC_1 = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - cq_1 = \\ &= \left(a - b \left(q_1 + \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1}{2} \right) \right) q_1 - cq_1 = \frac{(a-c)}{2} q_1 - \frac{b}{2} q_1^2 \end{aligned}$$

и определении оптимального объема производства

$$\frac{\partial PR_1}{\partial q_1} = \frac{a-c}{2} - bq_1 = 0.$$

$$\text{Следовательно, } q_1 = \frac{a-c}{2b}, q_2 = \frac{a-c}{4b}.$$

¹ Генрих фон Штакельберг (1905–1946) — немецкий экономист.

Максимизируя прибыль, фирма-лидер переходит на самую низкую изопрофиту, которая имеет хотя бы одну общую точку с линией реакции последователя (рис. 5.8).

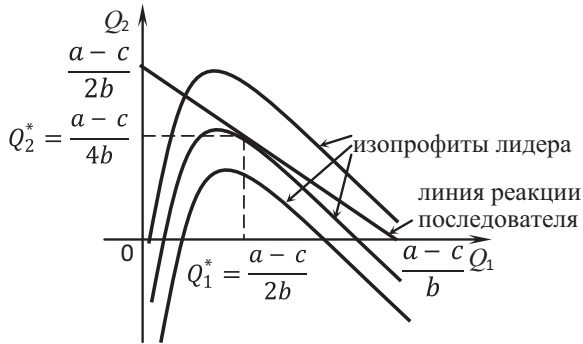


Рис. 5.8. Равновесие в дуополии с лидерством в объемах производства по Штакельбергу

Графически равновесие в модели лидера-последователя по объему выпускаемой продукции можно проиллюстрировать точкой касания изопрофиты лидера

$$q_2 = \frac{a-c}{b} - q_1 - \frac{\overline{PR}_1}{bq_1},$$

т. е. линии равной прибыли, которая имеет перевернутый U-образный вид, и линии реакции последователя¹.

Пусть, например, при рыночном спросе $P = 50 - 3Q$ дуополисты конкурируют в условиях постоянной отдачи от масштаба, когда средние издержки для каждого из них равны 5. Пусть первый из них становится лидером, а второй — последователем по Штакельбергу.

При анализе взаимодействия между фирмами по Курно в примере с аналогичными условиями были получены функции реакции каждой из них. Поскольку последователь в модели Штакельберга, принимая решение об оптимальной для себя величине выпуска, воспринимает объем производства лидера как величину заданную, фиксированную, т.е. ведет себя подобно конкуренту по Курно, действия второй фирмы будут характеризоваться соответствующей функцией реакции:

¹ Von Stackelberg H. Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre. 2. Auflage. Bern: A. Francke AG. Verlag; Tübingen: J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), 1951.

$$q_2 = 7,5 - \frac{q_1}{2}.$$

Фирма-лидер учитывает такое поведение последователя, оценивая свою прибыль:

$$\begin{aligned} PR_1 &= TR_1 - TC_1 = (50 - 3(q_1 + q_2))q_1 - 5q_1 = \\ &= \left(50 - 3 \left(q_1 + 7,5 - \frac{q_1}{2} \right) \right) q_1 - 5q_1 = 22,5q_1 - 1,5q_1^2. \end{aligned}$$

В соответствии с необходимым условием ее максимума

$$\frac{\partial PR_1}{\partial q_1} = 22,5 - 3q_1 = 0,$$

оптимальный выпуск данной фирмы будет равен монопольному: $q_1^* = 7,5$.

При этом объем производства последователя будет таким же, как и выпуск каждого из дуополистов Курно: $q_2^* = 3,75$, а рыночная цена установится на уровне $P = 16,25$.

Так же, как и дуополия Курно, равновесие в модели Штакельберга может быть проанализировано с помощью общего правила максимизации прибыли фирмой-несовершенным конкурентом (см. параграф 5.2). Поскольку в модели количественного лидерства Штакельберга последователь (с номером $i=2$) действует как дуополист Курно при $\lambda_2 = 0$, постольку при линейных функциях издержек олигополистов и функции спроса: $TC_i = cq_i, i = \{1, 2\}$, $P = a - bQ$, предположительная вариация ли-

$$\text{дера } \lambda_1 = \frac{\partial q_2}{\partial q_1} = -\frac{1}{2}.$$

Пусть, например, на некотором рынке однородного продукта существует дуополия, и фирмы, работающие в условиях постоянной отдачи от масштаба, являются одинаковыми с точки зрения используемой технологии и издержек производства; при этом одна из них является лидером, а другая — последователем, и дуополисты конкурируют по Штакельбергу. Рассчитаем, на сколько объем выпуска лидера в условиях равновесия будет отличаться от объема выпуска последователя, если предположительная вариация для лидера равна $-0,5$.

Приравнявая предельные издержки в условиях максимизации прибыли учитывая, что величины $p(Q)$ и $\frac{\partial p(Q)}{\partial Q}$ едины для рынка, получаем:

$$p(Q) + 0,5 \frac{\partial p(Q)}{\partial Q} q_1 = p(Q) + \frac{\partial p(Q)}{\partial Q} q_2;$$

следовательно, $q_1 = 2q_2$, т.е. выпуск лидера будет в 2 раза превышать выпуск последователя.

Возможен также анализ видоизмененной модели Штакельберга, когда обе фирмы претендуют на роль лидеров. В этом случае при линейных издержках и спросе данная величина предположительной вариации будет характеризовать поведение каждой из фирм: $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{2}$.

Пусть, как и в предыдущем примере, две одинаковые, с точки зрения используемой технологии и издержек производства, фирмы конкурируют между собой на рынке однородного продукта в условиях постоянной отдачи от масштаба, и каждая из фирм начинает вести себя как лидер по Штакельбергу. Предположим, что условия рыночного спроса выражены уравнением: $P_d = 50 - 3Q$, где Q — объем суммарного выпуска, а средние издержки и у первой, и у второй фирмы равны 14. Решая систему из двух аналогичных уравнений максимизации прибыли

$$\begin{cases} 50 - 3q_1 - 3q_2 - \frac{3}{2}q_1 = 14, \\ 50 - 3q_1 - 3q_2 - \frac{3}{2}q_2 = 14, \end{cases}$$

получаем, что $q_1 = q_2$.

Подставляя это равенство в любое из уравнений системы выше, получаем: $\frac{15}{2}q_1 = 36$, что позволяет найти объемы выпуска каждой из фирм: $q_1 = q_2 = 4,8$, соответствующие рыночной цене продукта $P = 21,2$.

Рассмотрим теперь обобщение модели олигополии Штакельберга на ситуацию, когда на рынке присутствует n фирм, в том числе одна фирма-лидер и $n-1$ фирм-последователей. Допустим, что рыночный спрос имеет вид $P = a - bQ$, а предельные издержки постоянны: $MC = c$.

Максимизация прибыли каждой из $n-1$ фирм-последователей даст систему:

$$\begin{cases} a - bQ - q_1 b = c, \\ a - bQ - q_2 b = c, \\ \dots \\ a - bQ - q_{n-1} b = c. \end{cases}$$

Суммируя построчно равенства в данной системе:

$$(n-1)a - (n-1)b(Q_L + q_L) - bQ_L = (n-1)c,$$

можно получить зависимость между совокупным выпуском всех фирм-последователей (Q_L) и выпуском лидера (q_L):

$$Q_L = \frac{(n-1)(a-c)}{nb} - \frac{(n-1)}{n}q_L.$$

Учитывая данное соотношение в своей функции прибыли:

$$PR_L = (a - bQ)q_L - cq_L = (a - c)q_L - bQ_Lq_L - bq_L^2 = \frac{(a-c)}{n}q_L - \frac{b}{n}q_L^2,$$

фирма-лидер в соответствии с необходимым условием ее максимума рассматривает оптимальный объем производства:

$$q_L = \frac{a-c}{2b}. \quad (5.8)$$

Следовательно, выпуск последователей составит:

$$Q_L = \frac{(n-1)(a-c)}{2nb}, \quad q_j = \frac{a-c}{2nb}. \quad (5.9)$$

Обратим внимание на то, что независимо от числа фирм-последователей, выпуск лидера равен половине отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции.

Приведем пример, демонстрирующий результаты взаимодействия фирм в рамках олигополии Штакельберга. Пусть, как и в рассмотренном выше примере, иллюстрирующем олигополию Курно, условия рыночного спроса выражены уравнением $P = 40 - 7Q$, где Q – объем выпуска отрасли, P – рыночная цена. Все фирмы отрасли действуют в условиях постоянной отдачи от масштаба, и средние издержки каждой фирмы равны 5. Предположим, что на данном рынке присутствуют 10 фирм, из которых 9 выступают в роли последователей. Выпуск лидера в условиях олигополии Штакельберга задается формулой (5.8), причем в данном примере $n = 10$, $a = 40$, $b = 7$, $c = 5$, следовательно, $q_L = 2,5$. Объем производства последователей, который определяется соотношением (5.9),

составит $Q_L = \frac{9 \cdot 35}{2 \cdot 10 \cdot 7} = 2,75$, $q_j = 0,25$. При этом рыночная цена устано-

вится на уровне $P = 1,5$.

Модель ценового лидерства Штакельберга рассматривает ситуацию с нестандартизованной, дифференцированной продукцией на рынке:

$$q_i(p_i, p_j) = a - p_i + bp_j, i, j = \{1, 2\}, i \neq j.$$

При постоянстве предельных издержек

$$\max_{p_2} PR_2(p_1, p_2) = \max_{p_2} (q_2(p_1, p_2)(p_2 - c)) = \max_{p_2} ((a - p_2 + bp_1)(p_2 - c))$$

дает уравнение реакции второй фирмы:

$$p_2 = \frac{a + bp_1 + c}{2}.$$

Теперь максимизируем

$$\begin{aligned} PR_1(p_1) &= (a - p_1 + 0,5b(a + bp_1 + c))(p_1 - c) = \\ &= (a + 0,5b(a + c) + (0,5b^2 - 1)p_1)(p_1 - c) = \\ &= (0,5b^2 - 1)p_1^2 + p_1(a + 0,5b(a + c) - c(0,5b^2 - 1)) - c(a + 0,5b(a + c)). \end{aligned}$$

Из функции прибыли первой фирмы с учетом уравнения реакции второй следует, что

$$p_1 = \frac{2a + b(a + c) - c(b^2 - 2)}{2(b^2 - 2)}, p_2 = \frac{(3b^2 + 2b - 4)(a + c) - b^3c}{4(b^2 - 2)}.$$

5.6. Картельное взаимодействие олигополистов

Доминирующий рыночный субъект зачастую является результатом кооперативных взаимодействий предприятий. Одним из типов таких взаимодействий является формирование картельных образований. Картель — это объединение нескольких (или всех) продавцов (покупателей) — олигополистов на рынке данного товара, которое создается с целью максимизации отраслевой прибыли посредством проведения единой политики на данном рынке, в частности назначения единой цены всеми продавцами (покупателями) и/или согласованное ее изменение, квотирования объемов выпуска (закупок) участников данной организации, а также для централизованного управления условиями производства.

Рынки картельного типа бывают нескольких видов. Во-первых — это собственно картель, т. е. объединение экономически и юридически самостоятельных предприятий, ограничивающее между ними конкуренцию. Можно выделить картели по объему (квотовый) и характеристикам

производства (специализации), а также картели по ценам и связанным с ними характеристикам (минимальным границам цен, скидкам, ценовому поведению в ходе тендеров и по противодействию иностранным конкурентам и т.п.). Во-вторых — это синдикат, т. е. объединение предприятий, теряющих сбытовую самостоятельность, причем образуется сбытовая контора синдиката и предприятия выходят на рынок только через эту контору. И, наконец, в-третьих — это трест, т. е. объединение предприятий, теряющих производственную и сбытовую самостоятельность. Предприятия в этом случае объединяются в единую фирму. Перечисленные выше формы ограничений конкуренции можно рассматривать в качестве последовательных ступеней горизонтальной интеграции предприятий, т. е. процесса концентрации капитала. Объединения картельного типа в экономике России все больше приобретают ярко выраженный трестовый характер, проявляющийся в функционировании финансово-промышленных групп.

Формально функционирование картеля может быть описано следующим образом. Пусть в картель объединяются n предприятий. Предположим, что картель является полным, т. е. все фирмы в отрасли заключают сговор о разделе рынка, формируя тем самым общеотраслевую монополию с производством, сосредоточенным на n отдельных предприятиях. Ключевым элементом картельного соглашения является установление квот (p_i) на выпуск для каждого из его участников как долей в совокуп-

ном объеме производства: $p_i = \frac{q_i}{Q}$.

Каждая фирма — член картеля располагает своей функцией издержек, которая определяется ее производственной функцией, задаваемой технологией производства на данном предприятии. Как правило, предприятия, входящие в картель, технологически обособлены друг от друга, т. е. издержки производства каждого предприятия (TC_j) напрямую не зависят от объемов производства (q_i) других участников картельного сговора:

$$\frac{\partial TC_j}{\partial q_i} = 0, i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j.$$

Руководство картеля будет стремиться решить задачу оптимизации размещения производства на входящих в него предприятиях с целью максимизации совокупной прибыли картеля:

$$\max_{q_i, i=1, \dots, n} PR = \max_{q_i, i=1, \dots, n} \left\{ pQ - \sum_{i=1}^n TC_i \right\},$$

где $Q = \sum_{i=1}^n q_i$ – совокупный выпуск участников картельного сговора, в силу

предложения о его полноте совпадающий с общеотраслевым объемом производства.

Необходимым условием максимума прибыли картеля является равенство нулю частных производных его функции прибыли по объемам выпусков подразделений данного монополиста. Картель, максимизирующий совокупную прибыль своих членов, будет распределять квоты между участниками сговора аналогично многозаводской монополии, оптимизирующей распределение наиболее выгодного для себя совокупного выпуска между своими подразделениями (ср. заключительную часть параграфа 4.1):

$$\frac{\partial PR}{\partial q_i} = \frac{\partial TR}{\partial q_i} - \frac{\partial TC}{\partial q_i} = \frac{\partial TR}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial q_i} - \sum_{j=1}^n \frac{\partial TC_j}{\partial q_i} = 0, i = 1, \dots, n.$$

Максимизация совокупной прибыли будет достигаться при установлении таких квот для участников картельного сговора, которые уравнивали бы значения предельных издержек каждого из них в отдельности с величиной предельного дохода картеля в целом при оптимальном объеме производства.

Если соглашение о разделе рынка достигнуто и если все фирмы придерживаются своих квот, то объем производства каждой i -й фирмы будет пропорционален выпуску всех остальных членов картеля:

$$Q_i = Q - q_i = \frac{q_i}{\rho_i} - q_i = q_i \left(\frac{1}{\rho_i} - 1 \right). \text{ В таких условиях величина предположи-}$$

тельной вариации для каждой из фирм будет определяться исходя из соотношения суммарной квоты ее партнеров по сговору и ее собственной

квоты: $\lambda_i = \frac{\partial Q_i}{\partial q_i} = \frac{1 - \rho_i}{\rho_i}$. Здесь налицо так называемое параллельное по-

ведение фирм, заключивших монопольный сговор.

При этом максимизация индивидуальной прибыли каждым членом картеля как несовершенным конкурентом с учетом ответной реакции партнеров по разделу рынка, характеризуемой величиной предположи-

тельной вариации $\lambda_i = \frac{\partial Q_i}{\partial q_i} = \frac{1 - \rho_i}{\rho_i}$ (ср. параграф 5.2), будет идентична

максимизации прибыли картеля в целом:

$$MR = p(Q) \left(\frac{1}{E_p^d} + 1 \right) = MC_i, i = 1, \dots, n.$$

Картель является неустойчивой рыночной структурой. С одной стороны, экономические силы участников картеля, как правило, неравны, поэтому у сильных участников картеля есть стимул подавить более слабых. С другой стороны, у каждого (*i*-го) участника картеля есть мотив в виде более высокой прибыли к превышению своей квоты в общем выпуске картеля¹. Если остальные участники картеля (с номерами $j \neq i, j = 1, \dots, n$) соблюдают соглашение о квотах, то их суммарный выпуск будет состав-

лять $Q_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n q_j = \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho_j Q = Q \cdot \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho_j$. Тогда *i*-й член картеля столкнется с остаточным спросом в размере $q_{res}^i = Q - Q \cdot \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho_j$, где $Q \cdot \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho_j$ – по-

стоянная величина. Оптимальной конкурентной стратегией для данной фирмы будет уклонение от условий картельного соглашения и максимизация индивидуальной прибыли на остаточном спросе в соответствии с реакцией по Курно. Это значит, что фирма-нарушитель будет руководствоваться общим правилом максимизации прибыли для несовершенного конкурента (см. параграф 5.2) при нулевом коэффициенте предположительной вариации ($\lambda_i = 0$), когда отраслевой выпуск будет иметь

следующее выражение: $Q = q_{res}^i + Q \cdot \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho_j$. Такая логика будет подтал-

кивать фирму к превышению индивидуальной квоты на выпуск, назначенной ей в рамках картеля. При этом рыночная цена на данный продукт окажется ниже монопольного уровня, что будет негативно сказываться на прибыли остальных участников картельного сговора.

Предположим, например, что на рынке действуют 20 фирм, выпускающих однородный продукт. Общие издержки фирм описываются одинаковыми функциями: $TC_i = 5q_i^2 + 5q_i + 0,01$, где q_i – объем выпуска отдельной фирмы, $i \in \{1, \dots, 20\}$. Тогда предельные издержки каждой из фирм будут представлять собой следующие зависимости: $MC_i = 10q_i + 5$. Пусть рыночный спрос задан функцией: $Q = 8 - P$. Если все фирмы в отрасли заключают картельное соглашение ($Q = 20q_i$) с целью максимизации отраслевой

¹ Примером может служить такой мощный современный картель, как Организация стран-экспортеров нефти (ОПЕК). Некоторые его члены прибегают к превышению установленных для них квот.

прибыли, то по условию максимизации прибыли ($MC = 0,5Q + 5 = MR = 8 - 2Q$) выпуск картеля составит $Q = 1,2$ единицы продукции (рис. 5.9).

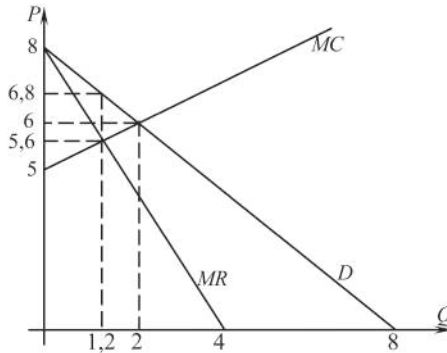


Рис. 5.9. Выбор объема производства и цены картелем: пример

Квота одной фирмы будет равняться одной двадцатой части картельного выпуска, т.е. $q_i = 0,06$. Картель установит цену на уровне $p = 6,8$. Каждый его член будет получать прибыль в размере $0,08$ (ден. ед.).

Если какая-то из фирм решит нарушить условия картельного сговора, тогда как другие будут продолжать их соблюдать ($Q_i = 1,14$), то фирма-нарушитель столкнется с остаточным спросом вида: $p = 6,86 - q_{res}^i$. Следовательно, соответствующее уравнение предельного дохода имеет вид: $MR_{res}^i = 6,86 - 2q_{res}^i$. Приравнявая это выражение индивидуальным предельным издержкам, находим оптимальный объем производства фирмы-нарушителя: $q_i = 0,155$. Цена установится на уровне $6,705$. Величина прибыли нарушителя составит $0,13415$, а прибыль остальных участников сговора сократится до уровня $0,0743$. Таким образом, уклонение от соблюдения условий картельного соглашения сулит нарушителю более высокую прибыль по сравнению с рядовым участником картеля. Картельное соглашение является неустойчивым, поскольку у каждого его участника есть стимулы к отклонению от него.

Итак, картель предполагает кооперативное взаимодействие между фирмами на олигопольном рынке. При этом фирмы могут добиться увеличения прибыли по сравнению с конкурентным равновесием по Нэшу. В частности, при линейных функциях спроса $P = a - bQ$ и издержек

$TC_i = cq_i$ выпуск картеля в целом составит: $Q = \frac{a-c}{2b}$. Допустим для про-

стоты, что на рынке присутствуют только две фирмы, которые и объеди-

нились в картель. Поскольку фирмы идентичны, логично предположить, что и их квоты в рамках картеля будут равны: $q_i = \frac{a-c}{4b}$, $i = \{1, 2\}$. Тогда они будут делить монопольную прибыль пополам: $PR_i = \frac{(a-c)^2}{8b}$.

При этом каждая из фирм (присвоим ей индекс i) будет иметь стимул к уклонению от картельного соглашения в соответствии с функцией реакции дуополиста Курно (5.4): $q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_j}{2}$, — при условии, что ее партнер (с номером j) будет придерживаться своей квоты в картеле, производя $q_j = \frac{a-c}{4b}$. В такой ситуации выпуск нарушителя составит: $q_i = \frac{3(a-c)}{8b}$, совокупный выпуск дуополистов достигнет значения $Q = \frac{5(a-c)}{8b}$, рыночная цена установится на уровне $P = \frac{3a+5c}{8}$, а прибыли фирм распределятся следующим образом: $PR_i = \frac{9(a-c)^2}{64b}$, $PR_j = \frac{3(a-c)^2}{32b}$.

Очевидно, что если бы заключение картельного соглашения было невозможно и фирмы конкурировали бы по Курно, то они производили бы объем продукции $q_i = \frac{a-c}{3b}$, а их прибыли оказались бы равны: $PR_1 = PR_2 = \frac{(a-c)^2}{9b}$ (см. параграф 5.5).

В таком случае взаимодействие фирм можно было бы представить в игровой форме, аналогичной «дилемме заключенных» (табл. 5.3). В условиях некооперативного взаимодействия между фирмами у каждой из них существует доминирующая стратегия, состоящая в том, чтобы увеличивать производство в соответствии со стратегией Курно. В итоге установится равновесие по Курно—Нэшу. При этом если бы фирмы придерживались стратегии кооперативного, картельного взаимодействия, то они смогли бы увеличить совокупную прибыль до монопольных размеров (табл. 5.6).

Таблица 5.6

Конкуренция и кооперация в условиях дуополии

		Фирма 2	
		Ограничивать выпуск картельной квотой	Увеличивать выпуск по стратегии Курно
Фирма 1	Ограничивать выпуск картельной квотой	$\frac{(a-c)^2}{8b}, \frac{(a-c)^2}{8b}$	$\frac{3(a-c)^2}{32b}, \frac{9(a-c)^2}{64b}$
	Увеличивать выпуск по стратегии Курно	$\frac{9(a-c)^2}{64b}, \frac{3(a-c)^2}{32b}$	$\frac{(a-c)^2}{9b}, \frac{(a-c)^2}{9b}$

Для того чтобы картельная организация была устойчива, посягательства на уклонение от условий сговора должны пресекаться радикальными экономическими санкциями по отношению к нарушителю. Жесткость этих мер зависит от соотношения потенциальных размеров выигрыша отдельной фирмы в случае нарушения картельного соглашения и ее гарантированной прибыли при соблюдении договоренности с партнерами.

Предположим, что изначально все фирмы, заключившие картельное соглашение, производят одинаковый объем продукции q_i^{cart} . Их совокупный объем производства составляет

$$Q_{cart} = \sum_{i=1}^n q_i^{cart},$$

а прибыль каждого из участников картеля достигает величины

$$PR_i^{cart} = P(Q_{cart})q_i^{cart} - TC_i^{cart}(q_i^{cart}),$$

где $P(\cdot)$ – функция рыночного спроса на продукцию картеля.

Допустим, что одна из фирм нарушает картельное соглашение и превышает свою квоту, увеличивая объем выпускаемой продукции до q_i^{dev} . При этом если остальные фирмы сохраняют свой объем производства, то в данный момент она получит прибыль

$$PR_i^{dev} = P(Q_{cart}^{dev})q_i^{dev} - TC_i^{dev}(q_i^{dev}).$$

Из-за того, что совокупный объем производства в отрасли возрастет:

$$Q_{cart}^{dev} = q_i^{dev} + \sum_{i=1}^{n-1} q_i^{cart},$$

а рыночная цена $P(Q_{cart}^{dev})$ сократится, прибыль всех остальных участников картельного соглашения снизится до некоторого уровня

$$\widetilde{PR}_i^{cart} = P(Q_{cart}^{dev})q_i^{cart} - TC_i^{cart}(q_i^{cart}).$$

Очевидно, что такое оппортунистическое поведение фирмы-нарушителя неизбежно повлечет санкции (S) со стороны остальных участников картеля. Возможным ответом может стать увеличение ими объема производства до определенного уровня $\hat{q}_i^{cart}$, который позволит увеличить их прибыль до уровня

$$\widehat{PR}_i^{cart} = P(\hat{Q}_{cart}^{dev})\hat{q}_i^{cart} - TC_i^{cart}(\hat{q}_i^{cart})$$

и наказать нарушителя уменьшением его чистого дохода до величины

$$\widetilde{PR}_i^{dev} = P(\hat{Q}_{cart}^{dev})q_i^{dev} - TC_i^{dev}(q_i^{dev}).$$

Тогда если предположить, что нарушение обнаруживается в следующем периоде после того, как оно произошло, а действие картеля распространяется на неограниченно долгое время, то дисконтированный выигрыш фирмы-нарушителя составит:

$$PR_i^{dev} + \frac{\widetilde{PR}_i^{dev}}{1+r} + \dots + \frac{\widetilde{PR}_i^{dev}}{(1+r)^n} + \dots = PR_i^{dev} + \frac{\widetilde{PR}_i^{dev}}{r},$$

где r — банковская ставка процента.

Если потенциальный нарушитель предпочтет отказаться от посягательств на картельное соглашение, то его гарантированная дисконтированная прибыль будет такой же, как и у остальных членов картеля:

$$PR_i^{cart} + \frac{PR_i^{cart}}{1+r} + \dots + \frac{PR_i^{cart}}{(1+r)^n} + \dots = \frac{PR_i^{cart}(1+r)}{r}.$$

Для того чтобы картель был устойчивым, дисконтированный выигрыш при уклонении от выполнения его условий не должен превышать выгод от их соблюдения:

$$\frac{PR_i^{cart}(1+r)}{r} = PR_i^{cart} + \frac{PR_i^{cart}}{r} \geq PR_i^{dev} + \frac{\widetilde{PR}_i^{dev}}{r},$$

или после преобразований:

$$S = \frac{\widehat{PR}_i^{cart} - \widetilde{PR}_i^{dev}}{r} \geq PR_i^{dev} - PR_i^{cart}.$$

Таким образом, чистая приведенная стоимость наказания должна быть не меньше выигрыша фирмы-нарушителя по сравнению с остальными участниками картельного соглашения. Наказание S должно отвечать интересам рядовых участников картельного соглашения. Оно должно не только не наносить им самим дополнительный ущерб, но и повышать их прибыль в случае появления нарушителя:

$$\widehat{PR}_i^{cart} \geq \widetilde{PR}_i^{cart}.$$

Понимая это, потенциальный нарушитель будет рассматривать в качестве достоверной угрозу такого наказания, что будет являться стимулом к соблюдению картельного соглашения, гарантируя его устойчивость.

Всем фирмам, действующим на рынке данного товара, не всегда удастся договориться о заключении всеобъемлющего картельного соглашения. Часто в картель входит лишь часть фирм, присутствующих на рынке. В этом случае на рынке будет наблюдаться ситуация неполного картеля, когда за его рамками остается ряд некартелированных предприятий. В своем поведении неполный картель будет руководствоваться теми же принципами, что и единая квазимонопольная фирма — ценовой лидер, поэтому в качестве фирмы-лидера может рассматриваться картельное объединение нескольких юридически самостоятельных фирм. Таким образом, модель доминирующей фирмы может рассматриваться в качестве обобщения модели картеля в его неполном случае. В свою очередь, модель картеля может выполнять функцию детализации модели доминирующей фирмы, когда на рынке лидирует группа фирм, координирующих свое поведение друг с другом.

Проанализируем ситуацию, когда в условиях предыдущего примера в картель объединяются только 5 фирм ($Q_K = 5q_i$), и он начинает вести себя как ценовой лидер по отношению к остальным 15 фирмам-аутсайдерам, представляющим конкурентное окружение ($Q_S = 15q_i$).

Поскольку $q_i = \frac{Q_K}{5}$, постольку $MC_K = 2Q_K + 5$. Предложение конкурентного окружения $\left(q_i = \frac{Q_S}{15}\right)$ будет иметь вид: $P = \frac{2}{3}Q_S + 5$, или

$Q_S = 1,5P - 7,5$. Тогда остаточный спрос на продукцию лидера будет таким: $Q_K = Q_D - Q_S = 8 - P - 1,5P + 7,5 = 15,5 - 2,5P$; или $P = 6,2 - 0,4Q_K$. Максимизируя прибыль неполного картеля $MR_K = 6,2 - 0,8Q_K = MC_K = 2Q_K + 5$, получаем, что его выпуск составит: $Q_K = 0,428$ при цене $P = 6,028$; а выпуск конкурентного окружения будет равен $Q_S = 1,543$ при объеме производства каждой из фирм-аутсайдеров $q_i = 0,103$.

5.7. Модели дуополии Бертрана и Чемберлина

Полярными рыночными структурами являются совершенная конкуренция и монополия. Олигопольные структуры можно различать в соответствии с тем, к какому из этих полюсов они тяготеют. Соответственно, можно выделять модели олигополии с конкурентным либо с монопольным исходом.

Описанное Ж. Бертраном¹ соперничество фирм, обладающих рыночной властью, может служить примером модели олигополии с конкурентным исходом.

Проанализируем модель Бертрана подробнее. Пусть рынок некоторого однородного продукта, характеризуемый линейной функцией спроса

$P = a - bQ$, или $Q = \frac{a}{b} - \frac{P}{b}$, обслуживают две фирмы, которые взаимодей-

ствуют между собой по Бертрану, конкурируя по уровню цены. Обозначим через Q_1 и Q_2 объемы производства соответственно первой и второй фирмы. Очевидно, что $Q_1 + Q_2 = Q$.

На рынке однородного продукта фирма, назначая цену ниже уровня конкурента, забирает весь объем рыночного спроса. При одинаковых ценах на продукты фирм их приобретение потребителями становится равновероятным, т.е. каждое из предприятий может рассчитывать на половину рыночного спроса. Таким образом, функции остаточного спроса для данных фирм будут симметричными:

$$Q_1 = \begin{cases} \frac{a}{b} - \frac{P_1}{b} & \text{при } P_2 > P_1, \\ \frac{a}{2b} - \frac{P_1}{2b} & \text{при } P_1 = P_2, \\ 0 & \text{при } P_1 > P_2; \end{cases}$$

$$Q_2 = \begin{cases} \frac{a}{b} - \frac{P_2}{b} & \text{при } P_1 > P_2, \\ \frac{a}{2b} - \frac{P_2}{2b} & \text{при } P_1 = P_2, \\ 0 & \text{при } P_2 > P_1. \end{cases}$$

¹ Жозеф Луи Франсуа Бертран (1822–1900) — французский математик, чьи идеи нашли применение в экономике.

Будем предполагать, что данные фирмы работают в условиях постоянной отдачи от масштаба с постоянными предельными издержками, которые равны средним и составляют соответственно $MC_1 = AC_1 = c_1$ для первой и $MC_2 = AC_2 = c_2$ для второй фирмы. Очевидно, что если рыночная цена оказывается выше уровня средних и предельных издержек, то фирмы будут получать положительную экономическую прибыль. При цене, равной средним и предельным издержкам, прибыль фирмы будет нулевой. Если же цена оказывается ниже уровня средних и предельных затрат, то фирма будет нести убытки.

Проанализируем теперь оптимальное реагирование фирм на поведение конкурента. Для этого вначале рассчитаем потенциальные характеристики монопольного поведения каждой из фирм. Из условия максимизации прибыли для фирмы 1 при отсутствии конкурента ($MR = a - 2bQ = c_1$)

получаем $Q = \frac{a - c_1}{2b}$, $P = \frac{a + c_1}{2}$. Аналогично из условия максимизации

прибыли для фирмы 2 ($MR = a - 2bQ = c_2$) получаем $Q = \frac{a - c_2}{2b}$, $P = \frac{a + c_2}{2}$.

Если одна из фирм назначит цену выше уровня предельных издержек другой фирмы, то конкуренту будет выгодно, снизив цену, захватить весь рынок. Если кем-то из дуополистов устанавливается цена выше уровня монопольной цены конкурента, то для соперника появляется возможность максимизации прибыли за счет монополистического ценообразования, рассмотренного выше. Если цена, установленная одной из фирм, оказывается ниже уровня, соответствующего монопольной прибыли ее конкурента, но превышает при этом его средние и предельные издержки, то данная фирма-конкурент постарается минимизировать дисконт (ϵ) к установленной на рынке цене, ведь при постоянных средних издержках чем выше цена — тем больше прибыль. Установление кем-либо из дуополистов цены на уровне средних и предельных издержек другой — будет означать нулевую прибыль его конкурента, для которого такой финансовый результат будет сохраняться при назначении цены не ниже цены, назначенной соперником. Если один из конкурентов устанавливает цену на каком-то уровне, который будет ниже средних и предельных издержек другого — то вторая фирма может ответить назначением любой цены, превышающей данное ее значение, выбранное соперником, так как это будет означать для нее нулевую прибыль. Таким образом, множества реагирования для первой и второй фирмы соответственно будут иметь вид:

$$P_1 = \begin{cases} \frac{a+c_1}{2} & \text{при } P_2 > \frac{a+c_1}{2}, \\ P_2 - \varepsilon & \text{при } c_1 < P_2 \leq \frac{a+c_1}{2}, \\ c_1 + \alpha & \text{при } P_2 = c_1, \\ P_2 + \beta & \text{при } P_2 < c_1; \end{cases}$$

$$P_2 = \begin{cases} \frac{a+c_2}{2} & \text{при } P_1 > \frac{a+c_2}{2}, \\ P_1 - \varepsilon & \text{при } c_2 < P_1 \leq \frac{a+c_2}{2}, \\ c_2 + \alpha & \text{при } P_1 = c_2, \\ P_1 + \beta & \text{при } P_1 < c_2. \end{cases}$$

Здесь $\varepsilon = o(1)$ — бесконечно малая величина, $\alpha \geq 0, \beta > 0$. Для того чтобы показать предельный характер сегментов реагирования фирм $P_1 = P_2 - \varepsilon$ и $P_2 = P_1 - \varepsilon$, они изображены на рисунке 5.10 пунктирными линиями.

Равновесие по Нэшу будет соответствовать пересечению множеств реакции дуополистов.

Если фирмы являются идентичными с точки зрения используемой технологии и издержек производства ($c_1 = c_2 = c$), то равновесие по Нэшу будет заключаться в назначении одинаковых цен на уровне издержек производства: $P_1 = P_2 = c$. Действительно, отклоняясь от данной стратегии, фирма не может увеличить свою прибыль. В данной ситуации равновесие по Нэшу характеризуется точкой E^* на рисунке 5.10.

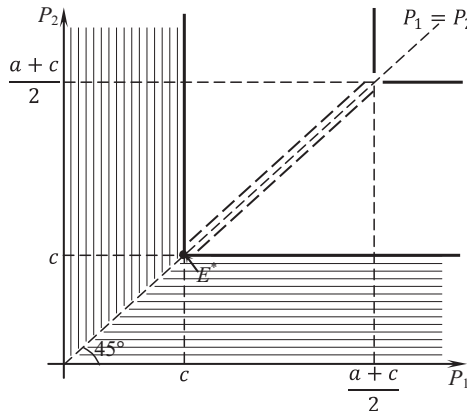


Рис. 5.10. Взаимодействие идентичных фирм по Бертрану

При этом фирмы будут делить рынок пополам: $Q_1 = Q_2 = \frac{a-c}{2b}$, полу-

чая при этом нулевую экономическую прибыль. Таким образом, модель Бертрана характеризует ситуацию ценовой войны между олигополистами, которая приводит к парадоксальным последствиям, когда конкуренты, стремясь завоевать весь рынок, постепенно снижают цены ниже уровня, установленного соперниками, до порогового значения, соответствующего ситуации безубыточности репрезентативной фирмы, характерной для структуры совершенной конкуренции (рис. 5.11).

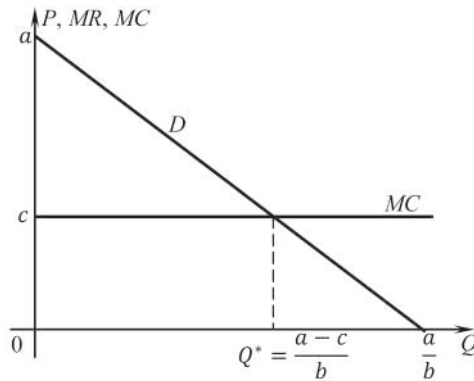


Рис. 5.11. «Ценовая война» по Бертрану

Если фирмы различаются по своим технологиям производства ($c_1 \neq c_2$), то равновесие по Нэшу оказывается неединственным. Пусть для определенности первая фирма имеет преимущество в издержках производства: $c_1 < c_2$. При этом она, обладая более передовой технологией, имеет возможность назначить цену ниже уровня предельных и средних издержек конкурента и при этом оставаться прибыльной: $c_1 < P_1 < c_2$. Вторая фирма, избегая убытков и отвечая на действия первой, будет назначать цену выше той, которая будет установлена соперником: $P_2 > P_1$. Если первая фирма назначит цену на уровне средних и предельных издержек второй ($P_1 = c_2$), то ее соперникотреагирует, устанавливая цену на этом же уровне или выше него: $P_2 \geq c_2$.

Пересечение множеств реакции фирм $c_1 < P_1 = P_2 - \varepsilon \leq c_2$ и $c_1 < P_1 + \varepsilon = P_2 \leq c_2 + \varepsilon$ будет задавать равновесия по Нэшу, которые определяются в предельном смысле с учетом того, что $\varepsilon = o(1)$ — это бесконечно малая величина (рис. 5.12).

В этих условиях вторая фирма теряет, а первая — приобретает весь объем рыночного спроса:

$$Q_1 = \frac{a - P_1}{b} = \frac{a - P_2 + \varepsilon}{b}; Q_2 = 0.$$

Соответственно, первая фирма будет получать положительную экономическую прибыль:

$$\begin{aligned} PR_1 &= (P_1 - c_1)Q_1 = \frac{(c_2 - c_1 - \varepsilon)(a - c_2 + \varepsilon)}{b} = \\ &= \frac{(c_2 - c_1)(a - c_2)}{b} + \varepsilon \frac{(2c_2 - c_1 - a - \varepsilon)}{b}. \end{aligned}$$

Финансовый результат второй фирмы окажется нулевым: $PR_2 = 0$.

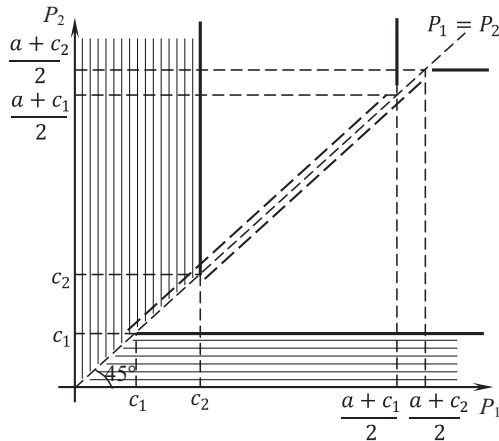


Рис. 5.12. Взаимодействие по Бертранию фирм, различающихся по уровню предельных издержек

Логика взаимодействия фирм по Бертранию может быть использована при анализе устойчивости картельных или аналогичных им соглашений¹. Рассмотрим бесконечно повторяющееся взаимодействие N идентичных фирм с одинаковыми постоянным и предельными $MC_i = c$ и нулевыми постоянными издержками по логике модели Бертрана с дисконтирующим множителем $0 < \delta < 1$.

¹ Ср.: Фридман А. А. Лекции по курсу микроэкономики промежуточного уровня. М.: ГУ ВШЭ, 2009.

Оправданной стратегией i -й фирмы с точки зрения достижения негласного сговора будет назначение монопольной цены на продукт p_m и выпуск $q_i^m = \frac{q_m}{N}$ единиц продукции, где q_m — это монопольный объем производства, до тех пор, пока все остальные фирмы придерживаются той же стратегии, и установление конкурентной цены на уровне предельных издержек $p_c = MC_i = c$ раз и навсегда, как только какая-то из других фирм снизит цену: $p_j < p_m$.

Прибыль i -й фирмы, участвующей в негласном сговоре, будет равна:

$$PR_i^m = \frac{(p_m - c)q_m}{(1 - \delta)N}.$$

Прибыль фирмы, уклоняющейся на n -м шаге от соблюдения условий негласного соглашения, при условии обнаружения несоблюдения общепринятых среди участников картеля правил и наказания нарушителя на следующем шаге составит:

$$PR_i^{ev} = \frac{(p_m - c)q_m(1 - \delta^{n-1})}{(1 - \delta)N} + (p_m - \varepsilon - c)Q_d\delta^n,$$

где Q_d — это объем рыночного спроса при цене $p_m - \varepsilon$.

Предположим для простоты, что уклонение имеет место уже на первом шаге, т.е. прибыль уклониста составит: $PR_i^{ev} = (p_m - \varepsilon - c)Q_d$.

Негласный сговор будет иметь силу при условии:

$$\frac{(p_m - c)q_m}{(1 - \delta)N} > (p_m - \varepsilon - c)Q_d.$$

Отсюда можно сделать вывод, что с увеличением числа фирм потенциальный выигрыш от негласного сговора, а значит, и его вероятность падает.

Будем теперь рассматривать дуопольную ситуацию ($N=2$). Тогда прибыль i -й фирмы, участвующей в негласном сговоре будет равна:

$$PR_i^m = \frac{(p_m - c)q_m}{2(1 - \delta)}.$$

Предположим, что наказание за уклонение наступает мгновенно, но для обнаружения нарушения сговора требуется T периодов. Проана-

лизируем, как длительность незамеченного нарушения отражается на вероятности негласного сговора.

Допустим для простоты, что уклонение имеет место уже на первом шаге, т.е. прибыль фирмы, постоянно уклоняющейся от соблюдения условий негласного соглашения, при условии обнаружения несоблюдения общепринятых среди участников картеля правил и наказания нарушителя на $T+1$ шаге составит:

$$PR_i^{ev} = (p_m - \varepsilon - c)Q_d \left(\frac{1 - \delta^T}{1 - \delta} \right),$$

где Q_d — это объем рыночного спроса при цене $p_m - \varepsilon$.

Негласный сговор будет иметь силу при условии:

$$\frac{(p_m - c)q_m}{2(1 - \delta)} > \frac{(p_m - \varepsilon - c)Q_d(1 - \delta^T)}{1 - \delta},$$

т.е.

$$\frac{(p_m - c)q_m}{2} > (p_m - \varepsilon - c)Q_d(1 - \delta^T).$$

Следовательно, с увеличением продолжительности безнаказанного нарушения потенциальный выигрыш от негласного сговора, а значит, и его вероятность падает.

Предположим теперь, что спрос возрастает постоянным темпом с течением времени: $Q(t) = \alpha^t Q(p_t)$, причем $\delta\alpha < 1$.

Монопольная цена в момент t составит:

$$p_m^t = \frac{c}{1 + \frac{1}{E_p^d}} = \frac{c}{1 + \frac{1}{\alpha^t \frac{dq(p_t)}{dp_t} \frac{p_m^t}{\alpha^t q_m^t}}} = \frac{c}{1 + \frac{1}{\frac{dq(p_t)}{dp_t} \frac{p_m^t}{q_m^t}}},$$

т.е. ее уровень не зависит от периода времени — он будет одним и тем же на протяжении всего (бесконечного) срока взаимодействия фирм.

Пусть отсчет времени начинается с момента $t = 0$. Прибыль i -й фирмы, участвующей в негласном сговоре, будет равна:

$$PR_i^m = \frac{(p_m - c)q_m}{2(1 - \delta\alpha)}.$$

Предположим для простоты, что уклонение имеет место уже на первом шаге, т.е. прибыль уклониста составит: $PR_i^{ev} = (p_m - \varepsilon - c)Q_d$, где Q_d — это объем рыночного спроса при цене $p_m - \varepsilon$.

Негласный сговор будет иметь силу при условии:

$$\frac{(p_m - c)q_m}{2(1 - \delta\alpha)} > (p_m - \varepsilon - c)Q_d.$$

Таким образом, на расширяющемся рынке при $\alpha > 1$ потенциальный выигрыш от негласного сговора, а значит, и его вероятность возрастает.

Монопольный исход может наблюдаться не только при параллельном поведении фирм, но также и при наличии двух фирм на рынке,

если $\lambda_1 = \frac{q_2}{q_1}$, $\lambda_2 = \frac{q_1}{q_2}$. Такую ситуацию описывает модель дуополии Э.

Чемберлина¹. Эта модель описывает ситуацию, когда каждый из дуополистов считает, что поскольку конкурент представляет собой равную ему фирму, т. е. $TC_1 = TC_2$, или $TC = 2TC_i$, $i = \{1, 2\}$, постольку и производить он будет такой же объем продукции: $q_1 = q_2$, т. е. $Q = 2q_i$. Следовательно, функцию рыночного спроса $p = f(Q)$ можно преобразовать: $p = f(2q_i)$. В силу равенства издержек, имеем $dTC = 2dTC_i$. А в силу равенства объемов производства, $dQ = 2dq_i$. Следовательно:

$$MC_i = \frac{dTC_i}{dq_i} = \frac{dTC_i}{dQ} \frac{dQ}{dq_i} = 2 \frac{dTC_i}{dQ} = 2 \frac{d}{dQ} \left(\frac{TC}{2} \right) = \frac{dTC}{dQ} = MC. \text{ Отсюда следует}$$

монопольный исход в модели олигополии Чемберлина:

$$\begin{aligned} \frac{\partial PR}{\partial q_i} &= \frac{\partial(p(Q)q_i)}{\partial q_i} - \frac{\partial TC_i}{\partial q_i} = \frac{\partial(p(Q))}{\partial Q} \frac{dQ}{dq_i} q_i + p(Q) - MC = \\ &= \frac{\partial(p(Q))}{\partial Q} 2q_i + p(Q) - MC = \\ &= p(Q) + \frac{\partial(p(Q))}{\partial Q} Q - MC = MR - MC = 0. \end{aligned}$$

Возможна альтернативная трактовка модели Чемберлина, представляющая собой объединение рассуждений, присутствующих в моделях Курно и картельного взаимодействия олигополистов². На первых двух итерациях они ведут себя аналогично дуополистам Курно. На первой итерации одна

из фирм выберет монопольный объем производства $q_1 = Q_m = \frac{a - c}{2b}$ и по-

¹ Эдвард Чемберлин (1899–1967) – американский экономист.

² См.: Моделирование экономических процессов / под ред. М. В. Грачевой, Л. П. Фадеевой, Ю. Н. Черемных. М.: Юнити-Дана, 2005.

лучит монопольную прибыль $PR_1 = PR_m = \frac{(a-c)^2}{4b}$ при монопольной цене $P_m = \frac{a+c}{2}$. На второй итерации другая фирма, исходя из функции остаточного спроса $p = \frac{a+c}{2} - bq_2$, выберет половину монопольного выпуска первой фирмы $q_2 = \frac{a-c}{4b}$. Поскольку отраслевой выпуск увеличится до $Q = \frac{3(a-c)}{4b}$, цена составит $p = \frac{a+3c}{4}$. Первая фирма получит большую прибыль $PR_1 = \frac{(a-c)^2}{8b}$, чем вторая $PR_2 = \frac{(a-c)^2}{16b}$, но при этом проиграет

по сравнению с исходной, полностью монопольной ситуацией. На третьем этапе первая фирма, учитывая предыдущую ответную реакцию конкурента, снизит производство наполовину с целью вернуться к монопольному объему выпуска отрасли и монопольной цене. На заключительном этапе вторая фирма пойдет на условия, предложенные конкурентом, и сохранит свой объем выпуска, реализуя его теперь уже по возросшей до монопольного уровня цене. В итоге дуополисты поделят рынок по-

ровну: $q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{4b}$ и каждый из них получит половину монопольной прибыли: $PR_1^* = PR_2^* = \frac{(a-c)^2}{8b}$. Таким образом, дуополисты, учитывая

ответную реакцию конкурентов, фактически вступят в негласный сговор.

Пусть, например, функция рыночного спроса имеет вид: $P = 100 - Q$, а функции издержек дуополистов таковы: $TC_i = 20q_i$. Опишем взаимодействие дуополистов по Чемберлину. Вначале первая фирма выбирает для себя монопольный объем выпуска $q_1 = Q_m = 40$, назначая монопольную цену $P_m = 60$ и получая монопольную прибыль $PR_1 = PR_m = 1600$. Затем свой шаг делает вторая фирма, производя $q_2 = 20$ единиц продукции, в результате чего отраслевой выпуск увеличивается до 60, а цена снижается до 40. Распределение прибылей при этом — не в пользу второй фирмы: $PR_1 = 800$, $PR_2 = 400$. Далее, чтобы не потерять монопольную прибыль, первая фирма снижает выпуск на величину объема производства второй, т. е. на 20 и поднимает цену до монопольной. Наконец, на рынке устанавливается равновесие при равном выпуске каждой из фирм $q_1^* = q_2^* = 20$, которые предпочли разделить монопольную прибыль: $PR_1^* = PR_2^* = 800$.

5.8. Модель Эджуорта

В качестве обобщения моделей Бертрана и Курно может рассматриваться дуополия Эджуорта¹ с количественными ограничениями мощностей каждого из конкурентов: $q_i \leq \bar{q}$ ($i = \{1, 2\}$). Если выпуск одного из дуополистов составляет q_j , то, при предположении о линейности рыночного спроса: $P = a - bQ$, функция остаточного спроса для его конкурента

будет иметь вид: $q_i^{res} = Q(P) - q_j = \frac{a}{b} - \frac{P}{b} - q_j$. Тогда, как и ранее, допуская

постоянство предельных издержек: $MC = c$, получаем систему необходимых условий максимума прибыли олигополистов (5.3) при $q_i \leq \bar{q}$, решая которую (5.4), приходим к уравнениям реакции для двух несовершенных конкурентов ($i, j = \{1, 2\}, i \neq j$):

$$\begin{cases} q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_j}{2} & \text{при } q_i < \bar{q}, \\ q_i = \bar{q} & \text{в противоположном случае.} \end{cases}$$

Данные линии реакции фирм изображены на рисунке 5.13.

В первой ситуации, когда $q_i < \bar{q}$, выражение для рыночной цены принимает вид:

$$P = a - b(q_i + q_j) = \frac{1}{2}(a + c - bq_j). \quad (5.10)$$

Рассчитаем прибыль i -й фирмы:

$$PR_i^C = (P - c) \left(\frac{a-c}{2b} - \frac{q_j}{2} \right) = \frac{(a-c-bq_j)^2}{4b}. \quad (5.11)$$

Рассмотрим случай $\bar{q} \leq \frac{a-c}{3b}$. Пусть $q_j \leq \bar{q}$. Тогда, действуя в соответствии с функцией остаточного спроса (5.4), другая фирма будет иметь стимул для производства объема продукции, который будет не меньше лимита мощностей (рис. 5.13):

$$q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_j}{2} \geq \frac{a-c}{2b} - \frac{a-c}{6b} = \frac{a-c}{3b}.$$

¹ Фрэнсис Исидор Эджуорт (1845–1926) – британский (ирландский) экономист.

Это значит, что объем производства i -й фирмы будет в точности соответствовать лимиту мощности: $q_i = \bar{q} \leq \frac{a-c}{3b}$. Исходя из этого

для j -й фирмы в соответствии с функцией реакции (5.4) также будет возникать стимул производить не меньше лимита мощностей, а значит, и ее объем производства будет им в точности соответствовать.

Если каждая из фирм производит объем продукции, равный ограничению по мощностям, и при этом назначается цена, которая является максимально возможной с точки зрения функции рыночного спроса при данном суммарном объеме выпускаемой продукции, то никому из производителей не выгодно отклоняться от выбранной стратегии. Действительно, снижение цены на продаваемую продукцию не позволит фирме увеличить объем сбыта и лишь сократит выручку, а значит, и рентабельность производства. Повышение цены будет означать снижение объема продаваемой продукции ниже лимита производственных мощностей, а значит, при заданном выпуске конкурента — сокращение рентабельности, ведь из необходимых условий оптимизации деятельности дуополистов Курно (5.3) видно, что прибыль i -й фирмы является возрастающей функцией от ее

объема производства при $q_i < \frac{a-c}{2b} - \frac{q_j}{2}$, что как раз имеет место при $q_j = \bar{q}$.

Таким образом, пересечение линий реакции дуополистов, конкурирующих в стиле Курно, при $\bar{q} \leq \frac{a-c}{3b}$ (т. E^* на рис. 5.13) будет представлять собой равновесие по Нэшу.

Итак, если ограничение по мощностям не превышает равновесный выпуск в модели Курно $\left(\bar{q} \leq \frac{a-c}{3b} \right)$, то в состоянии равновесия фирмы бу-

дут производить одинаковый объем продукции на уровне данного ограничения ($q_1 = q_2 = \bar{q}$) и назначать цену на том уровне, который является максимально возможным с точки зрения рыночного спроса при данном

суммарном выпуске олигополистов: $P = a - 2b\bar{q}$. В частности, при $\bar{q} = \frac{a-c}{3b}$

в дуополии Эджуорта будет наблюдаться равновесие Курно–Нэша (5.5).

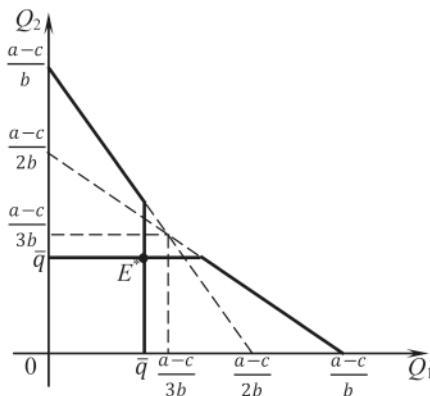


Рис. 5.13. Равновесие в модели Эджуорта при ограничении по мощностям, не превышающим выпуск дуополистов Курно

Очевидно, что ситуация, когда фактический объем производства одной из фирм оказывается меньше лимита ($q_j < \bar{q}$), поскольку выпуск второй должен быть не больше лимитирующей величины ($q_j \leq \bar{q}$), возможна лишь при лимите, превышающем равновесный выпуск по Курно:

$$\bar{q} > q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_j}{2} \geq \frac{a-c}{2b} - \frac{\bar{q}}{2},$$

т.е.

$$\bar{q} > \frac{a-c}{3b}.$$

Рассмотрим вначале ситуацию, когда ограничение по мощностям перекрывает равновесный объем реализуемого товара дуополистом Курно, но при этом не достигает конкурентного объема производства:

$$\frac{a-c}{3b} < \bar{q} < \frac{a-c}{b}.$$

В таком случае, если рыночная цена оказывается на достаточно высоком уровне, то оптимальным ответом фирмы на действия соперника становится стратегия конкуренции в стиле Бертрана. При неполной загрузке мощностей фирмы, например, $q_i < \bar{q}$, она может назначить цену ниже уровня, установленного соперником, и увеличить за счет этого свои объемы производства и сбыта до максимума, определяемого лимитом мощностей, повышая тем самым прибыль. Если конкурент назначает цену выше монопольной, то для другой фирмы целесообразно, понизив цену

до этого уровня, вытеснить с рынка соперника и остаться монополистом. Если изначально цена не превышает монопольного значения, то, снижая ее на бесконечно малую величину (ε) по отношению к уровню, установленному соперником, фирма сможет, осваивая все доступные мощности, увеличить объем и рентабельность производства. Однако возникающая при этом война цен будет постепенно снижать и прибыли производителей.

Вместе с тем на каждой итерации снижения цен одним из производителей (j -м) при полном использовании его производственных мощностей будет существовать непокрытый остаток спроса, который создает для (i -го) конкурента в качестве альтернативы дальнейшему снижению цены возможность максимизации прибыли (PR_i^C) на этом остаточном спросе в стиле Курно (рис. 5.7). Такая альтернатива может быть реализована, если уровень рыночной цены в результате конкуренции по Бертрону оказывается достаточно низким, близким к уровню средних и предельных издержек производства, т.е. к себестоимости единицы продукции, что подразумевает очень низкую рентабельность бизнеса (PR_i^B). В такой ситуации фирма будет заинтересована в том, чтобы не снизить, а наоборот, повысить рыночную цену, максимизируя прибыль на остаточном спросе (5.11) и оставаясь при этом в рамках своего лимита производственных мощностей.

Рассмотрим пороговую ситуацию, когда снижение цены до некоторого уровня $\hat{P}$ при ответе на действия конкурента (обозначим его номером j), полностью реализующего свой производственный потенциал ($q_j = \bar{q}$), в стиле Бертрона, оказывается для i -й фирмы столь же выгодным с точки зрения рентабельности производства, как и повышение цены при переключении на стратегию максимизации прибыли на остаточном спросе по Курно до уровня (5.10):

$$\hat{P} = \frac{1}{2}(a + c - b\bar{q}).$$

При данных пороговых ценах $\check{P}$ и $\hat{P}$ должно выполняться равенство прибылей при использовании стратегий конкуренции по Бертрону и Курно:

$$PR_i^B = \left(\check{P} - c \right) \bar{q} = \left(\hat{P} - c \right) \left(\frac{a - c}{2b} - \frac{\bar{q}}{2} \right) = \frac{(a - c - b\bar{q})^2}{4b} = PR_i^C.$$

Из данного равенства видно, что пороговый уровень цены $\hat{P}$, соответствующий реакции в рамках стратегии ценовой войны, должен превышать предельные издержки на максимальную величину средней прибыли, получаемой на остаточном спросе:

$$\check{P} = c + \frac{(a - c - b\bar{q})^2}{4b\bar{q}}.$$

Итак, если при полном использовании мощностей ($q_j = \bar{q}$) одна из фирм опускает цену ниже уровня $\hat{P}$, то для другого конкурента наилучшей реакцией будет максимизация прибыли на остаточном спросе по логике Курно, т.е. выпуск $q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{\bar{q}}{2}$ единиц продукции. При этом рыночная цена подскакивает до уровня $\hat{P}$, и ценовая война начинается вновь.

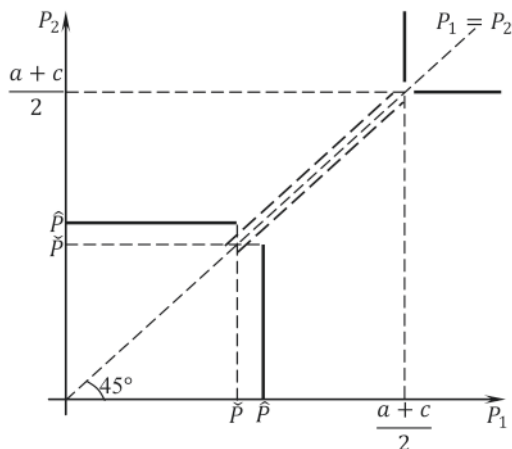


Рис. 5.14. Взаимодействие фирм по Эджуорту

Итак, в данном случае, при $\frac{a-c}{3b} < \bar{q} < \frac{a-c}{b}$, множество реагирования

каждой из фирм будет иметь вид:

$$P_i = \begin{cases} \frac{a+c}{2} & \text{при } P_j > \frac{a+c}{2}, \\ P_j - \varepsilon & \text{при } \check{P} \leq P_j \leq \frac{a+c}{2}, \\ \hat{P} & \text{при } P_j \leq \check{P}, \end{cases}$$

где $\varepsilon = o(1)$ – бесконечно малая величина, $i, j = \{1, 2\}, i \neq j$.

Данные множества реакции двух фирм не имеют точек пересечения (рис. 5.14).

Таким образом, если ограничение по мощностям находится в пределах между равновесными объемами производства в условиях олигополии

Курно и совершенной конкуренции $\left(\frac{a-c}{3b} < \bar{q} < \frac{a-c}{b} \right)$, то сбалансирован-

ность в модели Эджуорта не достигается, и будут наблюдаться бесконечные циклы ценовых войн.

Очевидно, что максимально возможным с точки зрения безубыточности для каждой из фирм является конкурентный объем производства, соответствующий равенству спроса и предложения $(P = a - bQ = c)$: $Q = \frac{a-c}{b}$.

Поэтому, если ограничение по мощностям окажется на уровне или выше

конкурентного выпуска $\left(\bar{q} \geq \frac{a-c}{b} \right)$, то оно станет уже незначимым. Фак-

тически в данном случае модель Эджуорта превратится в дуополию Бертрана без всяких ограничений, так как, используя стратегию ценовых скидок, каждый из дуополистов будет стремиться освоить весь рынок, лишая тем самым конкурента остаточного спроса и возможности переключения на стратегию Курно. В такой ситуации в полном соответствии с дуополией Бертрана соперничество между фирмами понизит цену до уровня, соответствующего совершенной конкуренции (рис. 5.10). При этом будет наблюдаться устойчивое равновесие, при котором фирмы поделят поровну конкурентный объем производства (рис. 5.11).

Таким образом, модели олигополии Курно и Бертрана могут рассматриваться как крайние случаи модели Эджуорта, учитывающей потенциальные количественные ограничения по производственным мощностям конкурирующих фирм.

Контрольные вопросы

1. В чем заключаются характерные особенности и условия формирования олигопольных структур рынка?
2. Что такое стратегическое взаимодействие фирм на олигопольных рынках? С помощью какого инструментария оно может быть описано?

3. Дайте определение равновесия по Нэшу.
4. В чем заключается метод «обратной индукции» решения игр с последовательным взаимодействием конкурентов?
5. Что такое предположительная вариация?
6. Как видоизменяется условие максимизации прибыли фирмами с учетом возможного стратегического взаимодействия между ними в условиях олигополии? Покажите, что ситуация абсолютной монополии и совершенной конкуренции являются частными случаями общего условия максимизации прибыли в условиях взаимодействия между фирмами. Чему равны при этом коэффициенты предположительной вариации?
7. Какими показателями можно измерить концентрацию производства на олигопольных рынках? Какова взаимосвязь между ними?
8. Какой вид приобретает индекс Лернера, характеризующий степень рыночной власти, при наличии нескольких фирм, работающих в условиях несовершенной конкуренции?
9. Какой моделью можно проиллюстрировать феномен жесткости цен на олигопольных рынках? Содержательные рассуждения подкрепите графической иллюстрацией.
10. Опишите модель поведения доминирующей фирмы – ценового лидера. Как в рамках данной модели сочетаются принципы квазимонопольного и конкурентного поведения?
11. Сформулируйте основные принципы модели олигополии по Курно. Какие значения коэффициентов предположительной вариации соответствуют конкуренции фирм по Курно? Выведите функции реакции олигополистов в рамках данной модели. Проиллюстрируйте механизм достижения равновесия по Нэшу в рамках дуополии Курно.
12. Покажите, что с увеличением количества фирм равновесие в модели олигополии Курно будет приближаться к конкурентному, когда спрос равняется предложению.
13. Каким образом модель лидерства в объемах выпуска по Штакельбергу опирается на анализ олигополии Курно? Покажите, что быть лидером в модели олигополии Штакельберга выгоднее, чем последователем.
14. Продемонстрируйте, что поведение картеля аналогично действиям фирмы-монополиста. Какой величиной предположительной вариации будет характеризоваться ответная реакция партнеров по разделу рынка? Покажите, что максимизация индивидуальной прибыли каждым членом картеля как несовершенным конкурен-

том с учетом ответной реакции партнеров по разделу рынка будет идентична максимизации прибыли картеля в целом.

15. Покажите, что модель неполного картеля может рассматриваться в качестве детализации модели доминирующей фирмы, когда на рынке лидирует группа фирм, координирующих свое поведение друг с другом.
16. Покажите, что описанная Бертраном ценовая война между фирмами, обладающими рыночной властью, может служить примером модели олигополии с конкурентным исходом.
17. Приведите в качестве примера взаимодействия фирм-несовершенных конкурентов с монопольным исходом модель дуополии Чемберлина.
18. Покажите, что модели олигополии Курно и Бертрана могут рассматриваться как крайние случаи модели Эджуорта с количественным ограничением по производственным мощностям.

Т Е М А 6

Монополистическая конкуренция

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- значение продуктовой дифференциации для фирм, функционирующих в условиях монополистической конкуренции;
- алгоритм анализа краткосрочного и долгосрочного равновесия фирмы, источники избыточных производственных мощностей и их последствия с точки зрения экономической эффективности в условиях рыночной структуры монополистической конкуренции;
- специфику анализа адресных моделей монополистической конкуренции.

6.1. Монополистическая конкуренция как рыночная структура

Монополистическая конкуренция — это такая рыночная структура, когда при аналогичных технологических условиях производств на фирмах спрос представлен множеством покупателей, а предложение множеством продавцов, производящих и реализующих нестандартизированную, дифференцированную продукцию, близкие заменители по отношению к выпуску конкурентов. Рыночная структура монополистической конкуренции сочетает в себе свойства, характерные для монополии и совершенной конкуренции. Фирма-монополистический конкурент является монополистом на своем узком сегменте рынка, но одновременно конкурентом по отношению к другим фирмам, производящим аналогичные продукты на более широком, агрегированном рынке товаров-заменителей.

Будучи монополистом на своем сегменте рынка, фирма-монополистический конкурент способна влиять на цену выпускаемого продукта, изменяя объемы производства. Она максимизирует прибыль, ориентируясь на равенство предельных издержек и предельного дохода (4.1), рас-

считанного исходя из функции остаточного спроса на свою продукцию (D_{res} на рис. 6.1–6.2). В краткосрочном аспекте фирма-монополистический конкурент может получать положительную экономическую прибыль (рис. 6.1).

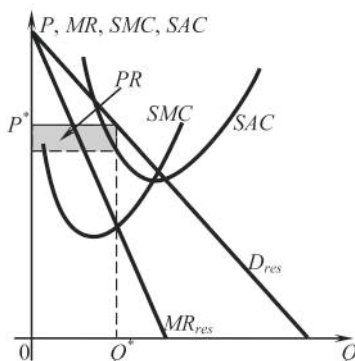


Рис. 6.1. Равновесие монополистического конкурента в краткосрочном аспекте

Аналогично совершенной конкуренции в условиях монополистической конкуренции барьеры входа на рынок низки, поэтому при наличии положительной экономической прибыли новые фирмы будут приходить на рынок, в результате чего остаточный спрос на продукцию данной, конкретной фирмы будет сокращаться. Вход новых фирм будет продолжаться до тех пор, пока каждая из фирм будет получать экономическую прибыль. Итак, аналогично совершенной конкуренции, в долгосрочном аспекте в ситуации монополистической конкуренции будет наблюдаться нулевая экономическая прибыль:

$$P = AC. \quad (6.1)$$

Перепишем необходимое условие максимума прибыли в следующем виде:

$$\frac{dPR}{dQ} = \frac{dTR}{dQ} - \frac{dTC}{dQ} = \frac{d(Q \cdot P)}{dQ} - \frac{d(Q \cdot AC)}{dQ} = P + Q \frac{dP}{dQ} - AC - Q \frac{dAC}{dQ} = 0,$$

откуда следует, что:

$$P + Q \frac{dP}{dQ} = AC + Q \frac{dAC}{dQ}.$$

Из данного равенства вместе с условием нулевой экономической прибыли вытекает следующее соотношение:

$$\frac{dP}{dQ} = \frac{dAC}{dQ}. \quad (6.2)$$

Вместе с условием нулевой прибыли его экономический смысл заключается в том, что кривая остаточного спроса на продукцию каждого предприятия отрасли будет касаться в точке долгосрочного равновесия линии средних издержек (рис. 6.2). В этой ситуации фирма будет получать нулевую экономическую прибыль, что, однако, не противоречит гипотезе максимизации прибыли, ведь даже при нулевой экономической прибыли положительные неявные издержки дадут положительную бухгалтерскую прибыль.

Анализируя эффективность и издержки монополистической конкуренции, сравним оптимальные значения цены и объема производства в условиях монополистической конкуренции (P^* и Q^*) с соответствующими параметрами совершенно конкурентной фирмы в условиях долгосрочного равновесия (P_K и Q_K). Избыток производственной мощности можно подсчитать вычитанием из объема производства, оптимального для монополистического конкурента, величины выпуска, соответствующей минимуму долгосрочных средних издержек, т. е. совершенно конкурентному уровню. Разность $Q_K - Q^*$ на рисунке 6.2 представляет собой величину незагруженных производственных мощностей в условиях монополистической конкуренции по сравнению с долгосрочным равновесием при совершенной конкуренции.

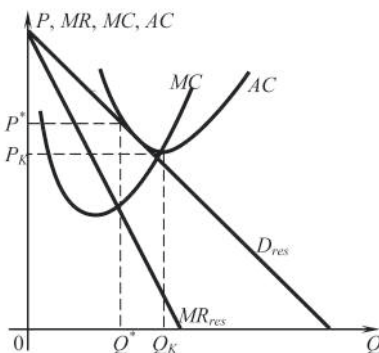


Рис. 6.2. Равновесие монополистического конкурента в долгосрочном аспекте

Наряду с незагруженными производственными мощностями общество в ситуации монополистической конкуренции несет дополнительные издержки по причине превышения рыночной цены уровня, соответствующего минимуму средних издержек, т. е. конкурентной цены. Эти общественные издержки называются «платой за разнообразие», поскольку монополистическая конкуренция предоставляет потребителям возможность выбирать наиболее подходящий по качеству товар. В отличие от этого при совершенной конкуренции все товары идентичны по качеству. Разность $P_K - P^*$ на рисунке 6.2 характеризует плату за продуктивное разнообразие в условиях монополистической конкуренции.

Предположим, например, что фирма производит некоторый продукт, являющийся близким заменителем продукции конкурентов, с общими долгосрочными издержками $TC = Q^3 - 30Q^2 + 303Q$. Определим объем выпуска в условиях долгосрочного равновесия, если известно, что остаточный спрос на продукт, производимый данной фирмой, характеризуется выражением $Q_{res} = 53,5 - 0,5P$.

Из функции спроса $P = 107 - 2Q$ получаем выражение общей выручки $TR = 107Q - 2Q^2$. Для определения условий максимизации прибыли выведем уравнение предельного дохода $MR = 107 - 4Q$ и предельных издержек $MC = 3Q^2 - 60Q + 303$. В точке максимума прибыли предельный доход равен предельным издержкам: $3Q^2 - 60Q + 303 = 107 - 4Q$. Необходимому условию максимизации прибыли, характеризуемому квадратным уравнением $3Q^2 - 56Q + 196 = 0$, соответствуют два объема производства: $Q_1 = 14$ и $Q_2 = 4, (6)$. Функция прибыли $PR = TR - TC = -Q^3 + 28Q^2 - 196Q$ достигает максимума при $Q = 14$, так как $PR' = MR - MC > 0$ при $4, (6) < Q < 14$ и $PR' < 0$ при $Q < 4, (6)$ и $Q > 14$. При объеме производства, соответствующем максимизации прибыли, монополистический конкурент будет назначать цену $P = 79$. При этом фирма будет находиться в состоянии долгосрочного равновесия с нулевой экономической прибылью: $PR = PQ - TC = 79 \cdot 14 - 14^3 + 30 \cdot 14^2 - 303 \cdot 14 = 0$.

Используя выражение средних издержек фирмы

$$AC = \frac{TC}{Q} = Q^2 - 30Q + 303,$$

можно определить объем выпуска, соответствующий оптимальному раз-

меру предприятия с технологической точки зрения: $\frac{dAC}{dQ} = 2Q - 30 = 0$,

т.е. $Q = 15$. При этом величина средних издержек составит:

$AC_{min} = 15^2 - 30 \cdot 15 + 253 = 78$. Таким образом, и избыточная производственная мощность, и «плата за разнообразие» будут равно единичными.

6.2. Модель монополистической конкуренции Чемберлина¹

При анализе модели монополистической конкуренции Э. Чемберлина¹ будем предполагать постоянство предельных издержек фирм ($MC = c$) и линейность функции рыночного спроса $P = a - bQ$. Поскольку все n фирм в отрасли являются абсолютно идентичными, их объемы выпуска

будут совпадать, а значит, $q_i = \frac{Q}{n}$; т.е.

$$P = a - bnq_i, \text{ или } q_i = \frac{a}{bn} - \frac{P}{bn}. \quad (6.3)$$

Объем остаточного спроса для репрезентативной фирмы равен:

$$q_{res} = Q - (n-1)q_i,$$

где q_i — объем производства каждого из ее конкурентов.

Итак, важным моментом анализа является наличие двух функций спроса на продукт фирмы: D_{res} — в том случае, если фирма рассчитывает, что за ее изменением индивидуального объема производства остальные фирмы не последуют; и D_i — когда все фирмы в отрасли одновременно изменяют свой объем производства на ту же величину, что и данная фирма (рис. 6.3).

Пусть объем производства каждой из фирм в отрасли равен некоторой исходной величине q_i^0 , а первоначальная цена установилась на уровне P_0 . Тогда поскольку в соответствии с уравнением остаточного спроса $Q = q_{res} + (n-1)q_i$, а значит, $P = a - bq_{res} - b(n-1)q_i$, постольку первоначальный объем остаточного спроса фирмы будет определяться исходя из соотношения:

$$P_1 = a - bq_{res}^1 - b(n-1)q_i^0. \quad (6.4)$$

Данная функция спроса задает выражение для предельной выручки фирмы, которая в соответствии с правилом максимизации прибыли будет равна предельным издержкам:

$$MR_1 = a - 2bq_{res}^1 - b(n-1)q_i^0 = MC = c,$$

¹ Эдвард Чемберлин (1899–1967) — американский экономист.

откуда:

$$q_{res}^1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{(n-1)}{2} q_i^0.$$

Отметим, что если $q_i^0 < \frac{a-c}{(n+1)b}$, то $q_{res}^1 > \frac{a-c}{(n+1)b}$. Если же $q_i^0 > \frac{a-c}{(n+1)b}$, то, наоборот, $q_{res}^1 < \frac{a-c}{(n+1)b}$.

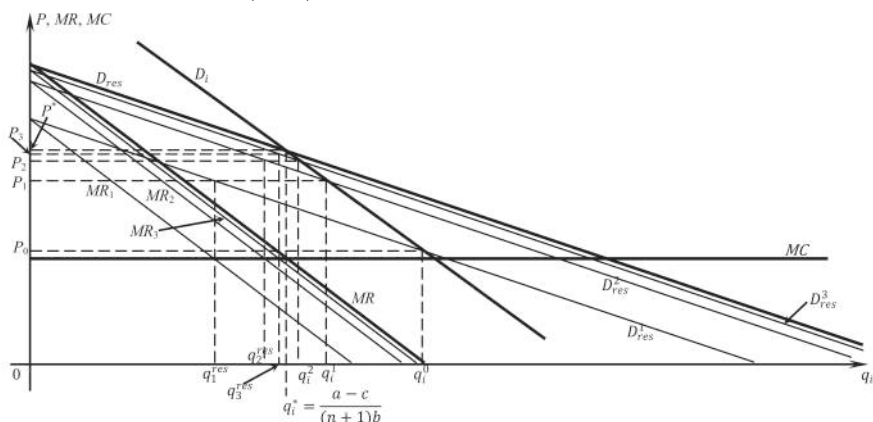


Рис. 6.3. Итеративное определение объема производства фирмы при $q_i^0 > q_i^*$

Подставляя полученный объем выпуска в выражение для цены, определяем значение оптимальной цены с точки зрения отдельной фирмы:

$$P_1 = \frac{a+c}{2} - \frac{b(n-1)}{2} q_i^0.$$

Итак, если изначально фирма производила q_i^0 единиц продукции при цене P_0 , то, следуя условию максимизации прибыли, она станет производить теперь уже q_{res}^1 единиц продукции, назначая цену P_1 . Но поскольку все фирмы в отрасли принимают такое же решение о цене на свою продукцию, постольку по такой цене данная фирма уже может продать q_i^1 единиц продукции (рис. 6.3). Итак, когда параметр времени t меняется дискретно, с учетом ответной реакции остальных производителей оптимальный уровень цены для отдельной фирмы сформирует новый объем отраслевого выпуска, приходящийся на отдельную фирму:

$$q_i^1 = \frac{a}{bn} - \frac{a+c}{2bn} + \frac{(n-1)}{2n} q_i^0 = \frac{a-c}{2bn} + \frac{(n-1)}{2n} q_i^0.$$

Аналогичное соотношение будет наблюдаться между объемами производства отдельной фирмы любых двух соседних периодов:

$$q_i' = \frac{a-c}{2bn} + \frac{(n-1)}{2n} q_i'^{-1}.$$

Когда все фирмы продают q_i^1 единиц продукции по цене P_1 , линия D_{res} смещается вниз так, что новая — проходит теперь через точку с координатами $(q_i^1; P_1)$. Теперь, вновь максимизируя прибыль, фирма станет производить объем q_{res}^2 единиц при цене P_2 . В действительности же она станет продавать только q_i^2 единиц (рис. 6.3).

Таким образом, последующие итерации корректируют объем производства:

$$q_i^2 = \frac{a-c}{2bn} + \frac{(n-1)}{2n} q_i^1 = \frac{a-c}{2bn} + \frac{(n-1)(a-c)}{4bn^2} + \left(\frac{n-1}{2n}\right)^2 q_i^0,$$

$$q_i^3 = \frac{a-c}{2bn} + \frac{(n-1)}{2n} q_i^2 = \frac{a-c}{2bn} + \frac{(n-1)(a-c)}{4bn^2} + \frac{(n-1)^2(a-c)}{8bn^3} + \left(\frac{n-1}{2n}\right)^3 q_i^0$$

и т.д.

На t -й итерации объем выпуска составит¹:

$$q_i^t = \frac{(a-c)}{2bn} \left(1 + \frac{n-1}{2n} + \dots + \left(\frac{n-1}{2n} \right)^{t-1} \right) + \left(\frac{n-1}{2n} \right)^t q_i^0$$

$$= \frac{(a-c)}{2bn} \frac{\left(1 - \left(\frac{n-1}{2n} \right)^t \right)}{\left(1 - \frac{n-1}{2n} \right)} + \left(\frac{n-1}{2n} \right)^t q_i^0$$

$$= \frac{a-c}{(n+1)b} + \left(\frac{n-1}{2n} \right)^t \left(q_i^0 - \frac{a-c}{(n+1)b} \right).$$

Если $q_i^0 > \frac{a-c}{(n+1)b}$, то и $q_i^t > \frac{a-c}{(n+1)b}$ (рис. 6.3). Симметричная логика работает при $q_i^0 < \frac{a-c}{(n+1)b}$, когда $q_i^t < \frac{a-c}{(n+1)b}$ (рис. 6.4). Функция остаточ-

¹ Напомним, что сумма t членов геометрической прогрессии рассчитывается по формуле: $S_t = a_1 \frac{1-q^t}{1-q}$, где a_1 — первый член, а q — знаменатель прогрессии. В нашем случае $q = \frac{n-1}{2n}$, $a_1 = 1$.

ного спроса D_{res} сдвигается вверх при уменьшении объемов производства всех фирм и, наоборот, сдвигается вниз – при увеличении выпуска фирм.

С течением времени, когда $t \rightarrow \infty$, множитель $\left(\frac{n-1}{2n}\right)^t$ при первоначальном объеме стремится к нулю, поскольку дробь в скобках меньше единицы, ведь в условиях монополистической конкуренции на рынке присутствует большое количество ($n > 1$) фирм¹. Следовательно, объем производства монополистического конкурента при фиксированном количестве фирм на рынке будет стремиться к величине:

$$q_i^* = \lim_{t \rightarrow \infty} q_i^t = \frac{a-c}{(n+1)b}. \quad (6.5)$$

При этом отраслевой объем производства будет сходиться к величине:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q = \frac{n(a-c)}{(n+1)b}. \quad (6.6)$$

С увеличением количества фирм (при $n \rightarrow \infty$) отраслевой выпуск бу-

дет приближаться к конкурентному $Q = \frac{a-c}{b}$.

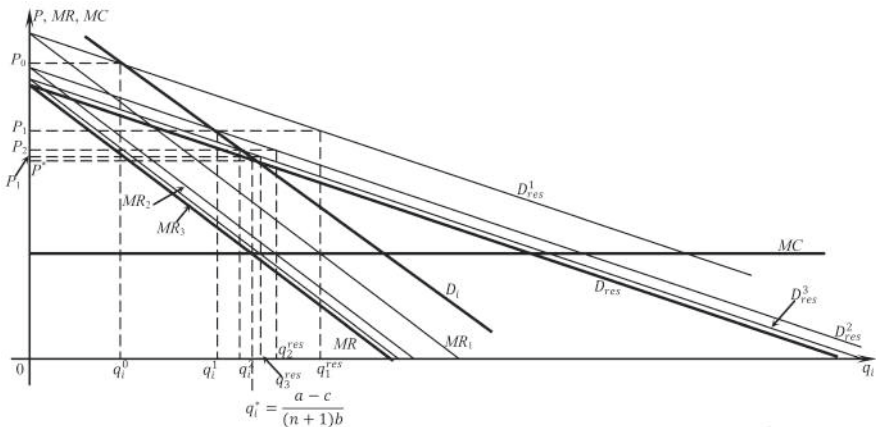


Рис. 6.4. Итеративное определение объема производства фирмы при $q_i^0 < q_i^*$

¹ Отметим, что при $n = 1$ монополистическая конкуренция вырождается в монополию с оптимальным объемом производства $Q = \frac{a-c}{2b}$.

Таким образом, итерационная процедура смещения остаточного спроса для отдельной фирмы будет повторяться до тех пор, пока не будет достигнуто устойчивое долгосрочное равновесие. На рисунках 6.3–6.4 это точка с координатами (q^*, P^*) . Теперь оценка рыночной ситуации отдельной фирмой совпадает с объективным положением, действия конкурентов не приведут к изменению параметров ее деятельности, и процесс рыночной адаптации прекращается.

Если ослабить допущение постоянства предельных издержек и предположить линейную возрастающую зависимость предельных издержек фирм от объема производства репрезентативной фирмы $MC = cq + d$, то логика анализа модели Чемберлина остается без изменения.

Прделаем выкладки, аналогичные тем, которые приведены выше, применительно к случаю возрастающих линейных предельных издержек производства. Будем, как и ранее, предполагать линейность функции рыночного спроса.

Функция спроса (6.4) задает выражение для предельной выручки фирмы, которая в соответствии с правилом максимизации прибыли будет равна предельным издержкам:

$$MR = a - 2bq_{res}^1 - b(n-1)q_i^0 = MC = cq_{res}^1 + d,$$

откуда:

$$q_{res}^1 = \frac{a-d}{2b+c} - \frac{b(n-1)}{2b+c} q_i^0.$$

Подставляя полученный объем выпуска q_{res}^1 в выражение для цены (6.4), определяем значение оптимальной цены с точки зрения отдельной фирмы:

$$\begin{aligned} P_1 &= a - bq_{res}^1 - b(n-1)q_i^0 = \\ &= a - \frac{(a-d)b}{2b+c} + \frac{b^2(n-1)}{2b+c} q_i^0 - b(n-1)q_i^0 = \\ &= \frac{ab+ac+bd}{2b+c} - \frac{b(n-1)(b+c)}{2b+c} q_i^0. \end{aligned}$$

Итак, если изначально фирма производила q_i^0 единиц продукции при цене P_0 , то, следуя условию максимизации прибыли, она станет производить теперь уже q_{res}^1 единиц продукции, назначая цену P_1 . Но поскольку все фирмы в отрасли принимают такое же решение о цене на свою продукцию, постольку по такой цене данная фирма уже может продать q_i^1 единиц продукции (6.3):

$$\begin{aligned} q_i^1 &= \frac{a}{bn} - \frac{P_1}{bn} = \frac{a}{bn} - \frac{ab+ac+bd}{bn(2b+c)} + \frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} q_i^0 = \\ &= \frac{a-d}{n(2b+c)} + \frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} q_i^0. \end{aligned}$$

Аналогичное соотношение будет наблюдаться между объемами производства отдельной фирмы любых двух соседних периодов:

$$q_i^t = \frac{a-d}{n(2b+c)} + \frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} q_i^{t-1}.$$

Таким образом, последующие итерации корректируют объем производства:

$$\begin{aligned} q_i^2 &= \frac{a-d}{n(2b+c)} + \frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} q_i^1 = \\ &= \frac{a-d}{n(2b+c)} + \frac{(a-d)(n-1)(b+c)}{n^2(2b+c)^2} + \left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^2 q_i^0, \\ q_i^3 &= \frac{a-d}{n(2b+c)} + \frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} q_i^2 = \frac{a-d}{n(2b+c)} + \frac{(a-d)(n-1)(b+c)}{n^2(2b+c)^2} + \\ &+ \frac{(a-d)(n-1)^2(b+c)^2}{n^3(2b+c)^3} + \left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^3 q_i^0 \end{aligned}$$

и т.д.

На t -й итерации объем выпуска составит:

$$\begin{aligned} q_i^t &= \frac{(a-d)}{n(2b+c)} \left[1 + \frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} + \dots + \left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^{t-1} \right] + \\ &+ \left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^t q_i^0 = \frac{(a-d)}{n(2b+c)} \left[\frac{1 - \left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^t}{1 - \frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)}} \right] + \left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^t q_i^0 = \\ &= \frac{(a-d)}{b(n+1)+c} \left[1 - \left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^t \right] + \left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^t q_i^0. \end{aligned}$$

С течением времени, когда $t \rightarrow \infty$, множитель $\left(\frac{(n-1)(b+c)}{n(2b+c)} \right)^t$ при перво-

начальном объеме стремится к нулю, поскольку дробь в скобках меньше единицы. Следовательно, объем производства фирмы-монополистического конкурента стремится к величине:

$$q_i^* = \lim_{t \rightarrow \infty} q_i^t = \frac{a-d}{b(n+1)+c}. \quad (6.7)$$

Предположим, в качестве примера, что на рынке действуют 20 фирм, выпускающих дифференцированную продукцию, и общее количество фирм на рынке неизменно. Между ними существует монополистическая конкуренция по Чемберлину. Общие издержки фирм описываются одинаковыми функциями: $TC_i = 5q_i^2 + 5q_i + 0,01$, где q_i — объем выпуска отдельной фирмы, $i = \{1, \dots, 20\}$. Рыночный спрос задан функцией: $Q = 8 - P$, где Q — объем выпуска отрасли, P — рыночная цена. Объем производства фирмы-монополистического конкурента, который определяется формулой (6.7), в данном примере, с учетом того, что $a=8$, $b=1$, $c=10$, $d=5$, $n=20$,

составит: $q_i^* = \frac{3}{31}$.

Рассмотрим теперь процесс перехода к долгосрочному равновесию в модели Чемберлина.

Вначале проанализируем случай постоянных предельных издержек. Пусть, например, технология производства i -й фирмы описывается следующей зависимостью между объемами используемого труда (l_i) и выпускаемой продукции, представляющей собой обратную производственную функцию:

$$l_i = \alpha + \beta q_i. \quad (6.8)$$

Тогда при ставке заработной платы w издержки производства будут представлять собой следующую функцию его объема:

$$TC_i = (\alpha + \beta q_i)w = \alpha w + \beta w q_i. \quad (6.9)$$

Здесь $FC_i = \alpha w$ — постоянные издержки, $VC_i = \beta w q_i$ — переменные издержки, $MC_i = \beta w = const$ — предельные издержки. За счет наличия фиксированных затрат при постоянных предельных издержках средние издержки при этом будут представлять собой убывающую зависимость от объема производства:

$$AC_i = \frac{\alpha w}{q_i} + \beta w.$$

Предположим, что изначально прибыль, которая описывается функцией:

$$PR_i = pq_i - (\alpha + \beta q_i)w, \quad (6.10)$$

представляет собой положительную величину. Положительная экономическая прибыль репрезентативной фирмы проиллюстрирована на рисунке 6.5.

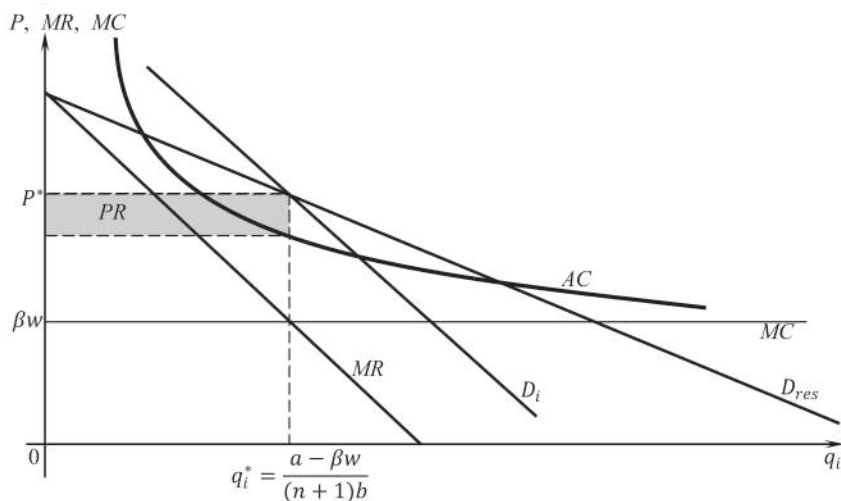


Рис. 6.5. Модель Чемберлина: экономическая прибыль
(случай постоянных предельных издержек)

Свободный вход конкурентов на рынок при положительной прибыли будет сдвигать остаточный спрос фирмы вниз до тех пор, пока он не станет касательной к графику средних издержек при оптимальном объеме производства фирмы, когда уже исчезает экономическая прибыль (6.1)–(6.2), а с ней и стимулы ко входу новых фирм в отрасль (рис. 6.6). При этом возросшее количество фирм на рынке (n^*) будет определять новый выпуск репрезентативной фирмы, который станет равновесным в долгосрочном аспекте.

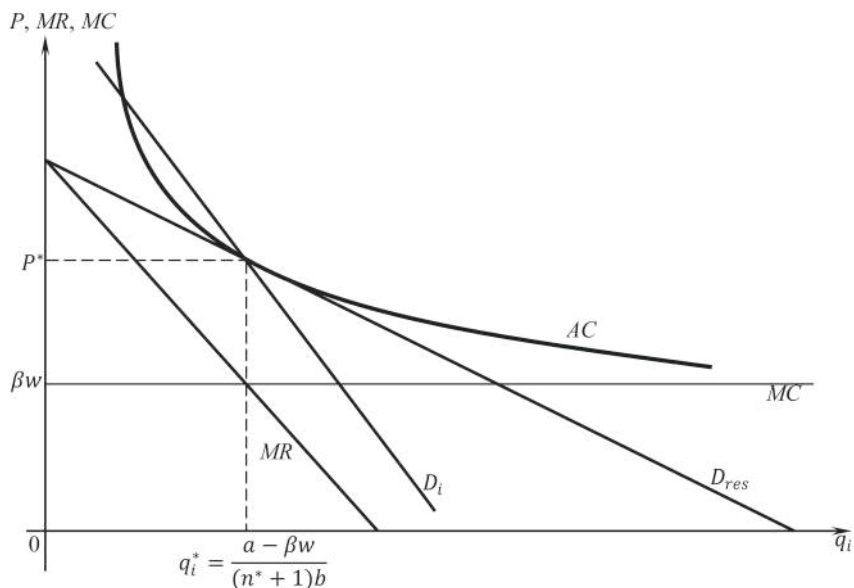


Рис. 6.6. Модель Чемберлина: переход к долгосрочному равновесию при свободном входе фирм на рынок (случай постоянных предельных издержек)

При возрастающих предельных издержках средние издержки будут уже иметь U-образный вид. Их минимум будет соответствовать объему производства при совершенной конкуренции в долгосрочном аспекте (q_i^c). Поэтому в результате увеличения количества фирм в отрасли до величины n^* , вызванного наличием положительной экономической прибыли (рис. 6.7), сдвиг вниз остаточного спроса репрезентативной фирмы до касания с графиком средних издержек приводит к установлению долгосрочного равновесия фирмы (рис. 6.8), при котором будет наблюдаться избыток производственных мощностей в размере $(q_i^c - q_i^*)$, а платой за продуктивное разнообразие станет превышение оптимальной цены, назначаемой фирмой-монополистическим конкурентом, над уровнем цены, который установился бы в условиях совершенной конкуренции в долгосрочном аспекте $(P^* - P_c)$.

6.2. Модель монополистической конкуренции Чемберлина

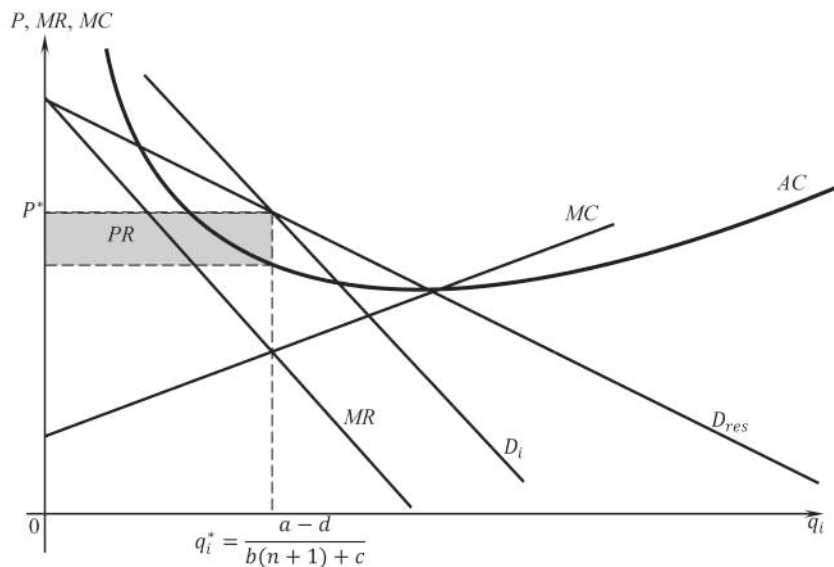


Рис. 6.7. Модель Чемберлина: переход к долгосрочному равновесию при свободном входе фирм на рынок (случай постоянных предельных издержек)

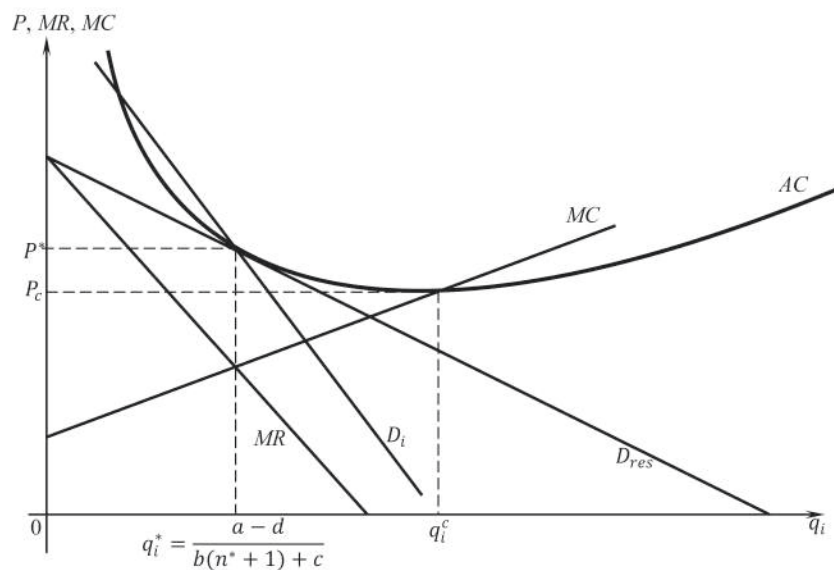


Рис. 6.8. Модель Чемберлина: переход к долгосрочному равновесию при свободном входе фирм на рынок (случай возрастающих предельных издержек)

6.3. Модель монополистической конкуренции Диксита—Стиглица

Рассмотрим теперь упрощенную стилизованную модель монополистической конкуренции, изначально сформулированную А. Дикситом и Дж. Стиглицем¹, которая опирается на модель Чемберлина, но несколько по-иному иллюстрирует установление долгосрочного равновесия и соответствующего ему количества производителей на рынке.

Пусть экономическая система представлена некоторой отраслью, производящей n дифференцированных продуктов, являющихся близкими заменителями друг другу, и сектором, охватывающим производство всех остальных товаров. Допустим, что в данной хозяйственной системе присутствуют L идентичных потребителей — домашних хозяйств, которые тратят фиксированную часть своего дохода, равную M , на дифференцированную продукцию данной отрасли.

Предположим, что предпочтения каждого из потребителей относительно товаров, составляющих широкую отрасль дифференцированной продукции, описываются функцией CES (1.156). Тогда функции индивидуального потребительского спроса на каждую из разновидностей товара, которые в совокупности составляют всю дифференцированную продуктовую группу и которые можно трактовать как специфические бренды, присутствующие на широком рынке, охватывающем схожие по потребительским свойствам блага, будут иметь вид (1.158).

При этом выражение $\sum_{i=1}^n p_i^{1-\delta}$, где $\delta = \frac{1}{1-\phi}$ — эластичность замещения

между продуктами, присутствующее в знаменателе функции маршаллианского спроса (1.158), можно трактовать как уровень цен (p) на данный дифференцированный продукт. Тогда индивидуальную функцию спроса можно представить в следующем виде:

$$x_i^m = \frac{M}{p_i^\delta \cdot p}, i = 1, \dots, n.$$

Соответственно рыночный спрос на каждую разновидность дифференцированного блага будет иметь вид:

$$x_i = \frac{L \cdot M}{p_i^\delta \cdot p}, i = 1, \dots, n.$$

¹ Dixit A. K., Stiglitz J. E. Monopolistic competition and optimum product diversity // The American Economic Review. 1977. Vol. 67. № 3.

Будем рассматривать ситуацию, когда выпуск каждой i -й разновидности рассматриваемого агрегированного дифференцированного продукта осуществляется единственным производителем, т.е. данная отрасль функционирует в условиях монополистической конкуренции. Тогда совокупное, рыночное потребление i -го продукта будет совпадать с объемом его производства на данной единственной фирме:

$$q_i = x_i = \frac{L \cdot M}{p_i^\delta \cdot p}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Индексы фирм и продуктов, а также их количества будут совпадать.

Если объем потребления каждого товара (x_i) составляет малую долю совокупного потребления данного дифференцированного блага, и эластичность замещения между данными его разновидностями и их количество достаточно высоки, то влиянием изменения каждой из их цен (p_i) на общий уровень цен в данной отрасли (p) можно пренебречь. Тогда совокупный доход потребителей, расходуемый на потребление данного агрегированного дифференцированного товара, в реальном выражении

$\left(L \cdot \frac{M}{p} \right)$ будет величиной постоянной, и, поскольку функция спроса будет

иметь степенной вид, постольку ее (прямая) ценовая эластичность будет равна показателю степени¹ — эластичности замещения между продуктами, взятой со знаком минус:

$$E_{p_i}^{x_i} = \frac{1}{\phi - 1} = -\delta. \quad (6.11)$$

В логике модели Чемберлина оценивающий таким образом эластичность спроса на свою продукцию монополистический конкурент рассуждает исходя из кривой остаточного спроса D_{res} .

Предположим далее, что технология производства каждой фирмы может быть задана линейной зависимостью (6.8) между объемами используемого труда (l_i) и выпускаемой продукцией (q_i). Соответственно, издержки производства будут так же, линейно зависеть от объема выпускаемой продукции (6.9), причем предельные издержки будут представлять собой постоянную величину, не зависящую от объема выпуска: $MC_i = \beta w = const$.

Каждая фирма-монополистический конкурент, максимизируя свою прибыль (6.10), будет руководствоваться принципом равенства предельного дохода и предельных издержек. Предельная выручка может быть вы-

¹ См. параграф 1.4 темы 1 «Теория потребительского поведения и спроса».

ражена через коэффициент эластичности спроса (1.56), используя рассчитанное выше его значение (6.11) следующим образом:

$$MR_i = p_i \left(\frac{1}{E_{p_i}^{q_i}} + 1 \right) = p_i \frac{(\delta - 1)}{\delta} = p_i \varphi.$$

Тогда условие максимизации прибыли принимает вид:

$$MR_i = p_i \frac{(\delta - 1)}{\delta} = p_i \varphi = MC_i = \beta w.$$

Таким образом, условие максимизации прибыли с учетом эластичности рыночного спроса (6.11) позволяет рассчитать оптимальное с точки зрения фирмы монополистического конкурента соотношение между рыночной ставкой заработной платы и уровнем цены на продаваемую продукцию:

$$p_i = \frac{\beta w}{\varphi} = \frac{\beta \delta w}{\delta - 1}. \quad (6.12)$$

В условиях свободного входа на рынок экономическая прибыль фирмы, работающей в условиях монополистической конкуренции, (6.10) будет падать до нуля:

$$PR_i = p_i q_i - (\alpha + \beta q_i) w = 0. \quad (6.13)$$

Объединяя условия максимизации прибыли (6.12) и долгосрочного равновесия (6.13)

$$\begin{aligned} q_i (p_i - \beta w) - \alpha w &= q_i \left(\frac{\beta w}{\varphi} - \beta w \right) - \alpha w = q_i \beta w \frac{(1 - \varphi)}{\varphi} - \alpha w = \\ &= w \left(\frac{q_i \beta (1 - \varphi)}{\varphi} - \alpha \right) = 0, \end{aligned}$$

можно рассчитать объем производства фирмы, определяемый параметрами технологии производства и эластичности замещения между продуктами монополистических конкурентов:

$$q_i = \frac{\alpha \varphi}{\beta (1 - \varphi)} = \frac{\alpha (\delta - 1)}{\beta}. \quad (6.14)$$

Поскольку монополистический конкурент является единственным поставщиком товара данной разновидности ($q_i = x_i$), постольку, зная число

покупателей на рынке (L), тем самым можно определить объем потребления данного блага каждым из них:

$$x_i^m = \frac{x_i}{L} = \frac{q_i}{L} = \frac{\alpha\varphi}{\beta(1-\varphi)L} = \frac{\alpha(\delta-1)}{\beta L}.$$

При этом совокупные денежные средства, потраченные потребителями на покупки всей номенклатуры дифференцированных товаров, будут формировать совокупную выручку их производителей, которую с учетом равновесных уровней цены (6.12) и объема производства (6.14) каждой фирмы можно записать в следующем виде:

$$L \cdot M = n \cdot p_i \cdot q_i = n \cdot \frac{\beta w}{\varphi} \cdot \frac{\alpha\varphi}{\beta(1-\varphi)} = \frac{n w \alpha}{1-\varphi} = n w \alpha \delta.$$

Это позволяет определить количество монополистических конкурентов, присутствующих в данной отрасли, охватывающей производство дифференцированной продуктовой линейки, и, соответственно, число их брендов, т.е. выпускаемых ими наименований продукции:

$$n = \frac{LM}{w\alpha\delta}.$$

6.4. Адресные модели монополистической конкуренции

Данный класс моделей предполагает, что продукция фирм-монополистических конкурентов дифференцирована по пространственному, территориальному принципу¹.

В модели «линейного» города Г. Хотеллинга² предполагается, что торговые точки размещены вдоль центральной магистрали. Пусть, для простоты, существуют только два магазина, размещенные в точках A и B , удаленных от концов города на расстояния, равные, соответственно, a и b (рис. 6.9). Магазины конкурируют между собой за покупателей, стараясь назначить наиболее выгодную цену на идентичный по своим качественным характеристикам торгуемый продукт. Кроме того, выбор потребителей обусловлен транспортной доступностью магазина. Обозначим через E точку на центральной магистрали города, в которой потребителю будет безразлично, в какой из магазинов отправиться за покупкой товара. Пусть

¹ Гальперин В. М., Игнатьев С. М., Моргунов В. И. Микроэкономика. СПб.: Экономическая школа, 1996. Т. 2.

² Гарольд Хотеллинг (1895–1973) — американский экономист и статистик.

этот пункт удален от магазина A на расстояние x , а от B — на расстояние y . Таким образом, общая протяженность города l может быть представлена как сумма указанных выше отрезков:

$$l = x + y + a + b.$$

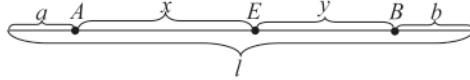


Рис. 6.9. «Линейный» город Хотеллинга

Предположим, что единица товара потребляется в единицу времени на каждой единице пространства (протяженности города). Обозначим через t удельные транспортные расходы (на одного покупателя на единицу пути). Тогда в точке равновесия покупателя E его издержки по совершению покупок в каждом из магазинов будут равны:

$$p_1 + tx = p_2 + ty,$$

где p_1 и p_2 — цены на товар, назначаемые, соответственно, в первом и втором магазинах.

Отсюда получаем выражения:

$$y = x + \frac{p_1 - p_2}{t}, x = y + \frac{p_2 - p_1}{t}.$$

Используя в них соотношение для протяженности города, приходим к величинам спроса для каждого магазина:

$$q_1 = x + a = \frac{1}{2} \left(l - a - b + \frac{p_2 - p_1}{t} \right) + a = \frac{1}{2} \left(l + a - b + \frac{p_2 - p_1}{t} \right),$$

$$q_2 = y + b = \frac{1}{2} \left(l - a - b + \frac{p_1 - p_2}{t} \right) + b = \frac{1}{2} \left(l - a + b + \frac{p_1 - p_2}{t} \right).$$

Допустим для простоты, что сбытовые издержки в каждом из магазинов равны нулю. Тогда прибыль каждого из магазинов будет совпадать с его валовой выручкой:

$$PR_1 = p_1 q_1 = p_1 \left(a + x \right) = \frac{1}{2} (l + a - b) p_1 - \frac{p_1^2}{2t} + \frac{p_1 p_2}{2t},$$

$$PR_2 = p_2 q_2 = p_2 (b + y) = \frac{1}{2} (l - a + b) p_2 - \frac{p_2^2}{2t} + \frac{p_1 p_2}{2t}.$$

Каждый из магазинов максимизирует свою прибыль, и в состоянии равновесия по Нэшу должны быть одновременно выполнены необходимые условия максимума данных функций:

$$\begin{cases} \frac{\partial PR_1}{\partial p_1} = \frac{l+a-b}{2} - \frac{p_1}{t} + \frac{p_2}{2t} = 0, \\ \frac{\partial PR_2}{\partial p_2} = \frac{l-a+b}{2} - \frac{p_2}{t} + \frac{p_1}{2t} = 0. \end{cases}$$

Решая данную систему, получаем выражения для равновесных оптимальных цен, назначаемых на товар в каждом из магазинов:

$$\begin{aligned} p_2^* &= \frac{t(3l-a+b)}{3} = t \left(l + \frac{b-a}{3} \right), \\ p_1^* &= \frac{p_2}{2} + \frac{t}{2}(l+a-b) = \frac{t}{2}l + \frac{t(b-a)}{6} + \frac{t}{2}l + \frac{t(a-b)}{2} = \\ &= tl + \frac{t(a-b)}{3} = t \left(l + \frac{a-b}{3} \right); \end{aligned}$$

а также для их объемов продаж:

$$\begin{aligned} q_1^* &= a+x = a + \frac{1}{2}(l-a-b) + \frac{p_2-p_1}{2t} = \\ &= \frac{1}{2}(l+a-b) + \frac{b-a}{3} = \frac{l}{2} + \frac{a-b}{6} = \frac{1}{2} \left(l + \frac{a-b}{3} \right), \\ q_2^* &= b+y = b + \frac{l}{2} - \frac{a}{2} - \frac{b}{2} + \frac{p_1-p_2}{2t} = \frac{l}{2} + \frac{b-a}{6} = \frac{1}{2} \left(l + \frac{b-a}{3} \right). \end{aligned}$$

Отметим, что достаточные условия максимума прибыли здесь выполняются:

$$\frac{\partial^2 PR_1}{\partial p_1^2} = \frac{\partial^2 PR_2}{\partial p_2^2} = -\frac{1}{t} < 0.$$

Пусть, например, на одной улице длиной 290 метров расположены 2 магазина с одинаковым ассортиментом. Жители могут дойти до каждого магазина только по этой улице. Первый магазин расположен на расстоянии 50 метров от левого края улицы, а второй — на расстоянии 20 метров от правого края улицы. Покупатели располагаются равномерно и покупают 1 единицу продукции в единицу времени, затрачивая 2 рубля на метр пути. Издержки производства и продажи равны 0. Тогда равно-

весные характеристики пространственной дифференциации продавцов будут следующими: $x = 10, y = 12$, а оптимальные цены и объемы продаж магазинов таковы: $p_1 = 60, p_2 = 56, q_1 = 15, q_2 = 14$.

В модели Хотеллинга каждый из магазинов будет стремиться переместиться ближе к центру города для того, чтобы увеличить свою долю рынка. Действительно, для первого магазина, чем больше будет значение величины a , тем значительней окажется величина спроса на продаваемый им продукт в состоянии равновесия q_1^* . Однако увеличение параметра a будет означать сокращение доли рынка, приходящейся на второй магазин. Оптимальной реакцией для него будет перемещение ближе к центру города и увеличение тем самым параметра b . Это ухудшит положение первого магазина, который в свою очередь продолжит передвижение к центру города, что приведет к дальнейшему увеличению значения a и т.д. Итак, в модели Хотеллинга магазины тяготеют к центру города, т.е. существует тенденция к минимальной пространственной дифференциации производителей.

Другой широко известной моделью пространственной дифференциации продукта является модель «города на окружности» С. Салопы¹, в которой предполагается, что все торговые точки располагаются по периметру города вдоль кольцевой магистрали либо вдоль берега озера (по берегу острова).

Будем для простоты предполагать единичную протяженность данной окружности: $2\pi R = 1$, где R — протяженность каждой из радиальных магистралей, простирающихся от центра города к его границе, либо расстояние от центра озера до набережной. Пусть на кольцевой магистрали (набережной) расположены N равноудаленных торговых точек. Расстояние между каждыми двумя соседними точками будет равно $\frac{1}{N}$.

Допустим далее, что население города — L домашних хозяйств — равномерно (с единичной плотностью) размещено вдоль данного торгового кольца. Предположение о взаимной удаленности соседних магазинов свидетельствует о том, что каждый покупатель отстоит от магазина на рас-

стояние не более $\frac{1}{2N}$. Тогда среднее расстояние, которое будут преодолевать покупатели, будет равно $\frac{(0 + \frac{1}{2N})}{2} = \frac{1}{4N}$. В оба конца — до магазина и обратно — оно составит $\frac{1}{2N}$.

¹ Стивен Салоп (р. 1946) — американский экономист.

Пусть каждый покупатель совершает одну покупку в магазине в день, а издержки перемещения для покупателя равны t денежным единицам на единицу расстояния. Тогда совокупные расходы на перемещение в городе представляют собой величину:

$$C_t = \frac{tL}{2N}.$$

Издержки продавца (C) представим как сумму постоянных (F) и переменных затрат, причем средние издержки постоянны и равны c : $C = F + cQ$, где Q – объем продукции, продаваемой в данном магазине. Поэтому общие расходы всех магазинов таковы:

$$C_g = Lc + NF.$$

С учетом издержек перемещения для населения совокупные общественные издержки торговли составят:

$$C = C_t + C_g = \frac{tL}{2N} + Lc + NF.$$

Продифференцировав совокупные общественные издержки по числу торговых точек:

$$\frac{\partial C}{\partial N} = -\frac{tL}{2N^2} + F = 0,$$

найдем оптимальное количество магазинов с социальной точки зрения (рис. 6.10):

$$N^* = \sqrt{\frac{tL}{2F}}.$$

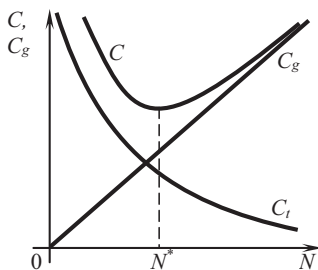


Рис. 6.10. Оптимальное число торговых точек

Рассчитаем равновесные цены и объемы продаж в торговых точках. Для этого поместим точку отсчета в месте расположения одного из магазинов. Тогда расстояние от нее до соседних торговых точек составит $\frac{1}{N}$. Пусть некоторый покупатель находится на расстоянии l от магазина, соответствующего точке отсчета (рис. 6.11).

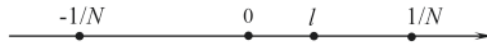


Рис. 6.11. Перемещение репрезентативного покупателя в модели Салоп

Тогда совокупные затраты покупателя на приобретение единицы товара (включая транспортные расходы) в магазине, расположенном в точке 0, составят: $C_0 = p_0 + 2tl$. Если он решит приобрести товар в соседнем магазине справа, то он затратит $C_1 = p_1 + 2t\left(\frac{1}{N} - l\right)$. Для «равновесного» потребителя, которому безразлично, в какой из торговых точек осуществить покупку, соответствующие затраты будут совпадать: $p_0 + 2tl^* = p_1 + 2t\left(\frac{1}{N} - l^*\right)$. Такой покупатель будет располагаться на расстоянии $l^* = \frac{1}{4t}\left(p_1 - p_0 + \frac{2t}{N}\right)$ от точки отсчета. Очевидно, что если цены в соседних магазинах равны между собой ($p_1 = p_0$), то он будет находиться в точке, соответствующей половине расстояния между магазинами: $l^* = \frac{1}{2N}$.

Поскольку клиентура расположена по обе стороны от магазина, постольку с учетом равномерного распределения населения функция спроса на услуги магазина, например, соответствующего точке отсчета, будет выглядеть так:

$$q_0 = \frac{L}{2t}\left(p_1 - p_0 + \frac{2t}{N}\right),$$

т.е.

$$p_0 = p_1 + \frac{2t}{N} - \frac{2t}{L}q_0.$$

Используя условие максимизации прибыли (рис. 6.12)

$$MR_0 = p_1 + \frac{2t}{N} - \frac{4t}{L}q_0 = MC_0 = c,$$

рассчитаем оптимальный объем продаж в данной торговой точке:

$$q_0^* = \frac{L}{4t} \left(p_1 + \frac{2t}{N} - c \right) = \frac{L}{2N} + \frac{L}{4t}(p_1 - c),$$

а также цену, назначаемую в данном магазине:

$$p_0^* = p_1 + \frac{2t}{N} - \frac{2t}{L} \frac{L}{2N} - \frac{2t}{L} \frac{L}{4t}(p_1 - c) = \frac{p_1}{2} + \frac{t}{N} + \frac{c}{2} = \frac{1}{2} \left(p_1 + c + \frac{2t}{N} \right).$$

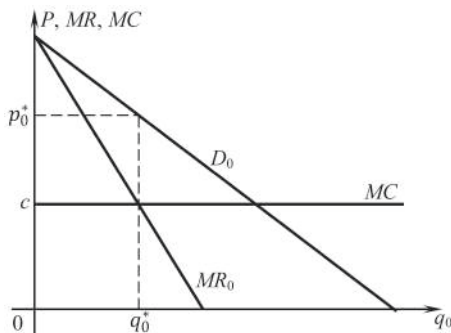


Рис. 6.12. Оптимизация параметров деятельности репрезентативной торговой точки

В условиях конкурентного равновесия, когда цены в магазинах одинаковы ($p_0 = p_1 = p^*$), имеем $p^* = \frac{p^*}{2} + \frac{1}{2} \left(c + \frac{2t}{N} \right)$, т.е.

$$p^* = c + \frac{2t}{N},$$

$$q^* = \frac{L}{2N} + \frac{L}{4t}c + \frac{L}{4t} \frac{2t}{N} - \frac{L}{4t}c = \frac{L}{N}.$$

В долгосрочной перспективе при свободном входе фирм на рынок экономическая прибыль репрезентативного магазина падает до нуля:

$$PR = p^* q^* - F - c q^* = \left(c + \frac{2t}{N} \right) \frac{L}{N} - F - \frac{cL}{N} = \frac{2tL}{N^2} - F = 0,$$

что позволяет рассчитать равновесное количество магазинов:

$$N = \sqrt{\frac{2tL}{F}} > N^*.$$

Таким образом, количество торговых точек в условиях долгосрочного равновесия (N) превышает оптимальное их число для общества в целом (N^*), т.е. в модели Салопы имеет место избыток дифференциации с социальной точки зрения.

Контрольные вопросы

1. В чем заключаются характерные особенности монополистической конкуренции как рыночной структуры? Как в рамках данной рыночной структуры сочетаются свойства, характерные для монополии и совершенной конкуренции?
2. Каковы условия максимизации прибыли фирмой-монополистическим конкурентом в краткосрочном и долгосрочном аспекте? Какую роль при этом играет функция остаточного спроса на продукцию фирмы? Подкрепите свой ответ графическими иллюстрациями.
3. Каковы принципы анализа эффективности и издержек монополистической конкуренции как рыночной структуры? Что такое избыток производственной мощности монополистического конкурента? Как можно измерить «плату за разнообразие» при монополистической конкуренции?
4. Опишите модель монополистической конкуренции Чемберлина. Проанализируйте аналитически и проиллюстрируйте графически механизм достижения устойчивого долгосрочного равновесия на рынке монополистической конкуренции в рамках данной модели. Покажите, что с увеличением количества фирм отраслевой выпуск при переходе к долгосрочному равновесию в модели Чемберлина будет приближаться к конкурентному.
5. В чем особенность адресных моделей монополистической конкуренции?
6. Как определяются равновесные цены и объемы продаж фирм в модели «линейного» города Хотеллинга?
7. Как рассчитываются равновесные цены и объемы продаж фирм в модели «города на окружности» Салопы? Как найти оптималь-

ное количество фирм с социальной точки зрения в рамках данной модели? Имеет ли место избыток дифференциации с социальной точки зрения в модели Салопа? Отличается ли равновесное количество фирм в условиях долгосрочного равновесия от оптимального их числа для общества в целом?

Т Е М А 7

Рынок труда

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- механизм формирования индивидуального и рыночного предложения труда;
- принцип производного спроса на факторы производства;
- значение предельного продукта и предельной доходности фактора в формировании спроса на него со стороны фирмы и отрасли;
- роль факторных цен в распределении ограниченных ресурсов;
- причины и последствия отклонений от совершенной конкуренции с точки зрения определения уровня заработной платы и объема занятости на рынке труда;
- роль эластичности предложения труда при определении характеристик деятельности монополии;
- особенности влияния различных форм государственного регулирования на параметры рынка труда в условиях совершенной и не совершенной конкуренции.

7.1. Выбор между трудом и досугом: механизм предложения труда

Модель выбора между трудовой деятельностью (L), приносящей доход, который впоследствии становится источником для приобретения товаров, и досугом (H) как экономическим благом описывает механизм индивидуального предложения рабочей силы.

Здесь функция потребительских предпочтений трактуется в широком смысле, когда объектом выбора являются не только предметы потребления, но и свободное время, досуг как экономическое благо $U(C, H)$, где $C = p_1^0 x_1^t + p_2^0 x_2^t$ – расходы на потребительские товары в реальном выражении, рассчитанные в ценах базисного периода.

При такой записи предпочтений карту безразличия работника можно изобразить в координатах «досуг–потребление», причем функция полезности работника будет возрастать по каждой из данных координат (рис. 7.1).

При этом труд выступает для потребителя как отказ от использования досуга – вынужденная необходимость, неизбежная жертва времени, сил и средств, а значит, как благо с отрицательной полезностью, анти-благо. В силу ограничения по времени $L+H=T$, где T – совокупный (дневной) временной фонд жизнедеятельности индивида в часах (как правило, считается, что $T=24$), функция полезности потребителя как работника $U(C, H)$ может быть переписана в следующем виде: $U(C, T-L)$.

Поэтому система его предпочтений может быть проиллюстрирована альтернативным способом. Рисунок 7.2 демонстрирует характер труда как «антиблага»: один и тот же уровень потребления принесет индивиду большую полезность при меньших трудовых затратах ($U_3 > U_2 > U_1$). Кривые безразличия в координатах «труд–потребление» получаются из соответствующих кривых в координатах «досуг–потребление» зеркальным отображением вокруг вертикальной оси потребления с последующим сдвигом на 24 единицы (часа) вправо по горизонтальной оси (времени).

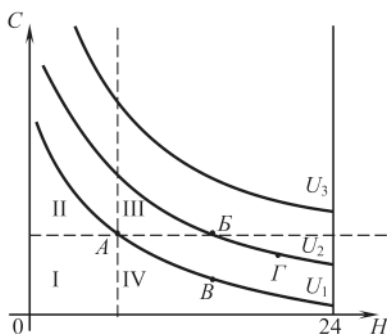


Рис. 7.1. Карта предпочтений работника в координатах «досуг–потребление»

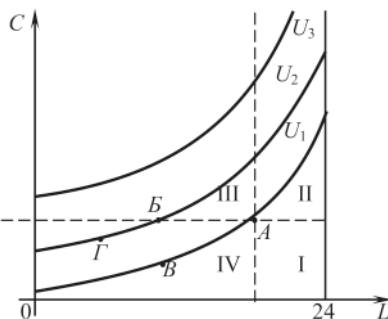


Рис. 7.2. Карта предпочтений работника в координатах «труд–потребление»

На участке ненасыщаемости потребления в координатах «досуг–потребление» кривая безразличия, лежащая выше и правее относительно начала координат, имеет большую полезность (рис. 7.1). Пусть набор B , лежащий на кривой безразличия U_2 , содержит такое же количество блага C , но большее количество H , по сравнению с набором A , расположенном на кривой безразличия U_1 . Значит, на участке ненасыщения в ко-

ординатах «досуг—потребление» $U(B) > U(A)$. Произвольный набор B на кривой безразличия U_1 эквивалентен A : $U(B) = U(A)$. Произвольный набор Γ на кривой безразличия U_2 эквивалентен B : $U(\Gamma) = U(B)$. Следовательно, $U(\Gamma) > U(B)$, т. е. любой набор на кривой безразличия U_2 предпочтительнее набора на кривой безразличия U_1 .

В координатах «труд—потребление» (рис. 7.2) в силу того, что росту значения H при замене переменной на $(24-L)$ будет соответствовать уменьшение величины L , картина симметрично отражается слева направо по отношению к ситуации, изображенной на рисунке 7.1: увеличение трудозатрат означает уменьшение уровня полезности. То есть в координатах «труд—потребление» больший уровень полезности будет соответствовать кривой безразличия, расположенной относительно выше и левее.

Кроме того, на участке ненасыщаемости кривые безразличия в координатах «досуг—потребление» отражают убывающую зависимость между C и H (рис. 7.1), а в координатах «труд—потребление» — возрастающую зависимость между C и L (рис. 7.2). Через произвольную точку A проведем две взаимно перпендикулярные прямые, параллельные координатным осям. На участке ненасыщения (рис. 7.1) наборы из III квадранта более предпочтительны, чем A , а из I квадранта менее предпочтительны, чем A , значит, точки, безразличные A , лежат во II и IV квадрантах. Следовательно, на рисунке 7.1 кривые безразличия отражают убывающую зависимость между количествами C и H . Поскольку повышению H отвечает снижение L при соответствующем росте уровня полезности, на рисунке 7.2 ситуация зеркально противоположна: количество C возрастает с ростом L при неизменном уровне полезности.

Максимизируя индивидуальную полезность, работник должен учитывать два типа ограничений — по времени: $H + L = \omega_T$, а также по финансовым средствам: $pC = wL + \omega_M$. Здесь L — продолжительность рабочего дня в часах; w — ставка заработной платы, ω_M — денежный доход помимо заработной платы, ω_T — совокупный (дневной) временной фонд жизнедеятельности человека (как правило, считается,

что $\omega_T = 24$), $p = \frac{p'_1 x'_1 + p'_2 x'_2}{p^0_1 x'_1 + p^0_2 x'_2}$ — индекс потребительских цен; C — рас-

ходы на товары в реальном выражении (в ценах базисного периода), т. е.

$$pC = \left(\frac{p'_1 x'_1 + p'_2 x'_2}{p^0_1 x'_1 + p^0_2 x'_2} \right) (p^0_1 x'_1 + p^0_2 x'_2) = p'_1 x'_1 + p'_2 x'_2 - \text{фактические расходы ин-}$$

дивида на потребительские товары.

Объединяя ограничения по времени и денежным средствам, получаем: $\omega_M + w(\omega_T - H) = pC$, или $\omega_M + w\omega_T = pC + wH$, где $\bar{M} = \omega_M + w\omega_T$ — полная величина дохода с учетом альтернативной стоимости совокупного запаса времени, $E = pC + wH$ — полная величина расходов, включающая альтернативную стоимость использования досуга. Если выразить объем

материальных благ: $C = \frac{\omega_M + 24w}{P} - \frac{w}{P}H$, то можно видеть, что реаль-

ная ставка заработной платы w/P как индивидуальная ценность работы по найму является альтернативной стоимостью свободного времени, досуга.

При заданной ставке заработной платы работник максимизирует функцию предпочтений, делая выбор между материальными благами C и досугом H при условии ограничений по времени и финансовым средствам, расходуемым на покупки потребительских благ:

$$\begin{aligned} \max_{C, H} U(C, H): \\ pC &= wL + \omega_M, \\ H + L &= \omega_T, \end{aligned} \quad (7.1)$$

где w — ставка заработной платы; L — продолжительность рабочего дня в часах, ω_T — совокупный (дневной) временной фонд жизнедеятельности человека.

Решая задачу связанной максимизации полезности (7.1), объединяем финансовое и временное ограничения ($pC = w(\omega_T - H) + \omega_M$) и переходим к исследованию на экстремум функции Лагранжа $\mathcal{L} = U(C, H) - \lambda(pC + wH - \omega_M - w\omega_T)$. Необходимое условие внутреннего оптимума потребителя ($H < \omega_T$) — это равенство нулю ее дифференциала:

$$\begin{aligned} d\mathcal{L} &= dU(C, H) - d(\lambda(pC + wH - \omega_M - w\omega_T)) = \\ &= dU(C, H) - (pC + wH - \omega_M - w\omega_T)d\lambda - \lambda d(pC + wH - \omega_M - w\omega_T) = \\ &= \frac{\partial U}{\partial C}dC + \frac{\partial U}{\partial H}dH - (pC + wH - \omega_M - w\omega_T)d\lambda - \lambda(pdC + wdH) = \\ &= \left(\frac{\partial U}{\partial C} - \lambda p\right)dC + \left(\frac{\partial U}{\partial H} - \lambda w\right)dH - (pC + wH - \omega_M - w\omega_T)d\lambda = 0. \end{aligned}$$

Равенство нулю дифференциала функции Лагранжа должно выполняться для любых значений дифференциалов независимых переменных

$dC, dH, d\lambda$, а значит, необходимое условие связанного максимума полезности представляет собой систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} = \frac{\partial U}{\partial C} - \lambda p = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H} = \frac{\partial U}{\partial H} - \lambda w = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -pC - wH + \omega_M + w\omega_T = 0. \end{cases}$$

Итак, индивидуальное равновесие в модели выбора между трудом и досугом представлено системой условий:

$$\begin{cases} MU_C = \lambda p, \\ MU_H = \lambda w, \\ pC = \omega_M + w\omega_T - wH. \end{cases}$$

Деление первого равенства на второе дает эквиваржинальный принцип оптимума потребителя, утверждающий, что предельная норма замещения потребительских расходов досугом в положении равновесия равна реальной ставке заработной платы (рис. 7.3)¹:

¹ Модель выбора между работой по найму, приносящей денежный доход, который расходуется на потребительские товары, и досугом как экономическим благом может рассматриваться в качестве частного случая модели Г. Беккера, включающей производственную деятельность внутри домохозяйства:

$$\begin{aligned} & \max_{y_i} U(y_1, \dots, y_l): \\ & L_i = a_i y_i, \quad x_i = g_i y_i; \\ & \sum_{i=1}^l p_i x_i = wL + \omega_M; \\ & \sum_{i=1}^l L_i + L = \omega_T, \end{aligned}$$

где y_i — производимые внутри домашнего хозяйства продукты конечного потребления, x_i — товары, покупаемые на рынке, $i = 1, \dots, l$; a_i , g_i — коэффициенты затрат времени и товаров на производство единицы товара y_i внутри домохозяйства; L_i — продолжительность неоплачиваемой трудовой деятельности i -го вида в быту, L — продолжительность рыночной трудовой деятельности, приносящей денежный доход и оплачиваемой по ставке w (Беккер Г.С. Человеческое поведение: экономический подход. М.: Изд-во ГУ ВШЭ, 2003). Объединяя финансовое и технологические условия модели, приходим к развернутому бюджетному ограничению: $\sum_{i=1}^l p_i x_i + w \sum_{i=1}^l L_i = \sum_{i=1}^l (p_i g_i + w a_i) y_i = w\omega_T + \omega_M$. Здесь

$$MRS_{HC} \equiv - \frac{dC}{dH} \bigg|_{U=const} = \frac{\partial U / \partial H}{\partial U / \partial C} = \frac{MU_H}{MU_C} = \frac{w}{p}. \quad (7.2)$$

Решая задачу выбора работника между свободным временем и расходами на потребление материальных благ (7.1), аналогично базовой теории потребительского выбора, можно получить маршаллианскую функцию спроса индивидуума на досуг и материальные блага как зависимости соответственно количества нерабочих часов в день, выбираемого индивидуумом, и потребляемых товаров от ставки заработной платы, уровня цен и нетрудового дохода:

$$H = H^m(w, p, \bar{M}), C = C^m(w, p, \bar{M}).$$

Аналогично базовой теории потребительского выбора (см. параграф 1.4), функция спроса, в частности на досуг, выводится на основе линии «цена—потребление», которая соединяет множество точек оптимума потребителя, возникающих при изменении ставки заработной платы и по-

$\pi_i = p_i g_i + w a_i$ представляет собой полную цену единицы товара y_i . Решая поставленную задачу связанной оптимизации, выписываем функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = U(y_1, \dots, y_l) - \lambda \left(\sum_{i=1}^l (p_i g_i + w a_i) y_i - w \omega_T - \omega_M \right). \text{ Условия оптимума имеют вид:}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_i} = \frac{\partial U}{\partial y_i} - \lambda \pi_i = 0, i = 1, \dots, l; \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = - \sum_{i=1}^l (p_i g_i + w a_i) y_i + w \omega_T + \omega_M = 0. \end{cases}$$

Из первых l равенств получаем эквиваргинальное условие: $\frac{MU_i}{MU_j} = \frac{\pi_i}{\pi_j}, i, j = 1, \dots, l; i \neq j$.

Оптимум в базовой модели предложения труда (7.2) окажется следствием модели Беккера, если представить последнюю в агрегированном виде с функцией полезности $U(C, H)$ и значениями технологических коэффициентов $g_C = 1, a_C = 0, g_H = 0,$

$a_H = 1$. Действительно, в таком случае получаем: $\frac{MU_H}{MU_C} = \frac{p_H g_H + w a_H}{p_C g_C + w a_C} = \frac{w}{p}$.

Возможно обобщение модели деятельности домашнего хозяйства как производителя на случай нелинейной технологии (ср.: Рошин С. Ю., Разумова Т. О. Экономика труда. — М.: Инфра-М, 2001):

$$\begin{aligned} & \max_{y_1, \dots, y_l} U(y_1, \dots, y_l): \\ & y_i = f(x_1, \dots, x_l, L_i, \dots, L_l); \\ & \sum_{i=1}^l p_i x_i = wL + \omega_M; \\ & \sum_{i=1}^l L_i + L + H = \omega_T. \end{aligned}$$

стоянстве общего уровня цен, денежного дохода, не связанного с трудовой деятельностью, и предпочтений индивидуума (рис. 7.3).

Задача распределения времени между трудом и досугом (7.1) представляет собой развитие модели выбора с учетом первоначальных запасов благ (1.124), где таковыми являются временной фонд жизнедеятельности человека (ω_T) и нетрудовой доход в реальном выражении (ω_M / P), который, в свою очередь, можно трактовать как стоимость активов индивидуума. Поэтому наряду с валовым спросом можно рассматривать и функции чистого спроса на досуг и материальные блага:

$$z_H = H^m(w, p, \bar{M}) - \omega_T, z_c = C^m(w, p, \bar{M}) - \frac{\omega_M}{p}.$$

В силу ограничения по времени очевидно, что чистый спрос на досуг является отрицательным. Поэтому чистый спрос на досуг, взятый с обратным знаком, как разность между временным фондом жизнедеятельности человека и валовым спросом на досуг, задает индивидуальную функцию (чистого) предложения рабочей силы, представляющую собой зависимость количества отработанных часов в день от ставки заработной платы, величины нетрудовых доходов и уровня цен, задающего стоимость потребления:

$$L_s = \omega_T - H^m(w, p, \bar{M}).$$

Таким образом, данная модель позволяет описать механизм индивидуального предложения рабочей силы. Продемонстрируем вывод функции предложения труда на числовом примере. Пусть функция полезности работника имеет вид: $U = CH$, где C — объем потребительских расходов в реальном выражении, H — свободное время. Работник, помимо заработной платы, располагает доходом в размере $\omega_M = 80$ и распределяет между трудом и досугом фонд времени, который составляет $\omega_T = 24$ (часа). Выведем его функцию предложения труда.

Объединяя ограничения по времени и финансовым ресурсам с учетом наличия у индивида дохода, помимо заработной платы ω_M , получаем его бюджетное ограничение: $pC = w(24 - H) + \omega_M$, где w — почасовая ставка заработной платы, p — уровень цен.

Используя эквимаржинальный принцип (7.2), в соответствии с которыми

$$MRS_{CH} \equiv - \frac{dC}{dH} \Big|_{U=const} = \frac{MU_H}{MU_C} = \frac{C}{H} = \frac{w}{p},$$

т.е. $C = \frac{w}{p}H$, и подставляя это условие в объединенное бюджетное ограничение $wH = -wH + 24w + \omega_M$, получаем функцию спроса на досуг:

$$\begin{cases} H = 12 + \frac{\omega_M}{2w} \text{ при } w \geq \frac{\omega_M}{24}, \\ H = 24 \text{ при } 0 \leq w < \frac{\omega_M}{24}. \end{cases}$$

Применяя ограничение по времени, приходим к искомой функции предложения труда:

$$\begin{cases} L = 12 - \frac{\omega_M}{2w} \text{ при } w \geq \frac{\omega_M}{24}, \\ L = 0 \text{ при } 0 \leq w < \frac{\omega_M}{24}. \end{cases}$$

Поскольку задача распределения времени между трудом и досугом представляет собой развитие модели выбора с учетом первоначальных запасов благ, где таковыми являются временной фонд жизнедеятельности человека (ω_T) и нетрудовой доход в реальном выражении (ω_M / P), который, в свою очередь, можно трактовать как стоимость активов индивида, постольку функция предложения индивидуальной рабочей силы формируется под влиянием эффектов замещения (SE), дохода (IE) и богатства, или первоначального запаса (WE). Докажем это, выписав уравнение Слуцкого применительно к данной модели.

Симметричная, или взаимная, по отношению к связанной максимизации полезности (7.1) задача минимизации совокупных расходов потребителя как работника при условии достижения заданного уровня полезности будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} \min_{C, H} (pC + wH): \\ U(C, H) = \bar{U}. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Решая данную задачу минимизации расходов работника, можно получить функции компенсированного спроса на досуг $H = H^h(p, w, \bar{U})$ и материальные блага $C = C^h(p, w, \bar{U})$. Подставляя эти функции условного спроса по Хиксу в выражение потребительских затрат, можно получить функцию расходов работника, аргументами которой будут являться ставка заработной платы, уровень цен и заданный уровень полезности:

$$E(p, w, \bar{U}) = pC(p, w, \bar{U}) + wH(p, w, \bar{U}).$$

С учетом данной функции расходов лемма Шепарда (1.77) применительно к теории выбора между доходом и досугом будет выглядеть так:

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dw} &= H(p, w, \bar{U}), \\ \frac{dE}{dp} &= C(p, w, \bar{U}).\end{aligned}$$

Дифференцируя тождество (1.95) соответственно по w и p , учитывая тождество (1.92) и применяя лемму Шепарда, получаем уравнения Служащего применительно к теории выбора между доходом и досугом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H^m(w, p, \bar{M})}{\partial w} &= \frac{\partial H^h(p, w, \bar{U})}{\partial w} - \frac{\partial H^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot H^m(w, p, \bar{M}) = \\ &= \frac{\partial H^h(p, w, \bar{U})}{\partial w} - \frac{\partial H^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot (z_H + \omega_T) = \\ &= \frac{\partial H^h(p, w, \bar{U})}{\partial w} + \frac{\partial H^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot L_S - \frac{\partial H^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot \omega_T, \\ \frac{\partial C^m(w, p, \bar{M})}{\partial p} &= \frac{\partial C^h(p, w, \bar{U})}{\partial p} - \frac{\partial C^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot C^m(w, p, \bar{M}) = \\ &= \frac{\partial C^h(p, w, \bar{U})}{\partial p} - \frac{\partial C^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot \left(z_C + \frac{\omega_M}{p}\right) = \\ &= \frac{\partial C^h(p, w, \bar{U})}{\partial p} - \frac{\partial C^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot z_C - \frac{\partial C^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot \left(\frac{\omega_M}{p}\right),\end{aligned}$$

где $\frac{\partial H^m}{\partial w}$ — эффект изменения ставки заработной платы при фиксированных финансовых ресурсах потребителя, $\frac{\partial C^m}{\partial p}$ — эффект изменения уровня цен при фиксированных финансовых ресурсах потребителя, $\frac{\partial H^h}{\partial w}$ и $\frac{\partial C^h}{\partial p}$ — эффекты замещения, $\left(L_S \frac{\partial H^m}{\partial \bar{M}}\right)$ и $\left(-z_C \frac{\partial C^m}{\partial \bar{M}}\right)$ — чистые эффекты дохода, $\left(\omega_T \frac{\partial H^m}{\partial \bar{M}}\right)$ и $\left(\frac{\omega_M}{p} \cdot \frac{\partial C^m}{\partial \bar{M}}\right)$ — эффекты богатства соответственно для наемного работника — продавца рабочей силы и для поставщика ликвид-

ных ресурсов, последний из которых проявляется как эффект реальных кассовых остатков.

Опираясь на соотношение между валовым и чистым спросом на потребительские блага:

$$C^m(w, p, \bar{M}) = z_c(w, p, \bar{M}) + \frac{\omega_M}{p},$$

из которого следует, что влияние изменения ставки заработной платы на валовой спрос можно разложить на эффект ставки заработной платы при фиксированных финансовых ресурсах потребителя относительно чистого спроса на предметы потребления и эффект переоценки запаса денежных средств в реальном выражении:

$$\frac{\partial C^m(w, p, \bar{M})}{\partial p} = \frac{\partial z_c(w, p, \bar{M})}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\omega_M}{p} \right) = \frac{\partial z_c(w, p, \bar{M})}{\partial p} - \frac{\omega_M}{p^2}.$$

Поэтому уравнение Слуцкого для потребительских благ можно переписать с точки зрения эффекта изменения ставки заработной платы на чистый спрос при фиксированных финансовых ресурсах индивидуума:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_c(w, p, \bar{M})}{\partial p} = \\ \frac{\partial C^h(p, w, \bar{U})}{\partial p} - \frac{\partial C^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot z_c - \frac{\partial C^m(w, p, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot \left(\frac{\omega_M}{p} \right) + \frac{\omega_M}{p^2}. \end{aligned}$$

Эффект реальных кассовых остатков здесь будут отражать последние два слагаемые в правой части данного уравнения Слуцкого.

Для того чтобы проиллюстрировать графически влияние эффектов замещения, дохода и богатства на предложение труда, рассмотрим изменение, например, повышения ставки заработной платы (рис. 7.3).

Поскольку свободное время является нормальным благом, эффекты дохода и замещения сонаправлены¹. Величина общего эффекта изменения цены рабочей силы (отрезок $[H_2H_1]$ на рис. 7.3) складывается из трех эффектов: замещения $[H_3H_1]$, возникающего за счет относительного удорожания досуга; дохода $[H_4H_3]$, проистекающего из снижения покупательной способности человека с учетом потребления досуга; и богатства $[H_4H_2]$, имеющего своим источником повышение потенциальной стоимости временного фонда жизнедеятельности человека. Знак общего эффекта

¹ Если для трудолюбивого индивида досуг является благом низшего порядка, то действие эффектов дохода и замещения будет противоположно по направлению.

Эффекты замещения, дохода и богатства
при росте ставки заработной платы

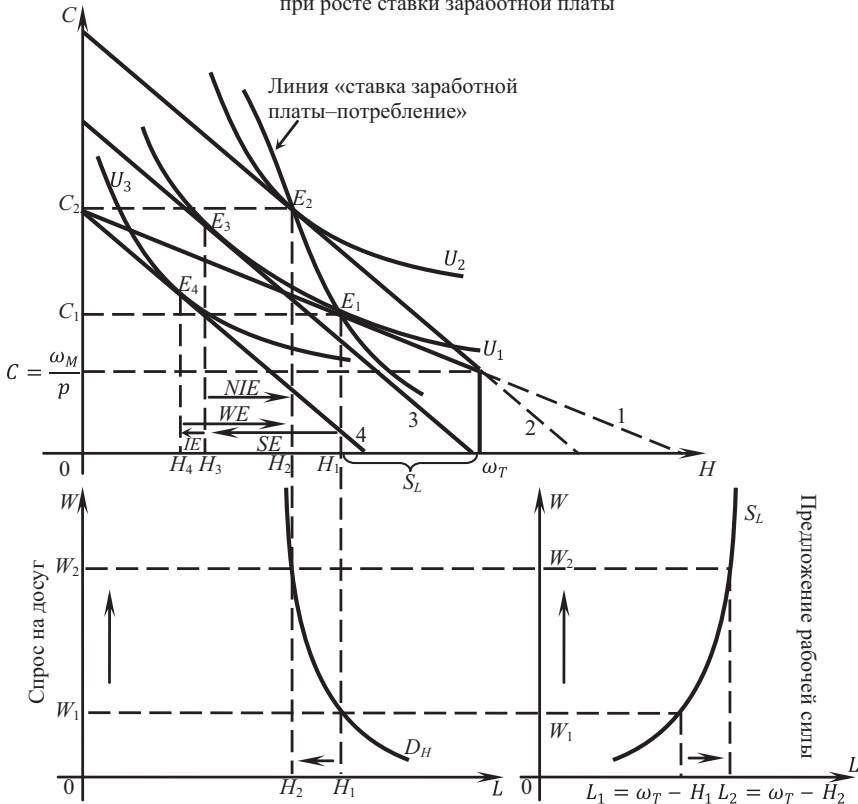


Рис. 7.3. Выбор между потреблением товаров и досугом:
индивидуальное предложение труда

определяет направление монотонности функции предложения труда. Она является возрастающей, если эффекты замещения и дохода превышают эффект богатства и общий эффект противоположен по направлению к изменению ставки заработной платы. Возможна и противоположная ситуация, когда эффект богатства перекрывает эффекты замещения и дохода, общий эффект сонаправлен изменению ставки заработной платы. При этом функция предложения труда будет убывающей.

Отметим, что, несмотря на то что у индивидуальной линии предложения труда может присутствовать убывающий участок, рыночное предложение труда как горизонтальная сумма индивидуальных функций,

как правило, будет возрастающим, поскольку для большинства работников эффект богатства не настолько велик, чтобы заставить их работать меньше при увеличении ставки заработной платы.

Поскольку первоначальный запас денег в реальном выражении зафиксирован $\left(\frac{\omega_M}{p}\right)$, постольку общий эффект изменения уровня цен также

можно разложить на следующие три составляющие: эффект замещения, эффект дохода в узком смысле как изменение покупательной способности запаса денег в реальном выражении и эффект богатства, который проявляется как эффект реальных кассовых остатков — изменение их стоимости в текущих ценах (рис. 7.4).

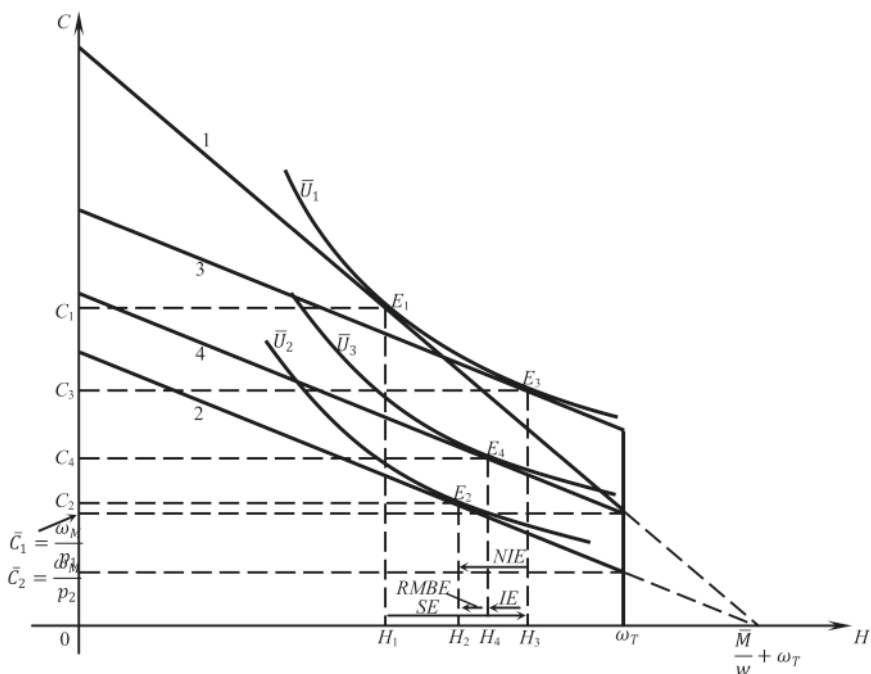


Рис. 7.4. Эффекты замещения, дохода и реальных кассовых остатков при росте уровня цен

В частности, при повышении уровня цен ($p_2 > p_1$) первоначальное бюджетное ограничение (№ 1) $p_1 C + wH = p_1 \left(\frac{\omega_M}{p_1}\right) + w\omega_T$, или

$C = \frac{\omega_M}{p_1} + \frac{w}{p_1} \omega_T - \frac{w}{p_1} H$, поворачивается против часовой стрелки вокруг точки пересечения с горизонтальной осью $\left(\frac{\omega_M}{w} + \omega_T, 0\right)$ в положение № 2 и принимает вид $p_2 C + wH = p_2 \left(\frac{\omega_M}{p_2}\right) + w\omega_T$, или $C = \frac{\omega_M}{p_2} + \frac{w}{p_2} \omega_T - \frac{w}{p_2} H$,

Соответственно общий эффект изменения цены потребительских благ характеризуется перемещением фактической, наблюдаемой точки оптимума потребителя от E_1 к E_2 . Эффект замещения отражается движением из исходной точки оптимума в точку E_3 касания с исходной кривой безразличия $\bar{U}_1$ виртуальной линии расходов № 3, угловой коэффициент которой определяется новым соотношением цен.

Бюджетное ограничение № 4 $p_2 C + wH = p_2 \left(\frac{\omega_M}{p_1}\right) + w\omega_T$, или $C = \frac{\omega_M}{p_1} + \frac{w}{p_2} \omega_T - \frac{w}{p_2} H$, соответствует ситуации, когда потребитель оценивает свои реальные ликвидные активы, отталкиваясь от первоначального уровня цен $\left(\frac{\omega_M}{p_1}\right)$, тогда как фактические цены уже повысились

до уровня p_2 . При этом, с точки зрения данного индивидуума, номинальная стоимость его реальных ликвидных активов повышается до уровня

$p_2 \left(\frac{\omega_M}{p_1}\right)$. Таким образом, бюджетное ограничение № 4 характеризует феномен «денежных иллюзий» покупателя. Переход из точки E_3 в точку

E_4 максимума полезности потребителя при вспомогательном бюджетном ограничении № 4 отражает эффект дохода в узком смысле как изменение покупательной способности исходной величины ликвидных активов индивидуума.

Соответственно, перемещение с бюджетного ограничения № 4 на итоговое, фактическое бюджетное ограничение № 2, показывает эффект «реальных кассовых остатков», когда индивидуум осознает, что становится беднее, поскольку при возросших ценах его ликвидные активы в реальном выражении дешевеют, тогда как их номинальная ценность остается прежней.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий эффекты замещения, дохода и реальных кассовых остатков при повышении общего уровня цен в мо-

дели выбора между доходом и досугом для предпочтений Кобба–Дугласа. Пусть функция полезности индивидуума имеет вид: $U = \sqrt{CH}$. Индивидуум располагает первоначальным запасом денег $\omega_M = 10$. Предположим, что уровень цен повышается от $p_1 = 1$ до $p_2 = 2$. Ставка заработной платы неизменна, ее уровень составляет $w = 5$.

Исходный оптимум потребителя таков: $H_1 = 13, C_1 = 65$. При этом индивидуальная полезность достигает уровня $U = \sqrt{845}$.

Конечный потребительский оптимум характеризуется координатами: $H_2 = 13, C_2 = 32,5$.

Третий, вспомогательный оптимум будет определяться касанием некоего гипотетического бюджетного ограничения и исходной кривой безразличия: $\sqrt{2,5}H_3 = \sqrt{845}, H_3 = \sqrt{338} \approx 18,38, C_3 = 2,5\sqrt{338} \approx 45,96$. Эффект замещения по Хиксу составит: $\Delta H = 5,38; \Delta C = -19,04$.

Эффект реальных кассовых остатков может быть определен с помощью четвертого оптимума, рассчитываемого на основе бюджетного ограничения: $2,5H_4 = 10 + 24 \cdot 2,5 - 2,5H_4$. Координаты этого оптимума будут таковы: $H_4 = 14, C_4 = 2,5 \cdot 14 = 35$. Валовой эффект дохода будет равен: $\Delta H = -4,38, \Delta C = -10,96$. Эффект реальных кассовых остатков составит: $\Delta H = -1, \Delta C = -2,5$. В совокупности валовой эффект дохода и эффект реальных кассовых остатков дают чистый эффект дохода: $\Delta H = -4,38 - 1 = -5,38 = 18,38 - 13, \Delta C = -10,96 - 2,5 = -13,46 = 32,5 - 45,96$.

7.2. Максимизация прибыли и спрос на труд в условиях совершенной конкуренции: краткосрочный аспект

Фирма представляет собой связующий институт между рынками факторов производства и готовой продукции (рис. 2.1). В этом смысле спрос на факторы производства — труд и капитал — является производным от спроса на конечный продукт, выпускаемый предприятиями, поскольку он зависит от спроса, а значит, и цены на готовую продукцию.

Рассмотрим механизм формирования спроса на труд в краткосрочном аспекте, когда неизменным остается количество хотя бы одного из используемых факторов производства. Для простоты рассмотрим ситуацию, когда переменным является только один фактор производства. Пусть в качестве такого единственного переменного фактора производства выступает труд, т.е. издержки на труд (wL) предполагаются переменными, а капитальные издержки (rK) — постоянными: $TC = wL + FC$.

Рассмотрим принципы максимизации фирмой прибыли с учетом влияния рынка фактора производства — труда:

$$\max_L PR = \max_L \{pQ - (wL + rK)\} = \max_L \{pQ - wL - FC\}.$$

Необходимое условие максимума прибыли представляет собой равенство нулю первой производной функции прибыли по объему переменного фактора — труда:

$$\frac{dPR}{dL} = p \frac{dQ}{dL} + \frac{dp}{dL} Q - \frac{dw}{dL} L - w = 0.$$

Сумма первых двух слагаемых в данном выражении представляет собой производную общего дохода фирмы по количеству применяемой ею рабочей силы:

$$\frac{dTR}{dL} = \frac{d(pQ)}{dL} = \frac{dTR}{dQ} \frac{dQ}{dL} = MR \cdot MP_L.$$

Эта производная представляет собой предельный доход, произведенный дополнительной единицей фактора производства, и называется предельной доходностью фактора производства MRP_L .

Сумма последних двух слагаемых в производной функции прибыли представляет собой производную общих издержек фирмы по количеству применяемого ею труда:

$$\frac{dTC}{dL} = \frac{d(wL + FC)}{dL} = \frac{d(wL)}{dL}.$$

Эта производная показывает издержки, которые несет фирма в случае найма дополнительной единицы фактора производства, и называется предельными издержками фактора производства MC_L .

Таким образом, если прибыль при определенном объеме выпуска достигает максимума и производная функции прибыли при данном объеме производства существует, то $MRP_L = MC_L$.

Существуют четыре возможных варианта сочетания структур на рынках факторов производства и готовой продукции:

1. Совершенная конкуренция и на рынке продукта, и на рынке труда: фирма будет воспринимать цену (ставку заработной платы) как величину, заданную рынком продукта (труда).
2. Несовершенная конкуренция на рынке продукции при совершенной конкуренции на рынке труда: фирма обладает рыночной властью на рынке продукта, но не может своим волевым решением оказать влияние на ставку заработной платы.

3. Совершенная конкуренция на рынке продукта и несовершенная конкуренция на рынке труда: фирма не обладает рыночной властью на рынке продукта, но способна оказывать влияние на уровень ставки заработной платы.
4. Несовершенная конкуренция и на рынке продукции, и на рынке труда: фирма обладает рыночной властью на продуктовом и ресурсном рынках.

Рассмотрим сначала первый случай — ситуацию совершенной конкуренции как на рынке готовой продукции, так и на рынке труда. Другими словами, фирма является «ценополучателем» и на рынке продукции:

$\frac{dp}{dQ} = 0$, а значит, $MR = p$, и на рынках факторов производства: $\frac{dw}{dL} = 0$, т.е.

$MC_L = AC_L = w$, где AC_L — это средние издержки на труд, равные его цене — ставке заработной платы.

Такая фирма воспринимает как экзогенно заданный уровень ставки заработной платы (w^*), устанавливаемый на рынке труда. Таким образом, в данных условиях предложение труда, с точки зрения отдельной фирмы, является абсолютно эластичным — оно представляет собой горизонтальную прямую линию, параллельную оси L (рис. 7.6).

В силу предпосылок о совершенной конкуренции на рынках готовой продукции и трудовых ресурсов средние два слагаемых в производной функции прибыли равняются нулю, поэтому необходимое условие ее максимума принимает вид:

$$\frac{dPR}{dL} = p \frac{dQ}{dL} - w = 0.$$

Произведение $p \frac{dQ}{dL}$ называется стоимостью предельного продукта

труда: $MVP_L = p \cdot MP_L$. Это средний доход, произведенный дополнительной единицей фактора производства. В условиях совершенной конкуренции на рынке готовой продукции выполняется равенство $MRP_L = MVP_L$, т. е. предельный доход от предельного продукта ресурса равен стоимости этого продукта.

Таким образом, предприятие, максимизирующее прибыль в условиях совершенной конкуренции как на рынке продукции, так и на рынке фактора производства, будет выбирать такой объем занятости, чтобы произведение предельного продукта работника на цену продукции фирмы равнялось рыночной ставке заработной платы:

$$w = p \frac{dQ}{dL} = p \cdot MP_L. \quad (7.4)$$

Итак, в условиях совершенной конкуренции на продуктовом и ресурсном рынках условие максимизации прибыли имеет вид:

$$w = AC_L = MC_L = MRP_L = MVP_L.$$

Другими словами, в условиях совершенной конкуренции на рынках продукции и ресурсов фирма оптимизирует свою деятельность, если выполнены следующие равносильные условия:

- цена фактора производства равна стоимости предельного продукта данного фактора;
- предельные издержки фактора производства равны стоимости предельного продукта фактора;
- цена фактора производства равна предельному доходу от предельного продукта фактора;
- предельные издержки фактора производства равны предельному доходу от предельного продукта фактора.

По-другому необходимое условие максимума прибыли в условиях совершенной конкуренции на рынке продукта и ресурса (7.4) можно сформулировать через равенство предельного продукта труда реальной ставке заработной платы:

$$MP_L = \frac{w}{p}.$$

Максимизацию прибыли на рынке фактора производства можно проиллюстрировать касанием линии изоприбыли с графиком производственной функции (рис. 7.5). Действительно, зафиксировав величину прибыли фирмы $\overline{PR} = pQ - wL - FC$, получаем функцию изоприбыли как линейную зависимость между объемом используемого труда и выпуском фирмы:

$$Q = \frac{\overline{PR} + FC}{p} + \frac{w}{p} L.$$

Точка пересечения графика изоприбыли с вертикальной осью (Q) равна выигрышу производителя в реальном выражении $\left(\frac{\overline{PR} + FC}{p} \right)$. Увеличение прибыли соответствует сдвигу данной линии

вверх. Максимизируя прибыль, предприятие будет переходить на самую высокую из линий изоприбыли, которые являются доступными для него с точки зрения технологии производства TP_L . Угловой коэффициент ли-

нии изоприбыли равен реальной ставке заработной платы $\left(\frac{w}{p}\right)$. В точке

максимума прибыли таким же будет и тангенс угла наклона касательной (MP_L) к графику производственной функции. Следовательно, в точке максимума прибыли линия изоприбыли должна быть параллельна касательной к графику производственной функции и, кроме того, у этих графиков должна быть общая точка. Таким образом, в условиях максимизации прибыли линия изоприбыли будет касательной к графику производственной функции (рис. 7.5).

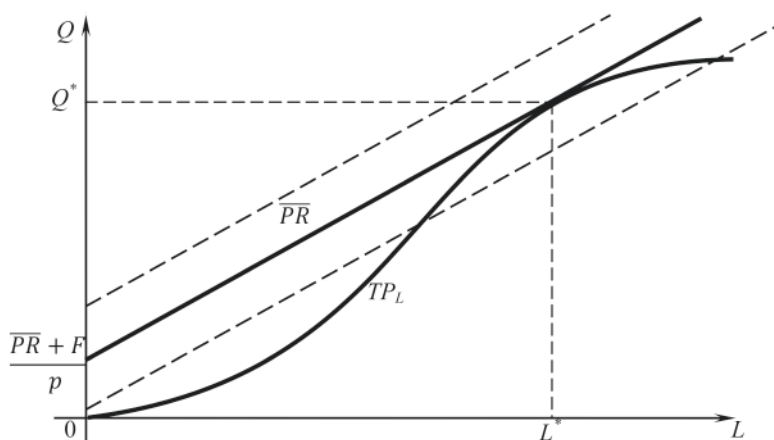


Рис. 7.5. Максимизация прибыли в условиях совершенной конкуренции на рынке продукта и ресурса

Достаточное условие максимума функции прибыли состоит в ее строгой вогнутости:

$$\frac{d^2 PR}{dL^2} = p \frac{d^2 Q}{dL^2} < 0.$$

Так как рыночная цена на продукцию предприятия является величиной положительной ($p > 0$), получаем, что достаточное условие максимума прибыли заключается в отрицательности второй производной, или, другими словами, строгой вогнутости производственной функции:

$$\frac{d^2 Q}{dL^2} = MP'_L < 0.$$

Экономический смысл достаточного условия максимума прибыли состоит в том, что должен выполняться закон убывающей предельной производительности труда: каждый дополнительно отработанный человеко-час должен приносить увеличение выпуска продукции, однако с ростом затрат труда это увеличение становится все меньше и меньше (рис. 7.6).

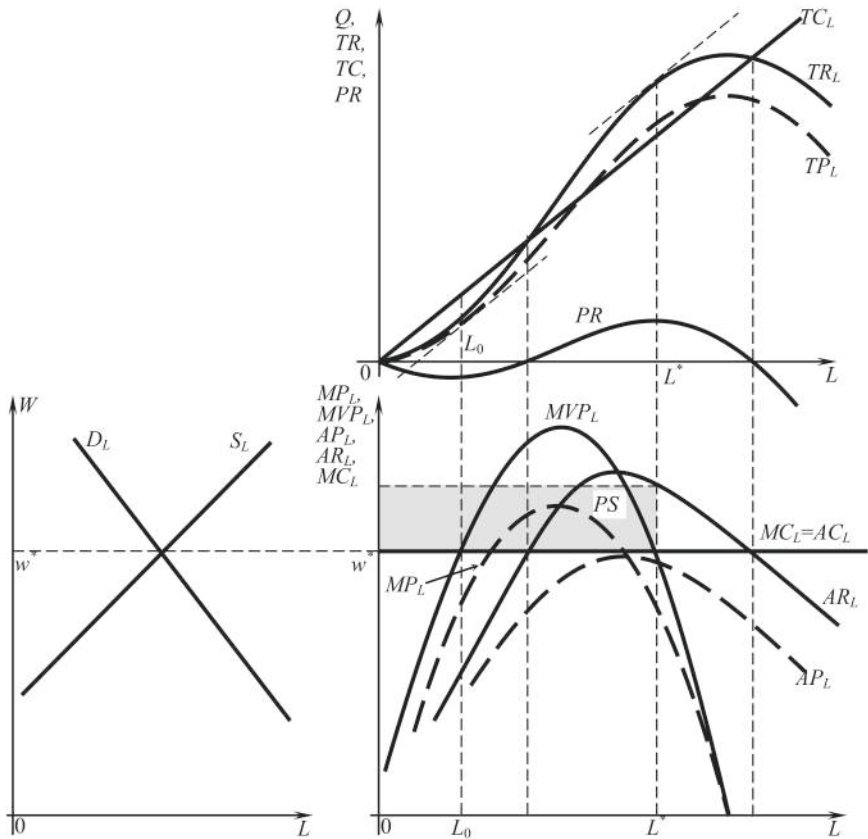


Рис. 7.6. Оптимизация занятости на конкурентной фирме

Итак, спрос фирмы на труд в условиях совершенной конкуренции на рынке продукции и данного фактора производства задается убывающим участком функции предельного продукта труда в денежном выражении.

Приведем числовой пример индивидуальной функции спроса на труд отдельного предприятия. Пусть в краткосрочном периоде производственная функция фирмы, являющейся совершенным конкурентом на рынках факторов производства и готовой продукции, имеет вид $Q = 2\sqrt{L}$. Предположим, что цена единицы продукции фирмы равна 2. Продифференцировав производственную функцию данного предприятия, получаем его предельный продукт труда: $MP_L = \frac{1}{\sqrt{L}}$. Если рынки и продукта, и труда конкурентны, то предельная доходность труда, которая составляет $MRP_L = p \cdot MP_L = \frac{p}{\sqrt{L}}$, равна рыночной ставке зарплаты, а значит, функция спроса предприятия на рабочую силу имеет вид¹: $L = \left(\frac{p}{w}\right)^2$.

Изучим теперь свойства спроса фирмы на труд в условиях совершенной конкуренции на рынках продукта и ресурса. Прежде всего, фактором, который влияет на спрос фирмы на труд, является изменение ставки зарплаты: с ростом рыночной ставки заработной платы спрос на работников сокращается. Происходит перемещение вдоль линии спроса на труд (рис. 7.7).

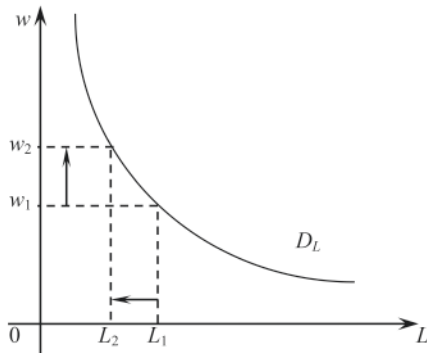


Рис. 7.7. Влияние ставки заработной платы на спрос фирмы на рабочую силу

Вторым фактором, определяющим спрос на работников, является изменение спроса и рыночной цены на продукцию фирмы. С увеличением рыночного спроса происходит сдвиг кривой спроса на труд и, следовательно, рост его величины (рис. 7.8).

¹ При этом краткосрочную функцию предложения фирмы $Q = \frac{2p}{w}$ можно получить подстановкой спроса на труд в производственную функцию.

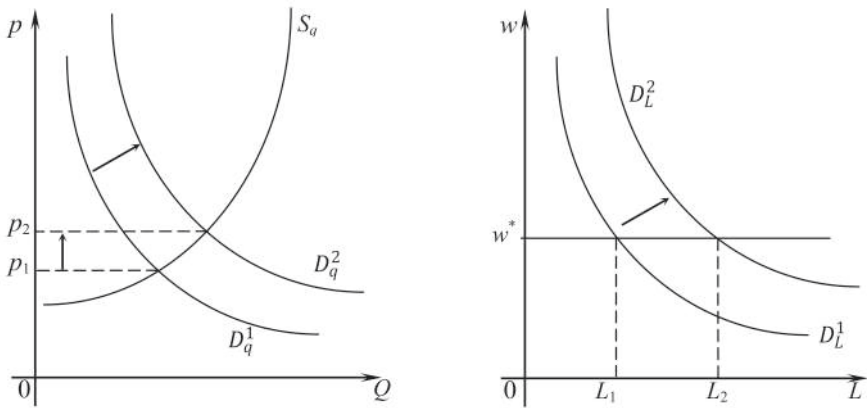


Рис. 7.8. Влияние изменения спроса на готовую продукцию на спрос на труд

Следующая причина, определяющая изменение спроса на труд, заключается в изменении производительности труда. Используя устоявшуюся терминологию, эту причину по-другому можно сформулировать как изменение в виде производственной функции предприятия. Напомним, что рабочая сила пока рассматривается как единственный переменный фактор производства. Влияние производительности труда на спрос на рабочую силу происходит следующим образом. С ростом предельной производительности труда происходит сдвиг кривой спроса на труд, под действием чего увеличивается и объем нанимаемой рабочей силы (рис.7.9).

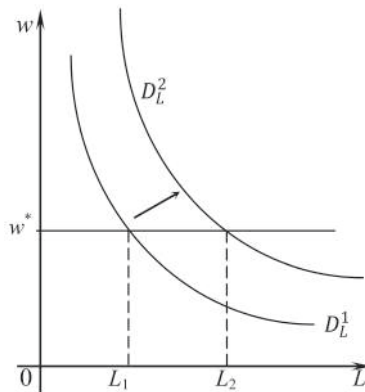


Рис. 7.9. Спрос на труд и его производительность

7.3. Спрос на труд конкурентной фирмы в долгосрочном аспекте

При изучении взаимодействия занятости рабочей силы и инвестиций в рабочие места необходимо рассматривать спрос предприятий-производителей конечной продукции на рабочие руки во взаимосвязи со спросом на капитальные ресурсы. Согласование рабочих мест и персонала предприятия, достигаемое при построении функции эффективного спроса фирмы на трудовые ресурсы, осуществляется в несколько последовательных этапов. Вначале оно предполагает определение спроса на труд в зависимости от рыночной ставки заработной платы w при каждом заданном объеме рабочих мест с учетом качественных характеристик трудовых и материальных ресурсов. Затем требуется рассчитать, как изменения в спросе на рабочую силу влияют на показатель фондовооруженности труда. Искомая функция эффективного спроса на рабочую силу, согласованного с количеством рабочих мест, получается, наконец, с учетом обратной связи между фондовооруженностью и объемом используемого труда на предприятии. Схема формирования спроса отдельной фирмы на рабочую силу (D_L) проиллюстрирована на рисунке 7.10.

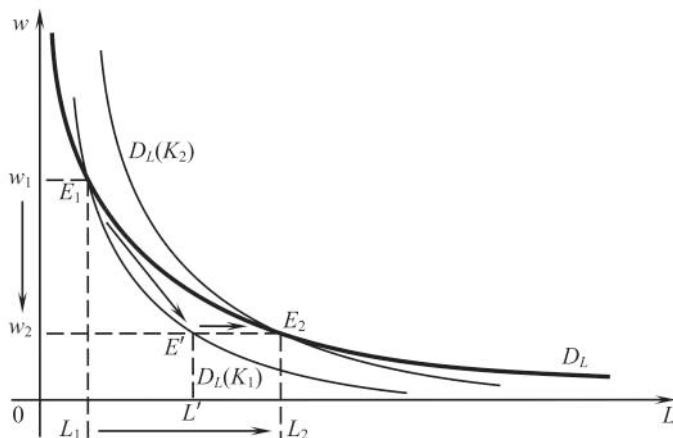


Рис. 7.10. Механизм формирования спроса фирмы на рабочую силу в долгосрочном аспекте

Формально задачу согласования трудовых ресурсов и рабочих мест на предприятии можно описать как решение задачи максимизации прибыли с учетом рынков факторов производства, или максимизации прибыли в одноэтапной постановке (2.24).

Необходимым условием максимума прибыли является равенство отношений предельных продуктов к ценам соответствующих факторов производства для всех ресурсов и их совпадение с обратной величиной цены готовой продукции (2.27).

Рассмотрим характеристики эффективного спроса фирмы на трудовые ресурсы, сбалансированного с предложением рабочих мест.

Во-первых, спрос фирмы на рабочую силу зависит от временных рамок производственной деятельности. Он более эластичен в долгосрочном периоде, когда существует возможность замещения между факторами производства. Во-вторых, спрос на рабочую силу зависит от спроса и рыночной цены на продукцию фирмы. Непосредственное влияние цены продукции на спрос на трудовые ресурсы заключается в том, что при росте рыночной цены на готовую продукцию происходит сдвиг кривой спроса на рабочую силу (D_L) при одном и том же объеме основных фондов (переход от $D_L(K_1)$ к $D'_L(K_1)$ на рис. 7.11), в результате чего увеличивается объем задействованной на предприятии рабочей силы при заданной ставке заработной платы. Вторичное, или косвенное, влияние цены продукции на потребность в трудовых ресурсах через спрос на рабочие места происходит по следующей схеме. Увеличение спроса на продукцию предприятия повышает как уровень использования уже имеющихся основных фондов, так и инвестиционный потенциал фирмы, в результате чего увеличивается фондовооруженность, а значит, и производительность труда. Как следствие, возрастает спрос на рабочую силу (D_L), что отражено как переход от $D'_L(K_1)$ к $D'_L(K_2)$ на рисунке 7.11. Итак, чем выше спрос и рыночная цена на продукцию фирмы, тем больше ее потребность в рабочей силе при заданной ставке заработной платы.

В-третьих, спрос на рабочую силу в долгосрочном периоде зависит от динамики характеристик производственной функции, что также может быть проиллюстрировано рисунке 7.11. С одной стороны, ее трансформации выражаются в изменении производительности труда. В частности, при ее росте происходит сдвиг кривой спроса на рабочую силу (D_L) при одном и том же объеме производственных фондов (переход от $D_L(K_1)$ к $D'_L(K_1)$ на рис. 7.11) и, как следствие, рост количества отработанного рабочего времени при заданной ставке заработной платы. С другой — трансформации производственной функции проявляются в изменении фондоотдачи. В частности, ее рост имеет следствием увеличение коэффициента сменности оборудования и спроса на капиталовложения. С ростом эффективности использования средств производства труд становится более производительным, происходит сдвиг соответствующей

кривой спроса (переход от $D'_L(K_1)$ к $D'_L(K_2)$ на рис. 7.11) и повышается количество занятой рабочей силы независимо от уровня рыночной заработной платы.

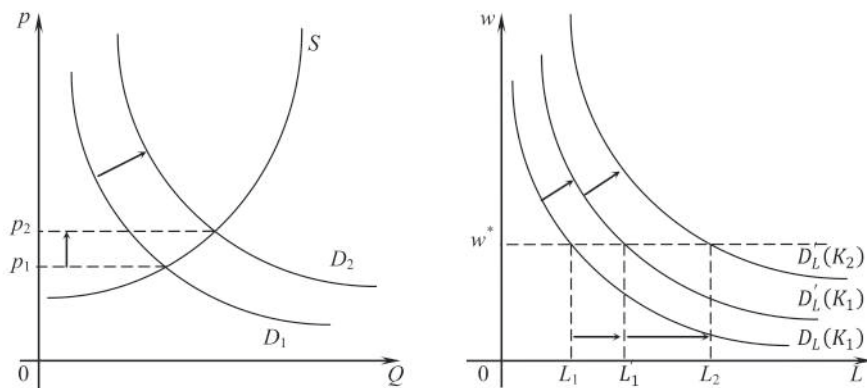


Рис. 7.11. Спрос на труд как производный по отношению к спросу на готовую продукцию

Четвертым фактором, вызывающим колебания спроса на трудовые ресурсы, являются изменения ставки заработной платы. Здесь действуют эффекты замещения и выпуска. В результате действия каждого из них при снижении ставки заработной платы происходит рост количества рабочей силы, вовлекаемой в производственный процесс: за счет эффекта замещения от L_1 до L_3 , эффекта выпуска — от L_3 до L_2 (рис. 2.28). В итоге, чем ниже рыночная ставка заработной платы, тем больше спрос на рабочую силу, предъявляемый фирмой (рис. 7.12).

Наконец, пятым фактором, оказывающим воздействие на спрос на рабочую силу, является изменение арендной платы за капитальные факторы производства. Здесь также имеют место эффекты замещения и выпуска. Поскольку перекрестные эффекты замещения, с одной стороны, и выпуска — с другой, противоположно направлены, итоговое воздействие изменения ставки арендной платы на занятость будет зависеть от соотношения между ними (рис. 7.13).

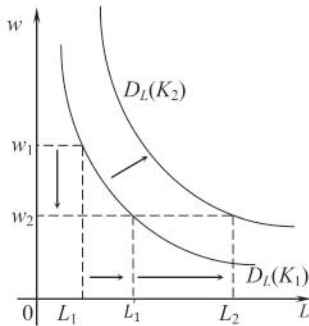


Рис. 7.12. Влияние ставки заработной платы на спрос фирмы на труд

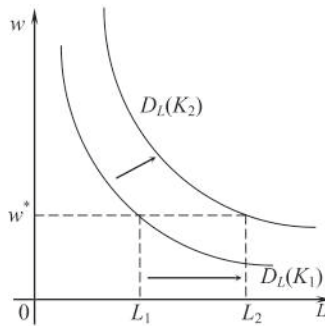


Рис. 7.13. Влияние ставки арендной платы за капитал на спрос фирмы на труд

7.4. Отраслевой спрос на труд

С помощью оптимизационного моделирования можно получить отраслевую функцию спроса на трудовые ресурсы. Будем рассматривать отрасль как совокупность фирм, производящих одинаковый, однородный продукт. Для упрощения экономического анализа предположим, что каждая фирма производит только один продукт. Аналогично деятельности отдельного предприятия (рис. 4.1) функционирование отрасли показано на рисунке 7.14.

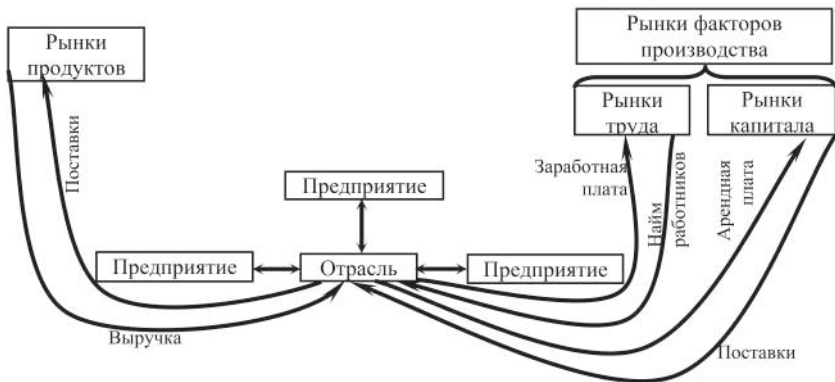


Рис. 7.14. Внутриотраслевое взаимодействие предприятий

Схема получения функции рыночного спроса на рабочую силу такова. Для построения кривой спроса на труд необходимо, во-первых, сложить объемы спроса на труд всех фирм отрасли при одной фиксированной цене продукта; во-вторых, требуется учесть прямое воздействие, которое оказывает изменение отраслевого выпуска на цену продукта, а затем нужно учесть обратное воздействие цены продукта на спрос на труд отдельных фирм; в-третьих, необходимо сложить кривые спроса на труд всех фирм отрасли при новой цене продукта. Кривая отраслевого спроса на трудовые ресурсы D_L показывает изменение потребности отрасли в рабочей силе при различных ценах на продуктовом рынке (рис. 7.15).

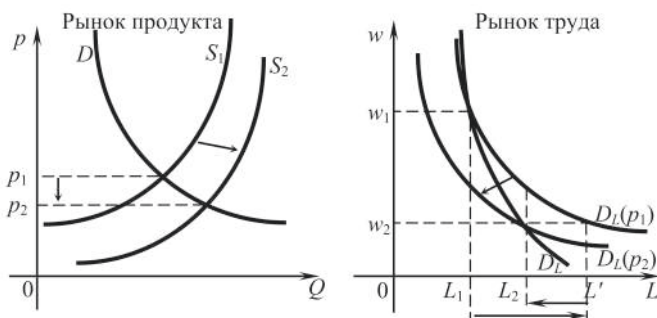


Рис. 7.15. Выведение кривой отраслевого спроса на труд

С формальной точки зрения при построении отраслевой функции спроса на труд необходимо учесть зависимость спроса на продукт отрасли от суммарного объема производства всех (n) составляющих ее фирм, определяемого при решении совокупности задач максимизации прибыли ($i = 1, \dots, n$):

$$\begin{cases} \max_{K_i, L_i} PR_i = \max_{K_i, L_i} \{ pQ_i - p_L L_i - FC_i \} : \\ p = \varphi(Q). \end{cases}$$

Здесь: L_i – индивидуальные затраты труда на каждом из n предприятий; $Q_i = f(L_i)$ – производственная функция i -й фирмы; $p = \varphi(Q)$ – функция спроса на продукт отрасли; $Q = \sum_{i=1}^n Q_i = nQ_i$ – отраслевое предложение (равное спросу); $L = \sum_{i=1}^n L_i = nL_i$ – отраслевой спрос на труд; n – количество фирм в отрасли (при этом предполагается идентичность отраслевых производителей).

Решая данную задачу, подставим выражение для производственной функции в функцию спроса на продукт отрасли. Учитывая, что отраслевой объем производства пропорционален количеству фирм, получаем:

$$p = \varphi(nQ_i) = \varphi(nf(L_i)).$$

Из необходимого условия максимума функции прибыли предприятия имеем функцию индивидуального спроса на труд:

$$w = p \frac{df(L_i)}{d(L_i)}.$$

Подставляя обратную функцию спроса на продукт отрасли в данную функцию спроса отдельной фирмы на труд, получаем:

$$w = \varphi(nf(L_i)) \frac{df(L_i)}{d(L_i)}.$$

Учитывая в данном выражении, что количество отработанных человеко-часов труда в отрасли пропорционально количеству фирм, получаем искомую функцию отраслевого спроса на труд:

$$w = \varphi\left(nf\left(\frac{L}{n}\right)\right) \frac{df\left(\frac{L}{n}\right)}{d\left(\frac{L}{n}\right)} = n\varphi\left(nf\left(\frac{L}{n}\right)\right) \frac{df\left(\frac{L}{n}\right)}{dL}. \quad (7.5)$$

Пусть, например, в краткосрочном периоде производственная функция фирмы имеет вид: $Q_i = \sqrt{L_i}$, где L_i — объем труда, используемого данной фирмой. Предположим, далее, что в отрасли действует n идентичных конкурентных фирм, а отраслевой спрос на выпускаемую продукцию за-

дан функцией: $Q = \frac{1}{P}$, где Q — отраслевой объем производства.

Применяя выражение для отраслевого спроса на конкурентном рынке труда, получаем функцию отраслевого спроса на трудовые ресурсы в краткосрочном периоде:

$$w = \frac{n}{n\sqrt{\frac{L}{n}}} \frac{d\sqrt{\frac{L}{n}}}{dL} = \frac{\sqrt{n} \frac{1}{\sqrt{n}}}{\sqrt{L} 2\sqrt{L}} = \frac{1}{2L},$$

где L — объем использования труда в отрасли в целом, а w — рыночная ставка заработной платы.

В данном примере отраслевой спрос на труд не зависит от количества фирм на рынке: мы оставили это число переменной величиной n . В общем случае это не так — отраслевой спрос на труд возрастает, если увеличивается число фирм на рынке.

В долгосрочном аспекте функция отраслевого спроса на факторы производства, в частности на трудовые ресурсы, определяется аналогичной рассмотренной выше оптимизационно-балансовой моделью частичного рыночного равновесия, ключевым элементом которой является совокупность индивидуальных задач максимизации прибыли каждой из присутствующих на конкурентном рынке фирм с учетом того, что рыночная цена будет зависеть от общепромышленного объема выпуска Q как суммы количеств продукции, производимых каждой из фирм в отдельности q_i , причем объемы затрат и труда, и капитала представляют собой переменные величины:

$$\begin{cases} \max_{K_i, L_i} PR_i = \max_{K_i, L_i} \{pq_i - p_L L_i - p_K K_i\}, i = 1, \dots, n: \\ p = \varphi(Q), \end{cases}$$

где L_i и K_i — индивидуальные затраты факторов производства (труда и капитала, соответственно) на каждом из n предприятий, $q_i = f(K_i, L_i)$ — производственная функция i -й фирмы, $p = \varphi(Q)$ — функция спроса на про-

дукт отрасли, $Q = \sum_{i=1}^n q_i = nq_i$ — это отраслевое предложение (равное спросу)

$$(3.2), L = \sum_{i=1}^n L_i = nL_i \text{ — это отраслевой спрос на труд, } K = \sum_{i=1}^n K_i = nK_i \text{ —}$$

это отраслевой спрос на капитал, n — количество фирм в отрасли. Здесь, как и выше, предполагается идентичность отраслевых производителей.

Подставим выражение для производственной функции в функцию спроса на продукт отрасли, учитывая, что отраслевой объем производства пропорционален количеству фирм:

$$p = \varphi(nq_i) = \varphi(nf(K_i, L_i)). \quad (7.6)$$

Выписывая необходимые условия максимума прибыли для каждой из фирм в отдельности по труду и капиталу, подставляя в них полученное выражение для спроса на отраслевой выпуск (7.6) и учитывая, что фонд отработанных человеко-часов рабочего времени и машино-часов оборудования в отрасли пропорциональны количеству фирм (3.3) — (3.4), после очевидных преобразований получаем систему:

$$\begin{cases} p_K = n\varphi\left(nf\left(\frac{K}{n}, \frac{L}{n}\right)\right) \frac{\partial f\left(\frac{K}{n}, \frac{L}{n}\right)}{\partial K}, \\ p_L = n\varphi\left(nf\left(\frac{K}{n}, \frac{L}{n}\right)\right) \frac{\partial f\left(\frac{K}{n}, \frac{L}{n}\right)}{\partial L}, \end{cases}$$

которая задает неявную отраслевую функцию спроса на труд, сбалансированного с величиной капитала.

В качестве примера рассмотрим получение функции отраслевого спроса на труд при технологии Кобба–Дугласа. Допустим, что производственная функция каждой из фирм в отрасли имеет вид: $q_i = K_i^{\frac{1}{4}} L_i^{\frac{1}{2}}$, $i = 1, \dots, n$; а рыночный спрос представлен зависимостью: $p = \frac{1}{\sqrt{Q}}$. Тогда

необходимые условия максимума с учетом выражения для рыночного спроса (7.6) задают систему:

$$\begin{cases} \frac{L_i^{\frac{1}{4}}}{4\sqrt{2n}K_i^{\frac{7}{8}}} = p_K, \\ \frac{K_i^{\frac{1}{8}}}{2\sqrt{2n}L_i^{\frac{3}{4}}} = p_L; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} L_i = \sqrt[5]{\frac{1}{8192n^4 p_K p_L^7}}, \\ K_i = \sqrt[5]{\frac{1}{262144n^4 p_K^6 p_L^2}}. \end{cases}$$

С учетом пропорциональности индивидуальных и отраслевых затрат труда и капитала (3.3) – (3.4) получаем функции отраслевого спроса на факторы производства:

$$L = \sqrt[5]{\frac{n}{8192 p_K p_L^7}}, K = \sqrt[5]{\frac{n}{262144 p_K^6 p_L^2}}.$$

В заключение описания взаимодействия рынков рабочей силы и конечной продукции отметим, что совокупный спрос на трудовые ресурсы равен сумме объемов спроса на работников со стороны всех отраслей при любой заданной ставке заработной платы.

Возможна альтернативная, двухэтапная постановка задачи максимизации прибыли с учетом внутриотраслевого взаимодействия фирм и ответной реакции рынка готового продукта:

$$\begin{cases} \max_{q_i} PR_i = \max_{q_i} \{pq_i - TC_i(q_i, p_K, p_L)\}, i = 1, \dots, n: \\ \begin{cases} TC_i(q_i, p_K, p_L) = \min_{K_i, L_i} \{p_L L_i + p_K K_i\}: \\ f(K_i, L_i) = q_i, \\ p = \varphi(Q), \end{cases} \end{cases}$$

где отраслевой объем продаж определяется соотношением $Q = \sum_{i=1}^n q_i = nq_i$ (3.2).

Факторы, влияющие на эластичность отраслевой функции спроса на рабочую силу по заработной плате известны в экономической теории как законы производного спроса Хикса–Маршалла¹. Во-первых, это эластичность спроса по цене отраслевого продукта. Чем более эластичен спрос по цене на продукцию отрасли, тем более эластичен спрос на рабочую силу по заработной плате. Связь здесь прямая (рис. 7.16).

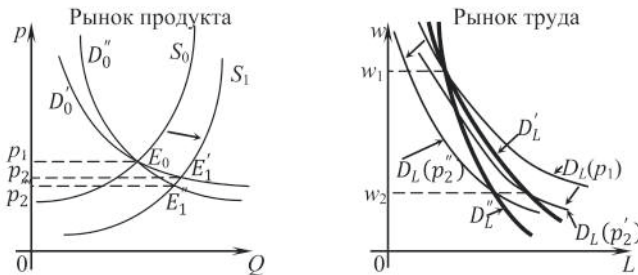


Рис. 7.16. Взаимосвязь между эластичностью спроса на продукт и ресурс

Вторым фактором, влияющим на эластичность отраслевого спроса на рабочую силу, являются технические возможности замещения работ-

¹ Маршалл А. Принципы политической экономии. В 3 т. М.: Прогресс, 1983; Хикс Дж. Р. Стоимость и капитал. М.: Прогресс-Универс, 1993.

ников основным капиталом. Чем в более широких пределах возможна такая замена без снижения объема выпуска, тем больше эффект замещения и тем более эластичен отраслевой спрос на рабочую силу в ответ на изменение ставки заработной платы.

В-третьих, на эластичность отраслевого спроса на рабочую силу влияет доля расходов на данный фактор производства в общей величине издержек. Чем больше доля данного ресурса, тем больше эффект выпуска, а значит, и эластичность отраслевого спроса на труд по заработной плате.

Наконец, четвертым фактором, оказывающим влияние на эластичность спроса на рабочую силу, является эластичность предложения других факторов производства, замещающих данный ресурс, например капитала. Чем менее эластично предложение капитала, тем значительнее меняется его цена при изменении спроса на него (рис. 7.17), скажем, при снижении ставки заработной платы за счет эффекта выпуска, тем больше замещение трудом капитала и меньше эластичность спроса на рабочую силу по заработной плате. Здесь наблюдается обратная зависимость.

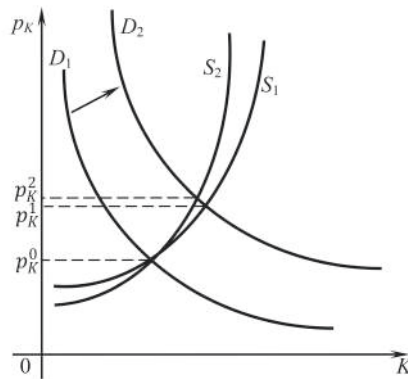


Рис. 7.17. Эластичность предложения капитала, замещающего труд

7.5. Максимизация прибыли монополией на рынке продукта в условиях совершенной конкуренции на рынке фактора производства

Формально особенностью характеристик деятельности фирмы, являющейся несовершенным конкурентом на рынке продукта, на рынке ресурсов с совершенной конкуренцией является отрицательная производная функции рыночного спроса по объему производства данной фирмы

$\left(\frac{dp}{dq} < 0\right)$ при сохранении всех остальных предположений о структуре рынков. Допустим, что на рынке продукта действует только одна фирма-не-совершенный конкурент, то есть отрасль монополизирована.

Предположим вначале, что данная монополия является «ценополучателем» на рынке труда: $\frac{dw}{dL} = 0$, т.е. ставка заработной платы

$w = MC_L = AC_L$ воспринимается в качестве параметра, заданного равновесием на конкурентном рынке труда (рис. 7.5).

Для упрощения экономического анализа будем рассматривать ситуацию в краткосрочном аспекте, предполагая, что существует единственный переменный фактор производства (труд).

При выведении функции спроса на труд фирмы-несовершенного конкурента необходимо учесть не только влияние изменения объема используемого труда на объем производства фирмы, но и влияние изменения объема производства на рыночную цену продукта, т.е. нужно решить следующую задачу:

$$\begin{cases} \max_L PR = \max_L \{pQ - wL - FC\}; \\ p = \varphi(Q), \\ Q = f(L), \end{cases}$$

где $Q = f(L)$ – производственная функция фирмы, $p = \varphi(Q)$ – обратная функция спроса на продукт фирмы.

В данном случае необходимое условие максимума прибыли фирмы будет выглядеть так:

$$\frac{dPR}{dL} = \frac{dTR}{dQ} \frac{dQ}{dL} - w = MR \cdot MP_L - w = 0.$$

Здесь была использована предпосылка о совершенной конкуренции на рынке труда.

Итак, максимизируя прибыль, монополия на рынке продукта, являющаяся совершенным конкурентом на рынке труда, будет руководствоваться следующим правилом (рис. 7.18):

$$MRP_L = MR \cdot MP_L = MC_L = AC_L = w. \quad (7.7)$$

Достаточным условием максимизации прибыли монополии на продуктовом рынке в условиях совершенной конкуренции на рынке труда

будет отрицательность второй производной прибыли по трудозатратам при объеме трудозатрат, соответствующем необходимому условию максимума прибыли, т.е. отрицательность производной предельной доходности труда:

$$MRP'_L < 0.$$

Таким образом, максимум прибыли монополии на рынке продукта, являющейся совершенным конкурентом на рынке труда, будет достигаться в точке пересечения убывающего участка графика предельной доходности труда с графиком предложения труда для фирмы в условиях совершенной конкуренции на рынке данного фактора производства — горизонтальной прямой, проведенной на уровне рыночной ставки заработной платы (рис. 7.18).

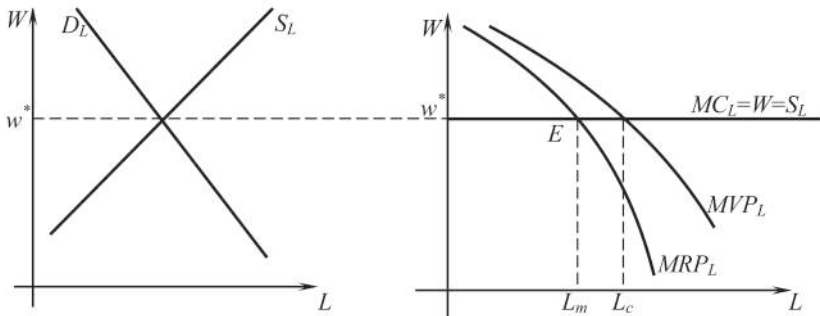


Рис. 7.18. Монополия на рынке продукта — совершенный конкурент на рынке труда

Монополист рынка продукта будет нанимать меньше рабочей силы (L_m) по сравнению с совершенным конкурентом на продуктовом рынке (L_c).

Проанализируем факторы спроса на труд монополии в условиях совершенной конкуренции на рынке труда. Прежде всего, как и в условиях совершенной конкуренции на продуктовых рынках, фактором спроса фирмы на труд является изменение ставки зарплаты. Зависимость здесь обратная: при повышении рыночной ставки заработной платы спрос на труд со стороны монополии сокращается. Происходит перемещение вдоль линии спроса на труд MRP_L (рис. 7.19).

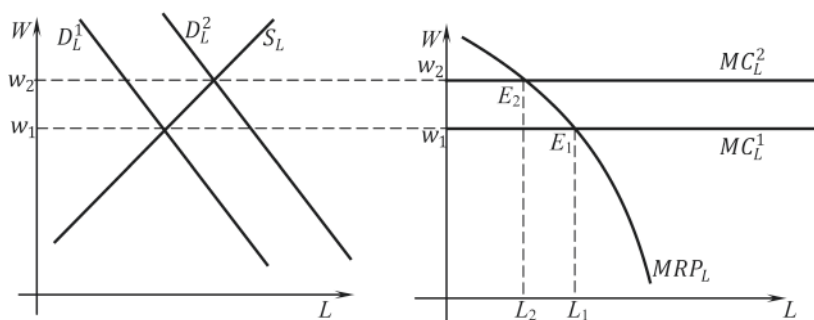


Рис. 7.19. Влияние изменения ставки заработной платы на спрос монополии на труд при совершенной конкуренции на рынке труда

Другим фактором спроса на работников является технологический прогресс, отражающийся в изменении производительности труда. Влияние здесь прямое: с ростом предельной производительности труда происходит сдвиг кривой спроса на труд, приводящий к увеличению занятости на фирме (рис. 7.20).

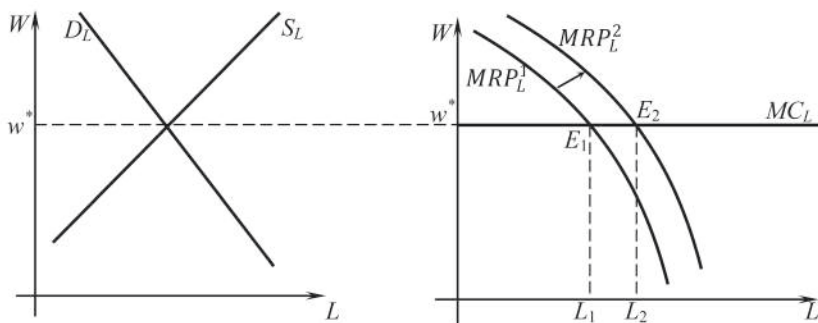


Рис. 7.20. Изменения в технологии производства и спрос монополии на труд при совершенной конкуренции на рынке труда

Наконец, фактором спроса на труд монополии являются изменения рыночного спроса на ее продукцию, сказывающиеся на его эластичности и уровне цены. Повышение рыночной цены (при неизменной эластичности спроса) приводит к сдвигу кривой MRP_L (вместе с кривой MVP_L) и увеличивает объем используемого труда на фирме (рис. 7.21). Увеличение эластичности спроса (при постоянном уровне цены) снижает рыночную власть фирмы и приближает кривую MRP_L к графику MVP_L , повышая при этом оптимальную численность трудовых ресурсов, используемых на предприятии (рис. 7.22). На рисунке 7.22 показана ситуация

роста цены продукта при неизменной эластичности спроса на него. Действительно, угловые коэффициенты функций спроса D_1 и D_2 одинаковы

$$\left(\frac{dQ_1}{dP_1} = \frac{dQ_2}{dP_2} = -2 \right), \text{ и в точках оптимума } E_1 \text{ и } E_2 \text{ в левой части рисунка 7.22}$$

равны между собой отношения оптимального объема производства и рыночной цены продукта

$$\left(\frac{P_1}{Q_1} = \frac{P_2}{Q_2} = \frac{3}{2} \right). \text{ Таким образом, в обеих ситуациях}$$

ценовая эластичность рыночного спроса равна 3.

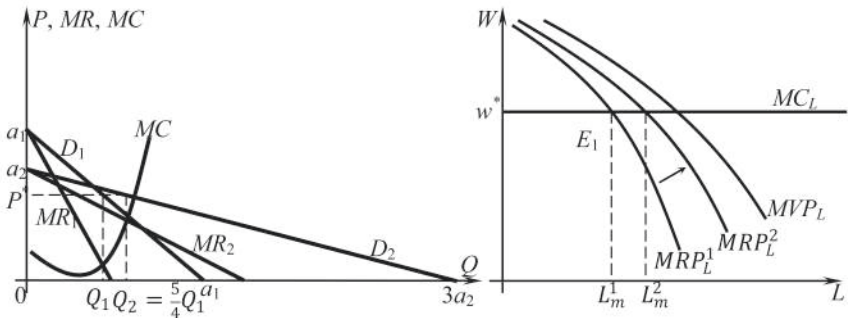


Рис. 7.21. Изменение эластичности спроса на продукт монополии при неизменной его цене и спрос фирмы на труд в условиях совершенной конкуренции на рынке труда

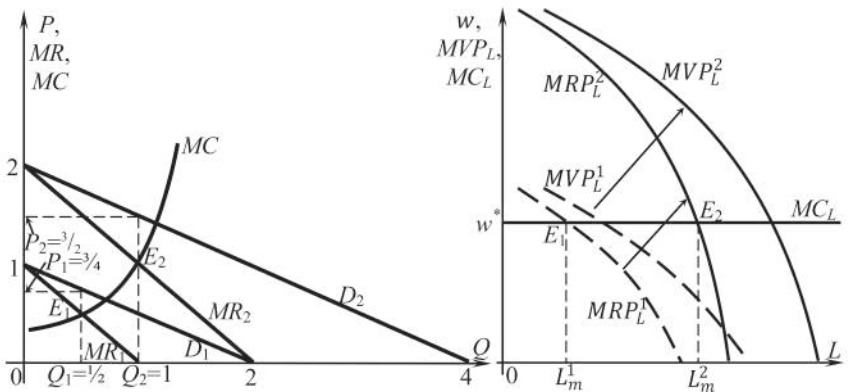


Рис. 7.22. Изменение цены на продукт монополии при неизменной эластичности спроса на него и спрос фирмы на труд в условиях совершенной конкуренции на рынке труда

Отметим, что в долгосрочном аспекте, максимизируя прибыль с учетом влияния рынков факторов производства, монополия будет подбирать оптимальную комбинацию труда и капитала:

$$\max_{K,L} PR(K,L) = \max_{K,L} (p(Q(K,L)) \cdot Q(K,L) - wL - rK),$$

где $Q = Q(K, L)$ — производственная функция фирмы, а $p(\cdot)$ — рыночный спрос на ее продукцию.

В данном случае возникает система необходимых условий максимума прибыли:

$$\begin{cases} \frac{\partial PR}{\partial L} = \frac{\partial TR}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial L} - w = MR \cdot MP_L - w = 0, \\ \frac{\partial PR}{\partial K} = \frac{\partial TR}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial K} - r = MR \cdot MP_K - r = 0. \end{cases}$$

Здесь, как и ранее, предполагается совершенная конкуренция на рынке факторов производства.

Объединенное необходимое условие максимума прибыли будет представлять собой усложнение системы равенств (2.27) с учетом несовершенной конкуренции на рынке продукции:

$$\frac{w}{MP_L(K,L)} = \frac{r}{MP_K(K,L)} = MR(Q(K,L)), \quad (7.8)$$

т. е. отношение цены фактора производства к его предельному продукту должно быть одинаковым для всех ресурсов и равным предельному доходу.

Отметим, что в долгосрочной перспективе изменение ставки заработной платы оказывает комплексное воздействие на спрос фирмы на труд за счет комбинации эффектов замещения и выпуска (рис. 7.23).

Кроме того, дополнительным фактором спроса монополии на рабочую силу становится изменение ставки арендной платы, влияние которого также можно разложить на два эффекта: замещения и выпуска (рис. 7.24).

Рисунки 7.23–7.24 аналогичны рисункам 2.26 и 2.27 с той разницей, что на графиках максимизации прибыли (справа) уровень рыночной цены является не экзогенным параметром, заданным равновесием рыночного спроса и предложения, а определяется самой фирмой, ориентирующейся на функцию предельной выручки, которая в условиях несовершенной конкуренции уже расходится с функцией спроса на ее продукт.

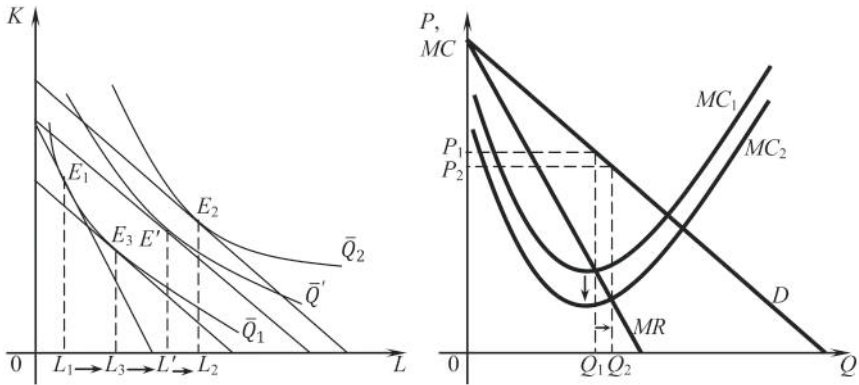


Рис. 7.23. Прямые эффекты замещения и выпуска для монополии, возникающие при снижении ставки заработной платы

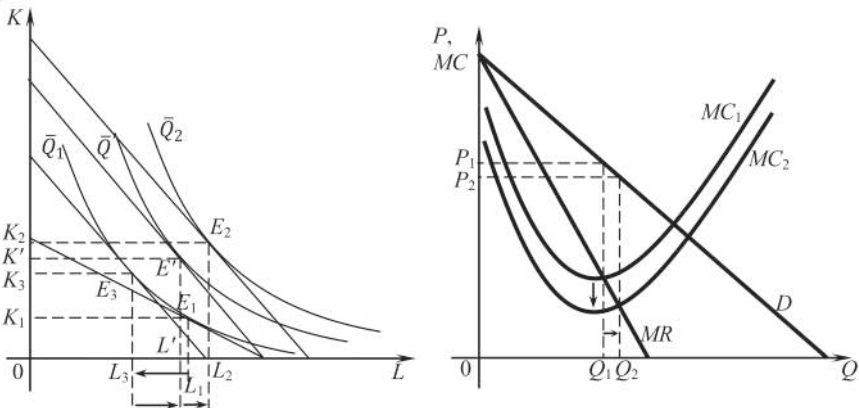


Рис. 7.24. Перекрестные эффекты замещения и выпуска для монополии, возникающие при снижении ставки арендной платы

7.6. Монополия

Проанализируем теперь поведение монополии на рынке фактора производства (труда), т. е. такой рыночной структуры, когда на стороне спроса присутствует только один покупатель, в то время как со стороны

предложения ему противостоит множество продавцов, которые, однако, не в состоянии повлиять на формирование рыночной цены¹.

Максимизация прибыли фирмой при наличии несовершенной конкуренции на рынках ресурсов видоизменяется, поскольку цена фактора производства должна рассматриваться как функция его объема, приобретаемого монополией, или функция предложения ресурса (труда): $w = w(L)$. Монополия обладает рыночной властью на рынке данного фактора производства. Изменяя количество нанимаемой рабочей силы, монополия способна влиять на ее цену — ставку заработной платы. Как правило, монополия сталкивается с возрастающей функцией предложения труда: $\frac{dw}{dL} > 0$.

Будем вначале предполагать, что монополия является совершенной конкурентной фирмой на рынке выпускаемой ею продукции. Таким образом, рассмотрим третий случай из возможных сочетаний структур совершенной и несовершенной конкуренции на рынках продуктов и ресурсов.

В краткосрочном аспекте, когда труд является единственным переменным фактором производства, условие максимизации прибыли для такой фирмы будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{dPR}{dL} &= \frac{dTR}{dL} - \frac{dTC}{dL} = p \frac{dQ}{dL} - \frac{d(w(L) \cdot L)}{dL} = \\ p \cdot MP_L - w - \frac{dw}{dL} L &= p \cdot MP_L - w \left(1 + \frac{1}{\frac{dL}{dw} \cdot \frac{w}{L}} \right) = 0. \end{aligned}$$

Здесь $w \left(1 + \frac{1}{\frac{dL}{dw} \cdot \frac{w}{L}} \right) = \frac{dTC}{dL}$ — это предельные издержки на труд (MC_L),

а $\frac{dL}{dw} \cdot \frac{w}{L}$ — это эластичность предложения труда по ставке заработной платы ($E_w^{L_w}$).

¹ В качестве монополиста может выступать, например, крупный металлургический комбинат по отношению к работникам определенной профессии на локальном, территориально изолированном рынке труда.

Таким образом, оптимальное количество рабочей силы, нанимаемой монополией, которая является совершенным конкурентом на рынке продукта, определяется следующим равенством:

$$MVP_L = p \cdot MP_L = w \left(1 + \frac{1}{E_w^{L_s}} \right) = MC_L. \quad (7.9)$$

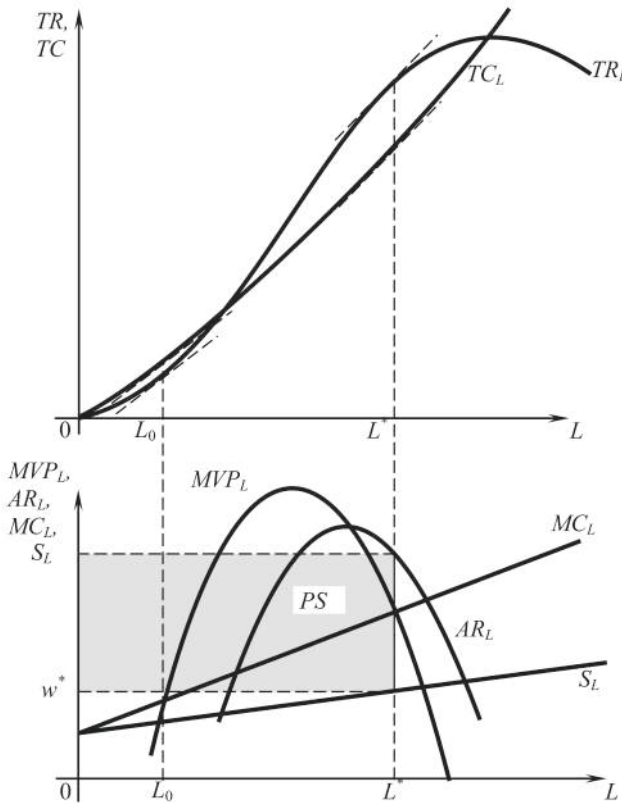


Рис. 7.25. Монополия на рынке труда при совершенной конкуренции на рынке продукта

Графически равновесие монополии на рынке труда изображено на рисунке 7.25. Функция предложения труда (S_L) здесь предполагается линейной: $w = a + bL$, a и b – некоторые положительные константы.

Тогда функция предельных издержек на труд MC_L также будет линейной, с угловым коэффициентом, в два раза превышающим тангенс угла наклона функции предложения труда; причем точки пересечения данных прямых линий с вертикальной координатной осью (стоимостных величин — ставки заработной платы и предельных издержек на труд) будут совпадать:

$$MC_L = \frac{dTC}{dL} = \frac{d}{dL}(w(L) \cdot L) = \frac{d}{dL}(aL + bL^2) = a + 2bL.$$

Достаточным условием максимизации прибыли монополией в условиях совершенной конкуренции на рынке продукта будет отрицательность второй производной прибыли по трудозатратам:

$$p \cdot MP'_L < MC'_L.$$

Таким образом, максимум прибыли монополии, являющейся совершенным конкурентом на рынке продукта, будет достигаться при таком уровне трудозатрат, когда при равенстве предельной доходности труда и предельных издержек на данный фактор производства угловой коэффициент касательной к графику предельной доходности труда будет меньше тангенса угла наклона касательной к линии предельных издержек на труд. Поскольку предельные издержки MC_L являются возрастающей функцией трудозатрат, постольку на участке убывающей предельной производительности труда данное неравенство будет заведомо справедливым (рис. 7.25).

Пусть, например, производственная функция монополии имеет вид:

$$\begin{cases} Q = 10L - 0,5L^2 & \text{при } 0 \leq L \leq 20, \\ Q = 0 & \text{при } L > 20. \end{cases}$$

Допустим, что фирма является совершенным конкурентом на рынке продукта, где установилась цена $P = 5$. Предполагая, что функция предложения труда выглядит так: $L_s = 0,25w - 9,25$, с учетом того, что (линейная) функция предельных издержек на труд будет пересекать вертикальную координатную ось в той же точке, что и обратная функция предложения труда ($w = 4L + 37$), но будет иметь в два раза больший угловой коэффициент, можно выписать необходимое условие макси-

мума прибыли монополии: $MVP_L = 50 - 5L = MC_L = 8L + 37$. Следовательно, оптимальным для данной фирмы будет объем трудовых затрат $L = 1$, а ставка заработной платы, в соответствии с функцией предложения труда, будет назначена на уровне $w = 41$. Поскольку предельная производительность труда $MP_L = 10 - L (0 \leq L < 10)$ является убывающей функцией, постольку достаточное условие максимизации прибыли здесь будет выполнено.

Монополия обладает экономической властью на рынке труда: она способна занижать ставку заработной платы (W_M) по отношению к конкурентному уровню, который соответствует величине предельного продукта труда в денежном выражении (MVP_L).

Подобно тому, как у монополии отсутствует функция предложения продукта (см. параграф 4.1), в ситуации монополии невозможно построить функцию спроса на труд (рис. 7.21). Чтобы показать это, предположим, что произошли изменения в функции предложения труда, и ее график переместился из положения S_L^1 в положение S_L^2 (рис. 7.26). Допустим, например, что изначально функция предложения имела вид: $w_1 = 2 + 0,75L$, а затем изменилась и стала выражаться зависимостью: $w_2 = 4 + 0,5L$. Исходной функции предложения соответствовала функция предельных издержек на труд $MC_L^1 = 2 + 1,5L$, а новая функция предложения генерирует функцию предельных издержек вида $MC_L^2 = 4 + L$. Предположим далее, что функция предельной доходности труда неизменна. Пусть для определенности она выражается зависимостью $MVP_L = 10 - 0,5L$.

При этом оказывается, что в исходной и в новой ситуации графики предельных издержек на труд — соответственно MC_L^1 и MC_L^2 — пересекаются между собой в точке их пересечения с графиком MVP_L , когда $MC_L^1 = MC_L^2 = MVP_L = 8$ (рис. 7.26). Тогда при одном и том же оптимальном уровне занятости $L^* = 4$ монополия будет назначать разные ставки заработной платы — в исходной ситуации она будет установлена на уровне $w_1^* = 5$, а в новой ситуации — на уровне $w_2^* = 6$. Следовательно, у монополии отсутствует функциональная зависимость между оптимальной величиной спроса на труд и ставкой заработной платы, ведь для наличия такой зависимости было бы необходимо, чтобы данному уровню занятости соответствовало единственное значение ставки заработной платы.

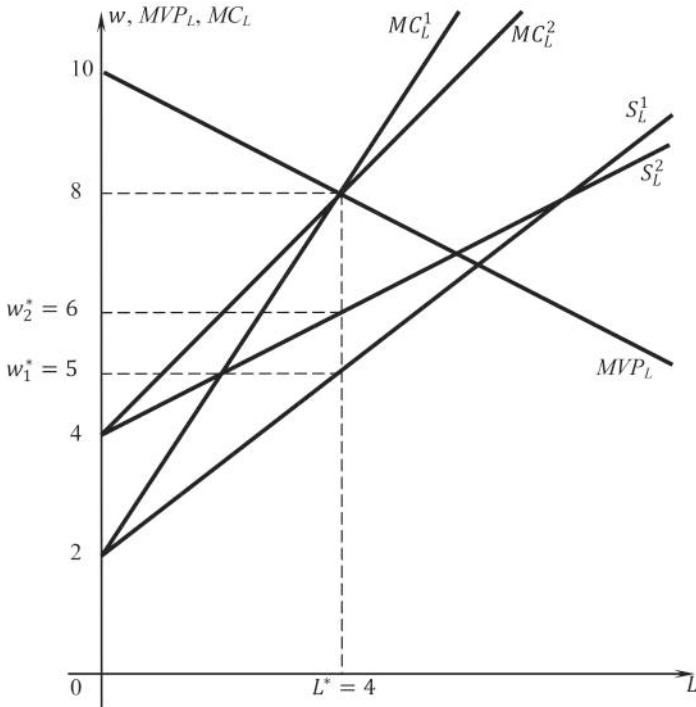


Рис. 7.26. Отсутствие у монополии функции спроса на труд как зависимости ставки заработной платы от величины трудовых затрат

С другой стороны, при изменении функции предложения труда и перемещении ее графика из положения S_L^1 (пусть это будет, например, $w_1 = 1 + L$) в положение S_L^2 (например, $w_2 = 2 + 0,5L$), а также соответствующем сдвиге линии предельных издержек на труд из положения MC_L^1 (в нашем примере $MC_L^1 = 1 + 2L$) в положение MC_L^2 (в рассматриваемом случае это будет $MC_L^2 = 2 + L$) пересечения линий предельных издержек на труд с неизменным графиком предельной доходности труда (допустим, ее выражение имеет вид $MVP_L = 10 - L$) будут располагаться таким образом, что оптимальная величина занятости может измениться (от уровня $L_1^* = 3$ до уровня $L_2^* = 4$), сохраняя при этом соответствующую оптимальную ставку заработной платы ($w^* = 4$) на прежнем уровне (рис. 7.27). Это значит, что для монополии отсутствует функция спроса на труд как зависимость между ставкой заработной платы и объемом используемой рабочей силы.

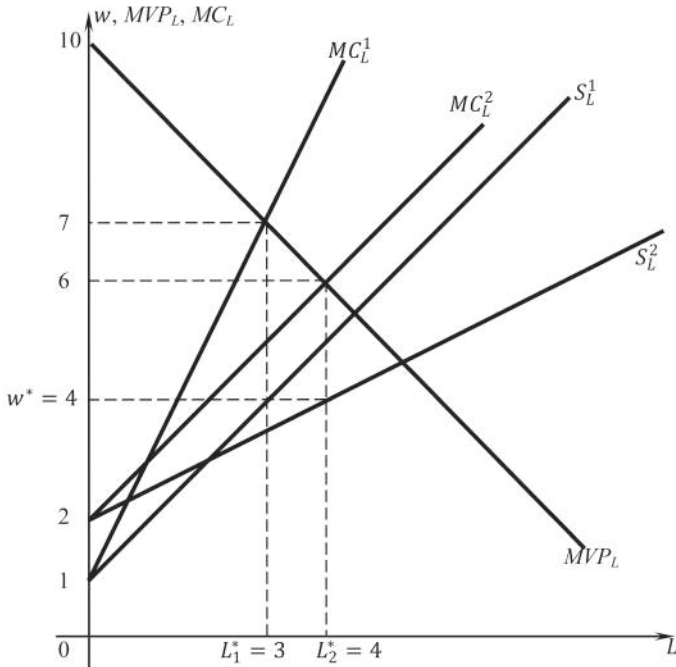


Рис. 7.27. Отсутствие у монополии функции спроса на труд как зависимости величины трудозатрат от ставки заработной платы

Аналогично рассуждениям, проведенным выше относительно ценообразования при монополии, можно показать, что, хотя у монополии отсутствует функция спроса на ресурсы, оптимальная с точки зрения такого предприятия цена на используемый им фактор производства оказывается невозрастающей функцией его предельной доходности MRP .

Предположим, что существуют две альтернативные функции спроса на продукцию монополиста $p^1 = g^1(q)$ и $p^2 = g^2(q)$. Верхний индекс вводится для того, чтобы провести различие с функциями спроса на ресурсы. Этим двум функциям конечного спроса будут отвечать функции совокупной доходности ресурса ($TR_1(x_1)$ и $TR_2(x_1)$). Пусть соответствующие функции предельной доходности ресурса таковы, что $MRP_2(x_1) \geq MRP_1(x_1)$ для всех $x_1 > 0$. Кроме того, предположим, что при функции спроса на продукт $p^1 = g^1(q)$ монополист выберет объем используемого ресурса в количестве x_1^1 и назначит цену на ресурс в размере p_1^1 , а при функции спроса $p^2 = g^2(q)$ параметрами, характеризующими рынок ресурса, будут соот-

ветственно x_1^2 и p_1^2 . Тогда, используя принцип выявленной максимизации прибыли, можно записать:

$$p^1 f(x_1^1) - p_1^1 x_1^1 \geq p^1 f(x_1^2) - p_1^2 x_1^2, \quad (7.10)$$

так как при функции спроса на продукцию $p^1 = g^1(q)$ фирма-монопосония предпочтет выбрать количество x_1^1 , а не другое, например x_1^2 , единиц ресурса, и назначит на него цену p_1^1 , а не любую другую, в частности p_1^2 , так как это обеспечит ей, по крайней мере, не меньшую прибыль. В неравенстве (7.10) $f(\cdot)$ обозначает производственную функцию $q = f(x_1)$.

Аналогично, при функции спроса на продукцию $p^2 = g^2(q)$ аксиома выявленной максимизации прибыли дает неравенство:

$$p^2 f(x_1^2) - p_1^2 x_1^2 \geq p^2 f(x_1^1) - p_1^1 x_1^1. \quad (7.11)$$

Сложим правую часть неравенства (7.11) с правой частью неравенства (7.10), а левую часть (7.11) — соответственно с левой частью (7.10):

$$p^1 f(x_1^1) + p^2 f(x_1^2) \geq p^1 f(x_1^2) + p^2 f(x_1^1). \quad (7.12)$$

По определению, $TR_i(x_1^j) = p^i f(x_1^j)$, $i, j = \{1, 2\}$.

Поэтому неравенство (7.12) можно переписать в следующем виде: $TR_2(x_1^2) - TR_2(x_1^1) - (TR_1(x_1^2) - TR_1(x_1^1)) \geq 0$. Используя определение предельной доходности ресурса, данное неравенство можно записать в интегральной форме:

$$\int_{x_1^1}^{x_1^2} (MRP_2(x_1) - MRP_1(x_1)) dx_1 \geq 0. \quad (7.13)$$

По предположению, $MRP_2(x_1) \geq MRP_1(x_1)$ для всех $x_1 > 0$. Поэтому, в силу ориентированности римановского интеграла, из неравенства (7.13) следует, что верхний предел интегрирования должен быть не меньше нижнего:

$$x_1^2 \geq x_1^1. \quad (7.14)$$

Как правило, цена предложения ресурса ($p_1 = h_1(x_1)$) — это неубывающая функция его количества. Поэтому неизменной или большей величине MRP будет соответствовать, как минимум, не меньшее значение цены ресурса.

Таким образом, в случае монопосонии наблюдается картина, симметричная по отношению к ситуации с монополией. Оптимальная цена, устанавливаемая покупателем-монопосонистом, является нестрогим воз-

растающей, или неубывающей, функцией предельной доходности приобретаемого ресурса ($P_{\text{монопо}} = \varphi(MRP)$):

$$\text{если } MRP_1 \geq MRP_2, \text{ то } P_{\text{монопо}}^1 = \varphi(MRP_1) \geq P_{\text{монопо}}^2 = \varphi(MRP_2).$$

На рынках промежуточной продукции, подпадающих под ситуацию совершенной конкуренции, присутствует не одна, а множество фирм, нанимающих услуги данного фактора производства:

$$\begin{aligned} \max_{x_i} PR &= \max_{x_i} \{pq - p_i x_{i1}\}, i = 1, \dots, n: \\ p_i &= h_i(X_i), \end{aligned}$$

где m — общее количество фирм из разных отраслей, использующих данный фактор производства; X_i — общее количество фактора, нанятое всеми предприятиями (5.2) или (5.3). Цена на ресурс при совершенной конкуренции на рынках факторов производства равна его предельной доходности MRP , совпадающей в случае конкурентной структуры и на продуктовом рынке со стоимостью предельного продукта фактора производства: $p \cdot MP = p_i$ (4.35).

Рассуждения, использующие принцип выявленной максимизации прибыли, применительно к конкуренции на рынке фактора производства несколько отличаются от выкладок, проделанных для монополии. Поскольку здесь так же, как и в случае конкуренции на рынке готовой продукции, наблюдается компенсирующее поведение, отдельная фирма не в состоянии влиять на рыночную цену ресурса:

$$p_i^1 f(x_{i1}^1) - p_1 x_{i1}^1 \geq p_i^1 f(x_{i1}^2) - p_1 x_{i1}^2, \quad (7.16)$$

$$p_i^2 f(x_{i1}^2) - p_1 x_{i1}^2 \geq p_i^2 f(x_{i1}^1) - p_1 x_{i1}^1. \quad (7.17)$$

Поскольку вытекающее отсюда неравенство (7.13) справедливо для всех фирм, использующих данный ресурс, можно агрегировать рыночные затраты фактора, используя одно из соотношений (5.2) — (5.3). Применяя затем функцию предложения фактора производства к полученному для его совокупных рыночных затрат неравенству (7.14), доказываем неубывающую зависимость рыночной цены ресурса от его предельной доходности. Механизм ее заключается в следующем. С ростом предельной доходности фактора производства предприятий, функционирующих на данном рынке, происходит сдвиг графика функции отраслевого спроса на ресурс вправо-вверх, результатом чего становится повышение уровня рыночной цены (рис. 7.28). Итак, рыночная цена при совершенной конкуренции, при прочих равных условиях, так же, как и при наличии ры-

ночной власти, монотонно зависит от предельной доходности фактора производства ($P_k = f(MRP)$):

$$\text{если } MRP_1 \geq MRP_2, \text{ то } P_k^1 = f(MRP_1) \geq P_k^2 = f(MRP_2). \quad (7.18)$$

Если усилить принцип выявленной максимизации прибыли, записав неравенства (7.11)–(7.12) и (7.16)–(7.17) как строгие, то мы получим возрастающие функции $P_{\text{монополия}} = \varphi(MRP)$ и $P_k = f(MRP)$, соответствующие (7.15) и (7.18):

$$\text{если } MRP_1 > MRP_2, \text{ то } P_{\text{монополия}}^1 = \varphi(MRP_1) > P_{\text{монополия}}^2 = \varphi(MRP_2), \quad (7.19)$$

$$\text{если } MRP_1 > MRP_2, \text{ то } P_k^1 = f(MRP_1) > P_k^2 = f(MRP_2). \quad (7.20)$$

Эта функциональная зависимость является всюду возрастающей, поэтому для нее можно получить обратное отображение $MRP = f^{-1}(P_k)$, которое также является возрастающим. Повышение уровня рыночной цены при прочих равных условиях соответствует возрастанию уровня предельной доходности используемого ресурса: если $P_k^1 \geq P_k^2$, то $MRP_1 \geq MRP_2$.

Подставив полученную обратную функцию предельной доходности от уровня конкурентной цены (7.20) в качестве аргумента в функцию цены монополии (7.19), можно получить сложную функцию цены монополии от конкурентного уровня цен: $P_{\text{монополия}} = \varphi(MRP) = \varphi(f^{-1}(P_k))$. Как композиция возрастающей и неубывающей функций цена монополии является нестрогой возрастающей, или неубывающей, трансформацией конкурентной цены. То есть в случае монополии мы получили вывод, идентичный монопольной ситуации.

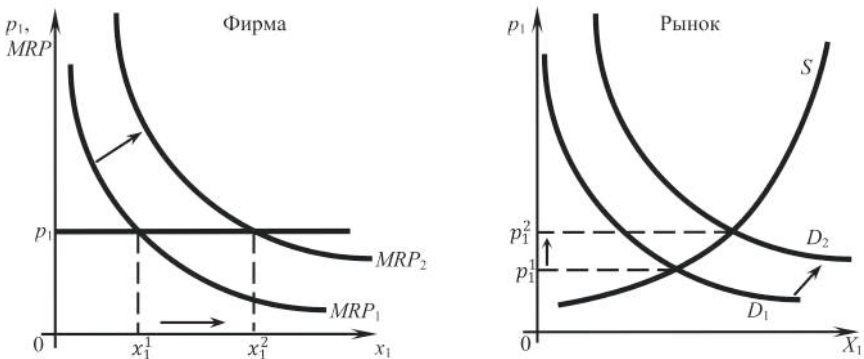


Рис. 7.28. Конкурентная цена ресурса – возрастающая функция его предельной доходности

Таким образом, в случае монополии получается результат, идентичный монопольной ситуации: фундаментальную роль в процессе ценообразования как при отсутствии рыночной власти, в условиях совершенной конкуренции, так и при влиянии хозяйствующих субъектов на рыночные цены играют производственно-технологические факторы.

Условие оптимизации деятельности монополии при совершенной конкуренции на продуктовом рынке (7.9) позволяет проанализировать факторы, влияющие на выбор ею объема используемых трудовых ресурсов. Рассмотрим вначале «доходную» часть условия оптимума – факторы, влияющие на стоимость предельного продукта труда $MVP_L = p \cdot MP_L$.

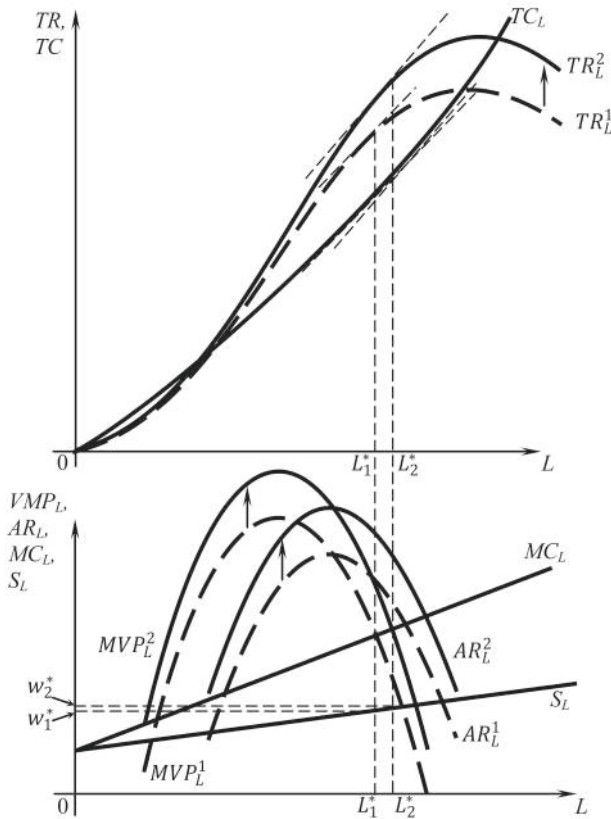


Рис. 7.29. Факторы оптимальной занятости на монополии: изменение цены на конкурентном рынке продукта

Прежде всего, таким фактором является уровень рыночной цены на продукцию предприятия p . С повышением рыночной цены на конкурентном продуктовом рынке происходит растяжение вверх графика общей доходности труда (из положения TR_L^1 в положение TR_L^2 на рис. 7.29), соответствующее перемещению графиков средней доходности труда (из положения AR_L^1 в положение AR_L^2) и предельного продукта труда в стоимостном выражении (из положения MVP_L^1 в положение MVP_L^2), что приводит к увеличению оптимальной занятости на фирме от L_1^* до уровня L_2^* , а также ставки заработной платы от w_1^* до w_2^* .

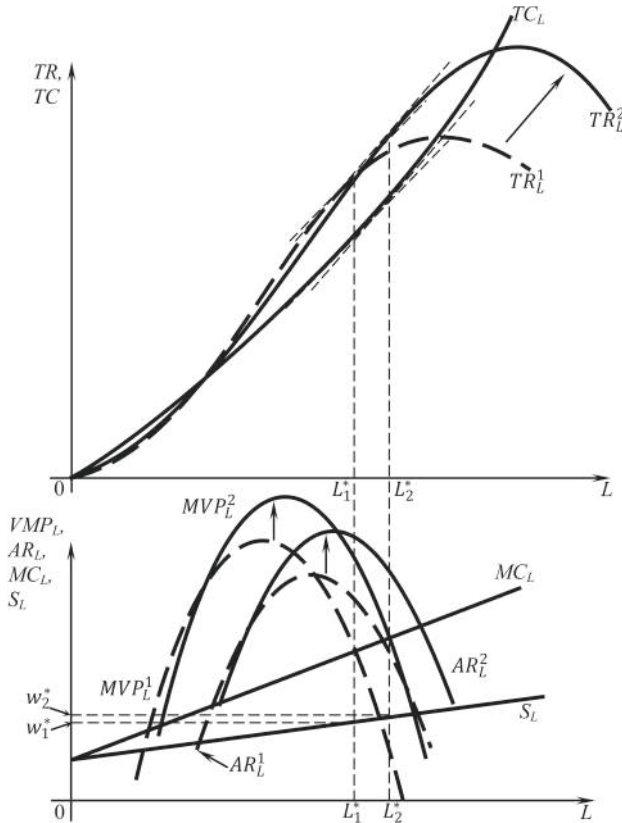


Рис. 7.30. Факторы оптимальной занятости на монополии при совершенной конкуренции на рынке продукта: изменение предельной производительности труда

Вторым фактором сдвига графика стоимости предельного продукта $MVP_L = p \cdot MP_L$ является изменение предельной производительности труда MP_L . Здесь речь идет о трансформации технологии производства, а значит, и функции общей доходности труда TR_L , и соответствующем сдвиге графиков средней доходности AR_L и стоимости предельного продукта труда MVP_L . При увеличении предельной производительности труда данные графики смещаются вправо-вверх, что приводит к увеличению объема используемого труда на предприятии от L_1^* до L_2^* , сопровождающемуся повышением уровня заработной платы от w_1^* до w_2^* (рис. 7.30).

Что касается «расходной» части условия оптимальности (7.9), то здесь имеют место два фактора, влияющие на численность работников на предприятии. Во-первых, это уровень назначаемой монополией ставки заработной платы w . При неизменной эластичности предложения труда изменение (в частности, снижение) ставки заработной платы влечет за собой соответствующую корректировку (увеличение) численности трудовых ресурсов, занятых на фирме (рис. 7.31).

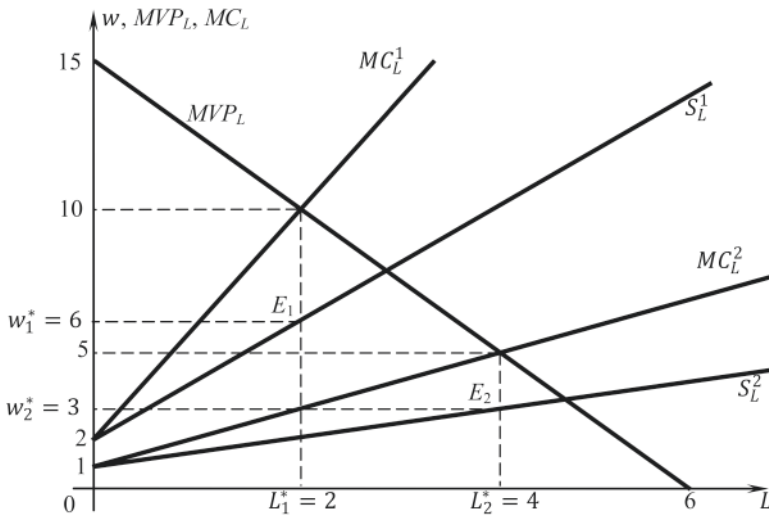


Рис. 7.31. Факторы оптимальной занятости на монополии при совершенной конкуренции на рынке продукта: снижение ставки заработной платы (при неизменной эластичности предложения труда)

Действительно, в примере, проиллюстрированном рисунком 7.31, функция предложения труда S_L^1 имеет вид: $w_1 = 2 + 2L$, следовательно,

$MC_L^1 = 2 + 4L$; другая функция предложения труда S_L^2 имеет следующее выражение: $w_2 = 1 + 0,5L$, т.е. $MC_L^2 = 1 + L$. Поскольку пересечение линии предельной ценности продукта труда $MVP_L = 15 - 2,5L$ с первым графиком предложения фактора происходит при $L_1^* = 2$, а со вторым — при $L_2^* = 4$, постольку ставки заработной платы будут установлены монополией, соответственно, на уровне $w_1^* = 6$ и $w_2^* = 3$. Таким образом, эластичность предложения труда в точках E_1 и E_2 будет одинаковой:

$$E_{w_1}^{L_1} = \frac{dL}{dw_1} \cdot \frac{w_1^*}{L_1^*} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{2} = \frac{3}{2} = 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{dL}{dw_2} \cdot \frac{w_2^*}{L_2^*} = E_{w_2}^{L_2}.$$

Эластичность предложения труда также можно подсчитать как отношение ставки заработной платы к разности между предельными издержками на труд и ставкой заработной платы. Это следует из выражения индекса Лернера, которое будет получено ниже (7.21).

Во-вторых, фактором, влияющим на уровень предельных издержек на труд MC_L , а значит, и на объем используемого труда монополией, является эластичность предложения труда. В частности, увеличение эластичности предложения при неизменной ставке заработной платы будет приводить к увеличению количества рабочей силы, трудоустроенной на предприятии (рис. 7.27). Эластичность предложения труда задает пределы для способности монополии реализовывать свою рыночную власть. Об этом свидетельствует индекс Лернера (7.21).

Аналогично монополии на продуктовом рынке, монопосония обладает экономической властью на рынке труда: она способна занижать ставку заработной платы (W_M) по отношению к конкурентному уровню, который соответствует величине предельного продукта труда в денежном выражении, или предельной ценности продукта труда MVP_L . Степень рыночной власти монополии можно измерить с помощью индекса Лернера:

$$L = \frac{MVP_L - w}{w} = \frac{MC_L - w}{w} = \frac{w \left(1 + \frac{1}{E_w^{L_s}} \right) - w}{w} = \frac{1}{E_w^{L_s}}. \quad (7.21)$$

Здесь было использовано условие равенства предельной ценности продукта труда и предельных издержек на труд, а также выражение предельных издержек на труд через коэффициент эластичности предложения труда по ставке заработной платы.

Таким образом, эластичность предложения труда по ставке заработной платы является основным фактором, ограничивающим рыночную власть

монопсонии. Чем выше эластичность предложения, т.е. чем сильнее сокращается объем рабочей силы в результате занижения ставки заработной платы монопсонией, тем меньше возможности для такого занижения и тем слабее рыночная власть фирмы.

Можно видеть, что эластичность предложения труда по ставке заработной платы, ограничивающая рыночную власть монопсонии, представляет собой фундаментальный показатель, влияющий на определение оптимального уровня трудовых затрат монопсонии. Другими факторами, оказывающими влияние на величину занятости на монопсонии, аналогично ситуации совершенной конкуренции на рынке труда, являются цена на продукт фирмы и технологические сдвиги (изменения в предельной производительности труда) и уровень ставки заработной платы.

Экономическая власть монопсонии на данном рынке труда, отражением которой служит индекс Лернера, приводит к искажениям эффективного распределения ресурсов, которое наблюдается в условиях совершенной конкуренции. Для того чтобы сравнить эффективность монопсонии как рыночной структуры с эталоном совершенной конкуренции, предположим, что первоначально на данном рынке труда присутствовало большое количество работодателей, каждый из которых в отдельности не мог влиять на ставку заработной платы и при этом являлся совершенным конкурентом на рынке выпускаемого продукта. Пусть затем все эти работодатели объединяются в фирму-монопсонию, которая при этом остается совершенным конкурентом на рынке продукта. Таким образом, и изначально изменение совокупного выпуска всех фирм, которые теперь становятся монопсонией, не оказывало влияния на рыночную цену продукции. Следовательно, функция совокупного спроса на труд в условиях совершенной конкуренции в этом случае представляла собой горизонтальную сумму индивидуальных функций спроса на труд (MVP_L) всех работодателей на данном рынке труда. После их слияния в единую фирму данная функция совокупного спроса на труд превращается в функцию MVP_L монопсонии.

Если фирма не обладает монопольной властью на рынке готовой продукции, но является монопсонией на рынке труда, то по сравнению с аналогичными фирмами, которые являются конкурентными на рынке труда, она будет нанимать меньше работников и устанавливать более низкую ставку заработной платы: $W_m < W_c$, $L_m < L_c$, где W_c и L_c — соответственно, уровень зарплат и объем занятости, которые существовали бы в условиях конкуренции; W_m и L_m — соответственно, уровень зарплат и объем занятости в условиях монопсонии (рис. 7.32).

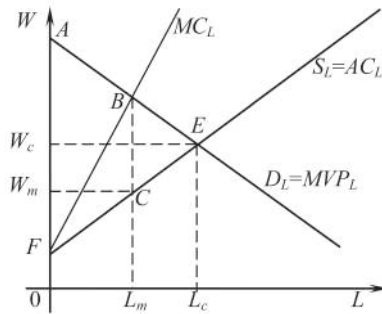


Рис. 7.32. Неэффективность монополии

По сравнению с конкурентным рынком труда равновесие в условиях монополии сопровождается снижением эффективности. В ситуации совершенной конкуренции на рынке труда S_{0AEL_c} представляет собой общую выручку фирм, $S_{0W_cEL_c}$ — их общие переменные издержки, а S_{W_cAE} — совокупный выигрыш производителей. При этом $S_{0W_cEL_c}$ — это фактические заработки трудящихся, S_{0FEL_c} — резервный уровень платы за труд, а S_{FW_cE} — квазирента работников (рис. 7.32).

Резервный уровень платы фактору производства — это минимальная денежная компенсация за его услуги, которая обеспечит его вовлечение именно в данный, а не в альтернативный бизнес. Квазирента — это рентоподобные платежи ограниченному ресурсу, т. е. вознаграждение факторов производства сверх альтернативных издержек, обеспечивающее их использование на данном предприятии и предотвращающее их перемещение в другие сферы бизнеса. В нашем случае квазирента работников — это разность между фактической и резервной заработной платой.

Итак, S_{FAE} характеризует общественное благосостояние в условиях совершенной конкуренции на рынке труда (рис. 7.32).

В условиях монополии S_{0ABL_m} представляет собой выручку фирмы, $S_{0W_mCL_m}$ — ее переменные издержки, а S_{W_mABC} — выигрыш производителя. При этом $S_{0W_mCL_m}$ — это фактические заработки трудящихся, S_{0FCL_m} — резервный уровень оплаты труда, S_{FW_mC} — квазирента работников. В итоге S_{FABC} характеризует общественное благосостояние при монополии.

Таким образом, S_{BCE} представляет собой разницу между общественным благосостоянием при совершенной конкуренции и монополии на данном рынке труда, т. е. потери общественного благосостояния, порождаемые монополией (рис. 7.32).

Если монополия на рынке труда одновременно является монополистом на рынке производимой продукции, то необходимое условие макси-

муму ее функции прибыли — равенство нулю первой производной по переменному ресурсу — усложняется:

$$\begin{aligned}\frac{dPR}{dL} &= \frac{dTR}{dL} - \frac{dTC}{dL} = \frac{dTR}{dQ} \cdot \frac{dQ}{dL} - \frac{d}{dL}(w(L) \cdot L) = \\ &= \frac{dTR}{dQ} \cdot \frac{dQ}{dL} - \left(w + L \frac{dw}{dL} \right) = MR \cdot MP_L - w \cdot \left(1 + \frac{L}{w} \frac{dw}{dL} \right) = \\ &= p \cdot MP_L \cdot \left(1 + \frac{1}{E_p^d} \right) - w \cdot \left(1 + \frac{1}{E_w^{L_s}} \right) = 0.\end{aligned}$$

Таким образом, оптимальное количество рабочей силы, нанимаемой монополией, которая является монополистом на рынке продукта, определяется следующим соотношением (рис. 7.33):

$$MRP_L = MR \cdot MP_L = p \cdot MP_L \cdot \left(1 + \frac{1}{E_p^d} \right) = w \left(1 + \frac{1}{E_w^{L_s}} \right) = MC_L. \quad (7.22)$$

В данном случае линия предельной доходности труда отклоняется от графика стоимости предельного продукта фактора пропорционально обратной величине ценовой эластичности спроса на продукт, увеличенной на единицу. При этом рыночная власть фирмы на рынке труда дополняется монопольной властью на рынке продукции.

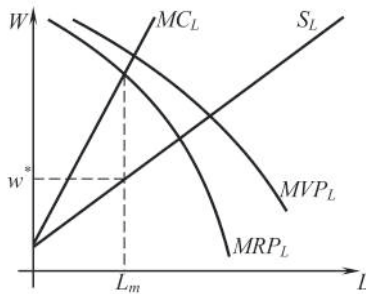


Рис. 7.33. Монополия на рынке продукта — монополия на рынке труда

Достаточным условием максимизации прибыли монополией, представляющей собой монополиста на рынке продукта, при равенстве предельной доходности труда и предельных издержек на данный фактор производства будет отрицательность второй производной прибыли по объему используемого труда, а значит, угловой коэффициент касательной к графику предельной доходности труда должен быть меньше тангенса угла наклона касательной к линии предельных издержек на труд:

$$MRP'_L < MC'_L.$$

Поскольку предельные издержки MC_L являются возрастающей функцией трудозатрат, постольку данное неравенство будет, очевидно, выполнено на участке убывающей предельной доходности труда (рис. 7.33).

В отличие от ситуации совершенной конкуренции на продуктовом рынке, когда предельная доходность труда совпадает со стоимостью его предельного продукта, в силу того что предельный доход постоянен и равен экзогенному уровню цены, заданному равновесием спроса и предложения на продуктовом рынке: $MRP_L = MR \cdot MP_L = p \cdot MP_L = MVP_L$, при монополии на рынке продукта предельная доходность труда представляет собой трансформацию предельного продукта в стоимостном выражении коэффициентом, зависящим от обратной величины эластичности

спроса: $MRP_L = MR \cdot MP_L = p \cdot MP_L \cdot \left(1 + \frac{1}{E_p^d}\right) = MVP_L \left(1 + \frac{1}{E_p^d}\right)$, ведь данный

коэффициент характеризует расхождение предельного дохода и рыночного спроса в условиях несовершенной конкуренции. Следовательно, в отличие от ситуации совершенной конкуренции на рынке продукта, при монополии на оптимальную численность персонала на монопосонии влияет не только уровень рыночной цены на продукт (рис. 7.34), но и величина эластичности рыночного спроса при заданном уровне цены (рис. 7.35). Рассмотрим пример, когда при двух различных функциях спроса на продуктовом рынке $P_1 = 1 - 0,5Q$ и $P_2 = 2 - 0,5Q$ и двух оптимальных комбинациях цены и объема производства для данной фирмы

$P_1 = \frac{3}{4}, Q_1 = \frac{1}{2}$ и $Q_1 = \frac{3}{2}, Q_2 = 1$ значения соответствующих коэффициентов

эластичности будут совпадать: $E_p^{d_1} = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2 = 3 = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 = E_p^{d_2}$ (график слева

на рис. 7.34). Итак, если зафиксировать значение эластичности спроса на продукт, то чем выше будет сам уровень цены, тем выше будет предельная доходность труда и тем больше работников будет заинтересована нанимать монопосония (рис. 7.34). Мотивация здесь аналогична поведению монопосонии на конкурентном рынке продукта (рис. 7.29).

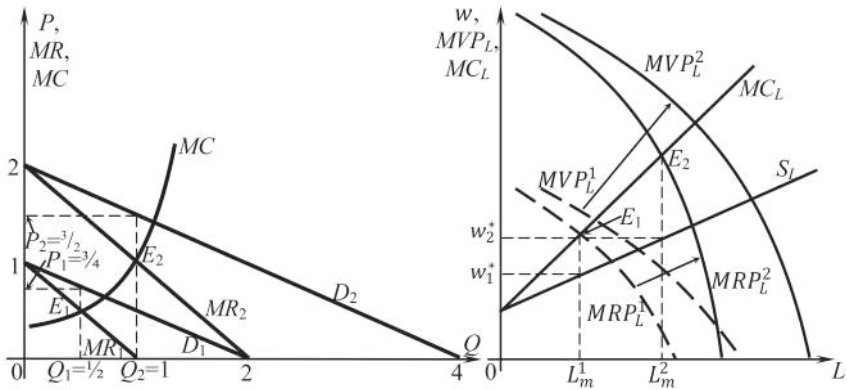


Рис. 7.34. Изменение цены на продукт монополии при неизменной эластичности спроса на него и оптимальная занятость на фирме

При этом чем более эластичен рыночный спрос, тем меньше рыночная власть монополии на продуктовом рынке и тем больше продукции ей будет выгодно продавать (график слева на рис. 7.35), а значит, данной монополии на рынке фактора потребуется увеличить для этого численность используемых трудовых ресурсов (график справа на рис. 7.35).

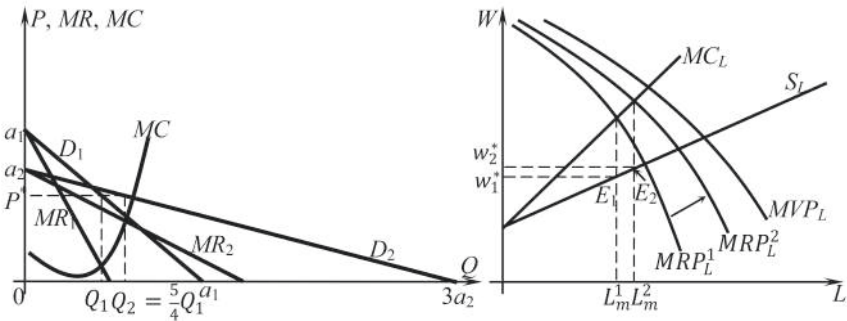


Рис. 7.35. Изменение эластичности спроса на продукт монополии при неизменной его цене и оптимальная занятость на фирме

Факторы, оказывающие влияние на уровень предельных издержек на труд, а значит, и на оптимальную численность персонала на монополии, при монополии аналогичны ситуации совершенной конкуренции на продуктовом рынке (рис. 7.27, 7.31).

7.7. Дискриминация на рынке труда

Возможна симметричная по отношению к рассмотренной выше сегментации спроса ситуация негладкости функции предложения, в частности на рынках факторов производства. Наличие обособленных составляющих предложения может привести к возникновению дискриминации на рынке рабочей силы, когда предприниматели применяют такую практику найма, при которой у одинаково производительных работников различаются ставки заработной платы. Эту ситуацию следует отличать от квалификационных различий в оплате труда, при которых работникам, обладающим разной производительностью, выплачивается различная заработная плата¹.

В условиях явной рыночной сегментации, когда монополия может четко отождествить конкретного работника с определенным сегментом рынка рабочей силы, фирма может увеличить общую прибыль, устанавливая для своих сотрудников разные ставки заработной платы на разных субрынках труда, для каждого из которых характерна своя собственная функция предложения: $w_1 = f_1(L_1)$, $w_2 = f_2(L_2)$. При этом монополия будет практиковать дискриминацию по заработной плате третьего рода, аналогичную рассмотренной в параграфе 6.5 практике ценообразования в условиях монополии.

Для упрощения анализа рассмотрим поведение монополии на рынке труда в условиях совершенной конкуренции на рынке продукции. Допустим, что изначально при сегментации предложения труда монополия не проводит дискриминацию по заработной плате. При этом на данном, едином рынке будет присутствовать излом функции суммарного предложения (при объеме занятости L_0 на рис. 7.36). Ему будет соответствовать излом функции общих денежных трудозатрат и разрыв в предельных издержках на труд. При этом даже если график стоимости предельного продукта труда будет проходить в разрыве предельных издержек на труд, он все равно будет пересекать и первый (MC_L^1), и второй (MC_L^2) участки этой функции. Первоначально MC_L^1 лежит ниже MC_L^2 , т. е. касательная к графику TC_L^1 — более пологая по сравнению с касательной к графику TC_L^2 , а значит, TC_L^1 первоначально лежит ниже TC_L^2 . Но в точке их пересе-

¹ В таком случае более высокая заработная плата, как правило, является результатом инвестиций в человеческий капитал работника, которые будут рассмотрены в параграфе 10.4. Кроме того, могут возникать компенсационные различия в оплате труда, отражающие сравнительную привлекательность либо, наоборот, тягость условий труда на конкретном производстве.

чения L_0 — ситуация уже обратная: $MC_L^1 > MC_L^\Sigma$, т. е. касательная к TC_L^1 — более крутая, чем касательная к TC_L^Σ . Следовательно, правее точки L_0 TC_L^Σ меньше TC_L^1 (рис. 7.36).

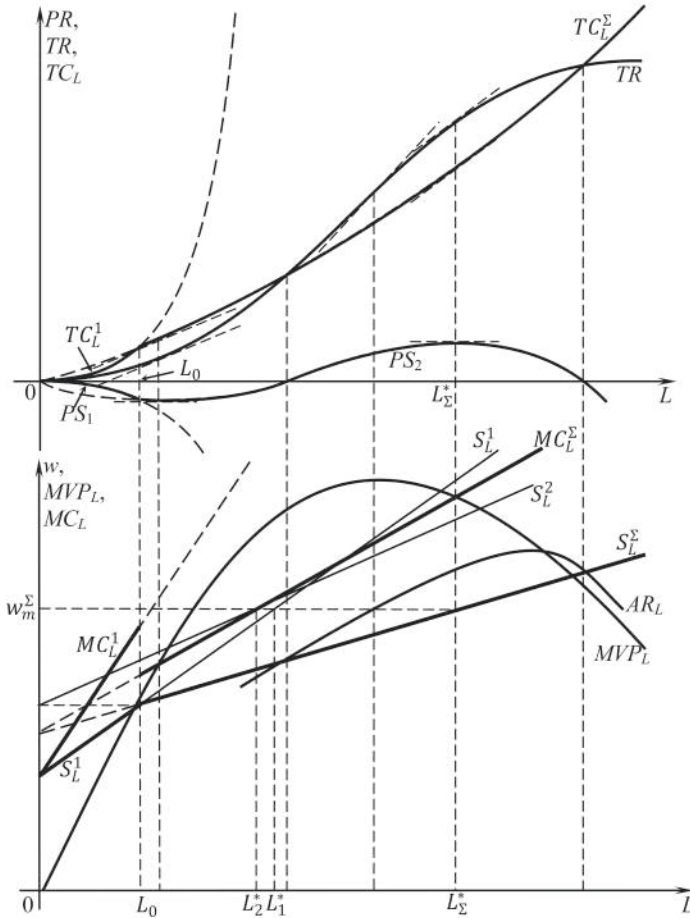


Рис. 7.36. Отсутствие дискриминации по заработной плате

Возможны три случая. Если график предельного продукта труда в стоимостном выражении пересекает только первый сегмент предельных издержек (MC_L^1) и при этом выполняется достаточное условие максимума прибыли ($p \cdot MP'_L \leq MC'_L$), то на рынке будет присутствовать только первая группа работников. Вторая, более вероятная возможность — это пересе-

чение графиков предельных издержек и стоимости предельного продукта труда (при выполнении достаточного условия максимизации прибыли $p \cdot MP'_L \leq MC'_L$) на более эластичном участке суммарного предложения рабочей силы, когда монопосония нанимает все группы работников. Эта ситуация отображена на рисунке 7.36. Оптимальный объем занятости для фирмы составит L_2^* , а ставка заработной платы будет установлена на уровне w_m . При этом работники первой группы будут трудиться L_1^* часов, а сотрудники, относящиеся ко второму сегменту, отработают L_2^* часов.

Наконец, даже если график предельного продукта труда в стоимостном выражении будет проходить в разрыве предельных издержек на труд, он все равно будет пересекать и первый (MC_L^1) , и второй (MC_L^2) их участки. Максимум прибыли монопосонии будет соответствовать пересечению MVP_L с участком суммарных предельных издержек на труд (MC_L^2) .

Необходимые условия максимума прибыли дискриминирующей монопосонии при наличии двух сегментов предложения труда $PR = TR - TC_L^1 - TC_L^2 = pQ(L) - w_1(L_1)L_1 - w_2(L_2)L_2$ будут иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial PR(L)}{\partial L_1} = \frac{\partial TR(L)}{\partial L_1} - \frac{\partial TC(L)}{\partial L_1} = 0, \\ \frac{\partial PR(L)}{\partial L_2} = \frac{\partial TR(L)}{\partial L_2} - \frac{\partial TC(L)}{\partial L_2} = 0, \end{cases}$$

где $L = L_1 + L_2$ – суммарное количество рабочей силы, нанимаемое монопосонией на двух частях рынка труда.

Каждое из равенств можно расписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial PR}{\partial L_i} &= \frac{\partial TR(L)}{\partial L_i} - \frac{\partial (TC_L^1(L_1) + TC_L^2(L_2))}{\partial L_i} = \frac{\partial TR(L)}{\partial L_i} - \frac{\partial TC_L^i(L_i)}{\partial L_i} = \\ &= p \cdot \frac{\partial Q(L)}{\partial L} \cdot \frac{\partial L}{\partial L_i} - \frac{\partial (w_i(L_i) \cdot L_i)}{\partial L_i} = \\ &= p \cdot \frac{\partial Q(L)}{\partial L} \cdot \frac{\partial (L_1 + L_2)}{\partial L_i} - MC_L^i(L_i) = MVP_L(L) - MC_L^i(L_i) = 0, i = \{1, 2\}. \end{aligned}$$

Итак, для дискриминирующей монопосонии предельные издержки на труд по каждому из субрынков данного фактора производства должны равняться его предельному продукту в денежном выражении при использовании оптимального объема труда L_2^* , нанимаемого на всех сегментах рынка:

$$MVP_L(L_2^*) = MC_L^1(L_1^*) = MC_L^2(L_2^*). \quad (7.23)$$

На первом сегменте будет установлена ставка заработной платы w_m^1 и использован объем труда L_1^* . На втором сегменте предложения труда ставка заработной платы будет равна w_m^2 , а объем нанимаемых трудовых ресурсов составит L_2^* (рис. 7.37). При этом осуществляющая дискриминацию третьего рода монополия не изменяет совокупный объем использования ресурса по сравнению с ситуацией единого рынка ресурса. Монополист, учитывая при ценообразовании рыночную сегментацию, перераспределяет тот же объем используемых трудовых ресурсов между сегментами их предложения с разной эластичностью.

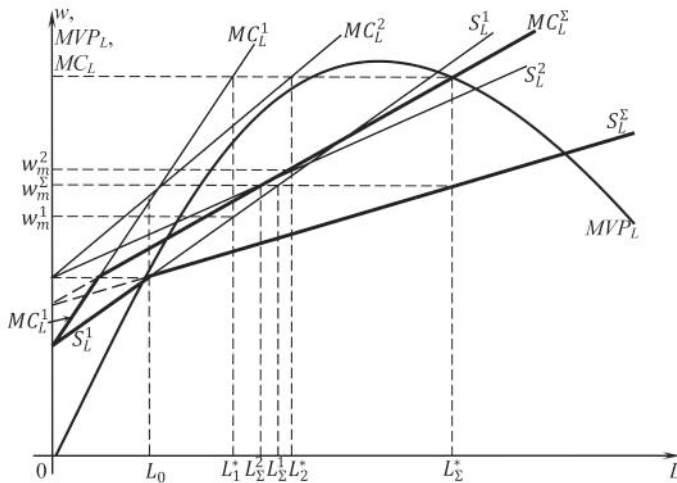


Рис. 7.37. Дискриминация по заработной плате на сегментированных рынках труда

Следует обратить внимание на то, что при наличии ценовой дискриминации третьей степени излому графика суммарного спроса не будет соответствовать разрыв предельной выручки, наблюдаемый в случае единого рынка (рис. 7.36—7.37). При ценовой дискриминации третьей степени функция предельных издержек на труд будет непрерывной, состоящей из двух участков — MC_L^1 и MC_L^2 (последний из которых соответствует нижнему сегменту суммарного предложения). В точке их пересечения будет наблюдаться излом графика суммарных предельных издержек, означающий недифференцируемость функции совокупных издержек фирмы.

Очевидно, что суммарные предельные издержки строятся как «горизонтальная» сумма функций предельных издержек на каждом из сегментов рынка труда: при каждом уровне предельного продукта труда в стоимостном выражении, а значит, и данной, единой величине предельных

издержек на каждом из сегментов, совокупный объем используемого труда на фирме будет представлять собой сумму величин занятости на всех сегментах. Таким образом, осуществление ценовой дискриминации на сегментированных рынках труда подразумевает отсутствие разрыва в функции предельных издержек на данный фактор производства (рис. 7.37).

При отсутствии дискриминации монопосония устанавливает единую ставку заработной платы для всех работников на уровне w_m^x . При этом единственным фактором, влияющим на величину предельных издержек на труд, остается ценовая эластичность предложения данного фактора. Общие издержки являются возрастающей функцией объема трудовых затрат, т.е. при увеличении объема используемого труда издержки будут расти, а при его сокращении — падать. Если предельные издержки на одном сегменте предложения труда (S_L^1) в исходной ситуации больше предельных издержек от найма сотрудников на втором подмножестве работников (S_L^2), то монопосонии будет выгодно дифференцировать ставки заработной платы для данных двух групп персонала, — понизить ставку заработной платы для первой группы (от w_m^x до w_m^1) и повысить ставку заработной платы для второй (от w_m^x до w_m^2). При этом в силу различий в значениях предельных издержек сокращение издержек при снижении трудовых затрат (от L_j^1 до L_j^*) на первом сегменте окажется большим по абсолютной величине по сравнению с ростом издержек при соответствующем увеличении использования рабочей силы (от L_j^2 до L_j^*), нанимаемой на втором сегменте (рис. 7.37).

Действительно, если в условии оптимизации для дискриминирующей монопосонии выражения предельных издержек на каждом из сегментов предложения труда записать через соответствующие коэффициенты эластичности предложения по ставке заработной платы:

$$MC_L^1 = w_1 \left(1 + \frac{1}{E_w^{L_1^1}} \right) = w_2 \left(1 + \frac{1}{E_w^{L_2^2}} \right) = MC_L^2,$$

то можно видеть, что превышение ставки заработной платы, назначаемой второй группе работников, над ставкой для первой группы будет тем больше, чем менее эластичен первый сегмент и чем более эластичен второй сегмент предложения труда:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{1 + \frac{1}{E_w^{L_1^1}}}{1 + \frac{1}{E_w^{L_2^2}}}.$$

Приведем пример, иллюстрирующий гендерную дискриминацию. Допустим, что единственным работодателем на некотором локальном рынке труда является фирма-совершенный конкурент на рынке продукта. Персонал монополии состоит из мужчин и женщин: $L = L_{\text{ж}} + L_{\text{м}}$, где $L_{\text{м}}$ — количество отработанных часов мужчинами и $L_{\text{ж}}$ — количество отработанных часов женщинами.

Производственная функция этой фирмы имеет вид:

$$\begin{cases} Q = 50L - 0,25L^2 = 50(L_{\text{ж}} + L_{\text{м}}) - 0,25(L_{\text{ж}} + L_{\text{м}})^2 & \text{при } 0 \leq L = L_{\text{ж}} + L_{\text{м}} \leq 200, \\ Q = 0 & \text{при } L = L_{\text{ж}} + L_{\text{м}} > 200. \end{cases}$$

Пусть цена продукта равна 2. Предложение труда мужчин описывается функцией $L_{\text{м}}^s = -20 + 2w$, а женщин — зависимостью вида $L_{\text{ж}}^s = 10 + 0,5w$. Рассчитаем, сколько женщин и мужчин будет принято на работу данной фирмой, практикующей дискриминацию по половому признаку. Оптимизация затрат женского труда будет выглядеть так:

$$MVP_L = p \cdot MP_L = 100 - L_{\text{ж}} - L_{\text{м}} = MC_L^* = 4L_{\text{ж}} - 20.$$

Аналогично, в отношении мужской занятости имеем:

$$MVP_L = p \cdot MP_L = 100 - L_{\text{ж}} - L_{\text{м}} = MC_L^* = L_{\text{м}} + 10.$$

Итак, должна выполняться система условий:

$$\begin{cases} 100 - L_{\text{ж}} - L_{\text{м}} = 4L_{\text{ж}} - 20, \\ 100 - L_{\text{ж}} - L_{\text{м}} = L_{\text{м}} + 10. \end{cases}$$

Решая ее, получаем, что $L_{\text{ж}} \approx 16,6$; $L_{\text{м}} \approx 36,7$. Ставки зарплаты для женщин и мужчин, соответственно, составят: $W_{\text{ж}} \approx 2 \cdot 16,6 - 20 \approx 13,2$; $W_{\text{м}} \approx 0,5 \cdot 36,7 + 10 \approx 28,3$.

Определим теперь, каковы были бы ставки зарплаты и сколько женщин и мужчин было бы нанято, если бы фирма не могла применять дискриминацию рабочей силы по половому признаку. При отсутствии дискриминации единая функция предложения труда будет выглядеть так:

$$w = \begin{cases} -20 + 2L, & \text{при } L \in [10, 15], \\ 4 + 0,4L, & \text{при } L > 15, \end{cases}$$

а значит,

$$MFC_L = \begin{cases} -20 + 4L, & \text{при } L \in [10, 15], \\ 4 + 0,8L, & \text{при } L > 15. \end{cases}$$

Используя условие максимизации прибыли монополией, получаем, что соответствующему диапазону занятости принадлежит лишь второе из возможных решений: $L = 53, (3)$. При этом единая ставка заработной платы составит: $W = 25, (3)$. Соответственно, будут использоваться следующие объемы мужского и женского труда: $L_m(25, (3)) = 30, (6)$; $L_{ж}(25, (3)) = 22, (6)$.

Методы ценообразования, применяемые в рамках дискриминации второго рода, когда рыночное предложение сегментировано, но работодатель не может отождествить данного, конкретного индивидуума, с которым он встречается на рынке труда, с тем или иным сегментом предложения, служат инструментарием выработки оптимальных стимулирующих контрактов в рамках взаимоотношений заказчика и исполнителя. Такие контракты ориентированы на увеличение доли выигрыша работника, которая перераспределяется в пользу работодателя и становится его прибылью. По этой причине обладающий экономической властью заказчик-работодатель заинтересован в выработке такого оптимального договора найма рабочей силы, в котором были бы заложены стимулы для работников проявить свою готовность к эффективному труду.

Рассмотрим один из вариантов построения такой системы стимулирующих контрактов на рынке труда. Допустим, что существуют две группы работников: обладающих высокой (S_2) и низкой (S_1) эффективностью. Пусть работники внутри каждой из групп идентичны. Работодатель не знает, какой из работников более производитель, тогда как работники вполне осознают свой потенциал. Целью заказчика является разработка такой системы контрактов, которая мотивировала бы исполнителей проявить свои способности и максимизировала бы тем самым прибыль предприятия.

Это можно реализовать путем выплаты заранее оговоренной компенсации за определенный объем трудовых усилий, причем размер платы должен увеличиваться медленнее, чем возрастает трудовой вклад работника.

В частности, заказчик может предложить рынку труда следующее меню контрактов (рис. 7.38):

- выплата за объем трудовых усилий L_e^1 компенсации в размере $S_{0CAL_e^1}$ либо
- выплата денежной суммы, равной $S_{0CAL_e^1} + S_{L_e^1EBL_e^2}$, за объем трудовой деятельности L_e^2 .

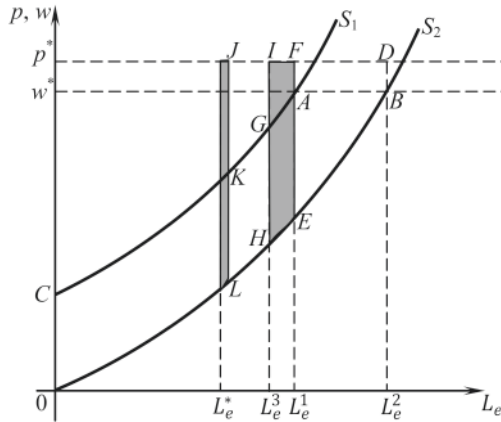


Рис. 7.38. Оптимизация трудовых контрактов при неясных различиях в эффективности работников

Очевидно, что работник из первой группы будет готов отработать только L_e^1 часов труда, т.е. выберет первый из двух контрактов, поскольку плата в размере $S_{0CAL_e^1}$ является минимальной денежной суммой, которую он готов получить за данный объем трудовой деятельности. Работник из второй группы будет готов отработать L_e^1 часов за минимальную компенсацию в размере, определяемом площадью под его графиком предложения труда, т.е. $S_{0EL_e^1}$. Если ему за данный объем трудовых усилий будет выплачена сумма в размере $S_{0CAL_e^1}$, которая превышает ту минимальную плату, за которую он согласен столько работать, то он получит выигрыш в размере S_{0CAE} . Если ему предложат работать L_e^2 часов, то он согласится это сделать за плату, хотя бы равную соответствующей площади под своей функцией предложения труда, т.е. $S_{0BL_e^2}$, или превышающую ее по размеру. По сравнению с этой минимальной компенсацией плата в размере $S_{0CAL_e^1} + S_{L_e^1EBL_e^2}$ обеспечит ему выигрыш, равный S_{0CAE} . Таким образом, работнику из второй группы будет безразлично, какой из зарплатных планов, предложенных заказчиком, выбрать, ведь в итоге у него все равно останется один и тот же выигрыш S_{0CAE} .

Будем считать, что за один час труда с заданной эффективностью производится единица продукта либо услуги, которая реализуется данным предприятием по рыночной цене p^* . Предпринимателю выгоднее, чтобы более производительный работник выбрал именно второй зарплатный план, ведь при этом прибыль фирмы со-

ставит $PR_H = p^* \cdot L_e^2 - (S_{0CAL_e^1} + S_{L_e^1 EBL_e^2}) = S_{Cp^*FA} + S_{EFDB}$, что будет больше,

чем прибыль при выборе работником данного типа первой зарплатной схемы, т.е. $PR_L = p^* \cdot L_1^2 - S_{0CAL_e^1} = S_{Cp^*FA}$. Очевидно, что первый зарплатный план создан для менее производительных работников, от которых заказчик как раз и рассчитывает получить данную прибыль $PR_L = S_{Cp^*FA}$. Если вероятности встретить на рынке труда работников обоих типов одинаковы, то ожидаемая прибыль предпринимателя при выборе сотрудниками соответствующих зарплатных схем составит $EPR = \frac{1}{2} PR_H + \frac{1}{2} PR_L = S_{Cp^*FA} + \frac{1}{2} S_{EFDB}$. Высокопроизводительного работника можно побудить к выбору второй зарплатной схемы, увеличив на предельно малую величину плату за трудовые усилия L_e^2 , что сделает этот контракт более предпочтительным для данного сотрудника. Таким образом, данная система зарплатных планов реализует механизм самоотбора сотрудников, которые, выбирая определенный тип договора найма, обозначают свою принадлежность тому или иному сегменту предложения труда, охватывающему работников определенной производительности.

Необходимо отметить, что рассмотренное выше меню контрактов не является оптимальным с точки зрения заказчика. Для увеличения прибыли для него может выгодно уменьшить требуемый объем труда менее эффективных работников, скажем, до L_e^3 с одновременным снижением компенсации для данной категории персонала до величины $S_{0CGL_e^3}$, а для высокопроизводительных работников — до $S_{0CGL_e^3} + S_{L_e^3 HBL_e^2}$ за прежний объем трудового вклада L_e^2 . При этом на первом сегменте предложения труда заказчик потеряет прибыль в размере S_{GIFA} , тогда как за счет второй группы исполнителей рабочей силы он сможет увеличить свою прибыль на величину S_{HGAE} . Предпринимателю будет выгодно поступить таким образом, поскольку в итоге его совокупная прибыль возрастет, ведь $S_{HGAE} > S_{GIFA}$.

Заказчик будет заинтересован действовать по аналогичной логике и далее, снижая требуемый объем трудовых усилий для первой подгруппы рабочей силы до тех пор, пока снижение прибыли на данном сегменте будет перекрываться приростом чистого дохода от действий исполнителей из второй группы.

Меню контрактов станет оптимальным, т.е. прибыль предпринимателя будет максимальной при величине трудового вклада L_e^* низкопроизводительных работников, когда прирост потерь на каждом исполнителе из первого сегмента сравняется с увеличением прибыли, получаемой за счет каждого работника из второй группы:

$$\lim_{L_e \rightarrow L_e^*} \frac{\Delta S_{AFJK}}{(L_e - L_e^*)} = \lim_{L_e \rightarrow L_e^*} \frac{\Delta S_{AELK}}{(L_e - L_e^*)},$$

т.е.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p^* \int_{L_e^1}^x dL_e - \int_{L_e^1}^x w_1(L_e) dL_e \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{L_e^1}^x w_1(L_e) dL_e - \int_{L_e^1}^x w_2(L_e) dL_e \right),$$

или

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{L_e^1}^x (p^* + w_2(L_e)) dL_e = 2 \frac{\partial}{\partial x} \int_{L_e^1}^x w_1(L_e) dL_e.$$

Используя формулу дифференцирования собственного интеграла по параметру¹, получаем:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{L_e^1}^x w_i(L_e) dL_e = w_i(x) \frac{\partial x}{\partial x} - w_i(x) \frac{\partial L_e^1}{\partial x} + \int_{L_e^1}^x \frac{\partial}{\partial x} (w_i(L_e)) dL_e = w_i(x), i = \{1, 2\};$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{L_e^1}^x p^* dL_e = p^* \frac{\partial x}{\partial x} - p^* \frac{\partial L_e^1}{\partial x} + \int_{L_e^1}^x \frac{\partial p^*}{\partial x} dL_e = p^*.$$

Следовательно, оптимальный объем трудового вклада первой группы работников (L_e^*) , который является ключевым в выработке стимулирующего контракта, должен удовлетворять соотношению

$$p^* + w_2(L_e^*) = 2w_1(L_e^*),$$

или

$$2(p^* - w_1(L_e^*)) = p^* - w_2(L_e^*).$$

Таким образом, соотношение прибылей, получаемых фирмой с одного работника каждого типа, должно равняться рыночным долям данных сегментов предложения труда:

$$\frac{p^* - w_1(L_e^*)}{p^* - w_2(L_e^*)} = \rho = \frac{1}{2}.$$

В итоге оптимальное меню контрактов, реализующее механизм самоотбора работников, будет таким (рис. 7.38):

¹ См. параграф 4.6.

- выплата за объем трудовых усилий L_e^* компенсации в размере $S_{0CNL_e^*}$ либо
- выплата денежной суммы, равной $S_{0CNL_e^*} + S_{L_e^*OBL_e^*}$, за объем трудовой деятельности L_e^* .

Рассуждения, проведенные выше, предполагали, что количество работников в обоих сегментах предложения труда одинаково, т.е. что вероятность для монополиста встретить на рынке высоко- и низкопроизводительного работника равна $\frac{1}{2}$. В более общем случае при оптимизации меню контрактов следует учитывать, как правило, неравные доли работников из разных сегментов предложения труда, и делать поправку на соответствующие вероятности при анализе потенциальных потерь и выгод.

Пусть доля высокопроизводительных специалистов равна ρ , а вероятность повстречать на рынке труда низкопроизводительного работника — соответственно $1 - \rho$. Тогда при бесконечно малом изменении объема трудового вклада сотрудника, обладающего низкой эффективностью, потери на первом сегменте предложения труда составят $(1 - \rho)(p^* - w_1)$, а соответствующий выигрыш на втором сегменте будет равен $\rho(w_1 - w_2)$. В оптимальном меню контрактов эти величины должны быть одинаковыми:

$$(1 - \rho)(p^* - w_1(L_e^*)) = \rho(w_1(L_e^*) - w_2(L_e^*)),$$

или

$$p^* - w_1(L_e^*) = \rho(p^* - w_2(L_e^*)).$$

Таким образом, соотношение прибылей, получаемых фирмой с каждого работника первого и второго типа, должно равняться доле высокопроизводительных специалистов на рынке труда:

$$\frac{p^* - w_1(L_e^*)}{p^* - w_2(L_e^*)} = \rho.$$

Аналогично механизму ценовой дискриминации второго рода на продуктовых рынках при выработке оптимального меню контрактов на рынке труда используются два типа ограничений.

Это, во-первых, ограничение по участию, которое состоит в том, что заинтересованность индивидуума к участию в данном виде экономической деятельности должна быть, как минимум, равна его издержкам, связанным с ней. Данное ограничение актуально для низкопроизводительных работников. Действительно, плата за объем трудовых усилий L_e^* равна минимальной денежной сумме, за которую они будут готовы

столько работать, т.е. площади под соответствующим графиком предложения труда.

Вторым условием, используемым при выработке оптимального контракта найма рабочей силы, является ограничение по сравнимости стимулов, или по самоотбору. Оно утверждает, что уровень удовлетворения индивидуума при выборе контракта, предназначенного для него, должен быть не ниже его заинтересованности в выборе контракта, выработанного для индивидуума другого типа. Это ограничение применяется к высокопроизводительным работникам. Действительно, меню контрактов, реализующих механизм самоотбора персонала, подобрано таким образом, что выигрыш работников данного типа оказывается одинаковым (S_{0CNO}) независимо от того, какой из двух контрактов он предпочтет.

Подробнее принципы построения стимулирующих контрактов на рынке труда будут рассмотрены в теме 10 «Информация и риск».

7.8. Регулирование рынков труда

Когда государство устанавливает минимальную границу заработной платы выше равновесной ставки зарплаты, это приводит к безработице. Ведь если минимальная зарплата выше равновесной, то предложение труда (L_S) превышает спрос на труд (L_d) и возникает избыток рабочей силы (рис. 7.39).

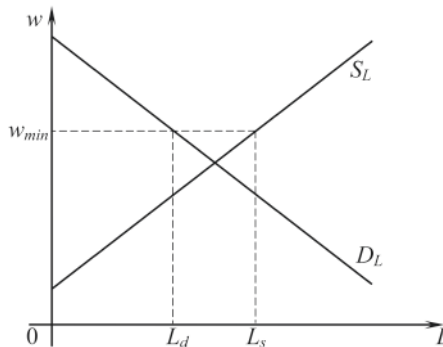


Рис. 7.39. Минимальная заработная плата на конкурентном рынке труда

Государственное регулирование рынка продукции будет отражаться на поведении фирмы на рынке труда. Так, при установлении потолка цен на монополизированном рынке фирма будет сталкиваться с двумя

сегментами спроса на свой продукт. Первый, горизонтальный участок, пройдет на уровне регулируемой цены вплоть до его пересечения с графиком рыночного спроса. Второй участок — правее точки пересечения — будет совпадать с рыночным спросом (рис. 4.7–4.8). При этом будет меняться функция предельной доходности труда MRP_L . На участке абсолютно эластичного спроса на продукцию монополия будет вести себя аналогично совершенно конкурентной фирме, а значит, функции предельной доходности труда и стоимости предельного продукта труда будут совпадать: $MRP_L = MVP_L$ (рис. 7.14). Такая ситуация будет иметь место при объеме занятости на фирме вплоть до L_0 — такого уровня, который в условиях данной технологии производства будет соответствовать объему продукции Q_0 , при котором происходит излом функции спроса на продукт фирмы. При объеме трудозатрат L_0 функция MRP_L будет претерпевать разрыв. Правее данной величины занятости на фирме график MRP_L будет расходиться с линией MVP_L , поскольку предельная выручка фирмы будет уже убывающей зависимостью от объема производства, и ее график будет отличаться от линии спроса на продукт фирмы. На данном сегменте предельной доходности фактора оптимальный объем труда, используемого фирмой, будет соответствовать пересечению линии MC_L и графика MRP_L , который будет проходить ниже линии MVP_L . Это, однако, будет означать неэффективность государственного регулирования цен на монопольном рынке, ведь объем производства при данной величине занятости будет соответствовать убывающему сегменту спроса, а значит, монопольная цена окажется ниже установленного государством потолка цен.

Если же государственное регулирование цены будет оказывать влияние на деятельность монополии, то оптимальный объем трудозатрат на фирме будет соответствовать пересечению графиков MC_L и MVP_L — первого сегмента разрывной функции MRP_L — либо линия MC_L пройдет сквозь разрыв в графике MRP_L . В последнем случае оптимальный объем занятости на фирме $L^* = L_0$ будет как раз соответствовать разрыву MRP_L (рис. 7.40).

Действительно, левее данной точки предельная доходность труда будет превышать предельные издержки на данный фактор, а значит, каждый дополнительно отработанный на фирме человеко-час труда будет приносить ей добавочную прибыль, т.е. предприятию выгодно увеличивать занятость вплоть до $L^* = L_0$. Правее же данного уровня трудозатрат функция прибыли становится убывающей зависимостью от количества труда, поскольку график MC_L располагается выше линии MRP_L , и каждый дополнительно отработанный человеко-час труда будет оз-

начать сокращение прибыли фирмы, которой тем самым будет выгодно сокращать занятость вплоть до уровня $L^*=L_0$. Таким образом, оптимальной величиной затрат труда на фирме в данной ситуации будет $L^*=L_0$, и фирма будет вести себя аналогично совершенному конкуренту на рынке продукта.

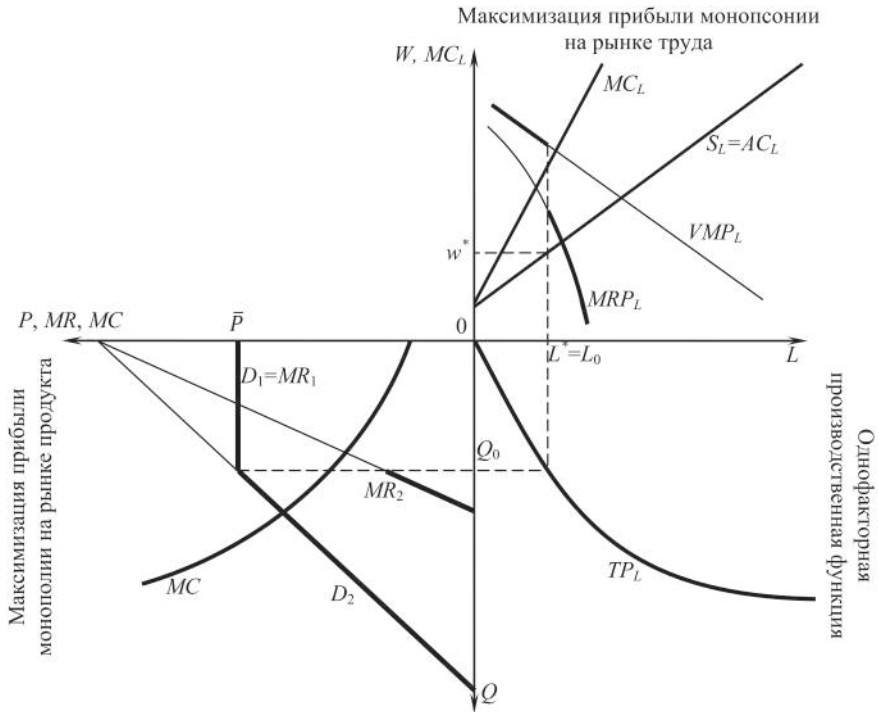


Рис. 7.40. Монополия на рынке продукта и монополия на рынке труда:
потолок цен на продуктовом рынке,
ограничивающий монополистическую власть фирмы

Очевидно, что подобное поведение фирмы будет наблюдаться и в случае пересечения линии MC_L с первым сегментом предельной доходности труда, совпадающим с линией MVP_L (рис. 7.41).

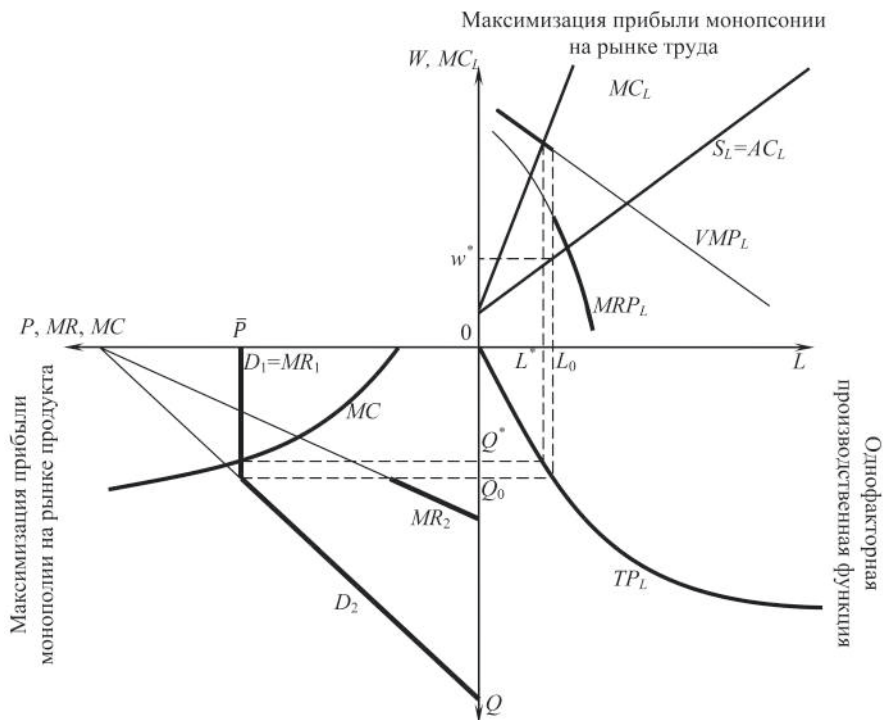


Рис. 7.41. Монополия на рынке продукта и монополия на рынке труда:
 потолок цен на продуктовом рынке,
 ограничивающий монопольную власть фирмы

Если при несовершенной конкуренции на рынке труда законодательно устанавливается нижний порог цен — минимальный уровень ставки заработной платы, то в определенном диапазоне предложения труда монополия начинает вести себя подобно совершенному конкуренту. Действительно, в таком случае функция предложения труда для монополии оказывается составной: она включает в себя горизонтальный сегмент на уровне минимума заработной платы w_{min} при объеме трудовых затрат вплоть до $\bar{L}$, а также возрастающий сегмент, совпадающий с рыночной функцией предложения труда при его количестве, превышающем $\bar{L}$ (рис. 7.42). При объеме занятости, равном $\bar{L}$, функция предложения труда для монополии в условиях государственного регулирования заработной платы имеет излом. Соответствующая функция предельных издержек на труд при данном его количестве будет иметь разрыв, поскольку функция совокупных издержек на труд окажется недифференцируемой.

При этом первый сегмент предельных издержек на труд будет совпадать с горизонтальным участком предложения рабочей силы (при $0 \leq L < \bar{L}$), а второй их сегмент будет линейным с угловым коэффициентом, в два раза превышающим тангенс угла наклона второго участка предложения труда.

На рисунке 7.42 показана ситуация, когда в условиях совершенной конкуренции на продуктовом рынке минимум заработной платы ограничивает рыночную власть как способность монополии занижать ставку заработной платы по отношению к предельным издержкам на труд. При этом возможно, в частности, что функция предельного продукта труда в стоимостном выражении пройдет через разрыв графика предельных издержек на труд. Тогда при количестве занятых на фирме, меньшем $\bar{L}$, предельные издержки на труд будут ниже его предельной доходности, и монополии будет выгодно увеличивать численность персонала, поскольку каждый дополнительно нанятый сотрудник будет приносить фирме прибавку к прибыли. И наоборот, при объеме занятости свыше $\bar{L}$ предельные издержки на труд будут превышать его предельную доходность, и каждый дополнительный человеко-час труда будет означать для монополии снижение прибыли, которая, тем самым, будет представлять собой теперь уже убывающую зависимость от количества труда, а значит, фирма будет заинтересована в сокращении занятости вплоть до $\bar{L}$, поскольку это будет означать для нее повышение прибыли. Таким образом, в данной ситуации (рис. 7.42) оптимальным объемом занятости для монополии является $\bar{L}$, а ставка заработной платы будет установлена на регулируемом уровне w_{min} . Этот же уровень заработной платы будет соответствовать ситуации, когда график стоимости предельного продукта труда пересекает горизонтальный сегмент предельных издержек на данный фактор.

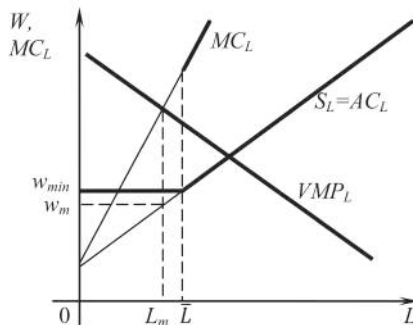


Рис. 7.42. Монополия на рынке труда при совершенной конкуренции на продуктовом рынке: минимум заработной платы

Важными субъектами принятия решений относительно уровней заработной платы и объемов занятости работников, активно участвующими в регулировании рынка труда, являются профсоюзы. Совместно с бизнесом и государством они активно участвуют в работе трехсторонних комиссий, принимающих основополагающие решения в области регулирования социально-трудовых отношений. Выдвигая своих представителей в советы директоров компаний, консультационные комитеты при государственных органах власти, профсоюзы вносят важный вклад в выработку управленческих принципов, задающих канву функционирования рынка труда. Являясь одной из сторон коллективных трудовых договоров, профсоюзы формируют важнейшие количественные и качественные характеристики взаимоотношений между работниками и работодателями.

Рассмотрим модель деятельности профсоюза, которая является важной причиной жесткости заработной платы, имеющей место на рынке труда. Описанием поведения профсоюза может служить следующая оптимизационная задача (рис. 7.43):

$$\begin{cases} \max_w R = \max_w (L(w - w^*)) : \\ \max_L PR = \max_L (pf(\bar{K}, L) - wL - FC), \end{cases}$$

где w — уровень заработной платы, устанавливаемый коллективным договором профсоюза и работодателя; w^* — рыночная ставка заработной платы, $FC = r\bar{K}$ — постоянные издержки предприятия.

Спрос на труд будет определяться соотношением (2.25). Необходимое условие максимума целевой функции профсоюза имеет вид:

$$\frac{\partial L}{\partial w}(w - w^*) + L = 0,$$

или

$$L = \frac{\partial L}{\partial w}(w^* - w). \quad (7.24)$$

В силу закона убывающей предельной производительности $MP'_L = \frac{\partial^2 f(\bar{K}, L)}{\partial L^2} < 0$, т.е. с ростом $w = p \cdot MP_L$ объем труда при $K = \bar{K}$ должен сокращаться, значит, спрос на труд — убывающая зависимость от ставки заработной платы: $\frac{\partial L}{\partial w} < 0$.

Следовательно, поскольку $L > 0$, из уравнения (7.24) видно, что $w > w^*$. Выгодная для профсоюза ставка заработной платы превышает равновесную рыночную.

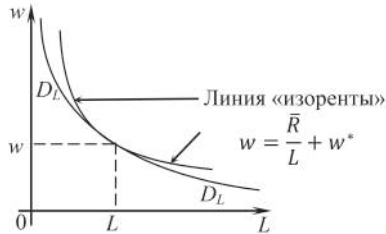


Рис. 7.43. Оптимизация заработной платы и занятости: логика профсоюза

7.9. Кривая Бевериджа, динамика заработной платы и уровень безработицы

Важным инструментом анализа динамики заработной платы с точки зрения равновесия на рынке труда является так называемая кривая Бевериджа, иллюстрирующая взаимно обратное соотношение между количеством вакантных рабочих мест и числом безработных. Использование данного инструментария приводит к результатам, имеющим значение в контексте не только микро-, но и макроэкономического анализа.

Будем рассматривать рынок труда работников определенной квалификации. При стандартных функциях спроса и предложения равновесие на рынке труда (w^*, L^*) является устойчивым по Вальрасу (рис. 7.44), когда ставка заработной платы (w) рассматривается в качестве независимой, а величина занятости (L) — зависимой переменной (ср. рис. 3.33).

Пусть ставка заработной платы превышает равновесный уровень: $w_1 > w^*$. Тогда предложение труда (L^S) будет превышать спрос на труд (L^D), и будет иметь место безработица ($U = L^S - L^D > 0$), в нашем случае $L_1^S > L_1^D$. Значит, в результате конкуренции между потенциальными работниками за рабочие места с течением времени ставка заработной платы будет снижаться, стремясь к равновесному значению. Допустим, наоборот, что уровень заработной платы ниже равновесного: $w_2 < w^*$. Значит, будет наблюдаться избыточный спрос на рынке труда ($Z = L^D - L^S > 0$), в данном случае $L_2^S < L_2^D$. Следовательно, со временем под влиянием конкуренции между работодателями за потенциальных работников ставка заработной платы будет возрастать вплоть до равновесного значения (рис. 7.44).

Таким образом, направление изменения ставки заработной платы будет зависеть от ее соотношения со своим равновесным уровнем: скорость

изменения ставки заработной платы $\left(\dot{w} = \frac{dw}{dt}\right)$ представляет собой убывающую зависимость от разности между ее фактическим и равновесным значением (рис. 7.45):

$$\dot{w} = f(w - w^*). \quad (7.25)$$

Избыточный спрос на рабочую силу в относительном измерении задается следующим соотношением: $z \equiv \frac{Z}{L+U} = \frac{L^D - L^S}{L+U}$. При превышении

фактического уровня заработной платы над равновесным ($w > w^*$) наблюдается безработица ($L^S > L^D$), т.е. избыточный спрос отрицателен: $z < 0$. И наоборот, если $w < w^*$, то $L^S < L^D$, т.е. избыточный спрос положителен: $z > 0$. Соответственно, в условиях равновесия, при $w = w^*$ и $L^S = L^D$, избыточный спрос будет нулевым: $z = 0$.

Таким образом, избыточный спрос на труд $z = g(w - w^*)$ представляет собой убывающую зависимость от разности между фактическим и равновесным уровнем ставки заработной платы, следовательно, и обратная функция:

$$w = w^* + g^{-1}(z) \quad (7.26)$$

так же будет являться всюду убывающей (рис. 7.46).

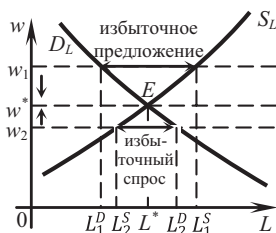


Рис. 7.44. Устойчивость по Вальрасу равновесия на рынке труда

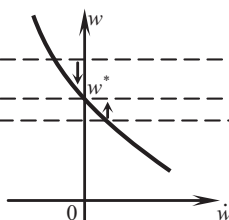


Рис. 7.45. Динамика ставки заработной платы

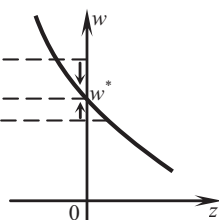


Рис. 7.46. Зависимость избыточного спроса на труд от ставки заработной платы

Объединяя функции (7.25) и (7.26), в силу их свойств, получаем возрастающую зависимость скорости изменения ставки заработной платы от избыточного спроса на труд в относительном выражении:

$$\dot{w} = f(g^{-1}(z)) = h(z). \quad (7.27)$$

Кривая Бевериджа подразумевает обратную зависимость между вакантными рабочими местами (V) и безработными (U): чем больше вакансий, тем выше вероятность трудоустройства незанятых. И наоборот, увеличение числа безработных означает растущую нехватку вакантных рабочих мест: предложение труда не находит соответствующего спроса — вакансий. Аналогичная зависимость верна и для относительных величин — уровней безработицы (u) и вакантности рабочих мест (v) (рис. 7.47):

$$v \equiv \frac{V}{L+U} = \varphi\left(\frac{U}{L+U}\right) = \varphi(u),$$

где L — количество рабочей силы на анализируемом рынке труда.

Избыточный спрос на труд в относительном измерении представляет собой разность между уровнями вакансий и безработицы:

$$z \equiv \frac{Z}{L+U} = \frac{L^D - L^S}{L+U} = \frac{L+V}{L+U} - \frac{L+U}{L+U} = \frac{V}{L+U} - \frac{U}{L+U} = v - u.$$

А значит, в силу свойств кривой Бевериджа, относительная величина избыточного спроса на труд:

$$z = v - u = \varphi(u) - u \quad (7.28)$$

является убывающей функцией уровня безработицы.

Объединяя зависимости (7.27) и (7.28), в силу их свойств, получаем убывающую функцию скорости изменения ставки заработной платы от уровня безработицы:

$$\dot{w} = h(\varphi(u) - u). \quad (7.29)$$

Одновременно, в силу (7.26) и (7.28), величина ставки заработной платы представляет собой возрастающую зависимость от уровня безработицы:

$$w = w^* + g^{-1}(\varphi(u) - u). \quad (7.30)$$

В итоге, поделив соотношение (7.29) на (7.30), получаем исходный, авторский вариант кривой Филлипса:

$$\frac{\dot{w}}{w} = \frac{h(\varphi(u) - u)}{w^* + g^{-1}(\varphi(u) - u)} = \Psi(u).$$

В силу свойств (7.29) и (7.30) можно сделать вывод о том, что темп роста ставки заработной платы находится в убывающей взаимозависимости по отношению к уровню безработицы работников данной квалификации. Таким образом, в результате проведенного анализа фактически получен микроэкономический аналог кривой Филлипса в ее первоначальном варианте (рис. 7.48).

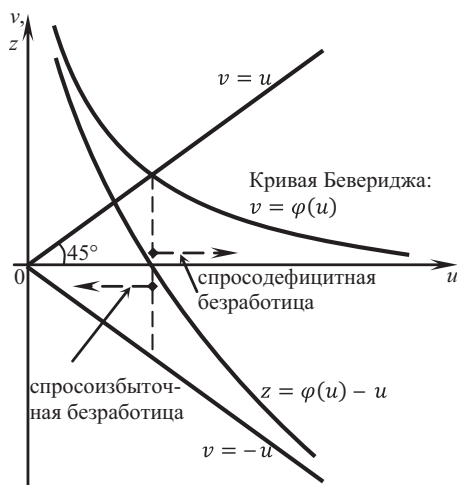


Рис. 7.47. Кривая Бевериджа

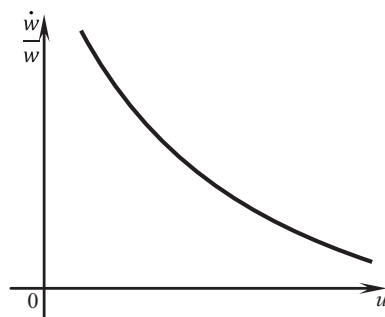


Рис. 7.48. Микроэкономический аналог кривой Филлипса

Контрольные вопросы

1. Опишите модель выбора работника между свободным временем и расходами на потребление материальных благ, опирающуюся на базовую теорию потребительского выбора.
2. Используя объединенное ограничение работника как потребителя по времени и по финансовым средствам, покажите, как соотносится потребление досуга и материальных благ в стоимостном выражении с денежным эквивалентом временного фонда экономической жизнедеятельности человека.

3. Как соотносятся в состоянии оптимума индивида как работника предельная норма замещения потребления досугом и реальная ставка заработной платы?
4. Проиллюстрируйте графически эквивариантное условие максимизации полезности работника, осуществляющего выбор между денежным доходом, направляемым на потребление товаров, и досугом, при условии ограничений по времени и финансовым средствам.
5. Каким образом модель выбора между трудовой деятельностью, приносящей доход, который впоследствии становится источником для приобретения товаров, и досугом как экономическим благом описывает механизм индивидуального предложения рабочей силы?
6. Перечислите четыре возможных варианта сочетания структур на рынках факторов производства и готовой продукции.
7. Каково соотношение стоимости предельного продукта труда и рыночной ставки заработной платы, определяющее выбор объема занятости предприятием, максимизирующим прибыль в условиях совершенной конкуренции как на рынке продукции, так и на рынке фактора производства в краткосрочном аспекте?
8. Какую роль играет убывающий участок функции предельного продукта труда в денежном выражении при построении графика спроса фирмы на труд в условиях совершенной конкуренции на рынке продукции и данного фактора производства?
9. Опишите механизм формирования отраслевого спроса на труд*
10. Опишите механизм формирования отраслевого предложения продукции с точки зрения его взаимодействия с предложением труда.
11. На какое условие ориентируется при максимизации прибыли монополия на рынке продукта, являющаяся совершенным конкурентом на рынке труда?
12. Каким соотношением определяется оптимальное количество рабочей силы, нанимаемой монополией, которая является совершенным конкурентом на рынке продукта?
13. Каким соотношением определяется оптимальное количество рабочей силы, нанимаемой монополией, которая является монополистом на рынке продукта?
14. Каким условием следует руководствоваться монополии в условиях явной рыночной сегментации, когда фирма может четко отождествить конкретного работника с определенным сегментом рынка рабочей силы, для увеличения своей совокупной прибыли путем установления для своих сотрудников разных ставок заработной

платы на разных субрынках труда, для каждого из которых характерна своя собственная функция предложения?

15. На сколько изменяется совокупный объем использования ресурса монополией при дискриминации третьего рода по сравнению с ситуацией единого рынка ресурса?
16. Как связано соотношение ставок заработной платы, назначаемых разным группам работников монополией, практикующей дискриминацию третьего рода, с эластичностями предложения на соответствующих сегментах рынка труда?

Т Е М А 8

Рынок капитала

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- алгоритм межвременного сравнения стоимостей, возможности использования показателей чистой приведенной стоимости и внутренней нормы доходности проекта в качестве критериев при принятии инвестиционных решений;
- механизм определения рентной цены капитала;
- возможности применения теории q Тобина при принятии инвестиционных решений;
- логику формирования индивидуального предложения сбережений в результате межвременного потребительского выбора;
- факторы, влияющие на спрос и предложение, их взаимодействие на рынке заемных средств и определение равновесной ставки процента;
- логику принятия инвестиционных решений в отношении человеческого капитала при отсутствии и наличии доступа к финансовому рынку.

8.1. Чистая приведенная стоимость и внутренняя норма доходности инвестиционного проекта

Ключевую роль на рынке капитала играет процентная ставка (r), которая определяется взаимодействием предложения заемных средств со стороны кредиторов — домашних хозяйств и спроса на заемные средства, предъявляемого со стороны инвесторов.

Процесс накопления — это динамический процесс, он происходит с течением времени. Инвестор, располагающий изначально денежной суммой M_0 , через каждый заданный период времени рассчитывает на по-

лучение процентного дохода rM_0 , а также на возврат вложенных средств, т.е. на следующем временном отрезке инвестор будет располагать денежной суммой:

$$M_1 = M_0 + rM_0 = (1+r)M_0.$$

Если он теперь снова инвестирует сумму M_0 , а также накопленный процентный доход rM_0 , то еще через период в его распоряжении будут средства в размере:

$$M_2 = M_1 + rM_1 = (1+r)M_0 + r(1+r)M_0 = (1+r)^2 M_0.$$

Аналогично, через t периодов инвестор получит денежную сумму¹:

$$\begin{aligned} M_t &= M_{t-1} + rM_{t-1} = M_{t-1} + r(1+r)^{t-1} M_0 = \\ &= M_{t-2} + r(1+r)^{t-2} M_0 + r(1+r)^{t-1} M_0 = \dots \\ &= M_0 + rM_0 + r(1+r)M_0 + r(1+r)^2 M_0 + \dots \\ &\quad + r(1+r)^{t-2} M_0 + r(1+r)^{t-1} M_0 = \\ &= M_0 - rM_0 \frac{(1-(1+r)^t)}{r} = (1+r)^t M_0. \end{aligned}$$

Данная процедура называется начислением сложных процентов.

Различаются номинальные (i) и реальные (r) ставки процента. Расхождение между ними обусловлено инфляционными процессами. За каждый период времени первоначальная денежная сумма прирастает на величину номинальной ставки процента, но сокращается в соответствии с темпом инфляции. Это означает прирост на реальную ставку процента:

$$M_0(1+r) = M_0 \frac{(1+i)}{(1+\pi)},$$

где π — темп инфляции.

Получаем следующее соотношение между реальной и номинальной ставкой процента:

$$r = i - \pi - r\pi.$$

¹ Здесь мы воспользовались формулой суммирования t членов геометрической прогрессии с первым членом $a_1 = rM_0$ и знаменателем $q = 1+r$.

При низком уровне инфляции справедливо так называемое уравнение Фишера, позволяющее приблизительно оценить реальную процентную ставку:

$$r \approx i - \pi. \quad (8.1)$$

Вплоть до следующего параграфа мы не будем принимать во внимание инфляционные процессы в экономике, предполагая совпадение реальной и номинальной процентных ставок.

Процедура дисконтирования является обратной по отношению к начислению сложных процентов. Она позволяет ответить на вопрос: сколько денег нужно вложить в проект сейчас для того, чтобы получить заданную сумму через определенный период времени в будущем. Например, для получения денежной суммы M_1 через один временной интервал,

требуется в настоящий момент затратить величину $M_0 = \frac{M_1}{1+r}$. Сумма де-

нег M_2 , ожидаемая через два периода времени, эквивалентна величине

$M_0 = \frac{M_2}{(1+r)^2}$ сейчас. В общем случае сумма денег M_t , которая окажется

в распоряжении инвестора через t временных отрезков, в настоящий мо-

мент будет стоить ему $M_0 = \frac{M_t}{(1+r)^t}$. Данная операция означает дисконти-

рование, т.е. приведение к текущему моменту времени, денежной суммы M_t , которая будет доступна через t периодов по неизменной во времени ставке процента r .

Для того чтобы получить величину текущей стоимости капитала как актива длительного пользования, нужно учесть весь ожидаемый поток приведенных к текущему моменту времени доходов, который принесет авансированная сумма денег, т.е. необходимо просуммировать дисконтированный поток будущих доходов:

$$PV = \sum_{t=0}^T \frac{R_t}{(1+r)^t},$$

где PV — текущая стоимость актива, приносящего доходы в размере R_t в каждый момент времени t от начального, нулевого момента вплоть до периода T .

Для примера приведем формулу пожизненного аннуитета, или перпетуитета¹, т. е. капитальной стоимости актива, приносящего ежегодную постоянную во времени пожизненную ренту ($T = \infty$), величина которой составляет $R_t = R = \text{const}$:

$$P_{\text{перп}} = \frac{R}{1+r} + \frac{R}{(1+r)^2} + \dots + \frac{R}{(1+r)^t} + \dots = \frac{R}{1 - \frac{1}{1+r}} = \frac{R}{r}. \quad (8.2)$$

Расчет чистой приведенной стоимости инвестиционного проекта (NPV) предполагает суммирование дисконтированного потока чистых доходов, т.е. валовых доходов (TR_t) за вычетом издержек (TC_t), связанных с функционированием данного проекта:

$$NPV = \sum_{t=0}^T \frac{TR_t - TC_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^T \frac{PR_t}{(1+r)^t}.$$

По сути NPV — это суммарный дисконтированный поток прибылей, приносимых инвестиционным проектом в каждый период своего функционирования (PR_t).

До сих пор мы использовали предпосылку, что время меняется дискретными шагами, от одного периода (t) к следующему ($t+1$). Однако в реальности время течет непрерывно. Посмотрим, как меняется процедура начисления сложных процентов и дисконтирования денежных потоков в непрерывном времени. Осуществим преобразование дискретного времени в непрерывное с помощью предельного перехода.

Будем предполагать, как и ранее, что r — это годовая ставка процента. Как было показано выше, под действием механизма начисления сложных процентов при ежегодной их выплате и капитализации первоначальный вклад возрастает через t лет в $(1+r)^t$ раз. Предположим теперь, что проценты начисляются n раз в год равными долями. Тогда исходная денеж-

ная единица через t лет достигнет величины $\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$. При непрерывной

выплате процентов, когда число выплат n устремляется к бесконечности, в пределе фактором дисконтирования и начисления сложных процентов становится экспоненциальная функция:

¹ Здесь использована формула суммирования бесконечно убывающей геометрической прогрессии: $\lim_{t \rightarrow \infty} S_t = \lim_{t \rightarrow \infty} a_1 \frac{1-q^t}{1-q} = \frac{a_1}{1-q}$, где a_1 — ее первый член, $q = \frac{1}{1+r} < 1$ — знаменатель ($r > 0$).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{\frac{n}{r}}\right]^r = \left[\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{\frac{n}{r}}\right]^r = e^r,$$

где r — процентный доход за единицу времени.

Если непрерывный темп прироста величины M равен r , то ее дискретный темп роста равен e^r : $\frac{M(t+1)}{M(t)} = e^r$. Действительно, раскладывая в ряд

Тейлора $e^r = 1 + r + o(1)$, получаем, что при малых r данный темп роста близок $(1 + r)$.

Процедура дисконтирования обратна механизму начисления сложных процентов:

$$M(0) = M(t)e^{-rt}.$$

В качестве примера использования механизма дисконтирования в непрерывном времени можно привести условие К. Викселля¹, определяющее оптимальное время реализации некоторого актива, не приносящего рентного дохода ($R(t) = 0$) и не подверженного износу.

Дисконтированная стоимость актива на исходный момент принятия решения о его перспективах $t_0 = 0$ составит:

$$P_K(0) = P_K(t)e^{-rt}.$$

Будем искать такой момент t , при котором $P_K(0)$ будет максимальной. Для этого рассчитаем производную $P_K(0)$ по времени и приравняем ее нулю:

$$\frac{dP_K(0)}{dt} = e^{-rt} \left(\frac{dP_K(t)}{dt} - rP_K(t) \right) = 0.$$

Отсюда получаем условие Викселля эффективных инвестиций в актив:

$$\frac{\dot{P}_K}{P_K} = r.$$

Рассчитав вторую производную приведенной стоимости актива:

$$\frac{d^2 P_K(t_0)}{dt^2} = P_K(t) e^{-rt} \left(\frac{\ddot{P}_K(t)}{P_K(t)} - r^2 \right) < 0$$

¹ Юхан Густав Кнут Виксель (1851–1926) — шведский экономист.

$$\text{при } \ddot{P}_K(t) < 0,$$

можно убедиться в том, что данное условие соответствует моменту, когда приведенная стоимость актива становится максимальной (рис. 8.1).

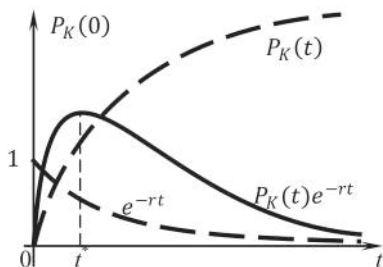


Рис. 8.1. Условие Вискелля

Итак, условие Вискелля гласит, что реализация актива становится выгодной, когда темп прироста его стоимости¹ оказывается равным рыночной ставке процента. По-другому это условие можно сформулировать так: предельные альтернативные издержки вложения средств в проект, которые представляют собой ставку процента, должны сравняться с предельной доходностью инвестирования в виде темпа прироста стоимости актива.

Проиллюстрируем условие Вискелля числовым примером. Допустим, что имеет место следующая динамика цены актива, не приносящего рентного дохода и при этом не подверженного износу: $P_K(t) = 5\sqrt[3]{t} + 1$. Пусть банковская ставка равна 15%. Следовательно, изменение приведенной цены будет описываться следующей закономерностью: $P_K(0) = 5\sqrt[3]{t} + 1e^{-0,15t}$.

В соответствии с условием Вискелля, $\frac{\dot{P}_K}{P_K} = \frac{1}{3(t+1)} = 0,15$; т. е. следует выждать $t^* = \frac{20}{9} - 1 = \frac{11}{9} = 1,2$ периодов, прежде чем продать данный актив.

Приведенная стоимость актива, соответствующая оптимальному моменту его реализации, составит: $P_K^*(0) = 5\sqrt[3]{\frac{20}{9}}e^{-0,15 \cdot \frac{11}{9}} \approx 5,43$. Следовательно,

¹ Данный темп прироста стоимости актива Дж. Р. Хикс трактует как относительную предельную отдачу от (оправдавшихся) ожиданий (см.: Хикс Дж. Р. Стоимость и капитал. М.: Прогресс-Универс, 1993).

если поступает предложение продавать актив сразу же после ее покупки за цену, большую 5,43, то его нужно принимать, поскольку оптимальная приведенная цена оказывается меньше.

Допустим теперь, что некоторый инвестиционный проект приносит непрерывный во времени поток чистых доходов $PR(t)$, начиная с момента $t = 0$ вплоть до периода $t = T$. Тогда капитализированная стоимость проекта будет представлять собой непрерывную, интегральную сумму дисконтированного потока чистых доходов:

$$P(0) = \int_0^T PR(t) e^{-rt} dt,$$

где r — непрерывно начисляемая ставка процента.

В частности, можно показать, что в непрерывном времени стоимость пожизненного аннуитета как кумулятивного дисконтированного потока постоянных во времени доходов $R(t) = R = \text{const}$ составит ту же величину, что и в дискретном времени¹:

$$P_{\text{аннуитет}} = \int_0^{+\infty} R e^{-rt} dt = R \int_0^{+\infty} e^{-rt} dt = -\frac{R}{r} \int_0^{+\infty} d e^{-rt} = -\frac{R}{r} e^{-rt} \Big|_0^{+\infty} = \frac{R}{r}.$$

В последующем анализе будем всегда предполагать, что время меняется дискретными шагами, и будем использовать соответствующий механизм начисления сложных процентов и дисконтирования.

Предположим, что каждая денежная единица, вложенная в проект, приносит некоторый фиксированный доход. Назовем его внутренней нормой доходности данного инвестиционного проекта (IRR). Поскольку полученные доходы реинвестируются в проект, постольку механизм их увеличения будет аналогичен начислению сложных процентов. В частности, некоторая денежная сумма TC_0 , вложенная в проект в начальный момент времени, через t лет прирастет до размеров $TR_t = TC_0 \cdot (1 + IRR)^t$. Если привести данную величину дохода к начальному периоду, используя в качестве фактора дисконтирования показатель внутренней нормы доходности IRR , то текущая стоимость будущих доходов окажется равной первоначальным вложениям: $TR_0 = \frac{TR_t}{(1 + IRR)^t} = TC_0$. Поскольку это справедливо

для любого t , то справедливо и обратное: $TC_0 = \frac{TC_0}{(1 + IRR)^t} \cdot (1 + IRR)^t = TR_t$.

¹ Отметим, что на множестве $r \in \mathbb{R}_+$ интеграл $\int_0^{+\infty} e^{-rt} dt$ сходится (Виноградова И. А.,

Олехник С. Н., Садовничий В. А. Задачи и упражнения по математическому анализу. 2-е изд. М.: Высшая школа, 2000. Кн. 2).

для любого временного интервала t , постольку приведенная стоимость потока чистых доходов, порождаемого инвестиционным проектом, равна нулю, если в качестве процентной ставки, по которой ведется дисконтирование, взять внутреннюю норму его доходности:

$$NPV = \sum_{t=0}^T \frac{TR_t - TC_t}{(1+r)^t} = \sum_{t=0}^T \frac{TR_t - TC_t}{(1+IRR)^t} = 0.$$

Будем предполагать, что инвестиции осуществляются на заемные средства. Проект будет рентабельным, если его внутренняя норма доходности превышает процентную ставку. Тогда инвестор сможет расплатиться по процентам за заемный капитал, и у него еще останутся свободные денежные средства в качестве прибыли. При этом чистая приведенная стоимость инвестиционного проекта будет положительной:

$$NPV = \sum_{t=0}^T \frac{TR_t - TC_t}{(1+r)^t} > \sum_{t=0}^T \frac{TR_t - TC_t}{(1+IRR)^t} = 0.$$

И наоборот, если $IRR < r$, то после выплаты процентов инвестор останется в убытке. Такой проект будет нерентабельным:

$$NPV = \sum_{t=0}^T \frac{TR_t - TC_t}{(1+r)^t} < \sum_{t=0}^T \frac{TR_t - TC_t}{(1+IRR)^t} = 0.$$

По-другому полученные выводы можно сформулировать, опираясь на значение чистой приведенной стоимости потока доходов предприятия. Проект будет инвестиционно привлекательным, если совокупный поток его дисконтированных прибылей будет положительным, т.е. при $NPV > 0$. И наоборот, в проект не стоит вкладывать деньги, если $NPV < 0$. Соответственно, инвестору будет безразлично, вкладывать деньги в проект или воздержаться от вложений при $NPV = 0$.

8.2. Межвременной выбор и предложение заемных средств

В экономической теории широко используется межвременное бюджетное ограничение, предполагающее равенство дисконтированных доходов $\left(\bar{M} = M_1 + \frac{M_2}{1+r} \right)$ и расходов $\left(\bar{E} = C_1 + \frac{C_2}{1+r} \right)$, или нулевую величину дисконтированных чистых доходов NPV :

$$M_1 + \frac{M_2}{1+r} = C_1 + \frac{C_2}{1+r},$$

либо как равенство доходов и расходов, приведенных к конечному моменту (соответственно, $\bar{M} = M_1(1+r) + M_2$ и $\bar{E} = C_1(1+r) + C_2$):

$$M_1(1+r) + M_2 = C_1(1+r) + C_2,$$

где M_1, M_2 — доходы экономического агента, соответственно, в базисном и отчетном периодах; C_1, C_2 — расходы в этих периодах.

Рассматривая взаимосвязь между структурой межвременных предпочтений $U(C_1, C_2)$, распределением потока доходов M и расходов C экономических агентов во времени, а также ставкой процента r , И. Фишер¹ сформулировал ставшую теперь классической модель межвременного потребительского выбора. Она состоит в максимизации динамической функции полезности индивида $(U(C_1, C_2))$ с учетом межвременного бюджетного ограничения.

В полном соответствии с базовой моделью поведения потребителя (1.24) выбор домохозяйств между текущим и будущим потреблением подчиняется эквимаржинальному условию, которое теперь уже записывается в межвременном контексте (рис. 8.2):

$$MRS_{12} = -\frac{dC_2}{dC_1} \Big|_{U=const} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = 1+r. \quad (8.3)$$

Предельная норма межвременного предпочтения — это стоимость в денежном выражении добавочного будущего потребления, необходимого для компенсации человеку, отказывающемуся от дополнительной единицы расходов на текущее потребление. Таким образом, ставка процента, рассчитанная как темп роста денежной суммы за данный период времени, представляет собой относительную стоимость текущего и будущего потребления, т. е., по сути, альтернативную стоимость времени.

Эквимаржинальный принцип (8.3) может быть получен как результат решения задачи межвременного потребительского выбора:

$$\begin{cases} \max_{C_1, C_2} U(C_1, C_2): \\ C_2 = M_2 + M_1(1+r) - C_1(1+r). \end{cases} \quad (8.4)$$

¹ Ирвинг Фишер (1867–1947) — американский экономист.

Для этого выписываем функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = U(C_1, C_2) - \lambda(C_2 + C_1(1+r) - M_2 - M_1(1+r)).$$

Соответствующие условия стационарности по переменным C_1 и C_2 имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = \frac{\partial U}{\partial C_1} - \lambda(1+r) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \frac{\partial U}{\partial C_2} - \lambda = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} MU_1 = \lambda(1+r), \\ MU_2 = \lambda. \end{cases}$$

Разделив первое из равенств на второе, избавляемся от множителя Лагранжа λ и с учетом выражения полного дифференциала функции полезности, рассчитанного вдоль кривой безразличия

$$dU(C_1, C_2) = \frac{\partial U}{\partial C_1} dC_1 + \frac{\partial U}{\partial C_2} dC_2 = 0, \quad (8.5)$$

приходим к эквимаргинальному условию (8.3).

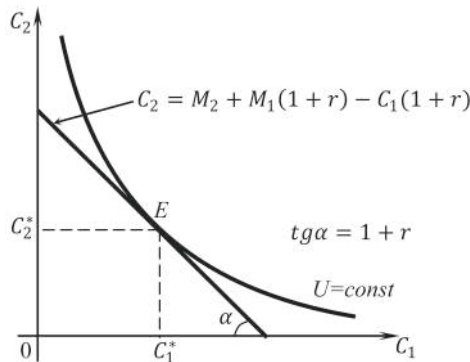


Рис. 8.2. Оптимальное сочетание текущего и будущего потребления

По определению, сбережения каждого периода времени представляют собой не истраченный на потребление доход: $S_1 = M_1 - C_1$, $S_2 = M_2 - C_2$. Следовательно, с учетом межвременного бюджетного ограничения полу-

чается равенство: $S_1 = -\frac{M_2 - C_2}{1+r}$. Итак, возросшие на процентную ставку

сбережения первого периода потребляются во втором:

$$S_1(1+r) = -S_2.$$

Потребитель, для которого текущий доход превышает текущее потребление, будет выступать на рынке заемных средств в качестве кредитора. Если же для индивида текущий доход оказывается меньше желаемого объема потребления, то такой экономический агент будет заемщиком на рынке капитала.

Пусть, например, полезность потребителя в межвременном контексте описывается зависимостью $U = \sqrt{C_1 C_2}$, величины дохода первого и второго периодов, соответственно, равняются 5 и 5,5 (ден. ед.), а ставка процента равна 0,1. Определим объем потребительских расходов в текущем и будущем году и объем сбережений.

Рассчитаем предельную норму межвременного замещения (8.3):

$$MRS_{12} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{C_2}{C_1} = 1+r = 1,1,$$

откуда с учетом заданного уровня процентной ставки $r = 0,1$ получим $C_2 = 1,1C_1$.

Подставим полученное выражение в межвременное бюджетное ограничение:

$$5 + \frac{5,5}{1,1} = 10 = C_1 + \frac{C_2}{1,1} = 2C_1.$$

Следовательно, такой потребитель не будет прибегать к услугам рынка заемных средств — для него оптимальное сочетание текущего и будущего потребления составит $C_1 = M_1 = 5$, $C_2 = M_2 = 5,5$.

Решая задачу межвременного выбора, каждый потребитель определяет для себя маршаллианские функции спроса на текущее и будущее потребление:

$$C_1 = C_1^m(\bar{M}, r), C_2 = C_2^m(\bar{M}, r).$$

Используя полученные функции спроса в определении сбережений, можно получить функции предложения сбережений:

$$S_1(\bar{M}, r) = M_1 - C_1^m(\bar{M}, r),$$

$$S_2(\bar{M}, r) = M_2 - C_2^m(\bar{M}, r).$$

Традиционная функция спроса представляет собой убывающую зависимость объемов потребительских товаров от их цены, роль которой в данном случае играет процентная ставка. В таком случае функция сбережений будет возрастающей по ставке процента.

В частности, для функции полезности $U = \sqrt{C_1 C_2}$, используя рассчитанное выше эквивариантное условие (8.3), получаем функцию спроса на текущее потребление:

$$C_1 = \frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{2(1+r)}.$$

Используя определение сбережений, выводим функцию их предложения в текущем периоде:

$$S_1 = \frac{M_1}{2} - \frac{M_2}{2(1+r)}.$$

Симметричная, или взаимная, по отношению к связанной максимизации полезности (8.4) задача минимизации совокупных расходов потребителя в межвременном контексте при условии достижения заданного уровня полезности будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} \min_{C_1, C_2} (C_2 + (1+r)C_1): \\ U(C_1, C_2) = \bar{U}. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Решая данную задачу минимизации межвременных расходов, можно получить функции компенсированного спроса на текущее $C_1 = C_1^h(r, \bar{U})$ и будущее $C_2 = C_2^h(r, \bar{U})$ потребление. Подставляя эти функции условного спроса по Хиксу в выражение потребительских затрат, можно получить их зависимость от ставки процента и заданного уровня индивидуальной полезности, т.е. функции расходов с точки зрения, соответственно, текущего —

$$E(r, \bar{U}) = C_1^h(r, \bar{U}) + \frac{C_2^h(r, \bar{U})}{1+r},$$

и будущего периодов:

$$E(r, \bar{U}) = C_2^h(r, \bar{U}) + (1+r)C_1^h(r, \bar{U}).$$

С учетом данной функции расходов лемма Шепарда (1.77) применительно к теории межвременного выбора будет выглядеть так:

$$\frac{dE}{d\left(\frac{1}{1+r}\right)} = C_2^h(r, \bar{U}),$$

$$\frac{dE}{d(1+r)} = C_1^h(r, \bar{U}).$$

Задача межвременного выбора (8.4) представляет собой развитие модели выбора с учетом первоначальных запасов благ (1.93), где таковыми являются доходы первого и второго периодов (M_1, M_2) . Аналогично базовой модели потребительского выбора при наличии первоначальных запасов благ, дифференцируя тождество (1.95), соответственно, по $(1+r)$

и $\left(\frac{1}{1+r}\right)$, учитывая тождество (1.92) и применяя лемму Шепарда, получаем уравнения Слуцкого применительно к теории межвременного потребительского выбора:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_1^m(r, \bar{M})}{\partial(1+r)} &= \frac{\partial C_1^h(r, \bar{U})}{\partial(1+r)} - \frac{\partial C_1^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot C_1^m(r, \bar{M}) = \\ &= \frac{\partial C_1^h(r, \bar{U})}{\partial(1+r)} - \frac{\partial C_1^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot (M_1 - S_1^m) = \\ &= \frac{\partial C_1^h(r, \bar{U})}{\partial(1+r)} + \frac{\partial C_1^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot S_1^m - \frac{\partial C_1^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot M_1, \\ \frac{\partial C_2^m(r, \bar{M})}{\partial\left(\frac{1}{1+r}\right)} &= \frac{\partial C_2^h(r, \bar{U})}{\partial\left(\frac{1}{1+r}\right)} - \frac{\partial C_2^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot C_2^m(r, \bar{M}) = \\ &= \frac{\partial C_2^h(r, \bar{U})}{\partial\left(\frac{1}{1+r}\right)} - \frac{\partial C_2^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot (M_2 - S_2^m) = \\ &= \frac{\partial C_2^h(r, \bar{U})}{\partial\left(\frac{1}{1+r}\right)} + \frac{\partial C_2^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot S_2^m - \frac{\partial C_2^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}} \cdot M_2, \end{aligned}$$

где $\frac{\partial C_1^m}{\partial(1+r)}$ и $\frac{\partial C_2^m}{\partial\left(\frac{1}{1+r}\right)}$ — эффекты изменения ставки про-

цента при фиксированных финансовых ресурсах потребителя относительно потребления в текущем и будущем периодах,

$\frac{\partial C_1^h}{\partial(1+r)}$ и $\frac{\partial C_2^h}{\partial\left(\frac{1}{1+r}\right)}$ — эффекты замещения между текущим и будущим по-

треблением, $\left(S_1^m \frac{\partial C_1^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}}\right)$ и $\left(S_2^m \frac{\partial C_2^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}}\right)$ — чистые эффекты дохода,

$\left(M_1 \frac{\partial C_1^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}}\right)$ и $\left(M_2 \frac{\partial C_2^m(r, \bar{M})}{\partial \bar{M}}\right)$ — эффекты богатства, соответственно,

для кредитора текущего — и должника будущего периодов.

Возможна двоякая трактовка эффектов дохода и богатства в межвременном контексте: с точки зрения будущей ценности текущих расходов и дохода либо текущей ценности будущего дохода и потребления индивида (рис. 8.3 — 8.4). Рассмотрим первую альтернативу. При изменении ставки процента эффект дохода (IE_1) будет отражен переходом с бюджетного ограничения № 3 на бюджетное ограничение № 4', описываемое уравнением $(1+r_2)C_1 + C_2 = (1+r_1)M_1 + M_2$, в котором величина расходов оценивается по старой ставке процента, что элиминирует эффект богатства, а потребительские расходы — по новой, возросшей ставке. При увеличении ставки процента покупательная способность дохода индивида будет снижаться, поскольку его текущие потребительские расходы, приведенные к будущему периоду, возрастают. Но за счет эффекта богатства (WE_1) индивид разбогатеет, поскольку возрастет и его текущий доход, приведенный к будущему периоду. Это отразится в переходе с бюджетного ограничения № 4' на более высокое второе бюджетное ограничение, характеризуемое уравнением¹: $(1+r_2)C_1 + C_2 = (1+r_2)M_1 + M_2$.

¹ В первоначальном бюджетном ограничении (№ 1) стоимость текущих доходов и расходов приводится к будущему периоду в соответствии с исходным уровнем процентной ставки $(1+r_2)C_1 + C_2 = (1+r_1)M_1 + M_2$. Эффект замещения на рисунках 8.3—8.4 трактуется в соответствии с подходом Хикса. Бюджетная линия № 3 подразумевает изменение величины расходов потребителя, оцениваемых по новой, изменившейся ставке процента, по сравнению с конечным уровнем, зафиксированным ограничением № 2.

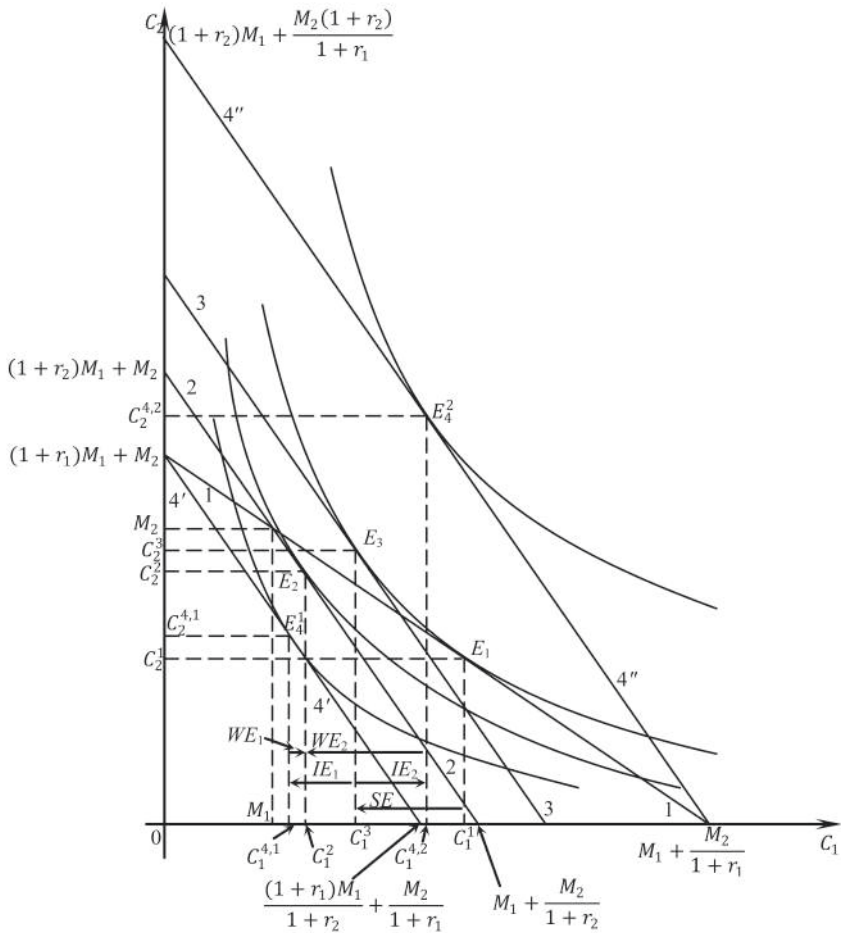


Рис. 8.3. Эффекты дохода, замещения и богатства для заемщика текущего — должника будущего периода при росте процентной ставки

Если индивид является заемщиком текущего периода, то эффект дохода перевесит эффект богатства, поскольку для такого экономического агента более важно изменение покупательной способности, нежели будущей стоимости текущего дохода; и в случае роста процентной ставки для него второе бюджетное ограничение будет лежать ниже третьего (рис. 8.3). Противоположная картина будет характеризовать случай кредитора текущего периода, для которого, наоборот, эффект богатства перевесит

эффект дохода, поэтому при увеличении процентной ставки второе бюджетное ограничение окажется выше, чем третье (рис. 8.4).

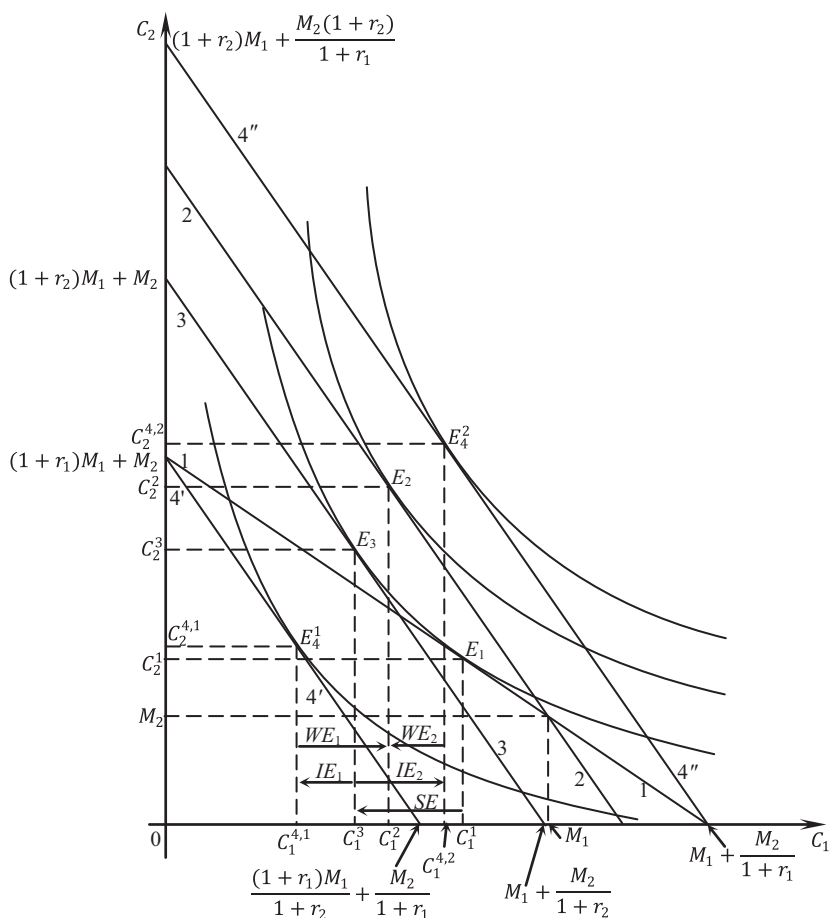


Рис. 8.4. Эффекты дохода, замещения и богатства для кредитора текущего — рантье будущего периода при росте процентной ставки

Если оценивать эффекты дохода (IE_2) и богатства (WE_2) с точки зрения должника либо рантье будущего периода, когда требуется оценить текущую ценность будущих денежных средств, то соотношение между данными эффектами будет противоположным. Бюджетное ограничение № 4'', в котором исключается эффект богатства, будет выглядеть так:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r_2} = M_1 + \frac{M_2}{1+r_1}.$$

В условиях повышения процентной ставки при пе-

реходе с бюджетного ограничения № 4'' на вторую линию человек беднеет, поскольку его будущий доход приводится к текущему времени по более высокой ставке процента; таким образом, эффект богатства для него оказывается отрицательным. При этом на должника будущего периода эффект дохода подействует меньше, чем эффект богатства, поскольку для данного индивида объем покупок товаров оказывается меньше предполагаемого дохода в реальном выражении в будущем периоде; и второе бюджетное ограничение окажется ниже третьего (рис. 8.3). Противоположный по знаку чистый эффект дохода характеризует рантье будущего периода (рис. 8.4).

8.3. Теории жизненного цикла сбережений и перманентного дохода

Рассмотрим модель, лежащую в основе концепции «жизненного цикла» сбережений

Ф. Модильяни, которая предполагает конечную продолжительность жизни домохозяйства (индивидуума). Ключевой предпосылкой здесь является однородность межвременной функции полезности по объемам потребления в разных периодах, а именно $f(\alpha C_1, \alpha C_2) = \alpha^\gamma f(C_1, C_2)$, т.е.

она представима в виде $\frac{1}{\alpha^\gamma} f(\alpha C_1, \alpha C_2) = f(C_1, C_2)$.

Пусть $\alpha = \frac{1}{C_1}$, тогда $\frac{U}{C_1^\gamma} = \frac{1}{C_1^\gamma} f(C_1, C_2) = f\left(1, \frac{C_2}{C_1}\right) = f\left(\frac{1}{C_1}, \frac{C_2}{C_1}\right)$. Аналогично

если взять $\alpha = \frac{1}{C_2}$, то $\frac{U}{C_2^\gamma} = \frac{1}{C_2^\gamma} f(C_1, C_2) = f\left(\frac{C_1}{C_2}, 1\right) = f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_1}{C_2}\right)$. Итак, в силу

предположения об однородности функцию полезности можно записать в следующем виде:

$$U = C_1^\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) = C_2^\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}\right). \quad (8.7)$$

Продифференцируем полученную функцию по C_1 :

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial C_1} &= \gamma C_1^{\gamma-1} f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) + C_1^\gamma \frac{\partial f(C_2/C_1)}{\partial C_1} = \\ C_1^{\gamma-1} \left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) + C_1 \frac{\partial f(C_2/C_1)}{\partial(C_2/C_1)} \frac{\partial(C_2/C_1)}{\partial C_1} \right) &= \\ C_1^{\gamma-1} \left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \frac{\partial f(C_2/C_1)}{\partial(C_2/C_1)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_1}\right) \right).\end{aligned}$$

Аналогично, дифференцируя (8.7) по C_2 , получаем:

$$\frac{\partial U}{\partial C_2} = C_2^{\gamma-1} \left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f(C_1/C_2)}{\partial(C_1/C_2)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_2}\right) \right).$$

Следовательно,

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = \frac{\left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \frac{\partial f(C_2/C_1)}{\partial(C_2/C_1)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_1}\right) \right)}{\left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f(C_1/C_2)}{\partial(C_1/C_2)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_2}\right) \right)} \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^{\gamma-1}.$$

Таким образом, данное отношение предельных полезностей, равное в точке оптимума $1+i$, зависит только от соотношения C_1/C_2 :

$$MRS_{12} = \frac{\partial U / \partial C_1}{\partial U / \partial C_2} = g\left(\frac{C_1}{C_2}\right) = 1+i.$$

Поскольку $\frac{\partial U}{\partial C_1} \neq const$, производная $g(\cdot)$ отлична от нуля, а значит, по теореме об обратной функции¹, существует $\frac{C_1}{C_2} = g^{-1}(1+i) = k$, или $C_2 = \frac{C_1}{k}$, где коэффициент k зависит от ставки процента, межвременных предпочтений и возраста индивидуума.

¹ Теорема об обратной функции утверждает, что если для функции $x_2 = h(x_1) \frac{dx_2}{dx_1} \neq 0$, то существует обратная функция $x_1 = h^{-1}(x_2)$, причем $\frac{dx_1}{dx_2} = 1 / \left(\frac{dx_2}{dx_1} \right)$. Данное утверждение является следствием теоремы о неявной функции (см. сноску на с. 534).

Значит, межвременное бюджетное ограничение принимает вид:

$$C_1 + \frac{C_1}{(1+i)k} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i},$$

или

$$C_1 = \frac{Y_1(1+i)k}{(1+i)k+1} + \frac{Y_2^e k}{(1+i)k+1},$$

где Y_2^e — ожидаемый доход во втором периоде. При этом

$$\frac{C_2}{1+i} = Y_1 - C_1 + \frac{Y_2}{1+i} = S_1 + \frac{Y_2}{1+i}, \text{ или } C_2 = S_1(1+i) + Y_2, \text{ т.е. потребление}$$

во втором периоде равно доходу данного периода, увеличенному на активы, накопленные в первом периоде $A_1 = S_1$, возросшие на ставку процента.

Полученные результаты можно обобщить применительно к случаю произвольного числа временных отрезков. Допустим, таких периодов три. Аналогично рассуждениям, проведенным выше, имеем:

$$U = C_1^\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right) = C_2^\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right) = C_3^\gamma f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right). \quad (8.8)$$

Дифференцируя (8.8) по C_1 , получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial C_1} &= \gamma C_1^{\gamma-1} f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right) + C_1^\gamma \left[\frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial \left(\frac{C_2}{C_1}\right)} \frac{\partial \left(\frac{C_2}{C_1}\right)}{\partial C_1} + \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial \left(\frac{C_3}{C_1}\right)} \frac{\partial \left(\frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial C_1} \right] = \\ &= C_1^{\gamma-1} \left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial \left(\frac{C_2}{C_1}\right)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial \left(\frac{C_3}{C_1}\right)} \cdot \left(\frac{C_3}{C_1}\right) \right). \end{aligned}$$

Аналогично рассчитаем производную (8.8) по C_2 и C_3 :

$$\frac{\partial U}{\partial C_2} = C_2^{\gamma-1} \left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial \left(\frac{C_1}{C_2}\right)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial \left(\frac{C_3}{C_2}\right)} \cdot \left(\frac{C_3}{C_2}\right) \right);$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_3} = C_3^{\gamma-1} \left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right)}{\partial \left(\frac{C_1}{C_3}\right)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_3}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right)}{\partial \left(\frac{C_2}{C_3}\right)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_3}\right) \right).$$

Следовательно,

$$MRS_{12} = \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = \frac{\left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial \left(\frac{C_2}{C_1}\right)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial \left(\frac{C_3}{C_1}\right)} \cdot \left(\frac{C_3}{C_1}\right) \right)}{\left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial \left(\frac{C_1}{C_2}\right)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial \left(\frac{C_3}{C_2}\right)} \cdot \left(\frac{C_3}{C_2}\right) \right)} \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^{\gamma-1} =$$

$$g_1 \left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_2}{C_3}, \frac{C_3}{C_1} \right) = 1 + i;$$

$$MRS_{23} = \frac{\frac{\partial U}{\partial C_2}}{\frac{\partial U}{\partial C_3}} = \frac{\left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial \left(\frac{C_1}{C_2}\right)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial \left(\frac{C_3}{C_2}\right)} \cdot \left(\frac{C_3}{C_2}\right) \right)}{\left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right)}{\partial \left(\frac{C_1}{C_3}\right)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_3}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right)}{\partial \left(\frac{C_2}{C_3}\right)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_3}\right) \right)} \left(\frac{C_2}{C_3} \right)^{\gamma-1} =$$

$$= g_2 \left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_2}{C_3}, \frac{C_3}{C_1} \right) = 1 + i.$$

Поскольку $\frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{\frac{C_2}{C_3} \cdot \frac{C_3}{C_1}}$, получаем систему из двух неявных функций

трех переменных:

$$\begin{cases} MRS_{12} = g_1\left(\frac{C_2}{C_3}, \frac{C_3}{C_1}\right) = 1+i, \\ MRS_{23} = g_2\left(\frac{C_2}{C_3}, \frac{C_3}{C_1}\right) = 1+i. \end{cases}$$

По теореме о неявной функции¹, поскольку $MRS_{ij} \neq const$, постольку

$$\frac{C_2}{C_3} = h_1\left(\frac{C_3}{C_1}, i\right) = h_2\left(\frac{C_3}{C_1}, i\right). \text{ Еще раз применяя к данному равенству теорему}$$

о неявной функции $\left(\frac{C_2}{C_3} \neq 0\right)$, получаем $\frac{C_3}{C_1} = k_1(i)$, значит, $C_3 = k_1 C_1$. Отсюда $\frac{C_2}{C_3} = h_1(k_1(i), i) = k_2(i)$, т.е.

$$C_2 = k_2 C_3, \quad (8.9)$$

следовательно, $C_2 = k_1 k_2 C_1$.

Межвременное бюджетное ограничение

$$C_1 + \frac{C_2}{1+i} + \frac{C_3}{(1+i)^2} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \frac{Y_3}{(1+i)^2}$$

принимает вид:

$$C_1 + \frac{k_1 k_2 C_1}{1+i} + \frac{k_1 C_1}{(1+i)^2} = C_1 \left(1 + \frac{k_1 k_2}{1+i} + \frac{k_1}{(1+i)^2} \right) = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \frac{Y_3}{(1+i)^2},$$

или

$$C_1 = \frac{Y_1}{1 + \frac{k_1 k_2}{1+i} + \frac{k_1}{(1+i)^2}} + \frac{Y_2}{1+i + k_1 k_2 + \frac{k_1}{1+i}} + \frac{Y_3}{(1+i)^2 + (1+i)k_1 k_2 + k_1} = \frac{(1+i)^2 Y_1 + (1+i) Y_2^e + Y_3^e}{(1+i)^2 + (1+i)k_1 k_2 + k_1},$$

где Y_2^e и Y_3^e – ожидаемые уровни дохода во втором и третьем периодах.

¹ Теорема о неявной функции $F(x_1, x_2) = 0$, с нулевым полным дифференциалом $dF = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial F}{\partial x_i} dx_i = 0$ утверждает, что если $\frac{\partial F}{\partial x_i} \neq 0$, то локально существует функция $x_2 = h(x_1)$, причем $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial F}{\partial x_1} / \frac{\partial F}{\partial x_2}$.

Аналогично на основе (8.9) можно исключить из бюджетного ограничения объем потребления третьего периода:

$$\frac{C_2}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2 k_2} = Y_1 - C_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \frac{Y_3}{(1+i)^2},$$

или в терминах сбережений:

$$C_2 ((1+i)k_2 + 1) = (1+i)^2 k_2 S_1 + (1+i)k_2 Y_2 + k_2 Y_3.$$

В итоге получаем потребительскую функцию промежуточного периода, аргументами которой являются $A_1 \equiv S_1$ — активы, накопленные на первом временном интервале, Y_2 — доход текущего периода, Y_3^e — ожидаемый доход в будущем:

$$C_2 = \frac{(1+i)^2 k_2}{1+(1+i)k_2} A_1 + \frac{(1+i)k_2}{1+(1+i)k_2} Y_2 + \frac{k_2}{1+(1+i)k_2} Y_3^e.$$

Приведем пример потребительской функции в модели «жизненного цикла» сбережений при предпочтениях Кобба–Дугласа. Пусть межвременная функция полезности имеет вид $U = \sqrt{C_1 C_2 C_3}$. Выпишем функцию Лагранжа: $\mathcal{L} = \sqrt{C_1 C_2 C_3} - \lambda \left(C_1 + \frac{C_2}{1+i} + \frac{C_3}{(1+i)^2} - Y_1 - \frac{Y_2}{1+i} - \frac{Y_3}{(1+i)^2} \right)$.

Необходимые условия экстремума межвременной полезности будут выглядеть так:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial C_1} = \lambda, \\ \frac{\partial U}{\partial C_2} = \frac{\lambda}{1+i}, \\ \frac{\partial U}{\partial C_3} = \frac{\lambda}{(1+i)^2}, \\ C_1 + \frac{C_2}{1+i} + \frac{C_3}{(1+i)^2} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \frac{Y_3}{(1+i)^2}. \end{cases}$$

Следовательно, $MRS_{23} = \frac{C_3}{C_2} = 1+i$, т.е. $C_2 = \frac{C_3}{1+i}$. Таким образом, ис-

пользуя межвременное бюджетное ограничение, с учетом определения сбережений (3.10) можно выписать следующую зависимость расходов

потребителя во втором периоде от накопленных активов, фактического и ожидаемого дохода:

$$C_2 = \frac{A_1(1+i)}{2} + \frac{Y_2}{2} + \frac{Y_3^e}{2(1+i)}.$$

Индуктивно проведенный выше анализ можно распространить на случай произвольного количества (T) периодов. При этом соотношение (8.8) превращается в следующее:

$$U = C_1^\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right) = \dots = C_T^\gamma f\left(\frac{C_1}{C_T}, \dots, \frac{C_{T-1}}{C_T}\right). \quad (8.10)$$

Дифференцируя (8.10) по C_t , $t = 1, \dots, T$, получаем градиент функции полезности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial C_1} &= C_1^{\gamma-1} \left[\mathcal{V}\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_1}\right)} \left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \dots - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_T}{C_1}\right)} \left(\frac{C_T}{C_1}\right) \right], \\ &\quad \dots \\ &\quad \frac{\partial U}{\partial C_T} = \\ &= C_T^{\gamma-1} \left[\mathcal{V}\left(\frac{C_1}{C_T}, \dots, \frac{C_{T-1}}{C_T}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_T}, \dots, \frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_T}\right)} \left(\frac{C_1}{C_T}\right) - \dots - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_T}, \dots, \frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}{\partial\left(\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)} \left(\frac{C_{T-1}}{C_T}\right) \right]. \end{aligned}$$

Следовательно:

$$\begin{aligned} MRS_{12} &= \frac{\partial U / \partial C_1}{\partial U / \partial C_2} = \\ &= \frac{\left[\mathcal{V}\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_1}\right)} \left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \dots - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_T}{C_1}\right)} \left(\frac{C_T}{C_1}\right) \right]}{\left[\mathcal{V}\left(\frac{C_1}{C_2}, \dots, \frac{C_T}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \dots, \frac{C_T}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_2}\right)} \left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \dots - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \dots, \frac{C_T}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_T}{C_2}\right)} \left(\frac{C_T}{C_2}\right) \right]} \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^{\gamma-1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dots \\ & MRS_{T-1,T} = \frac{\partial U / \partial C_{T-1}}{\partial U / \partial C_T} = \\ & = \frac{\left(\gamma f\left(\frac{c_1}{c_{T-1}}, \dots, \frac{c_T}{c_{T-1}}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{c_1}{c_{T-1}}, \dots, \frac{c_T}{c_{T-1}}\right)}{\partial\left(\frac{c_1}{c_{T-1}}\right)}\left(\frac{c_1}{c_{T-1}}\right) - \dots - \frac{\partial f\left(\frac{c_1}{c_{T-1}}, \dots, \frac{c_T}{c_{T-1}}\right)}{\partial\left(\frac{c_T}{c_{T-1}}\right)}\left(\frac{c_T}{c_{T-1}}\right) \right)}{\left(\gamma f\left(\frac{c_1}{c_T}, \dots, \frac{c_{T-1}}{c_T}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{c_1}{c_T}, \dots, \frac{c_{T-1}}{c_T}\right)}{\partial\left(\frac{c_1}{c_T}\right)}\left(\frac{c_1}{c_T}\right) - \dots - \frac{\partial f\left(\frac{c_1}{c_T}, \dots, \frac{c_{T-1}}{c_T}\right)}{\partial\left(\frac{c_{T-1}}{c_T}\right)}\left(\frac{c_{T-1}}{c_T}\right) \right)} \left(\frac{c_{T-1}}{c_T}\right)^{\gamma-1}. \end{aligned}$$

Получаем следующую систему необходимых условий максимизации межвременной функции полезности:

$$\left\{ \begin{aligned} MRS_{12} &= g_1^0 \left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}, \frac{C_3}{C_2}, \dots, \frac{C_T}{C_2} \right) = 1+i; \\ MRS_{23} &= g_2^0 \left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}, \dots, \frac{C_T}{C_2}, \frac{C_4}{C_3}, \dots, \frac{C_T}{C_3} \right) = 1+i; \\ &\dots \\ MRS_{T-3,T-2} &= g_{T-3}^0 \left(\frac{c_1}{c_{T-3}}, \dots, \frac{c_{T-4}}{c_{T-3}}, \frac{c_{T-2}}{c_{T-3}}, \frac{c_{T-1}}{c_{T-3}}, \frac{c_T}{c_{T-3}}; \frac{c_1}{c_{T-2}}, \dots, \frac{c_{T-4}}{c_{T-2}}, \frac{c_{T-1}}{c_{T-2}}, \frac{c_T}{c_{T-2}} \right) = 1+i; \\ MRS_{T-2,T-1} &= g_{T-2}^0 \left(\frac{C_1}{C_{T-2}}, \dots, \frac{C_{T-3}}{C_{T-2}}, \frac{C_{T-1}}{C_{T-2}}, \frac{C_T}{C_{T-2}}; \frac{C_1}{C_{T-1}}, \dots, \frac{C_{T-3}}{C_{T-1}}, \frac{C_T}{C_{T-1}} \right) = 1+i; \\ MRS_{T-1,T} &= g_{T-1}^0 \left(\frac{C_1}{C_{T-1}}, \dots, \frac{C_{T-2}}{C_{T-1}}, \frac{C_T}{C_{T-1}}; \frac{C_1}{C_T}, \dots, \frac{C_{T-3}}{C_T}, \frac{C_{T-2}}{C_T} \right) = 1+i. \end{aligned} \right.$$

Заметим, что:

$$\frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{C_3}{C_2} = \frac{C_3}{C_1}, \dots, \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{C_T}{C_2} = \frac{C_T}{C_1}. \quad (8.11)$$

Значит, $MRS_{12} = g_1^0 \left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1} \right)$. Аналогично:

$$\frac{C_3}{C_2} \cdot \frac{C_4}{C_3} = \frac{C_4}{C_2}, \dots, \frac{C_3}{C_2} \cdot \frac{C_T}{C_3} = \frac{C_T}{C_2}. \quad (8.12)$$

Применяя затем к (8.12) процедуру (8.11), делаем вывод о том, что

$$MRS_{23} = g_2^0 \left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1} \right).$$

Сделаем теперь индукционный переход. Допустим, такая логика была применена еще $(T-6)$ раз, тем самым получено, что

$$MRS_{T-4, T-3} = g_{T-4}^0 \left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1} \right). \text{ Отметим, что:}$$

$$\begin{aligned} \frac{C_{T-2}}{C_{T-3}} \cdot \frac{C_1}{C_{T-2}} &= \frac{C_1}{C_{T-3}}, \dots, \frac{C_{T-2}}{C_{T-3}} \cdot \frac{C_{T-4}}{C_{T-2}} = \frac{C_{T-4}}{C_{T-3}}, \\ \frac{C_{T-2}}{C_{T-3}} \cdot \frac{C_{T-1}}{C_{T-2}} &= \frac{C_{T-1}}{C_{T-3}}, \frac{C_{T-2}}{C_{T-3}} \cdot \frac{C_T}{C_{T-2}} = \frac{C_T}{C_{T-3}}. \end{aligned} \quad (8.13)$$

Применяя к (8.13) последовательно аналогичные предыдущие $(T-4)$ процедуры в порядке их убывания, приходим к выводу о том, что

$$MRS_{T-3, T-2} = g_{T-3}^0 \left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1} \right). \text{ Далее:}$$

$$\frac{C_{T-1}}{C_{T-2}} \cdot \frac{C_1}{C_{T-1}} = \frac{C_1}{C_{T-2}}, \dots, \frac{C_{T-1}}{C_{T-2}} \cdot \frac{C_{T-3}}{C_{T-1}} = \frac{C_{T-3}}{C_{T-2}}, \frac{C_{T-1}}{C_{T-2}} \cdot \frac{C_T}{C_{T-1}} = \frac{C_T}{C_{T-2}}. \quad (8.14)$$

Применяя к (8.14) процедуру (8.13), а потом последовательно аналогичные предыдущие $(T-4)$ процедуры в порядке их убывания, приходим

$$\text{к выводу о том, что } MRS_{T-2, T-1} = g_{T-2}^0 \left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1} \right).$$

Наконец:

$$\frac{C_T}{C_{T-1}} \cdot \frac{C_1}{C_T} = \frac{C_1}{C_{T-1}}, \dots, \frac{C_T}{C_{T-1}} \cdot \frac{C_{T-3}}{C_T} = \frac{C_{T-3}}{C_{T-1}}. \quad (8.15)$$

Применяя к (8.15) процедуры (8.14), (8.13), затем последовательно аналогичные предыдущие $(T-4)$ процедуры в порядке их убывания, при-

$$\text{ходим к выводу о том, что } MRS_{T-1, T} = g_{T-1}^0 \left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1} \right).$$

Получаем систему из $(T-1)$ неявных функций T переменных:

$$\begin{cases} MRS_{12} = g_1^0\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right) = 1+i, \\ \dots \\ MRS_{T-1,T} = g_{T-1}^0\left(\frac{C_2}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}\right) = 1+i. \end{cases}$$

По теореме о неявной функции, поскольку $MRS_{ij} \neq const$, $i = 1, \dots, T-1, j = i+1$, получаем:

$$\frac{C_2}{C_1} = g_1^1\left(\frac{C_3}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}, i\right) = \dots = g_{T-2}^1\left(\frac{C_3}{C_1}, \dots, \frac{C_T}{C_1}, i\right).$$

Далее, последовательно применяя $(T-2)$ раз теорему о неявной функции $\left(\frac{C_t}{C_1} \neq 0, t = 3, \dots, T\right)$, получаем $\frac{C_T}{C_1} = k_{T1}(i)$, значит, $C_T = k_{T1}C_1$. Отсюда $\frac{C_{T-1}}{C_1} = g_1^{T-2}(k_{T1}(i), i) = k_{T-1,1}(i)$, ..., $\frac{C_2}{C_1} = g_1^1(k_{31}(i), \dots, k_{T1}(i), i) = k_{21}(i)$; т.е. $C_{T-1} = k_{T-1,1}C_1$, ..., $C_2 = k_{21}C_1$, или

$$C_1 = \frac{C_{T-1}}{k_{T-1,1}} = \dots = \frac{C_2}{k_{21}}. \quad (8.16)$$

Равенства (8.16) позволяют получить соотношения между объемами потребления любых двух периодов:

$$C_i = \frac{k_{i1}}{k_{j1}} C_j = k_{ij} C_j, i, j = \{1, \dots, T\}.$$

В частности, выразим в межвременном бюджетном ограничении потребление всех периодов через расходы в первоначальный момент:

$$C_1 + \frac{C_1}{k_{12}(1+i)} + \dots + \frac{C_1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \dots + \frac{Y_T}{(1+i)^{T-1}}.$$

Приводя к общему знаменателю, получаем функцию потребительских расходов первого периода:

$$\begin{aligned}
C_1 = & \frac{k_{1T}(1+i)^{T-1}Y_1}{k_{1T}(1+i)^{T-1} + \frac{k_{1T}}{k_{12}}(1+i)^{T-2} + \dots + 1} + \\
& + \frac{k_{1T}(1+r)^{T-2}Y_2}{k_{1T}(1+r)^{T-1} + \frac{k_{1T}}{k_{12}}(1+r)^{T-2} + \dots + 1} + \dots \\
& + \frac{k_{1T}Y_T}{k_{1T}(1+r)^{T-1} + \frac{k_{1T}}{k_{12}}(1+r)^{T-2} + \dots + 1}.
\end{aligned}$$

Аналогичные рассуждения справедливы и для потребления промежуточных периодов, например, второго. Преобразуя межвременное бюджетное ограничение $\frac{C_2}{1+r} + \dots + \frac{k_{12}C_2}{k_{1T}(1+r)^{T-1}} = Y_1 - C_1 + \frac{Y_2}{1+r} + \dots + \frac{Y_T}{(1+i)^{T-1}}$,

приходим к потребительской функции, отражающей зависимость от активов, накопленных в предыдущем периоде (первая дробь), текущего дохода (вторая дробь) и доходов, ожидаемых в будущем (остальные дроби):

$$\begin{aligned}
C_2 = & \frac{k_{1T}(1+i)^{T-2}A_1}{k_{1T}(1+i)^{T-2} + \dots + k_{12}} + \frac{k_{1T}(1+i)^{T-2}Y_2}{k_{1T}(1+i)^{T-2} + \dots + k_{12}} + \dots \\
& + \frac{k_{1T}Y_T^e}{k_{1T}(1+i)^{T-2} + \dots + k_{12}}.
\end{aligned}$$

Таким образом, в рамках модели «жизненного цикла» сбережений, рассматриваемой в качестве развития теории межвременного выбора, получается следующая краткосрочная потребительская функция кейнсианского типа¹:

$$C_t = \sigma_A A_{t-1} + \sigma Y_t + \sigma_e Y_e. \quad (8.17)$$

Здесь первое и последнее слагаемые в правой части отражают две составляющие богатства, а коэффициенты σ , σ_A , σ_e зависят от ставки процента, межвременных предпочтений индивидуума и его текущего возраста.

¹ Modigliani F., Ando A. The «life cycle» hypothesis of saving: aggregate implications and tests // American economic review. 1963. Vol. 53. № 1.

Рассмотрим теперь иной вариант развития теории межвременного выбора, лежащий в основе модели «перманентного дохода» М. Фридмана¹. Первая базовая предпосылка данной модели, которая отличает ее от концепции «жизненного цикла» Ф. Модильяни, — это бесконечная продолжительность существования домохозяйства².

Вторая фундаментальная предпосылка модели «перманентного дохода» заключается в том, что доход домохозяйства (Y_t) может быть разложен на две части — постоянную (Y^P) и временную (Y_t^T) составляющие:

$$Y_t = Y^P + Y_t^T.$$

Будет разумным предположить, что последовательность абсолютных значений отклонений фактического дохода от постоянного $\{Y_t^T\}$, $t \in \mathbb{N}$, ограничена сверху:

$$\exists \bar{Y}^T : |Y_t^T| \leq \bar{Y}^T \forall t \in \mathbb{N}. \quad (8.18)$$

В модели «перманентного дохода», как и в модели «жизненного цикла», предположение об однородности межвременной функции полезности по объемам потребления каждого периода позволяет, исходя из модели межвременного выбора И. Фишера, установить между ними соотношение

$$C_i = k_{ij} C_j, i, j = \{1, \dots, T, \dots\}. \quad (8.19)$$

В данной модели необходимо дополнительно предположить, что последовательность коэффициентов $\{k_{ij}\}$, $i, j \in \mathbb{N}$, ограничена, т.е.:

$$\exists \underline{k}, \bar{k} : \underline{k} \leq k_{ij} \leq \bar{k} \forall i, j \in \mathbb{N}. \quad (8.29)$$

С учетом данных гипотез межвременное бюджетное ограничение приобретает вид:

¹ Friedman M. A theory of the consumption function. Princeton: Princeton univ. press, 1956.

² Данные модели приводят к одинаковым результатам, поскольку, как замечает Ф. Модильяни, «при анализе поведения в краткосрочном периоде не важно, каков жизненный срок — 50 лет или вечность» (О чем думают экономисты: беседы с нобелевскими лауреатами. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2009. С. 149).

$$\begin{aligned}
C_1 + \frac{C_2}{1+i} + \dots + \frac{C_T}{(1+i)^{T-1}} + \dots &= C_1 + \frac{C_1}{k_{12}(1+i)} + \dots \\
+ \frac{C_1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} + \dots &= Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \dots + \frac{Y_T}{(1+i)^{T-1}} + \dots = \\
Y^P + Y_1^T + \frac{Y^P + Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y^P + Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \dots &= \\
Y^P \left(1 + \frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{T-1}} + \dots \right) + Y_1^T + \frac{Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \dots
\end{aligned}$$

Итак:

$$\begin{aligned}
C_1 \left(1 + \frac{1}{k_{12}(1+i)} + \dots + \frac{1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} + \dots \right) &= \\
\frac{Y^P(1+i)}{i} + Y_1^T + \frac{Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \dots
\end{aligned} \tag{8.21}$$

По предположению, последовательность коэффициентов $\{k_{ij}\}$ ограничена (8.20). Тогда ряд $1 + \frac{1}{k_{12}(1+i)} + \dots + \frac{1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} + \dots$ сходится по мажорантному признаку Вейерштрасса¹, поскольку сходится ряд $1 + \frac{1}{\underline{k}} \left(\frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{T-1}} + \dots \right) = 1 + \frac{1}{\underline{k}i}$.

Кроме того, по аналогичному предположению, последовательность абсолютных величин временного дохода ограничена сверху (8.18). Поэтому по мажорантному признаку Вейерштрасса

$$\begin{aligned}
\text{ряд } Y_1^T + \frac{Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \dots \text{ сходится, поскольку сходится ряд} \\
\bar{Y}^T \left(1 + \frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{T-1}} + \dots \right) = \frac{\bar{Y}^T(1+i)}{i}.
\end{aligned}$$

¹ Зорич В. А. Математический анализ. 2-е изд. М.: ФАЗИС, 1997. Ч. 2.

Обозначим через R сумму ряда $1 + \frac{1}{k_{12}(1+i)} + \dots + \frac{1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} + \dots$,

а через Y^T – сумму ряда $Y_1^T + \frac{Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \dots$. Тогда:

$$C_1 = \frac{Y^P(1+i)}{iR} + \frac{Y_T}{R}. \quad (8.22)$$

Аналогичные рассуждения будут справедливы для объемов потребления каждого из периодов.

Отметим, что допустима альтернативная и, возможно, более реалистичная трактовка жизнедеятельности домохозяйства, которое, располагая информацией о настоящем и всех предшествующих уровнях дохода, определяет текущее потребление (C_t):

$$\begin{aligned} C_t + C_{t-1}(1+i) + C_{t-2}(1+i)^2 + \dots + C_{t-n}(1+i)^n + \dots = \\ = Y_t + Y_{t-1}(1+i) + Y_{t-2}(1+i)^2 + \dots + Y_{t-n}(1+i)^n + \dots = \\ = Y^P + Y_t^T + (Y^P + Y_{t-1}^T)(1+i) + \dots + (Y^P + Y_{t-n}^T)(1+i)^n + \dots = \\ = \frac{Y^P(1+i)}{i} + Y_t^T + Y_{t-1}^T(1+i) + \dots + Y_{t-n}^T(1+i)^n + \dots \end{aligned}$$

Данная трактовка приводит к таким же выводам, что и предыдущая.

В основе модели «жизненного цикла» сбережений, разработанной Ф. Модильяни, лежит предпосылка о том, что продолжительность существования домохозяйства конечна и равна T годам. Пусть для простоты анализа домохозяйство тождественно индивидууму.

Кейнсианская потребительская функция предполагает зависимость расходов на потребительские товары от располагаемого дохода: $C = C(Y_t)$. В простейшем случае (без учета роли государства) линейная функция потребительских расходов выглядит так: $C = C_0 + MPC \cdot Y$. Краткосрочная кейнсианская функция потребительских расходов предполагает постоянство предельной склонности к потреблению ($0 < MPC = const < 1$) и убывание средней склонности к потреблению с ростом располагаемого дохода (рис. 8.6):

$$APC \equiv \frac{C}{Y} = \frac{C_0}{Y} + MPC.$$

Эмпирические тесты и постоянство APC на длительных промежутках времени привели к возникновению концепции долгосрочной кейнсиан-

ской потребительской функции (рис. 8.6). В отличие от краткосрочной функция потребления в долгосрочном периоде имеет вид:

$$C = APC \cdot Y, \quad APC = const. \quad (8.23)$$

В силу тождества (3.10) простейшая (при отсутствии государственного сектора) кейнсианская долгосрочная функция сбережений будет иметь вид: $S = (1 - APC)Y = APS \cdot Y$.

Иллюстрацией долгосрочной, так же, как и краткосрочной, потребительской функции в кейнсианском стиле могут служить модели Фридмана и Андо—Модильяни.

Для того чтобы проанализировать динамику активов и сбережений потребителя, рассмотрим упрощенный вариант модели жизненного цикла¹. Ставка процента для упрощения в простейшем варианте модели полагается нулевой. Таким образом, все коэффициенты k полагаются единичными. Предполагается отсутствие процедуры завещания и наследования богатства.

Ключевые предпосылки проводимого ниже анализа состоят в следующем. Доход индивидуума ($Y_t = \bar{Y}$) постоянен во времени на протяжении всего периода экономической активности, равного L годам, и равен нулю с момента выхода на пенсию в возрасте L лет в течение последних R лет жизни ($T = L + R$). Потребление ($C_t = \bar{C}$) постоянно на протяжении всей жизни. Итак, в простейшем варианте модели $T \cdot C_t = T \cdot \bar{C} = L \cdot Y_t = L \cdot \bar{Y}$, т.е.

$$C_t = \bar{C} = \frac{L}{(L + R)} Y_t = \frac{L}{(L + R)} \bar{Y}.$$

На протяжении первых L лет жизни, когда доход Y_t положителен, человек делает положительные сбережения

$$S_t = Y_t - C_t = \bar{Y} - \bar{C} = \frac{R}{(L + R)} \bar{Y} \quad (t = 0, \dots, L), \text{ накапливая тем самым ак-}$$

ТИВЫ:

$$A_t = t \cdot S_t = t \cdot \frac{R}{(L + R)} \bar{Y}, \quad (8.24)$$

¹ Modigliani F. Life cycle, individual thrift, and the wealth of nations // American economic review. 1986. Vol. 76. № 3; Modigliani F., Brumberg R. Utility analysis and the consumption function: interpretation of cross-section data // Post keynesian economics / Ed. by K. K. Kurihara. New Brunswick: Rutgers univ. press, 1954.

которые достигают максимума к моменту выхода на пенсию — к L годам:

$$A_L = \frac{L \cdot R}{(L + R)} \bar{Y} \quad (\text{рис. 8.5}).$$

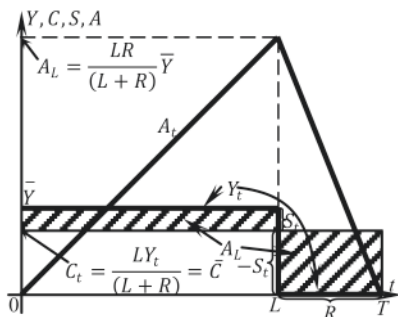


Рис. 8.5. «Курган» богатства домохозяйства

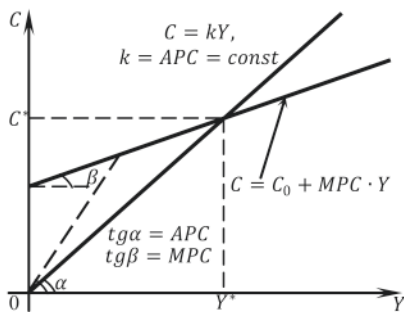


Рис. 8.6. Краткосрочная и долгосрочная кейнсианская потребительская функция

На протяжении последних R лет жизни, когда доход индивидуума нулевой ($Y_t = 0$), человек «проедает» сбережения $C_t = -S_t$ ($t = L + 1, \dots, T$), расходуя накопленные активы¹:

$$-S_t = \frac{A_L}{R} = \frac{L}{(L + R)} \bar{Y} = \bar{C}.$$

Итак, важнейшим следствием модели «жизненного цикла» является долгосрочная потребительская функция кейнсианского типа (8.23), где

$$APC = \frac{L}{L + R} = const.$$

Как было показано выше, на основе развития теории межвременного выбора в рамках модели постоянного, или «перманентного», дохода, разработанной М. Фридманом, может быть получена краткосрочная потребительская функция кейнсианского типа: $C_t = \sigma_p Y^p + \sigma_T Y^T$, где коэффициенты σ_p и σ_T зависят от ставки процента и межвременных предпочтений домохозяйства. Данная функция потребительских расходов аналогична

¹ К аналогичному выводу относительно «горбатого» профиля сбережений пришел Р. Харрод при построении теории экономической динамики (см.: Вереникин А. О. Сбалансированность экономической системы: микро- и макроаспекты. М.: ТЕИС, 2010).

полученной в рамках модели «жизненного цикла». Здесь дисконтированная сумма временных доходов может служить аппроксимацией богатства домохозяйства, подобно ранней версии модели «жизненного цикла» Дью-зенберри—Модильяни, где потребление рассматривалось как функция от текущего дохода и наивысшего, пикового уровня дохода в прошлом.

Чтобы получить долгосрочную функцию потребительских расходов, рассмотрим, аналогично теории «жизненного цикла», упрощенный вариант модели «перманентного дохода» при предположении о нулевой ставке процента. В модели предполагается, что потребительские расходы пропорциональны перманентной компоненте дохода. Временная компонента представляет собой случайные отклонения с нулевым математическим ожиданием от постоянной его величины. С течением времени эти отклонения в положительную и отрицательную сторону погашаются. В итоге модель «перманентного» дохода, как и модель «жизненного цикла», приводит к долгосрочной потребительской функции кейнсианского типа:

$$C = APC \cdot Y^P.$$

Таким образом, современные теории потребления, развивающие модель межвременного выбора И. Фишера, подчеркивают зависимость потребительского спроса от богатства домохозяйства, в том числе от запаса денежных средств. При этом микроэкономический анализ приводит к важным макроэкономическим выводам.

Модель «жизненного цикла» иллюстрирует возможность накопления значительного по отношению к объему ВВП национального богатства даже при отсутствии механизма завещания и наследования, что, казалось бы, противоречит обыденному пониманию богатства.

Проанализируем взаимосвязь накопления богатства и экономического роста в рамках модели «жизненного цикла». Для этого вначале рассмотрим случай стационарной экономики, в которой отсутствует рост населения и увеличение производительности хозяйственных факторов. Для простоты предположим, что продолжительность жизни каждого человека равна T . В такой ситуации рисунок 8.5 иллюстрирует соотношение между объемом богатства, сбережениями, потреблением и доходом для всех поколений с постоянной численностью, соответствующих каждому из возрастов.

Национальное богатство (W) — это суммарные активы, накопленные всеми живущими поколениями (ведь наследство отсутствует), т.е. пло-

щадь под траекторией богатства $A_1(8.24): W = \frac{L \cdot R}{2} \bar{Y}$. Суммарный нацио-

нальный доход, произведенный всеми живущими поколениями, состав-

ляет: $Y = L \cdot \bar{Y}$. Таким образом, единственным параметром, определяющим соотношение национального богатства и дохода в модели «жизненного цикла», является продолжительность жизни пенсионеров: $\frac{W}{Y} = \frac{R}{2}$.

В условиях такой стационарной экономики совокупные сбережения как изменение национального богатства $\left(S = \frac{dW}{dt} \right)$ будут отсутствовать, поскольку национальное богатство будет оставаться неизменным: $W(t) = \text{const}$, т.е. $\frac{dW}{dt} = 0$. Это будет происходить за счет того, что нако-

пление богатства экономически активным населением будет соответствовать расходованию активов престарелыми, нетрудоспособными жителями страны.

Рассмотрим теперь устойчиво растущую экономику. Для нее норма сбережений, валовая величина которых дает изменение национального богатства, может быть факторизована следующим образом:

$$s \equiv \frac{S}{Y} = \frac{\frac{dW}{dt}}{W} \cdot \frac{W}{Y} = \rho w.$$

Здесь ρ — это устойчивый темп прироста ВВП, который в рамках модели «жизненного цикла» равняется темпу прироста национального богатства:

$$\frac{dW / dt}{W} = \frac{d\bar{Y} / dt}{\bar{Y}} = \rho,$$

$w \equiv \frac{W}{Y}$ — отношение национального богатства к ВВП.

Распишем скорость изменения w во времени:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{W}{Y} \right) = \frac{\frac{dW}{dt} Y - \frac{dY}{dt} W}{Y^2} = \frac{\frac{dW}{dt}}{Y} - \frac{\frac{dY}{dt}}{Y} \frac{W}{Y} = s - \rho w = 0.$$

Следовательно, независимо от значения устойчивого темпа прироста экономики ρ , $\frac{W}{Y} = const$. Ее значение можно определить по случаю

$$\rho = 0: \frac{W}{Y} = \frac{R}{2}.$$

Итак, в рамках концепции «жизненного цикла» продолжительность жизни людей на пенсии — это главный параметр, определяющий норму сбережения в растущей экономике при заданном устойчивом темпе прироста ρ .

Таким образом, в устойчиво растущей экономике норма сбережений не зависит от уровня национального дохода, но определяется его темпом прироста и соответствующим темпом прироста национального богатства, а также продолжительностью жизни пенсионеров R . При этом существенно, что различия норм сбережения по национальным экономикам могут наблюдаться при одинаковых типах поведения индивидумов в рамках жизненного цикла.

Если источником экономического роста является увеличение населения, то механизм, лежащий в основе накопления национального богатства, или положительных национальных сбережений, состоит в том, что молодые домохозяйства, пребывающие в стадии накопления богатства, составляют большую долю населения, нежели их престарелые родители, расходующие накопленные сбережения. Этот механизм автор модели «жизненного цикла» Ф. Модильяни назвал «эффектом Нейсера» в честь экономиста, впервые указавшего на его существование.

Источником положительных национальных сбережений, т.е. накопления богатства, может служить также рост производительности факторов хозяйственной деятельности. В условиях увеличения производительности труда и фондоотдачи молодые когорты населения будут располагать большими прижизненными ресурсами, и, следовательно, их сбережения в абсолютном выражении будут превышать расходование активов, накопленных старшими поколениями. Этот механизм Модильяни назвал «эффектом Бентцеля».

Аналогично модели Модильяни, в модели Фридмана в условиях стационарной экономики, т.е. при отсутствии экономического роста, в долгосрочном плане сбережения как приращение национального богатства отсутствуют. Сбережения могут возникать лишь временно, при накоплении или расходовании активов за счет или по причине отклонения фактического дохода от его перманентного уровня. При этом соответствующие

положительные и отрицательные сбережения компенсируют друг друга в долгосрочной перспективе.

Из модели «перманентного дохода» вытекают те же принципиальные выводы, что и из модели «жизненного цикла». Единственное существенное отличие между ними состоит в том, что в модели «перманентного дохода» отсутствует «эффект Бентцеля» — изменения соотношения в доходах различных, сменяющих друг друга поколений за счет сдвигов в производительности хозяйственных факторов. Если бесконечно долго существующее домохозяйство точно оценивает все свои будущие доходы, то в условиях предстоящего повышения производительности труда и фондоотдачи, а значит, роста перманентного дохода оно будет «переносить» объемы потребления из будущего, увеличивая его в настоящем и уменьшая текущие сбережения, возможно даже до отрицательных значений на ранних стадиях жизни.

8.4. Рентная цена капитала, коэффициент Тобина и спрос на заемные средства

Выведем формулу, показывающую стоимость любого актива длительного пользования, например, недвижимости и основных производственных фондов, исходя из того, что вложения в финансовые и материальные активы должны обладать одинаковой доходностью, измеряемой в годовых процентах. При этом доход от размещения денежной суммы на финансовом рынке выступает в качестве альтернативных издержек производственному применению данного капитала¹. Цена материальных активов через год прирастает на величину чистого дохода² R , но уменьшается по мере износа основных фондов. Предположим, что каждый год изнашивается определенная доля δ существующей капитальной стоимости, а номинальная ставка процента i на финансовом рынке постоянна на протяжении всего срока службы капитала. Стоимость вложений в финансовые активы за год увеличивается за счет процентных начислений. Через год стоимости финансовых вложений и основных фондов должны быть равны³:

$$R + P_{K1}(1 - \delta) = (1 + i)P_{K0}$$

¹ Для упрощения здесь мы предполагаем отсутствие эксплуатационных издержек, связанных с функционированием капитального актива.

² Для упрощения выкладок предположим его неизменным, не зависящим от времени.

³ Фактически здесь заложен принцип сопоставления внутренней нормы доходности инвестиционного проекта (IRR) и банковской ставки процента.

или

$$P_{K0} = \frac{R}{1+i} + \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right) P_{K1},$$

где P_{K0} — исходная стоимость нового актива, P_{K1} — цена идентичного нового актива на следующий год.

Аналогично:

$$P_{K1} = \frac{R}{1+i} + \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right) P_{K2},$$

где P_{K2} — цена актива через два года. Далее везде через P_{Kt} будем обозначать цену актива через t лет. Подставляя выражение P_{K1} в формулу для P_{K0} , получаем:

$$P_{K0} = \frac{R}{1+i} + \frac{R(1-\delta)}{(1+i)^2} + \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right)^2 P_{K2}.$$

Проведем еще одну итерацию:

$$P_{K2} = \frac{R}{1+i} + \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right) P_{K3}.$$

Подставляя эту формулу в выражение для P_{K0} , получаем:

$$P_{K0} = \frac{R}{1+i} + \frac{R(1-\delta)}{(1+i)^2} + \frac{R(1-\delta)^2}{(1+i)^3} + \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right)^3 P_{K3}.$$

С учетом цены актива через t лет P_{Kt} , в итоге имеем:

$$\begin{aligned} P_{K0} &= \frac{R}{1+i} + \frac{R(1-\delta)}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R(1-\delta)^{t-1}}{(1+i)^t} + \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right)^t P_{Kt} = \\ &= \frac{R}{(1+i)} \left(1 - \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right)^t \right) + \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right)^t P_{Kt}. \end{aligned}$$

При расчете стоимостной величины капитала мы предполагаем, что он служит бесконечно долго. Поскольку $\frac{1-\delta}{1+i} < 1$, величина $\left(\frac{1-\delta}{1+i} \right)^t$ в вышеприведенной сумме стремится к нулю при количестве лет t , стремящемся

к бесконечности. Геометрическая прогрессия, суммируемая выше, является бесконечно убывающей. Рассчитаем предел, к которому будет стремиться сегодняшняя цена актива, служащего бесконечно долго:

$$P_K = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{K0} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{R}{(i+\delta)} \left(1 - \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right)^t \right) + \left(\frac{1-\delta}{1+i} \right)^t P_{Kt} \right) = \frac{R}{i+\delta}.$$

Таким образом, с течением времени цена актива будет стремиться к своему равновесному значению в статике, когда в левой и правой частях выражения, характеризующего равную выгодность вложений в реальные и финансовые активы, будут стоять цены актива в один и тот же момент времени, а значит,

$$P_K^* = \frac{R}{i+\delta}.$$

Очевидно, что если цена актива меняется темпом, равным приросту общего уровня цен — инфляции π , то номинальная ставка процента в данной формуле может быть заменена на реальную. Действительно, в таком случае равенство доходов от вложений в реальный и финансовый активы можно представить в следующем виде:

$$\pi = \frac{P_{K1} - P_{K0}}{P_{K0}} = i + \frac{\delta P_{K1} - R}{P_{K0}},$$

т. е.

$$R - \delta P_{K1} = r P_{K0},$$

или

$$P_{K0} = \frac{R}{r} - \frac{\delta}{r} P_{K1}.$$

Аналогичные соотношения будут справедливы для любых двух соседних периодов:

$$P_{Kt} = \frac{R}{r} - \frac{\delta}{r} P_{K,t+1}.$$

Подставляя их последовательно в выражение для цены актива в нулевом периоде, получаем ее зависимость от цены в произвольный момент:

$$\begin{aligned}
 P_{K0} &= \frac{R}{r} - \frac{R\delta}{r^2} + \frac{R\delta^2}{r^2} + \dots + (-1)^{t-1} \frac{R\delta^{t-1}}{r^t} + \left(-\frac{\delta}{r}\right)^t P_{Kt} = \\
 &= \frac{R}{r} \left(1 - \left(-\frac{\delta}{r}\right)^t\right) + \left(-\frac{\delta}{r}\right)^t P_{Kt}.
 \end{aligned}$$

Если реальная доходность финансовых вложений превышает издержки, связанные с инвестициями в материальные активы, т.е. норма амортизации достаточно мала: $\delta < r$, то в пределе, на бесконечно большом временном интервале получаем равновесную цену актива в настоящий момент времени:

$$P_K = \lim_{t \rightarrow \infty} P_{K0} = \frac{R}{r + \delta}.$$

Учитывая, что на конкурентных рынках ставка арендной платы равна стоимости предельного продукта актива: $P \cdot MP_K = R$, полученную формулу рентной цены актива можно записать так:

$$P_K = \frac{P \cdot MP_K}{r + \delta}. \quad (8.25)$$

Итак, в состоянии долгосрочного равновесия ($P_{Kt} = P_{K,t+1}$) выполняется равенство норм доходности для данной капитальной суммы, вложенной в реальные финансовые активы:

$$R - P_K \delta = P \cdot MP_K - P_K \delta = P_K r.$$

Полученное выражение определяет оптимальный объем капитала K^* на предприятии. По-другому его можно представить в следующей форме:

$$\frac{P \cdot MP_K - P_K \delta}{r P_K} = 1,$$

или

$$\frac{P}{P_K} MP_K - \delta = r.$$

Поскольку выражение $\frac{P}{P_K} MP_K - \delta$ определяет оптимальный запас ка-

питала при каждом заданном значении реальной процентной ставки, постольку разница между стоимостью предельного продукта капитала в реальном выражении (по отношению к цене капитального актива) и нор-

мой амортизации будет задавать спрос предприятия на капитал на рынке заемных средств (рис. 8.7).

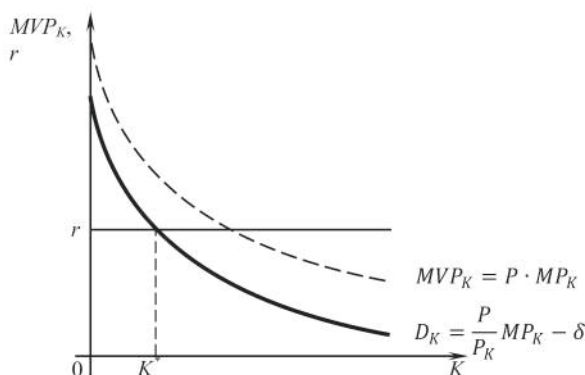


Рис. 8.7. Спрос фирмы на капитал

Формулу рентной цены актива (8.25) можно получить альтернативным образом, напрямую используя процедуру максимизации прибыли предприятия:

$$PR = PQ - wL - P_K(r + \delta)K.$$

Оптимизация прибыли по капиталу

$$\frac{\partial PR}{\partial K} = P \cdot MP_K - P_K(r + \delta) = 0$$

приводит к соотношению, согласно которому предельный продукт данного актива в состоянии долгосрочного равновесия должен равняться сумме ставки процента и нормы амортизации с поправкой на цену данного актива в реальном выражении:

$$MP_K = \frac{P_K}{P}(r + \delta).$$

Если ситуация на рынке отклоняется от условий равновесия, то потоки доходов, приносимых одной и той же денежной суммой, инвестированной в материальные и финансовые активы, будут различаться. Дж. Тобин¹ предложил использовать выражение оптимального запаса капи-

¹ Джеймс Тобин (1918–2002) – американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1981 г.

тала на предприятии в качестве индикатора его инвестиционной привлекательности:

$$q_T = \frac{P \cdot MP_K - P_K \delta}{r P_K}. \quad (8.26)$$

Коэффициент q Тобина представляет собой оценку предельной прибыльности предприятия с точки зрения инвестирования в него средств.

Действительно, если $q_T > 1$, то $p \cdot MP_K - p_K \delta > p_K r$, и $\frac{\partial PR}{\partial K} > 0$, а зна-

чит, при увеличении запаса капитала прибыль будет повышаться. Следовательно, имеющаяся величина основного капитала ниже оптимальной ($K < K^*$), и требуются инвестиции в развитие данной компании.

Если $q_T < 1$, то, наоборот, $p \cdot MP_K - p_K \delta < p_K r$, $\frac{\partial PR}{\partial K} < 0$, и при сниже-

нии запаса капитала прибыль будет расти. Следовательно, фактический запас капитала превышает оптимальный ($K > K^*$). В данной ситуации индикатор свидетельствует о необходимости перехода к более низкому уровню капитала. Следует сократить инвестиции – в перспективе будет ожидать суженное воспроизводство капитала предприятия.

В случае $q_T = 1$, $p \cdot MP_K - p_K \delta = p_K r$, т.е. $\frac{\partial PR}{\partial K} = 0$, и достигается опти-

мум ($K = K^*$); другими словами, ситуация на предприятии не нуждается в корректировке.

Величина $\frac{(P \cdot MP_K - P_K \delta)}{r}$ с учетом формулы пожизненного аннуитета

может рассматриваться как оценка капитализированной предельной прибыльности компании (до выплаты процентов), т.е. капитализированной доходности дополнительных денежных средств, инвестированных в предприятие.

Если предположить, что предельная прибыльность (до выплаты процентов) $\frac{\partial PR}{\partial K} + r P_K = P \cdot MP_K - P_K \delta$ совпадает с аналогичной средней величиной $\frac{PR}{K} + r P_K$, то, считая дисконтированную сумму потока доходов

от реальных активов предприятия его капитализированным дивидендом,

который будет определять рыночную капитализацию компании, коэффициент q Тобина можно трактовать как отношение рыночной стоимости компании, т. е. цены всех акций фирмы на фондовом рынке (P_ϕ), к восстановительной стоимости капитала предприятия ($P_K K$), т. е. затратам по приобретению активов, которые равны по производственным возможностям имеющемуся основному капиталу компании:

$$q_T = \frac{P_\phi}{P_K K}.$$

Одновременно данный показатель может рассматриваться как курс акций компании на фондовом рынке, т. е. рыночная цена акции ($P_{\text{рын}}$), отнесенная к ее номиналу ($P_{\text{ном}}$):

$$q_T = \frac{P_{\text{рын}}}{P_{\text{ном}}}.$$

Теория q Джеймса Тобина представляет фондовый рынок в качестве индикатора, показывающего, необходимо ли увеличивать имеющийся основной капитал. Коэффициент q устанавливает связь между оптимальной величиной капитала компании, стоимость которого выявляет рынок ценных бумаг, и фактической ее величиной в стоимостном выражении.

Действительно, если $q > 1$, и восстановительная стоимость капитала компании ниже ее капитализации на фондовом рынке, то доходность активов предприятия превышает альтернативные издержки инвестирования денег. Имеющаяся величина основного капитала ниже оптимальной ($K < K^*$), и инвестиции в активы данной компании оправданны. При увеличении запаса капитала его предельный продукт будет сокращаться, приближая разницу между его стоимостью в реальном выражении (по от-

ношению к цене капитального актива) $\frac{P}{P_K} MP_K$ и нормой амортизации δ к реальной ставке процента r .

Если $q < 1$, то рентабельность активов компании ниже существующей при альтернативных инвестиционных проектах на денежном рынке, и фактический запас капитала превышает оптимальный ($K > K^*$). В данной ситуации фондовый рынок свидетельствует о необходимости перехода к более низкому уровню капитала K^* . Следует сократить инвестиции — в перспективе будет ожидаться суженное воспроизводство основного капитала предприятия.

В случае $q = 1$ отдача от данного класса реальных активов совпадает с рыночной нормой доходности — достигается оптимум $K = K^*$, и ситуация на предприятии не нуждается в корректировке.

Предположим в качестве примера, что производственная функция

фирмы имеет вид: $Q = 10K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{1}{2}}$. Пусть каждый инвестор имеет на своем предприятии 81 единицу основных фондов со сроком службы 20 лет и 10 рабочих. Если каждая единица оборудования изнашивается равномерными долями на протяжении всего срока своей эксплуатации, то каждый год будет амортизироваться 5 процентов установленного капитала. Предположим, что относительная цена основных фондов равна единице, банковская ставка составляет 20 процентов годовых, а цена на продукцию фирмы равна 2. Коэффициент Тобина (8.26) при теку-

щем запасе капитала $q_T = \frac{\frac{P}{P_K} MP_K - \delta}{r} = \frac{\frac{5\sqrt{L}}{2K^{3/4}} - \delta}{r} \approx 1,214$ свидетельствует

о необходимости дополнительных инвестиций в предприятие. Действительно, используя условие, характеризующее рентную цену актива:

$MP_K = \frac{5\sqrt{10}}{2K^{3/4}} = \frac{P_K}{P}(r + \delta) = 0,25$, получаем оптимальную величину ка-

питала на данном предприятии: $K^* = 100$. При этом зависимость оптимального запаса капитала от рыночной ставки процента имеет вид:

$$K = \sqrt[3]{\frac{3906,25}{(r + 0,05)^4}}.$$

Обратим внимание на то, что в долгосрочном аспекте, когда все факторы производства являются переменными величинами, условие максимизации прибыли конкурентной фирмы (2.27) с учетом выражения для рентной цены капитала (8.25) усложняется:

$$\frac{MP_L(K, L)}{P_L} = \frac{MP_K(K, L)}{P_K(r + \delta)} = \frac{1}{P}. \quad (8.27)$$

Продолжим анализ примера выше в долгосрочном аспекте. Допустим, что занятое на предприятии количество работников является переменной величиной, а реальная ставка заработной платы установилась на уровне 5. Рассчитаем запас капитала и количество занятых на предприятии работников, которые соответствуют максимуму прибыли фирмы.

В состоянии оптимума должна выполняться система равенств (8.27):

$$\begin{cases} MP_K = \frac{5\sqrt{L}}{2K^{3/4}} = \frac{P_K}{P}(r+\delta) = 0,25, \\ MP_L = \frac{5\sqrt[4]{K}}{\sqrt{L}} = \frac{P_L}{P} = 5; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \frac{25P}{2P_L K^{\frac{1}{2}}} = \frac{P_K}{P}(r+\delta) = 0,25, \\ \sqrt{L} = \frac{5P}{P_L} K^{\frac{1}{4}} = K^{\frac{1}{4}}, \end{cases}$$

которая позволяет определить оптимальную величину капитала и занятости на каждом предприятии: $K^* = 100$, $L^* = 10$.

Очевидно, что (предельный) коэффициент Тобина при оптимальных величинах запаса капитала и занятости равен единице:

$$q_T = \frac{\frac{P}{P_K} MP_K - \delta}{r} = \frac{2,5\sqrt[3]{10} - 0,05}{0,2} = 1.$$

Из последней системы условий вытекает, что функции спроса предприятия на труд и капитал от рыночной ставки процента и реальных цен на факторы производства при стационарной цене на продукцию, соответственно, имеют вид:

$$K = \frac{625}{4\left(\frac{P_L}{P}\right)^2\left(\frac{P_K}{P}\right)^2(r+\delta)^2}, \quad L = \frac{25K^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{P_L}{P}\right)^2} = \frac{625}{2\left(\frac{P_K}{P}\right)\left(\frac{P_L}{P}\right)^3(r+\delta)}.$$

Отметим, что, если предприятие обладает определенной свободой ценообразования, т.е. способно влиять на рыночные цены продукта и приобретаемых ресурсов, что характерно для ситуации несовершенной конкуренции на продуктовых и ресурсных рынках, то условие максимизации прибыли на рынке капитала будет выглядеть аналогично условию максимизации прибыли на рынке труда при несовершенной конкуренции (9.13):

$$R\left(1 + \frac{1}{E_K^s}\right) = MR \cdot MP_K,$$

или

$$R = \frac{MR \cdot MP_K}{1 + \frac{1}{E_K^s}}.$$

Далее, аналогично ситуации совершенной конкуренции, можно получить обобщенное выражение ценности актива, которое будет определять оптимальный запас капитала на предприятии в условиях несовершенной конкуренции на рынках капитала и продукта:

$$P_K = \frac{MR \cdot MP_K}{\left(1 + \frac{1}{E_K^s}\right)(r + \delta)}.$$

8.5. Человеческий капитал

Человеческий капитал представляет собой совокупность созидательных способностей личности, используемых в целесообразной форме в процессе жизнедеятельности как отдельного индивида, так и всего общества. Всю совокупность созидательных качеств и свойств человека — его активов — можно подразделить на следующие основные группы в зависимости от их функции в жизнедеятельности людей¹:

- человеческая живая система — общие физические и нервно-психические, в том числе интеллектуальные, возможности человека, в частности потенциал его здоровья;
- способность к индивидуальному воспроизводству в широком смысле, в том числе специфические знания и умения, необходимые человеку для формирования и совершенствования собственных живых творческих сил, а также способность вести домашнее хозяйство, воспитывать и учить детей, проводить активный здоровый отдых и т.п.;
- уровень образования и профессиональная подготовка, в том числе общеобразовательные и социокультурные знания и умения, общие

¹ Becker G. S. Investment in human capital: a theoretical analysis; Sjaastad L. A. The costs and returns of human migration; Weisbrod B. A. Education and investment in human capital; Mushkin S. J. Health as an investment (См.: Journal of political economy. 1962. Vol. 70. № 5. Part 2: Investment in human beings).

и специальные профессиональные навыки, трудовой опыт и производственное мастерство;

- когнитивные возможности, касающиеся получения, переработки, сохранения и использования экономически значимой информации и, как следствие, информированность, т. е. обладание знаниями, востребованными в общественной, в том числе производственной жизнедеятельности человека;
- мобильность — способность к перемене места и рода профессиональной деятельности, степень привязанности человека к месту и среде обитания, семье и трудовому коллективу; свобода доступа к системе образования; готовность и возможность изменения социального статуса индивида;
- комплекс факторов социально-экономического характера, связанных с системой ценностей и мотивацией человека к труду; его важнейшие личностные качества.

Инвестиции в человеческий капитал могут осуществляться как в рамках семьи, образовательных учреждений, так и в процессе трудовой деятельности человека путем совершенствования мастерства и участия в программах переподготовки и повышения квалификации¹.

Вложения в человеческий капитал сродни инвестициям в основные фонды². Так же, как и инвестиции в другие активы, капиталовложения в квалифицированную рабочую силу приносят отсроченную во времени отдачу³. Поэтому принцип принятия решений при осуществлении ин-

¹ Becker G. S. Human capital. — 3rd ed.— Chicago, London: University of Chicago press, 1993.

² Еще А. Смит рассматривал созидательные возможности человека в качестве части основного капитала общества: «Приобретение таких способностей, считая также содержание их обладателя в течение его воспитания, обучения или ученичества, всегда требует дополнительных издержек, которые представляют собой основной капитал, как бы реализующийся в его личности...» [Смит А. Исследование о природе и причинах богатства народов. М.: Соцэргиз, 1962. С. 208].

³ Так, например, А. Маршалл писал: «Мотивы, побуждающие человека и его отца осуществлять вложение капитала и затраты труда для подготовки его в качестве ремесленника, специалиста или предпринимателя, подобны мотивам, которые ведут к вложению капитала и труда в создание производственного и коммерческого предприятия. В любом случае капиталовложения (поскольку действия человека вообще определяются осознанными мотивами) осуществляются до того предела, при котором какое бы то ни было последующее их увеличение, видимо, не принесет дополнительной выгоды, не даст излишка или избытка полезности над “отрицательной полезностью”... Когда квалифицированный ремесленник или специалист получили навыки мастерства, требующиеся для его деятельности, часть его дохода в будущем фактически является квазирентой на капитал и труд, вложенные в его подготовку к трудовой деятельности, обеспечения его начала, создания деловых связей и в целом

вестиций в человеческий капитал оказывается во многом аналогичным (см. параграф 8.1) – сопоставление дисконтированных затрат, в том числе прямых издержек на получение образования, а также упущенных заработков; и результатов в виде возросших доходов по окончании учебного заведения (рис. 8.8).

Решение о вложении времени, сил и средств в человеческие активы будет положительным при условии, что NPV потока доходов, связанных с воспроизводством человеческого капитала, будет неотрицательной величиной. Другими словами, IRR от вложений в человеческий капитал будет превышать рыночную ставку процента.

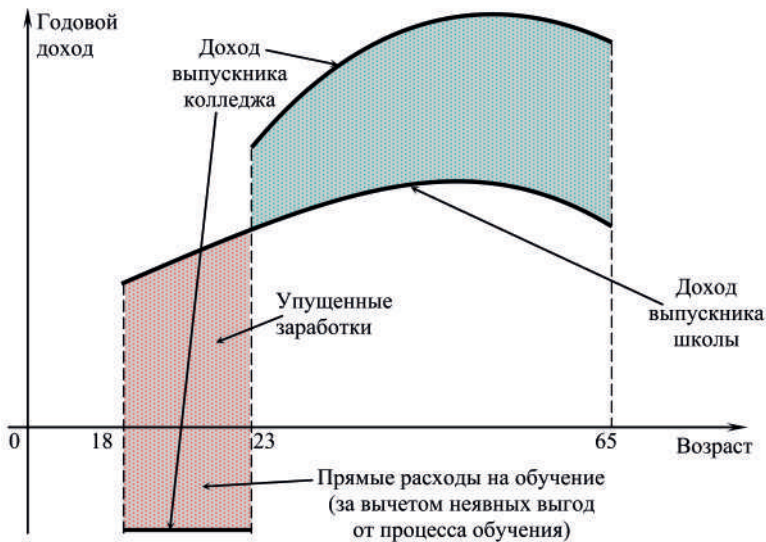


Рис. 8.8. Выгоды и затраты, связанные с инвестициями в человеческий капитал

Инвестиции в индивидуальные активы экономического агента, в том числе в его человеческий капитал, связаны с осознанным, целенаправленным сокращением текущих доходов во имя будущих. Допустим, что изначально индивиду доступен межвременной поток доходов (M_1, M_2). Отказ от использования в потребительских целях всего первоначального дохода

возможностей для превращения его личных качеств в основу для хорошей репутации, и лишь остаток доходов представляет собой действительный доход, полученный в результате затраченных усилий» [Маршалл А. Принципы экономической науки. М.: Прогресс-Универс, 1993. Т.3. С.30–34].

M_1 , сокращение текущего потребления до уровня $C_1 = Y_1$ дает в распоряжение индивида определенную величину сбережений $S_1 = M_1 - Y_1$, которые становятся его инвестиционными ресурсами I_1 . Отдачей от данных инвестиций, осуществленных в первоначальный момент времени, становится дополнительный доход в будущем $Y_2 = f(I_1)$. Инвестиции генерируют тем самым определенное распределение доходов во времени, которое может быть охарактеризовано неявной функцией $T(Y_1, Y_2) = 0$. Выбор из всего множества возможных доходов определяется межвременными предпочтениями экономического агента $U(C_1, C_2)$.

Предположим, что индивид не имеет доступа к рынку заемных средств (рис. 8.9). Тогда оптимизационную задачу индивида можно формализовать следующим образом:

$$\begin{cases} \max_{C_1, C_2} U(C_1, C_2): \\ C_1 = Y_1, \\ C_2 = M_2 + Y_2, \\ T(Y_1, Y_2) = 0. \end{cases}$$

Решая данную задачу на условный экстремум, составляем функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = U(C_1, C_2) - \mu_1(C_1 - Y_1) - \mu_2(C_2 - M_2 - Y_2) - \mu_3 T(Y_1, Y_2).$$

Максимизация индивидуального благосостояния подразумевает систему необходимых условий:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = \frac{\partial U}{\partial C_1} - \mu_1 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \frac{\partial U}{\partial C_2} - \mu_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_1} = -\mu_3 \frac{\partial T}{\partial Y_1} + \mu_1 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_2} = -\mu_3 \frac{\partial T}{\partial Y_2} + \mu_2 = 0, \end{cases}$$

из которой следует:

$$\begin{cases} MU_1 = \mu_1 = \mu_3 \frac{\partial T}{\partial Y_1}, \\ MU_2 = \mu_2 = \mu_3 \frac{\partial T}{\partial Y_2}. \end{cases}$$

Поделив первое равенство системы на второе, приходим к условию оптимальности потребительских и инвестиционных решений:

$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\frac{\partial T}{\partial Y_1}}{\frac{\partial T}{\partial Y_2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Таким образом, переходя на самую высокую из доступных при данном множестве инвестиционных возможностей $T(Y_1, Y_2) = 0$ кривую безразличия $U(C_1, C_2) = \bar{U}$, индивид определяет для себя оптимальную комбинацию текущего и будущего потребления, руководствуясь эквиваржимальным принципом:

$$MRT_{12} = -\frac{dY_2}{dY_1} \Big|_{T(Y_1, Y_2)=0} = \frac{\frac{\partial T}{\partial Y_1}}{\frac{\partial T}{\partial Y_2}} = -\frac{dC_2}{dC_1} \Big|_{U(C_1, C_2)=\bar{U}} = \frac{MU_1}{MU_2} = MRS_{12}.$$

Второе в данной цепочке равенств вытекает из выражения полного дифференциала линии инвестиционных возможностей экономического агента:

$$dT(Y_1, Y_2) = \frac{\partial T}{\partial Y_1} dY_1 + \frac{\partial T}{\partial Y_2} dY_2 = 0,$$

а предпоследнее — из полного дифференциала его полезности, рассчитанного вдоль кривой безразличия (8.5).

Оптимум экономического агента будет находиться в точке касания его кривой безразличия и множества инвестиционных возможностей (рис. 8.9), где предельная норма трансформации текущего дохода в будущий MRT_{12} совпадает с предельной нормой замещения текущего потребления будущим MRS_{12} .

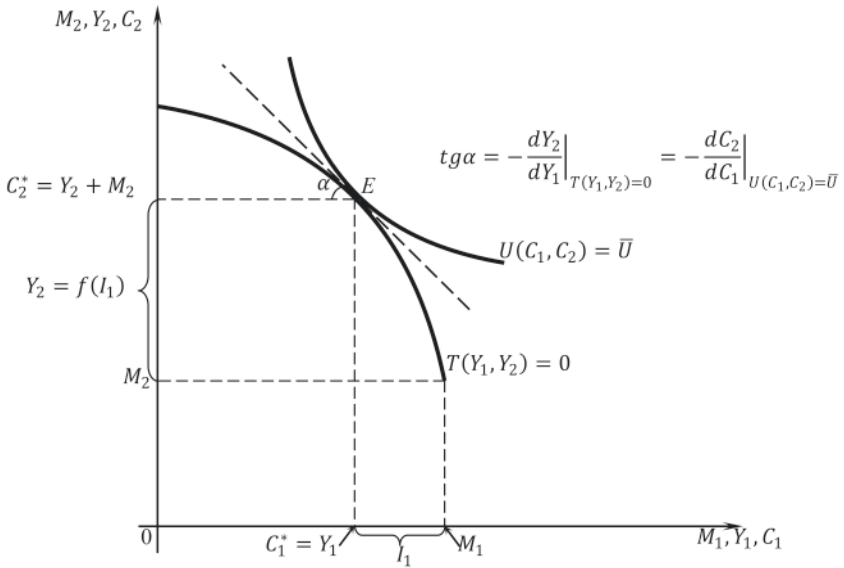


Рис. 8.9. Отсутствие доступа к рынку заемных средств

Если экономическому агенту будет доступно заимствование денежных средств, а также он будет иметь возможность предоставления кредитов на финансовом рынке, то его благосостояние может быть повышено. В таком случае принципы инвестирования в индивидуальные активы и межвременного потребительского выбора могут быть интегрированы в единую модель оптимального распределения потока доходов и расходов во времени:

$$\begin{cases} \max_{C_1, C_2, Y_1, Y_2} U(C_1, C_2): \\ \frac{C_2 - M_2 - Y_2}{1+r} = Y_1 - C_1, \\ T(Y_1, Y_2) = 0. \end{cases} \quad (8.28)$$

Функция Лагранжа для такого развития модели инвестирования и межвременного распределения потребления принимает вид:

$$\mathcal{L} = U(C_1, C_2) - \mu_1 \left(\frac{C_2 - M_2 - Y_2}{1+r} + C_1 - Y_1 \right) - \mu_2 T(Y_1, Y_2).$$

В данном случае необходимыми для достижения оптимума экономического агента являются условия стационарности функции Лагранжа по переменным C_1, C_2, Y_1, Y_2 :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = \frac{\partial U}{\partial C_1} - \mu_1 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \frac{\partial U}{\partial C_2} - \frac{\mu_1}{1+r} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_1} = \mu_1 - \mu_2 \frac{\partial T}{\partial Y_1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_2} = \frac{\mu_1}{1+r} - \mu_2 \frac{\partial T}{\partial Y_2} = 0. \end{cases}$$

Преобразуя данную систему:

$$\begin{cases} MU_1 = \mu_1 = \mu_2 \frac{\partial T}{\partial Y_1}, \\ MU_2 = \frac{\mu_1}{1+r} = \mu_2 \frac{\partial T}{\partial Y_2}, \end{cases}$$

приходим к усложненному эквимаргинальному условию:

$$\begin{aligned} MRT_{12} &= -\frac{dY_2}{dY_1} \Big|_{T(Y_1, Y_2)=0} = \frac{\frac{\partial T}{\partial Y_1}}{\frac{\partial T}{\partial Y_2}} = -\frac{dC_2}{dC_1} \Big|_{U(C_1, C_2)=\bar{U}} = \\ &= \frac{MU_1}{MU_2} = MRS_{12} = 1+r, \end{aligned} \quad (8.29)$$

которое утверждает, что в точке оптимума предельная норма трансформации текущего дохода в будущий с точки зрения инвестиционных возможностей экономического агента MRT_{12} совпадает с предельной нормой замещения между текущим и будущим потреблением MRS_{12} и равняется темпу роста денежной суммы на финансовом рынке, определяемому процентной ставкой, т.е. величине $1+r$ (рис. 8.10).

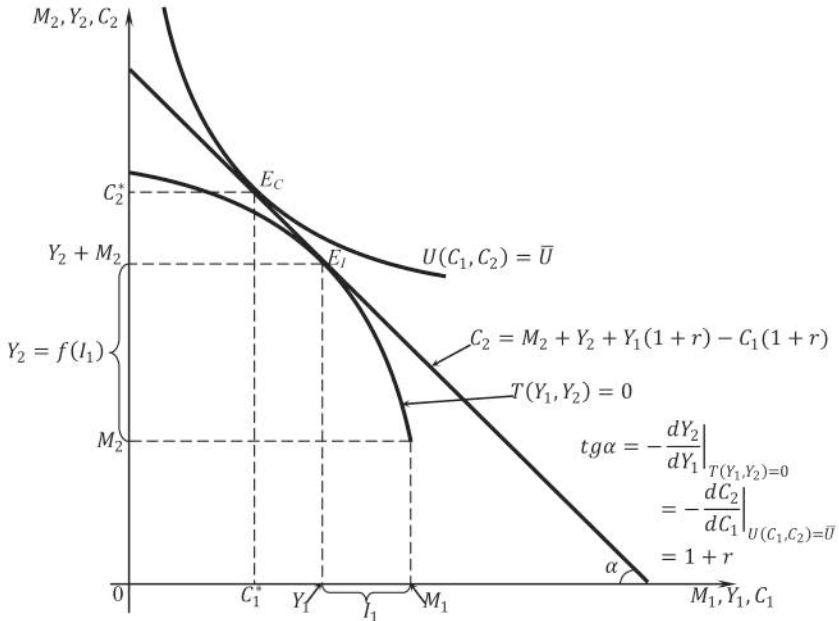


Рис. 8.10. Оптимальное сочетание текущего и будущего потребления при наличии доступа к рынку заемных средств

Рассмотрим числовой пример, иллюстрирующий межвременной выбор потребителя, выступающего одновременно в роли инвестора. Предположим, что экономический агент с функцией полезности $U = \sqrt{C_1 C_2}$, где C_1 и C_2 — это величина его потребительских расходов, соответственно, в первом и втором периодах жизнедеятельности, имеет экзогенный (не связанный с его деятельностью) поток доходов $M_1 = 10$, $M_2 = 20$. При этом индивид может инвестировать часть своего дохода первого периода в материальные и нематериальные активы и получать отдачу от инвестиций в виде дополнительного дохода во втором периоде, которая зависит от величины инвестиций (I_1) следующим образом: $Y_2 = 2\sqrt{I_1}$.

Рассчитаем вначале оптимальное распределение текущего и будущего потребления для данного экономического агента, если он не имеет доступа к рынку заемных средств.

Обозначим через Y_1 доход первого периода, используемый индивидом в потребительских целях ($Y_1 = C_1$). Соответственно, не израсходованная на потребление часть дохода будет направлена на инвестиции в материальные и нематериальные активы: $I_1 = M_1 - Y_1$. Следовательно, инвести-

ционный доход составит $Y_2 = 2\sqrt{I_1} = 2\sqrt{M_1 - Y_1}$. Граница инвестиционных возможностей экономического агента может быть задана неявной функцией: $T(Y_1, Y_2) = Y_2 - 2\sqrt{M_1 - Y_1} = 0$.

Выпишем условие оптимальности поведения данного потребителя, выступающего одновременно в качестве инвестора:

$$MRT_{12} = \frac{\frac{\partial T}{\partial Y_1}}{\frac{\partial T}{\partial Y_2}} = \frac{1}{\sqrt{M_1 - Y_1}} = MRS_{12} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{C_2}{C_1}.$$

Преобразуя данное соотношение с учетом того, что

$$C_2 = M_2 + Y_2 = M_2 + 2\sqrt{M_1 - Y_1}, \text{ а } C_1 = Y_1;$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{M_2 + 2\sqrt{M_1 - Y_1}}{Y_1} = \frac{20 + 2\sqrt{10 - Y_1}}{Y_1} = \frac{1}{\sqrt{M_1 - Y_1}},$$

получаем квадратное уравнение: $9Y_1^2 + 280Y_1 - 3600 = 0$, которое имеет два корня:

$$Y_1^{1,2} = \frac{-280 \pm \sqrt{280^2 + 4 \cdot 9 \cdot 3600}}{18},$$

только один из которых является положительным: $Y_1 = C_1 \approx 9,78$.

Следовательно, $Y_2 = 2\sqrt{M_1 - Y_1} \approx 2\sqrt{10 - 9,78} \approx 0,94$; соответственно, $C_2 = M_2 + Y_2 \approx 20,94$.

Рассчитаем теперь оптимальное распределение текущего и будущего потребления для данного экономического агента, если он имеет возможность ссужать и заимствовать денежные средства в первом периоде по ставке процента, составляющей 20% годовых.

Воспользуемся теоремой о разделении и рассчитаем максимальное значение $NPV = \frac{Y_2}{1+r} + Y_1 = \frac{2\sqrt{M_1 - Y_1}}{1+r} + Y_1 = \frac{2\sqrt{10 - Y_1}}{1,2} + Y_1$ инвестиционного проекта данного экономического агента (8.30):

$$\frac{\partial NPV}{\partial Y_1} = -\frac{1}{1,2\sqrt{10 - Y_1}} + 1 = 0.$$

Очевидно, что данное соотношение эквивалентно условию касания бюджетного ограничения границы инвестиционных возможностей (8.31):

$$MRT_{12} = -\frac{dY_2}{dY_1}\bigg|_{T(Y_1, Y_2)=0} = \frac{\frac{\partial T}{\partial Y_1}}{\frac{\partial T}{\partial Y_2}} = \frac{1}{\sqrt{10-Y_1}} = 1+r=1,2.$$

Решая любое из данных уравнений, получаем оптимальные значения текущего дохода, направляемого на потребление $Y_1 = C_1 \approx 9,31$, инвестиций $I_1 = M_1 - Y_1 \approx 10 - 9,31 = 0,69$, инвестиционного дохода

$$Y_2 = 2\sqrt{I_1} \approx 2\sqrt{0,69} \approx 1,66 \text{ (точка } E_I \text{ на рис. 8.11) и } NPV = \frac{Y_2}{1,2} + Y_1 = 10,69.$$

В соответствии с логикой теоремы о разделении перейдем теперь к решению задачи межвременного потребительского выбора (8.4). Воспользуемся эквиваржинальным соотношением (8.3):

$$MRS_{12} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{C_2}{C_1} = 1+r=1,2$$

или

$$C_1 = \frac{C_2}{1,2}.$$

Подставляя полученное соотношение в бюджетное ограничение по дисконтированным потокам доходов и расходов:

$$\frac{M_2 + Y_2}{1+r} + Y_1 = NPV + \frac{M_2}{1+r} = 27,35 = \frac{C_2}{1+r} + C_1 = \frac{2C_2}{1,2} = 1,67C_2,$$

рассчитываем оптимальное распределение потребления во времени: $C_2^* \approx 16,38$; $C_1^* \approx 13,65$. Точка оптимума данного потребителя (E_C) расположена ниже и правее точки первоначального распределения доходов на линии бюджетного ограничения (рис. 8.11).

Можно отметить, что возможности инвестирования, в том числе в человеческий капитал, и доступ к финансовому рынку позволяют экономическому агенту сглаживать флуктуации доходов во времени, более равномерно распределять поток доступных для потребления средств в течение всей жизнедеятельности¹. Люди, инвестируя в свой человеческий капитал,

¹ Данный результат можно также рассматривать в контексте моделей «перманентного дохода» М. Фридмана и «жизненного цикла» сбережений Ф. Модильяни (см. Вереникин А. О. Сбалансированность экономической системы: микро- и макроаспекты. М.: ТЕИС, 2010. – С. 89–99).

рассчитывают на рост заработков в будущем, который позволит им расплачиваться по кредитам, взятым в молодости. Современное общество потребления в условиях экономики знаний поощряет желания людей не откладывать доступ ко всему комплексу потребительских благ до достижения зрелости, а получить его уже в молодости за счет текущего долгового бремени, которое становится посильным благодаря отдаче от вложений в человеческие активы.

Рассмотренный здесь пример иллюстрирует подобное «нетерпеливое» поведение потребителя, выступающего одновременно в качестве инвестора (рис. 8.11).

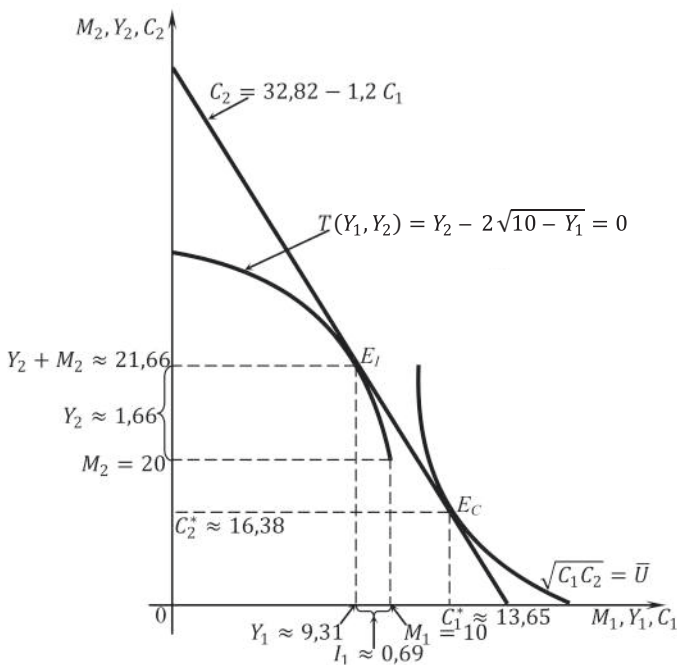


Рис. 8.11. Оптимальное сочетание текущего и будущего потребления при наличии доступа к рынку заемных средств: пример

Обратим внимание на то, что в условиях стационарности по потреблению в соотношении (8.29) нет элементов, связанных с уровнями текущего и будущего дохода, и при этом в условиях оптимальности по величинам дохода отсутствуют зависимости от объемов потребления. Это значит, что оптимизация инвестиционного процесса и межвременного потреби-

тельного выбора при решении задачи (8.28) протекают автономно по отношению друг к другу.

Действительно, параметры инвестиционного процесса, характеризующие первым, вторым и последним равенствами в эквивариальном условии (8.29), иллюстрацией которых служит точка E_I на рисунке 8.10, могут быть получены в качестве решений самостоятельной задачи максимизации NPV инвестиционного проекта:

$$\begin{cases} \max_{Y_1, Y_2} \left(\frac{Y_2}{1+r} + Y_1 \right); \\ T(Y_1, Y_2) = 0. \end{cases} \quad (8.30)$$

Выписывая функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = \frac{Y_2}{1+r} + Y_1 - \lambda T(Y_1, Y_2),$$

приходим к следующим необходимым условиям экстремума:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_1} = 1 - \lambda \frac{\partial T}{\partial Y_1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_2} = \frac{1}{1+r} - \lambda \frac{\partial T}{\partial Y_2} = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial T}{\partial Y_1} = 1, \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial Y_2} = \frac{1}{1+r}. \end{cases}$$

Поделив первое из равенств на второе и избавляясь тем самым от множителя Лагранжа λ , получаем, что предельная норма трансформации на кривой инвестиционных возможностей, т.е. угловой коэффициент касательной к ней в точке оптимального распределения текущего и будущего доходов, взятый со знаком минус, должен равняться темпу роста денежной суммы на финансовом рынке $1+r$:

$$\frac{\frac{\partial T}{\partial Y_1}}{\frac{\partial T}{\partial Y_2}} = 1+r. \quad (8.31)$$

Процентная ставка играет здесь роль альтернативных издержек инвестирования средств в материальные и нематериальные активы. Данные инвестиции стоит осуществлять до тех пор, пока отдача от них не сравняется с альтернативным направлением вложения денежных средств — в финансовые активы, доходность которых характеризуется рыночной ставкой процента.

Оптимальные объемы текущего и будущего потребления, определяемые последними тремя равенствами в эквимаргинальном условии (8.29), иллюстрацией которых служит точка E_C на рисунке 8.10, могут быть получены в качестве решений задачи межвременного потребительского выбора (8.4), скорректированной с учетом того, что во втором периоде в распоряжении экономического агента оказывается не только экзогенно заданная денежная сумма M_2 , но и инвестиционный доход Y_2 . Данное видоизменение бюджетного ограничения никак не сказывается на результирующем эквимаргинальном условии (8.3).

Таким образом, имеет место так называемая теорема о разделении инвестиционных и потребительских решений. Она гласит, что инвестирование средств в материальные и нематериальные активы, определяющее динамику доходов, и межвременной потребительский выбор, задающий поток потребительских расходов, разнесены на разные последовательные итерации в процессе принятия решений¹.

Обратим внимание на то, что с ростом ставки процента внутренний оптимум экономического агента как инвестора (точка E_I на рис. 8.10) может перейти в крайовой оптимум (точка E_I на рис. 8.12), когда индивид будет не заинтересован инвестировать средства в материальные и нематериальные активы и все денежные ресурсы направит на финансовые рынки. В таком случае задача оптимальных инвестиций (8.30) фактически оказывается неактуальной, и поведение экономического агента редуцируется просто к межвременному потребительскому выбору (8.4).

¹ Здесь, как и выше, предполагается равенство ставок процента, по которым осуществляются займы и предоставляются кредиты.

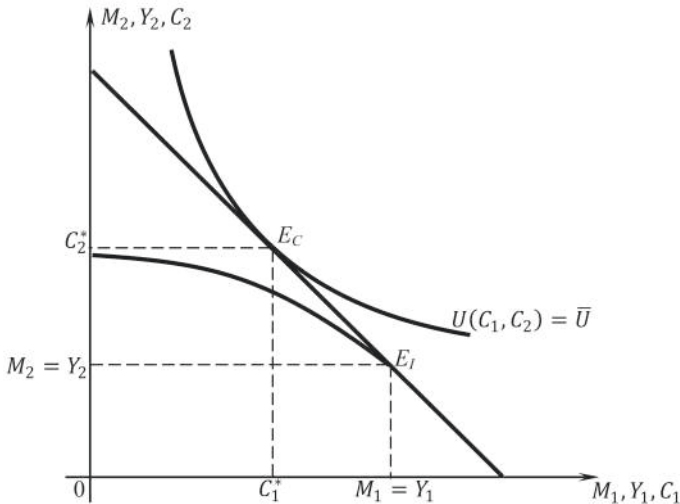


Рис. 8.12. Оптимальное сочетание текущего и будущего потребления при краевом оптимуме инвестора

Контрольные вопросы

1. Опишите процедуры начисления сложных процентов и дисконтирования.
2. Как рассчитывается чистая приведенная стоимость инвестиционного проекта? Как определить, является ли инвестиционный проект рентабельным, используя значение его чистой приведенной стоимости?
3. Дайте определение внутренней нормы доходности инвестиционного проекта. Как определить, является ли инвестиционный проект рентабельным, используя его внутреннюю норму доходности?
4. Какова логика построения межвременного бюджетного ограничения индивида (домашнего хозяйства)?
5. В чем заключается межвременный потребительский выбор? Как соотносятся сбережения текущего и будущего периодов в контексте межвременного бюджетного ограничения?
6. Сформулируйте эквивариантное условие, характеризующее оптимальный выбор домохозяйств между текущим и будущим потреблением.

7. Каковы принципы определения функции предложения индивидуальных сбережений?
8. Как можно вывести формулу рентной цены актива, используя принцип равной доходности вложений в финансовые и материальные активы в состоянии долгосрочного равновесия?
9. Как коэффициент q Тобина характеризует предельную прибыльность предприятия с точки зрения инвестирования в него средств?
10. Как можно интерпретировать коэффициент q Тобина с точки зрения оценки перспектив компании фондовым рынком?
11. Какие существуют возможности развития теории межвременного потребительского выбора в контексте инвестиций в человеческий капитал?

Т Е М А 9

Общее экономическое равновесие и теория благосостояния

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- основные принципы и инструментарий анализа общего экономического равновесия;
- методологию анализа и подходы к количественной оценке экономической эффективности;
- взаимосвязь между понятиями экономического равновесия и социального оптимума;
- возможности использования кривой Лоренца и коэффициента Джини для оценки распределения доходов в обществе;
- роль внешних и монопольных эффектов, транзакционных издержек и общественных благ в возникновении провалов рынка;
- механизм Викри—Кларка—Гровса и принципы налогообложения по Кларку;
- принцип соотнесения предельных социальных издержек и выгод в анализе внешних эффектов;
- возможности использования рыночных сил при интернализации внешних эффектов и достижении социально эффективного равновесия;
- сетевые экстерналии;
- механизм формирования спроса на общественные блага;
- потенциал и границы демократических принципов и процедур в организации общественного выбора.

9.1. Структура модели общего экономического равновесия

Современное понимание предмета экономической теории как науки об оптимальном, рациональном использовании ограниченных ресурсов

наиболее отчетливо отражается моделью общего равновесия. Модель общего экономического равновесия включает количественное описание технологических, производственных процессов и вытекающих из них распределительных аспектов взаимодействия между факторами общественного воспроизводства. Эта модель характеризует экономику как систему, интегрированно включающую в себя процессы производства, распределения, обмена и потребления.

В модели общего экономического равновесия рассматривается закрытая рыночная экономика без учета роли государства в условиях совершенной конкуренции¹. Предполагается способность ее к саморегулированию, что подразумевает гибкость ценовых параметров: товарных цен, ставок процента и заработной платы.

Экономическая система анализируется в долгосрочной перспективе, когда все факторы производства для каждого хозяйствующего субъекта являются переменными величинами.

В модели анализируется двухсекторная экономика, что подразумевает дихотомию процессов производства и потребления (рис. 9.1). При этом производство есть потребление ресурсов и рабочей силы, в то время как потребление ресурсов — это производство продукции, а потребление продукции есть воспроизводство рабочей силы человека.



Рис. 9.1. Кругооборот доходов и расходов в экономической системе

Данная модель описывает частнособственническую экономику, в которой всеми предприятиями и ресурсами владеют индивиды — потребители.

¹ Вальрас Л. Элементы чистой политической экономии, или теория общественного богатства. — М.: Экономика, 2000.

Потребители стремятся к достижению наибольшей полезности с учетом бюджетного ограничения. Производители максимизируют прибыль.

Для простоты будем пока анализировать экономическую систему, которая состоит из двух потребителей, обладающих первоначальными запасами двух благ и обменивающихся этими благами для максимизации индивидуальной полезности¹.

Для экономики в целом выполняется балансовое неравенство, отражающее тот факт, что для каждого j -го товарного рынка объемы потребления не могут превышать величины запасов:

$$x_1^A + x_1^B \leq \omega_1^A + \omega_1^B,$$

$$x_2^A + x_2^B \leq \omega_2^A + \omega_2^B,$$

где x_j^i — объем потребления j -го товара i -м потребителем, т.е. валовой спрос i -го потребителя на j -й товар; ω_j^i — запас j -го товара, находящегося в распоряжении i -го потребителя. Другими словами,

$$x_j \leq \omega_j, j = \{1, 2\},$$

где $x_j = x_j^A + x_j^B$ — суммарный объем индивидуального потребления j -го товара, $\omega_j = \omega_j^A + \omega_j^B$ — суммарные запасы j -го товара у всех потребителей.

Обозначим через $z_{ij} = x_j^i - \omega_j^i$ чистый спрос i -го потребителя на j -й товар, т.е. разность между его валовым спросом и имеющимся у него запасом данного товара. Тогда натуральные балансовые равенства можно переписать в следующем виде:

$$z_1^A + z_1^B \leq 0,$$

$$z_2^A + z_2^B \leq 0.$$

Совокупный рыночный, или агрегированный, чистый спрос на j -й товар z_j — это превышение суммарного валового спроса всех потребителей над совокупными запасами данного товара, находящимися в собственности потребителей: $z_j = x_j - \omega_j$. Натуральные балансовые соотношения для каждого из рынков можно записать как неотрицательность совокупного чистого спроса на каждом из рынков в экономике:

$$z_j \leq 0, j = \{1, 2\}.$$

¹ Эту так называемую модель 2×2 возможно без труда обобщить на случай произвольного конечного числа экономических агентов и товаров.

9.2. Закон Вальраса и существование общего экономического равновесия

Общее равновесие — это такое состояние хозяйственной системы, когда существует единый для всех вектор цен, ориентируясь на который, все экономические агенты достигают своих целей при имеющихся ограничениях — потребители достигают наивысшей полезности с учетом доступных финансовых средств, а (применительно к более общей модели) производители максимизируют прибыль — и при этом спрос равен предложению, или, другими словами, избыточный спрос, как превышение спроса над предложением, равен нулю на всех рынках в экономике (для экономических благ — с положительной ценой) и предложения хватает, чтобы покрыть весь имеющийся спрос, т.е. избыточный спрос является неположительным, для случая свободных благ¹:

$$\begin{aligned} z_j &\leq 0 \text{ при } p_j = 0, \\ z_j &= 0 \text{ при } p_j > 0, j = \{1, 2\}. \end{aligned}$$

Первое условие означает, что на всех рынках (экономических благ) в экономике спрос равняется предложению, т.е. рынки находятся в состоянии равновесия, и натуральное балансовое соотношение по объемам потребления и запасам выполняется в виде равенства:

$$x_j = \omega_j.$$

Второе условие означает, что доступных объемов свободных благ должно быть достаточно, чтобы удовлетворить потребность в них.

В равновесной экономике действует закон Вальраса², утверждающий, что стоимость совокупного, или агрегированного, чистого спроса тождественно равна нулю:

$$p_1 z_1 + p_2 z_2 = 0.$$

Установить его справедливость нетрудно. Как было доказано при анализе решения задачи (1.20) связанной максимизации полезности (см. параграф 1.3), при ненасыщаемости потребления в условиях оптимума для каждого i -го индивида бюджетное ограничение выполняется в виде

¹ Очевидно, что в экономической системе должен существовать хотя бы один рынок (с положительной ценой товара).

² Мари Эспри Леон Вальрас (1834–1910) — французский и швейцарский экономист.

равенства: $p_1 x_1^i + p_2 x_2^i = p_1 \omega_1^i + p_2 \omega_2^i, i = 1, 2$; т.е. стоимость чистого спроса i -го индивида равна 0:

$$p_1 (x_1^i - \omega_1^i) + p_2 (x_2^i - \omega_2^i) = p_1 z_1^i + p_2 z_2^i = 0.$$

Сумма таких тождеств для всех индивидов дает нулевую величину агрегированного чистого спроса в стоимостном выражении применительно к данной, распределительной экономике:

$$p_1 (z_1^A + z_1^B) + p_2 (z_2^A + z_2^B) = p_1 z_1 + p_2 z_2 = 0,$$

что и утверждает закон Вальраса.

Из закона Вальраса вытекают два важных следствия. Во-первых, из закона Вальраса следует, что если все рынки, за исключением данного, находятся в состоянии равновесия, то избыточный спрос и на данном, последнем рынке равен нулю. Доказательство первого следствия проведем для экономики, состоящей из двух рынков. Пусть $z_1(p_1, p_2) = 0$. Тогда из закона Вальраса, поскольку $p_2 > 0$, следует, что $z_2(p_1, p_2) = 0$. Значит, если избыточный спрос нулевой на одном рынке, то он также равен нулю и на другом. Данное утверждение по индукции распространяется на экономику, состоящую из произвольного числа рынков.

Во-вторых, следствием из закона Вальраса является то, что величины избыточного спроса z_i не могут быть одновременно одного знака на всех рынках в экономике. Действительно, в силу закона Вальраса: $p_1 z_1 = -p_2 z_2$.

В случае экономических благ, когда обе цены положительны ($p_i > 0, i = 1, 2$), получается, что если $z_1 \leq 0$, то $z_2 \geq 0$, и наоборот, из $z_2 \leq 0$ следует $z_1 \geq 0$. Если первое благо является свободным ($p_1 = 0$), то избыточный спрос на него не может быть положительным ($z_1 \leq 0$). При этом поскольку $p_2 > 0$, постольку $z_2 = 0$. Аналогично, если второе благо является свободным ($p_2 = 0$), то избыточный спрос на него не может быть положительным ($z_2 \leq 0$). При этом поскольку $p_1 > 0$, постольку $z_1 = 0$. Тем самым, второе следствие из закона Вальраса доказано.

В силу натуральных балансовых ограничений для каждого из рынков, $z_1 \leq 0, z_2 \leq 0$. Поэтому сумма величин избыточного спроса в стоимостном выражении по всем рынкам в экономике должна быть неположительной: $p_1 z_1 + p_2 z_2 \leq 0$. Но, поскольку в состоянии равновесия либо цена товара, либо величина избыточного спроса на него должны равняться нулю, нулевой будет и сумма соответствующих произведений, что было установлено выше законом Вальраса.

Таким образом, совокупность бюджетных ограничений потребителей и натуральных балансовых соотношений, касающихся объемов потребляемой и имеющейся в наличии продукции для всех товарных рын-

ков, содержит одну и ту же информацию. Следовательно, одно из данных условий в состоянии равновесия является линейно зависимым от остальных.

Искомые величинами в модели являются объемы потребления всех товаров каждым из потребителей, а также равновесный вектор цен. Значит, всего в модели 6 неизвестных. По доказанному, в модели 5 независимых условий. Следовательно, можно ставить задачу определения не абсолютного уровня цен, а их относительных значений, когда цена одного из благ либо, что эквивалентно, сумма всех товарных цен будет служить единицей счета.

Осуществим переход от фактической системы цен к нормированной,

рассчитав относительные цены следующим образом: $p_j = \frac{p_j}{p_1 + p_2}, j = 1, 2$.

Поэтому $0 \leq p_j \leq 1$. Действительно, относительная — так же, как и абсолютная — цена свободного блага будет равна нулю. Если же все блага — свободные и лишь одно — экономическое, то для данного, последнего товара, сумма в знаменателе относительной цены совпадет с числителем — его абсолютной ценой, поэтому относительная — окажется равной единице. В остальных случаях относительные цены товаров будут находиться в промежутке между данными крайними значениями.

Современная теория общего равновесия доказывает возможность его существования при разумных допущениях о характеристиках функционирования экономической системы. Проведем такое доказательство в простейшей ситуации — для экономики, состоящей из двух рынков экономических благ ($p_i > 0, i = 1, 2$). На рисунке 9.2 изображена проекция кривой избыточного спроса $Z(p_1) = (z_1(p_1), z_2(p_1))$ на плоскость Z_1OZ_2 .

Здесь $p_1 = \frac{p_1}{p_1 + p_2}$ — относительная цена первого товара. Очевидно, что

$p_2 = 1 - p_1$ можно не включать в число аргументов функций избыточного спроса. По второму следствию из закона Вальраса, в случае отсутствия равновесия экономика будет находиться в некотором состоянии A во втором квадранте или в каком-то состоянии B в четвертом квадранте. Все состояния в первом и третьем квадрантах недоступны, поскольку там величины избыточного спроса z_1 и z_2 имеют одинаковый знак: они либо оба положительны, либо — отрицательны.

Для действительно значных функций $z: p \mapsto z(p)$ известна теорема

Коши–Больцано, которая гласит, что если $z(p) \in C^0[a, b]$, то $z(p)$ при-

нимает на каждом интервале $(\alpha, \beta) \subset [a, b]$ все промежуточные значения между $z(\alpha)$ и $z(\beta)$. Из теоремы Коши–Больцано следует, что функция из класса $C^0[a, b]$, имеющая разные по знаку значения в точках α и β , где $(\alpha, \beta) \subset [a, b]$, обязательно принимает в некоторой промежуточной между α и β точке нулевое значение. Воспользуемся этим следствием для доказательства существования общего равновесия.

Как было отмечено выше, при анализе задачи потребительского выбора (см. параграф 1.4), маршаллианские функции потребительского спроса непрерывны по ценам. Следовательно, непрерывными по ценам будут и функции избыточного спроса, такие как разность непрерывных функций валового спроса и константы запасов.

В состоянии A : $z_1 < 0, z_2 > 0$. В состоянии B : $z_1 > 0, z_2 < 0$. По теореме Коши–Больцано, в силу того, что каждая координата отображения избыточного спроса $Z(p_1) = (z_1(p_1), z_2(p_1))$ непрерывна, для перехода экономики из состояния A в состояние B каждая из координат должна принять нулевое значение. Пусть, для определенности, в состоянии E_1 $z_1 = 0$. По первому следствию из закона Вальраса избыточный спрос z_2 также должен быть нулевым. Итак, в состоянии E_1 величины избыточного спроса z_1 и z_2 одновременно равны нулю при положительных ценах, т.е. достигается общее экономическое равновесие. Таким образом, доказано существование общего равновесия в экономике с двумя рынками при положительных ценах ($p_i > 0, i = 1, 2$). Точка E_2 отражает ситуацию, когда второе благо является свободным ($p_2 = 0, z_2 < 0$), а первое – экономическим ($p_1 = 1, z_1 = 0$); а E_3 – когда, наоборот, первое – свободное ($p_1 = 0, z_1 < 0$), а второе – экономическое ($p_2 = 1, z_2 = 0$).

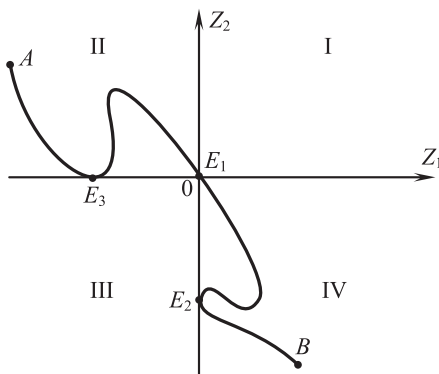


Рис. 9.2. Существование общего экономического равновесия

9.3. Общее экономическое равновесие в потреблении

Продолжим рассмотрение простейшей модели (2×2) распределительной экономической системы, в которой присутствуют только два потребителя, осуществляющие выбор в пространстве двух товаров. Каждый экономический агент решает задачу выбора с учетом первоначальных запасов благ. При этом для экономической системы в целом должны выполняться натуральные балансовые ограничения по объемам потребляемой и имеющейся в наличии продукции. Экономическая система в целом описывается следующей оптимизационно-балансовой моделью:

$$\begin{cases} \max_{x_1^A, x_2^A} U_A(x_1^A, x_2^A): \\ p_1 x_1^A + p_2 x_2^A = p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A; \\ \max_{x_1^B, x_2^B} U_B(x_1^B, x_2^B): \\ p_1 x_1^B + p_2 x_2^B = p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B; \\ x_1^A + x_1^B \leq \omega_1^A + \omega_1^B; \\ x_2^A + x_2^B \leq \omega_2^A + \omega_2^B. \end{cases}$$

Оптимальный выбор каждого из потребителей будет подчиняться эквивариантному принципу:

$$\begin{aligned} MRS_{12}^A &= - \frac{dx_2^A}{dx_1^A} \Big|_{U_A=\text{const}} = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \frac{p_1}{p_2}, \\ MRS_{12}^B &= - \frac{dx_2^B}{dx_1^B} \Big|_{U_B=\text{const}} = \frac{MU_1^B}{MU_2^B} = \frac{p_1}{p_2}. \end{aligned}$$

Поскольку в экономике вектор цен един для всех хозяйствующих субъектов, постольку предельные нормы замещения для двух потребителей равны. Таким образом, получаем условия общего равновесия в потреблении:

$$MRS_{12}^A = - \frac{dx_2^A}{dx_1^A} \Big|_{U_A=\text{const}} = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{MU_1^B}{MU_2^B} = - \frac{dx_2^B}{dx_1^B} \Big|_{U_B=\text{const}} = MRS_{12}^B.$$

Важным инструментом анализа общего конкурентного равновесия и экономического благосостояния является прямоугольная диаграмма Эджуорта (рис. 9.4). На диаграмме Эджуорта объединяются графики, иллюстрирующие оптимальный выбор каждого из двух потребителей (рис. 9.3). На рисунке 9.3 $\operatorname{tg} \alpha$ характеризует предельную норму замещения между двумя товарами для каждого из потребителей и равняется отношению цен $\frac{p_1}{p_2}$.

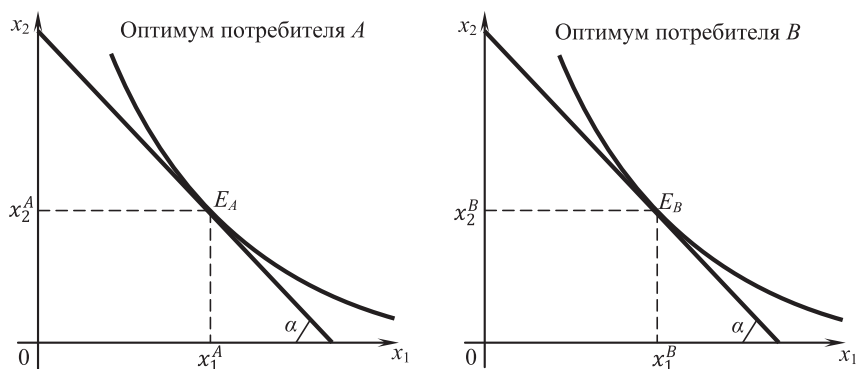


Рис. 9.3. Оптимизация индивидуального благосостояния в экономической системе

Начало координат для потребителя A расположено в левом нижнем углу диаграммы Эджуорта, а начало координат для потребителя B — в правом верхнем ее углу. Вдоль горизонтальной стороны диаграммы откладываются объемы потребления первого, а вдоль вертикальной — второго товара. Каждая из сторон диаграммы Эджуорта равна совокупному запасу соответствующего блага, находящегося в распоряжении обоих экономических агентов (рис. 9.4).

Если бы относительные цены исходно были установлены на уровне

$\frac{p_1^1}{p_2^1} = \operatorname{tg} \alpha_1$, так что первоначальные запасы благ представляли бы оптимум

для потребителя A , то наблюдалась бы неравновесная ситуация в экономике в целом при наличии избыточного спроса на благо и избыточного предложения. При этом потребитель A был бы согласен на любой уро-

вень относительной цены первого блага меньше, чем $\frac{p_1^1}{p_2^1}$, поскольку тогда бы его благосостояние повышалось.

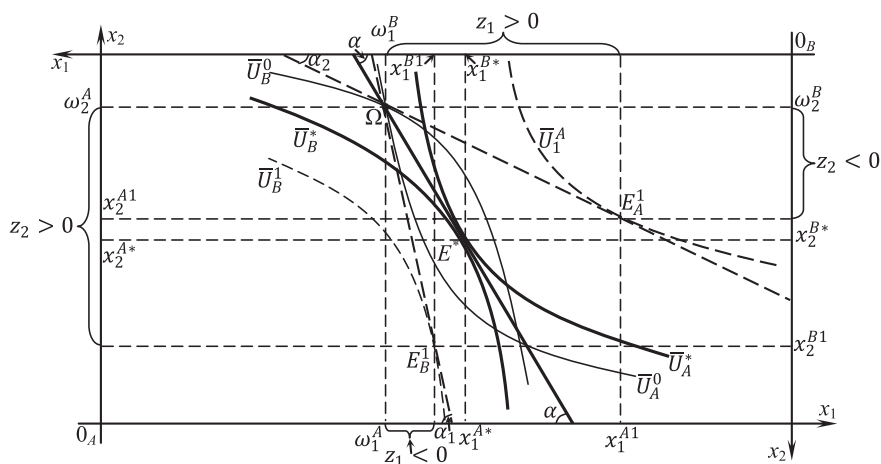


Рис. 9.4. Равновесные и неравновесные ситуации

Аналогично, если бы соотношение цен изначально было $\frac{p_1^2}{p_2^2} = \tan \alpha_2$,

так что первоначальные запасы благ представляли бы оптимум для потребителя B , то в экономической системе отсутствовало бы равновесие, поскольку наблюдались бы избытки, соответственно, спроса на благо и предложения блага. В этой ситуации потребителю B были бы выгодны

уровни относительных цен, превышающие $\frac{p_1^2}{p_2^2}$, ведь они позволяли бы ему

достигнуть более высокого уровня полезности.

Сравнивая данные две гипотетические ситуации, можно отметить,

что в таких условиях существует диапазон цен $\frac{p_1^2}{p_2^2} < \frac{p_1}{p_2} < \frac{p_1^1}{p_2^1}$, соответству-

ющий взаимовыгодной торговле между индивидами, внутри которого любой уровень относительных цен повышает благосостояние обоих потребителей одновременно. Однако все такие уровни относительной

цены первого блага, за исключением $\frac{p_1^*}{p_2}$, приводят к неравновесной си-

туации в хозяйственной системе в целом, генерируя избытки спроса

и предложения на торгуемые блага. Лишь относительная цена $\frac{p_1^*}{p_2}$, уве-

личивая уровни полезности обоих индивидов по сравнению с первоначальным распределением благ, соответствует условиям общего экономического равновесия, когда спрос равняется предложению на рынках всех благ (рис. 9.4).

Приведем пример расчета параметров общего экономического равновесия в распределительной экономической системе. Пусть экономика состоит из двух потребителей (A и B), каждый из которых потребляет два вида продуктов (№ 1 и № 2) и обладает соответствующей функцией

полезности: $U_A = x_1^{\frac{3}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$, $U_B = x_1^{\frac{2}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$. Первоначальные запасы благ в данной экономике у индивидов A и B составляют, соответственно, $\omega_1^A = 6$; $\omega_1^B = 6$; $\omega_2^A = 2$; $\omega_2^B = 4$.

Поскольку функции полезности в данной задаче имеют вид зависимостей Кобба–Дугласа, функции спроса на соответствующие товары для каждой группы потребителей задаются следующими соотно-

$$\text{шениями: } x_1^A = \frac{M_A}{2P_1} = \frac{6P_1 + 2P_2}{2P_1} = 3 + \frac{P_2}{P_1}, \quad x_2^A = \frac{M_A}{2P_2} = \frac{6P_1 + 2P_2}{2P_2} = 3\frac{P_1}{P_2} + 1,$$

$$x_1^B = \frac{M_B}{2P_1} = \frac{6P_1 + 4P_2}{2P_1} = 3 + 2\frac{P_2}{P_1}, \quad x_2^B = \frac{M_B}{2P_2} = \frac{6P_1 + 4P_2}{2P_2} = 3\frac{P_1}{P_2} + 2, \quad \text{где}$$

$M_A = 6P_1 + 2P_2$ и $M_B = 6P_1 + 4P_2$ — доходы потребителей A и B соответственно.

Относительные цены продуктов можно найти на основе натуральных балансовых соотношений по каждому из рынков в состоянии равновесия. В соответствии с законом Вальраса достаточно использовать какое-либо одно из соотношений, например, для первого рынка:

$$x_1^A + x_1^B = 3 + \frac{P_2}{P_1} + 3 + 2\frac{P_2}{P_1} = 6 + 3\frac{P_2}{P_1} = \omega_1 = 12. \text{ Следовательно, } \frac{P_2}{P_1} = 2. \text{ Ис-}$$

пользуя данную относительную цену в функциях спроса потребителей A и B на каждый из товаров, можно получить конечное распределение продуктов между индивидами: $x_1^A = 5$, $x_2^A = 2,5$; $x_1^B = 7$, $x_2^B = 3,5$ (рис. 9.5).

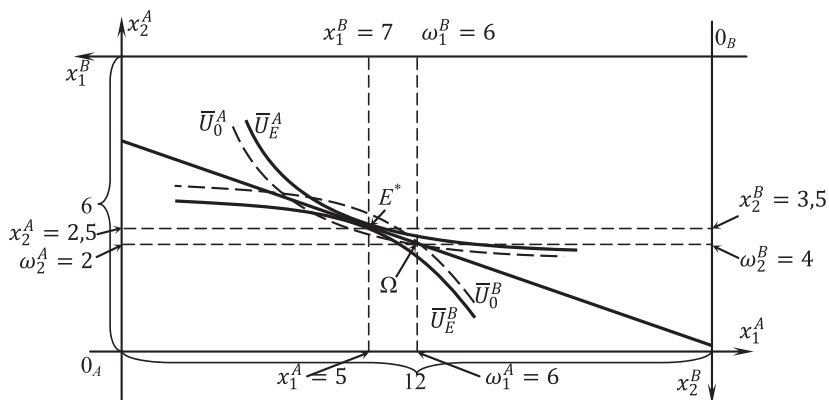


Рис. 9.5. Общее равновесие в потреблении: пример

9.4. Общее экономическое равновесие и граница производственных возможностей общества

Те же рассуждения, которые были проведены выше при анализе общего равновесия в обмене, применимы к производственной экономической системе. Предположим, что экономика состоит из двух конкурентных фирм, каждая из которых производит единственный продукт, отличающийся от продукции другой фирмы. Фирмы обладают некоторыми первоначальными запасами ресурсов, которыми они обмениваются для максимизации прибыли.

В состоянии общего экономического равновесия в производстве условия максимизации прибыли должны быть выполнены для каждой из фирм одновременно:

$$\begin{cases} p_1 \cdot MP_K^1 = p_K, \\ p_1 \cdot MP_L^1 = p_L; \\ p_2 \cdot MP_K^2 = p_K, \\ p_2 \cdot MP_L^2 = p_L. \end{cases}$$

Максимизация прибыли при заданных первоначальными запасами факторов издержках производства эквивалентна максимизации выпуска для каждой из фирм:

$$\begin{cases} \frac{MP_K^1}{MP_L^1} = \frac{p_K}{p_L}, \\ \frac{MP_K^2}{MP_L^2} = \frac{p_K}{p_L}. \end{cases}$$

Из данных систем возникает соотношение, характеризующее общее равновесие в производстве:

$$MRTS_{KL}^1 = \frac{MP_K^1}{MP_L^1} = \frac{p_K}{p_L} = \frac{MP_K^2}{MP_L^2} = MRTS_{KL}^2.$$

Данные условия общего равновесия в производстве аналогичны точке равенств, которая характеризует общее равновесие в распределительной экономической системе.

Анализ общего равновесия в производственной системе так же, как и исследование распределительной экономики, удобно проводить с помощью диаграммы Эджуорта (левая часть рис. 9.7). Каждая из сторон в данной диаграмме равна запасу соответствующего фактора производства в экономике в целом.

Условия общего равновесия в производстве, рассчитанные для всевозможных первоначальных распределений ресурсов между производителями, задают линию производственных контрактов в прямоугольной диаграмме Эджуорта.

Смысл экономической категории альтернативных издержек производства единицы какого-либо блага (X) как относительного количества другого (Y) — от выпуска которого необходимо отказаться для того,

чтобы произвести дополнительную единицу первого¹ $\left(-\frac{dY}{dX}\right)$, наиболее

полно проявляется при анализе производственных возможностей общества. Граница или кривая производственных возможностей (рис. 9.6) — это геометрическое место точек, отражающих различные сочетания объемов выпуска благ при полном использовании ограниченных ресурсов. Данная кривая иллюстрирует идею о том, что общество осуществляет выбор между альтернативными вариантами структуры производства, когда увеличение выпуска одного блага возможно лишь за счет сокращения другого. Поскольку меновая стоимость здесь выражается в натуральных

¹ Знак минус указывает на необходимость жертвовать одним товаром для производства другого.

показателях — в недополученных единицах одного товара в результате перераспределения ресурсов на производство другого — структура альтернативных издержек в полной мере может быть определена лишь в системе общественного воспроизводства в целом.

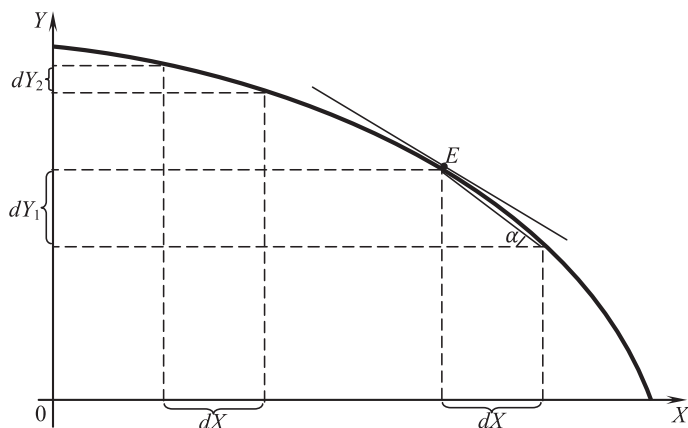


Рис. 9.6. Граница производственных возможностей общества

Графически альтернативные издержки производства дополнительной единицы блага X , т. е. dX , в виде отказа от некоторого объема производства товара Y (dY) могут быть представлены тангенсом угла наклона прямой линии, соединяющей точки на кривой производственных возможностей общества, характеризующие начальную и конечную структуры выпуска продукции (например, $\tan \alpha$ на рис. 9.6). Вогнутая кривая производственных возможностей, изображенная на рисунке 9.6, отражает тот факт, что в развитой, устойчиво функционирующей рыночной экономике наращивание выпуска одного из благ, как правило, сопряжено с необходимостью отказа от все большего объема производства другого блага. Иными словами, наблюдается повышение альтернативных издержек при увеличении производства каждого блага при полном использовании доступных ресурсов. При малых объемах производства увеличение выпуска товара X на некоторую величину dX , будет стоить обществу меньших издержек (dY_2), нежели такой же прирост dX при большом объеме производства X , требующий сокращения производства другого блага на величину dY_1 (рис. 9.6).

Каждая из точек на линии производственных контрактов соответствует определенной комбинации объемов продукции, выпускаемой фирмами, при полном использовании ограниченных ресурсов, которыми располагает экономика. Всевозможные такие комбинации можно отобразить

в системе координат, где по горизонтальной оси откладывается выпуск первого предприятия, а по вертикальной — соответствующий ему максимально возможный выпуск второй фирмы (правая часть рис. 9.7). Таким образом, возникает граница производственных возможностей общества (рис. 9.6). Точка пересечения границы производственных возможностей с вертикальной осью соответствует ситуации, когда все ресурсы общества сосредоточены в производстве второго товара, где его выпуск максимален, а значит — началу координат для первого производителя в диаграмме Эджуорта. В точке пересечения линии производственных возможностей с горизонтальной осью, наоборот, выпуск первого блага максимален, поскольку общество перераспределяет все ресурсы в данное производство. Эта точка соответствует правому верхнему углу диаграммы Эджуорта. Соответственно, все точки линии производственных возможностей, расположенные внутри диаграммы Эджуорта, отображаются во внутренние точки границы производственных возможностей общества (рис. 9.7).

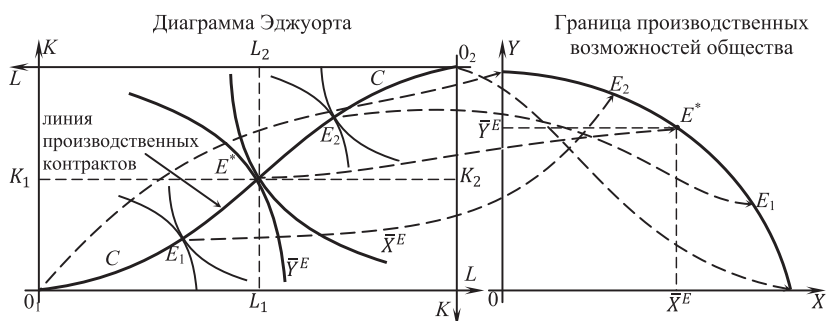


Рис. 9.7. Общее равновесие и граница производственных возможностей

Приведем пример, характеризующий общее экономическое равновесие в производстве. Пусть экономика состоит из двух производителей, каждый из которых производит продукт определенного вида — X или Y — с использованием таких факторов производства, как труд L и капитал K .

Производственные функции данных фирм имеют вид: $X = L_X^{\frac{1}{3}} K_X^{\frac{1}{3}}$,

$Y = L_Y^{\frac{2}{5}} K_Y^{\frac{2}{5}}$. Первоначальные запасы труда и капитала в данной экономике у этих производителей составляют, соответственно, $\omega_K^X = 2$, $\omega_L^X = 6$, $\omega_K^Y = 4$, $\omega_L^Y = 6$.

Рассчитаем предельные нормы технологического замещения капитала трудом в производстве ресурсов X и Y :

$$MRTS_X = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{K_X}{L_X} = MRTS_Y = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{K_Y}{L_Y} = \frac{P_L}{P_K}.$$

Кроме того, из ресурсных ограничений для каждой из групп производителей известно, что запасы труда в данной экономике составляют 12 единиц, а капитала — 6 единиц. Поэтому для данной экономики справедливы следующие соотношения между затратами капитала и труда двух групп: $K_Y = 6 - K_X$, $L_Y = 12 - L_X$. Из данных условий получаем отношения

между затратами факторов производства: $\frac{K_X}{L_X} = \frac{K_Y}{L_Y} = \frac{6 - K_X}{12 - L_X}$, откуда сле-

дует уравнение линии производственных контрактов: $K_X = 0,5L_X$.

Ее график будет диагональю в прямоугольнике Эджуорта (левая часть рис. 9.8). Предельная норма технологического замещения капитала трудом равна тангенсу угла наклона линии, проведенной через точки касания двух изоквант. Она одинакова во всех точках линии производственных контрактов: $MRTS = 0,5$. Относительная ставка заработной

платы равна: $\frac{P_L}{P_K} = \frac{K_X}{L_X} = \frac{K_Y}{L_Y} = MRTS_{LK}$. Итак, если арендную цену ка-

питала принять за единицу счета, то значение ставки заработной платы составит 0,5.

Поскольку производственные функции в данной задаче имеют вид зависимостей Кобба—Дугласа, функции спроса на капитал и труд для каждой группы производителей задаются следующими соотношени-

$$\text{ям: } K_X = \frac{TC_X}{2P_K} = \frac{2P_K + 6P_L}{2P_K} = 1 + 3\frac{P_L}{P_K}, \quad K_Y = \frac{TC_Y}{2P_K} = \frac{4P_K + 6P_L}{2P_K} = 2 + 3\frac{P_L}{P_K},$$

$$L_X = \frac{TC_X}{2P_L} = \frac{2P_K + 6P_L}{2P_L} = 3 + \frac{P_K}{P_L}, \quad L_Y = \frac{TC_Y}{2P_L} = \frac{4P_K + 6P_L}{2P_L} = 3 + 2\frac{P_K}{P_L}, \quad \text{где}$$

$TC_X = 2P_K + 6P_L$ и $TC_Y = 4P_K + 6P_L$ — издержки производства фирм X и Y, рассчитанные как стоимость первоначальных запасов факторов у производителей.

Поскольку относительная цена труда равна 0,5, постольку конечное распределение ресурсов у производителей будет следующим: $K_X = 2,5$, $L_X = 5$, $K_Y = 3,5$, $L_Y = 7$.

Относительные цены факторов производства можно также найти исходя из условий равновесия на рынках ресурсов. По закону Вальраса, достаточно использовать какое-то одно из балансовых равенств, например,

для капитала: $K = K_X + K_Y = 1 + 3\frac{P_L}{P_K} + 2 + 3\frac{P_L}{P_K} = 3 + 6\frac{P_L}{P_K} = \omega_K^X + \omega_K^Y = 6$,

Оно дает равновесную относительную ставку заработной платы:

$$\frac{P_L}{P_K} = \frac{1}{2}.$$

Выведем теперь уравнение границы производственных возможностей общества. Используя уравнение линии контрактов, получаем соотноше-

ние для затрат капитала производителем X : $X = L_X^{\frac{1}{3}} K_X^{\frac{1}{3}} = K_X^{\frac{1}{3}} (2K_X)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} K_X^{\frac{2}{3}}$,

т. е. $K_X = \frac{X^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}}$. Тогда объем производства Y следующим образом выража-

ется через объем производства X :

$$Y = (12 - L_X)^{\frac{2}{5}} (6 - K_X)^{\frac{2}{5}} = (12 - 2K_X)^{\frac{2}{5}} (6 - K_X)^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{4} \left(6 - \frac{X^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{4}{5}}.$$

В правой части рисунка 9.8 построена граница производственных возможностей общества. Ее первая и вторая производные отрицательны при любых возможных значениях X , что свидетельствует о необходимости отказа от выпуска некоторого количества Y при увеличении производства X и при этом о росте соответствующих альтернативных издержек. Точки пересечения границы производственных возможностей с осями координат показывают максимально возможные объемы выпуска благ в том случае, если все ресурсы будут находиться в собственности соответствующего производителя.

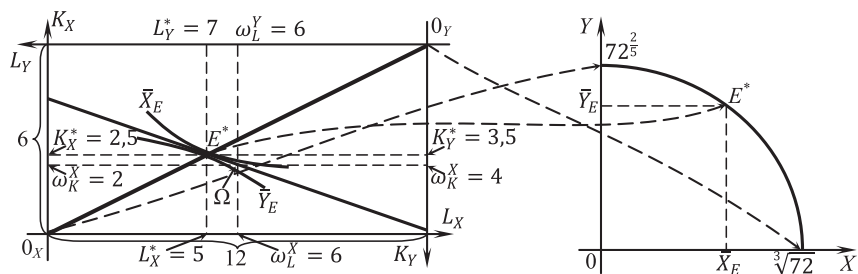


Рис. 9.8. Линия производственных контрактов и граница производственных возможностей общества: пример

9.5. Совместное равновесие в производстве и потреблении

Моделирование сбалансированности хозяйственной деятельности предприятий в экономической системе в целом позволяет охарактеризовать производственные возможности общества. Изменение структуры выпуска продукции вдоль границы производственных возможностей общества ($T(x_1, x_2) = 0$) подразумевает перераспределение факторов хозяйственной деятельности из одних отраслей в другие. При этом трудовые и материальные ресурсы в рамках экономической системы в целом используются полностью, и их величина в каждый данный момент фиксирована: $L_1 + L_2 = \bar{L}$, $K_1 + K_2 = \bar{K}$, т.е. их дифференциалы равны нулю: $d\bar{L} = dL_1 + dL_2 = 0$, $d\bar{K} = dK_1 + dK_2 = 0$; откуда следует, что $dL_1 = -dL_2$, $dK_1 = -dK_2$.

Следовательно, в условиях совершенной конкуренции, при сложившихся ценах на факторы производства неизменными остаются и совокупные издержки: их увеличение в одних отраслях означает снижение на ту же величину в других:

$$dT_{C1} = wdL_1 + rdK_1 = -(wdL_2 + rdK_2) = -dT_{C2}.$$

Таким образом, альтернативные издержки производства блага x_1 в единицах блага x_2 могут быть рассчитаны как отношение соответствующих предельных издержек:

$$MRT_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{T(x_1, x_2)=0} = -\frac{dT_{C1}}{dx_1} \cdot \frac{dx_2}{dT_{C2}} = \frac{MC_1}{MC_2}.$$

Итак, предельная норма трансформации — это, с одной стороны, количество одного блага, от производства которого необходимо отказаться при увеличении производства другого на единицу; а с другой — это отношение предельных издержек производства каждого блага. Но, поскольку в условиях совершенной конкуренции предельные издержки равны цене выпускаемой продукции, альтернативные издержки могут быть измерены через отношение цен ($tg\alpha$ на рис. 9.9):

$$MRT_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{T(x_1, x_2)=0} = \frac{MC_1}{MC_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Предельную норму трансформации можно задать еще одним способом: как отношение предельного продукта какого-либо фактора в производстве одного блага к предельному продукту данного фактора при производстве другого блага. Другими словами, можно показать, что из модели общего экономического равновесия следует равенство альтернативных

издержек обратной величине относительной предельной производительности каждого из ресурсов.

В качестве составных частей модели общего экономического равновесия выступают задачи оптимизации производства для каждого из производителей, присутствующих в хозяйственной системе. Поскольку множитель Лагранжа λ в задаче условной минимизации издержек, входящей составной частью в задачу максимизации прибыли, представляет собой предельные издержки производства, используя условия минимизации издержек, для производителя первого товара можно выписать следующее соотношение:

$$\lambda_1 = MC_1 = \frac{p_L}{MP_L^1} = \frac{p_K}{MP_K^1}.$$

Аналогичное соотношение выполняется и для производителя второго продукта:

$$\lambda_2 = MC_2 = \frac{p_L}{MP_L^2} = \frac{p_K}{MP_K^2}.$$

С учетом полученных нами выражений для предельных издержек предельную норму трансформации можно следующим образом выразить через цены и предельные продукты факторов производства:

$$MRT_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{T(x_1, x_2)=0} = \frac{MC_1}{MC_2} = \frac{\frac{p_L}{MP_L^1}}{\frac{p_L}{MP_L^2}} = \frac{\frac{p_K}{MP_K^1}}{\frac{p_K}{MP_K^2}} = \frac{MP_L^2}{MP_L^1} = \frac{MP_K^2}{MP_K^1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Относительные цены в условиях общего экономического равновесия совпадают с относительными предельными издержками, которые, в свою очередь, равны предельной норме трансформации, или альтернативным издержкам. Таким образом, в масштабах хозяйственной системы общества в целом на основе соотношения предельных альтернативных издержек производства благ определяется структура стоимостных пропорций между отраслями и секторами экономики (рис. 9.9):

$$\begin{aligned} MRT_{12} &= -\frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{T(x_1, x_2)=0} = \frac{MP_L^2}{MP_L^1} = \frac{MP_K^2}{MP_K^1} = \frac{MC_1}{MC_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \\ &= MRS_{12}^A = MRS_{12}^B = \frac{MU_1^B}{MU_2^B}. \end{aligned} \quad (9.1)$$

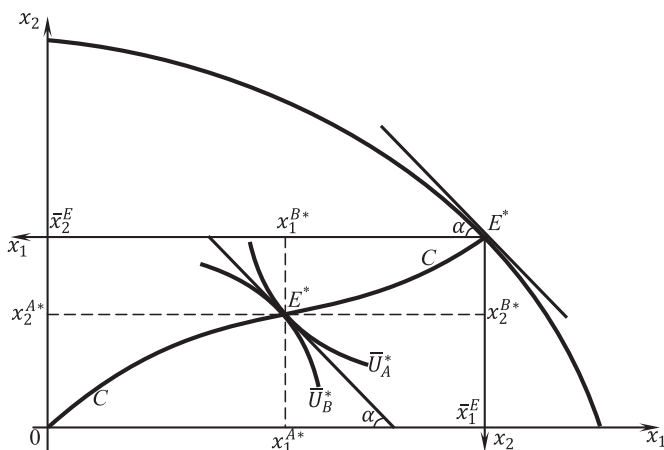


Рис. 9.9. Совместное равновесие в производстве и потреблении

Возникновение монополии, имеющее результатом завышение цены над уровнем предельных издержек ($P_X^M > P_X^C$), даже на одном рынке нарушает условия конкурентного равновесия во всей экономике:

$$MRS_{XY}^A = MRS_{XY}^B = \frac{P_X^M}{P_Y} > \frac{P_X^C}{P_Y} = MRT_{XY}.$$

В результате искажаются:

- цены на всех рынках, а не только на монополизированном;
- объемы производства по сравнению с эффективными объемами производства на конкурентных рынках;
- распределение ресурсов на всех рынках, поскольку не используемые монополией ресурсы поглощаются другими отраслями.

Поэтому в случае, когда в одной отрасли или группе отраслей искажения не могут быть устранены, лучше отказаться от эффективности в другой отрасли (отраслях) с тем, чтобы сбалансировать экономику в целом. Таким образом, поскольку достижение общего конкурентного равновесия затруднительно, постольку наиболее реальным является субоптимальная организация общественного воспроизводства (так называемая ситуация «secondbest»), опосредованная механизмами государственного регулирования экономики.

Помимо монополий и нерационального государственного вмешательства, источником сбоев в функционировании конкурентного рыночного механизма ценообразования может служить наличие общественных благ

и внешних эффектов в деятельности экономических агентов, о которых пойдет речь ниже, в параграфах 9.9–9.10.

9.6. Общее экономическое равновесие и оптимальность по Парето

Одним из важнейших понятий в теории общественного благосостояния является принцип оптимальности по В. Парето¹. Экономическая система находится в состоянии оптимума по Парето, если нельзя улучшить положение ни одного из экономических агентов, не ухудшая при этом положения другого².

Если наборы (x_1^A, x_2^A) , $(x_1^B, x_2^B) = (\omega_1 - x_1^A, \omega_2 - x_2^A)$ эффективны по Парето, то в данной точке диаграммы Эджуорта линии безразличия двух потребителей касаются, т. е. при условии дифференцируемости функций полезности соответствующие предельные нормы замещения благ равны (левая часть рис. 9.10). В условиях общего экономического равновесия их общей касательной является бюджетное ограничение каждого из по-

требителей с угловым коэффициентом, равным отношению цен $\left(\tan \varphi = \frac{p_1}{p_2} \right)$:

$$\frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{MU_1^B}{MU_2^B}.$$

Итак, для эффективных по Парето находящихся на контрактной кривой наборов (x_1^A, x_2^A) , (x_1^B, x_2^B) справедливо равенство:

$$MRS_{12}^A = MRS_{12}^B.$$

¹ Вильфредо Федерико Дамасо Парето (1848–1923) – итальянский экономист и социолог.

² В классическом «Учебнике политической экономии» В. Парето сформулировал знаменитый принцип оптимальности функционирования социально-экономической системы: «Мы говорим, что члены какого-либо коллектива испытывают в определенном состоянии максимум удовлетворения, если любое смещение из этого положения должно неизбежно приводить вместе с увеличением удовлетворения, испытываемого данным индивидом, к уменьшению удовлетворения остальных: то, что будет приемлемым для одного, будет неприемлемым для других» [Pareto V. Manuel d'économie politique. 2me éd. Paris: Marcel Giard, 1927. С. 354].

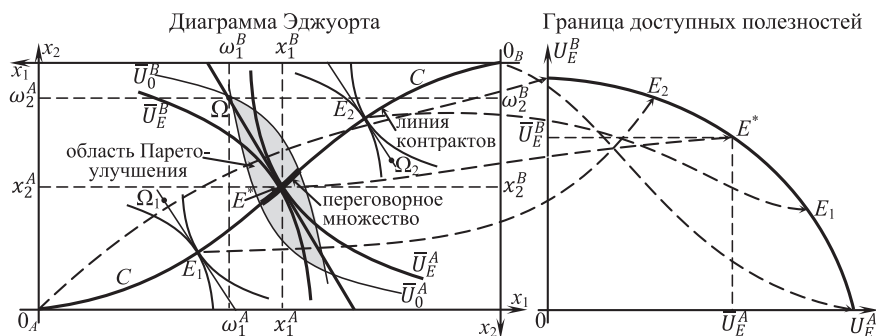


Рис. 9.10. Диаграмма Эджуорта и граница доступных полезностей

Различные точки на кривой контрактов соответствуют всевозможным вариантам распределения между экономическими агентами первоначальных запасов благ и соответствующих доходов в состоянии равновесия. Соответственно, каждая из точек на линии контрактов отвечает определенным уровням полезности индивидов. Всевозможные комбинации максимально возможных уровней полезности при каждом заданном первоначальном распределении благ определяют границу доступных полезностей, характеризующую потребительские возможности общества (правая часть рис. 9.10).

Допустим, например, что в двухпродуктовой конкурентной обменной экономике присутствуют два индивида (*A* и *B*), каждый из которых потребляет два вида продуктов (№ 1 и № 2), с функциями полезности

$U_A = x_1^{\frac{3}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$ и $U_B = x_1^{\frac{2}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$. Первоначальные запасы благ в данной экономике у индивидов *A* и *B* составляют, соответственно, $\omega_1^A = 6$; $\omega_1^B = 6$; $\omega_2^A = 2$; $\omega_2^B = 4$. Выведем уравнение линии контрактов. Для этого рассчитаем предельные нормы замещения первого и второго продуктов, равные для индивидов *A* и *B*:

$$MRS_{12}^A = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \frac{x_2^A}{x_1^A} = \frac{MU_1^B}{MU_2^B} = \frac{x_2^B}{x_1^B} = MRS_{12}^B.$$

Кроме того, суммарные запасы первого продукта в данной экономике составляют 12 единиц, а второго – 6 единиц. Поэтому справедливы следующие соотношения между индивидуальными объемами потребления продуктов: $x_1^B = 12 - x_1^A$, $x_2^B = 6 - x_2^A$. Из данных условий получаем отношения между объемами потребления продуктов:

$$\frac{x_2^A}{x_1^A} = \frac{x_2^B}{x_1^B} = \frac{6 - x_2^A}{12 - x_1^A},$$

откуда следует уравнение линии контрактов:

$$x_2^A = \frac{1}{2}x_1^A.$$

Ее график будет диагональю в прямоугольнике Эджуорта (левая часть рис. 9.11).

Линия контрактов — прямая, поэтому состояние общего экономического равновесия в данной системе имеет существенную особенность: относительная цена первого товара равна 0,5 независимо от первоначального распределения запасов товаров между потребителями:

$$MRS_{12}^A = \frac{x_2^A}{x_1^A} = \frac{x_2^B}{x_1^B} = MRS_{12}^B = \frac{1}{2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Выведем теперь уравнение потребительных возможностей (границу доступных полезностей) общества. Используя уравнение линии контрактов, получаем соотношение для объемов потребления второго товара индивидом A :

$$U_A = (x_1^A)^{\frac{3}{4}}(x_2^A)^{\frac{3}{4}} = (2x_2^A)^{\frac{3}{4}}(x_2^A)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}}(x_2^A)^{\frac{3}{2}}, \text{ т.е. } x_2^A = \frac{U_A^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{2}}.$$

Используя балансовые соотношения по объемам потребления и запасов для каждого из рынков, а также уравнение контрактной кривой, выразим также через x_2^A полезность индивида B :

$$\begin{aligned} U_B &= (x_1^B)^{\frac{2}{3}}(x_2^B)^{\frac{2}{3}} = (12 - x_1^A)^{\frac{2}{3}}(6 - x_2^A)^{\frac{2}{3}} = \\ &= (12 - 2x_2^A)^{\frac{2}{3}}(6 - x_2^A)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4}(6 - x_2^A)^{\frac{4}{3}}. \end{aligned}$$

В итоге граница доступных полезностей для данной экономической системы имеет следующий вид (правая часть рис. 9.11):

$$U_B = \sqrt[3]{4} \left(6 - \frac{U_A^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{4}{3}}.$$

Первая ее производная — отрицательная, значит, зависимость — убывающая. Вторая производная при любых возможных значениях полез-

ности потребителя A положительна, следовательно, зависимость является выпуклой (вниз). Причиной этого является положительная отдача от масштаба потребления для каждого из индивидов (суммы показателей степеней в любой из анализируемых функций полезности больше единицы). Поэтому альтернативные издержки увеличения полезности для каждого из индивидов, выраженные через сокращение полезности другого будут убывать при движении вдоль границы потребительских возможностей общества.

Точки ее пересечения с осями координат соответствуют максимально возможным величинам полезности каждого из потребителей в ситуации, когда соответствующему индивиду изначально будут принадлежать все запасы обоих товаров.

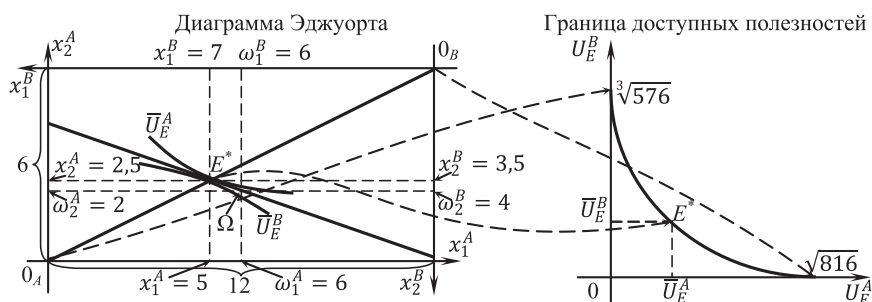


Рис. 9.11. Диаграмма Эджуорта и граница доступных полезностей: пример

Итак, каждая точка на контрактной кривой задает определенную структуру общественного благосостояния. Фактическое распределение дохода является результатом согласования индивидуальных интересов, которое может подчиняться тому или иному критерию общественного благосостояния, о чем пойдет речь ниже. Основопологающим среди них является критерий оптимального распределения благ Парето.

Эффективность по Парето означает невозможность Парето-улучшения. Соответственно, Парето-улучшение будет иметь место, если возможно улучшить состояние какого-то экономического агента, не ухудшая при этом положения остальных. Покажем, что при ненасыщаемости полезности потребителей состояние общего конкурентного равновесия в экономической системе является оптимальным по Парето, что составляет суть первой теоремы экономики благосостояния.

В состоянии общего экономического равновесия каждый потребитель, максимизируя полезность, полностью расходует свой доход.

Следовательно, при установившихся конкурентных ценах повышение его благосостояния возможно лишь за счет увеличения индивидуального располагаемого дохода, т.е. первоначальных запасов благ, находящихся в его распоряжении. Но в состоянии общего конкурентного равновесия потребление каждого блага равно его запасам. Значит, увеличить запасы благ у какого-либо экономического агента возможно лишь за счет перераспределения ресурсов, принадлежащих другим, ухудшая тем самым их благосостояние. Следовательно, Парето-улучшение невозможно, и в состоянии общего экономического равновесия достигается оптимум по Парето.

Вторая теорема общественного благосостояния утверждает, что при непрерывных, выпуклых, ненасыщаемых предпочтениях индивидуумов, если множество наборов благ, характеризующее производственные возможности общества, является компактным и выпуклым, то для всякого эффективного по Парето состояния экономической системы найдется такой вектор цен, что данное состояние окажется общим конкурентным равновесием, соответствующим некоторому первоначальному распределению благ. Данная теорема подразумевает возможность осуществления перераспределения богатства, при котором равновесный вектор относительных цен в условиях Паретооптимального состояния экономики будет характеризовать некоторое бюджетное ограничение, соответствующее новой структуре собственности в хозяйственной системе.

Обоснуем данное утверждение, исходя из заданной кривой производственных возможностей в виде неявной функции объемов производства благ: $T(x_1, x_2) = 0$.

Выпишем полный дифференциал производственных возможностей общества при полной занятости ресурсов:

$$dT(x_1, x_2) = \frac{\partial T}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial T}{\partial x_2} dx_2 = 0,$$

откуда получаем предельную норму трансформации:

$$MRT_{12} = - \frac{dx_2}{dx_1} \bigg|_{T(x_1, x_2)=0} = \frac{\frac{\partial T}{\partial x_1}}{\frac{\partial T}{\partial x_2}}.$$

Задачу оптимизации общественного благосостояния можно записать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{x_1^A, x_2^A} U_A(x_1^A, x_2^A): \\ U_B(x_1^B, x_2^B) = \bar{U}, \\ T(x_1, x_2) = 0, \\ x_1 = x_1^A + x_1^B, \\ x_2 = x_2^A + x_2^B. \end{array} \right.$$

Решая данную задачу на условный экстремум, составляем функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & U_A(x_1^A, x_2^A) - \lambda(U_B(x_1^B, x_2^B) - \bar{U}) - \mu_1 T(x_1, x_2) - \\ & - \mu_2(x_1^A + x_1^B - x_1) - \mu_3(x_2^A + x_2^B - x_2). \end{aligned}$$

Максимизация общественного благосостояния (наряду с выписанными выше ограничениями) подразумевает систему условий:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^A} = \frac{\partial U_A}{\partial x_1^A} - \mu_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^A} = \frac{\partial U_A}{\partial x_2^A} - \mu_3 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^B} = -\lambda \frac{\partial U_B}{\partial x_1^B} - \mu_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^B} = -\lambda \frac{\partial U_B}{\partial x_2^B} - \mu_3 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = -\mu_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + \mu_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = -\mu_1 \frac{\partial T}{\partial x_2} + \mu_3 = 0, \end{array} \right.$$

из которой следует:

$$\left\{ \begin{array}{l} MU_1^A = \mu_2, \\ MU_2^A = \mu_3, \\ MU_1^B = -\frac{\mu_2}{\lambda}, \\ MU_2^B = -\frac{\mu_3}{\lambda}, \\ \frac{\partial T}{\partial x_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \\ \frac{\partial T}{\partial x_2} = \frac{\mu_3}{\mu_1}. \end{array} \right.$$

Из первых двух равенств системы получаем предельную норму замещения товаров в потреблении индивида *A*:

$$MRS_{12}^A = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \frac{\mu_2}{\mu_3}.$$

Аналогично из следующих двух равенств возникает предельная норма замещения для индивида *B*:

$$MRS_{12}^B = \frac{MU_1^B}{MU_2^B} = \frac{\mu_2}{\mu_3}.$$

Из приведенных соотношений получается выражение предельной нормы трансформации благ в производстве:

$$MRT_{12} = \frac{\frac{\partial T}{\partial x_1}}{\frac{\partial T}{\partial x_2}} = \frac{\mu_2}{\mu_3}.$$

Поскольку полученные отношения равны между собой, достигается Парето-оптимальное распределение товаров в производстве и потреблении (рис. 9.12):

$$MRT_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{T(x_1, x_2)=0} = \frac{\frac{\partial T}{\partial x_1}}{\frac{\partial T}{\partial x_2}} = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = MRS_{12}^A = MRS_{12}^B = \frac{MU_1^B}{MU_2^B}.$$

Если положить отношение цен равным предельным нормам замещения благ для потребителей ($tg\alpha$ на рис. 9.12) и учитывая, что в ус-

ловиях полной занятости ресурсов предельная норма трансформации благ представляет собой относительные (альтернативные) предельные издержки их производства, которые в свою очередь равны относительной предельной отдаче от каждого из факторов в производстве каждого из товаров

$$MRT_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{T(x_1, x_2)=0} = \frac{\frac{\partial T}{\partial x_1}}{\frac{\partial T}{\partial x_2}} = \frac{MC_1}{MC_2} = \frac{MP_L^2}{MP_L^1} = \frac{MP_K^2}{MP_K^1},$$

то из соотношений, характеризующих Парето-оптимальное состояние экономики, можно получить систему условий общего равновесия в производстве и потреблении, что и утверждает вторая теорема общественного благосостояния:

$$\begin{aligned} MRT_{12} &= -\frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{T(x_1, x_2)=0} = \frac{\frac{\partial T}{\partial x_1}}{\frac{\partial T}{\partial x_2}} = \frac{MC_1}{MC_2} = \frac{MP_L^2}{MP_L^1} = \frac{MP_K^2}{MP_K^1} = \\ &= MRS_{12}^A = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = MRS_{12}^B = \frac{MU_1^B}{MU_2^B} = \frac{p_1}{p_2}. \end{aligned} \quad (9.2)$$

Остается подобрать такой вариант аккордных налогов и трансфертов, который позволил бы перераспределить богатство между экономическими агентами таким образом, чтобы новая точка первоначальных запасов благ лежала на общем для партнеров по переговорному процессу бюджетном ограничении, угловой коэффициент которого будет определяться равновесным соотношением цен.

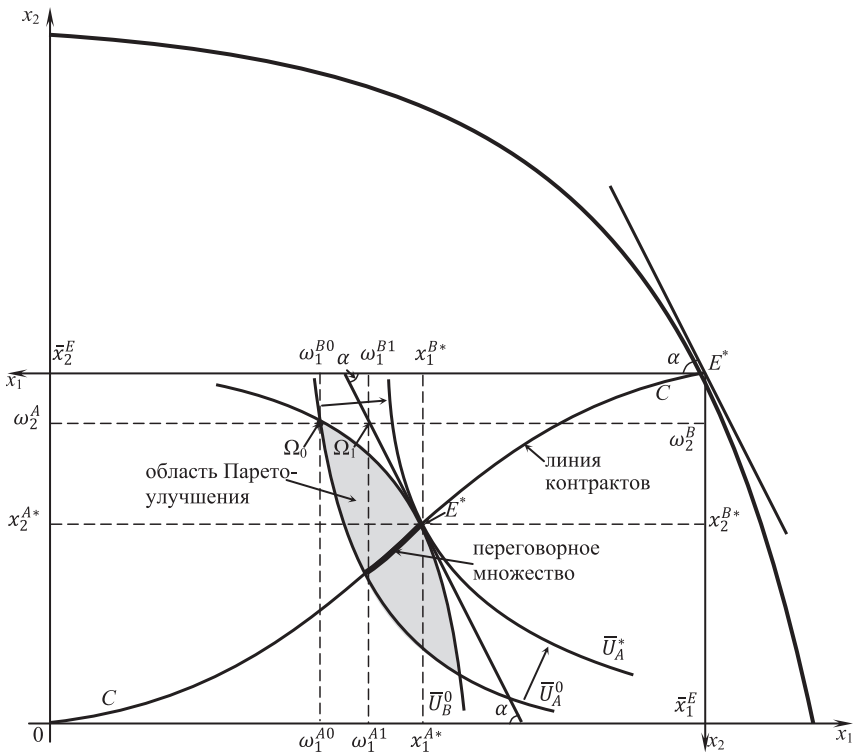


Рис. 9.12. Оптимизация по Парето и общее экономическое равновесие

9.7. Экономика благосостояния: обобщение

Задачу оптимального распределения благ можно обобщить в задачу максимизации общественного благосостояния, показателем которого может служить ординалистская функция Бергсона–Самуэльсона¹ $W = W(u_1, \dots, u_n)$, рассматривающая благополучие общества как функционал на множестве индивидуальных индикаторов потребительских предпочтений:

¹ Абрам Бергсон (1914–2003) — американский экономист. Пол Энтони Самуэльсон (1915–2009) — американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1970 г. См.: Samuelson P. A. The collected scientific papers: in 2 vol. — 6th pr. Cambridge (Mass.); L.: MITpress, 1985.

$$\begin{cases} \max_{x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B} W(U_A(x_1^A, x_2^A), U_B(x_1^B, x_2^B)): \\ T(x_1, x_2) = 0, \\ x_1 = x_1^A + x_1^B, \\ x_2 = x_2^A + x_2^B. \end{cases}$$

Для решения данной задачи связанной оптимизации составляем функцию Лагранжа:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & W(U_A(x_1^A, x_2^A), U_B(x_1^B, x_2^B)) - \mu_1 T(x_1, x_2) - \\ & - \mu_2 (x_1^A + x_1^B - x_1) - \mu_3 (x_2^A + x_2^B - x_2). \end{aligned}$$

Максимизация общественного благосостояния (наряду с выписанными выше ограничениями) подразумевает систему условий:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^A} = \frac{\partial W}{\partial U_A} \frac{\partial U_A}{\partial x_1^A} - \mu_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^A} = \frac{\partial W}{\partial U_A} \frac{\partial U_A}{\partial x_2^A} - \mu_3 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^B} = \frac{\partial W}{\partial U_B} \frac{\partial U_B}{\partial x_1^B} - \mu_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^B} = \frac{\partial W}{\partial U_B} \frac{\partial U_B}{\partial x_2^B} - \mu_3 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = -\mu_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + \mu_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = -\mu_1 \frac{\partial T}{\partial x_2} + \mu_3 = 0, \end{cases}$$

из которой следует:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial W}{\partial U_A} MU_1^A = \mu_2, \\ \frac{\partial W}{\partial U_A} MU_2^A = \mu_3, \\ \frac{\partial W}{\partial U_B} MU_1^B = \mu_2, \\ \frac{\partial W}{\partial U_B} MU_2^B = \mu_3, \\ \frac{\partial T}{\partial x_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \\ \frac{\partial T}{\partial x_2} = \frac{\mu_3}{\mu_1}. \end{array} \right.$$

Аналогично проведенному выше анализу из первых двух равенств системы возникает предельная норма замещения товаров в потреблении индивида *A*:

$$MRS_{12}^A = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \frac{\mu_2}{\mu_3};$$

из следующих двух равенств системы — предельная норма замещения для индивида *B*:

$$MRS_{12}^B = \frac{MU_1^B}{MU_2^B} = \frac{\mu_2}{\mu_3};$$

а из пятого и шестого соотношений — предельная норма трансформации благ в производстве:

$$MRT_{12} = \frac{\partial T / \partial x_1}{\partial T / \partial x_2} = \frac{\mu_2}{\mu_3}.$$

Таким образом, Парето-оптимальное распределение благ в производстве и потреблении (9.2), а значит, при соответствующем соотношении цен и первоначальных запасах у экономических агентов также и общее конкурентное равновесие может быть достигнуто в результате максимизации функционала общественного благосостояния (рис. 9.13).

Оптимальные объемы производства благ ($\bar{x}_1^E$ и $\bar{x}_2^E$) определяют размеры прямоугольной диаграммы Эджуорта, вид кривой контрактов и границы доступных полезностей. Точка касания социальной кривой безразличия $\bar{W}^*$ с границей доступных полезностей соответствует тем же индивидуаль-

ным уровням полезности $\bar{U}_A^*$ и $\bar{U}_B^*$, что и касающиеся друг друга кривые безразличия в диаграмме Эджуорта с общим угловым коэффициентом касательного бюджетного ограничения, равным равновесному отношению цен, а значит, и относительным предельным издержкам производства благ, т.е. их предельной норме трансформации — угловому коэффициенту касательной к кривой производственных возможностей общества (рис. 9.13).

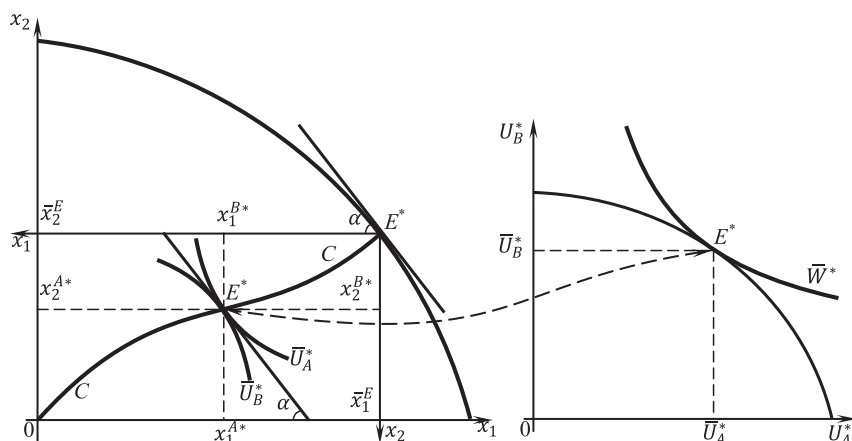


Рис. 9.13. Оптимизация общественного благосостояния

Примером индивидуалистической функции общественного благосостояния Бергсона—Самуэльсона может служить обобщенная аддитивная функция Дж. Бентама¹:

$$W = \sum_{i=1}^n \alpha_i U_i.$$

Альтернативная трактовка может быть представлена обобщенной мультипликативной функцией общественного благосостояния Дж. Нэша:

$$W = \prod_{i=1}^n \alpha_i U_i.$$

Общественное благосостояние по Нэшу является частным случаем функции полезности Кобба—Дугласа с гладкими, строго выпуклыми к началу координат кривыми безразличия. В отличие от общественных пред-

¹ Джереми Бентам (1748–1832) — английский философ, основоположник школы утилитаризма.

почтений в стиле Бентама с постоянной предельной нормой замещения между индивидуальными полезностями, в рамках функции Нэша с ростом благосостояния одного члена общества будет требоваться все большее изменение благосостояния другого — для компенсации одного и того же изменения благосостояния первого. Данное убывание предельной нормы замещения может иметь причиной убывающую предельную общественную полезность как зависимость от благосостояния каждого из индивидов; а это значит, что, с точки зрения общества, имеет смысл перераспределять богатство в пользу менее благополучных его членов.

В качестве еще одного примера индивидуалистической функции благосостояния общества можно привести «принцип максимина» Дж. Роулза¹. По Роулзу и индивид, и общество, делая выбор из альтернативных вариантов в условиях неполноты информации, придерживаются принципа максимина, когда выбирается не оптимальный вариант, максимизирующий полезность, а лучший вариант из худших. Каждый индивид в условиях неполноты информации оказывается заинтересованным в том, чтобы все другие имели равный доступ к первичным благам, к которым в концепции Роулза относятся основные права и свободы, доходы и богатство. Таким образом, человек может защитить себя от риска оказаться самым бедным членом общества. Итак, к числу принципов справедливого общества в роулсианской модели относятся, во-первых, равенство свобод как возможностей для самореализации каждой личности; и, во-вторых, разумная степень дифференциации, предполагающая определенное неравенство в обществе как результат конкуренции, которая может способствовать улучшению положения наименее обеспеченных его членов². В рамках данной концепции общественная полезность представлена леонтьевскими предпочтениями:

$$W = \min(u_1, \dots, u_n).$$

Высокие транзакционные издержки, связанные с действием перераспределительного механизма, являются аргументом в пользу противоположного роулсианскому функционала предпочтений — так называемой функции общественного благосостояния Ф. Ницше³. Ориентиром при принятии социально-экономических решений служит благополучие

¹ Джон Роулз (1921–2002) — американский философ, специалист по политической и моральной философии.

² Тарасова С.В. Экономическая теория благосостояния. М.: Юнити, 2001.

³ Фридрих Вильгельм Ницше (1844–1900) — немецкий философ.

преуспевающих членов общества, рассматриваемых в качестве основных двигателей его развития:

$$W = \max(u_1, \dots, u_n).$$

Если оценивать изменения полезности каждого индивида в денежном выражении, например, через оценку компенсирующих вариаций доходов, тогда как следствие функции общественного благосостояния, в частности в трактовке Дж. Бентама, когда благосостояние общества рассматривается как сумма полезностей его членов, может быть построен критерий компенсации Калдора–Хикса¹, согласно которому общественное благосостояние повышается, если те, кто выигрывает от социальных изменений, улучшает свое положение, смогут компенсировать потери проигравшим. «При выборе между двумя альтернативами x и y , если существует такой способ компенсации при состоянии x , что каждый может выгадать при результирующем состоянии с учетом компенсации при x по сравнению с их интересами при состоянии y (или каждый может, по крайней мере, не ухудшить своего положения по сравнению с состоянием y , а хотя бы один выгадает при этом), тогда альтернатива x должна быть предпочтена альтернативе y , *даже если компенсация на самом деле не производилась*»², — так сформулировал К. Эрроу³ критерий Н. Калдора, поддержанный Д. Р. Хиксом. Данный критерий более реалистичен с точки зрения практического применения при выработке мероприятий государственной экономической политики, например, в области бюджетно-налогового регулирования по сравнению с принципом оптимальности Парето, утверждающему невозможность повышения социального благосостояния за счет снижения благополучия какого-то индивидуума. В частности, критерий компенсации Калдора–Хикса может служить теоретической основой организации перераспределительных потоков в экономической системе, к примеру, предполагающих перемещение из положения x в положение z , как показано на рисунке 9.14.

¹ Николас Калдор (1908–1986) — английский экономист. Джон Ричард Хикс (1904–1989) — английский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1972 г. См.: Kaldor N. Welfare propositions of economics and interpersonal comparisons of utility // Economic journal. 1939. Vol. 49. № 195; Hicks J.R. The foundations of welfare economics // Economic journal. 1939. Vol. 49. № 196.

² Эрроу К. Дж. Коллективный выбор и индивидуальные ценности. М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2004. С. 64.

³ Кеннет Джозеф Эрроу (1921–2017) — американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1972 г.

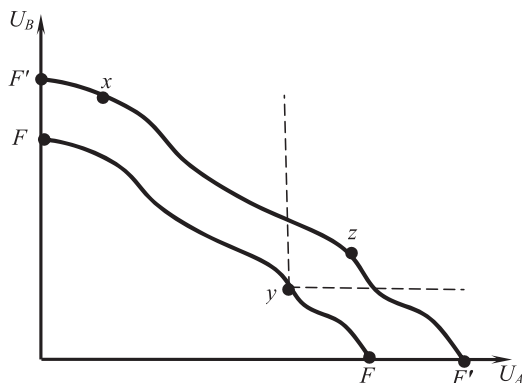


Рис. 9.14. Критерий Калдора—Хикса

Принцип компенсации Калдора—Хикса был подвержен критике со стороны У. Баумоля по двум причинам. Во-первых, он предполагает неявное межличностное сравнение полезности, поскольку потенциальные (но не реальные) компенсации измеряются в денежной форме, а потому коллективная оценка денежной единицы считается одной и той же как для богача, так и для бедняка. Во-вторых, даже когда каждый действительно выигрывает при альтернативе x по сравнению с альтернативой y , сказать, что x лучше, будет верно только при утилитаристских этических схемах. Однако «быть в выигрыше» может означать функцию не только от личного потребления индивида, но и от потребления других, и от социальной структуры в целом.

Критерий Калдора—Хикса имеет еще одну слабую сторону, на которую обратил внимание Т. Скитовски¹. Она проявляется в случае пересечения границ доступных полезностей, когда структура потребления изменяется так, что полезность, получаемая одним потребителем (U_A), растет, а полезность, получаемая другим потребителем (U_B), снижается. Тогда перемещение из точки y в точку k будет удовлетворять критерию Калдора—Хикса, поскольку посредством неискажающего перемещения можно перейти в точку n , но и перемещение из точки k в точку y также будет удовлетворять этому критерию, поскольку посредством неискажающего перемещения можно перейти в точку m . Неискажающее перемещение может произойти в результате неискажающих налогов и трансфертов, размер которых не зависит от поведения экономических субъектов

¹ Тибор де Скитовски (1910–2002) — американский экономист венгерского происхождения.

(фирм и домашних хозяйств). Это обстоятельство получило известность как «парадокс Скитовски» (рис. 9.15).

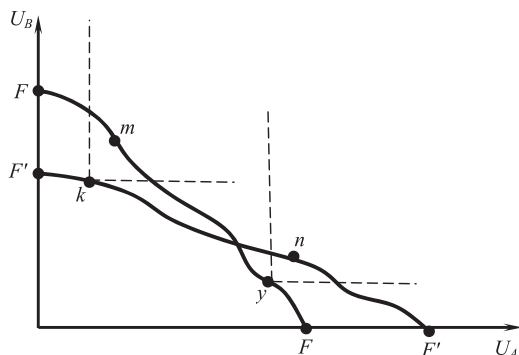


Рис. 9.15. Парадокс Скитовски

Предложенный способ преодоления «парадокса» получил название — «двойной критерий Скитовски». В соответствии с ним, улучшение общественного благосостояния произойдет в случае, если перемещение из исходного положения в конечное удовлетворяет критерию Калдора—Хикса, а перемещение в обратном направлении нет. Как показано на рисунке 9.16, перемещение из точки y в точку x — удовлетворяет двойному критерию, а перемещение из точки y в точку k — нет.

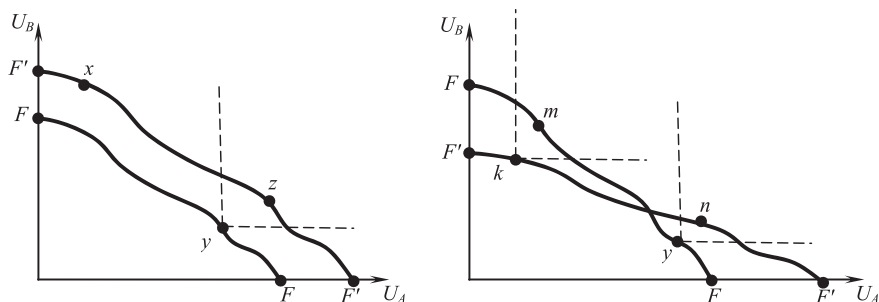


Рис. 9.16. Двойной критерий Скитовски

Последние два из перечисленных выше функционалов общественного благосостояния — роулсианский и ницшианский — уже не являются достаточно гладкими (дифференцируемыми), чтобы при их оптимизации сработали выведенные выше условия равновесного и эффективного распределения благ. Общий подход к анализу таких — непрерывных,

но в общем случае не дифференцируемых — функционалов благосостояния был заложен К. Эрроу при построении аксиоматической теории общественного выбора.

9.8. Распределение доходов. Общественный выбор

Различные точки на кривой контрактов (рис. 9.10) соответствуют всевозможным вариантам распределения между экономическими агентами первоначальных запасов благ и соответствующих доходов в состоянии равновесия.

Одним из вариантов меры неравенства распределения доходов в обществе является коэффициент Джини¹. Его расчет можно проиллюстрировать графически с помощью кривой Лоренца² (рис. 9.17). Кривая Лоренца отражает зависимость между накопленной процентной долей населения (от нуля до ста процентов) и соответствующей долей совокупных доходов, получаемой этими людьми (также в процентах — от нуля до ста). В случае абсолютного равенства кривая Лоренца вырождается в прямую линию. В реальности кривая Лоренца выпукла вниз, причем чем больше ее выпуклость, тем выше неравенство в распределении доходов в обществе.

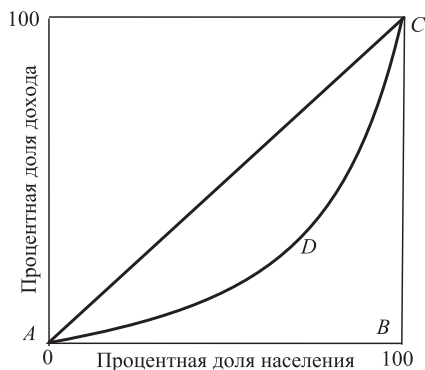


Рис. 9.17. Кривая Лоренца

Коэффициент Джини (G) рассчитывается как отношение площади над кривой Лоренца, ограниченной сверху диагональю AC квадрата $AECB$,

¹ Коррадо Джини (1884–1965) — итальянский статистик и экономист.

² Макс Отто Лоренц (1876–1959) — американский математик и экономист.

то есть линией равномерного распределения, к площади треугольника ABC :

$$G = \frac{S_{ADC}}{S_{ABC}}.$$

При абсолютном равенстве коэффициент Джини равен нулю, а при абсолютном неравенстве $G = 1$.

Фактическое распределение дохода является результатом общественного выбора как согласования индивидуальных интересов. Теория общественного выбора изучает различные способы принятия решений в рамках данного социума, в том числе критерии общественной эффективности, альтернативные принципу оптимальности по Парето, утверждающему невозможность повышения социального благосостояния за счет снижения благополучия какого-то индивида. Такой альтернативой может служить, в частности, рассмотренный выше критерий компенсации Калдора—Хикса, в соответствии с которым благосостояние общества повысится, если те, кто выигрывают от социальных изменений, смогут скомпенсировать потери проигравшим.

Толчком к созданию теории общественного выбора послужило обсуждение так называемого парадокса Кондорсе¹ — несоответствия исхода голосования по методу большинства голосов при попарном сравнении альтернатив гипотезе транзитивности предпочтений граждан. Проиллюстрируем данный парадокс голосования на примере. Допустим, что индивид А предпочитает ситуацию α ситуации β и ситуацию β ситуации γ . Пусть для индивида В ситуация β предпочтительнее ситуации γ , которая, в свою очередь, лучше, чем ситуация α . Наконец, пусть для индивида С γ лучше, чем α , и α выглядит предпочтительнее β . Таблица 9.1 обобщает данную структуру индивидуальных предпочтений.

Таблица 9.1

Парадокс Кондорсе

Индивид	Структура предпочтений		
А	α	β	γ
В	β	γ	α
С	γ	α	β

¹ Николя де Кондорсе (1743–1794) — французский философ, математик, политический деятель.

По два индивида из трех предпочитают α по отношению к β и β по отношению к γ . Если бы общественные предпочтения, формируемые по правилу большинства голосов, были бы транзитивными, то для общества в целом вариант α должен был бы быть лучше, чем γ . На самом деле для большинства γ предпочтительнее α .

Таким образом, парадокс Кондорсе демонстрирует, что правило большинства голосов не может служить приемлемым механизмом принятия решений при наличии трех возможных социальных состояний, являющихся предметом общественного выбора. Приемлемый механизм общественного выбора по К. Эрроу должен:

- удовлетворять двум аксиомам рациональности (полноты и транзитивности общественных предпочтений) для любых не менее чем трех возможных социальных состояний;
- соответствовать принципу Парето, подразумевающему положительную зависимость между индивидуальными и общественными оценками, когда при повышении ранга какой-то социальной альтернативы с точки зрения всех индивидуумов при прочих равных условиях ее значимость в глазах общества в целом также будет повышаться;
- быть инвариантным по отношению к иным социальным состояниям, в данный момент не являющимся предметом выбора, в том смысле, что для любых альтернатив x_1 и x_2 изменение мнений индивидуумов по поводу третьей, «несущественной» возможности не должно отразиться на социальном сопоставлении x_1 и x_2 ;
- быть ненавязанным извне по отношению к данной социальной системе (в пространственном либо межвременном контексте), когда при любом наборе индивидуальных упорядочений для пары альтернатив $x_1 \neq x_2$ в рамках общества в целом $x_1 \succsim x_2$, где $\succsim$ — соответствующее коллективное упорядочение¹;
- исключать возможность диктатуры, когда существует такой индивидуум, для которого общественные предпочтения всегда будут такими же, как и его персональные.

Первая теорема общественного выбора (так называемая теорема о возможности), доказанная К. Эрроу, утверждает, что правило большинства голосов может служить приемлемым механизмом принятия решений при наличии лишь двух возможных социальных состояний. Ее можно рас-

¹ Примерами навязанных функций общественного благосостояния являются господство обычая, колониальные или захватнические режимы.

смаатривать в качестве теоретического обоснования рациональности американо-британской двухпартийной политической системы, когда каждая из двух конкурирующих партий выдвигает по одной альтернативе, которые затем выносятся на публичное голосование.

Вторая теорема К. Эрроу, относящаяся к механизму выработки общественных предпочтений, — так называемая теорема о невозможности (его полноценной реализации на демократических принципах) — гласит, что при наличии более двух социальных состояний любая процедура выбора между ними, удовлетворяющая постулатам рациональности, сравнимости по Парето и независимости от сторонних альтернатив, будет либо навязанной, либо диктаторской.

9.9. Общественные блага

Экономические блага можно подразделить на частные, общественные и смешанные. Для того чтобы определить данные виды благ, необходимо ввести вспомогательные понятия.

Исключаемым благом назовем то, которое можно исключить из потребления всех индивидов, кроме тех, которые заплатили за него установленную цену. Если за счет ценового механизма нельзя целиком закрепить права на данный товар или услугу за одним лицом, поскольку издержки исключения из потребления остальных экономических агентов запрети-тельно высоки и в случае потребления этого блага другие лица также получают возможность воспользоваться этой вещью, то такое благо будет неисключаемым.

Конкурентным благом будем считать продукт или услугу, которые физически не могут быть потреблены одновременно несколькими потребителями. Конкурентные блага — это товары и услуги, потребляемые одним потребителем и ликвидируемые в процессе потребления, т. е. не существующие после того, как они были использованы данным экономическим агентом. Они не допускают совместное пользование группой потребителей. Если же потребление блага одним экономическим агентом не будет означать невозможность его использования другим, причем такое использование не будет сопряжено с дополнительными затратами, то это благо будет неконкурентным.

Теперь можно точно определить понятия частных и общественных благ. Частное благо — это конкурентное исключаемое благо, а общественное — наоборот — неконкурентное и неисключаемое. Примерами частных благ являются, например, такие традиционные потребитель-

ские товары, как продукты питания, одежда, жилье. Примерами общественных благ могут служить национальная оборона, фундаментальная наука, городское освещение. Помимо крайних случаев частных и общественных благ наблюдаются и промежуточные ситуации так называемых смешанных товаров и услуг. В свою очередь смешанные блага можно подразделить на общие – одновременно конкурентные и неисключаемые, и клубные – одновременно исключаемые и неконкурентные блага (табл. 9.2). К клубным благам можно отнести платные автомагистрали и мосты, учреждения социально-культурной сферы (театры, концертные залы, цирки, дома культуры, клубы и т.д.), спортивные сооружения (стадионы, катки, треки, бассейны, физкультурные залы), любые места общего пользования, платный широкополосный доступ к сети Интернет и распространяемый в ней контент (аудио-, видео- и текстовый). Примерами общих благ могут служить чистый воздух, пастбища, биоресурсы мирового океана. В разряд общих благ могут попадать так называемые перегружаемые общественные блага в ситуации, когда количество их пользователей начинает превышать имеющийся их объем, например, (автомобильные дороги в часы пик, городские скверы и парки в периоды проведения массовых мероприятий, бесплатный Интернет в публичных местах при высоком трафике).

Таблица 9.2

Классификация благ

		Исключаемость	
		Да	Нет
Конкурентность	Да	Частные блага	Общие блага
	Нет	Клубные блага	Общественные блага

В потреблении общественных благ возникает так называемая проблема «зайца» («безбилетника»). Суть ее заключается в том, что некто может воспользоваться общественным благом, не неся никаких издержек по его производству, за которое заплатили остальные добросовестные потребители.

Проблему «зайца» в потреблении общественных благ можно проиллюстрировать игрой «на сохранение» (активов от посягательств злоумышленников), в которой у каждого из двух хозяйствующих субъектов, соседствующих друг с другом на определенной территории, есть альтернатива: участвовать в обеспечении безопасности данного населенного пункта или нет, полагаясь на усилия и финансовые затраты соседа (условно говоря — покупать сторожевого пса или отказаться от данного вида расходов). Затраты игроков в платежной матрице данной игры (табл. 9.3) связаны между собой неравенством: $0 < a < b$.

Используя методологию анализа игрового взаимодействия экономических агентов, рассмотренную в параграфе 7.1, можно увидеть в игре «на сохранение» множественность состояний равновесия по Нэшу, в каждом из которых один из игроков выступает в роли «зайца».

Таблица 9.3

Проблема «зайца» в потреблении общественного блага

		Игрок 2	
		Покупать сторожевую собаку	Не покупать сторожевую собаку
Игрок 1	Покупать сторожевую собаку	$\rightarrow$ $\downarrow (a, a)$	$(\underline{a}, \underline{0})$
	Не покупать сторожевую собаку	$(\underline{0}, \underline{a})$	$(b, b) \uparrow$ $\leftarrow$

Формирование рыночного спроса на общественные блага имеет свою специфику по сравнению с механизмом получения функции рыночного спроса на частные блага, рассмотренным в параграфе 3.5. Для каждого, заданного совокупного объема потребления общественного блага цена спроса на него будет равна сумме цен, которые будут заплачены каждым из индивидов, использующих данное благо. Таким образом, рыночный спрос на общественное благо представляет собой не «горизонтальную» — как в случае частных благ — а «вертикальную» сумму индивидуальных функций спроса (рис. 9.18).

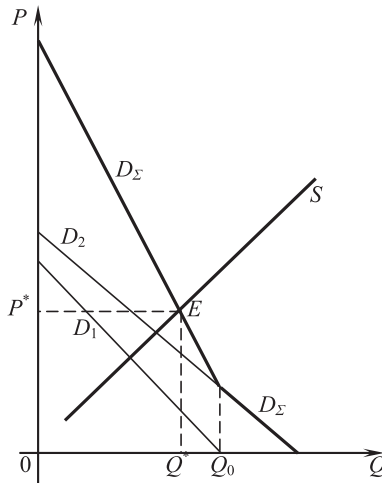


Рис. 9.18. Общественные блага: рыночное равновесие

Предположим в качестве примера, что некоторое общественное благо потребляется пятью индивидами с функциями спроса: $Q_1 = 100 - P$; $Q_2 = 100 - 1,25P$; $Q_3 = 100 - 2P$; $Q_4 = 100 - 2,5P$; $Q_5 = 100 - 4P$. Соответствующие обратные функции спроса будут иметь вид: $P_1 = 100 - Q$, $P_2 = 80 - 0,8Q$, $P_3 = 50 - 0,5Q$, $P_4 = 40 - 0,4Q$, $P_5 = 25 - 0,25Q$. Суммируя для каждого объема потребления блага цены, которые индивиды готовы за него заплатить, получаем совокупный спрос на данное общественное благо: $P_Σ = 295 - 2,95Q$. В частности, если это благо производится в условиях постоянной отдачи от масштаба и его предельные издержки его производства равны средним и составляют 59 (ден. ед.) независимо от объема предоставляемого блага, то равновесный объем его потребления составит 80 (ед.).

Специфика формирования совокупного спроса на общественное благо будет накладывать отпечаток и на характеристики общего конкурентного равновесия. Предположим, что в экономической системе производится два блага, одно из которых (X) является общественным, а второе (Y) — частным с единичной ценой: $p_Y = 1$. Пусть экономика состоит из двух индивидов (A и B). Тогда в соответствии с механизмом формирования спроса на общественное благо:

$$p_X = p_X^A + p_X^B,$$

где p_X^A и p_X^B — цены, которые готовы заплатить за него, соответственно, индивиды A и B .

Оптимальный выбор каждого из экономических агентов будет подчиняться эквимаргинальному принципу:

$$MRS_{XY}^A = \frac{p_X^A}{p_Y} = p_X^A, MRS_{XY}^B = \frac{p_X^B}{p_Y} = p_X^B.$$

Тогда, в отличие от рассмотренного в параграфе 9.5 общего равновесия в экономике с частными благами, при котором предельные нормы замещения для каждого из экономических агентов равняются предельной норме трансформации благ (9.1), при наличии общественного блага сбалансированность хозяйственной системы будет описываться так называемым уравнением Самуэльсона¹:

$$MRT_{XY} \equiv -\frac{dY}{dX}\bigg|_{T(X,Y)=0} = \frac{p_X}{p_Y} = p_X = p_X^A + p_X^B = MRS_{XY}^A + MRS_{XY}^B.$$

9.10. Налог Кларка

Поскольку производство общественного блага финансируется на сумму индивидуальных вкладов, отражающих готовность платить за него, одним из простых способов осуществить финансирование производства общественного блага может стать выяснение оценок тех расходов, которые индивиды согласны понести, и установление выплат пропорционально этим оценкам. Однако этот простой способ сопряжен с проблемой «безбилетника», которая не позволяет его эффективно реализовать. Во-первых, некоторые индивиды могут лукаво заявить, что им вовсе не нужно общественное благо. Во-вторых, часть индивидов может сознательно занижить свою готовность платить. В итоге на производство общественного блага не будет собрана нужная сумма.

Другой простой способ состоит в том, чтобы разделить сборы на производство общественного блага поровну между всеми индивидами, но при этом выяснить, какую ценность общественное благо представляет для каждого. Тогда, если v_i — чистая ценность общественного блага для i -го индивида, представляющая собой разность между ценностью, которую для i -го индивида имеет общественное благо, и расходами, которые он должен будет понести в качестве взноса на его создание, решение о производстве общественного блага будет принято, когда:

¹ Тарасевич Л. С., Гребенников П. И., Леусский А. И. Микроэкономика. 4-е изд. М.: Юрайт, 2006.

$$\sum_i v_i \geq 0.$$

Однако и этот способ может не дать истинно желаемого результата, поскольку, во-первых, среди индивидов могут оказаться те, кто сильно завысят ценность общественного блага, понимая, что им все равно придется платить фиксированную сумму. Во-вторых, среди индивидов могут оказаться яростные противники производства этого общественного блага, которые существенно занижат свои оценки.

Таким образом, главной задачей, которую необходимо решить, является создание стимулов для высказывания честных индивидуальных оценок общественного блага.

Механизм Викри–Кларка–Гровса, разработанный на базе идей американских экономистов — Нобелевского лауреата 1996 г. Уильяма Викри, а также Эдварда Кларка и Теодора Гровса, предлагает решение этой задачи, которое имеет непосредственное практическое применение.

Главной теоретической конструкцией этого механизма является *центральный индивид* — тот, кто своей оценкой изменяет знак суммарной чистой ценности общественного блага, т.е. общественное решение относительно его производства. И за это центральный индивид должен заплатить налог, получивший название «налог Кларка».

Пусть b_i — заявленная индивидами оценка чистой ценности общественного блага, которая может совпадать, а может и не совпадать с истинной оценкой общественного блага для каждого индивида. Тогда:

- общественное благо производится, если $\sum_i b_i \geq 0$, и не производится, если $\sum_i b_i < 0$;
- если индивид j своей оценкой превращает неотрицательную сумму заявленных чистых ценностей всех других индивидов $\sum_{j \neq i} b_i$ в вели-

чину отрицательную и общественное благо не производится, то он становится центральным индивидом, а наносимый им ущерб равен $\sum_{j \neq i} b_i$;

- если индивид j своей оценкой превращает отрицательную сумму заявленных чистых ценностей всех других индивидов $\sum_{j \neq i} b_i$ в величину

неотрицательную и общественное благо производится, то он становится центральным индивидом, а наносимый им ущерб равен $\sum_{j \neq i} b_i$;

- если из-за j -го индивида решение предоставить общественное благо заменяется решением не предоставлять его, налог Кларка равен:

$$T_K = \sum_{j \neq i} b_i;$$

- если из-за j -го индивида решение не предоставлять общественное благо заменяется решением предоставлять его, налог Кларка равен:

$$T_K = -\sum_{j \neq i} b_i.$$

Таким образом, налог Кларка равен ущербу, который наносит обществу центральный индивид своей заявленной оценкой чистой ценности общественного блага. В результате механизм Викри–Кларка–Гровса приводит к тому, что для каждого индивида оптимальным становится «говорить правду», т.е. правдиво заявлять о ценности общественного блага для него.

Поясним действие механизма Викри–Кларка–Гровса на условном примере.

Представим, что три студента x , y и z , проживающие в одной комнате в общежитии, обсуждают вопрос о приобретении на российском интернет-сервисе Авито подержанного холодильника для его совместного использования (табл. 9.4). Цена холодильника равна 600 руб., поэтому индивидуальные расходы на представление общественного блага составят 200 руб. При этом заявленная ценность общественного блага у студентов оказалась разной: для x и y – по 100 руб. у каждого, а для любителя домашней еды z она оказалась равной 500 руб. Поскольку суммарная заявленная ценность общественного блага (700 руб.) превысила цену холодильника, его приобретение следует считать целесообразным. Заявленная чистая ценность холодильника для x , y и z составит: -100 , -100 и 300 руб. соответственно. Очевидно, что среди соседей есть центральный индивид, и им является студент z , поскольку именно его заявление об индивидуальной чистой ценности холодильника меняет общественное решение x и y с отрицательного («не покупать холодильник», так как $-100 - 100 = -200$) на положительное («покупать холодильник», так как $-200 + 300 = 100$). Следовательно, студент z должен заплатить налог Кларка в размере: $-(-200) = 200$ руб.

Таблица 9.4

Налог Кларка (пример)

	Индивидуальные расходы на предоставление общественного блага	Заявленная ценность общественного блага	Заявленная чистая ценность общественного блага (b_i)	Налог Кларка	Общественное решение
x	200	100	-100	0	$200-100=100$
y	200	100	-100	0	$200-100=100$
z	200	500	300	200	$-200+300=100$

Принципиальным условием механизма Викри–Кларка–Гровса является следующее: налог Кларка не поступает от центрального индивида другим индивидам, а изымается на нужды, не имеющие отношения к решению рассматриваемого вопроса о предоставлении общественного блага. Это условие обеспечивает отсутствие заинтересованности у нецентральных индивидов в получении денег.

Практическая реализация механизма Викри–Кларка–Гровса сопряжена с рядом проблем:

- величина индивидуальных расходов на общественное благо не должна влиять на величину спроса на него, что с точки зрения теории потребительского выбора возможно лишь в случае квазилинейных предпочтений у индивидов;
- исход не будет эффективным по Парето, поскольку объем предоставления общественного блага будет оптимальным, но частное потребление снизится (так как налоги «исчезают» из круга лиц, заинтересованных в общественном благое);
- среди большого числа участников вероятность обнаружения центрального индивида не очень велика, поэтому налоговые сборы могут быть малы;
- издержки сбора информации о заявленной ценности общественного блага могут оказаться слишком высоки.

Тем не менее механизм Викри–Кларка–Гровса активно используется в практике аукционов и известен как *VCG*-аукцион. В частности, принцип *VCG*-аукциона применяется в интернет-рекламе. К примеру, правила *VCG*-аукциона используются для определения списываемой цены в бло-

ках на первой странице поиска в Яндекс-Директе, а также на поисковых площадках рекламной сети Яндекса¹.

9.11. Внешние эффекты

Еще одним источником нарушения принципов конкурентного равновесия может служить наличие внешних эффектов деятельности хозяйствующих субъектов. Внешние эффекты, или экстерналии, представляют собой феномен, не вписывающийся в стандартный механизм рыночного распределения ресурсов. По определению, внешние эффекты, или экстерналии, — это выгоды и издержки, не учитываемые в действующем рыночном механизме ценообразования. Они существуют вне его, не отражаются в ценах, но затрагивают интересы третьих лиц, не участвующих в рыночной сделке, нанося им ущерб (отрицательный внешний эффект) или принося выгоду (положительный внешний эффект).

Существуют различные подходы к классификации внешних эффектов. Один из них мы уже упомянули — это знак экстерналии. Положительная экстерналия — это дополнительная производительность или доходы одного экономического агента, возникшие благодаря деятельности другого. Отрицательная экстерналия представляет собой внешние затраты, то есть дополнительные расходы, которые несет один экономический агент по вине другого.

Другим методом систематизации экстерналий является подразделение видов внешних эффектов на натуральные и денежные. Зачастую причиной возникновения отрицательных натуральных и денежных внешних эффектов служит асимметрия информации у контрагентов, когда высока специфичность производимой продукции или предоставляемых услуг. В частности, особенности внутренней организации и функционирования различных предприятий и организаций вызывают существенную асимметрию информации между менеджерами и структурами, которые их контролируют.

Экстерналии могут возникать в процессах производства либо потребления благ. Потребительские внешние эффекты представляют собой влияние потребления одного экономического агента на полезность либо объемы производства других. Технологические внешние эффекты выражаются в зависимости объемов производства или полезности одних эко-

¹ Подробнее см.: Как работает аукцион в Директе. Режим доступа: <<https://yandex.ru/support/direct/technologies-and-services/vcg-auction.html>>

номических агентов от размеров выпуска других. В частности, к внешним факторам по отношению к индивидуальному выбору можно отнести ряд социальных эффектов, которые влияют на величину спроса потребителя на товары и услуги: эффект присоединения к большинству (мода), эффект сноба (демонстративные размеры потребления), эффект Веблена (престижное потребление с акцентом на цены покупаемых товаров).

Следующая классификация различает внутренние экстерналии, когда их получатели являются потребителями или производителями продукции эмитента, и внешние экстерналии, получателями которых не являются производители или потребители продукции эмитента.

Наконец, можно выделить горизонтальные внешние эффекты, т. е. влияние производителя или потребителя, соответственно, на других производителей или потребителей аналогичной продукции, и вертикальные внешние эффекты, т. е. влияние потребителя или производителя, соответственно, на производителей или потребителей аналогичной продукции.

Внешний эффект — это сбой в функционировании рыночной системы хозяйствования, когда рынок оказывается не в состоянии автоматически превратить внешние эффекты в частные издержки и выгоды. Одним из методов интернализации внешних эффектов могут служить корректирующие налоги и субсидии по А. Пигу¹ (рис. 9.19).

Экстерналии порождают расхождение частного и социального равновесия. В частности, предположим, что производство некоторого блага, которое осуществляется в условиях совершенной конкуренции, влечет за собой издержки для экономических агентов, не являющихся ни его потребителями, ни производителями. Пусть предельные внешние издержки, связанные с данным продуктом, не зависят от объема его производства: $MEC = const$. Производственная экстерналиа будет вызывать расхождение частных (MPC) и социальных (MSC) совокупных предельных издержек в данной отрасли. Величина данного расхождения будет составлять предельные социальные издержки производства данного блага: $MEC = MSC - MPC$. Обозначим через Q_p и p_p , соответственно, равновесные частные уровни выпуска и цены, а через Q_s и p_s — соответствующие параметры равновесия с точки зрения общества в целом.

Одним из методов достижения социально значимого равновесия на данном рынке является введение так называемого налога Пигу².

¹ Артур Сесил Пигу (1877–1959) — английский экономист. Пигу А. Экономическая теория благосостояния. — М.: Прогресс, 1985.

² При рассмотрении налогов и субсидий Пигу мы, как и ранее, придерживаемся предположки о рациональности хозяйствующих субъектов.

Он представляет собой потоварный налог, ставка которого равна предельным социальным издержкам, соответствующим оптимальному с социальной точки зрения объему данного продукта (*MEC*). Такая схема налогообложения позволяет государству добиться интернализации внешнего эффекта, т.е. превращения экстерналии в частные издержки производства блага. Результатом становится параллельный сдвиг графика предельных частных издержек в положение, соответствующее равновесию с социальной точки зрения (рис. 9.19).

Введение налогов (субсидий) по А. Пигу способно повысить общественное благосостояние. Продемонстрируем это на примере.

При отсутствии налогообложения общественное благосостояние складывалось бы из суммы выигрышей потребителей ($S_{AP_pE_p}$) и производителей ($S_{FP_pE_p} = S_{0P_pE_pQ_p} - S_{0FE_pQ_p}$, где $S_{0FE_pQ_p}$ и $S_{0P_pE_pQ_p}$ — соответственно, совокупные издержки и выручка продавцов) за вычетом внешних издержек (S_{FKGE_p}):

$$SW_0 = S_{KAE_s} - S_{GE_sE_p}.$$

В результате введения налога выигрыш потребителей сокращается до $S_{AP_sE_s}$. При этом выручка продавцов будет равна $S_{0P_pE_pQ_p}$. Однако производители будут вынуждены отдать $S_{BP_pE_pC}$ в виде налога государству, а значит, в их распоряжении после уплаты налога останется денежная сумма в размере S_{0BCQ_s} . Из нее они должны заплатить S_{0FCQ_s} в качестве компенсации затрат факторов производства. Следовательно, выигрыш производителей после введения налога Пигу составит $S_{FBC} = S_{KP_sE_s}$. Одновременно внешние издержки сократятся до размеров S_{FKE_sC} и окажутся равными налоговому сборам. Таким образом, в результате введения налога общественное благосостояние составит:

$$SW_t = S_{AP_sE_s} + S_{KP_sE_s} + S_{BP_pE_pC} - S_{FKE_sC} = S_{KAE_s}.$$

Подведем баланс. В результате введения налога Пигу сокращение выигрышей потребителей и производителей составит, соответственно: $\Delta CS = S_{P_pE_pE_sP_s}$ и $\Delta PS = S_{P_pE_pCB}$. Государство получит в виде налогов $S_{BP_pE_pC}$. И, кроме того, выгоды общества будут заключаться в сокращении внешних издержек: $S_{E_pGE_sC}$. В итоге увеличение социального благосостояния благодаря введению налога Пигу окажется равным (рис. 9.19):

$$\Delta SW = SW_0 - SW_t = S_{BP_pE_pC} + S_{E_pGE_sC} - S_{P_pE_pE_sP_s} - S_{P_pE_pCB} = S_{GE_sE_p}.$$

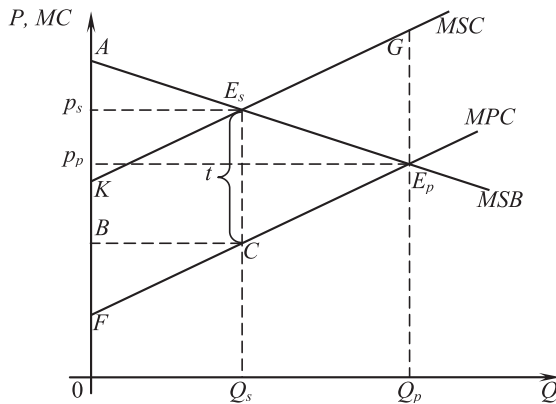


Рис. 9.19. Налог Пигу

9.12. Транзакционные издержки и теорема Коуза

Под транзакцией в современной экономической теории понимается отчуждение и присвоение экономическими агентами прав собственности и свобод, созданных обществом. Со времени выхода в свет работ Дж. Коммонса данная категория становится базовой в экономическом анализе. Транзакции в широком смысле не сводимы лишь к операциям обмена. В частности, Дж. Коммонс выделяет: транзакции сделки, посредством которых богатство не создается, а только меняет владельца; транзакции управления, с помощью которых осуществляется производство и создается богатство; транзакции рациирования, т.е. размещения прав среди экономических агентов (например, посредством решений суда). В реальной экономической действительности транзакции всегда выступают в смешанном виде, например, транзакции управления должны быть дополнены транзакциями сделки.

Неоинституциональное направление современной экономической теории, детально изучая особенности контрактного процесса, специфику каждой экономической транзакции в отдельности, позволяет выйти «на более микроаналитический уровень, чем раньше¹», когда безраздельно господствовала неоклассика с детальным микроэкономическим анализом

¹ Джон Роджерс Коммонс (1862–1945) — американский экономист, теоретик институционализма. См., в частности: Commons J. R. Institutional economics // American economic review, 1931. Vol. 21. № 4.

и контракты рассматривались в качестве дискретных институциональных альтернатив. В настоящее же время все больше просматривается тенденция к изучению сделки как предельной точки контрактного множества. Контрактное многообразие, по словам О. И. Уильямсона, представляет целую «гамму экономических институтов, начиная с находящегося на одном ее конце дискретного рыночного обмена и кончая централизованной иерархической организацией на другом, включая мириады смешанных или промежуточных моделей, заполняющих пространство между ними¹». По словам одного из основоположников теории общественного выбора, нобелевского лауреата Дж. Бьюкенена², «экономическая теория все больше становится “наукой о контрактах”, а не “наукой о выборе”, в центре ее внимания должен быть не хозяйствующий субъект, максимизирующий прибыль, а третейский судья, “человек со стороны”, пытающийся найти компромиссные решения конфликтов в случаях возникновения претензий участников сделки друг к другу³». Современный институциональный анализ осуществляет переход с микроаналитического на своеобразный наноуровень, обогащая экономический анализ предельной степенью детализации. Так как права собственности представляют собой не монолит, а пучок правомочий, появляется возможность перейти от анализа актов купли-продажи товаров и услуг к транзакциям с отдельными правами собственности на данный объект контракта.

В соответствии с классической классификацией правомочий, данной А. Оноре, собственность представляет собой конгломерат из одиннадцати прав и обязанностей⁴. Права на объект собственности заключаются в следующем:

1. Владение — право окончательного решения судьбы объекта собственности.
2. Пользование — потребление в интересах собственника, получение личной, неявной выгоды.
3. Распоряжение — выбор альтернативных способов использования данного объекта различными хозяйствующими субъектами.
4. Извлечение явного дохода.

¹ Уильямсон О. И. Экономические институты капитализма: фирмы, рынки, «отношенческая» контрактация. СПб.: Лениздат, 1996. С. 30.

² Там же. С.50.

³ Джеймс Макгилл Бьюкенен (1919–2013) — американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1986 г.

⁴ Buchanan J.A. A contractarian paradigm for applying economic theory // American economic review, 1975. Vol. 65. № 2. P. 229.

5. Принятие решений о капитальной стоимости с точки зрения временной передачи приносимых ею доходов, дарения, уничтожения, изменения формы и т.п.

6. Наследование и завещание, т.е. передача потомкам.

7. Гарантия безопасности со стороны других лиц, в том числе иммунитет от экспроприации.

8. Бессрочность всех правомочий во временном аспекте — возвращение владельцу всех правомочий, уступленных им другим лицам, после истечения срока контракта.

9. Остаточные правомочия меньшего порядка значимости.

Обязанность собственника состоит, прежде всего, в:

10. Запрете на использование во вред другим лицам.

Правомочие под номером 7 (гарантия безопасности со стороны других лиц) является одновременно правом данного лица и обязанностью других по отношению к нему. Кроме того, пограничным правомочием, представляющим собой одновременно и право, и обязанность собственника, является:

11. Ответственность объектом собственности по обязательствам владельца перед другими лицами.

Система отношений собственности с позиций неoinституционального направления экономической теории определяется «как фактически действующая в обществе система исключений из доступа к материальным и нематериальным ресурсам»¹. То есть собственность на ресурс понимается как система ограничений возможности принятия решений о судьбе данного ресурса со стороны остальных субъектов общественного воспроизводства. В определениях правомочий у сторонников неoinституционализма данная категория трактуется как принадлежность одним лицам и отчуждение других.

Очевидно, что правомочия как в сокращенной триаде владения, пользования, распоряжения, так и в расширенной неoinституциональной классификации — это не только, и даже не столько права, связанные с исключением остальных участников воспроизводственного процесса из доступа к вещам, но, прежде всего, права по управлению этими объектами. Поэтому в процессе эволюции научного знания, подчиненного своим внутренним законам, становится очевидной справедливость позиции ученых политэкономической школы Московского университета, которые, разрабатывая методологические основы экономической науки как системы, структурируя ее категории, твердо отстаивали подход к анализу собствен-

¹ Honoré T. Making law bind. Oxford: Clarendon press, 1987.

ности «путем изучения совокупности производственных отношений»¹. Экономическая система собственности рассматривалась ими как совокупность отношений по поводу производства и присвоения стоимости.

Особая, интегральная роль категории собственности, которая является отражением всей совокупности производственных отношений в обществе, подобна значению категории стоимости в экономической системе. В этом смысле категории собственности и стоимости, в частности меновой стоимости и прав собственности, смыкаются между собой как отражения одной и той же экономической действительности. Итак, экономика воспроизводится как структура отношений собственности, с одной стороны, и система стоимостных взаимосвязей и взаимозависимостей — с другой.

С одной стороны, эквивалентом денежной суммы, поступающей от покупателя, является пучок правомочий, прав собственности, который производитель передает потребителю. С другой — сами деньги, или долговые расписки государства, предстают не в форме золота, а в форме абсолютных прав на получение и использование товаров или услуг. Именно наборы правомочий противостоят меновой стоимости товарной массы при заключении контрактов и совершении рыночных транзакций. Здесь наблюдается двойственность представления хозяйственной системы как системы меновой стоимости и системы прав собственности. Поэтому права собственности не только выполняют в современном мире функцию отражения, формы натурально-вещественной товарной массы, но и их эквивалент — деньги — можно рассматривать как пучок правомочий. С этой точки зрения категории меновой стоимости и прав собственности являются двумя сторонами одной медали, разным представлением одной и той же экономической сущности.

Транзакционные издержки, наряду с трансформационными — рассмотренными в теме 4 — играют важную роль в хозяйственной жизни. Транзакционные издержки в широком смысле — это издержки, причиной которых является взаимодействие между экономическими агентами по поводу отчуждения и присвоения любых общественных прав и обязанностей. Аналогом транзакционных издержек, возникающих между хозяйствующими субъектами в широком смысле, является трение между физическими объектами.

К транзакционным относятся как рыночные издержки по спецификации, отчуждению, присвоению и защите прав собственности в рам-

¹ Капелюшников Р. И. Экономическая теория прав собственности. М.: ИМЭМО РАН, 1990. С. 86.

ках отношений фирмы с внешним для нее рынком; так и административно-командные затраты, возникающие внутри иерархической структуры управления (фирмы или более крупной хозяйственной системы) и не опосредованные рыночным ценовым механизмом. Конкретизируя содержание категории транзакционных издержек, можно перечислить следующие их виды: информационные затраты, в том числе издержки по производству информации, издержки измерения (квантификации информации), издержки передачи и распределения информации и издержки обмена ею (ведение переговоров); юридические затраты по спецификации и защите прав собственности; а также административные затраты, т.е. издержки по контролю, или управлению, в частности, по защите от альтернативного, или так называемого оппортунистического поведения, которое будет рассмотрено в теме 10.

К числу наиболее весомых теоретических результатов, полученных в рамках современной институциональной теории на стыке исследований экономики и права, касающихся взаимосвязи системы меновой стоимости в трактовке общего экономического равновесия и структуры распределения прав собственности хозяйствующих субъектов, можно отнести фундаментальную для современного экономического анализа теорему Коуза¹. Она утверждает возможность частного урегулирования экстерналий путем взаимовыгодных соглашений между заинтересованными сторонами без государственного вмешательства. Эта теорема связывает категории транзакционных издержек и прав собственности с механизмом распределения ресурсов, максимизирующим одновременно общественное и частное экономическое благосостояние.

Теорема Коуза гласит, что, если рыночные цены на все блага в экономике заданы экзогенно и соответствуют условиям общего конкурентного равновесия, права собственности четко специфицированы, а транзакционные издержки и эффект богатства пренебрежимо малы, то эффективность размещения ресурсов, или структуры производства, инвариантна относительно первоначального распределения прав собственности. Эффект богатства отражает зависимость ресурсов, которые может использовать экономический агент в переговорном процессе, от размеров активов, находящихся в его собственности.

Другими словами, если выполняются условия теоремы Коуза, то хозяйственная система может достигнуть эффективного равновесия при любых изначальных комбинациях правомочий экономических агентов, и су-

¹ Цаголов Н. А. Вопросы методологии и системы политической экономики. М., 1982. С. 168.

ществование внешних эффектов, а значит, и транзакционных издержек исключается.

Рассмотрим числовой пример, иллюстрирующий теорему Коуза¹. Пусть в условиях совершенной конкуренции фирма, производящая продукт Y , испытывает на себе негативное воздействие производства, осуществляемого на фирме X . За счет этого функция общих издержек фирмы Y принимает вид зависимости не только от количества произведенного продукта Y , но и от количества продукции X . Допустим, что функция общих издержек фирмы Y имеет вид $TC_Y = 0,1Y^2 + Y + 4,5X$; а фирмы X : $TC_X = 0,3X^2 + 2X$. Пусть, далее, цены на продукты X и Y , соответственно, равны: $P_X = 14$, $P_Y = 9$.

Рассчитаем вначале, чему были бы равны объемы производства и прибыли фирм, если бы внешний эффект отсутствовал. Условие равновесия фирм при совершенной конкуренции: $P = MC$. Если внешний эффект отсутствует, то функция издержек фирмы Y будет иметь вид: $TC_Y = 0,1Y^2 + Y$. Следовательно, $MC_Y = 0,2Y + 1$. Поэтому оптимальные объемы производства из условия $P_X = 14 = MC_X = 0,6X + 2$ и $P_Y = 9 = MC_Y = 0,2Y + 1$ составят: $X = 20$ и $Y = 40$. Отсюда рассчитаем объемы прибыли (PR) фирм X и Y : $PR_X = 120$, $PR_Y = 160$.

Рассчитаем теперь, чему равнялись бы прибыли фирм при неизменных объемах производства в случае возникновения внешнего эффекта. При неизменных объемах производства в случае возникновения внешнего эффекта прибыли фирм Y и X равнялись бы, соответственно: $PR_Y = 70$; $PR_X = 120$.

Допустим, что первоначально правами на внешний эффект обладает фирма X , которой в результате переговоров удалось договориться о выплате ей фирмой Y денежной компенсации за сокращение единицы объема производства в размере максимального предельного ущерба, причиняемого фирмой X , при производстве дополнительной единицы продукции Y . Подсчитаем, какими в этом случае станут объемы производства фирм и покажем, что совокупная прибыль фирм в этом случае будет выше, чем в предыдущем случае.

Определим плату фирмы Y фирме X . Для этого выпишем функцию прибыли фирмы Y : $PR_Y = 9Y - 0,1Y^2 - Y - 4,5X$ без учета платы за недо-

производство продукта X . Продифференцируем ее по X : $\frac{\partial PR_Y}{\partial X} = -4,5$.

¹ Рональд Гарри Коуз (1910–2013) — английский и американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 1991 г.

Это и будет плата фирмы Y фирме X за единицу недопроизводства продукта X . Поскольку от каждой произведенной единицы товара X его производитель, помимо прямой выручки от продажи товара, будет получать плату от фирмы Y за недопроизводство товара X , функция прибыли фирмы X будет иметь вид: $PR_X = 7,5X - 0,3X^2 + 90$. Последнее слагаемое здесь — это прямые, явные платежи фирмы Y за устранение внешнего эффекта, а в слагаемом $7,5X$ учитываются альтернативные, неявные издержки фирмы X , связанные с недополученными платежами в размере $4,5X$. Экстерналия ликвидируется путем договоренности между фирмами, превращается в прямые затраты фирмы Y и альтернативные издержки фирмы X .

Приравняем производную функции прибыли нулю: $\frac{\partial PR_X}{\partial X} = 7,5 - 0,6X = 0$.

Отсюда: $X = 12,5$. Объем производства Y не изменится. Фактическая прибыль фирмы X составит 136,875, т. е. возрастет. Прибыль фирмы Y не изменится и составит 70.

Таким образом, за счет интернализации внешнего эффекта совокупная прибыль экономических агентов была увеличена.

Этот результат можно обосновать также, решив систему одновременных оптимизационных задач, моделирующих кооперативное взаимодействие фирм X и Y , с учетом экстерналии.

Экстерналия представляла собой лишь потенциальную прибыль хотя бы одного из производителей, что и подразумевает теорема Коуза.

При этом можно было бы также рассмотреть альтернативный случай, когда выигрывает фирма Y , а положение фирмы X , как минимум, не ухудшается.

Из теоремы Коуза вытекают три важных следствия. Во-первых, ее следствием является то, что действие внешних эффектов имеет двустороннюю направленность: они сказываются на деятельности как эмитента, так и реципиента. Во-вторых, данная теорема гарантирует при выполнении ее предпосылок отсутствие экстерналий, или внешних эффектов. Наконец, она показывает экономический смысл категории прав собственности, который состоит в том, что они обеспечивают интернализацию внешних эффектов, т. е. в преобразовании их в частные издержки или выгоды¹. Теорема Коуза утверждает, что в экономике без транзакционных издержек, если первоначальное распределение является неэффективным, когда права собственности на какой-то актив принадлежат не тем

¹ Ср.: Шаститко А. Е. Внешние эффекты и транзакционные издержки. М.: ТЕИС, 1997. С.9–16.

агентам, которые оценивают его максимально высоко, то ситуация будет скорректирована конкурентным рынком.

С одной стороны, в силу того, что транзакционные издержки мешают перераспределению правомочий, а также благодаря процессам нечеткой спецификации и размывания прав собственности в экономике, последнее, по теореме Коуза, оказывают непосредственное влияние на систему меновой стоимости. С другой — в той мере, в какой четко определенные права собственности свободно перераспределяются, они выступают посредством механизма ценообразования в качестве эквивалента денежных потоков, а их структура противостоит в качестве отображения системе меновой стоимости.

Таким образом, достаточно общим является двойственное представление общественного хозяйства как единства и противоположности систем меновой стоимости и прав собственности. Данные категории олицетворяют иерархически структурированную и упорядоченную совокупность отношений по поводу производства и присвоения хозяйственных благ. Динамически, диалектически перетекая одна в другую, они формируют разносторонность, многогранность и одновременно полноту описания всей экономической системы.

9.13. Сетевые экстерналии

Сетевые экстерналии имеют место тогда, когда полезность блага для одного участника зависит от числа других участников рынка. Сетевые экстерналии возникают как в реальных, так и в виртуальных сетях. Например, полезность телефона или электронного почтового ящика тем выше, чем больше количество обладателей аналогичных благ, с которыми можно обмениваться звонками или сообщениями.

В установлении равновесия на рынке с сетевыми экстерналиями важную роль играют ожидания участников относительно размера сети, что и определяет два возможных равновесных исхода. Согласно одному варианту равновесия, все участники оказываются адаптированными к новой технологии, согласно другому варианту — никто. При этом оба варианта равновесия рациональны с точки зрения индивида, поскольку его выбор оказывается наилучшим ответом на выбор других¹.

¹ См.: Капелюшников Р. И. Экономическая теория прав собственности: методология, основные понятия, круг проблем. М.: ИМЭМО АН СССР, 1990.

Как показано на рисунке 9.20, кривая спроса на рынке с сетевыми экстерналиями, которая называется кривой сбывшихся ожиданий относительно размера сети, имеет вид «бугорка». При нулевом размере сети никто не готов платить за благо, но по мере роста размера сети увеличивается и готовность платить у каждого дополнительного потребителя. Однако с определенного момента предельная готовность платить начинает снижаться — почти все, кто хотел, уже стали участниками сети, — и постепенно опускается до нуля. Если предположить, что издержки подключения индивида к сети высоки (что, как правило, справедливо при введении нового продукта на рынок) и равны MC_h , то устойчивым равновесием будет равновесие в точке A при нулевом числе участников сети. По мере снижения предельных издержек подключения, определяющих плату за подключение, появляются желающие стать участниками сети. При $P = MC_L$ возможны две точки пересечения спроса и предложения — C и E . Численность участников сети N_L , соответствующая точке C , называется «критической массой». Она не является устойчивой величиной. Всевозможные случайные события могут повлиять на подключившихся индивидов таким образом, что они откажутся от потребления блага (например, поддавшись рекламе перейдут в конкурирующую сеть), и устойчивое равновесие установится в точке B при нулевом числе пользователей. Однако верные ожидания относительно перспектив распространения данного блага могут стимулировать сеть к расширению вплоть до достижения устойчивого равновесия в точке E при высокой численности участников N_h . Таким образом устойчивыми состояниями равновесия могут быть A и B с $N = 0$ и E при почти полном (но не 100%-м) охвате размером сети всех потенциальных участников.

В современной цифровой экономике широко распространены многосторонние рынки, на которых платформы создают инфраструктуру и определяют правила игры для заинтересованных участников¹. К примеру, по типу платформ организованы Яндекс.Такси, Wildberries, Ozon и другие агрегаторы и маркетплейсы. На платформах положительные прямые сетевые экстерналии действуют тогда, когда увеличение числа участников на одной стороне платформы повышает их индивидуальную полезность. Если же при этом растет индивидуальная полезность участников на другой стороне платформы, действуют положительные перекрестные сетевые экстерналии.

¹ Подробнее см.: Антипина О. Н. Информационная экономика: современные технологии и ценообразование. М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2009. С. 228–237.

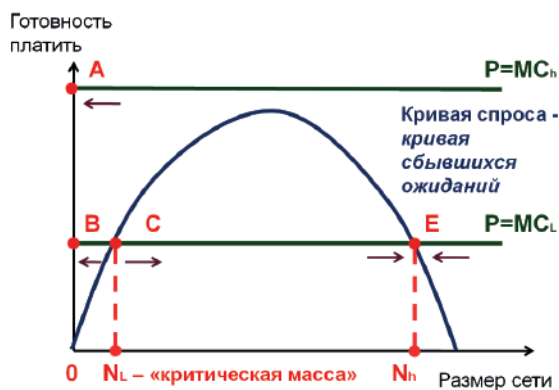
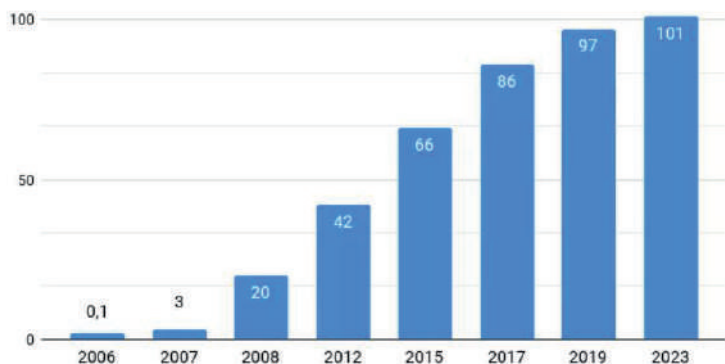


Рис. 9.20. Возможные равновесия на рынке с сетевыми экстерналиями

Показательным примером сетевых экстерналий можно считать рост числа пользователей основанной 1 октября 2006 г. в г. Санкт-Петербурге (Россия) социальной сети ВКонтакте. Всего за первые пять лет существования ВКонтакте стала самой популярной социальной сетью в России и странах СНГ. В 2023 г. международная аудитория ВКонтакте составила 101,7 млн активных пользователей в месяц, а в России достигла 79,5 млн. Таким образом, каждый месяц ВКонтакте используют почти 54% населения России.

В среднем аудитория ВКонтакте растет на 32% каждый год. Наибольший рост наблюдался в 2006–2007 гг., когда численность пользователей социальной сети выросла со 100 тысяч до 3 млн человек, или на 2900%, что свидетельствовало о достижении «критической массы» участников сети (рис. 9.21). Таков типичный результат действия позитивных сетевых экстерналий.



Источник: vk.com/about

© Инклиент

Рис. 9.21. Численность пользователей социальной сети ВКонтакте по годам
(млн в месяц)

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основные предпосылки, лежащие в основе теории общего экономического равновесия.
2. Дайте определение состояния общего экономического равновесия.
3. Каким условиям удовлетворяет состояние общего равновесия в распределительной экономической системе.
4. Приведите графическую иллюстрацию состояния общего экономического равновесия.
5. Дайте определение и графическую иллюстрацию состояния оптимума экономической системы по Парето. Что такое контрактная кривая?
6. Докажите, что состояние общего конкурентного равновесия в экономической системе является оптимальным по Парето.
7. Приведите определение и графическую иллюстрацию кривой производственных контрактов.
8. Каковы характеристики состояния общего равновесия и народнохозяйственной оптимальности по Парето применительно к производственной системе.

9. Каким образом моделирование сбалансированности хозяйственной деятельности предприятий в экономической системе в целом позволяет охарактеризовать производственные возможности общества?
10. Существуют ли критерии общественной эффективности, альтернативные принципу оптимальности по Парето?
11. Сформулируйте основные принципы приемлемого механизма общественного выбора по К. Эрроу.
12. Сформулируйте (первую) теорему К. Эрроу — «о возможности» демократического выбора между двумя возможными социальными состояниями.
13. Сформулируйте (вторую) теорему К. Эрроу — «о невозможности» полноценной реализации общественного выбора на демократических принципах.
14. Какие блага называются исключаемыми?
15. Какие блага называются конкурентными?
16. Дайте определение частных, общественных и смешанных благ.
17. В чем различие формирования рыночного спроса на частные и общественные блага?
18. Опишите действие механизма Викри—Кларка—Гровса. Какова в нем роль центрального индивида? Как определяется налог Кларка?
19. Дайте определение внешних эффектов, или экстерналий.
20. Опишите принципы налогообложения по Пигу одного из методов устранения расхождения частного и социального равновесия за счет интернализации внешних эффектов.
21. Дайте определение транзакционных издержек и перечислите их основные виды.
22. Сформулируйте теорему Коуза и прокомментируйте ее экономический смысл.
23. Что такое сетевые экстерналии? Поясните их действие на известном примере из сферы цифровой экономики.

Т Е М А 10

Информация и риск

Учебные задачи

В результате освоения данной темы студент должен знать:

- особенности индивидуального восприятия риска и соответствующие свойства функции ожидаемой полезности;
- возможности количественного измерения отношения к риску;
- базовые положения теории перспектив;
- возможности анализа индивидуального отношения к риску в пространстве обусловленных благ;
- алгоритмы рассредоточения и уменьшения риска;
- причины и проявления асимметрии информации;
- экономические эффекты, связанные с неблагоприятным отбором, и возможные пути его преодоления;
- экономические эффекты, связанные с моральным ущербом, и возможные пути его преодоления;
- алгоритмы выработки оптимальных стимулирующих контрактов в контексте проблематики взаимоотношений «принципал-агент».

10.1. Индивидуальное восприятие риска и функция ожидаемой полезности

До сих пор мы анализировали детерминированные модели поведения хозяйствующих субъектов и функционирования экономических систем, не учитывающие вероятностный характер наступления тех или иных событий и последствий принятия решений. Принципы принятия экономическими субъектами рациональных решений во всех предыдущих главах рассматривались нами при соблюдении важной предпосылки об определенности исхода рыночной ситуации. Иными словами, каждый раз, когда речь шла об оптимуме потребителя или фирмы, мы четко знали, что те или иные решения экономических субъектов приведут к опреде-

ленным результатам. Однако экономическая жизнь, несмотря на твердое следование экономических субъектов принципу рациональности, далеко не всегда складывается по заранее намеченному сценарию. Экономическая жизнь полна неопределенности и ситуаций, связанных с риском.

Неопределенность и риск — взаимосвязанные, но не тождественные явления.

Неопределенность имеет место тогда, когда известно лишь множество возможных исходов¹ того или иного события. Домашние хозяйства ощущают неопределенность по поводу будущих доходов, перспектив потерять рабочее место, сохранности банковских вкладов, отдачи от инвестиций в образование или вложений в финансовые активы. Фирмы зачастую сталкиваются с неопределенностью в отношении рыночных цен на свою продукцию, изменений в области налогообложения, процентных ставок банков, поведения конкурентов и политической ситуации в стране.

Кроме того, зачастую экономическим субъектам приходится принимать решения в условиях риска, когда они связывают наступление каждого из возможных исходов неопределенной ситуации с соответствующей долей вероятности. Иными словами, ситуация риска складывается тогда, когда результат действий экономических субъектов не просто носит случайный характер, т.е. имеет более одного исхода, но каждому исходу приписано некоторое значение вероятности его наступления.

Фактор риска теснейшим образом связан с ролью информации при принятии хозяйственных решений. С одной стороны, обладая информацией об ожидаемой частоте наступления событий, экономический агент может оценить их вероятности и преобразовать тем самым фактор неопределенности в фактор риска. С другой стороны, знание риска потерь в связи с определенным поведением агентов либо состоянием экономической среды, поможет субъекту, принимающему решения, оценить издержки, связанные с асимметрией информации в системе², и адекватным образом отреагировать на них.

В данной теме будет рассматриваться понятие риска с точки зрения отношения к нему отдельного индивида.

Центральное место в теории выбора в условиях неопределенности занимает аксиома независимости: при любых исходах x_1 , x_2 и x_3 , наступающих с вероятностями $p \in [0, 1]$, x_1 предпочитается x_2 тогда и только тогда, когда $px_1 + (1 - p)x_3$ предпочитается $px_2 + (1 - p)x_3$. Иными словами, если

¹ «Исход» — специальный термин, использующийся в теории вероятностей для обозначения последствия какого-либо действия.

² Об этом речь пойдет в разделах 10.8—10.15.

каждый из двух исходов «смешать» с третьим, то порядок предпочтения этих «смешанных» исходов будет таким же, как и для x_1 и x_2 .

Аксиома независимости отражает фундаментальный смысл выбора в условиях неопределенности: потребитель не потребляет x_1 или x_2 вместе с x_3 , как это могло бы происходить в условиях определенности в случае, если бы потребитель совершал выбор между наборами благ. В условиях неопределенности потребитель потребляет x_1 или x_2 вместо x_3 . Следовательно, его предпочтения в отношении x_1 и x_2 не зависят от его отношения к x_3 .

Аксиома независимости позволяет представить предпочтения потребителя с помощью линейной по вероятностям функции полезности, которая называется функцией ожидаемой полезности или функцией Неймана–Моргенштерна¹ (EU).

Для простоты вначале будем рассматривать игру с двумя возможными денежными выигрышами x_1 и x_2 , наступающими, соответственно, с вероятностями p_1 и p_2 . Очевидно, что $p_1 + p_2 = 1$. При этом ожидаемый денежный выигрыш в игре составит $Ex = p_1 x_1 + p_2 x_2$. Пусть для индивида данные денежные выигрыши сопряжены с определенными величинами полезности $U(x_1)$ и $U(x_2)$. Зависимость уровня удовлетворения индивидуума от его денежного выигрыша $U = U(x)$ будем называть элементарной функцией полезности, или функцией полезности Бернулли.

Тогда ожидаемая полезность игры по фон Нейману–Моргенштерну составит:

$$EU(x_1, x_2) = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2).$$

Рациональный индивидуум, принимая решения в условиях риска, будет стремиться максимизировать ожидаемую полезность.

При этом полезность ожидаемого денежного выигрыша игры будет равна соответствующему значению элементарной функции полезности:

$$U(Ex) = U(p_1 x_1 + p_2 x_2).$$

Для индивида, (определенно) склонного к риску, будет справедливо неравенство:

$$U(Ex) < EU(x_1, x_2),$$

¹ Джон фон Нейман (1903–1957) – венгерский и американский ученый-энциклопедист, известный, в том числе, своими работами в области чистой и прикладной математики, вычислительной техники, математической физики и экономики. Оскар Моргенштерн (1902–1977) – австрийский и американский экономист.

т.е. его функция полезности будет строго выпуклой (вниз) — для нее будет характерно строгое неравенство Йенсена:

$$U(p_1x_1 + (1-p_1)x_2) < p_1U(x_1) + (1-p_1)U(x_2). \quad (10.1)$$

Для такого индивида предельная полезность дохода будет возрастающей функцией: $U'' > 0$. График функции полезности экономического агента, предпочитающего идти на риск, показан на рисунке 10.1.

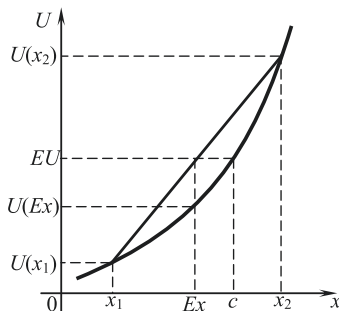


Рис. 10.1. Функция полезности индивида, предпочитающего рисковать

Поведение индивида, нейтрального к риску, будет описываться равенством: $EU(x_1, x_2) = U(Ex)$. Другими словами, функция полезности такого индивида будет линейной — выпуклой и вогнутой одновременно, т.е. для нее характерно равенство Йенсена:

$$U(p_1x_1 + (1-p_1)x_2) = p_1U(x_1) + (1-p_1)U(x_2). \quad (10.2)$$

Для такого индивида предельная полезность дохода будет постоянной величиной: $U' = const$. График его функции ожидаемой полезности показан на рисунке 10.2.

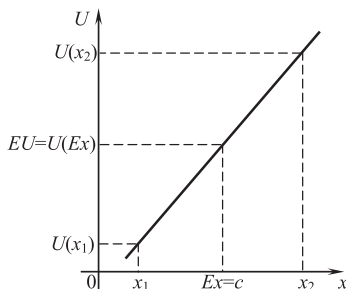


Рис. 10.2. Функция полезности индивида, безразличного к риску

Индивид (строго) не приемлет риск, если и только если его функция полезности является (строго) вогнутой (выпуклой вверх) — удовлетворяющей строгому неравенству Йенсена, противоположному тому, которое характеризует человека, склонного идти на риск:

$$U(p_1x_1 + (1-p_1)x_2) > p_1U(x_1) + (1-p_1)U(x_2). \quad (10.3)$$

График такой функции приведен на рисунке 10.3. Отметим, что при дифференцируемости функции полезности индивид будет (определенно) избегать риска тогда и только тогда, когда $U'' < 0$, т.е. для такого индивида предельная полезность дохода будет убывающей функцией.

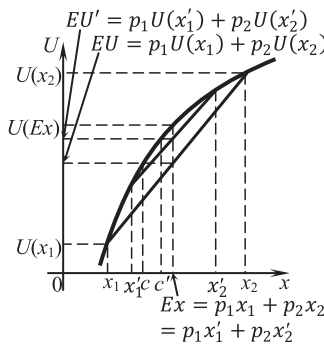


Рис. 10.3. Функция полезности индивида, не склонного к риску

В общем случае, если денежная лотерея описывается конечным набором денежных исходов $(x_1, \dots, x_n)$ с вероятностями $(p_1, \dots, p_n)$, то поведение индивидуума, не склонного к риску, будет характеризоваться строгим неравенством Йенсена вида:

$$\sum_{i=1}^n p_i U(x_i) < U\left(\sum_{i=1}^n p_i x_i\right), p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1;$$

субъекта, предпочитающего риск, — противоположным неравенством:

$$\sum_{i=1}^n p_i U(x_i) > U\left(\sum_{i=1}^n p_i x_i\right), p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1;$$

а нейтрального к риску экономического агента — равенством:

$$\sum_{i=1}^n p_i U(x_i) = U\left(\sum_{i=1}^n p_i x_i\right), p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

Вернемся к анализу простейших игр с двумя исходами. Обозначим через s «гарантированный эквивалент» игры — сумму денег, без всякого ри-

ска обеспечивающую индивиду величину полезности, равную ожидаемой, связанной с участием в игре: $U(c) = p_1 U(x_1) + p_2 U(x_2)$. Индивиду безразлично: получить сумму денег c или согласиться на данную игру.

Неравенство $c < Ex$ эквивалентно характеристике индивида как уклоняющегося от риска. Действительно, в силу того, что функция полезности $U(\cdot)$ является неубывающей, отсюда следует неравенство: $U(c) < U(Ex)$. Таким образом, по определению гарантированного эквивалента получается неравенство Йенсена, которое характеризует экономического агента как «риско-ненавистника».

Разность $Ex - c$ представляет собой так называемую премию за риск. Ее готов заплатить данный экономический агент за то, чтобы гарантированно получить денежную сумму в размере $Ex = p_1 x_1 + p_2 x_2$. Получателем этой денежной «премии» станет тот, кто возьмет риск на себя и обеспечит данный гарантированный платеж страхующемуся индивиду.

Например, если функция полезности индивида (не склонного к риску) по отношению к располагаемому доходу имеет вид $U = \sqrt[3]{x}$, а доход индивида составит 27 с вероятностью $\frac{1}{3}$ и 8 — с вероятностью $\frac{2}{3}$, то ожидаемая полезность игры (EU) будет равна $\frac{7}{3}$ (рис. 10.4). По определению гарантированного эквивалента, $U(c) = \frac{7}{3}$. Следовательно, гарантированный эквивалент игры c окажется равным $\frac{343}{27}$. Ожидаемый доход игры (Ex) — это сумма в размере $\frac{43}{3}$. Таким образом, денежная премия, которую готов заплатить индивид за отказ от риска и получение гарантированного эквивалента игры, составит разность $Ex - c = \frac{44}{27}$.

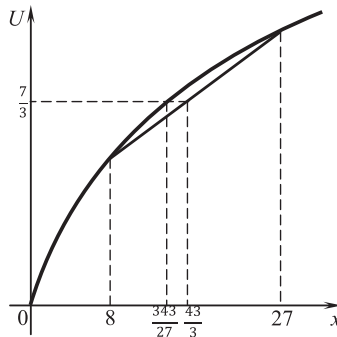


Рис. 10.4. Неприятие риска: пример

Понятие премии за риск допускает альтернативную трактовку в терминах страховки от потенциального ущерба. Пусть в игре с двумя исходами x_1 и x_2 , где $x_2 > x_1 = x_2 - D$, которые произойдут с вероятностями соответственно p_1 и $p_2 = 1 - p_1$, индивид желает гарантировать себе полу-

чение максимального из выигрышей, т.е. x_2 . При наступлении неблагоприятного исхода x_1 , который представляет собой сокращение дохода на величину D по отношению к максимально возможному выигрышу x_2 , страховая компания обещает данному индивиду в обмен на приобретение страхового полиса стоимостью I полностью компенсировать убыток в размере D . Таким образом, при оплате страховой премии I индивид гарантированно получит доход в размере $x_2 - I$ независимо от фактического выигрыша в данной игре. Очевидно, что максимальная стоимость страхового полиса, которую согласится заплатить индивид для получения гарантированного дохода $x_2 - I$, удовлетворяет соотношению:

$$\begin{aligned} EU &= p_1 U(x_2 - D) + (1 - p_1) U(x_2) = \\ &= p_1 U(x_2 - D - I + D) + (1 - p_1) U(x_2 - I) = U(x_2 - I). \end{aligned}$$

Следовательно, доход в размере $x_2 - I = c$ представляет собой гарантированный эквивалент игры с исходами $x_1 = x_2 - D$ и x_2 . При этом премия за риск страховой компании будет равна разнице между стоимостью страхового полиса I и ожидаемыми платежами по убыткам $p_1 D$:

$$\begin{aligned} Ex - c &= p_1 x_1 + p_2 x_2 - (x_2 - I) = \\ &= p_1 (x_2 - D) + (1 - p_1) x_2 - (x_2 - I) = I - p_1 D. \end{aligned}$$

Рассмотрим числовой пример, иллюстрирующий данные рассуждения. Пусть индивид с элементарной функцией полезности $U(x) = \ln x$ располагает богатством в размере 100 денежных единиц, но с вероятностью $p_1 = 0,25$ в результате стихийного бедствия может потерять часть этого богатства на сумму $D = 20$ (ден. ед.). Очевидно, что справедливая плата за страховку, позволяющая страховой компании осуществлять безубыточную деятельность, будет равна ожидаемому платежу, связанному с потенциальными убытками страхователя: $I_{\text{сп}} = 0,25 \cdot 20 = 5$ (ден. ед.). Определим максимальную сумму, на которую страховая компания может рассчитывать для покрытия операционных издержек и получения прибыли при заключении страхового контракта.

Данный индивид не склонен к риску. Его ожидаемая полезность равна:

$$EU = 0,75 \cdot \ln 100 + 0,25 \cdot \ln 80 = 4,5494 = U(c).$$

Максимальная плата за страховку I , которую может назначить страховая компания, должна удовлетворять равенству: $\ln(100 - I) = \ln c = 4,5494$.

Решая полученное уравнение относительно гарантированного эквивалента игры $c = 100 - I = e^{4,5494}$, найдем максимальную стоимость страхового полиса: $I = 100 - 94,58 = 5,42$.

Итак, следующие понятия эквивалентны:

- субъект, принимающий решения, (определенно) не склонен к риску;
- функция полезности $U(\cdot)$ является строго вогнутой;
- гарантированный эквивалент меньше ожидаемого выигрыша игры.

Из двух игр с одинаковыми значениями ожидаемого дохода и вероятностей получения денежных выигрышей для индивида, несклонного к риску, предпочтительнее та, для которой будет характерен меньший разброс возможных исходов, поскольку ей будет соответствовать большая величина ожидаемой полезности и меньшая премия за риск — часть ожидаемого дохода, от которой готов отказаться человек ради получения гарантированного дохода (в размере c' на рис. 10.3).

Для рискофила наблюдается противоположная картина по отношению к рассмотренной выше ситуации неприятия риска. Неравенство $c > Ex$ эквивалентно характеристике индивида как рискофила. Действительно, в силу того, что функция полезности $U(\cdot)$ является неубывающей, из данного неравенства следует, что $U(c) > U(Ex)$; откуда, по определению гарантированного эквивалента, получается неравенство, противоположное неравенству Йенсена (10.1), которое характеризует экономического агента как рискофила. Такой индивид, наоборот, готов заплатить деньги в максимальном размере $Ex - c$, чтобы рискнуть и принять участие в данной игре.

Очевидно, что для нейтрального к риску индивида ожидаемый доход от участия в игре будет равен ее гарантированному эквиваленту: $Ex = c$, что эквивалентно выполнению равенства Йенсена (рис. 10.2).

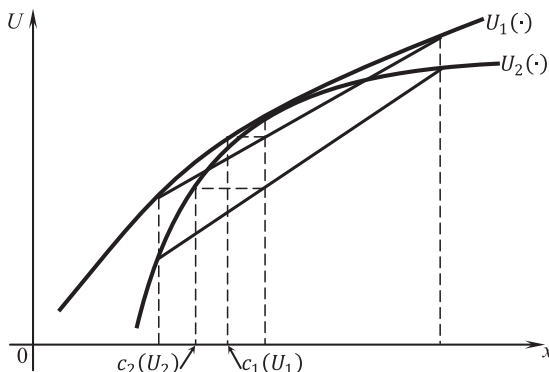


Рис. 10.5. Функции полезности индивидов с различной степенью неприятия риска

Нейтральность к риску эквивалентна линейности $U(\cdot)$ (рис.10.2), или равенству нулю ее второй производной: $U''(x) = 0 \forall x$. Логично измерять неприятие риска кривизной $U(\cdot)$ (рис.10.5).

Гарантированный эквивалент c_2 превышает c_1 (рис.10.5), таким образом, неприятие риска возрастает с увеличением кривизны $U(\cdot)$.

Чем выше степень неприятия риска экономическим субъектом, тем более вогнута будет его функция полезности дохода или ее участок (дуга), соответствующий уровню дохода, при котором индивид не склонен к риску. Поэтому в качестве основы для выработки возможной меры кривизны $U(\cdot)$ могла бы рассматриваться величина второй производной $U''(x)$.

Точкой отсчета при измерении степени неприятия риска может служить линейная элементарная функция полезности, соответствующая нейтральному к риску индивидууму. Положим, что в таком случае степень неприятия риска является нулевой. Обратим внимание на то, что если применить к некоторой функции полезности Бернулли, характеризующей поведение нейтрального к риску индивидуума, произвольное линейное возрастающее преобразование, то неприятие риска при этом не поменяется — оно будет оставаться нулевым. Оценивая кривизну некоторой элементарной функции полезности $U(\cdot)$, присущей избегающему риск индивидууму, по отношению к произвольной линейной функции, логично было бы использовать такую меру, которая была бы инвариантной по отношению к возрастающей линейной трансформации функции полезности.

Для измерения степени неприятия риска экономическим субъектом в 1964–1965 гг. американскими экономистами Кеннетом Эрроу и Джоном Праттом были предложены два показателя, получившие названия абсолютной и относительной меры Эрроу–Пратта¹.

В частности, для того чтобы превратить вторую производную $U''(x)$ в инвариантную меру неприятия риска, можно поделить ее на $U'(x)$ и добавить знак минус с целью получения положительной величины коэффи-

циента $\frac{U''(x)}{U'(x)}$ для возрастающей вогнутой функции $U(x)$, характеризую-

щей индивидов, предпочитающих избегать риска. Полученный коэффициент называется абсолютной мерой Эрроу–Пратта.

¹ См.: Pratt J. W. Risk Aversion in the Small and in the Large// *Econometrica*. 1964. Vol. 32. January/April. P. 122–136; Arrow K. J. Aspects of the Theory of Risk-Bearing. Helsinki. 1965. Джон Уинзор Пратт (р. 1931) — американский математик и экономист.

Итак, абсолютная мера Эрроу–Пратта — это количественная мера неприятия риска, равная взятому с отрицательным знаком отношению второй производной функции полезности к ее первой производной, или взятому с обратным знаком отношению скорости убывания предельной полезности дохода к самой предельной полезности:

$$r_A(x) = -\frac{U''(x)}{U'(x)}.$$

Коэффициент r_A — это темп прироста первой производной функции полезности, величина безразмерная. Абсолютная мера Эрроу–Пратта принимает положительные значения для экономических агентов, не склонных к риску, поскольку вторая производная функции полезности дохода будет отрицательной вследствие вогнутости функции полезности. Чем большее положительное значение принимает абсолютная мера Эрроу–Пратта, тем сильнее степень неприятия риска индивидом.

Итак, индивидуум с функцией полезности U_2 в большей степени не приемлет риск, нежели индивидуум с U_1 , если для произвольного уровня дохода x :

$$r_A(x, U_2) > r_A(x, U_1); \quad (10.4)$$

либо если существует возрастающая вогнутая функция $\psi(\cdot)$, такая, что при любой полученной индивидуумом денежной сумме x :

$$U_2(x) = \psi(U_1(x)), \quad (10.5)$$

т.е. $U_2(\cdot)$ — это вогнутая трансформация $U_1(\cdot)$. Другими словами, (10.5) означает, что $U_2(\cdot)$ «более вогнута», чем $U_1(\cdot)$.

Докажем эквивалентность подходов (10.4) и (10.5). Для этого продифференцируем дважды соотношение (10.5): $U_2'(x) = \psi'(U_1(x)) \cdot U_1'(x)$, $U_2''(x) = \psi'(U_1(x)) \cdot U_1''(x) + \psi''(U_1(x)) \cdot (U_1'(x))^2$. Разделим обе части второй производной на $U_2'(x) > 0$ и применим выражение для первой производной:

$$\begin{aligned} \frac{U_2''(x)}{U_2'(x)} &= \frac{\psi'(U_1(x)) \cdot U_1''(x)}{U_2'(x)} + \frac{\psi''(U_1(x)) \cdot (U_1'(x))^2}{U_2'(x)} = \\ &= \frac{U_1''(x)}{U_1'(x)} + \frac{\psi''(U_1(x))}{\psi'(U_1(x))} U_1(x). \end{aligned}$$

Используя обозначения для коэффициентов Эрроу–Пратта, получаем

$$r_A(x, U_2) = r_A(x, U_1) + \frac{\psi''(U_1(x))}{\psi'(U_1(x))} U_1(x).$$

Таким образом, неравенство (10.4) справедливо для любого значения x , если и только если $\psi''(U_1) < 0$ при произвольной функции полезности U_1 .

Следовательно, поскольку неравенство (10.4) означает, что второй индивид сильнее, чем первый, стремится избежать риска, постольку для любой игры ее гарантированный эквивалент для первого индивида будет больше, чем для второго, и напротив, премия за риск для второго индивида будет превышать соответствующую величину для первого (рис. 10.5).

Относительная мера Эрроу–Пратта равна эластичности предельной полезности по x , взятой со знаком минус:

$$r_R(x) = -\frac{dU'(x)}{dx} \cdot \frac{x}{U'(x)} = -\frac{U''(x)}{U'(x)} \cdot x = r_A(x) \cdot x.$$

Относительная мера Эрроу–Пратта, как и абсолютная, принимает положительные значения для несклонных к риску экономических субъектов. Большему ее значению соответствует более сильное индивидуальное неприятие риска. При этом преимущество относительной меры по сравнению с абсолютной является отсутствие размерности, связанной с денежными единицами, в которых рассчитывается выигрыш (или доход) x . Действительно, если предположить, что доход измеряется в рублях, то, к примеру, для функции полезности $U(x) = \ln x$, абсолютная мера

$$\text{Эрроу–Пратта } r_A(x) = -\frac{U''(x)}{U'(x)} = -\frac{-1/x^2}{1/x} = \frac{1}{x} \text{ имеет размерность: } \frac{1}{\text{рубли}}.$$

Тогда, если, к примеру, перейти от измерения дохода в рублях к его измерению в копейках, то абсолютная мера Эрроу–Пратта уменьшится в 100 раз. Безразмерность относительной меры Эрроу–Пратта позволяет избежать подобных трудностей.

Если экономический субъект склонен к риску, то абсолютная и относительная меры Эрроу–Пратта для него отрицательны, а если нейтрален – равны нулю. Таким образом, абсолютная и относительная меры Эрроу–Пратта отражают свойства предпочтений индивида.

Широкое распространение как страховок, так и различного рода потерей, в которых люди участвуют несколько раз в течение жизни, отражает тот факт, что различное отношение людей к риску является не про-

сто врожденной чертой характера, а проявляется у одних и тех же людей при разных обстоятельствах. Причем склонность к риску оказывается низкой, если лотерея сулит невысокий выигрыш, и резко возрастает, если вероятным оказывается выигрыш крупной суммы.

Отметим, что в экономической теории часто используются такие функции полезности, для которых абсолютная или относительная мера Эрроу–Пратта является константой.

Абсолютная мера Эрроу–Пратта является константой для функции полезности вида $U(x) = 1 - e^{-\rho x}$, для которой она равна ρ (рис. 10.6).

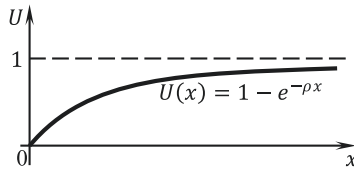


Рис. 10.6. Функция с постоянным абсолютным неприятием риска

Функция полезности с постоянным относительным неприятием риска имеет вид: $u(x) = \frac{x^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ (рис. 10.7–10.8). Для нее относительная мера Эрроу–Пратта равна θ .

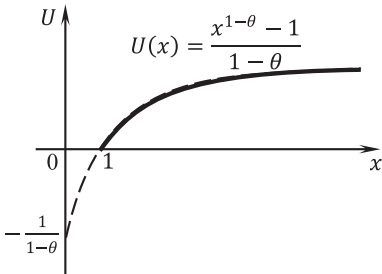


Рис. 10.7. Функция с постоянным абсолютным неприятием риска, $0 < \theta < 1$

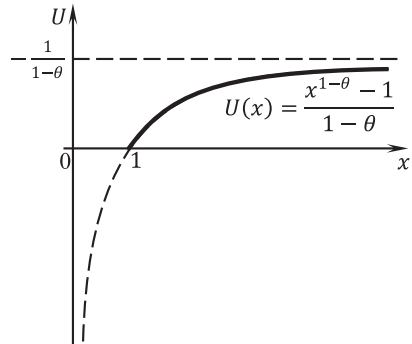


Рис. 10.8. Функция с постоянным абсолютным неприятием риска, $\theta > 1$

Обратим внимание на то, что при $\theta = 1$ функция $u(x) = \frac{x^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ не существует. При этом полагается, что функция с постоянным относитель-

ным неприятием риска принимает вид $u(x) = \ln x$ (рис. 10.9), который представляет собой предельный случай ее общей формы при $\theta \rightarrow 1$. Это можно доказать, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{\theta \rightarrow 1} \frac{x^{1-\theta} - 1}{1 - \theta} = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{x^\sigma - 1}{\sigma} = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{x^\sigma \ln x}{1} = \ln x.$$

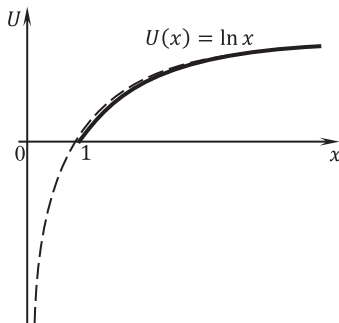


Рис. 10.9. Функция с постоянным абсолютным неприятием риска, $\theta = 1$

В качестве примера применения теории восприятия риска и ожидаемой полезности рассмотрим модель индивидуального уклонения от уплаты налогов¹. Предположим, что некоторый индивидум с функцией полезности $U = \sqrt{c}$, где c — это располагаемый доход, направляемый на потребление, имеет валовой доход до уплаты налогов в размере $Y = 160$.

Доход облагается налогом по ставке $t = \frac{1}{4}$. Если обнаруживается уклоне-

ние от уплаты налога, то налоговая ставка на незадекларированный доход

возрастает до уровня $t + f$, где $f = \frac{1}{2}$. Вероятность обнаружения налого-

вого преступления равна p . Выведем зависимость величины декларируемого дохода x от вероятности обнаружения уклонения от уплаты налога.

Если фактическая величина дохода индивидума станет известной налоговым органам, то в его распоряжении останется доход

$$c_1 = (1-t)x + (Y-x)(1-t-f) = (1-t-f)Y + xf = 40 + \frac{x}{2}.$$

¹ Ср.: Morgan W., Katz M. L., Rosen H. S. Microeconomics. Boston: Irwin-McGraw-Hill, 2009.

Если обман не будет разоблачен, то у индивидуума останется доход в размере

$$c_2 = (1-t)x + (Y-x) = Y - tx = 160 - \frac{x}{4}.$$

Предположим, что вероятность обнаружения уклонения от уплаты налогов равна p .

Целеполагание экономического агента предполагает максимизацию ожидаемой индивидуальной полезности:

$$EU = p\sqrt{c_1} + (1-p)\sqrt{c_2} = p\sqrt{40 + \frac{x}{2}} + (1-p)\sqrt{160 - \frac{x}{4}} \rightarrow \max_x,$$

что, в свою очередь, подразумевает нулевую производную:

$$\frac{dEU}{dx} = \frac{p}{2 \cdot 2\sqrt{40 + \frac{x}{2}}} - \frac{1-p}{2 \cdot 4\sqrt{160 - \frac{x}{4}}} = \frac{2p\sqrt{160 - \frac{x}{4}} - (1-p)\sqrt{40 + \frac{x}{2}}}{2\sqrt{40 + \frac{x}{2}}\sqrt{160 - \frac{x}{4}}} = 0.$$

Дробь будет нулевой, если ее числитель равен нулю:

$$2p\sqrt{160 - \frac{x}{4}} = (1-p)\sqrt{40 + \frac{x}{2}}.$$

Избавляясь от радикалов, после очевидных преобразований

$$\begin{aligned} 4p^2\left(160 - \frac{x}{4}\right) &= p^2 640 - p^2 x = (1-p)^2\left(40 + \frac{x}{2}\right) = \\ &= (1-2p+p^2)\left(40 + \frac{x}{2}\right) = 40 + \frac{x}{2} - 80p - px + 40p^2 + \frac{x}{2}p^2 \end{aligned}$$

приходим к равенству $600p^2 + 80p - 40 = x\left(\frac{1}{2} - p + \frac{3}{2}p^2\right)$, из которого вы-

текает зависимость между величиной декларируемого дохода и вероятностью обнаружения уклонения от уплаты налога:

$$x = \frac{600p^2 + 80p - 40}{\frac{1}{2} - p + \frac{3}{2}p^2}.$$

По экономическому смыслу очевидно, что $x \leq 160$, т.е. максимально индивидуум может задекларировать весь свой доход. Используя в дан-

ном условии полученную выше дробь, характеризующую зависимость между величиной уклонения от налогов и вероятностью его обнаружения, после очевидных преобразований получаем квадратное неравенство $3p^2 + 2p - 1 \leq 0$, решением которого является следующий диапазон

вероятности: $0 \leq p \leq \frac{1}{3}$.

Посмотрим, при какой минимальной вероятности обнаружения уклонения у индивидуума возникает стимул декларировать доход:

$$x = \frac{600p^2 + 80p - 40}{\frac{1}{2} - p + \frac{3}{2}p^2} = \frac{40(15p^2 + 2p - 1)}{\left(\sqrt{3}p - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{2}{3}} > 0.$$

Данное условие приводит к квадратному неравенству $15p^2 + 2p - 1 > 0$,

из которого следует, что $p > \frac{1}{5}$.

Таким образом, индивидуум будет склонен не декларировать никаких доходов, если вероятность обнаружения обмана достаточно низка, будет частично декларировать свой доход при определенном диапазоне вероятностей обнаружения уклонения от уплаты налогов и предпочтет задекларировать весь свой доход, если вероятность обнаружения налогового правонарушения становится достаточно высокой:

$$x = \begin{cases} 0 & \text{при } p \leq \frac{1}{5}, \\ \frac{600p^2 + 80p - 40}{\frac{1}{2} - p + \frac{3}{2}p^2} & \text{при } \frac{1}{5} < p < \frac{1}{3}, \\ 160 & \text{при } p \geq \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Предположим, что данный индивидуум решается пойти на уклонение от уплаты налога. Покажем, как повлияет увеличение вероятности обнаружения данного факта на величину декларируемого дохода.

Рассчитаем производную декларируемого дохода по вероятности обнаружения уклонения от уплаты налога:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dp} &= \frac{(1200p + 80) \left(\frac{1}{2} - p + \frac{3}{2}p^2 \right) - (3p - 1)(600p^2 + 80p - 40)}{\left(\frac{1}{2} - p + \frac{3}{2}p^2 \right)^2} = \\ &= \frac{720p(1-p)}{\left(\frac{1}{2} - p + \frac{3}{2}p^2 \right)^2} > 0.\end{aligned}$$

Следовательно, увеличение вероятности обнаружения налогового преступления приведет к увеличению декларируемого дохода.

Предположим, что конкретный вид функции полезности индивидуума, который решается пойти на уклонение от уплаты налога, не известен, но имеется лишь информация, что данный индивидуум стремится избегать риска и его функция полезности дифференцируема. Покажем, как повлияет увеличение вероятности обнаружения налогового преступления на величину декларируемого дохода.

Выпишем оптимизационную задачу индивидуума, уклоняющегося от уплаты налога, при произвольной дифференцируемой и строго вогнутой функции полезности:

$$EU = pU\left(40 + \frac{x}{2}\right) + (1-p)U\left(160 - \frac{x}{4}\right) \rightarrow \max_x.$$

Необходимым условием максимума ожидаемой полезности является равенство нулю ее производной, которую будем рассматривать как неявную функцию переменных декларируемого дохода и вероятности обнаружения уклонения от уплаты налога:

$$F(x, p) = \frac{p}{2}U'\left(40 + \frac{x}{2}\right) - \frac{(1-p)}{4}U'\left(160 - \frac{x}{4}\right) = 0.$$

Воспользуемся теоремой о неявной функции, принимая во внимание несклонность индивидуума к риску, а значит, строгую вогнутость его элементарной функции полезности ($U''(\cdot) < 0$):

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dp} &= -\frac{\frac{\partial F}{\partial p}}{\frac{\partial F}{\partial x}} = -\frac{\frac{1}{2}U'\left(40 + \frac{x}{2}\right) + \frac{1}{4}U'\left(160 - \frac{x}{4}\right)}{\frac{p}{4}U''\left(40 + \frac{x}{2}\right) + \frac{(1-p)}{16}U''\left(160 - \frac{x}{4}\right)} > 0.\end{aligned}$$

Следовательно, в данном, более общем случае так же, как и в предыдущем, можно сделать вывод о том, что увеличение вероятности обнаружения налогового преступления будет приводить к увеличению декларируемого дохода.

Развитием теории отношения к риску стала теория перспектив¹, разработанная в 1970-х гг. в русле поведенческой экономики Д. Канеманом² и А. Тверски. Центральную идею этой теории отражает *S-образная функция ценности*³, интерпретирующая прогнозирование решений, принимаемых реальными людьми. Эта функция строится, исходя из следующих наблюдений за человеческим поведением:

1. Людям свойственно замечать абсолютные, а не относительные изменения различных величин, в том числе экономических показателей – дохода и богатства.
2. Людям присуща убывающая чувствительность в отношении изменения статус-кво.
3. Люди избегают риска, стремясь к получению выгоды, но склонны к риску, стремясь избежать убытка. Это свойство человеческой натуры получило название «неприятие потерь», означающее, что потери психологически ощущаются сильнее, чем эквивалентный выигрыш.

Верхний участок S-образной функции ценности (рис. 10.10) повторяет вид функции полезности не склонного к риску индивида, отражая убывающую предельную полезность получаемого дохода (ось *I* — «выигрыши»). Например, выигрыш первых 100 рублей будет воспринят индивидом через большее увеличение полезности, чем выигрыш той же суммы в интервале от 10 000 до 10 100 руб. Ее нижняя часть повторяет вид функции полезности склонного к риску индивида, отражая убывающую величину снижения предельной полезности в результате потерь дохода (ось *I* — «потери»). Например, потеря первых 100 рублей будет воспринята индивидом через большее снижение полезности, чем потеря той же суммы в интервале от 10 000 до 10 100 руб.

¹ Kahneman D., Tversky A. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk // *Econometrica*. 1979. Vol. 47. № 2. P. 263–291.

² Даниел Канеман (р. 1934) — американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 2002 г.

³ Подробнее см.: Антипина О.Н. Асимметричная функция ценности Канемана — Тверски // Большая российская энциклопедия: научно-образовательный портал — URL: <https://bigenc.ru/c/asimmetrichnaia-funktsiia-tsennosti-kanemana-tverski-662ca4/?v=4064281>. — Дата публикации: 21.06.2022.

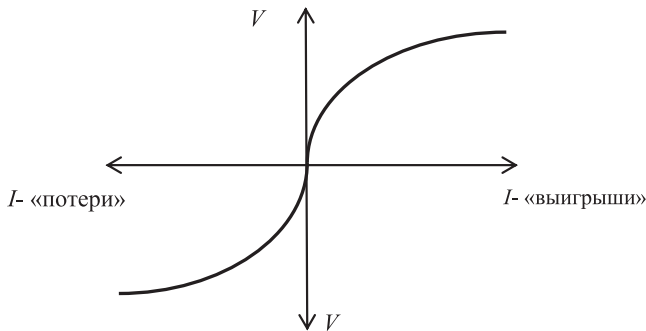


Рис. 10.10. S-образная функция ценности

Таким образом, S-образная функция ценности иллюстрирует идею о том, что индивиду свойственна убывающая чувствительность в отношении как роста, так и потери дохода. При этом вогнутость ее верхнего участка указывает на стремление индивида избегать риска ради роста дохода, а выпуклость нижнего участка свидетельствует о склонности к риску в случае, когда ему предоставляется возможность снизить потери.

10.2. Индивидуальное восприятие риска в пространстве обусловленных благ

Поведение индивида с точки зрения его отношения к риску может быть проиллюстрировано в пространстве доходов, обусловленных состоянием внешней среды. На рисунке 10.11 первая координата точки $A = (x_1^A, x_2^A)$ отражает благоприятное, а вторая — неблагоприятное состояние внешней среды, поскольку $x_2^A < x_1^A$. Биссектриса неотрицательного ортамента действительных чисел представляет собой множество доходов в условиях определенности экономической среды, когда $x_2 = x_1$. Кривая безразличия $\bar{EU}$ показывает множество комбинаций величин доходов, доставляющих индивиду такую же полезность, что и A . В частности, в точке C данная величина полезности будет достигнута в условиях полной определенности экономической среды.

Если выписать полный дифференциал функции ожидаемой полезности

$$dEU = p_1 U'(x_1) dx_1 + (1 - p_1) U'(x_2) dx_2,$$

то можно видеть, что вдоль линии безразличия, когда $EU = \text{const}$, имеет место соотношение:

$$MRS_{12} = - \left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{dEU=0} = \frac{p_1 U'(x_1)}{(1-p_1) U'(x_2)}. \quad (10.6)$$

Данная величина представляет собой угловой коэффициент касательной к линии безразличия ($tg\alpha$ на рис.10.11). В точке пересечения кривой безразличия с биссектрисой неотрицательного ортанта координатной плоскости, точки которой удовлетворяют равенству $x_2 = x_1$, а значит, $U(x_1) = U(x_2)$ и $U'(x_1) = U'(x_2)$, угловой коэффициент касательной по абсо-

лютной величине ($tg\beta$ на рис.10.11) равен $\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{1-p_1}$.

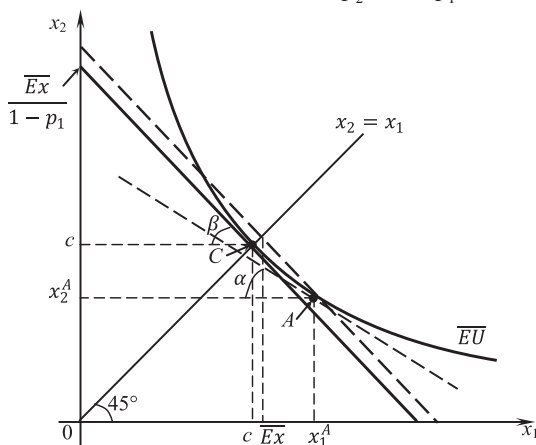


Рис. 10.11. Пространство обусловленных благ

Рассмотрим множество точек, соответствующих той же величине ожидаемого дохода, что и точка A :

$$\overline{Ex} = p_1 x_1^A + (1-p_1) x_2^A = p_1 x_1 + (1-p_1) x_2,$$

или

$$x_2 = \frac{\overline{Ex}}{1-p_1} - \frac{p_1}{1-p_1} x_1.$$

Угловой коэффициент полученной линии по абсолютной величине равен $\frac{p_1}{1-p_1}$, т.е. она будет касательной к некоторой кривой безразличия

на линии гарантированных доходов. Потребитель будет готов заплатить сумму в размере $(\overline{Ex} - c)$ для того, чтобы, имея гарантированный доход c , остаться на исходном уровне полезности $\overline{EU}$. Таким образом, c — это гарантированный эквивалент игры A , а $(\overline{Ex} - c)$ — это «премия за риск».

10.3. Методы снижения риска: страхование

В огромном количестве рискованных ситуаций люди стремятся так или иначе обезопасить себя от вероятности неблагоприятного исхода. Это касается не только страхования жизни, автомобиля или жилища, но и поиска работы с более стабильной заработной платой, возможностей наименее рискованных капиталовложений и наиболее надежных банков для открытия счетов.

На практике применяется ряд методик, позволяющих снизить риск в разнообразных ситуациях. Наиболее распространенные среди них: страхование, диверсификация и приобретение большей информации о возможных последствиях вариантов выбора.

Теория индивидуального восприятия риска позволяет описать спрос на страховые услуги. Рассмотрим выбор страхователя в пространстве обусловленных благ. Допустим, что индивид располагает первоначальным богатством w , однако для него существует риск потери D рублей с вероятностью p . При этом возможна покупка страховки, единица которой стоит q копеек, а выплаты по ней при наступлении страхового случая составят 1 рубль.

Если будут куплены α единиц страховки, то богатство индивида при отсутствии ущерба окажется равным

$$x_1 = w - \alpha q,$$

откуда:

$$\alpha = \frac{w - x_1}{q}.$$

Доход при неблагоприятном стечении обстоятельств (наступлении страхового случая) составит: $x_2 = w - D - \alpha q + \alpha = w - D + (1 - q)\alpha$. Из данного выражения с учетом выражения для количества страховки выше получаем бюджетное ограничение страхователя:

$$x_2 = w - D + \frac{(1 - q)}{q}(w - x_1),$$

или

$$(1-q)x_1 + qx_2 = (1-q)w + q(w-D).$$

По модулю угловой коэффициент бюджетной линии ($tg\gamma$ на рис. 10.12) равен:

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{1-q}{q}.$$

Ожидаемый доход страхователя составит:

$$p_1(w - \alpha q) + p_2(w - D + (1-q)\alpha) = w - p_2D - \alpha(q - p_2).$$

Страхователь выбирает величину страхового покрытия α таким образом, чтобы его ожидаемая полезность

$$EU = (1-p_2)U(w - \alpha q) + p_2U(w - D + (1-q)\alpha)$$

была максимальной.

В соответствии с необходимым условием экстремума производная ожидаемой полезности по α должна равняться нулю:

$$\begin{aligned} \frac{dEU}{d\alpha} &= (1-p_2)(-q)U'(w - \alpha q) + p_2(1-q)U'(w - D + (1-q)\alpha) = \\ &= -p_1qU'(w - \alpha q) + (1-p_1)(1-q)U'(w - D + (1-q)\alpha) = 0. \end{aligned}$$

Следовательно, учитывая выражение предельной нормы замещения (10.6), можно сделать вывод о том, что в точке оптимума бюджетное ограничение должно касаться кривой безразличия в пространстве обусловленных благ:

$$MRS_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{dEU=0} = \frac{(1-p_2)U'(w - \alpha q)}{p_2U'(w - D + (1-q)\alpha)} = \frac{p_1U'(x_1)}{(1-p_1)U'(x_2)} = \frac{1-q}{q}.$$

Достаточное условие максимизации полезности

$$\frac{d^2EU}{d\alpha^2} = q^2(1-p_2)U''(w - \alpha^*q) + (1-q)^2 p_2U''(w - D + (1-q)\alpha^*) < 0$$

при этом будет выполнено в силу вогнутости функции полезности ($U''(\cdot) < 0$).

Будем считать страховой контракт справедливым, если он сохраняет неизменным ожидаемый доход индивида (с учетом вероятных потерь): $p_1w + p_2(w - D) = w - p_2D$.

Из выражения ожидаемого дохода видно, что стоимость справедливого полиса с единичной суммой денежных выплат при наступлении страхового случая должна быть равна вероятности последнего: $q = p_2$. При этом бюджетное ограничение принимает вид:

$$x_2 = w - D + \frac{(1 - p_2)}{p_2}(w - x_1),$$

или

$$(1 - p_2)x_1 + p_2x_2 = (1 - p_2)w + p_2(w - D),$$

а его угловой коэффициент становится равным $\frac{1 - p_2}{p_2} = \frac{p_1}{1 - p_1}$.

Очевидно, что касание такого бюджетного ограничения с кривой безразличия будет иметь место на диагонали, причем с учетом полученного выражения бюджетного ограничения будет справедливо двойное равенство: $x_1 = x_2 = w - p_2D$ (точка E_n на рис. 10.12). Учитывая в данном равенстве любое из выражений для доходов индивида, можно показать, что при справедливом страховании, когда $q = p_2$, страхователь, избегающий риска, будет выбирать полное покрытие ущерба: $\alpha^* = D$.

Этот результат также непосредственно вытекает из максимизации индивидуальной полезности при справедливом страховании, когда выражение ожидаемой полезности принимает вид:

$$EU = (1 - p_2)U(w - \alpha p_2) + p_2U(w - D + (1 - p_2)\alpha).$$

По необходимому условию экстремума соответствующая производная аннулируется:

$$\frac{dEU}{d\alpha} = -p_2(1 - p_2)U'(w - \alpha p_2) + p_2(1 - p_2)U'(w - D + (1 - p_2)\alpha) = 0,$$

следовательно: $U'(w - \alpha p_2) = U'(w - D + (1 - p_2)\alpha)$. В силу монотонности функции полезности будут равны и соответствующие аргументы: $w - \alpha p_2 = w - D + (1 - p_2)\alpha$, что свидетельствует о полном страховании.

Соответственно, при неполном покрытии возможного ущерба, когда $\alpha < D$, в условиях справедливого страхования выражение в левой части равенства выше будет больше правой части, а для соответствующих значений производной функции полезности в силу ее строгой вогнутости по причине несклонности индивида к риску будет характерно противоположное неравенство:

$$U'(w - \alpha p_2) < U'(w - D + (1 - p_2)\alpha),$$

и производная ожидаемой полезности будет положительной; таким образом, при увеличении страхового покрытия полезность страхователя будет возрастать.

Если же стоимость полиса с единичной компенсацией не будет эквивалентна вероятности наступления страхового случая, но будет превышать

его на величину удельных расходов страховщика ($q > p_2$), то $\frac{1-p_2}{p_2} > \frac{1-q}{q}$,

а значит, в силу строгой выпуклости кривых безразличия к началу координат $x_1^* = w - q\alpha^* > x_2^* = w - D + (1 - q)\alpha^* = w - D + \alpha^* - q\alpha^*$. Следовательно, оптимальным для страхователя окажется полис с неполным покрытием: $\alpha^* < D$ (точка E_n на рис. 10.12).

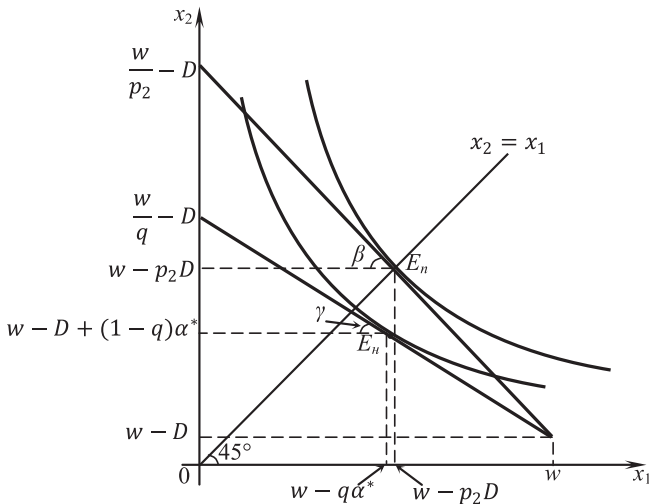


Рис. 10.12. Страховой выбор в пространстве обусловленных благ

Проиллюстрируем модель справедливого страхования на числовом примере. Предположим, что предприниматель на каждой единице своего производственного оборудования в течение квартала может выпускать два типа продукции – А и В. При благоприятной рыночной конъюнктуре использование одного станка для изготовления единицы продукции типа А принесет чистый доход в размере 3,5 (ден. ед.), а тот же станок, задействованный в производстве продукта В – 1,5 (ден. ед.). При неблагоприят-

ятной конъюнктуре отдача от единицы оборудования, использованной в изготовлении товара А снизится до 1 (ден. ед.), а чистый доход от производства товара В останется без изменений. Вероятность хорошей и плохой конъюнктуры одинакова. Предприниматель с функцией полезности $U = \sqrt{w}$, где w — это доход от реализации продуктов обоих типов, располагает производственными мощностями, равными 8 единицам оборудования.

Определим оптимальное распределение мощностей между производством А и В. Для этого обозначим через α долю производственных мощностей, задействованных в выпуске продукта А.

Доход предпринимателя при плохой рыночной конъюнктуре составит $w_1 = 8\alpha \cdot 3,5 + 8(1-\alpha) \cdot 1,5 = 12 - 8\alpha$, а при хорошей — он достигнет $w_2 = 8\alpha \cdot 3,5 + 8(1-\alpha) \cdot 1,5 = 16\alpha + 12$.

Построим бюджетное ограничение предпринимателя (рис. 10.13), домножая на 2 выражение w_1 и складывая полученное равенство с зависимостью, характеризующей w_2 : $w_2 = 36 - 2w_1$.

Целеполагание экономического агента предполагает максимизацию ожидаемой индивидуальной полезности:

$$EU = \frac{1}{2}\sqrt{w_1} + \frac{1}{2}\sqrt{w_2} = \frac{1}{2}\sqrt{12-8\alpha} + \frac{1}{2}\sqrt{16\alpha+12} \rightarrow \max_{\alpha},$$

что, в свою очередь, подразумевает нулевую производную:

$$\frac{dEU}{d\alpha} = -\frac{8}{4\sqrt{12-8\alpha}} + \frac{16}{4\sqrt{16\alpha+12}} = 0.$$

Решая соответствующее уравнение $2\sqrt{12-8\alpha} = \sqrt{16\alpha+12}$, получаем, что предприниматель отведет под производство А $\alpha = \frac{3}{4}$ своих мощностей.

При этом величины дохода предпринимателя при плохой и хорошей конъюнктуре составят соответственно (рис. 10.13):

$$w_1 = 12 - 8\alpha = 12 - 8 \cdot \frac{3}{4} = 6, w_2 = 16\alpha + 12 = 16 \cdot \frac{3}{4} + 12 = 24.$$

Ожидаемая величина дохода будет равна: $Ew = \frac{1}{2}w_1 + \frac{1}{2}w_2 = 15$.

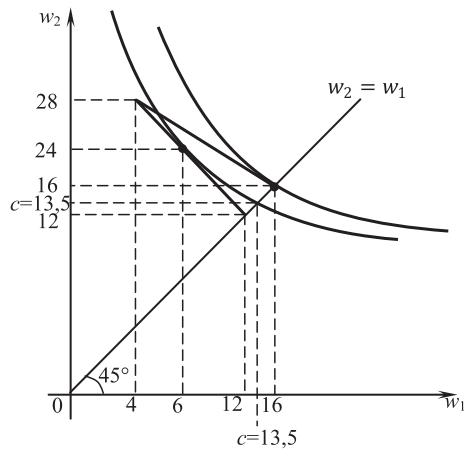


Рис. 10.13. Выгоды от страхования: пример

Предположим, что от крупного сетевого ритейлера предпринимателю поступило предложение перепрофилировать производство и перейти на выпуск продукта собственной торговой марки торговой сети за некоторую фиксированную плату в течение квартала. Определим, за какую минимальную плату предприниматель согласится принять данное предложение.

Минимальная оплата предлагаемого субподрядного контракта должна гарантировать предпринимателю полезность, равную математическому ожиданию полезности дохода от производства на открытый рынок. Рассчитаем гарантированный эквивалент рискованного предприятия, работающего на открытый рынок:

$$EU = \frac{1}{2}\sqrt{w_1} + \frac{1}{2}\sqrt{w_2} = \frac{1}{2}\sqrt{6} + \frac{1}{2}\sqrt{24} = \frac{3}{2}\sqrt{6} = \sqrt{c}.$$

Следовательно, гарантированный эквивалент данной игры с природой составит $c = 13,5$. За данную (или бóльшую) плату предприниматель согласится отказаться от рискованного бизнес-проекта и перепрофилировать свои производственные мощности для работы в рамках субподряда. Данное вознаграждение будет меньше ожидаемого дохода от предпринимательской деятельности на открытом рынке, но, с точки зрения производителя, предпочитающего избегать риска, снижение дохода компенсируется его гарантированным характером.

Рассчитаем величину ожидаемого дохода, соответствующую каждому значению α :

$$Ew = \frac{1}{2}w_1 + \frac{1}{2}w_2 = \frac{1}{2}(12 - 8\alpha) + \frac{1}{2}(16\alpha + 12) = 12 + 4\alpha.$$

Ожидаемый доход линейно возрастает по α , поэтому его максимальное значение $Ew = 16$ будет достигаться, если все мощности будут отведены под производство А: $\alpha = 1$.

Обратим внимание на то, что максимуму ожидаемой полезности соответствует величина ожидаемого дохода $Ew = 15$, которая меньше его наибольшего значения. Несклонный рисковать индивидуум жертвует частью ожидаемого дохода, чтобы понизить вероятный разброс его значений, а значит, и уровень риска.

Зафиксируем величину ожидаемого дохода, соответствующую произвольному значению α , чтобы получить линию ясных шансов: $w_2 = 2Ew - w_1 = 24 + 8\alpha - w_1$.

Предположим, что у предпринимателя появляется возможность купить страховку от неблагоприятных рыночных условий в размере β единичных страховых полисов, каждый из которых, будучи доступным по цене в 0,5 (ден. ед.), приносит 1 (ден. ед.) страховых выплат в случае конъюнктурного спада. Определим оптимальную величину страхового покрытия и соответствующее соотношение выпуска продукции А и В.

Задача максимизации ожидаемой полезности предпринимателя при наличии страхования принимает вид:

$$EU = \frac{1}{2}\sqrt{w_1} + \frac{1}{2}\sqrt{w_2} = \frac{1}{2}\sqrt{12 - 8\alpha + 0,5\beta} + \frac{1}{2}\sqrt{16\alpha + 12 - 0,5\beta} \rightarrow \max_{\beta},$$

что, в свою очередь, подразумевает нулевую производную:

$$\frac{dEU}{d\beta} = \frac{0,5}{4\sqrt{12 - 8\alpha + 0,5\beta}} - \frac{0,5}{4\sqrt{16\alpha + 12 - 0,5\beta}} = 0.$$

Решая соответствующее уравнение $\sqrt{12 - 8\alpha + 0,5\beta} = \sqrt{16\alpha + 12 - 0,5\beta}$, получаем зависимость между величиной страховки и долей мощностей, отведенных под производство А: $\beta = 24\alpha$.

Очевидно, что в условиях справедливого страхования не склонный к риску индивидуум будет страховать весь риск:

$$w_1 = 12 - 8\alpha + 0,5\beta = 12 + 4\alpha = 16\alpha + 12 - 0,5\beta = w_2.$$

При этом ожидаемая полезность будет гарантированно равна полезности при любом стечении обстоятельств:

$$EU = \frac{1}{2}\sqrt{w_1 + 0,5\beta} + \frac{1}{2}\sqrt{w_2 - 0,5\beta} = \sqrt{12 + 4\alpha}.$$

Она монотонно возрастает по α , поэтому ее максимум будет наблюдаться при наибольшем из возможных значений данного параметра, когда все оборудование будет задействовано в производстве А: $\alpha = 1$. Поскольку весь риск был связан с отдачей от использования оборудования в изготовлении продукта А, постольку, когда он полностью застрахован, на него можно перенаправить все производственные мощности, ведь А является наиболее доходным продуктом. Величина страховки при этом составит $\beta = 24$. Доход при любой рыночной ситуации будет одинаковым, и, что очевидно, превышающим его ожидаемую величину при отсутствии страхования: $w_1 = 16 = w_2$. Графическая иллюстрация оптимального справедливого страхового контракта приведена на рисунке 10.13.

10.4. Совместное несение и разделение рисков как методы их снижения

Предположим, что существуют два не склонных к риску индивида с одинаковыми функциями полезности $U(w)$. Пусть каждый из них располагает богатством w_1 , стоимость которого сохранится с вероятностью p_1 , но с вероятностью $p_2 = 1 - p_1$ возможно снижение стоимости активов до уровня w_2 . Наступление этих событий является независимым для данных индивидов. С вероятностью p_1^2 у обоих индивидов богатство сохранит стоимость, с вероятностью $p_1(1 - p_1)$ у первого индивида активы сохранятся, а второй — понесет ущерб; наоборот, с вероятностью $(1 - p_1)p_1$ первый из них пострадает в финансовом плане, а второй — избежит потерь; наконец, с вероятностью $(1 - p_1)^2$ понесут убытки оба индивида. При этом у них есть возможность договориться о компенсации убытков друг другу при наличии такой возможности. Другими словами, индивиды могут усреднять свои доходы при каждом из указанных возможных сочетаний событий. Фактически речь здесь идет об организации страхового кооператива.

Ожидаемая полезность каждого из них при совместном несении рисков составит:

$$EU_p = p_1^2 U(w_1) + 2p_1(1 - p_1) U\left(\frac{w_1 + w_2}{2}\right) + (1 - p_1)^2 U(w_2).$$

Поскольку каждый из индивидов не приемлет риск, постольку для него справедливо неравенство Йенсена, характеризующее строго вогнутую элементарную функцию полезности (10.3), в котором, в частности, можно положить равновероятными наступление благоприятного и неблагоприятного исходов:

$$U\left(\frac{w_1 + w_2}{2}\right) \geq \frac{U(w_1) + U(w_2)}{2}.$$

Домножим обе части данного неравенства на $2p_1(1-p_1)$:

$$\begin{aligned} 2p_1(1-p_1)U\left(\frac{w_1 + w_2}{2}\right) &\geq p_1(1-p_1)U(w_1) + p_1(1-p_1)U(w_2) = \\ &= p_1U(w_1) - p_1^2U(w_1) + (1-p_1)U(w_2) - (1-p_1)^2U(w_2). \end{aligned}$$

Преобразуя данное неравенство, получаем:

$$\begin{aligned} EU_{rp} = p_1^2U(w_1) + 2p_1(1-p_1)U\left(\frac{w_1 + w_2}{2}\right) + (1-p_1)^2U(w_2) &\geq \\ &\geq p_1U(w_1) + (1-p_1)U(w_2) = EU_{no rp}. \end{aligned}$$

Таким образом, данному индивидууму выгодно совместное несение рисков (рис. 10.14).

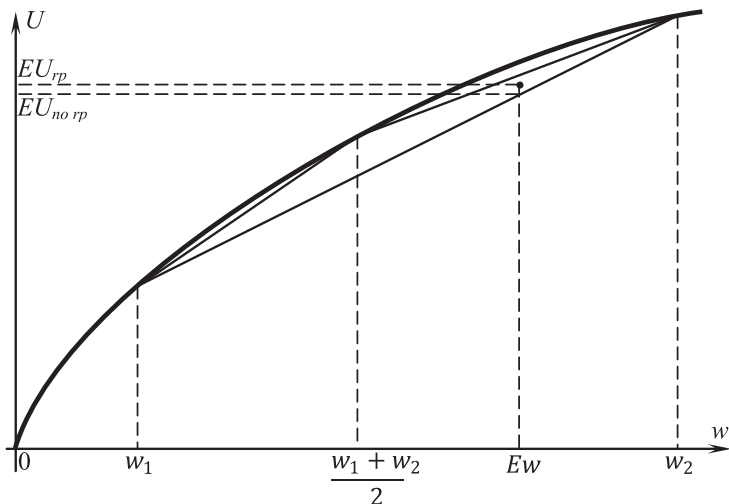


Рис. 10.14. Выгоды от совместного несения рисков для рискофоба

Очевидно, что с точки зрения рискофила, для которого свойственно противоположное неравенство Йенсена (10.1), характеризующее строго выпуклую элементарную функцию полезности

$$U\left(\frac{w_1 + w_2}{2}\right) \leq \frac{U(w_1) + U(w_2)}{2},$$

соглашение о совместном несении рисков будет невыгодным.

Рискофил будет предпочитать ту из игр с одинаковым ожидаемым доходом, которая соответствует большей вариации возможных выигрышей, или, что эквивалентно, игру с более высокими вероятностями «крайних» значений дохода и без дополнительного промежуточного исхода, который близок к ожидаемому доходу (рис. 10.15).

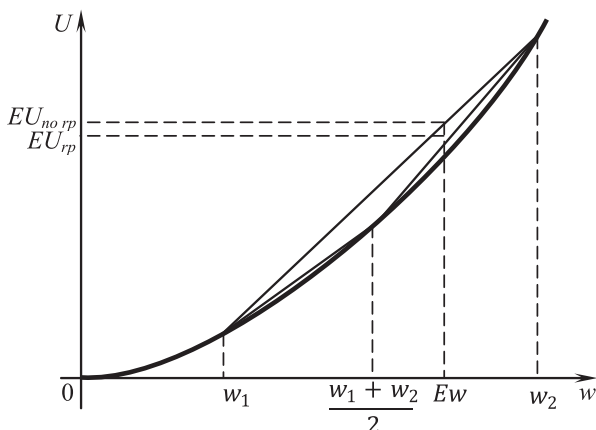


Рис. 10.15. Невыгодность совместного несения риска для рискофила

Приведем пример, иллюстрирующий выгоды от совместного несения рисков для индивида, не склонного рисковать. Пусть его функция полезности по отношению к располагаемому богатству имеет вид: $U = \sqrt{w}$. Допустим, далее, что данный индивид располагает некоторым активом

стоимостью 100 (ден. ед.), которая с вероятностью $\frac{2}{5}$ может сократиться

до 25 (ден. ед.). Ожидаемая стоимость этой игры при отсутствии совмест-

ного несения рисков составит: $Ew = \frac{3}{5} \cdot 100 + \frac{2}{5} \cdot 25 = 70$.

Рассчитаем ожидаемую полезность данного индивидуума при совместном несении рисков:

$$\begin{aligned} EU_p &= \frac{9}{25}\sqrt{100} + \frac{12}{25}\sqrt{61,5} + \frac{4}{25}\sqrt{25} = \\ &= \frac{22 + 6\sqrt{10}}{5} > \frac{3}{5}\sqrt{100} + \frac{2}{5}\sqrt{25} = 8 = EU_{nop}. \end{aligned}$$

Следовательно, соглашение о совместном несении рисков будет выгодным для данного индивидуума (рис. 10.16).

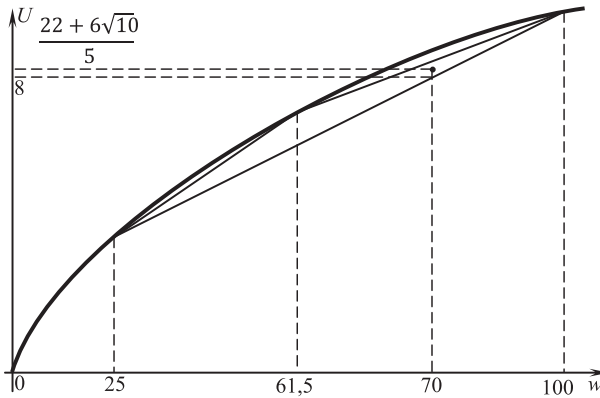


Рис. 10.16. Выгоды от совместного несения рисков для рискофоба: пример

Наряду со страховой кооперацией, реализующей методологию совместного несения рисков, существует практика их разделения между экономическими агентами, в частности, посредством кооперации инвестиционной. Покажем механизм ее реализации с помощью модели выбора в пространстве обусловленных благ. Допустим, что существует некоторый инвестиционный проект, требующий вложения денежных средств в размере I и способный с вероятностью p_1 принести чистый доход, равный R , который, однако, с вероятностью $p_2 = 1 - p_1$ может не окупиться и принести нулевую прибыль. Не склонный к риску индивид, обладающий денежными ресурсами в размере w , имеет возможность инициировать данный проект самостоятельно, за счет только лишь своих собственных средств, и тогда его ожидаемая полезность составит

$$EU = p_1 U(w - I + R) + (1 - p_1) U(w - I)$$

либо может заключить с другими физическими лицами, обладающими идентичными функциями полезности, соглашение о долевом инвести-

ровании денег в проект, когда ожидаемая полезность каждого из n участников данного финансового партнерства, принимает вид:

$$EU = p_1 U\left(w - \frac{I}{n} + \frac{R}{n}\right) + (1 - p_1) U\left(w - \frac{I}{n}\right).$$

Выражение дохода при благоприятном исходе $x_1 = w + \frac{R - I}{n}$ позволяет определить число участников инвестиционного партнерства $n = \frac{I - R}{w - x_1}$.

Используя его при расчете дохода при неблагоприятном стечении обстоятельств, получаем бюджетное ограничение инвестора:

$$x_2 = w - \frac{I}{n} = w + \frac{I(w - x_1)}{R - I} = \frac{Rw}{R - I} - \frac{Ix_1}{R - I}.$$

Максимизируя индивидуальную ожидаемую полезность по количеству участников данного проекта

$$\frac{dEU}{dn} = p_1 U'\left(w - \frac{I}{n} + \frac{R}{n}\right) \cdot \left(\frac{I}{n^2} - \frac{R}{n^2}\right) + (1 - p_1) U'\left(w - \frac{I}{n}\right) \cdot \frac{I}{n^2} = 0,$$

с учетом выражения предельной нормы замещения в пространстве обусловленных благ (10.6), получаем условие оптимума каждого инвестора:

$$MRS_{12} = - \frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{dEU=0} = \frac{p_1 U'\left(w - \frac{I}{n} + \frac{R}{n}\right)}{(1 - p_1) U'\left(w - \frac{I}{n}\right)} = \frac{I}{R - I}.$$

Графически оно означает касание бюджетного ограничения и кривой безразличия при оптимальной численности инвестиционного партнерства (рис. 10.17).

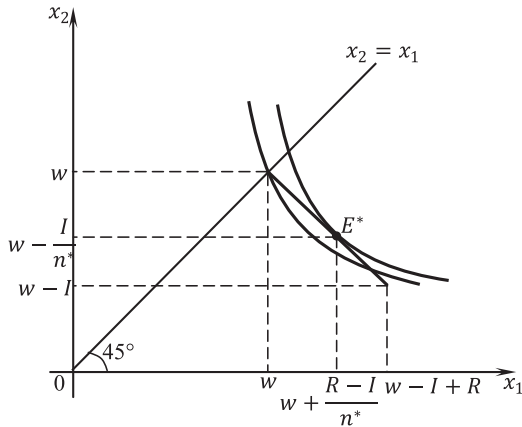


Рис. 10.17. Оптимальное инвестиционное партнерство

Рассмотрим численный пример, иллюстрирующий механизм распределения рисков. Пусть, функция полезности индивидуума по отношению к располагаемому богатству имеет вид $U = \sqrt{w}$. Индивидуальное богатство, изначально составляющее $w = 100$, может быть использовано для покупки актива, который способен принести прибыль в размере 10000 с вероятностью $1/20$. Однако с вероятностью $19/20$ вложенные в актив средства будут потеряны.

Покажем, что данный индивидуум будет заинтересован в создании инвестиционного партнерства с такими же, как и он сам, экономическими агентами с целью вложения средств в данный актив.

Для этого рассчитаем ожидаемую полезность и ожидаемый доход каждого из n участников инвестиционного партнерства:

$$EU = \frac{19}{20} \sqrt{100 - \frac{100}{n}} + \frac{1}{20} \sqrt{100 - \frac{100}{n} + \frac{10000}{n}} = \frac{19}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{n}} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{99}{n}},$$

$$Ex = \frac{19}{20} \left(100 - \frac{100}{n} \right) + \frac{1}{20} \left(100 - \frac{100}{n} + \frac{10000}{n} \right) = 95 \left(1 - \frac{1}{n} \right) + 5 \left(1 + \frac{99}{n} \right).$$

Для того чтобы индивидуум принял участие в игре, должно выполняться соотношение:

$$EU = \frac{19}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{n}} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{99}{n}} \geq U(w) = \sqrt{100} = 10.$$

Для $n = 1$ оно не выполняется, значит, индивидуум не рискнет в одиночку инвестировать в данный актив. При этом ожидаемый доход будет

равен 500, а гарантированный эквивалент игры, определяемый соотношением $EU = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 = \sqrt{c}$, составит $c = 25$, что меньше первоначального богатства (рис. 10.18).

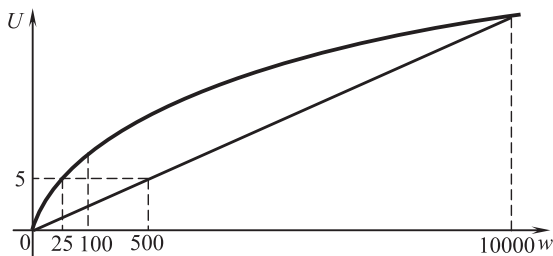


Рис. 10.18. Неприятие риска и отказ от инвестиционного проекта: пример

Для $n = 2$ неравенство выше уже выполняется, т.е. индивидуум пойдет на риск в составе инвестиционного партнерства. При $n = 2$ ожидаемый доход сокращается: $Ex = 300$; но при этом падает и разброс величин дохода, что играет ключевую роль для рискофоба. Ожидаемая полезность игры составит:

$$EU = \frac{19}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{99}{2}} \approx 10,27 \geq U(w) = \sqrt{100} = 10.$$

Гарантированный эквивалент игры, определяемый соотношением $\sqrt{c} = 10,27$, при этом превышает первоначальное богатство: $c \approx 105,5 > 100$ (рис. 10.19).

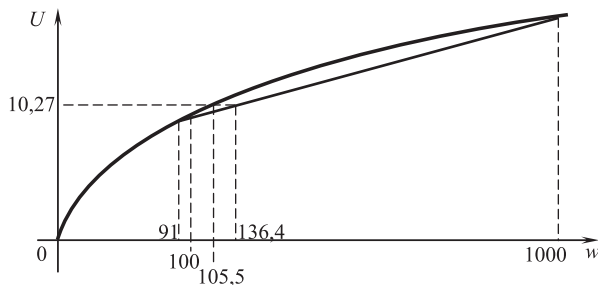


Рис. 10.19. Согласие на рискованный проект в рамках инвестиционного партнерства: пример

Определим оптимальную численность инвестиционного партнерства с точки зрения данного индивидуума, максимизируя его ожидаемую полезность по n :

$$EU = \frac{19}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{n}} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{99}{n}} \rightarrow \max_n.$$

Приравнявая производную ожидаемой полезности по n нулю, получаем равенство: $19\sqrt{1 + \frac{99}{n}} = 99\sqrt{1 - \frac{1}{n}}$, из которого следует $(361(n + 99) = 9801(n - 1))$, что оптимальное количество участников инвестиционного партнерства лежит в диапазоне $4 < n = \frac{4491}{944} < 5$.

Сравним соответствующие значения ожидаемой полезности: $EU \approx 13,158$ при $n = 4$ и $EU \approx 10,774$ при $n = 5$. Следовательно, $n^* = 4$, т.е. индивидууму наиболее выгодно привлечь 3 компаньонов.

10.5. Методы снижения риска: диверсификация вложений в активы

Диверсификация — это распределение риска. Пусть речь идет о фирме, оказывающей услуги по аренде спортивного инвентаря в доме отдыха. Перед началом летнего сезона хозяин фирмы задумался о том, какой инвентарь ему следует закупить — шахматы или принадлежности для игры в бадминтон? Очевидно, что если летом будет преобладать хорошая погода, то желающих поиграть в бадминтон на свежем воздухе окажется больше, чем склонных посидеть в комнате за шахматной доской. В случае если лето окажется дождливым, то количественное преимущество окажется за любителями шахмат. Конечно, хозяин фирмы не может с уверенностью утверждать, какая погода будет преобладать предстоящим летом. Для того чтобы гарантировать стабильный доход, предприниматель будет заинтересован в диверсификации своих вложений, т.е. распределении имеющихся у него средств на закупку и шахмат, и бадминтона.

Пусть ожидаемый доход от аренды принадлежностей для бадминтона в случае солнечной погоды составляет 10 000 руб., а в случае преобладания дождливых дней равен 2000 руб. Аренда шахмат, напротив, может принести при солнечной погоде 2000 руб., а при дождливой — 10 000 руб. Если хозяин фирмы, исходя из вероятности того, что доля солнечных

и дождливых дней предстоящим летом составит 50% на 50%, приобретет и шахматы, и бадминтон, то его ожидаемый доход составит в случае солнечной погоды: $0,5 \cdot 10000 + 0,5 \cdot 2000 = 6000$ руб., а в случае преобладания дождливых дней: $0,5 \cdot 2000 + 0,5 \cdot 10000 = 6000$ руб. При любой погоде благодаря диверсификации ему будет гарантирован стабильный доход.

В общем случае получаемый в результате диверсификации доход будет зависеть от вероятности возможных вариантов событий и от того, как они связаны между собой, т.е. являются ли они альтернативой друг другу или могут наступать одновременно. От этого и будет зависеть доля риска, которую можно избежать.

Рассмотрим на модельном уровне диверсификацию вложений в финансовые активы. Пусть существуют два актива — безрисковый, гарантирующий полный возврат инвестированных денежных средств, и рискованный с вероятным доходом, равным z рублей на каждый вложенный рубль. Ожидаемая доходность z может оказаться низкой (в том числе, отрицательной) на уровне z_1 с вероятностью p_1 и высокой положительной на уровне z_2 с вероятностью $p_2 = 1 - p_1$.

Пусть индивид обладает первоначальным богатством w , инвестируемым в два данных актива: α и β — количества средств, направленных, соответственно, на рискованные и безрисковые вложения. Тогда отдача от инвестиций составит $\alpha z + \beta$. Очевидно, что должно выполняться соотношение $\alpha + \beta = w$.

Предполагается, что вложение в актив — актуарно выгодная (привлекательная) игра: $p_1 z_1 + p_2 z_2 > 1$, т.е. математическое ожидание доходности рискованного актива превышает отдачу от безрискового, а ожидаемый доход при участии в данной игре превысит w .

Богатство индивида при низкой доходности актива составит $x_1 = w - \alpha + \alpha z_1 = w + \alpha(z_1 - 1)$. Эквивалентным образом эту ситуацию можно представить, выразив величину вложений в рискованный ак-

тив: $\alpha = \frac{w - x_1}{1 - z_1}$. При высокой положительной доходности актива бо-

гатство инвестора будет равняться $x_2 = w - \alpha + \alpha z_2 = w + \alpha(z_2 - 1)$. Объединение данных двух возможностей позволяет вывести бюджетное ограничение инвестора в пространстве обусловленных благ:

$$x_2 = w + \frac{(z_2 - 1)}{(1 - z_1)}(w - x_1) = \frac{(z_2 - z_1)}{(1 - z_1)}w - \frac{(z_2 - 1)}{(1 - z_1)}x_1 \quad (\text{рис. 10.20}).$$

Ожидаемая полезность индивида, инвестирующего средства в рискованный актив, составит:

$$EU = p_1 U(w + \alpha(z_1 - 1)) + p_2 U(w + \alpha(z_2 - 1)).$$

Рациональный индивид будет стремиться, при очевидных ограничениях, выбрать оптимальную (с точки зрения максимизации ожидаемой полезности) величину вложений в рисковый актив:

$$\begin{aligned} & \max_{\alpha} (p_1 U(w + \alpha(z_1 - 1)) + (1 - p_1) U(w + \alpha(z_2 - 1))) : \\ & \alpha + \beta = w, \alpha \geq 0, \beta \geq 0; \end{aligned}$$

или, что эквивалентно,

$$\begin{aligned} & \min_{\alpha} ((p_1 - 1) U(w + \alpha(z_2 - 1)) - p_1 U(w + \alpha(z_1 - 1))) : \\ & -\alpha \leq 0, \alpha - w \leq 0. \end{aligned}$$

Решая данную задачу на условный экстремум, выпишем функцию Лагранжа:

$$L = \lambda_0 ((p_1 - 1) U(w + \alpha(z_2 - 1)) - p_1 U(w + \alpha(z_1 - 1))) - \lambda_1 \alpha + \lambda_2 (\alpha - w),$$

где $\lambda_i, i = \{0, 1, 2\}$ – множители Лагранжа.

Необходимые условия минимума (Куна–Таккера) состоят в равенстве нулю производной функции Лагранжа:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial L}{\partial \alpha} = \\ & = \lambda_0 ((p_1 - 1)(z_2 - 1) U'(w + \alpha(z_2 - 1)) - p_1(z_1 - 1) U'(w + \alpha(z_1 - 1))) - \\ & - \lambda_1 + \lambda_2 = 0, \end{aligned} \tag{10.7}$$

с учетом условий дополняющей нежесткости:

$$\lambda_1 \alpha = 0 \text{ при } \alpha \geq 0, \lambda_1 \geq 0; \tag{10.8}$$

$$\lambda_2 (\alpha - w) = 0 \text{ при } \lambda_2 \geq 0, \alpha \leq w. \tag{10.9}$$

В соответствии с условием дополняющей нежесткости (10.8) возможны два случая. Во-первых, если $\lambda_1 \geq 0$, то $\alpha = 0$. При этом в условии (10.9) первый случай, когда $\alpha = w, \lambda_2 \geq 0$, отпадает; поэтому возможна лишь альтернативная ситуация $\alpha < w, \lambda_2 = 0$. Следовательно, (10.7) принимает вид:

$$\begin{aligned} & \lambda_0 (p_1(z_1 - 1) U'(w + \alpha(z_1 - 1)) + (1 - p_1)(z_2 - 1) U'(w + \alpha(z_2 - 1))) = \\ & = -\lambda_1 \leq 0. \end{aligned} \tag{10.10}$$

Если в (10.9) все-таки верна альтернатива, когда $\alpha = w$ и $\lambda_2 \geq 0$, то при этом обязательно будет $\alpha > 0$, значит, $\lambda_1 = 0$, т.е. должна реализоваться вторая возможность в условии (10.8). Тогда (10.7) будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} \lambda_0 \left(p_1(z_1 - 1)U'(w + \alpha(z_1 - 1)) + (1 - p_1)(z_2 - 1)U'(w + \alpha(z_2 - 1)) \right) = \\ = \lambda_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (10.11)$$

Если $\lambda_0 = 0$, то в каждой из альтернатив (10.10), (10.11) получается, что $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, чего не может быть, поскольку вектор множителей Лагранжа должен быть ненулевым. Следовательно, $\lambda_0 > 0$, и без ограничения общности можно положить его равным единице, пронормировав относительно него остальные множители Лагранжа. Тогда условия (10.10) и (10.11), соответственно, можно записать в более простом виде:

$$\begin{aligned} p_1(z_1 - 1)U'(w + \alpha(z_1 - 1)) + (1 - p_1)(z_2 - 1)U'(w + \alpha(z_2 - 1)) = \\ = -\lambda_1 \leq 0, \end{aligned} \quad (10.12)$$

$$\begin{aligned} p_1(z_1 - 1)U'(w + \alpha(z_1 - 1)) + (1 - p_1)(z_2 - 1)U'(w + \alpha(z_2 - 1)) = \\ = \lambda_2 \geq 0. \end{aligned} \quad (10.13)$$

Обозначим через $\varphi(\alpha^*)$ левые части в (10.12) и (10.13):

$$\varphi(\alpha^*) \equiv p_1(z_1 - 1)U'(w + \alpha(z_1 - 1)) + (1 - p_1)(z_2 - 1)U'(w + \alpha(z_2 - 1)).$$

Отметим, что в силу предположения об актуарной привлекательности вложений в рисковый актив и строго возрастания $U(\cdot)$:

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= p_1(z_1 - 1)U'(w) + (1 - p_1)(z_2 - 1)U'(w) = \\ &= U'(w)(p_1 z_1 + (1 - p_1)z_2 - 1) > 0. \end{aligned}$$

Это противоречит соотношению (10.12), которое, тем самым, неверно. Первый случай в условии (10.8) ($\alpha = 0$) отпадает, а значит, возможна только ситуация $\alpha^* > 0$.

При этом $\lambda_1 = 0$, и условие (10.12) с учетом (10.6) принимает вид:

$$MRS_{12} = - \frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{dEU=0} = \frac{p_1 U'(x_1)}{(1 - p_1) U'(x_2)} = \frac{z_2 - 1}{1 - z_1} > \frac{p_1}{1 - p_1},$$

что означает касание кривой безразличия и бюджетного ограничения в точке, расположенной над линией равных доходов (рис. 10.20).

Из условия (10.7) в такой ситуации следует, что и $\lambda_2 = 0$.

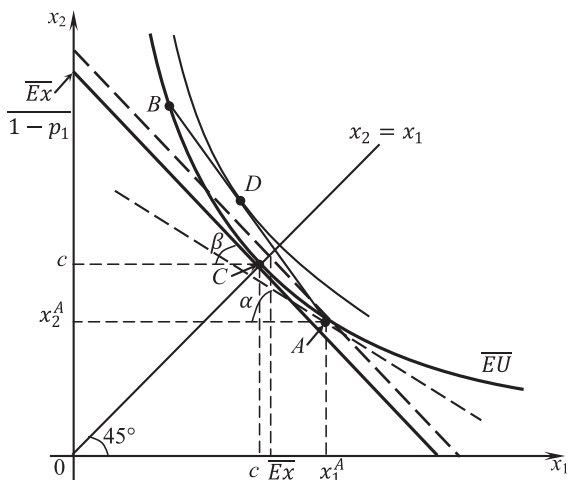


Рис. 10.20. Выбор инвестора в пространстве обусловленных благ

Достаточное условие максимизации ожидаемой полезности

$$\frac{d^2 L}{d\alpha^2} = -\frac{d^2 EU}{d\alpha^2} = (p_1 - 1)(z_2 - 1)^2 U''(w + \alpha^*(z_2 - 1)) - \\ - p_1(z_1 - 1)^2 p_1 U''(w + \alpha^*(z_1 - 1)) > 0$$

при этом будет выполнено в силу строгой вогнутости (элементарной) функции полезности ($U''(\cdot) < 0$).

Таким образом, $0 < \alpha^* < w$, т.е. если рисковый актив имеет ожидаемую доходность, превышающую отдачу от безрискового актива, то рациональный инвестор обязательно будет вкладывать в него определенную часть своих средств, при этом оставляя некоторую их долю в виде безрисковых вложений.

10.6. Поиск на рынке труда и безработица

В модели поиска работы процессы трудоустройства и увольнения рассматриваются с вероятностной точки зрения, что позволяет анализировать факторы фрикционной безработицы и стагфляции.

Моделируя процесс поиска работы, будем использовать концепцию резервной заработной платы¹. Поиск работы будет продолжаться до полу-

¹ Ср.: Рошин С. Ю., Разумова Т. О. Экономика труда. М.: ИНФРА-М, 2000. С.329–334.

чения возможности трудоустроиться по ставке заработной платы, как минимум, не ниже запланированной (w_r). Математическое ожидание заработной платы не ниже заданной таково (рис. 10.21):

$$E(w|w \geq w_r) = \frac{\int_{w_r}^{\infty} \varphi(w) w dw}{\int_{w_r}^{\infty} \varphi(w) dw}.$$

Здесь

$$\int_{w_r}^{\infty} \varphi(w) dw = p(w|w \geq w_r) \quad (10.14)$$

— это вероятность найти работу с заработной платой $w \geq w_r$. На рисунке 10.21 w_m — это средняя ожидаемая величина заработной платы.

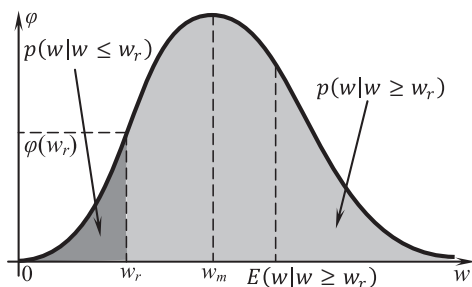


Рис. 10.21. Математическое ожидание заработной платы не ниже w_r

Соответственно, продолжительность поиска составит (рис. 10.22):

$$D = \frac{1}{p(w|w \geq w_r)}. \quad (10.15)$$

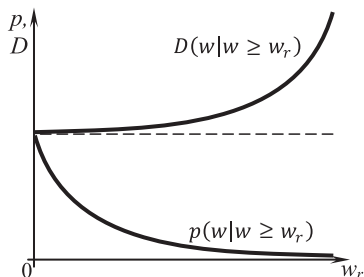


Рис. 10.22. Продолжительность поиска работы с оплатой не ниже w_r

Пусть издержки поиска составляют $(C-B) \cdot D$, где B — величина пособия по безработице, C — затраты индивида, связанные с поиском работы. Перед индивидом стоит задача выбора такой резервной заработной платы (w_r), чтобы разница между ожидаемой выгодой от трудоустройства в новой организации и затратами, связанными со сменой места работы, была максимальной (рис. 10.23):

$$\begin{aligned} \max_{w_r} ER(w_r) &= \max_{w_r} (E(w|w \geq w_r) - (C-B)D) = \\ &= \max_{w_r} \left(\frac{\int_{w_r}^{\infty} \phi(w) w dw - (C-B)}{\int_{w_r}^{\infty} \phi(w) dw} \right). \end{aligned}$$

Если некоторое значение резервной заработной платы максимизирует рентабельность поиска, то оно должно обращать в нуль производную данной дифференцируемой функции:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial w_r} &= \\ &= \frac{\left(\frac{\partial}{\partial w_r} \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) w dw \right) \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) dw - \left(\frac{\partial}{\partial w_r} \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) dw \right) \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) w dw - (C-B) \frac{\partial}{\partial w_r} \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) dw}{\left(\int_{w_r}^{\infty} \phi(w) dw \right)^2} = \\ &= \frac{\phi(w_r) \left(-w_r \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) dw + \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) w dw - (C-B) \right)}{\left(\int_{w_r}^{\infty} \phi(w) dw \right)^2} = 0. \end{aligned}$$

Здесь мы воспользовались следующими рассуждениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial w_r} \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) w dw &= \frac{\partial}{\partial w_r} \int_{w_r}^c \phi(w) w dw + \frac{\partial}{\partial w_r} \int_c^{\infty} \phi(w) w dw = \\ &= -\phi(w_r) w_r + \int_{w_r}^{\infty} \frac{\partial}{\partial w_r} (\phi(w) w) dw = -\phi(w_r) w_r. \end{aligned}$$

И аналогично,

$$\frac{\partial}{\partial w_r} \int_{w_r}^{\infty} \phi(w) dw = \frac{\partial}{\partial w_r} \int_{w_r}^c \phi(w) dw + \frac{\partial}{\partial w_r} \int_c^{\infty} \phi(w) dw = -\phi(w_r).$$

Отсюда получается равенство предельных издержек MC и предельной отдачи MR от смены места работы (рис. 10.23):

$$\begin{aligned}
 MC &= C - B = \int_{w_r^*}^{\infty} \varphi(w) w dw - w_r^* \int_{w_r^*}^{\infty} \varphi(w) dw = \\
 &= \int_{w_r^*}^{\infty} \varphi(w) w dw - w_r^* p(w|w \geq w_r^*) = \int_{w_r^*}^{\infty} (w - w_r^*) \varphi(w) dw = MR.
 \end{aligned}$$

Следовательно, оптимальная величина резервной заработной платы должна определяться на уровне ожидаемой выгоды от поиска работы с оплатой не ниже заданной таким образом величины:

$$\begin{aligned}
 w_r^* &= \frac{\int_{w_r^*}^{\infty} \varphi(w) w dw - (C - B)}{\int_{w_r^*}^{\infty} \varphi(w) dw} = \\
 &= E(w|w \geq w_r^*) - (C - B) D(w|w \geq w_r^*) = ER(w_r^*).
 \end{aligned}$$

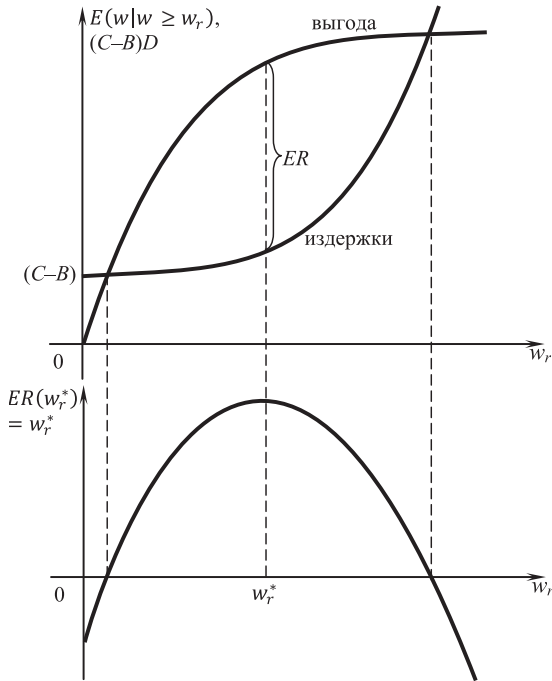


Рис. 10.23. Рентабельность поиска работы с оплатой не ниже w_r

Из рисунка 10.24 видно, что увеличение пособия по безработице (от уровня B_1 до B_2), снижая предельные издержки поиска работы, приводит к повышению резервной заработной платы, снижению вероятности трудоустройства с соответствующей оплатой (10.14) и росту продолжительности безработицы (10.15) (рис. 10.22).

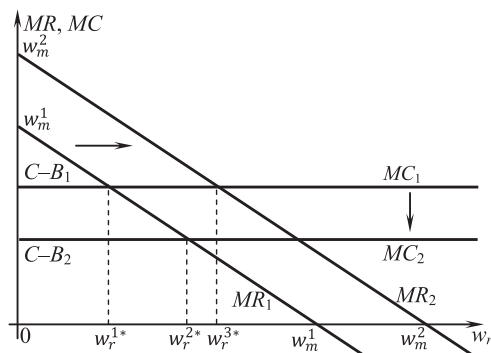


Рис. 10.24. Определение оптимальной величины резервной ставки заработной платы

Аналогично, с ростом средней заработной платы w_m (от уровня w_m^1 до w_m^2) при неизменной дисперсии увеличиваются предельная отдача от смены места трудоустройства и резервная заработная плата. Следовательно, снижается вероятность найти работу с оплатой не ниже данной (10.14), и растет продолжительность безработицы (10.15) (рис. 10.22, 10.25). Таким образом, если рассматривать повышение резервной заработной платы как фактор инфляции издержек, то данная модель может иллюстрировать механизм стагфляции в экономической системе.

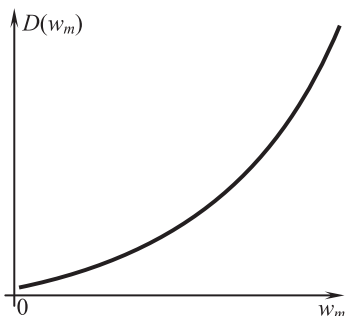


Рис. 10.25. Рост безработицы при повышении средней заработной платы

10.7. Ценность информации

Покупка информации служит способом устранения ограниченности доступа к ней. Поскольку информация является редким и ценным благом, люди готовы платить за нее. В общем случае ценность информации — это разница между ожидаемой ценностью выбора в условиях полноты информации и ожидаемой ценностью выбора в условиях неопределенности. Выраженная в деньгах, она представляет собой максимальную сумму, которую экономический субъект может заплатить за приобретение информации.

Зачастую в экономической теории вместо данного термина используется понятие цены информации, которая определяется как разность между ожидаемой выгодой от предпринятых действий в условиях полной информации и ожидаемой стоимостью тех же действий в случае неполноты информации. В такой интерпретации термины «ценность» и «цена» можно считать синонимами, однако глубокий смысл этих фундаментальных понятий в экономической теории отличается: термин «ценность» делает акцент на субъективистской природе оценки информации, а термин «цена» имеет прикладное значение, акцентируя внимание на меновой пропорции, складывающейся в отношении информации как объекта купли-продажи¹.

Таким образом, с точки зрения микроэкономики ценность или цена информации для потребителя — это разница между ожидаемой полезностью, которую он сможет получить при наличии информации и предпринятого в соответствии с ней оптимального действия, и той ожидаемой полезностью, которую он мог бы извлечь при отсутствии информации.

Если речь идет о производителе (фирме), то ценность или цена информации в данном случае — это разница между ожидаемой прибылью, которую может получить производитель при принятии оптимального решения на основе этой информации, и той ожидаемой прибылью, которую он имел бы при ее отсутствии.

Если, к примеру, потребность в приобретении информации в виде прогноза погоды на лето вызвана у владельца магазина необходимостью оптовой закупки пляжных принадлежностей (если солнечных дней ожидается больше, чем пасмурных) или зонтов (если в течение лета будет преобладать облачная погода), то ценность информации будет равна разнице между ожидаемой прибылью, которую получит магазин при обладании

¹ Подробнее об этом см.: Антипина О. Н. Информационная экономика: современные технологии и ценообразование. М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2009.

точным прогнозом погоды и той ожидаемой прибылью, которую он будет иметь при неполной информации о предстоящих погодных условиях.

Пусть преобладание солнечной или дождливой погоды равновероятно и возможные значения прибыли таковы:

Погода	Вероятность	(1) пляжные принадлежности	(2) Зонты
Солнечная	0,5	10 000 руб.	2000 руб.
Дождливая	0,5	2000 руб.	10 000 руб.

Тогда при закупке пляжных принадлежностей ожидаемая прибыль магазина составит:

$$EPR_{(1)} = 0,5 \cdot 10000 + 0,5 \cdot 2000 = 6000 \text{ руб.}$$

При закупке зонтов ожидаемая прибыль магазина будет идентичной:

$$EPR_{(2)} = 0,5 \cdot 2000 + 0,5 \cdot 10000 = 6000 \text{ руб.}$$

При диверсификации риска, вложив одну половину своих средств в приобретение пляжных принадлежностей, а другую – в закупку зонтов, хозяин магазина получил бы ту же выгоду:

$$EPR = 0,5 \cdot 5000 + 0,5 \cdot 1000 + 0,5 \cdot 1000 + 0,5 \cdot 5000 = 6000 \text{ руб.}$$

Таким образом, его ожидаемая прибыль при неполной информации равна: $EPR_{\text{неполн.инф}} = 6000 \text{ руб.}$

Однако если бы у хозяина магазина была возможность обратиться в «Бюро точных прогнозов погоды», то, получив точный прогноз, он бы совершил определенный выбор в пользу извлечения прибыли в размере 10 000 руб., и его ожидаемая прибыль при полной информации была бы равна:

$$EPR_{\text{полн.инф.}} = 0,5 \cdot 10000 + 0,5 \cdot 10000 = 10000 \text{ руб.}$$

Отсюда максимальная сумма, которую хозяин магазина мог бы заплатить за информацию о погоде, составляет:

$$P_{\text{инф.}} = EPR_{\text{полн.инф.}} - EPR_{\text{неполн.инф.}} = 10000 - 6000 = 4000 \text{ руб.}$$

10.8. Понятие неполноты и асимметрии информации

Ситуации неполноты и асимметрии информации довольно часто встречаются в экономической жизни – как на рынках товаров и услуг, так и факторов производства.

К примеру, ни продавцы, ни покупатели нового средства для избавления от лишнего веса могут не быть осведомлены о действительной эффективности чудодейственного «лекарства» до тех пор, пока испытывающие потребность в нем не испробуют его на себе в полной мере. Поэтому решения о купле-продаже такого товара будут приниматься обеими сторонами рыночной сделки без учета очень важного аспекта, касающегося качественных характеристик товара. В такой ситуации налицо взаимная неполнота информации об одном из ключевых параметров, влияющих на цену товара, — качестве.

Развитием подобной ситуации неполноты информации может стать ситуация асимметрии информации.

Асимметрия информации — это такая ситуация, когда некоторые экономические субъекты обладают рыночной информацией, которой нет у других. Асимметрия информации — широко распространенный и неотъемлемый признак экономической жизни, оказывающий существенное влияние на поведение экономических субъектов и функционирование рынков.

Если, к примеру, продавцы «лекарства» при помощи фармацевтов и медиков проведут исследование всех параметров качества своего товара, но скроют их от покупателей, то очевидно, что при принятии рыночных решений в их распоряжении будет находиться большая доля информации. Так, если продавцы будут знать о том, что их средство не слишком эффективно для большинства потребителей, т.е. весьма низкокачественно, они будут скорее соглашаться продавать его по более низкой цене, чем если специалистами будет подтверждена действительная чудодейственность средства.

Наибольший интерес с теоретической и практической точки зрения представляют именно ситуации асимметрии информации, поскольку они связаны с «неравенством» экономических субъектов в отношении информации о том или ином параметре рыночной сделки, в то время как при неполноте информации все рыночные агенты находятся в равных, пусть и неблагоприятных, условиях, т.е. принимают решения, руководствуясь одинаковым объемом сведений о предстоящей сделке.

Информационная асимметрия имеет место тогда, когда нарушается одна из исходных предпосылок неоклассической экономической теории о полноте и симметрии распределения информации между рыночными агентами. Прежде, при изучении проблемы экономического выбора, доступ к необходимой для принятия рационального решения информации предполагался свободным (бесплатным) и равным для всех экономических субъектов. Речь шла о том, что потребители полностью осведомлены

о своих вкусах, продавцам и покупателям ресурсов, товаров и услуг хорошо известны все их качественные характеристики, и домашние хозяйства, и фирмы имеют полную информацию о равновесных ценах на все экономические блага. Именно благодаря обладанию этой информацией становится возможным рациональный выбор каждого экономического субъекта, т.е. максимизация индивидуальной целевой функции (функции полезности или функции прибыли), который в условиях совершенной конкуренции ведет к максимизации общественного благосостояния и Парето-эффективному общему равновесию.

Асимметрия информации создает возможность для злоупотребления одними участниками рыночных отношений неинформированностью других. Затрудняя рациональное поведение экономических агентов и порождая дополнительные транзакционные издержки (издержки поиска информации), асимметрия информации приводит к снижению общественного благосостояния и неэффективному функционированию рынков, а также зачастую становится причиной ограничения конкуренции и появления монопольной власти.

Между тем, случаи информационной асимметрии довольно часто встречаются в экономической жизни: продавец продукта знает о его качестве больше, чем покупатель; получающий медицинскую страховку лучше осведомлен о состоянии своего здоровья, чем сотрудник страховой компании; работник имеет более полное представление о своих навыках и способностях, чем принимающий его на службу предприниматель.

Причины возникновения этих и других подобных ситуаций вытекают из экономических свойств информации как важного ресурса и продукта производства:

Во-первых, производство информации, как правило, связано с высокими издержками, а воспроизводство (копирование) — с низкими.

Во-вторых, информация практически не подвержена физическому износу, но велика вероятность ее морального устаревания.

В-третьих, информация неотчуждаема от ее владельца в акте купли-продажи.

В-четвертых, информация физически не исчезает в акте потребления, но для получения полезного эффекта необходимо умение воспользоваться ею.

Исходя из перечисленных свойств информации, выделим основные причины, вызывающие ее асимметрию.

Первая причина связана с тем, что получение информации, как и любого другого редкого блага, сопряжено с альтернативными издержками.

Вторая причина обусловлена моральной недолговечностью информации: даже если сегодня экономический субъект обладал полной информацией о рыночной конъюнктуре, то завтра эта информация может оказаться совершенно устаревшей в силу изменения самой рыночной конъюнктуры.

Третья причина кроется в том, что любой экономический субъект для того, чтобы адекватно использовать необходимую информацию, должен уметь выбрать ее из всего доступного объема и, возможно, даже осмыслить и переработать¹.

10.9. Асимметрия информации и неблагоприятный отбор

Рассмотрим рынки с асимметрией информации о качестве товара. Прежде всего в связи с анализом такой информационной асимметрии следует упомянуть так называемый закон Грешема², который утверждает, что «плохие деньги вытесняют из обращения хорошие». Данный закон характеризует ситуацию, когда некоторые хозяйствующие субъекты портят золотые монеты, соскабливая часть золота с целью использования для отливки новых монет. Если часть монет испорчена таким образом, а часть — нет, то участники торговли будут ожидать с определенной долей вероятности, что монета будет испорченной и на нее можно будет приобрести меньше товара, чем за хорошую. Тогда владельцы хороших денег будут удерживать их у себя на руках и не пускать в обращение, чтобы они не были расценены как плохие. Таким образом, в обращении остаются лишь плохие монеты.

В современном виде закон Грешема был переформулирован и развит американским экономистом Дж. Акерлофом³ в модели рынка поддержан-

¹ Эта причина асимметрии информации становится в современном постиндустриальном обществе все более распространенной, поскольку информация (в широком смысле — знания) способна обеспечить экономическому субъекту рост его благосостояния, только если он обладает способностями, необходимыми для того, чтобы воспользоваться ею. (Подробнее см.: Иноземцев В.Л. Современное постиндустриальное общество: природа, противоречия, перспективы. М.: Логос. 2000. С.164—172).

² Томас Грешем (1519—1579) — английский финансист.

³ Джордж Акерлоф (р. 1940) — американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 2001 г., удостоенный премии совместно с М. Спенсем (автором модели рыночных сигналов) и Дж. Стиглицем (одним из создателей концепции эффективной заработной платы) за разработку экономической теории информации.

ных автомобилей. В рамках теории информационной асимметрии этот закон звучит так: «Низкокачественные автомобили вытесняют с рынка подержанных машин автомобили более высокого качества». С выходом в 1970 г. статьи Джорджа Акерлофа «Рынок “лимонов”: неопределенность качества и рыночный механизм»¹ началось исследование рынков с асимметричной информацией о качестве товара.

Отметим, что выбор Дж. Акерлофом рынка подержанных автомобилей («лимонов») в качестве объекта анализа был продиктован в большей степени соображениями конкретности и лучшего понимания проблемы, чем полноты реалистичности рассматриваемой ситуации. Для рассмотрения особенностей формирования спроса и предложения, а также установления равновесия в модели рынка «лимонов» сформулируем предпосылки анализа.

Первая предпосылка: существуют четкие градации качества товара. Пусть для простоты таких градаций будет две — высокое качество и низкое качество, т.е. на рынке подержанных автомобилей предлагаются к продаже высококачественные и низкокачественные машины.

Вторая предпосылка: полной информацией о качестве каждой единицы товара обладают продавцы. Такого рода асимметрия информации возникает на рынке автомобилей последовательно, при переходе автомобиля из разряда новых в разряд подержанных. Изначально, на рынке *новых* машин ни один из продавцов или покупателей не имеет полной информации о качестве автомобиля (ситуация взаимной неполноты информации). Известно лишь, что с вероятностью q машина окажется хорошей (высококачественной), а с вероятностью $(1 - q)$ — плохой (низкокачественной). При этом значения q и $(1 - q)$ соответствуют долям хороших и плохих машин в их общем количестве. Далее, в процессе эксплуатации, владелец машины получает полное представление о ее характеристиках и, уже выходя на рынок подержанных автомобилей в роли продавца, он оказывается в большей степени осведомленным о качестве своего товара, нежели о нем может судить покупатель (ситуация асимметрии информации).

Третья предпосылка: структура предложения товара изначально является фиксированной. Пусть для простоты число продаваемых единиц товара в каждой градации качества будет равным, т.е. на рынке будет про-

¹ Akerlof G. A. The Market for «Lemons»: Quality Uncertainty and the Market Mechanism // Quarterly Journal of Economics. Vol. 84. № 3. August 1970. P. 488–500 (Русский перевод: Акерлоф Дж. Рынок «лимонов»: неопределенность качества и рыночный механизм // THESIS. 1994 Вып. 5. С. 91–104).

даваться 50% высококачественных единиц товара и 50% низкокачественных единиц товара.

Итак, исходной для модели рынка «лимонов» является ситуация, когда на рынке подержанных автомобилей в равном количестве продаются два вида машин — высокого качества («сливы») и низкого качества («лимоны»)¹. При этом покупатель имеет информацию лишь о визуальных характеристиках — модели, возрасте и пробеге автомобиля, — но не знает ничего о его реальном техническом состоянии. Даже если допустить, что покупатель случайно окажется хорошим механиком, о большинстве технических характеристик машины он сможет судить только во время ее эксплуатации. Поэтому в любом случае у потенциального покупателя будут оставаться сомнения относительно качества автомобиля, а продавец будет обладать полным представлением об истинном техническом состоянии машины.

Спрос на рынке товара с асимметричной информацией о его качестве, как и на рынке любого другого товара, формируется под влиянием потребительских предпочтений. Исходя из того, что высококачественный автомобиль способен принести его владельцу большую полезность, чем низкокачественный, потенциальные покупатели подержанных автомобилей будут готовы заплатить за «сливу» больше, чем за «лимон». Следовательно, кривая спроса на высококачественные автомобили ($Q_{дсл}$) будет лежать выше кривой спроса на низкокачественные автомобили ($Q_{дл}$). Но проблема в том, что покупатель не может отличить «сливу» от «лимона». Поэтому, исходя из предпосылки о равных долях, приходящихся на автомобили каждой градации качества, типичный покупатель будет с равной вероятностью ожидать, что ему достанется либо «слива», либо «лимон». Если резервная цена спроса на «сливы» равна $P_{сл}$, а резервная цена спроса на «лимоны» равна $P_{л}$, то резервная цена рыночного спроса на подержанные автомобили, согласно предпосылке о равных долях «слив» и «лимонов» на рынке, может быть рассчитана как их средняя: $P_p^1 = 0,5P_{сл} + 0,5P_{л}$. Тогда и цена рыночного спроса на автомобиль будет равна средней арифметической из цен спроса на автомобили высокого и низкого качества. Соответственно, кривая рыночного спроса для случая, когда на рынке продаются равные количества автомобилей высокого и низкого качества ($Q_{д50\%сл/50\%л}$), будет лежать строго между кривыми $Q_{дсл}$ и $Q_{дл}$ (рис. 10.26).

¹ «Сливами» на американском сленге называют автомобили высокого качества, а «лимонами» — автомобили низкого качества.

Однако сложившаяся ситуация не будет устойчивой. Средняя цена спроса не устроит некоторых продавцов (а именно половину от первоначального количества) высококачественных автомобилей, готовых продать свой товар только дороже, и они покинут рынок. В результате доля высококачественных автомобилей на рынке сократится до 25%, а доля низкокачественных автомобилей возрастет до 75%. Соответственно, резервная цена рыночного спроса изменится и будет равна средней из прежней резервной цены рыночного спроса (Pp^1) и резервной цены «лимонов» ($Pл$): $Pp^2 = 0,5(0,5P_{сл} + 0,5P_{л}) + 0,5P_{л} = 0,25P_{сл} + 0,75P_{л}$. Новая кривая рыночного спроса ($Qd_{25\%сл/75\%л}$) будет лежать строго между кривыми $Qd_{50\%сл/50\%л}$ и $Qd_{л}$.

В дальнейшем снизившаяся цена спроса вновь вынудит часть владельцев «слив» отказаться от продажи своих автомобилей, рыночная доля высококачественных автомобилей еще уменьшится, снизится и цена рыночного спроса, а кривая рыночного спроса еще сдвинется влево. В результате многократного повторения этого процесса ситуация может приблизиться к экстремальной, когда высококачественные автомобили окажутся полностью вытесненными с рынка. Ведь если рыночная цена окажется слишком низкой, чтобы владельцы высококачественных машин были согласны их продать, то покупатели будут верно полагать, что любая сделка увенчается приобретением низкокачественного автомобиля. В этом случае кривая рыночного спроса совпадет с кривой спроса на «лимоны»: $Qd_{л} = Qd_{0\%сл/100\%л}$. Следствием закономерности формирования спроса на товар в условиях асимметричности информации о его качестве становится вытеснение с рынка высококачественных товаров низкокачественными.

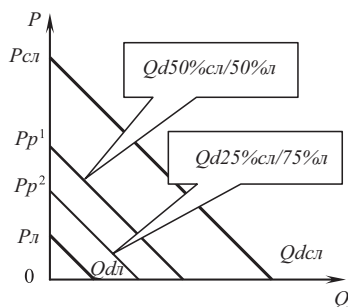


Рис. 10.26. Формирование спроса на товар с асимметричной информацией о его качестве

Поскольку на рынке товара с асимметричной информацией о его качестве продавцы имеют возможность четко разграничить автомобили в соответствии с градациями качества, для автомобилей разных градаций устанавливаются разные функции предложения¹: $Q_{сл}$ — для «слив» и $Q_{сл}$ — для «лимонов». Причем кривая предложения «слив» будет лежать выше кривой предложения «лимонов», так как владельцы высококачественных автомобилей будут согласны продать свои машины по более высоким ценам, чем хозяева низкокачественных автомобилей (левая часть рис. 10.27).

Тогда величина рыночного предложения окажется равной сумме величин предложения «слив» и «лимонов» при каждом возможном уровне цены, а кривая рыночного предложения (Q_s) будет представлять собой горизонтальную сумму кривых предложения автомобилей соответствующих градаций качества (правая часть рис. 10.27). При рыночной цене $P > P_2$ на рынке будут предлагаться к продаже и «сливы», и «лимоны»; при рыночной цене $P_1 < P < P_2$ продать свои автомобили согласятся только владельцы «лимонов»; соответственно, если рыночная цена опустится ниже P_1 , то величина предложения подержанных автомобилей будет равна нулю.

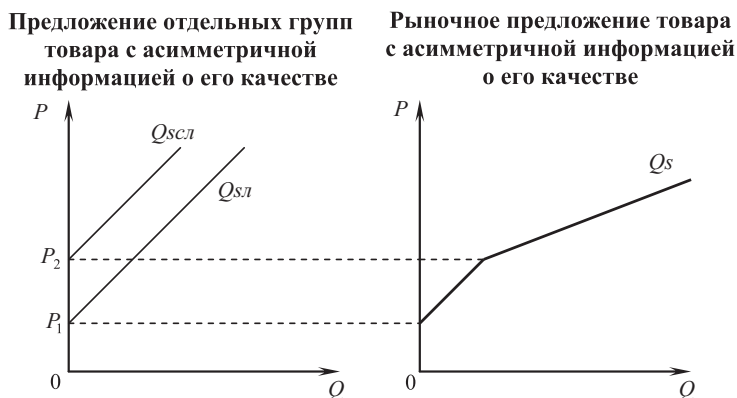


Рис. 10.27. Предложение товара с асимметричной информацией о его качестве

¹ Предпосылка о фиксированной структуре предложения автомобилей (равном количестве автомобилей двух градаций качества) позволяет рассматривать функции предложения «слив» и «лимонов». В реальной практике функционирования рынка подержанных автомобилей градаций качества, как правило, бывает именно столько, сколько автомобилей предлагается к продаже. Следовательно, торговля подержанными автомобилями выглядит как купля-продажа уникального штучного товара, каждый экземпляр которого имеет свою индивидуальную рыночную цену.

Характер равновесия, которое устанавливается на рынке товара с асимметричной информацией о его качестве, зависит от степени различия между градациями качества, которая может быть как сравнительно небольшой, так и значительной.

Если дифференциация качества между градациями относительно невелика, то на рынке будут продаваться и «сливы», и «лимоны». Вытеснения низкокачественным товаром высококачественного не произойдет вследствие незначительности качественных различий между ними, и кривая рыночного спроса будет соответствовать кривой $Qd_{50\%сл/50\%л}$. В этом случае рыночное равновесие установится в точке пересечения кривых рыночного спроса ($Qd_{50\%сл/50\%л}$) и рыночного предложения (Qs) (рис. 10.28). В точке равновесия E будет выполняться равенство: $Q_e = Q_{сл} + Q_l$.

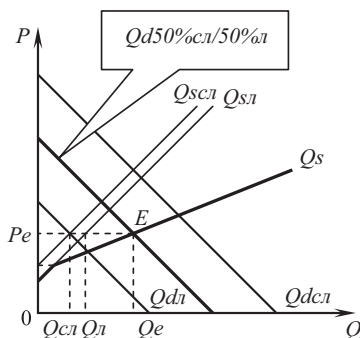


Рис. 10.28. Равновесие на рынке товара с асимметричной информацией о его качестве при небольшом различии между градациями качества

При значительном различии между градациями качества высококачественный товар будет вытеснен с рынка низкокачественным, и кривая рыночного спроса совпадет с кривой спроса на «лимоны». Тогда рыночное равновесие установится в точке пересечения кривой рыночного спроса ($Qd=Q_{дл}$) и рыночного предложения (Qs) таким образом, что равновесное количество продаж будет представлено только «лимонами»: $Q_e=Q_l$ (рис. 10.29).

10.9. Асимметрия информации и неблагоприятный отбор

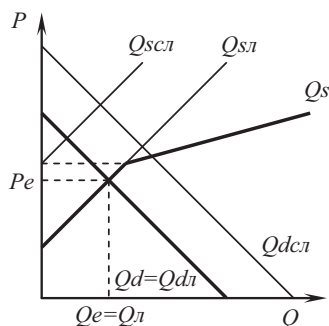


Рис. 10.29. Неблагоприятный отбор на рынке товара с асимметричной информацией о его качестве при большом различии между градациями качества

В случае высокой дифференциации качества между градациями возможна также ситуация, когда низкокачественный товар оказывается настолько плохим, что при любой величине его предложения цена спроса на него ниже цены предложения (рис. 10.30). В таких рыночных условиях сделки между продавцами и покупателями подержанных автомобилей не состоятся вовсе.

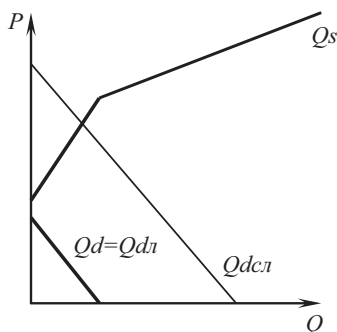


Рис. 10.30. Несостоятельность рынка товара с асимметричной информацией о его качестве при большом различии между градациями качества

Асимметрия информации о качестве товара способна «разрушить» рынок. Действительно, если бы информация о качестве подержанных автомобилей была полной, то потребители имели бы возможность сделать выбор между «сливами» и «лимонами»: одни бы предпочли запла-

тить дороже за более высокое качество, а другие бы выбрали менее качественные и более дешевые машины. В условиях асимметрии информации из-за невозможности определить качественные характеристики автомобилей под влиянием снижения рыночной цены высококачественные автомобили вытесняются с рынка низкокачественными.

Рассмотрим на примере основные положения модели Дж. Акерлофа. Допустим, на рынке подержанных автомобилей присутствуют две категории: высоко- и низкокачественные, в американской терминологии — соответственно, «сливы» и «лимоны».

Категория	Доля	Цена спроса	Цена предложения
«Сливы»	$\frac{1}{3}$	3000	2500
«Лимоны»	$\frac{2}{3}$	2000	1000

Если бы и у продавцов, и у покупателей была возможность детально познакомиться с автомобилем, то, при предположении об абсолютной эластичности спроса и неэластичности предложения, «сливы» продавались бы по цене в 3000 денежных единиц, а «лимоны» — по 2000.

Если бы ни покупатели, ни продавцы не знали реального состояния автомобиля, то, при предположении нейтральности к риску, поскольку вероятности встретить на рынке хорошие и плохие автомобили известны всем, продавцы были бы готовы продать машину за

$$1500 = \frac{1}{3} \cdot 2500 + \frac{2}{3} \cdot 1000, \text{ а покупатели изъявляли бы готовность купить ее за } 2333 = \frac{1}{3} \cdot 3000 + \frac{2}{3} \cdot 2000. \text{ Предполагая неэластичное предложение ав-}$$

томобилей и абсолютно эластичный спрос, можно сделать вывод, что равновесная цена на рынке установилась бы на уровне 2333.

Рассмотрим теперь ситуацию асимметрии информации, когда продавцы знают о состоянии автомобиля, а покупатели — нет. Предположим, что автомобили предлагаются к продаже по какой-либо цене (P_A), превышающей 1000. Тогда все «лимоны» будут выставлены на продажу. Но только при цене выше либо равной 2500 на рынке появятся «сливы». При цене $1000 < P_A < 2500$ покупатели будут считать автомобиль «лимоном»: ведь почему бы иначе он мог стоить столько, а не больше 2500, как нормальная «слива»? Поэтому покупатели будут оценивать его в 2000. При цене выше либо равной 2500 автомобиль с вероятностью $\frac{2}{3}$ может оказаться «лимоном» и лишь с вероятностью $\frac{1}{3}$ — «сливой», поэтому покупа-

тели будут готовы заплатить за него 2333. Итак, при цене, большей 2000, на рынке будет отсутствовать спрос: это очевидно при цене выше 2333, а значит, и выше 2500; при цене же, меньшей 2500, спрос появится только тогда, когда она опустится ниже 2000, поскольку покупатели будут полагать, что приобретают «лимон». Таким образом, «сливы» вообще уйдут с рынка — на нем останутся только «лимоны», которые будут продаваться по цене 2000.

Заметим, что, если бы изначально на рынке подержанных автомобилей пропорция между предлагаемыми «сливами» и «лимонами» была обратной — два к одному, то итог не был бы столь печальным. Покупатели были бы готовы платить за машину 2666, чего было бы достаточно продавцам «слив». Поэтому на рынке установилась бы данная цена, по которой продавались бы и «сливы», и «лимоны»¹.

Модель рынка «лимонов» Дж. Акерлофа — это классическая иллюстрация механизма «неблагоприятного отбора». Неблагоприятный отбор² представляет собой разновидность доконтрактного оппортунистического поведения. Доконтрактный оппортунизм — это выделение в качестве потенциальных контрагентов наименее предпочтительных, с точки зрения данного конкретного потребителя или производителя, хозяйствующих субъектов³.

В качестве других примеров неблагоприятного отбора Дж. Акерлоф приводит следующие распространенные ситуации из хозяйственной практики:

- нечестный стиль поведения в бизнесе, который имеет следствием ухудшение деловой этики;
- особенности организации кредитных рынков в развивающихся странах, в частности, деятельность «управляющих агентств» в Индии, обеспечивающих репутацию фирмы, причем последняя должна согласиться на пониженную норму прибыли либо уйти с рынка; а также институт ростовщичества в деревенских общинах данной страны: роль «лимонов» в этом случае играют неплатежеспособные крестьяне, угрожающие кредиторам высокими рисками невозврата денежных средств;

¹ Kreps D. M. A course in microeconomic theory. New York, London etc.: Harvester Wheatsheaf, 1990. P.625–626.

² Англ. *Adverse selection*.

³ Антипина О. Н. Асимметрия информации // Вестник МГУ. Серия 6. Экономика. 2003. № 2. С. 118; Шаститко А. Е. Новая институциональная экономическая теория. 4-е изд. М.: ТЕИС, 2010.

- характерные черты, присущие системе медицинского страхования, когда компании стараются не страховать людей пенсионного возраста, то есть предлагают лишь худший, с точки зрения потребителя данного рода услуг, вариант страховки.

Институциональными механизмами, противодействующими неблагоприятному отбору, могут служить:

- гарантии со стороны продавцов на выпускаемую продукцию;
- фирменные знаки (товарные марки);
- лицензирование производителей, в том числе гражданскими институтами, в частности, сертификация качества (например, наличие сертификатов «Ростест», «100 лучших товаров России»); выдача дипломов выпускникам вузов и т.д.¹

10.10. Скрининг (фильтрация) страховщиков

Изучая рынок «лимонов», мы рассматривали ситуацию, когда полной информации о качестве товара обладает продавец. Однако неблагоприятный отбор возможен и тогда, когда покупатель владеет более полной информацией об объекте сделки, чем продавец.

Продолжая автомобильную тематику, распространим ее теперь на рынок страховых услуг. Пусть речь идет о страховой компании, предлагающей автовладельцам, живущим в небольшом городке, страховку от автокатастрофы. Предположим, что страховая фирма и автовладельцы нейтрально относятся к риску и транзакционные издержки по заключению страховых соглашений равны нулю. Проведенное компанией исследование показало, что средняя вероятность наступления страхового случая равна E . Однако для части автовладельцев вероятность попасть в аварию (ϵ) оказывается ниже средней ($\epsilon < E$), поскольку они хорошо знают и выполняют правила дорожного движения, тщательно готовят автомобиль к техосмотру и регулярно контролируют состояние основных механизмов. Для других водителей, напротив, вероятность оказаться в аварийной ситуации выше средней ($\epsilon > E$), так как они любят быструю езду, пренебрегают правилами дорожного движения и не следят за техническим состоянием

¹ Данные механизмы играют роль рыночных сигналов, теория которых была развита М. Спенсом (см.: Spence M. Job Market Signalling // Quarterly Journal of Economics, 1973. Vol. 87. Pp. 355–374; Spence M. Competitive and Optimal Responses to Signals: An Analysis of Efficiency and Distribution // Journal of Economic Theory. 1974. Vol. 7. Pp. 296–332).

своих машин. Поскольку страховая компания не может четко разделить своих клиентов по градациям вероятности попадания в автокатастрофу, она устанавливает размер страховой выплаты и цену страхового полиса, исходя из средней вероятности наступления страхового случая E . Но на таких условиях застраховать свои автомобили согласятся только те водители, для которых вероятность попасть в аварию выше или равна средней ($\epsilon \geq E$), а не входящие в группу риска автовладельцы предпочтут не прибегать к услугам страховой компании.

Каким образом установится равновесие на этом рынке страховых услуг? Как только владельцы страховой компании поймут, что страховые случаи наступают с большей вероятностью, чем та, из которой они исходили, они увеличат страховую премию и поднимут цену полиса. Эти действия страховщиков вытеснят из числа страхующих свои автомобили тех водителей, у которых вероятность попасть в аварию окажется ниже той, на которую стала ориентироваться страховая компания. Но поскольку среди тех, кто будет продолжать страховать автомобили по-прежнему, останутся только те водители, у которых вероятность попасть в аварию выше вероятности, исчисленной страховой компанией, процесс вытеснения «хороших» (т.е. осторожных на дороге и по отношению к технике) водителей «плохими» (лихачами, не заботящимися о техническом состоянии автомобиля) продолжится. В крайнем случае возможной окажется ситуация, когда только самые «плохие» водители, вероятность стать жертвой ДТП у которых самая высокая, окажутся в числе клиентов страховой компании. Очевидно, что для доходности страховой компании эта ситуация будет представлять серьезную угрозу и неминуемо приведет к разорению фирмы, что в свою очередь будет означать вообще исчезновение отрасли страховых услуг.

В реальной действительности, как известно, страхование существует и является достаточно развитой отраслью, без которой трудно представить современную экономику. Причина ослабления неблагоприятного отбора кроется в нереалистичности предпосылки о нейтральности экономических субъектов к риску. Однако эмпирические исследования подтверждают тот факт, что в условиях асимметрии информации число заключаемых страховых соглашений оказывается меньшим, чем при симметричном распределении информации, а множество застрахованных автомобилей характеризуется более высоким общим уровнем вероятности наступления страховых случаев, чем множество незастрахованных.

Результатом неблагоприятного отбора становится вытеснение «плохими» товарами «хороших», т.е. отбор по худшему признаку. Причем ре-

зультат не зависит от того, какая сторона рыночных отношений обладает полной информацией — продавец или покупатель. Вследствие неблагоприятного отбора снижается общественное благосостояние, поскольку ущерб терпят и продавцы «хороших» товаров, вытесняемые с рынка, и продавцы «плохих» товаров под угрозой исчезновения рынка, и покупатели, не имеющие возможности осуществить рациональный выбор и вообще теряющие шанс совершить покупку.

Рассмотрим модель, описывающую механизм выработки оптимальных контрактов, позволяющих страховой компании осуществлять скрининг (филтрацию) страховщиков.

При наличии двух групп страховщиков: с высоким (p_2^h) и низким (p_2^l) риском наступления страхового случая, при условии, что страхователь располагает полной информацией о принадлежности конкретного индивида к одной из данных групп, и при предположении о справедливом страховании оптимальным будет предоставление каждому из них персонального контракта, соответствующего индивидуальному риску (E_h и E_l на рис. 10.31).

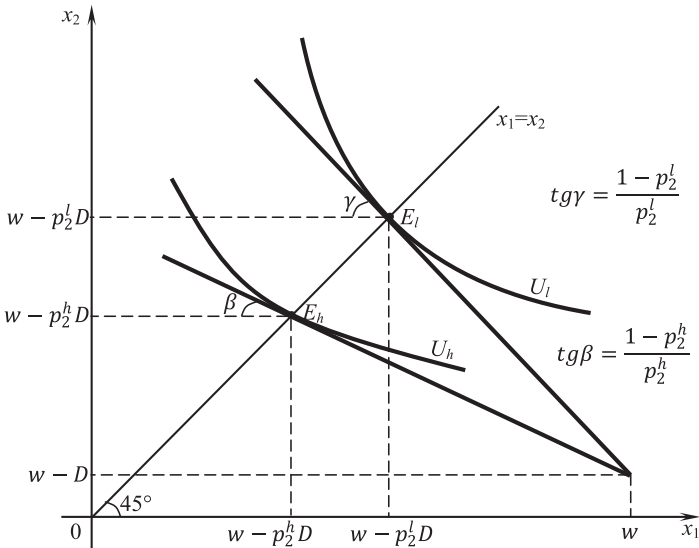


Рис. 10.31. Контракты для индивидов с разным риском наступления страхового случая при полной информации

В ситуации асимметрии информации, когда страхователь оказывается не в состоянии определить уровень риска для конкретного индивида, т.

е. принадлежность его к одной из двух групп риска, для высокорисковых страховщиков будет выгодно выбрать контракт, предназначенный для низкорисковой группы, принеся, таким образом, убытки страховой компании. При этом будет возникать ситуация неблагоприятного отбора, описанная ранее.

Поэтому компания будет заинтересована в выработке такого оптимального договора страхования, в котором были бы заложены механизмы самоотбора, стимулирующие страховщиков проявить индивидуальный уровень риска. Такой контракт должен подчиняться ограничению по сопоставимости стимулов: для высокорисковой группы не должно быть выгодным выбирать контракт, предназначенный индивидам с низким риском наступления страхового случая, т.е.

$$\begin{aligned} EU_h(q_h, \alpha_h) &= (1 - p_2^h)U(w - \alpha_h p_2^h) + p_2^h U(w - D + (1 - p_2^h)\alpha_h) \geq \\ &\geq EU_h(q_l, \alpha_l) = (1 - p_2^l)U(w - \alpha_l p_2^l) + p_2^l U(w - D + (1 - p_2^l)\alpha_l). \end{aligned}$$

Напомним, что при справедливом страховании цена полиса должна быть равна вероятности наступления страхового случая.

Чтобы последнее неравенство выполнялось, контракт, предлагаемый для высокорисковых индивидов, должен быть как можно более выгодным. Это увеличивало бы значение левой части неравенства. Поскольку, как было показано ранее, полезность страховщика возрастает при увеличении страхового покрытия, а значит, высокорисковой группе клиентов должен быть предложен контракт E_h (рис. 10.32) с полным покрытием: $\alpha_h = D$. При этом наиболее выгодным контрактом для низкорисковой группы будет такой, при котором последнее неравенство будет выполнено как равенство при условии полного покрытия для высокорисковых страховщиков:

$$U(w - p_2^h D) = (1 - p_2^h)U(w - \alpha_l p_2^l) + p_2^h U(w - D + (1 - p_2^l)\alpha_l).$$

Этот контракт (C_l) будет находиться на пересечении бюджетного ограничения низкорисковой группы с кривой безразличия высокорисковых клиентов (рис. 10.32). Очевидно, что при этом полезность низкорисковых клиентов не будет максимальной, т. е. им будет предлагаться контракт с неполным покрытием: $\alpha_l < D$.

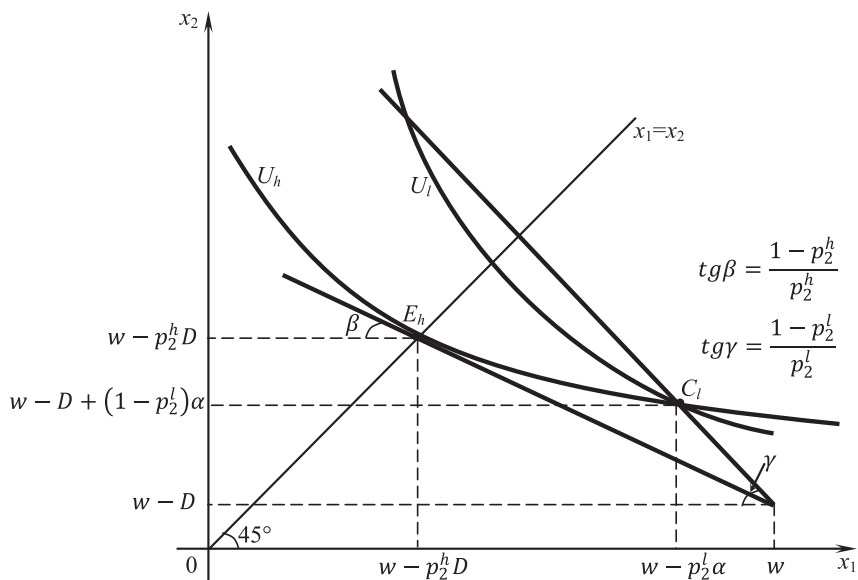


Рис. 10.32. Страховые контракты, реализующие механизм самоотбора страховщиков в соответствии с вероятностью ущерба

Предположим, например, что нейтральная к риску страховая компания, работающая в условиях совершенной конкуренции, предлагает справедливые страховые полисы владельцам недвижимости (городских квартир) стоимостью 16 (ден. ед.), обладающим одинаковым первоначальным богатством $w = 25$, в которое включена стоимость самих квартир, и одинаковыми функциями полезности $U = \sqrt{w}$, но различающимся вероятностями наступления страхового случая, связанного с утратой полной стоимости объекта недвижимости: у половины она составляет $p_l = \frac{1}{4}$, а у другой половины — $p_h = \frac{1}{2}$.

Рассмотрим вначале ситуацию полной информированности о вероятностях наступления страховых случаев как страхователя, так и каждого страховщика. Предполагая, что страхователь имеет возможность предлагать различные по характеристикам полисы для разных групп страховщиков, на основе проведенного ранее анализа принципов формирования оптимальных страховых контрактов, определяем, что все индивиды будут полностью страховать свой ущерб: $\alpha_h = \alpha_l = 16$. При этом в условиях справедливого страхования лицам с низкой вероятностью наступления

страхового случая будет предложен единичный полис за $q_l = p_l = \frac{1}{4}$, тогда как индивидам, для которых характерен высокий риск инцидента, стоимость полиса будет выше: $q_h = p_h = \frac{1}{2}$.

Предположим теперь, что имеет место асимметрия информации в пользу страховщиков, которые точно знают вероятности наступления соответствующего ущерба, тогда как страхователь не располагает такими данными.

Индивиды с высоким риском будут полностью страховать вероятный ущерб: $\alpha_h = 16$. При этом их выбор подчиняется ограничению совместимости по стимулам:

$$\sqrt{25 - 16 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{25 - \frac{1}{4} \alpha_l} + \frac{1}{2} \sqrt{25 - 16 + \frac{3}{4} \alpha_l}.$$

Преобразуя данное условие: $2\sqrt{17} = \sqrt{25 - \frac{\alpha_l}{4}} + \sqrt{9 + \frac{3\alpha_l}{4}}$, или

$$34 - \frac{\alpha_l}{2} = 2\sqrt{25 - \frac{\alpha_l}{4}} \sqrt{9 + \frac{3\alpha_l}{4}}, \text{ приходим к квадратному уравнению:}$$

$\alpha_l^2 - 100\alpha_l + 256 = 0$. Его решением могут быть две величины страхового полиса $\alpha_l = 50 \pm \sqrt{2244}$, из которых допустимым является меньшее. Таким образом, страховщики с низким риском выберут неполное страхование ущерба в размере $\alpha_l \approx 2,63$. Стоимости страховок будут такими же, как и в условиях полной информации.

10.11. Преодоление неблагоприятного отбора: сигналы о качестве

Поскольку неэффективность функционирования рынков с асимметричной информацией о качестве товара связана с тем, что одна из сторон рыночных отношений не имеет доступа к полной информации о предмете сделки, ее преодоление может происходить путем извлечения необходимой информации на основе сигналов, или благодаря сигнализированию. Сигнализирование — это наличие или распространение общедоступных сведений, позволяющих судить о качестве объекта рыночной сделки. Сигналы о качестве могут быть результатом экономической политики, проводимой на рынках с асимметричной информацией государством или независимыми организациями потребителей и производителей, а также быть вызваны рыночным поведением экономических субъектов.

Чем эффективнее действуют сигналы о качестве, тем более полно преодолеваются эффекты асимметрии информации, тем меньше оказывается отклонение рыночного равновесия от Парето-эффективного.

По инициативе государственных органов, союзов потребителей и производителей может осуществляться ряд мероприятий, результаты которых препятствуют вытеснению с рынка низкокачественными товарами высококачественных. Речь идет прежде всего о контроле рекламной деятельности продавцов, введении стандартов качества и сертификации товаров, а также государственном регулировании цен. Благодаря действию этих мероприятий покупатели получают сигналы о качестве продукта, что позволяет выделить в общей массе товаров действительно «хорошие» и действительно «плохие».

Реклама — это самый простой способ проинформировать потребителей о качественных характеристиках товара. Однако такой способ доступен как продавцам высококачественных товаров, так и продавцам низкокачественных товаров, которые могут лукавить и ввести покупателей в заблуждение относительно подлинных свойств своей продукции. Для повышения эффективности сигналов о качестве товара государственные органы имеют возможность отслеживать поставщиков недостоверной информации и запрещать их рекламную активность. В результате потребители получают возможность доверять рекламе и составлять адекватное представление о качестве товаров. Этим целям служит действующий в России Закон «О рекламе», который разрешает рекламную активность только в тех случаях, когда она оказывает позитивное влияние на функционирование рынков.

Важным сигналом о качестве продукции служит ее соответствие стандартам. Стандарты — это набор критериев высокого качества товара, а сертификация — подтверждение соответствия товара стандартам. Как правило, упоминание о том, что товар соответствует стандартам качества, принятым в стране, содержится на упаковке. Так, российские потребители, приобретая чай, кофе, шоколад и многие другие отечественные и импортные товары, могут отличить высококачественный товар по знаку СРТ, гласящему о том, что товар соответствует российским стандартам качества. Трудности в данном случае могут возникать лишь в связи с тем, что производители низкокачественных подделок могут легко воспроизвести данный знак на своих весьма похожих на подлинные упаковках. Тогда решение проблемы уже переходит в юридическую сферу, поскольку производителей фальшивой продукции ожидает правовая ответственность. На страже интересов потребителей стоит действующий в России Закон «О защите прав потребителей».

Высокое качество продукции на рынке, честная конкуренция и открытость информации — принципы, которые отстаивают общественные организации как потребителей, так и производителей. Интересы потребителей всего мира отстаивает Всемирная потребительская организация «Consumer International». Ее партнеры в России и СНГ — Союз потребителей Российской Федерации и Международная конфедерация обществ потребителей (КонфОП) — ведут активную деятельность, помогая потребителям избежать морального и материального ущерба от приобретения некачественных товаров и подделок. Выпускаемый этими организациями с 1992 г. журнал для потребителей «Спрос» публикует информацию о наиболее распространенных случаях подделки товаров и о том, как в ряде конкретных ситуаций отличить подлинный товар от его низкогокачественного двойника.

Эффективным на рынке «лимонов» является назначение государством минимальных оптовых и розничных цен на продукцию. Тем самым государство препятствует использованию производителями низкокачественных товаров преимуществ в издержках для завоевания рынка путем снижения цены.

Ограниченность эффективности мероприятий экономической политики для преодоления последствий асимметрии информации связана с рядом неизбежных проблем. Во-первых, реализация тех или иных мероприятий обычно сопряжена с дополнительными издержками. Так, с немалыми расходами связана стандартизация и сертификация продукции, следствием которых становится не только выявление высокого качества, но и более высокая цена товаров, а значит, и вытеснение с рынка части потребителей. Во-вторых, даже самое эффективное законодательство, полностью устраняющее с экранов телевизоров, страниц газет и журналов, рекламных щитов недобросовестную рекламу, и даже умелое регулирование цен не способны ограничить производство и продажу низкокачественных товаров в теневой экономике. В-третьих, стандартизация и сертификация могут сопровождаться ограничением конкуренции на рынке, поскольку выступают в качестве входных барьеров для новых фирм. Кроме того, они затрудняют появление новых высококачественных продуктов, не соответствующих принятым критериям качества.

Недостаточность экономической политики в области преодоления последствий асимметрии информации существенно восполняется рыночными сигналами о качестве, исходящими непосредственно от рыночных агентов.

В том, чтобы на рынке с асимметричной информацией о качестве продавались «хорошие» товары заинтересованы не только потребители,

но и их производители. Среди наиболее эффективных рыночных методов сигнализирования о высоком качестве товаров следует выделить репутацию фирмы и предоставление гарантий качества продукции.

Хорошая репутация фирмы-изготовителя и (или) фирмы-поставщика свидетельствует о том, что асимметрию информации о качестве фирма не будет использовать для продажи «плохого» товара. Действительно, репутация изготовителя или продавца, складывающаяся у покупателей на основе прошлого опыта покупок, позволяет составить представление о качестве товара. К примеру, на российском и мировом рынке шоколадной продукции торговые марки «Красный Октябрь», «Рот-Фронт», «Бабаевский» заслужено пользуются отличной репутацией. Фирмы, владеющие этими торговыми марками, не заинтересованы в снижении качества своей продукции и ее продаже под видом высококачественной. Они стремятся извлекать дополнительную выгоду путем выпуска новой продукции с уже известным фирменным знаком, создавать сети торговых домов и представительств в различных регионах, где их брэнд будет выступать гарантом высокого качества.

Во многом аналогично применению фирменного знака и создание сетей гостиниц и ресторанов с узнаваемым названием, которому соответствует некий хорошо зарекомендовавший себя стандарт качества. Так, все чаще вдоль дорог в Подмоскowie стали встречаться кафе «Русское бистро», пирожки в которых, как правило, лучше, чем в средних местных кафе. Поэтому приезжие и предпочитают обедать в «Русском бистро», оправданно ожидая обед соответствующего качества. В то же время, местный житель, который лучше информирован об особенностях блюд в местных ресторанчиках, скорее всего, предпочтет один из них.

Однако и фирмы с отличной репутацией и добросовестным отношением к качеству продукции сталкиваются с вполне закономерными побочными следствиями сигнализирования. Ни одна из известных фирм не застрахована от некачественных подделок, маскирующихся под фальшивыми этикетками и голографическими марками. Кроме того, нетрудно представить себе, каким сложным может оказаться вхождение на рынок фирм, намеревающихся также производить доброкачественную продукцию, но не имеющих узнаваемого имени с хорошей репутацией.

Эффективным сигналом о качестве товара служат предоставляемые фирмами гарантии. Если производитель берет на себя долгосрочные обязательства по ремонту изделия за его счет, то для покупателя этот жест становится критерием высокого качества товара. Действительно, производители низкокачественных товаров не заинтересованы в обеспечении гарантийного ремонта своих изделий, поскольку им будут

дорого обходиться частые поломки. В то же время, изготовитель высококачественной продукции, принимающий на себя дорогостоящие гарантийные обязательства, уверен, что выполнять их ему придется относительно редко.

Тем не менее гарантии качества не могут полностью избавить рынок от эффектов асимметрии информации. Во-первых, на рынке может иметь место неблагоприятный отбор: обязательства по гарантийному ремонту могут привлечь покупателей, не способных бережно обращаться с купленной вещью. Во-вторых, возможен и моральный ущерб: даже аккуратный и бережливый от природы потребитель может начать вести себя халатно, зная о гарантийных обязательствах продавца по ремонту.

Все рассмотренные случаи сигнализирования о качестве открывают возможность преодоления эффектов асимметрии информации путем получения представления о качестве продукции косвенным путем. Несмотря на то, что эффективность каждого из сигналов в определенной степени ограничена, их действие позволяет сократить разницу между параметрами рыночного равновесия и равновесия, эффективного по Парето, достигаемого лишь при условии полноты рыночной информации.

10.12. Сигнализирование на рынке труда

На рынке труда порождаемые асимметрией информации проблемы являются очень актуальными, а их решения требуют внимания при определении воздействия на общественную эффективность.

Фирмы как покупатели рабочей силы мало знают о деловых качествах работников как продавцов рабочей силы. Каковы в действительности знания, умения и навыки тех, кого они принимают на работу, фирмам удастся выяснить только по истечении некоторого периода трудовой деятельности. В момент же заключения контракта, или трудового соглашения, «хорошие» и «плохие» работники с точки зрения фирм не отличаются друг от друга. Однако сами продавцы рабочей силы прекрасно представляют границы своих физических возможностей, умственных познаний и трудолюбия. Таким образом, информацией о качестве объекта сделки, как и в случае с поддержанными автомобилями, на рынке труда обладают продавцы, среди которых встречаются нерадивые малоквалифицированные «лимоны» и трудолюбивые высококвалифицированные «сливы».

Вполне рациональным желанием фирм является стремление отличить «хороших» потенциальных работников от «плохих». Помочь осуществить

этот отбор в условиях асимметричной информации могут только сигналы, причем максимально значимые и эффективные. Одним из таких сигналов на рынке труда является уровень образования индивида. Составить представление об уровне образования потенциальных работников фирмы могут на основе ряда параметров: продолжительности обучения, среднего балла диплома, наличия ученой степени кандидата или доктора наук, репутации оконченного университета или института и т.п. К примеру, весьма вероятно, что выпускник престижного университета, имеющий высокий средний балл диплома, окажется трудолюбивым и высококвалифицированным работником. Более того, для фирм это будет также и сигналом о том, что данный работник претендует на более высокооплачиваемую должность. Следовательно, работодатели вполне обоснованно рассматривают образование как сигнал о трудовых качествах потенциальных работников.

Рассмотрим действие сигналов о качестве на рынке образования, используя модель сигнализирующего равновесия (signalling equilibrium), предложенную в 1973 г. американским экономистом Майклом Спенсом¹.

По условию модели на конкурентном рынке труда предлагают свои услуги два типа работников — высокопроизводительные, предельный продукт труда которых равен MP_1 , и низкопроизводительные, предельный продукт труда которых равен MP_2 . Соответственно, $MP_1 > MP_2$. Доля высокопроизводительных работников в общей численности составляет b , тогда доля низкопроизводительных — $(1 - b)$. Поскольку «хорошие» и «плохие» работники выступают в роли совершенно заменяющих друг друга факторов производства, производственная функция фирмы, осуществляющей найм сотрудников, имеет вид: $Q(L_1, L_2) = \alpha L_1 + \beta L_2$, где $\alpha = MP_1$, $\beta = MP_2$, где L_1 — численность «хороших» работников, а L_2 — численность «плохих» работников.

Если бы информация о трудовых качествах работников была симметричной, то фирма могла бы легко отличить «хороших» работников от «плохих» и, исходя из принципов максимизации прибыли, назначила бы каждой категории работников зарплату на уровне предельных продуктов. Высокопроизводительным работникам: $W_1 = MP_1$. Низкопроизводительным работникам: $W_2 = MP_2$. Соответственно, $W_1 > W_2$.

¹ Spence M. Job Market Signalling. Quarterly Journal of Economics. Vol. 87. August 1973. P. 355–374. Майкл Спенс (р. 1943) — американский экономист, лауреат премии по экономике памяти Альфреда Нобеля 2001 г., удостоенный премии совместно с Дж. Акерлофом (автором модели «рынка лимонов») и Дж. Стиглицем (одним из создателей концепции эффективной заработной платы) за разработку экономической теории информации.

Но в условиях асимметрии информации фирме необходимо найти основание для разграничения двух категорий работников и назначения им разной заработной платы. Предположим, что в качестве такого основания выступает уровень образования работников. Пусть уровень образования измеряется числом лет, проведенных в различных образовательных учреждениях после школы (техникуме, институте, университете), и составляет N_1 лет у «хороших» работников и N_2 — у «плохих», причем $N_1 > N_2$. Получение образования, как известно, сопряжено с явными и неявными издержками, общая величина которых за один год будет различаться у рассматриваемых двух категорий работников: C_1 — у первых и C_2 — у вторых. Поскольку «хорошим» работником, скорее всего, станет более способный индивид, которому образование далось легко, а «плохой» работник, возможно, и окажется таковым из-за трудностей, с которыми он столкнулся в годы учебы из-за своих ограниченных способностей, издержки получения образования у второй категории работников будут выше, чем у первой: $C_2 > C_1$. Поэтому на рисунке 10.33 график функции издержек получения образования «плохими» работниками ($C_2(N) = C_2 N$) лежит выше графика функции издержек получения образования «хорошими» работниками ($C_1(N) = C_1 N$). Кроме того, в реальной жизни в процессе получения образования трудовые качества индивидов преумножаются и совершенствуются, но в модели М. Спенса принимается упрощающая дальнейшие рассуждения предпосылка о том, что образование не влияет на производительность труда работников¹, т.е. годы, посвященные учебе, служат лишь сигналом об имеющихся постоянных способностях. «Хорошие» работники, неся издержки на получение образования, просто стремятся «купить» сигнал.

Таким образом, можно выделить следующие условия сигнализирующего равновесия в модели М. Спенса.

С одной стороны, работники принимают решение о том, какой уровень образования является для них оптимальным, и несут соответствующие издержки по его достижению. При этом полученный ими уровень

¹ В «новой экономике», когда знания становятся самостоятельным фактором производства, эта предпосылка выглядит слишком упрощающей реальную действительность. Как отмечает известный специалист в области управления Питер Дракер, «главная задача развитых стран больше не состоит в повышении производительности физического труда, — в конце концов, мы знаем, как добиться этого. Главной задачей станет повышение производительности труда интеллектуальных работников». (Drucker P. Management Challenges for the 21st Century. N. Y., 1999. P. 141.) Однако задача модели М. Спенса — показать воздействие сигналов на рыночное равновесие при асимметрии информации. Для этих целей данная предпосылка вполне уместна и даже необходима.

образования является основополагающим сигналом, который позволяет им претендовать на получение более высокой заработной платы. В частности, получая образование в течение N_1 лет, низкопроизводительные работники могут рассчитывать на то, что работодатель будет расценивать их способности как высокие и назначит им заработную плату, соответствующую высокопроизводительным сотрудникам (W_1).

С другой стороны, фирма, которая совершенно не осведомлена об истинной производительности труда потенциальных работников, составляет вероятностные представления относительно связи между наблюдаемым сигналом и неизвестными трудовыми качествами работников, и, исходя из этого, формулирует свои предложения по заработной плате. При этом, во-первых, решения фирмы относительно назначаемой заработной платы являются рациональными, т.е. доходы работников соответствуют предельным продуктам их труда, а во-вторых, вероятностные представления фирмы по поводу связи между сигналом и производительностью труда работника полностью оправдываются.

Исходя из этого, для работников актуальным становится вопрос о том, сколько лет им следует продолжать учебу после школы, а фирме необходимо решить, какую зарплату назначить работникам с разным уровнем образования.

Важным атрибутом образовательных сигналов должна быть их достоверность. Для этого необходимо, чтобы в силу объективных обстоятельств ни у одной из данных категорий работников не возникало желания и возможности представить себя в качестве представителя другой группы.

При оптимальном количестве лет послешкольного образования работников выигрыш от получения образования, измеряемый превышением зарплаты «хороших» работников над зарплатой «плохих» работников, должен превышать издержки, вызванные расходами на получение образования. Иными словами, для «хороших» и «плохих» работников должны выполняться неравенства:

$$W_1 - C_1 N_1 > W_2 - C_1 N_2, W_2 - C_2 N_2 > W_1 - C_2 N_1.$$

Это так называемые условия сопоставимости стимулов. Их можно преобразовать:

$$W_1 - W_2 > C_1 (N_1 - N_2), W_1 - W_2 < C_2 (N_1 - N_2);$$

или:

$$\frac{W_1 - W_2}{C_1} > N_1 - N_2, \frac{W_1 - W_2}{C_2} < N_1 - N_2.$$

Поскольку $C_2 > C_1$, постольку соотношение оптимальных уровней образования двух групп сотрудников N_1^* и N_2^* должно удовлетворять следующему двойному неравенству:

$$\frac{W_1 - W_2}{C_2} < N_1^* - N_2^* < \frac{W_1 - W_2}{C_1}.$$

Покажем, что равновесием будет являться уровень образования для обладающих хорошими способностями работников $N_1 = N^*$, удовлетворяющий соотношению

$$\frac{W_1 - W_2}{C_2} < N^* < \frac{W_1 - W_2}{C_1},$$

при отсутствии образования у представителей низкопродуктивной группы сотрудников: $N_2 = 0$.

Действительно, уровень образования $N_1 = N^*$ выберут все «хорошие» работники, ведущие себя рационально, поскольку для них выгоды превысят издержки:

$$W_1 - W_2 > C_1 N^*.$$

Как показано на рисунке 10.33 длина отрезка $[W_1 W_2]$ больше, чем длина отрезка $[AN^*]$.

А вот для «плохих» работников уровень образования N^* не будет рациональным, поскольку в этом случае их выгоды оказались бы меньше издержек:

$$W_1 - W_2 < C_2 N^*.$$

Как показано на рисунке 10.33 длина отрезка $[W_1 W_2]$ меньше, чем длина отрезка $[BN^*]$. Для «плохих» работников рациональным будет уровень образования $N_2 = 0$, поскольку даже проучившись любое меньшее N^* количество лет, они не смогут претендовать на зарплату W_1 . Тогда они попросту откажутся от продолжения образования после школы.

Следуя полученному сигналу об уровне образования принимаемых на работу сотрудников, фирма назначит тем, кто обучался после школы в течение N^* лет, зарплату W_1 , а тем, кто ограничился лишь школьной программой ($N = 0$), — зарплату W_2 . Поэтому изображенная на рисунке 10.33 функция дохода $W(N)$ имеет разрыв в точке N^* — при оптимальном количестве лет, в течение которого будут получать образование «хорошие» работники.

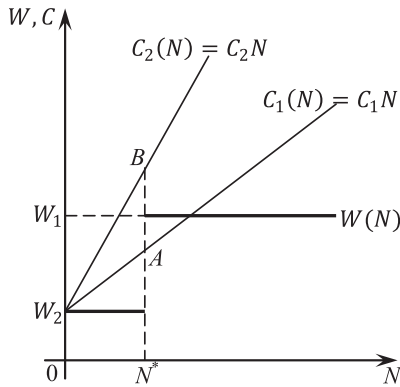


Рис. 10.33. Разделяющее сигнализирующее равновесие на рынке труда

Рассмотренный тип сигнализирующего равновесия носит название разделяющего сигнализирующего равновесия, поскольку работники с хорошими трудовыми качествами самостоятельно совершают выбор по приобретению сигнала с целью отделить себя в глазах работодателей от работников с плохими трудовыми качествами.

Несмотря на то, что ни у «хороших», ни у «плохих» работников, ни у фирмы не остается стимулов изменить совершаемый выбор, разделяющее сигнализирующее равновесие оказывается неэффективным с точки зрения общества. Причина этой неэффективности кроется в том, что, «покупая» сигнал, «хорошие» работники извлекают частную выгоду в виде более высокой заработной платы, но их инвестиции в получение сигнализирующего уровня образования не приносят общественной выгоды, поскольку, согласно условиям модели, не изменяют их производительности, а значит, и не влияют на объем выпуска фирмы. «Покупка» сигнала с общественной точки зрения представляет собой напрасные расходы.

Другой возможный тип сигнализирующего равновесия — объединяющее сигнализирующее равновесие, по условиям которого работники с разными трудовыми качествами делают одинаковый выбор: несмотря на то, что издержки получения образования для одних работников выше, чем для других, и те, и другие получают одинаковый уровень образования. В этом случае сигнал оказывается неинформативным, и фирма предлагает всем работникам одинаковую среднюю заработную плату, равную $W = MP_1 \cdot b - MP_2 \cdot (1 - b)$. Если подобная ситуация устроит фирму и наемных работников, то проблемы негативного отбора не возникнет, поскольку максимизирующая прибыль фирма произведет эффективный объем выпуска, как и в случае, если бы она могла четко разграничить ра-

ботников по их трудовым качествам. Однако с общественной точки зрения объединяющее сигнализирующее равновесие окажется неэффективным, поскольку «хорошие» работники получают меньше, чем заработают в смысле предельной доходности их труда, а «плохие» работники — больше.

Таким образом, сигнализирование на рынке труда не приводит к общественной эффективности. Этот вывод свидетельствует о том, что сигнализирование не является универсальным средством для улучшения функционирования рынков с асимметричной информацией. Поэтому эффекты асимметрии информации при более глубоком рассмотрении оказываются более сложными, чем это может показаться при беглом взгляде на проблемы, порождаемые ими.

10.13. Эффективная заработная плата в модели отлынивания

В отличие от ситуации неблагоприятного отбора, в которой реализуется предконтрактный оппортунизм экономических агентов, моральный ущерб¹ представляет собой разновидность постконтрактного оппортунизма. Постконтрактное оппортунистическое поведение проявляется в извлечении дополнительной выгоды одной из сторон сделки после заключения контракта, действующего продолжительное время, в силу того, что другая сторона не может в полной мере проконтролировать его выполнение. Моральный ущерб — это получение одним из контрагентов выигрыша в ущерб другим путем манипулирования информацией, которой он обладает².

На рынке труда моральный ущерб проявляется в виде риска недобросовестного поведения работников, которые уже после заключения с ними трудовых соглашений могут либо эффективно трудиться, либо отлынивать от работы. Однако информация о реальных трудовых усилиях работников не всегда доступна фирме, поскольку зачастую ее получение либо попросту невозможно, либо связано с проведением дорогостоящего мониторинга. Таким образом, возникает ситуация, характеризующаяся постконтрактным оппортунизмом, наносящим экономический ущерб деятельности фирмы.

¹ Англ. *Moral hazard*.

² См.: Антипина О. Н. Асимметрия информации // Вестник МГУ. Серия 6. Экономика. 2003. № 2. С. 118; Шаститко А. Е. Неинституциональная экономическая теория. М.: ТЕИС, 1998.

Теоретически эту ситуацию, проанализированную американскими экономистами Джорджем Акерлофом (1982)¹, Жанет Йеллен (1984)², Карлом Шапиро и Джозефом Стиглицем (1984)³, отражает модель уклонения наемных работников. Экономический смысл этой модели состоит в том, чтобы показать, каким образом благодаря зависимости производительности труда наемных работников от уровня заработной платы на рынке труда преодолевается моральный ущерб. При этом воздействие величины заработной платы на производительность труда понимается не непосредственно — на большую зарплату можно лучше питаться, а значит и лучше работать, — а именно через устранение риска недобросовестного поведения: если работнику заплатить больше, то он будет работать с присущей ему производительностью, а не снижать ее тайком от фирмы.

Согласно условиям модели, рассматривается конкурентный рынок труда, на котором кривая спроса на труд (L_d) имеет отрицательный наклон, а кривая предложения труда (L_s) для простоты принимается вертикальной, что свидетельствует о неэластичности предложения труда. Фирмы, нанимающие одинаково продуктивных работников, предлагают им одинаковую заработную плату, соответствующую ее равновесному значению w^* (рис. 10.34). Фирмы не имеют совершенной информации о производительности работников, которые могут выполнять свои функции как в поте лица, так и спустя рукава. Даже если руководство одной из фирм узнает об уклонении некоторых работников от добросовестного исполнения своих обязанностей и уволит их, они легко найдут новую работу за ту же заработную плату благодаря конкурентному механизму рынка труда. Таким образом, в данной ситуации угроза увольнения не способна заставить всех работников трудиться эффективно.

Решить проблему уклонения работников от добросовестного выполнения своих трудовых обязанностей можно путем установления повышенной оплаты труда. Если все фирмы установят своим работникам вознаграждение на уровне эффективной заработной платы w^e , превышающей равновесное значение ($w^e > w^*$), то величина спроса на труд L^e окажется ниже равновесного количества занятых L^* , и на рынке труда будет иметь место безработица в размере $L^* - L^e$. Тогда уволенные за не-

¹ Akerlof G. A. Labor Contracts as Partial Gift Exchange // Quarterly Journal of Economics. Vol. 97. November 1982. P. 543–569.

² Yellen J. L. Efficiency Wage Models of Unemployment // American Economic Review. Vol. 74. May 1984. P. 200–205.

³ Shapiro C., Stiglitz J. E. Equilibrium unemployment as a worker discipline device // American Economic Review. Vol. 74, June 1984. P. 433–444.

добросовестный труд работники будут попадать в число безработных на то время, пока им в другой фирме не предложат эффективную заработную плату.

Минимальная величина эффективной заработной платы, при которой работники прекращают уклоняться от эффективного труда, может быть определена для каждого уровня безработицы. Значения минимальной величины эффективной заработной платы будут лежать на кривой, удовлетворяющей условию отсутствия уклонений (no-shirking condition — NSC). Кривая отсутствия уклонений имеет положительный наклон, но не пересекает, а лишь приближается к кривой предложения труда, поскольку при любом равновесном значении эффективной заработной платы на рынке труда имеет место безработица. Положительный наклон кривой отсутствия уклонений подтверждается еще и тем фактом, что при высокой безработице разрыв между минимальной эффективной заработной платой и ее конкурентным равновесным значением невелик, поскольку потерявший работу индивид при таких условиях согласится и на небольшое вознаграждение за добросовестный труд. В случае же небольшой безработицы минимальная эффективная заработная плата, напротив, будет существенно выше конкурентной, поскольку работники будут вправе рассчитывать на существенный стимул их добросовестного отношения к труду.

Равновесие на рынке труда в модели уклонения наемных работников устанавливается в точке пересечения кривой отсутствия уклонений и кривой спроса на труд L_d (точка E^e на рис. 10.34) на уровне эффективной заработной платы w^e , соответствующем количеству занятых L^e .

Рассмотрим подробнее модель отлынивания (или уклонения) наемных работников, предполагающую установление эффективной заработной платы при возможности оппортунистического поведения работника — снижения уровня трудовых затрат в ситуации недостаточного контроля за его действиями со стороны руководства фирмы¹.

Предположим, что функция полезности работника является возрастающей зависимостью от ставки заработной платы и убывающей — от величины трудового вклада. Пусть для определенности полезность работника описывается линейной функцией: $U(w, e) = w - e$, где w — его ставка заработной платы, e — уровень трудовых усилий, который может быть либо нулевым ($e = 0$), либо положительным ($e > 0$).

¹ Ср.: Рошин С. Ю., Разумова Т. О. Экономика труда. М.: ИНФРА-М, 2000; Никифоров А. А., Антипина О. Н., Миклашевская Н. А. Макроэкономика: научные школы, концепции, экономическая политика. М.: Дело и Сервис, 2010.

Используя ограничение совместимости по стимулам, сформулируем условие отсутствия уклонения, или отлынивания:

$$U^N = w - e \geq \theta w + (1 - \theta)B = U^S,$$

где B — величина пособия по безработице, θ — доля времени, проведенного в состоянии занятости для отлынивающих, U^S — полезность отлынивающего работника.

Итак, ставка заработной платы, обеспечивающая отсутствие отлынивания со стороны работника, должна удовлетворять неравенству:

$$w \geq B + \frac{e}{1 - \theta}.$$

Если q — вероятность увольнения при отлынивании, а p — вероятность трудоустройства, соответственно, $\frac{1}{q}$ и $\frac{1}{p}$ — ожидаемые продолжительности занятости для отлынивающих и безработицы, то доля времени в состоянии занятости для отлынивающих может быть представлена в сле-

дующем виде: $\theta = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{1}{q} + \frac{1}{p}}$, а коэффициент при уровне усилий в выраже-

нии для порогового уровня заработной платы принимает следующий вид: $\frac{1}{1 - \theta} = \frac{p}{q} + 1$.

В этих обозначениях ставка эффективной заработной платы w^e , обеспечивающая отсутствие отлынивания работника, будет удовлетворять неравенству:

$$w^e \geq B + \left(1 + \frac{p}{q}\right)e.$$

Далее вероятность трудоустройства может быть рассчитана с использованием величины рабочей силы L^* , количества занятых L и уровня текущей среди занятых (уровня вакантности рабочих мест) λ : $p = \frac{\lambda L}{L^* - L}$, где λL — число вакантных рабочих мест, $(L^* - L)$ — количество безработных.

Таким образом, условие для ставки эффективной заработной платы не отлынивающего работника принимает вид:

$$w^e \geq B + \left(1 + \frac{\lambda}{q} \frac{L}{L^* - L} \right) e,$$

а минимальные значения эффективной заработной платы будут принадлежать кривой отсутствия отлыниваний NSC , которая задана соответствующим равенством:

$$w^e = B + \left(1 + \frac{\lambda}{q} \frac{L}{L^* - L} \right) e.$$

Величина рабочей силы L^* определяет предложение труда L_S , представляющее собой вертикальную асимптоту для графика кривой отсутствия отлыниваний NSC , которая неограниченно приближается к L^* при стремлении ставки заработной платы к бесконечности, но никогда не достигает этой потенциальной величины. Поэтому состояние равновесия на рынке труда всегда будет сопряжено с определенной величиной вынужденной безработицы $L^* - L^e$ (рис. 10.34).

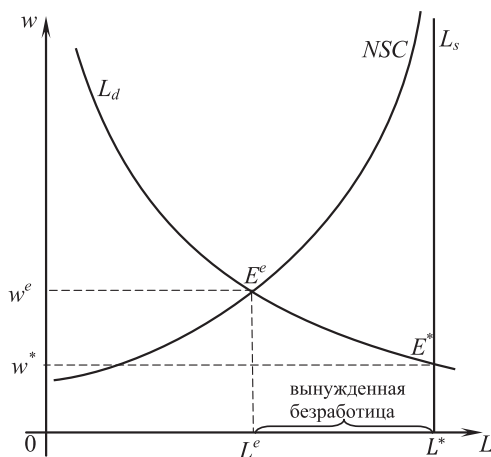


Рис. 10.34. Равновесие на рынке труда при моральном ущербе вследствие асимметрии информации

Результатом преодоления морального ущерба на рынке труда становится установление рыночного равновесия, при котором уровень зара-

ботной платы оказывается выше конкурентного, а количество занятых — ниже конкурентного (равновесие перемещается из точки E^* в точку E^e). Благодаря возросшим расходам фирм на оплату труда работники не повысили свою производительность в абсолютном выражении, а лишь только начали добросовестно трудиться с изначально присущим им усердием. Таким образом, установившееся на рынке труда равновесие не является эффективным с точки зрения общества, а повышение заработной платы работников выглядит как пустая трата средств в соотношении с предельной доходностью их труда.

Теория эффективной заработной платы находит проявление в индивидуализации оплаты труда, широко распространенной в современной экономике. Фирмы, отдающие предпочтение сотрудничеству с хорошо зарекомендовавшими себя работниками, устанавливают для них индивидуальные денежные вознаграждения, уровень которых может быть сопоставим со ставкой эффективной заработной платы.

10.14. Проблема заказчика—исполнителя и скрытые действия: моральный ущерб

Модели взаимодействия заказчика и исполнителя анализируют проблематику морального ущерба в контексте отделения собственности от управления.

Проблема заказчика—исполнителя возникает тогда, когда одним индивидуумом (исполнителем) по поручению другого (заказчика) осуществляется некоторая деятельность. В сфере экономики, как правило, основу отношений между заказчиком и исполнителем составляют отношения найма, в которых исполнителем именуется сторона, осуществляющая действие, а заказчиком — сторона, на которую это действие влияет. Проблема в отношениях между заказчиком и агентом, в сущности, близка к проблеме морального ущерба или постконтрактного оппортунизма. Она возникает в связи с тем, что исполнитель, формально действуя от имени заказчика, может преследовать свои цели, достижение которых не входит в интересы другой стороны. Действовать в собственных интересах исполнителю позволяет асимметрия информации: заказчик либо вовсе не может проконтролировать его действия, либо это сделать оказывается крайне сложно и дорогостояще.

Отношения между заказчиком—исполнителем, осложненные информационной асимметрией, довольно распространены. Наиболее наглядно проблема этих отношений выглядит в корпорации. Две стороны отноше-

ний — акционеры, которые являются собственниками фирмы, и менеджеры, управляющие делами фирмы. Акционеры выступают в роли заказчиков, а менеджеры — в роли агентов. Проблема морального ущерба возникает, поскольку заказчики не имеют полной информации о действиях исполнителей. К примеру, акционерам доступна информация о валовой прибыли корпорации, но им ничего не известно о тех усилиях менеджеров, которые они вложили в ее получение. Им также ничего не известно о том, каким образом будет использоваться менеджерами доля прибыли, направляющаяся на расширение производства, но их интересует та часть прибыли, которая пойдет на выплату дивидендов. Иными словами, акционеры не имеют возможности проконтролировать, были ли действия менеджеров адекватными стремлениям их как собственников корпорации.

Источники конфликта интересов собственников и менеджеров кроются в том, что каждая из сторон имеет личные цели и действует в разной рыночной среде. Акционеры преумножают свое богатство в виде акций, приносящих дивиденды, на фондовом рынке, а менеджеры стремятся максимально дорого продать свою рабочую силу на рынке труда. В этой связи у менеджеров появляется ряд оснований для того, чтобы управлять фирмой вразрез с интересами собственников.

Во-первых, у менеджеров возникают определенные предпочтения в области представительских расходов. Они могут счесть необходимым строительство фешенебельного офиса, найм огромного количества обслуживающего персонала, покупку шикарных представительских служебных машин для членов совета директоров и высших менеджеров и т.п. Менеджеры могут обосновывать эти расходы необходимостью, но на деле они могут служить в большей степени их собственному благу. Высокие представительские расходы могут приносить пользу менеджерам, одновременно повышая издержки и сокращая долю прибыли, остающуюся для выплаты дивидендов акционерам.

Во-вторых, менеджеры, как и большинство людей при прочих равных условиях, предпочитают тяжелой работе отдых. Они способны предпринять усилия по реализации того или иного мероприятия только в том случае, если оно принесет им дополнительные выгоды, большие, чем те издержки, которые им придется понести. Однако в том случае, если выгоды в виде растущих дивидендов будут доставаться акционерам, менеджеры предпочтут отказаться от лишних расходов собственных сил.

В-третьих, на поведение менеджеров будет оказывать влияние и их негативное отношение к риску. Как правило, акционеры диверсифицируют свой риск, приобретая акции различных компаний. Если дивиденды по акциям одних компаний снижаются, то акционерам удастся компен-

сировать падение доходов за счет роста дивидендов по акциям других компаний. Судьба доходов менеджеров, напротив, целиком связана с деятельностью одной единственной компании, на благо которой они составляют служить свой человеческий капитал. Следовательно, если ради получения высокой прибыли, а значит, и выплаты высоких дивидендов акционерам, надо будет выбирать рискованную рыночную стратегию, грозящую в случае неудачи убытками или крахом компании, менеджеры вряд ли пойдут на это.

В-четвертых, реализация интересов менеджеров и акционеров может происходить в разных временных промежутках. К примеру, менеджеры могут быть в большей степени заинтересованы в достижении краткосрочных целей, а акционеры — долгосрочных. Так, очень часто жалование менеджеров напрямую зависит от того, какую долю общей выручки компания получила благодаря их персональной активности. Но не всегда рост общей выручки в коротком периоде способствует укреплению конкурентного преимущества фирмы и росту прибыли в долгом периоде, в котором заинтересованы акционеры.

Легко убедиться, что перечисленные предпочтения менеджеров, исходя из которых они могут строить свое поведение, идут вразрез с интересами акционеров как собственников корпорации, состоящими в максимизации прибыли фирм, и, как следствие, — причитающихся им дивидендов.

Проанализируем типичную модель взаимодействия заказчика и исполнителя (рис. 10.35). Предположим, что существуют два состояния экономической среды: благоприятное (C_1), когда валовая прибыль фирмы — чистая выручка за вычетом всех издержек, за исключением компенсации управляющего звена — будет высокой (NR_1), и неблагоприятное (C_2), при котором доходы низкие (NR_2). Нейтральный к риску собственник, или заказчик (принципал), которому принадлежит предприятие, нанимает для его управления менеджера, или исполнителя (агента), действующего в своекорыстных интересах и способного работать как с высокой самоотдачей (E_H), так и спустя рукава (E_L), если ему это будет выгодно. При этом полезность не склонного к риску управляющего описывается квазилинейной функцией: $U(w, E) = V(w) - E$, возрастающей по ставке заработной платы (w). Уровень трудовых усилий менеджера (E), который понижает величину полезности работника, сказывается на вероятности того, будет ли деятельность фирмы успешной или нет. Если он работает с высокой самоотдачей на благо предприятия (E_H), то и вероятность

коммерческого успеха будет выше $\left(p_H > \frac{1}{2}\right)$, по сравнению с ситуацией,

когда управленец будет прикладывать незначительные усилия для улучшения функционирования фирмы (E_L), полагаясь на то, что благоприятная экономическая конъюнктура компенсирует его оппортунизм, но прекрасно понимая, что такое развитие событий является не очень вероятным ($p_L < p_H$). Система денежной компенсации менеджеру (И) выстраивается владельцем фирмы (З) с привязкой к результативности деятельности предприятия: если чистая выручка оказывается высокой, то соответствующей будет и заработная плата управляющего (w_1), и наоборот, при низкой валовой прибыльности фирмы менеджер будет получать меньший гонорар (w_2). Исполнитель волен отклонить контракт, предлагаемый заказчиком, соглашаясь на некоторый резервный (минимально гарантированный) уровень полезности ($V(0)$) и принося при этом нулевую чистую выручку фирме (рис. 10.35). Чистая прибыль фирмы представляет собой разность между валовой прибылью и компенсацией управляющему: $NR_i - w_i, i = \{1, 2\}$.

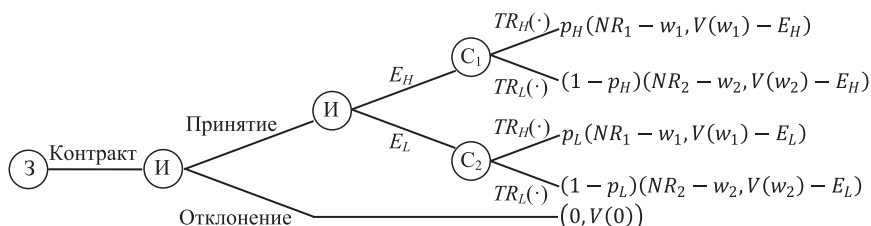


Рис. 10.35. Взаимодействие заказчика и исполнителя

При полной информации оптимизационная задача состоит в максимизации ожидаемой прибыли фирмы:

$$EPR = p_j (NR_1 - w_1^j) + (1 - p_j) (NR_2 - w_2^j),$$

где $j = \{H, L\}$ – уровень усилий менеджера, при условии выполнения ограничения по рациональности менеджера, в соответствии с которым его ожидаемая полезность должна быть не меньше некоторого гарантированного при любой ситуации (резервного) уровня:

$$p_j V(w_1^j) + (1 - p_j) V(w_2^j) - E_j \geq U(0) = V(0), j = \{H, L\}.$$

Если условие по резервной полезности, или по участию, не выполняется, то очевидно, что рациональные экономические агенты откажутся от данного вида деятельности, предпочитая ему альтернативный.

Итак, оптимизационная задача для собственника предприятия при полной информации имеет вид:

$$\begin{cases} \max_{w_1^j, w_2^j} EPR_H = \max_{w_1^j, w_2^j} (p_j (NR_1 - w_1^j) + (1 - p_j) (NR_2 - w_2^j)) : \\ EU_j = p_j V(w_1^j) + (1 - p_j) V(w_2^j) - E_j \geq V(0), j = \{H, L\}. \end{cases}$$

Функция Лагранжа для этой задачи будет такова:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & p_j (NR_1 - w_1^j) + (1 - p_j) (NR_2 - w_2^j) + \\ & + \lambda (p_j V(w_1^j) + (1 - p_j) V(w_2^j) - E_j - V(0)). \end{aligned}$$

Необходимые условия экстремума подразумевают, прежде всего, оптимальность по искомым переменным — уровням заработной платы, соответствующим разным состояниям экономической среды:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1^j} = p_j (\lambda V'(w_1^j) - 1) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2^j} = (1 - p_j) (\lambda V'(w_2^j) - 1) = 0, \end{cases}$$

$$\text{т.е. } V'(w_1^j) = V'(w_2^j) = \frac{1}{\lambda} > 0,$$

$$\text{а значит, } w_1^j = w_2^j = w_j.$$

Кроме того, должны выполняться условия дополняющей нежесткости:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = & \lambda (p_j V(w_1^j) + (1 - p_j) V(w_2^j) - E_j - V(0)) = 0, \\ \lambda \geq & 0, p_j V(w_1^j) + (1 - p_j) V(w_2^j) - E_j \geq V(0). \end{aligned}$$

Из этого условия видно, что поскольку в силу монотонности полезности по заработной плате $\lambda > 0$, постольку ограничение по рациональности является активным:

$$p_j V(w_1^j) + (1 - p_j) V(w_2^j) - E_j = V(0).$$

Решение данной задачи будет найдено из данного равенства с учетом единого уровня заработной платы независимо от результативности функционирования предприятия:

$$w_j = V^{-1}(E_j + V(0)), j = \{H, L\}.$$

В данном случае нет распределения рисков. Весь риск несет собственник, который к нему нейтрален. При этом собственнику не при-

чиняется никакого морального ущерба. Издержки агентского поведения отсутствуют, если менеджер ведет себя так, как того желает собственник.

В ситуации, когда действия менеджера можно наблюдать, оптимальные с точки зрения общественного благосостояния контракты в условиях полной информации эквивалентны контрактам, оговаривающим денежную компенсацию исполнителю в зависимости от его усилий. Действительно, по доказанному выше при решении каждой из двух оптимизационных задач, характеризующих ситуацию, когда агенты демонстрируют, соответственно, высокий либо низкий уровень трудозатрат, уровень заработной платы оказывается инвариантным по отношению к состоянию экономической среды: $w_1 = w_2$. Следовательно, постановку оптимизационной задачи в ситуации с работником, прилагающим большие усилия для выполнения производственных задач, можно упростить:

$$\begin{cases} \max_{w_j} EPR_j = \max_{w_j} (p_j(NR_1 - w_j) + (1 - p_j)(NR_2 - w_j)): \\ U(w, E) = V(w_j) - E_j \geq V(0), j = \{H, L\}. \end{cases}$$

Оптимальность контракта предполагает равенство нулю производной лагранжиана

$$\mathcal{L} = p_j NR_1 + (1 - p_j) NR_2 - w_j + \lambda (V(w_j) - E_j - V(0))$$

по уровню заработной платы:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_j} = -1 + \frac{\lambda}{V'(w_j)} = 0, \text{ т.е. } V'(w_j) = \lambda > 0,$$

а также условия дополняющей нежесткости:

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda (V(w_j) - E_j - V(0)) = 0, \lambda \geq 0, V(w_j) - E_j \geq V(0).$$

Поскольку $\lambda > 0$, постольку $V(w_j) = E_j + V(0)$.

Таким образом, в условиях полной информации исполнителю будет назначена заработная плата, обеспечивающая ему резервный уровень полезности:

$$w_j = V^{-1}(E_j + V(0)), j = \{H, L\}.$$

Подводя итог анализа ситуации полной информации, сравним величину прибыли фирмы при различной степени участия в ее деятельности управляющего:

$$\begin{aligned}
EPR_H^* &= p_H NR_1 + (1 - p_H) NR_2 - w_H = \\
&= p_H NR_1 + (1 - p_H) NR_2 - V^{-1}(E_H + V(0)), \\
EPR_L^* &= p_L NR_1 + (1 - p_L) NR_2 - w_L = \\
&= p_L NR_1 + (1 - p_L) NR_2 - V^{-1}(E_L + V(0)),
\end{aligned}$$

следовательно,

$$\begin{aligned}
EPR_H^* - EPR_L^* &= (p_H - p_L)(NR_1 - NR_2) - (w_H - w_L) = \\
&= (p_H - p_L)(NR_1 - NR_2) - (V^{-1}(E_H + V(0)) - V^{-1}(E_L + V(0))).
\end{aligned}$$

Таким образом, для того чтобы с точки зрения собственника более предпочтительным был высокий уровень усилий менеджера, разность между величинами чистой выручки при хорошей и плохой конъюнктуре должна превышать разность между соответствующими уровнями заработной платы менеджера в расчете на единицу прироста вероятности наступления благоприятного исхода при увеличении трудовых затрат управляющего:

$$NR_1 - NR_2 = \frac{V^{-1}(E_H + V(0)) - V^{-1}(E_L + V(0))}{p_H - p_L}.$$

Перейдем теперь к рассмотрению ситуации асимметрии информации, когда собственник фирмы не имеет возможности проконтролировать действия наемного менеджера. Очевидно, что сам управляющий, рационализируя уровень своего участия в деятельности руководимого им предприятия, выбирает тот уровень усилий, который ему выгоден с точки зрения индивидуальной полезности. Поскольку действия менеджера для собственника не наблюдаемы, рациональной стратегией для заказчика будет привязка системы денежного стимулирования наемного работника к результативности функционирования предприятия в целом, характеризующейся чистой выручкой, которую принципал в состоянии достоверно определить (рис. 10.35).

При неполноте информации оптимизационная задача состоит в максимизации ожидаемой прибыли фирмы

$$EPR = p_H (NR_1 - w_1) + (1 - p_H) (NR_2 - w_2),$$

при условии выполнения ограничений по минимальной, гарантированной полезности

$$p_H V(w_1) + (1 - p_H) V(w_2) - E_H - V(0) \geq 0$$

и по совместимости стимулов

$$\begin{aligned} EU_H &= p_H V(w_1) + (1 - p_H) V(w_2) - E_H \geq EU_L = \\ &= (1 - p_H) V(w_1) + p_H V(w_2) - E_L, \\ \text{или } V(w_1) - V(w_2) &+ \frac{E_L - E_H}{2p_H - 1} \geq 0. \end{aligned}$$

Очевидно, что собственник заинтересован в том, чтобы простимулировать менеджера к высокому уровню усилий. Итак, принципал (заказчик) решает следующую задачу:

$$\begin{cases} \max_{w_1, w_2} EPR_H = \max_{w_1, w_2} (p_H (NR_1 - w_1) + (1 - p_H) (NR_2 - w_2)): \\ EU_H = p_H V(w_1) + (1 - p_H) V(w_2) - E_H \geq V(0), \\ V(w_1) - V(w_2) + \frac{E_L - E_H}{2p_H - 1} \geq 0. \end{cases}$$

Функция Лагранжа для этой задачи будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= p_H (NR_1 - w_1) + (1 - p_H) (NR_2 - w_2) + \\ &\lambda (p_H V(w_1) + (1 - p_H) V(w_2) - E_H - V(0)) + \mu \left(V(w_1) - V(w_2) + \frac{E_L - E_H}{2p_H - 1} \right). \end{aligned}$$

Необходимые условия экстремума подразумевают, прежде всего, оптимальность по искомым переменным — уровням заработной платы, соответствующим разным состояниям экономической среды:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1} = -p_H + \lambda p_H V'(w_1) + \mu V'(w_1) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2} = \lambda (1 - p_H) V'(w_2) - \mu V'(w_2) + p_H - 1 = 0, \end{cases}$$

$$\text{т.е. } \begin{cases} V'(w_1) = \frac{p_H}{\lambda p_H + \mu}, \\ V'(w_2) = \frac{1 - p_H}{\lambda (1 - p_H) - \mu}, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \frac{1}{V'(w_1)} = \lambda + \frac{\mu}{p_H}, \\ \frac{1}{V'(w_2)} = \lambda - \frac{\mu}{1 - p_H}, \end{cases}$$

а значит,

$$\frac{1}{V'(w_1)} + \frac{1}{V'(w_2)} = \frac{\mu(1-2p_H)}{p_H(1-p_H)}.$$

Кроме того, должны выполняться условия дополняющей нежесткости:

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda (p_H V(w_1) + (1-p_H)V(w_2) - E_H - V(0)) = 0,$$

$$\lambda \geq 0, p_H V(w_1) + (1-p_H)V(w_2) - E_H \geq V(0);$$

$$\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \mu \left(V(w_1) - V(w_2) + \frac{E_L - E_H}{2p_H - 1} \right) = 0,$$

$$\mu \geq 0, V(w_1) - V(w_2) + \frac{E_L - E_H}{2p_H - 1} \geq 0.$$

Если $\mu = 0$, то $V'(w_1) = V'(w_2)$, а значит, $V(w_1) - V(w_2) = 0$. Но это противоречит соотношению дополняющей нежесткости, в соответствии

с которым $V(w_1) - V(w_2) + \frac{E_L - E_H}{2p_H - 1} \geq 0$, ведь $\frac{E_L - E_H}{2p_H - 1} < 0$, так как $E_L < E_H$

и $p_H > \frac{1}{2}$. Значит, $\mu > 0$ и условие совместимости по стимулам является

жестким:

$$V(w_1) - V(w_2) = \frac{E_H - E_L}{2p_H - 1}.$$

Следовательно, из условия оптимальности по w_2 и монотонности полезности по заработной плате ($V'(w_2) > 0$) вытекает, что $\lambda > 0$. В силу первого из условий дополняющей нежесткости это означает, что ограничение по рациональности также является активным:

$$p_H V(w_1) + (1-p_H)V(w_2) = E_H + V(0).$$

Решая систему из двух последних уравнений, получаем, что

$$V(w_1) = \frac{(1-p_H)(E_H - E_L)}{2p_H - 1} + E_H + V(0),$$

т. е.

$$w_1 = V^{-1} \left(\frac{(1-p_H)(E_H - E_L)}{2p_H - 1} + E_H + V(0) \right);$$

и

$$V(w_2) = \frac{p_H(E_L - E_H)}{2p_H - 1} + E_H + V(0),$$

т. е.

$$w_2 = V^{-1} \left(\frac{p_H(E_L - E_H)}{2p_H - 1} + E_H + V(0) \right).$$

Поскольку $\frac{(1-p_H)(E_H - E_L)}{2p_H - 1} > 0$, а $\frac{p_H(E_L - E_H)}{2p_H - 1} < 0$, постольку реше-

ния задач в условиях полной информации при высоком трудовом вкладе менеджера и в условиях асимметрии информации будут связаны неравенством: $w_1 > w_H > w_2$. Таким образом, для стимулирования менеджера к высоким трудозатратам в условиях асимметрии информации собственник должен обеспечить ему повышенную заработную плату, по сравнению с ситуацией полной информации, и предусмотреть снижение заработной платы в качестве санкций за оппортунистическое поведение наемного работника.

Обратим внимание на то, что оптимальной стратегией для заказчика будет переложить частично риск на исполнителя, предлагая ему такое меню контрактов, которое обеспечивало бы агенту ожидаемую полезность на резервном уровне:

$$\begin{aligned} EU_H &= p_H V(w_1) + (1-p_H) V(w_2) - E_H = \\ &= p_H \left(\frac{(1-p_H)(E_H - E_L)}{2p_H - 1} + E_H + V(0) \right) + \\ &+ (1-p_H) \left(\frac{p_H(E_L - E_H)}{2p_H - 1} + E_H + V(0) \right) - E_H = V(0) = U(0). \end{aligned}$$

Таким образом, в ситуации асимметрии информации собственник не несет весь риск — он делит его с менеджером.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий проблематику морального ущерба, рассмотренную на модельном уровне выше. Допустим, что чистая выручка фирмы может быть высокой $NR_1 = 3e^2$ либо низкой $NR_2 = 3e$, а менеджер фирмы может прикладывать либо большие усилия $E_H = \frac{4}{3}$, либо маленькие $E_L = 1$. Действия управляющего сказываются на вероят-

ности того, будет деятельность фирмы более или менее результативной: исход NR_1 имеет место с вероятностью $p_H = \frac{2}{3}$, если предпринято действие E_H , и лишь с вероятностью $p_L = \frac{1}{3}$ в противном случае (рис. 10.36).

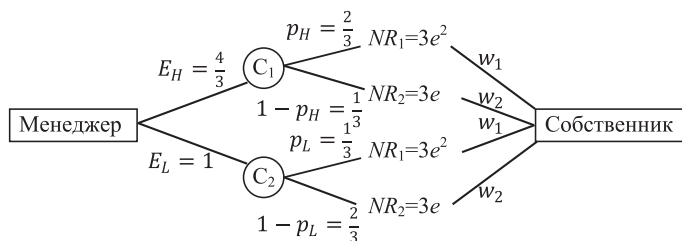


Рис. 10.36. Взаимодействие заказчика и исполнителя: пример

Пусть функция полезности менеджера имеет квазилинейную форму

$$U(w, E) = \ln w - E,$$

а его резервный уровень полезности равен нулю.

Нейтральный к риску собственник предприятия разрабатывает стимулирующие контракты, которые предусматривают компенсацию менеджеру в размере w_i , привязанную к получению выручки на уровне TR_i , $i = \{1, 2\}$.

Рассчитаем вначале оптимальные контракты в условиях полной информации. Ожидаемая прибыль собственника предприятия составит

$$EPR = p_j(3e^2 - w_1) + (1 - p_j)(3e - w_2),$$

где $j = \{H, L\}$ — уровень усилий менеджера.

В случае высоких усилий менеджера оптимизационная задача для владельца предприятия будет выглядеть так:

$$\begin{cases} \max_{w_1^H, w_2^H} EPR_H = \max_{w_1^H, w_2^H} \left(\frac{2}{3}(3e^2 - w_1^H) + \frac{1}{3}(3e - w_2^H) \right); \\ EU_H = \frac{2}{3} \left(\ln w_1^H - \frac{4}{3} \right) + \frac{1}{3} \left(\ln w_2^H - \frac{4}{3} \right) = \frac{2}{3} \ln w_1^H + \frac{1}{3} \ln w_2^H - \frac{4}{3} \geq 0. \end{cases}$$

Функция Лагранжа для этой задачи будет иметь следующий вид:

$$\mathcal{L} = \frac{2}{3}(3e^2 - w_1^H) + \frac{1}{3}(3e - w_2^H) + \lambda \left(\frac{2}{3} \ln w_1^H + \frac{1}{3} \ln w_2^H - \frac{4}{3} \right).$$

Необходимые условия экстремума подразумевают, прежде всего, оптимальность по искомым переменным — уровням заработной платы, соответствующим разным состояниям экономической среды:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1^H} = -\frac{2}{3} + \frac{2\lambda}{3w_1^H} = 0; \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2^H} = -\frac{1}{3} + \frac{\lambda}{3w_2^H} = 0, \end{cases} \quad \text{т.е. } w_1^H = w_2^H = \lambda > 0.$$

Кроме того, должны выполняться условия дополняющей нежесткости:

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda \left(\frac{2}{3} \ln w_1^H + \frac{1}{3} \ln w_2^H - \frac{4}{3} \right) = 0, \lambda \geq 0, \frac{2}{3} \ln w_1^H + \frac{1}{3} \ln w_2^H - \frac{4}{3} \geq 0.$$

В силу положительности λ , показанной выше, из условия дополняющей нежесткости можно сделать вывод, что $\frac{2}{3} \ln w_1^H + \frac{1}{3} \ln w_2^H - \frac{4}{3} = 0$, т.е. $\ln w_1^H = \ln w_2^H = \frac{4}{3}$, и $w_1^H = w_2^H = e^{\frac{4}{3}}$.

В случае низких усилий менеджера оптимизационная задача принимает вид:

$$\begin{cases} \max_{w_1^L, w_2^L} EPR_L = \max_{w_1^L, w_2^L} \left(\frac{1}{3} (3e^2 - w_1^L) + \frac{2}{3} (3e - w_2^L) \right); \\ EU_L = \frac{1}{3} (\ln w_1^L - 1) + \frac{2}{3} (\ln w_2^L - 1) = \frac{1}{3} \ln w_1^L + \frac{2}{3} \ln w_2^L - 1 \geq 0. \end{cases}$$

Выпишем функцию Лагранжа:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{3} (3e^2 - w_1^L) + \frac{2}{3} (3e - w_2^L) + \lambda \left(\frac{1}{3} \ln w_1^L + \frac{2}{3} \ln w_2^L - 1 \right).$$

Необходимые условия экстремума подразумевают оптимальность по заработной плате в разных условиях экономической конъюнктуры:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1^L} = -\frac{1}{3} + \frac{\lambda}{3w_1^L} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2^L} = -\frac{2}{3} + \frac{2\lambda}{3w_2^L} = 0, \end{cases} \quad \text{т.е. } w_1^L = w_2^L = \lambda > 0;$$

а также условия дополняющей нежесткости:

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda \left(\frac{1}{3} \ln w_1^L + \frac{2}{3} \ln w_2^L - 1 \right) = 0, \lambda \geq 0, \frac{1}{3} \ln w_1^L + \frac{2}{3} \ln w_2^L - 1 \geq 0.$$

Из последней системы вытекает, что λ – положительная величина, следовательно, $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$, т.е. $\frac{1}{3} \ln w_1^L + \frac{2}{3} \ln w_2^L = \ln w_1^L = \ln w_2^L = 1$, и $w_1^L = w_2^L = e$.

Поскольку в ситуации, когда действия менеджера можно наблюдать, при решении оптимизационных задач, соответствующих трудолюбивым сотрудникам и лентяям, уровень заработной платы оказывается инвариантным по отношению к состоянию экономической среды, постольку оптимальные контракты будут оговаривать денежную компенсацию исполнителю в зависимости от его усилий.

Тогда оптимизационная задача в ситуации с усердным работником принимает вид:

$$\begin{cases} \max_{w_H} EPR_H = \max_{w_H} \left(\frac{2}{3}(3e^2 - w_H) + \frac{1}{3}(3e - w_H) \right) = \max_{w_H} (2e^2 + e - w_H): \\ U_H = \ln w_H - \frac{4}{3} \geq 0. \end{cases}$$

Оптимальность контракта предполагает равенство нулю производной лагранжиана $\mathcal{L} = 2e^2 + e - w_H + \lambda \left(\ln w_H - \frac{4}{3} \right)$ по уровню заработной платы $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_H} = -1 + \frac{\lambda}{w_H} = 0$, т.е. $w_H = \lambda > 0$, а также условия дополняющей нежесткости: $\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda \left(\ln w_H - \frac{4}{3} \right) = 0, \lambda \geq 0, \ln w_H - \frac{4}{3} \geq 0$. Поскольку $\lambda > 0$, постольку $\ln w_H = \frac{4}{3}$, т.е. $w_H = e^{\frac{4}{3}}$.

Аналогично, задачу оптимизации при низких усилиях агента можно переписать в виде:

$$\begin{cases} \max_{w_L} EPR_L = \max_{w_L} \left(\frac{1}{3}(3e^2 - w_L) + \frac{2}{3}(3e - w_L) \right) = \max_{w_L} (e^2 + 2e - w_L): \\ U_L = \ln w_L - 1 \geq 0. \end{cases}$$

Для функции Лагранжа $\mathcal{L} = e^2 + 2e - w_L + \lambda(\ln w_L - 1)$ должны выполняться условия:

оптимальности по заработной плате $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_L} = -1 + \frac{\lambda}{w_L} = 0$, т.е. $w_L = \lambda > 0$, и

дополняющей нежесткости $\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda(\ln w_L - 1) = 0$, $\lambda \geq 0$, $\ln w_L - 1 \geq 0$.

Учитывая, что $\lambda > 0$, получаем $\ln w_L = 1$, а значит, $w_L = e$, как мы и рассчитывали выше при привязке платежа менеджеру к состоянию экономической среды.

Подводя итог анализа ситуации полной информации, можно отметить, что

$$EPR_H^* = \frac{2}{3} \left(3e^2 - e^{\frac{4}{3}} \right) + \frac{1}{3} \left(3e - e^{\frac{4}{3}} \right) = 2e^2 + e - e^{\frac{4}{3}} > e^2 + e = EPR_L^*,$$

следовательно, с точки зрения собственника будет предпочтительным высокий уровень усилий менеджера E_H .

Рассчитаем теперь субоптимальные контракты в условиях асимметричной информации. Ограничение по рациональности имеет вид:

$$\frac{2}{3} \ln w_1 + \frac{1}{3} \ln w_2 - \frac{4}{3} \geq 0, \text{ или } 2 \ln w_1 + \ln w_2 - 4 \geq 0.$$

Ограничение по совместимости стимулов выглядит так:

$$EU_H = \frac{2}{3} \ln w_1 + \frac{1}{3} \ln w_2 - \frac{4}{3} \geq EU_L = \frac{1}{3} \ln w_1 + \frac{2}{3} \ln w_2 - 1,$$

или $\ln w_1 - \ln w_2 - 1 \geq 0$.

С точки зрения собственника фирмы, оптимизационная задача будет такова:

$$\begin{cases} \max_{w_1, w_2} EPR_H = \max_{w_1, w_2} \left(\frac{2}{3} (3e^2 - w_1) + \frac{1}{3} (3e - w_2) \right): \\ 2 \ln w_1 + \ln w_2 - 4 \geq 0, \\ \ln w_1 - \ln w_2 - 1 \geq 0. \end{cases}$$

Функция Лагранжа для этой задачи будет иметь следующий вид:

$$\mathcal{L} = \frac{2}{3} (3e^2 - w_1) + \frac{1}{3} (3e - w_2) + \lambda (2 \ln w_1 + \ln w_2 - 4) + \mu (\ln w_1 - \ln w_2 - 1).$$

Условия оптимальности по искомым переменным — ставкам заработной платы в ситуации высокой либо низкой результативности фирмы — будут выглядеть так:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1} = -\frac{2}{3} + \frac{2\lambda}{w_1} + \frac{\mu}{w_1} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2} = -\frac{1}{3} + \frac{\lambda}{w_2} - \frac{\mu}{w_2} = 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} w_1 = 3\lambda + \frac{3}{2}\mu, \\ w_2 = 3\lambda - 3\mu; \end{cases}$$

а значит, $w_1 - w_2 = 4,5\mu$.

Кроме того, необходимо учитывать условия дополняющей нежесткости:

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda(2\ln w_1 + \ln w_2 - 4) = 0, \lambda \geq 0, 2\ln w_1 + \ln w_2 - 4 \geq 0.$$

$$\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \mu(\ln w_1 - \ln w_2 - 1) = 0, \mu \geq 0, \ln w_1 - \ln w_2 - 1 \geq 0.$$

Если $\mu = 0$, то $w_1 = w_2$, а значит, $\ln w_1 - \ln w_2 = 0$. Но это противоречит соотношению дополняющей нежесткости, в соответствии с которым $\ln w_1 - \ln w_2 - 1 \geq 0$. Значит, $\mu > 0$ и $\ln w_1 - \ln w_2 = 1$.

Следовательно, из условия оптимальности по w_2 вытекает, что $\lambda > 0$. Это означает, в силу первого из условий дополняющей нежесткости, что

$$2\ln w_1 + \ln w_2 = 4.$$

Решая систему из двух последних уравнений, получаем, что $3\ln w_1 = 5$,

т. е. $w_1 = e^{\frac{5}{3}}$; и $\ln w_2 = \frac{2}{3}$, т. е. $w_2 = e^{\frac{2}{3}}$.

В условиях квазиоптимума величина ожидаемой прибыли собственника фирмы составит $EPR_H = \frac{2}{3}\left(3e^2 - e^{\frac{5}{3}}\right) + \frac{1}{3}\left(3e - e^{\frac{2}{3}}\right) = 2e^2 - \frac{2}{3}e^{\frac{5}{3}} + e - \frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}}$.

Рассчитаем агентские издержки асимметрии информации:

$$EPR_H^* - EPR_H = \left(2e^2 - e^{\frac{4}{3}} + e\right) - \left(2e^2 - \frac{2}{3}e^{\frac{5}{3}} + e - \frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}}\right) = \frac{2}{3}e^{\frac{5}{3}} - e^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{3}e^{\frac{2}{3}}.$$

10.15. Проблема заказчика—исполнителя и скрытая информация

Рассмотрим взаимодействие заказчика — собственника предприятия и исполнителя — адвоката при асимметрии информации, порождающее проблематику неблагоприятного отбора.

Пусть функция полезности адвоката i -го типа имеет квазилинейную форму $U_i(w, E) = V_i(w_i) - a_i$, где w_i — величина заработной платы, $a_i = \frac{x_i}{\theta_i}$,

x_i — объем предоставленных юридических услуг, θ_i — уровень квалификации адвоката. Предположим для простоты, что возможен найм двух типов адвокатов ($i = \{1, 2\}$), для которых показатели качества соотносятся следующим образом: $\theta_2 > \theta_1$, следовательно, $a_2 < a_1$. Пусть для определенности резервный уровень полезности адвоката равен нулю.

Прибыль заказчика (фирмы) имеет вид: $PR_i = x_i - w_i$. Здесь предполагается единичная цена юридических услуг.

Рассчитаем вначале оптимальные контракты в условиях полной информации. Оптимизационная задача для владельца предприятия будет выглядеть так:

$$\begin{cases} \max_{x_i, w_i} PR_i = \max_{x_i, w_i} (x_i - w_i): \\ V_i(w_i) - \frac{x_i}{\theta_i} \geq 0. \end{cases}$$

Функция Лагранжа для этой задачи будет иметь следующий вид:

$$\mathcal{L} = x_i - w_i + \lambda \left(V_i(w_i) - \frac{x_i}{\theta_i} \right).$$

Необходимые условия экстремума подразумевают, прежде всего, оптимальность по искомым переменным — объему оказываемых услуг и уровню заработной платы:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 1 - \frac{\lambda}{\theta_i} = 0; \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_i} = -1 + \lambda V_i'(w_i) = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \lambda = \theta_i > 0; \\ \lambda = \frac{1}{V_i'(w_i)}, \end{cases}$$

а значит,

$$V'_i(w_i) = \frac{1}{\theta_i}$$

и

$$w_i = (V'_i)^{-1}\left(\frac{1}{\theta_i}\right).$$

Кроме того, должны выполняться условия дополняющей нежесткости:

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda \left(V_i(w_i) - \frac{x_i}{\theta_i} \right) = 0, \lambda \geq 0, V_i(w_i) - \frac{x_i}{\theta_i} \geq 0.$$

В силу положительности λ , показанной выше, из условия дополняющей нежесткости можно сделать вывод, что ограничение по рациональности является активным: $V_i(w_i) = \frac{x_i}{\theta_i}$, следовательно, используя выражение для заработной платы, получаем оптимальный объем оказанных услуг: $x_i = \theta_i V_i \left((V'_i)^{-1} \left(\frac{1}{\theta_i} \right) \right)$.

Условием оптимальности контракта при полной информации является равенство предельной нормы замещения между заработной платой и объемом услуг для собственника и адвоката:

$$\begin{aligned} MRS_L^i &= - \frac{dw_i}{dx_i} \Big|_{U_i = \text{const}} = \frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial w_i}} = - \frac{1}{\theta_i V'_i(w_i)} = \\ &= -1 = \frac{\frac{\partial PR_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial PR_i}{\partial w_i}} = - \frac{dw_i}{dx_i} \Big|_{PR_i = \text{const}} = MRS_O^i. \end{aligned} \quad (10.16)$$

Поскольку очевидно, что сами величины x_i и w_i для заказчика и исполнителя совпадают, это означает касание кривой безразличия адвоката и изопрофиты собственника фирмы (рис. 10.37).

Итак, в условиях полной информации будут существовать два типа оптимальных контрактов — соответственно для исполнителя,

демонстрирующего высокое либо низкое качество оказанных услуг:

$$(x_i^*, w_i^*) = \left(\theta_i V_i \left((V_i')^{-1} \left(\frac{1}{\theta_i} \right) \right), (V_i')^{-1} \left(\frac{1}{\theta_i} \right) \right), i = \{1, 2\} \text{ (рис. 10.37).}$$

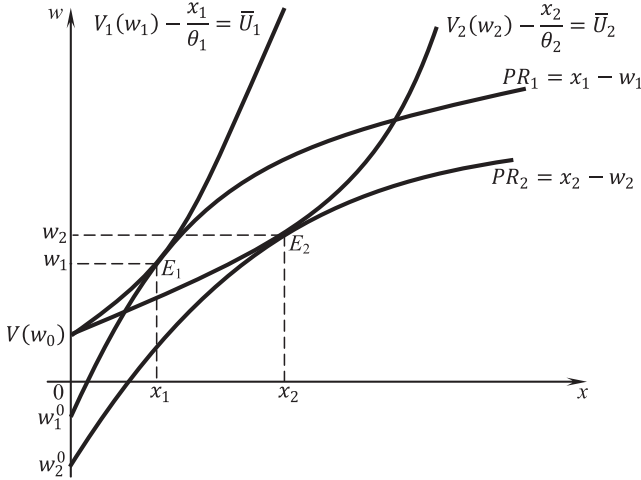


Рис. 10.37. Отсутствие скрытой информации

Рассчитаем теперь субоптимальные контракты в условиях асимметричной информации. Ограничение по рациональности имеет вид:

$$V_1(w_1) - \frac{x_1}{\theta_1} \geq 0.$$

Ограничение по совместимости стимулов выглядит так:

$$V_2(w_2) - \frac{x_2}{\theta_2} \geq V_1(w_1) - \frac{x_1}{\theta_1}.$$

С точки зрения собственника фирмы, оптимизационная задача будет такова:

$$\begin{cases} \max_{x_1, w_1, x_2, w_2} EPR = \max_{x_1, w_1, x_2, w_2} (p_1(x_1 - w_1) + (1 - p_1)(x_2 - w_2)): \\ V_1(w_1) - \frac{x_1}{\theta_1} \geq 0, \\ V_2(w_2) - \frac{x_2}{\theta_2} \geq V_1(w_1) - \frac{x_1}{\theta_1}. \end{cases}$$

Функция Лагранжа для этой задачи будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & p_1(x_1 - w_1) + (1 - p_1)(x_2 - w_2) + \lambda \left(V_1(w_1) - \frac{x_1}{\theta_1} \right) + \\ & + \mu \left(V_2(w_2) - \frac{x_2}{\theta_2} - V_1(w_1) + \frac{x_1}{\theta_2} \right).\end{aligned}$$

Условия оптимальности по искомым переменным — ставкам заработной платы в ситуации высокой либо низкой результативности фирмы — подразумевают, прежде всего, равенство нулю частных производных лагранжиана по искомым переменным — величинам заработной платы и юридических услуг:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1} = -p_1 + (\lambda - \mu)V_1'(w_1) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2} = p_1 - 1 + \mu V_2'(w_2) = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = p_1 - \frac{\lambda}{\theta_1} + \frac{\mu}{\theta_2} = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 1 - p_1 - \frac{\mu}{\theta_2} = 0, \end{cases}$$

а значит,

$$\begin{cases} \lambda - \mu = \frac{p_1}{V_1'(w_1)}, \\ \mu = \frac{1 - p_1}{V_2'(w_2)} > 0, \\ \mu = (1 - p_1)\theta_2 > 0, \\ \lambda = \theta_1 > 0. \end{cases}$$

Преобразуя данную систему, получаем:

$$\frac{1}{V_2'(w_2)} = \theta_2, \quad \frac{1}{V_1'(w_1)} = \frac{\theta_1 - (1 - p_1)\theta_2}{p_1},$$

а значит, оптимальные значения заработной платы будут равны:

$$w_1 = (V_1')^{-1} \left(\frac{p_1}{\theta_1 - (1 - p_1)\theta_2} \right), \quad w_2 = (V_2')^{-1} \left(\frac{1}{\theta_2} \right).$$

Кроме того, необходимо учитывать условия дополняющей нежесткости:

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda \left(V_1(w_1) - \frac{x_1}{\theta_1} \right) = 0, \lambda \geq 0, V_1(w_1) - \frac{x_1}{\theta_1} \geq 0.$$

$$\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \mu \left(V_2(w_2) - \frac{x_2}{\theta_2} - V_1(w_1) + \frac{x_1}{\theta_2} \right) = 0,$$

$$\mu \geq 0, V_2(w_2) - \frac{x_2}{\theta_2} - V_1(w_1) + \frac{x_1}{\theta_2} \geq 0.$$

Поскольку $\lambda > 0$ и $\mu > 0$, постольку ограничения по рациональности и самоотбору являются жесткими:

$$V_1(w_1) = \frac{x_1}{\theta_1}, \text{ т. е. } x_1 = \theta_1 V_1(w_1),$$

и

$$V_2(w_2) - \frac{x_2}{\theta_2} = V_1(w_1) - \frac{x_1}{\theta_2},$$

т.е.

$$x_2 = \theta_2 (V_2(w_2) - V_1(w_1)) + x_1 = \theta_2 V_2(w_2) - (\theta_2 - \theta_1) V_1(w_1).$$

Следовательно, объемы юридических услуг в точке оптимума составят:

$$x_1 = \theta_1 V_1 \left((V_1')^{-1} \left(\frac{p_1}{\theta_1 - (1-p_1)\theta_2} \right) \right),$$

$$x_2 = \theta_2 V_2 \left((V_2')^{-1} \left(\frac{1}{\theta_2} \right) \right) - (\theta_2 - \theta_1) V_1 \left((V_1')^{-1} \left(\frac{p_1}{\theta_1 - (1-p_1)\theta_2} \right) \right).$$

Рассмотрим числовой пример, иллюстрирующий взаимодействие заказчика – собственника предприятия и исполнителя – адвоката. Пусть функция полезности адвоката i -го типа имеет квазилинейную форму

$$U_i(w, E) = V_i(w_i) - a_i, \text{ где } w_i - \text{ величина заработной платы, } a_i = \frac{x_i}{\theta_i}, x_i -$$

объем предоставленных юридических услуг, θ_i – уровень квалификации адвоката. Предположим для простоты, что возможен найм двух типов адвокатов ($i = \{1, 2\}$), для которых показатели качества соотносятся следующим образом: $\theta_2 > \theta_1$, следовательно, $a_2 < a_1$. Пусть для определенно-

сти $V_i(w_i) = \ln w_i$, $i = \{1, 2\}$, а резервный уровень полезности адвоката равен нулю.

Прибыль заказчика (фирмы) имеет вид: $PR_i = x_i - w_i$. Здесь предполагается единичная цена юридических услуг.

Рассчитаем вначале оптимальные контракты в условиях полной информации. Оптимизационная задача для владельца предприятия будет выглядеть так:

$$\begin{cases} \max_{x_i, w_i} PR_i = \max_{x_i, w_i} (x_i - w_i); \\ \ln w_i - \frac{x_i}{\theta_i} \geq 0. \end{cases}$$

Функция Лагранжа для этой задачи будет иметь следующий вид:

$$\mathcal{L} = x_i - w_i + \lambda \left(\ln w_i - \frac{x_i}{\theta_i} \right).$$

Необходимые условия экстремума подразумевают, прежде всего, оптимальность по искомым переменным — объему оказываемых услуг и уровню заработной платы:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 1 - \frac{\lambda}{\theta_i} = 0; \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_i} = -1 + \frac{\lambda}{w_i} = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \lambda = \theta_i > 0; \\ \lambda = w_i, \end{cases}$$

а значит,

$$w_i = \theta_i. \quad (10.17)$$

Кроме того, должны выполняться условия дополняющей нежесткости:

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \lambda \left(\ln w_i - \frac{x_i}{\theta_i} \right) = 0, \lambda \geq 0, \ln w_i - \frac{x_i}{\theta_i} \geq 0.$$

В силу положительности λ , показанной выше, из условия дополняющей нежесткости можно сделать вывод, что ограничение по рации-

ональности является активным: $\ln w_i = \frac{x_i}{\theta_i}$, следовательно, используя вы-

ражение для заработной платы, получаем оптимальный объем оказанных услуг:

$$x_i = \theta_i \ln \theta_i. \quad (10.18)$$

Условием оптимальности контракта при полной информации является равенство предельной нормы замещения между заработной платой и объемом услуг для собственника и адвоката:

$$MRS_L^i = -\frac{dw_i}{dx_i} \Big|_{U_i=\text{const}} = \frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial w_i}} = -\frac{w_i}{\theta_i} = -1 = \frac{\frac{\partial PR_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial PR_i}{\partial w_i}} = -\frac{dw_i}{dx_i} \Big|_{PR_i=\text{const}} = MRS_O^i.$$

Поскольку очевидно, что сами величины x_i и w_i для заказчика и исполнителя совпадают, это означает касание кривой безразличия адвоката и изопрофиты собственника фирмы (рис. 10.38).

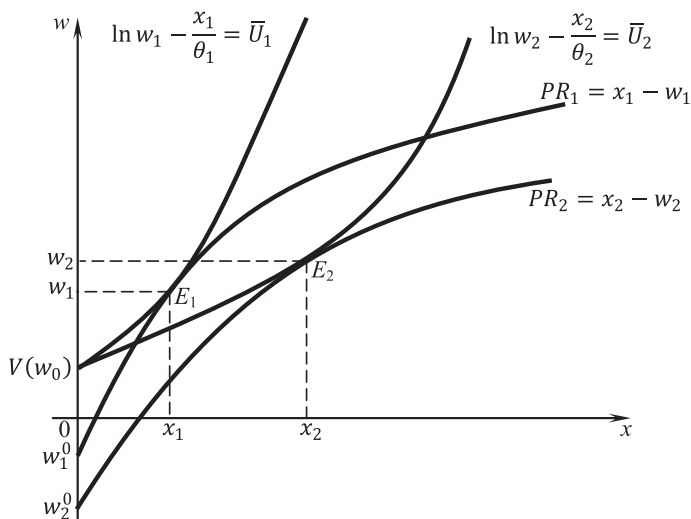


Рис. 10.38. Отсутствие скрытой информации: пример

Итак, в условиях полной информации будут существовать два типа оптимальных контрактов — соответственно для исполнителя, демонстрирующего высокое либо низкое качество оказанных услуг: $(x_i^*, w_i^*) = (\theta_i \ln \theta_i, \theta_i)$, $i = \{1, 2\}$ (рис. 10.38). Прибыль работодателя в каждом из случаев составит

$$PR_i^* = \theta_i \ln \theta_i - \theta_i = \theta_i (\ln \theta_i - 1),$$

следовательно, ее ожидаемая величина в условиях оптимума при полной информации будет равна:

$$EPR^* = p_1 PR_1^* + (1 - p_1) PR_2^* = p_1 \theta_1 (\ln \theta_1 - 1) + (1 - p_1) \theta_2 (\ln \theta_2 - 1).$$

Рассчитаем теперь субоптимальные контракты в условиях асимметричной информации.

Ограничение по рациональности имеет вид:

$$\ln w_1 - \frac{x_1}{\theta_1} \geq 0.$$

Ограничение по совместимости стимулов выглядит так:

$$\ln w_2 - \frac{x_2}{\theta_2} \geq \ln w_1 - \frac{x_1}{\theta_1}.$$

При оптимизации стимулирующего контракта данные ограничения будут активными:

$$x_1 = \theta_1 \ln w_1,$$

$$x_2 = \theta_2 \ln w_2 + (\theta_1 - \theta_2) \ln w_1.$$

При необходимости жесткость данных ограничений можно обосновать, выписав функцию Лагранжа и соответствующие условия стационарности по переменным — ставкам заработной платы и объемам юридических услуг, а также дополняющей нежесткости.

Итак, с точки зрения собственника фирмы, оптимизационная задача принимает вид:

$$\begin{cases} \max_{x_1, w_1, x_2, w_2} EPR = \max_{x_1, w_1, x_2, w_2} (p_1(x_1 - w_1) + (1 - p_1)(x_2 - w_2)) : \\ x_1 = \theta_1 \ln w_1, \\ x_2 = \theta_2 \ln w_2 + (\theta_1 - \theta_2) \ln w_1. \end{cases}$$

Будем решать данную задачу подстановкой ограничений в целевую функцию. Тем самым, данную задачу условной оптимизации можно свести к задаче безусловной максимизации ожидаемой прибыли по ставкам заработной платы:

$$\begin{aligned}
& \max_{w_1, w_2} EPR = \\
& = \max_{w_1, w_2} \left(p_1 (\theta_1 \ln w_1 - w_1) + (1 - p_1) (\theta_2 \ln w_2 + (\theta_1 - \theta_2) \ln w_1 - w_2) \right) - \\
& = \max_{w_1, w_2} \left((\theta_1 - (1 - p_1) \theta_2) \ln w_1 - p_1 w_1 + (1 - p_1) \theta_2 \ln w_2 - (1 - p_1) w_2 \right).
\end{aligned}$$

Необходимые условия экстремума имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial EPR}{\partial w_1} = \frac{\theta_1 - (1 - p_1) \theta_2}{w_1} - p_1 = 0, \\ \frac{\partial EPR}{\partial w_2} = \frac{(1 - p_1) \theta_2}{w_2} - (1 - p_1) = 0, \end{cases}$$

а значит,

$$\begin{cases} w_1 = \frac{\theta_1 - (1 - p_1) \theta_2}{p_1}, \\ w_2 = \theta_2. \end{cases}$$

Следовательно, объемы юридических услуг в точке оптимума составят:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \theta_1 \ln w_1 = \theta_1 \ln (\theta_1 - (1 - p_1) \theta_2) - \theta_1 \ln p_1, \\
x_2 &= \theta_2 \ln w_2 + (\theta_1 - \theta_2) \ln w_1 = \\
&= \theta_2 \ln \theta_2 + (\theta_1 - \theta_2) \ln (\theta_1 - (1 - p_1) \theta_2) - (\theta_1 - \theta_2) \ln p_1.
\end{aligned}$$

Итак, $w_2 = w_2^*$, т.е. работнику, предоставляющему высококачественные услуги, выплачивается максимально возможная с точки зрения эффективности функционирования предприятия заработная плата, хотя объем оказанных услуг меньше оптимального уровня, который имеет место в условиях полной информации: $x_2 < x_2^*$. Асимметрия информации, наличие низкопроизводительных работников позволяют высококвалифицированному специалисту диктовать работодателю свои условия, претендовать на самый высокий из возможных уровень заработной платы и при этом проявлять оппортунистическое поведение, минимизируя затрачиваемые усилия, сокращая их уровень по отношению к оптимальному, с точки зрения владельца бизнеса, уровню. Заказчик в этих условиях пытается простимулировать его к осуществлению максимального трудового вклада, назначая по возможности наиболее высокую заработную плату, но объективно не в силах добиться поставленной цели, теряя в прибыли

на данной группе сотрудников по сравнению с ситуацией полной информации. Стремление компенсировать потери, понижая заработную плату работнику, предоставляющему низкокачественные услуги, по сравнению с уровнем при полной информации $w_1 < w_1^*$, не приносит успеха, так как объем оказанных услуг таким исполнителем так же ниже оптимального значения $x_1 < x_1^*$, и при этом прибыль заказчика на данном сегменте персонала оказывается ниже максимально возможного уровня, достигаемого в условиях полноты информации, когда взаимосвязь между величиной трудового вклада исполнителя и его заработной платой описывается соотношением (10.18). Действительно, соответствующий оптимальной ситуации уровень заработной платы (10.17) дает максимум прибыли заказчика для каждой из групп исполнителей $PR_i^* = \theta_i \ln \theta_i - \theta_i, i = \{1, 2\}$; и любое отклонение от этой точки будет приводить к снижению рентабельности бизнеса.

Таким образом, в условиях квазиоптимума величина ожидаемой прибыли собственника фирмы оказывается ниже уровня, соответствующего ситуации полноты информации, что порождает тем самым агентские издержки асимметрии информации.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение функции ожидаемой полезности фон Неймана–Моргенштерна.
2. Используя понятия ожидаемой полезности и полезности ожидаемого исхода игры, охарактеризуйте индивида, (определенно) склонного к риску, (строго) не приемлющего риск, и нейтрального к риску. Приведите графическую иллюстрацию типологии отношения к риску.
3. Дайте определение гарантированного эквивалента игры и премии за риск. Покажите, что разность между данными величинами может служить основой для характеристики экономического агента как уклоняющегося от риска, рискофила либо нейтрального к риску индивида.
4. Дайте определение коэффициента Эрроу–Пратта как (абсолютной и относительной) меры неприятия риска.
5. Сформулируйте выработанные в рамках теории перспектив основные подходы к интерпретации особенностей индивидуального отношения к риску, которые наблюдаются в повседневной хозяйственной практике.

6. Охарактеризуйте поведение индивида с точки зрения его отношения к риску в пространстве обусловленных благ.
7. Дайте определение неблагоприятного отбора как проявления асимметрии информации.
8. Сформулируйте модель рынка «лимонов» (низкокачественных подержанных автомобилей) Дж. Акерлофа как иллюстрацию механизма неблагоприятного отбора.
9. Приведите примеры институциональных механизмов, противодействующих неблагоприятному отбору.
10. Дайте определение морального ущерба как разновидности последствий асимметрии информации.
11. Покажите, как взаимодействие между заказчиками и исполнителями («принципалами» и «агентами») может служить проявлением проблематики морального ущерба.
12. Покажите, как потенциальные издержки агентских отношений порождают необходимость для заказчика выработки стимулирующих контрактов, которые позволили бы подтолкнуть исполнителей к лояльному поведению.
13. Приведите примеры использования ограничений по участию (резервной полезности) и по совместимости (сравнимости) стимулов при выработке оптимальных стимулирующих контрактов в рамках агентских взаимоотношений.
14. Как определяется ценность информации?
15. Почему асимметрия информации затрудняет эффективное функционирование рынков и приводит к снижению общественного благосостояния?

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Промежуточная контрольная работа

1. При снижении цены товара X на 1% величина спроса возрастает на 0,5%. При этом эффект замены в 4 раза превышает эффект дохода. Известно, что на товар X тратится 10% дохода покупателей. Определите эластичность спроса на товар X по доходу.

A. 0,4; B. 1; C. 1,6; D. 2,5.

2. Потребители, не обладающие рыночной властью, расходуют свой доход на 3 группы благ: X , Y , Z . Эластичность спроса по доходу по группе X составляет 0,5, а по группе Y равняется 0,4. Доля благ группы X в совокупных расходах равна 10%, а доля Z составляет 50%. Определите эластичность спроса по доходу по благам группы Z .

A. 0,79; B. 1; C. 1,58; D. 2.

3. Потребитель расходует весь свой доход на товары X и Y . Цена товара X снизилась, а потребление товара Y не изменилось. Можно считать, что:

- A. потребление товара X не изменилось;
- B. при снижении цены товара X ни эффект замены, ни эффект дохода не оказывают влияния на потребление товара Y ;
- C. товар X является товаром низшей категории;
- D. товар Y является нормальным товаром.

4. Имеется два товара: X и Y . По товару X эффект замещения меньше эффекта дохода по абсолютному значению и противоположен ему по направлению действия. Это означает, что товар Y :

- A. товар низшей категории;
- B. нейтральный товар;
- C. нормальный товар;
- D. антиблаго.

5. Функция $E = 3U\sqrt{p_1 p_2}$ является функцией расходов потребителя, тратящего свой ограниченный доход M на два товара, приобретаемые по ценам p_1 и p_2 . Тогда функция маршаллианского спроса на первый товар имеет вид:

- А. $\frac{M}{2p_1}$; В. $\frac{3M}{2p_1}$; С. $\frac{M}{6p_1}$; D. $\frac{M}{2p_1^2}$.

6. Косвенная функция полезности потребителя, приобретающего два товара по ценам p_1 и p_2 , имеет вид: $V = \frac{M}{p_1^{\frac{1}{5}} p_2^{\frac{4}{5}}}$. Если M – минимальная величина дохода, которая необходима потребителю для достижения уровня полезности U , то его функция хиксианского (компенсированного) спроса на первый товар имеет вид:

- А. $\frac{U}{5}(p_1 p_2)^{\frac{4}{5}}$; В. $\frac{U}{p_1^{\frac{1}{5}} p_2^{\frac{4}{5}}}$; С. $\frac{U}{5} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{4}{5}}$; D. $\frac{5U}{(p_1 p_2)^{\frac{4}{5}}}$.

7. Достижение максимального объема выпуска при данной технологии означает, что:

- А. средний (AP) и предельный (MP) продукты данного фактора равны;
В. средний продукт (AP) достигает максимума, а предельный продукт равен нулю;
С. достигается максимум значений предельного продукта (MP) при минимальных значениях среднего продукта (AP);
D. предельный продукт (MP) становится равным нулю, а средний продукт (AP) убывает.

8. Если LAC возрастают с увеличением выпуска

- А. LMC будут тоже возрастать;
В. LMC будут меньше чем LAC ;
С. LMC будут больше чем LAC ;
D. Верны ответы А и В.

9. Если производственная функция имеет вид: $Q = \min\{4K, 5L\}$, и выпуск задан на уровне $Q = 120$, цены на капитал и труд, соответственно, равны: $p_K = 16$, $p_L = 20$, то:

- А. $K = 30$; $L = 24$;

- В. $TC = 960$;
- С. $MC = AC = 8$;
- Д. Все перечисленные выше ответы верны.

10. Производство при совершенной конкуренции осуществляется эффективно, поскольку:

- А. фирмы продают продукцию по ценам, равным предельным издержкам производства;
- В. фирмы продают продукцию по ценам, равным минимуму долгосрочных средних издержек производства;
- С. фирмы продают продукцию по ценам, равным минимуму средних переменных издержек производства;
- Д. все перечисленное выше верно.

11. Если цена на совершенно конкурентном рынке остается неизменной, несмотря на вход новых фирм в отрасль, то:

- А. технология производства данного продукта не характеризуется убывающей отдачей от масштаба;
- В. это отрасль с постоянными издержками;
- С. долгосрочное отраслевое предложение представляет собой горизонтальную прямую линию;
- Д. верны ответы В и С.

12. В совершенно конкурентной отрасли с возрастающими издержками вход новых фирм на рынок приведет к:

- А. повышению равновесной цены и равновесного объема производства в отрасли;
- В. снижению равновесной цены и равновесного объема производства в отрасли;
- С. повышению равновесной цены и снижению равновесного объема производства в отрасли;
- Д. снижению равновесной цены и повышению равновесного объема производства в отрасли.

13. Функции рыночного спроса и предложения выражены, соответственно, уравнениями: $Q_d = 110 - 4P$; $Q_s = 6P - 40$.

- 13.1. Определите эластичность спроса и предложения по цене в условиях равновесия.
- 13.2. Сравните с этими исходными рыночными условиями следующие два варианта (13.2.1 и 13.2.2) государственного

вмешательства в функционирование рыночного механизма.

- 13.2.1. Вводится поштучная субсидия, равная 5, которую получают производители. Определите:
 - 13.2.1.1. величину дотационных выплат из госбюджета и долю субсидии, которую получают потребители и производители;
 - 13.2.1.2. изменение выигрыша потребителей, производителей и общественного благосостояния в результате введения субсидии.
- 13.2.2. Вводится субсидия в размере 10 процентов от валовой выручки производителей. Определите:
 - 13.2.2.1. величину дотационных выплат из госбюджета;
 - 13.2.2.2. изменение выигрыша потребителей, производителей и общественного благосостояния в результате введения субсидии.

14. Пусть предпочтения потребителя характеризуются функцией Кобба–Дугласа: $U = \sqrt{x_1 x_2}$, цены товаров, соответственно, заданы на уровне $p_1 = 5$, $p_2 = 10$.

- А. Решите задачу условной максимизации полезности (1.21) при $M=100$.
- В. Решите задачу связанной минимизации расходов (1.44) при $\bar{U} = 5\sqrt{2}$.
- С. Прокомментируйте двойственность данных задач.

15. Предпочтения потребителя описываются функцией полезности

Кобба–Дугласа: $U = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{4}}$. Пусть денежный доход потребителя в рассматриваемый период составляет 60 тыс. руб.; цена первого товара первоначально равнялась 2 тыс. руб., а затем возросла до 4 тыс. руб., тогда как цена второго – неизменна и составляет 1 тыс. руб. Рассчитайте:

- А. эффект дохода и эффект замещения по Слуцкому и Хиксу;
- В. эквивалентную и компенсирующую вариации дохода (по Хиксу и Слуцкому);
- С. изменение премии потребителя.

16. На рынке товара присутствуют две группы покупателей, которые характеризуются следующими обратными функциями индивидуального спроса: $P=12-2Q$ и $P=10-1,25Q$.

- А. Выведите функцию рыночного спроса.

- В. Рассчитайте равновесное значение цены и количества товара на рынке, если функция рыночного предложения имеет вид: $P=6+10Q$.

17. Средняя заработная плата работников предприятия составляет 500 руб. в день. Средняя производительность труда составляет 2,5 единицы продукции в день. Предельный продукт труда равен 2. Чему равны средние переменные и предельные издержки данного предприятия?

18. Фирма с производственной функцией $Q = K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{3}}$ действует в условиях совершенной конкуренции. Ставки заработной и арендной платы равны, соответственно, 2 и 3, цена готовой продукции равняется 12.

- Определите, какое количество труда и капитала будет использовать фирма, если ей необходимо выпустить 32 единицы продукции.
- Выведите функции общих, средних и предельных издержек производства, а также предложения продукции для данной фирмы.
- Рассчитайте объемы затрат капитала и труда, а также выпуска продукции, удовлетворяющие условию максимизации прибыли.
- Рассчитайте эффекты замещения и выпуска, если ставка заработной платы упала до уровня 1.

19. Доход экономического агента составляет 3000 долл. за 30 дней. Транзакционные издержки одного посещения банка равны 2 долл. Банковская ставка процента составляет 0,75 процента в месяц. В соответствии с моделью Баумоля–Тобина рассчитайте:

- оптимальное число снятий денег со счета в банке;
- спрос индивида на наличность;
- средний остаток средств на банковском счете.

20. Конкурентная фирма имеет общие затраты $TC = q^3 - 8q^2 + 20q + 50$. Определите, при каком уровне цены и объема выпуска в коротком периоде конкурентная фирма прекратит производство. Поясните решение на графике.

21. На рынке в условиях совершенной конкуренции действуют 10 фирм, общие издержки которых описываются одинаковыми функциями: $TC = q^2 - 10q + 35$.

- Выведите функцию предложения для отдельной фирмы и отрасли в целом.

- В. Найдите равновесную цену и объем производства каждой из фирм, если рыночный спрос задан функцией: $Q = 80 - P$, где Q – объем рыночного предложения.

22. На рынке в условиях совершенной конкуренции действуют 30 фирм, выпускающих единственный продукт. Общие издержки фирм описываются одинаковыми функциями: $TC_i = 1,5q_i^2 + 4q_i + 1$, где q_i – объем выпуска отдельной фирмы, $i = \{1, \dots, 30\}$. Рыночный спрос задан функцией: $Q = 59 - P$, где Q – объем выпуска отрасли, P – рыночная цена.

- А. Определите равновесную рыночную цену и объем производства каждой из фирм.
В. Государство вводит аккордную субсидию на каждую фирму в размере 2 (ден. ед.). Определите:

На сколько изменится объем производства каждой из фирм и отрасли в целом по сравнению с исходной ситуацией (пункт А)?

На сколько изменится излишек потребителей, излишек производителей и общественное благосостояние в целом на данном рынке по сравнению с исходной ситуацией (пункт А)?

С. Государство вводит потоварный налог на продукцию каждой из фирм в размере 11 (ден. ед.). Определите:

На сколько изменится объем производства каждой из фирм и отрасли в целом по сравнению с исходной ситуацией (пункт А)?

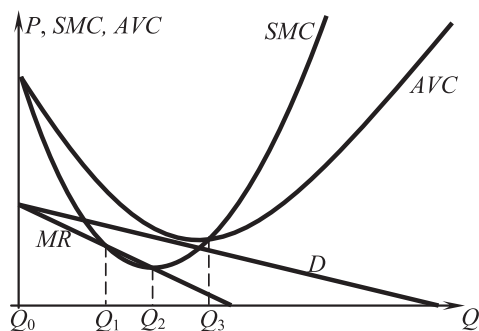
На сколько изменится излишек потребителей, излишек производителей и общественное благосостояние в целом на данном рынке по сравнению с исходной ситуацией (пункт А)?

Итоговая контрольная работа

1. Если в структуре затрат фирмы-монополиста постоянные издержки составляют 100 процентов, то индекс Лернера:

- А. стремится к бесконечности;
В. равен 1;
С. меньше 1, но больше 0;
D. равен 0.

2. На рисунке ниже приведены графики кривых средних переменных и предельных издержек, а также спроса и предельного дохода монополиста.



Потенциальная убыточность монополии

Какой объем производства выберет фирма, максимизируя прибыль?

- А. Q_0 ; В. Q_1 ; С. Q_2 ; Д. Q_3 .

3. Предельные издержки фирмы-монополиста составляют 100 руб., а коэффициент эластичности спроса на ее продукт по цене при оптимальном значении цены равен 1,25. Тогда цена продукции фирмы-монополиста составляет:

- А. 500 руб.; В. 125 руб.; С. 100 руб.; Д. 55,5 руб.

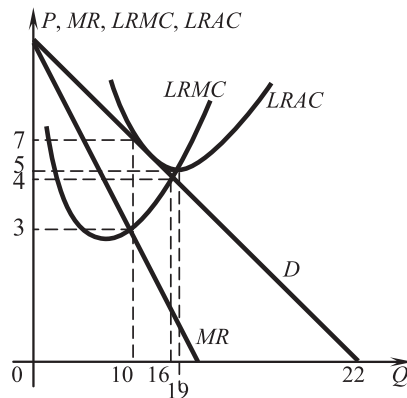
4. Допустим, что рыночный спрос представлен линейной зависимостью между ценой и объемом продаваемой продукции. Если у максимизирующего прибыль монополиста функция предельных издержек имеет вид $MC=25$ при любом объеме производимого продукта, то введение товарного налога t приведет к:

- А. снижению выпуска в $t/2$ раза и росту цены на t ;
 В. росту цены на $t/2$;
 С. снижению выпуска и росту цены;
 Д. правильными являются ответы В и С.

5. В какой из следующих отраслей может наблюдаться нулевая экономическая прибыль?

- А. при регулируемой монополии;
 В. при монополистической конкуренции;
 С. при олигополии;
 Д. при всех рыночных структурах, перечисленных выше.

6. Долгосрочное равновесие фирмы в условиях монополистической конкуренции показано на рисунке ниже.



Чему равен избыток производственной мощности?

- A. 13; B. 10; C. 9; D. 6.

7. Обратная функция спроса на продукт отрасли имеет вид $P = 14 - Q$, а функция общих издержек для каждой фирмы отрасли задана как $TC(q) = 2q$. Тогда:

- A. в условиях дуополии Курно выпуск каждой из фирм составит 4;
 B. в условиях дуополии Штакельберга выпуск лидера составит 6;
 C. в условиях дуополии Штакельберга выпуск последователя составит 3;
 D. все перечисленное выше верно.

8. Пусть рынок товара характеризуется линейной функцией спроса $P = 10 - 2Q$. Определите оптимальные объемы производства отрасли (Q), прибыли производителей (PR) и выигрыши потребителей (CS) в ситуации совершенной ценовой дискриминации и дуополии Бертрана, если в любом случае предельные издержки производства постоянны и равны 4.

- A. Дуополия Бертрана: $PR = 9$, $Q = 3$, $CS = 0$; совершенная ценовая дискриминация: $PR = 0$, $Q = 3$, $CS = 9$.
 B. Дуополия Бертрана: $PR = 0$, $Q = 3$, $CS = 9$; совершенная ценовая дискриминация: $PR = 9$, $Q = 3$, $CS = 0$.
 C. Дуополия Бертрана: $PR = 0$, $Q = 5$, $CS = 25$; совершенная ценовая дискриминация: $PR = 4,5$, $Q = 1,5$, $CS = 2,25$.
 D. Дуополия Бертрана: $PR = 4,5$, $Q = 1,5$, $CS = 2,25$; совершенная ценовая дискриминация: $PR = 0$, $Q = 5$, $CS = 25$.

9. Предположим, что заработная плата представляет собой единственный источник доходов индивида. Пусть первоначально фирма платит работнику 2 денежные единицы в час за работу в течение первых 40 часов в неделю и 3 денежные единицы в час за сверхурочные работы. В настоящее время работник трудится 50 часов в неделю, и фирма предлагает ему перейти на новую систему оплаты по постоянной ставке заработной платы на уровне 2,2 денежные единицы в час независимо от отработанного времени. Фирма утверждает, что при новой системе оплаты труда благосостояние работника увеличится. Работник же полагает, что в новой ситуации он станет зарабатывать меньше. Кто прав: фирма или работник?

- А. фирма;
- В. работник;
- С. и фирма, и работник;
- Д. ни фирма, ни работник.

10. Пусть функция полезности работника имеет вид: $U = CH$, где C — объем потребительских расходов в реальном выражении, H — свободное время. Работник распределяет между трудом и досугом фонд времени, который составляет 24 часа. Для данного индивида:

- А. спрос на досуг будет убывающей, а предложение труда — возрастающей функцией ставки заработной платы;
- В. спрос на досуг будет возрастающей, а предложение труда — убывающей функцией ставки заработной платы;
- С. спрос на досуг и предложение труда будут постоянными величинами, не зависящими от ставки заработной платы;
- Д. и спрос на досуг, и предложение труда будут убывающими функциями ставки заработной платы.

11. Даны два потока доходов (в руб.):

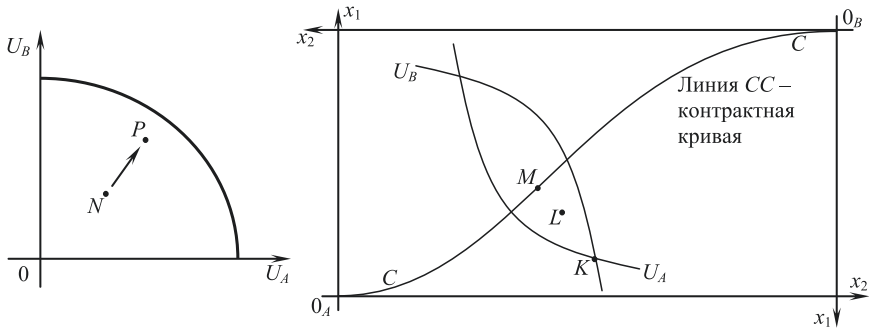
	Сегодня	Через год	Через 2 года
Поток 1	0	5000	12 100
Поток 2	10 000	5000	0

При каких значениях процентных ставок (i) текущая стоимость второго потока доходов будет превышать стоимость первого:

- А. $i > 5\%$;
- В. $i > 10\%$;
- С. $i > 15\%$;
- Д. $i < 2,5\%$.

12. Установите, какое перемещение на диаграмме Эджуорта соответствует переходу из точки N в точку P на графике доступных полезностей:

- А. из точки K в точку M ;
- В. из точки K в точку L ;
- С. из точки L в точку M ;
- Д. из точки M в точку K ;
- Е. из точки L в точку K .



13. Функции общих издержек и спроса на продукт монополии выражены, соответственно, уравнениями: $TC = 0,25Q^2$ и $Q_d = 100 - 4P$.

Определите:

- А. объем выпуска, соответствующий условиям максимизации прибыли;
- В. цену, соответствующую условиям максимизации прибыли;
- С. величину экономической прибыли;
- Д. потери общественного благосостояния от монополизации отрасли (мертвый груз);
- Е. уровень монопольной власти (коэффициент Лернера).

14. Функция общих издержек монополии имеет вид: $TC = 2Q^2 + 5Q$. Спрос на ее продукцию задан функцией: $P = 100 - 0,5Q$. Правительство ставит цель получить максимальный доход от налогообложения данной фирмы и облагает ее поштучным налогом.

Определите:

- А. ставку поштучного налога, которая максимизирует налоговые поступления в государственный бюджет;
- В. цену на продукцию монополии, объем ее производства с учетом потоварного налога и общую сумму налоговых поступлений в государственный бюджет;
- С. изменение монопольной власти (индекса Лернера) в результате введения налога.

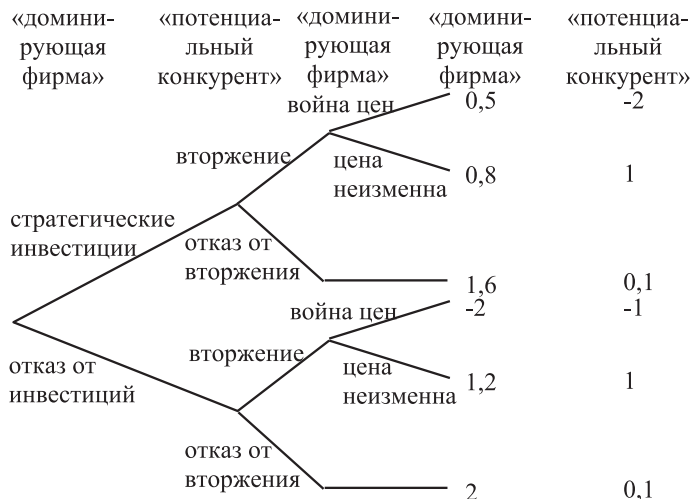
15. Функция рыночного спроса на продукт максимизирующей прибылью монополии имеет вид: $P = 3,5 - Q$, где Q – объем выпуска. Предельные издержки производства товара равны нулю.

- А. Рассчитайте объем производства и прибыль монополии, потребительский излишек и потери от мертвого груза на рынке ее продукта, если монополия осуществляет ценовую дискриминацию первой степени.
- В. Если спрос на продукт стал предъявляться двумя четко идентифицируемыми монополией покупателями (или двумя группами покупателей, состоящими из идентичных индивидов) с различными функциями спроса, соответственно: $P_1 = 2 - \frac{1}{3}Q$ и $P_2 = 3,5 - Q$, то при нулевых предельных издержках производства определите, какие количества товара и по каким ценам предложит на рынок монополист, применяющий политику ценовой дискриминации третьей степени. Вычислите суммарный излишек потребителей продукта монополии и совокупные потери от мертвого груза.
- С. Пусть при сохранении прочих условий пункта В монополист, утратив возможность идентифицировать покупателей с различными функциями спроса, проводит политику ценовой дискриминации второй степени. Определите, какие количества товара и по каким ценам предложит на рынок монополист, который путем ценовой политики стимулирует покупателей проявить свою готовность платить за товар.

16. Естественная монополия с производственной функцией $Q = K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{4}}$ максимизирует прибыль в условиях совершенной конкуренции на рынках ресурсов, где установились цены капитала $r = \frac{1}{4}$ и труда $w = \frac{3}{4}$. Функция спроса на продукцию фирмы имеет вид: $p = \frac{1}{\sqrt{Q}}$.

Рассчитайте оптимальные объемы затрат факторов производства и выпускаемой продукции.

17. Одним из вариантов стратегического поведения фирм может служить осуществление инвестиций с целью создания барьеров для входа на рынок конкурентов. Рассмотрим следующее «дерево» принятия решений в ходе игры:



Выберите оптимальную стратегию с точки зрения «отраслевого монополиста». Каковы будут при этом ответные действия «потенциального конкурента»?

18. На рынке в условиях совершенной конкуренции действуют 10 фирм, выпускающих единственный продукт. Общие издержки фирм описываются одинаковыми функциями: $TC_i = q_i^2 + 10q_i + 35$, где q_i – объем выпуска отдельной фирмы, $i = \{1, \dots, 10\}$. Рыночный спрос задан функцией: $Q = 370 - P$, где Q – объем выпуска отрасли, P – рыночная цена.

- А. Определите равновесную рыночную цену и объем производства каждой из фирм.
- В. Государство вводит аккордный налог на каждую фирму в размере 15 (ден. ед.). Определите, на сколько изменится объем производства каждой из фирм и всей отрасли, излишек потребителей, излишек производителей и общественное благосостояние в целом на данном рынке по сравнению с исходной ситуацией (пункт А).
- С. Государство вводит потоварную субсидию на продукцию каждой из фирм в размере 9 (ден. ед.). Определите, на сколько изменится объем производства каждой из фирм и всей отрасли, излишек потребителей, излишек производителей и общественное благосостояние в целом на данном рынке по сравнению с исходной ситуацией (пункт А).
- Д. Пусть при данном рыночном спросе и отсутствии государственного регулирования все фирмы в отрасли заключают картельное

соглашение. Определите, на сколько изменится отраслевой выпуск, объем производства каждой из фирм, рыночная цена, излишек потребителей, излишек производителей и общественное благосостояние в целом на данном рынке по сравнению с исходной ситуацией (пункт А).

- Е. Допустим, что для борьбы с монополизацией отрасли государство законодательно устанавливает потолок цены на уровне 60 (ден. ед.). Сравните данную ситуацию с аналогичным регулированием конкурентной отрасли, описанной в пункте А, и определите, на сколько будут отличаться отраслевой выпуск, объем производства каждой из фирм, рыночная цена, излишек потребителей, излишек производителей и общественное благосостояние в целом.
- Г. Допустим, что в картель объединяются только 2 фирмы, которые начинают вести себя как ценовой лидер по отношению к остальным 8 фирмам на рынке, представляющим конкурентное окружение. Рассчитайте выпуск картеля и каждой из фирм-аутсайдеров, а также рыночную цену при отсутствии государственного регулирования.
- Г. Допустим, что фирмы начинают производить дифференцированную продукцию и между ними возникает монополистическая конкуренция по Чемберлину. Рассчитайте выпуск каждой из 10 фирм, если общее их количество на рынке неизменно.

19. На некотором рынке однородного продукта существует дуополия, и фирмы, работающие в условиях постоянной отдачи от масштаба, являются одинаковыми с точки зрения используемой технологии и издержек производства.

- А. Рассчитайте индекс Лернера для каждой из фирм, конкурирующих по Курно, если эластичность спроса по цене в состоянии рыночного равновесия равна $-\frac{4}{3}$.
- В. Пусть одна из фирм является лидером, а другая — последователем, и дуополисты конкурируют по Штакельбергу. Предположительная вариация для лидера равна $-\frac{1}{5}$. На сколько объем выпуска лидера в условиях равновесия будет отличаться от объема выпуска последователя?
- С. Пусть каждая из фирм начинает вести себя как лидер по Штакельбергу. Условия рыночного спроса выражены уравнением $P_d = 40 - 5Q$, где Q — объем выпуска. Средние издержки и у первой, и второй фирмы равны 49. Рассчитайте равновесную цену на рынке продукции дуополии и объем выпуска для каждой из фирм.

20. Условия рыночного спроса выражены уравнением $P = 10 - 5Q$, где Q – объем выпуска отрасли, P – рыночная цена. Все фирмы отрасли действуют в условиях постоянной отдачи от масштаба. Средние издержки каждой фирмы равны 4.

- А. Допустим, что на рынке действует дуополия Курно. Определите равновесную цену и объем выпуска каждой из фирм.
- В. Предположим, что на данном рынке присутствуют 5 фирм, конкурирующих по Курно. Определите равновесную цену и объем выпуска каждой из них.
- С. Для данного спроса и издержек определите, при каком количестве фирм, конкурирующих по Курно, выпуск каждой из них окажется менее 0,05 отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции.
- Д. Для данного спроса и издержек определите, при каком количестве фирм отклонение общеотраслевого выпуска в условиях олигополии по Курно от отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции будет больше выпуска каждой из фирм, конкурирующих по Курно.
- Е. Допустим, что при данном спросе и издержках на рынке конкурируют две фирмы, одна из которых является лидером, а вторая – последователем по Штакельбергу. Определите равновесную цену и объем выпуска каждой из фирм.
- Г. Допустим, что при данном спросе и издержках в условиях олигополии Штакельберга количество последователей возрастает до 5. Определите равновесную цену и объем выпуска каждой из фирм.
- Д. Для данного спроса и издержек в условиях олигополии Штакельберга определите, при каком количестве фирм-последователей выпуск лидера окажется больше трети отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции.

21. Предположим, что зависимость общих издержек фирмы на рынке монополистической конкуренции от объема выпуска описывается формулой: $TC = 0,5q^3 - 4q^2 + 11q$, а остаточный спрос на товар фирмы описывается формулой: $P = 9 - 2q$. Рассчитайте:

- А. оптимальный объем производства фирмы;
- В. оптимальную цену на продукт фирмы;
- С. величину экономической прибыли продавца;
- Д. избыток производственных мощностей;
- Е. плату за разнообразие для потребителей за единицу продукции.

22. Пусть долгосрочные средние издержки выражены уравнением: $LRAC = 0,25Q^2 - 3Q + 10$. Определить максимальную величину расходов на рекламу, в результате которой ожидается изменение спроса, который будет выражаться уравнением: $Q = 10 - P$, если известно, что издержки на нее в расчете на единицу продукции не изменяются.

23. На одной улице длиной 500 метров расположены 2 магазина с одинаковым ассортиментом. Жители могут дойти до каждого магазина только по этой улице. Магазин 1 расположен на расстоянии 100 метров от левого края улицы, а магазин 2 на расстоянии 200 метров от правого края улицы. Покупатели располагаются равномерно и покупают 1 единицу продукции в единицу времени, затрачивая 0,5 рубля на метр пути. Издержки производства и продажи равны 0. По какой цене будет продаваться продукция в каждом магазине и какой объем продаж будет у каждого продавца?

24. Пусть в краткосрочном периоде производственная функция фирмы, являющейся совершенным конкурентом на рынке готовой продукции, имеет вид $Q = 2\sqrt{L}$, где L — количество использованного труда, работников/день и Q — выпуск за день. Рынок труда функционирует в условиях совершенной конкуренции.

А. Выведите функцию спроса фирмы на рабочую силу.

В. Выведите функцию предложения продукции фирмой.

25. Пусть в краткосрочной перспективе технология производства на фирме описывается квадратичной зависимостью: $Q = 16L_i - L_i^2$, где $0 \leq L_i \leq 8$ — объем труда, используемого данным предприятием. В отрасли действуют 10 идентичных конкурентных фирм. Отраслевой спрос на выпускаемую продукцию задан функцией: $P = 10 - Q$, где Q — отраслевой объем производства. Труд продается и покупается на конкурентном рынке. Выведите функцию отраслевого спроса на труд в краткосрочном аспекте.

26. Допустим, что единственным рентабельным средством поставки углеводородного сырья из определенного нефтегазоносного района страны на экспорт является централизованно управляемый трубопроводный транспорт, интегрированный в единую сбытовую структуру, тогда как уровень цен на внешнем рынке формируется в условиях конкуренции. Пусть, производственная функция предприятия, контролирующего сбыт, имеет вид $q_2 = 50q_1 - 0,25q_1^2$, мировая цена продукта равна 2, а предложение сырья описывается функцией $q_1 = 10 + 0,5p_1$.

Рассчитайте, сколько единиц сырья и по какой цене будет произведено.

27. Допустим, что единственным работодателем на некотором локальном рынке труда является фирма-совершенный конкурент на рынке продукта. Персонал монополии состоит из мужчин и женщин: $L = L_{\text{ж}} + L_{\text{м}}$, где $L_{\text{м}}$ — количество отработанных часов мужчинами и $L_{\text{ж}}$ — количество отработанных часов женщинами. Производственная функция этой фирмы имеет вид: $Q = 100L - 0,5L^2$. Цена продукта равна 4. Предложение труда мужчин описывается функцией $L_{\text{м}}^s = -40 + 4w$, а женщин — зависимостью вида $L_{\text{ж}}^s = 20 + w$.

- А. Рассчитайте, сколько женщин и мужчин будет принято на работу данной фирмой, практикующей гендерную дискриминацию.
- В. Определите, каковы были бы ставки зарплаты и сколько женщин и мужчин было бы нанято, если бы фирма не могла практиковать гендерную дискриминацию рабочей силы.

28. Для индивидуальных межвременных предпочтений $U = \sqrt[3]{C_1 C_2}$ выведите функцию предложения сбережений.

29. Предположим, что производственная функция фирмы, действующей в условиях совершенной конкуренции на рынках ресурсов и продукции, имеет вид $Q = 3K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{2}}$. Пусть каждый инвестор имеет на своем предприятии 27 единиц основных фондов со сроком службы 10 лет. Каждая единица оборудования изнашивается равномерными долями на протяжении всего срока своей эксплуатации. В экономике — единичная относительная цена основных фондов, банковская ставка составляет 10 процентов годовых.

- А. Допустим, что занятое на предприятии количество работников $L = 25$ не подлежит изменению.
- А.1. Рассчитайте (предельный) коэффициент Тобина при текущем запасе капитала и оцените перспективность дополнительных инвестиций в предприятие.
- А.2. Определите оптимальную величину капитала на предприятии.
- А.3. Рассчитайте (предельный) коэффициент Тобина при оптимальном запасе капитала.
- А.4. Выведите спрос предприятия на капитал как функцию рыночной ставки процента.

- В. Допустим, что занятое на предприятии количество работников является переменной величиной. Реальная ставка заработной платы установилась на уровне 1,5.
- В.1. Проверьте, что при оптимальном запасе капитала занятое на предприятии количество работников $L^* = 25$ также является оптимальным. Проверьте, что при этом оптимальный запас капитала составит $K^* = 125$.
- В.2. Выведите спрос предприятия на труд и капитал как функции от рыночной ставки процента и реальных цен на факторы производства.

30. Пусть, функция полезности индивида по отношению к располагаемому доходу имеет вид $U = \sqrt{W}$. Пусть данный индивид ожидает поступление дохода, который с равной вероятностью может составить 256 либо 64 (ден. ед.).

Рассчитайте гарантированный эквивалент данной игры и премию за риск.

31. Допустим, двухпродуктовая конкурентная обменная экономика состоит из двух потребителей A и B , функции полезности которых выра-

жаются, соответственно, уравнениями: $U_A = x_1^{\frac{4}{5}} x_2^{\frac{4}{5}}$; $U_B = x_1^{\frac{2}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$. Общее количество благ не изменяется и распределено следующим образом: $\omega_1^A = 10$; $\omega_1^B = 20$; $\omega_2^A = 40$; $\omega_2^B = 20$.

- А. Выведите функции спроса по Маршаллу на оба товара для каждого из потребителей.
- В. Определите равновесную цену p_1 , предполагая, что p_2 является единицей счета.
- С. Определите равновесные объемы потребляемых благ для каждого из индивидов.
- Д. Выведите уравнение кривой контрактов.
- Е. Получите выражение для границы доступных полезностей.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

Промежуточная контрольная работа

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ответ	B	C	D	C	A	C	D	C	D	C	D	D

13.1. При отсутствии государственного регулирования $P_0=15$; $Q_0=50$.

При этом эластичность спроса по цене равна $E_p^d = -\frac{4 \cdot 15}{50} = -1,2$. Эластичность предложения составляет $E_p^s = \frac{6 \cdot 15}{50} = 1,8$.

13.2.1. При введении поштучной субсидии, равной 5, функция предложения принимает вид: $Q_s^1 = 6P - 10$; $P_s^1 = 1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}Q$. Новое рыночное равновесие будет таким: $P_1=12$; $Q_1=62$. При данном объеме продаваемой продукции цена предложения окажется равной $P_s^0(62) = 6\frac{2}{3} + \frac{62}{6} = 17$.

13.2.1.1. Величина дотационных выплат из госбюджета составит: $S = 62 \cdot 5 = 310$.

Доли субсидии, которые получают потребители и производители соотносятся как абсолютные величины эластичностей предложения и спроса в исходной точке равновесия:

$$\frac{S_c}{S_p} = -\frac{E_p^s}{E_p^d} = \frac{1,8}{1,2} = \frac{3}{2}.$$

13.2.1.2. До введения субсидии потребительский излишек был равен: $CS_0 = 0,5 \cdot (27,5 - 15) \cdot 50 = 312,5$. После введения субсидии потребительский излишек увеличивается: $CS_1 = 0,5 \cdot (27,5 - 12) \cdot 62 = 480,5$. Изменение выигрыша потребителей составит: $\Delta CS = 168$.

До введения субсидии выигрыш производителей равняется: $PS_0 = 0,5(15 - 6\frac{2}{3})50 = 208,3$. После введения субсидии выигрыш производи-

телей становится равен: $PS_1 = 0,5 \cdot (17 - 6\frac{2}{3}) \cdot 62 = 320,3$. Увеличение выигрыша производителей составит: $PS = 112$.

Таким образом, чистый эффект от введения субсидии с точки зрения общественного благосостояния в целом будет отрицательным: $DWL = \Delta CS + \Delta PS - S = 168 + 112 - 310 = -30$.

13.2.2. При введении субсидии в размере 10 процентов от валовой выручки производителей функция предложения принимает вид: $Q_s^2 = 6 \cdot 1,1 \cdot P - 40 = 6,6P - 40$, или $P_s^2 = 6,06P + 0,165Q$. Новое рыночное равновесие будет таким: $P = 14,15$; $Q = 110 - 4 \cdot 14,15 = 53,4$. При отсутствии субсидии данное количество товара производители были бы готовы реализовать по цене $P(53,4) = 15,57$.

13.2.2.1. Дотационные выплаты из госбюджета составят $S = 0,1 \cdot 53,4 \cdot 14,15 = 75,561$.

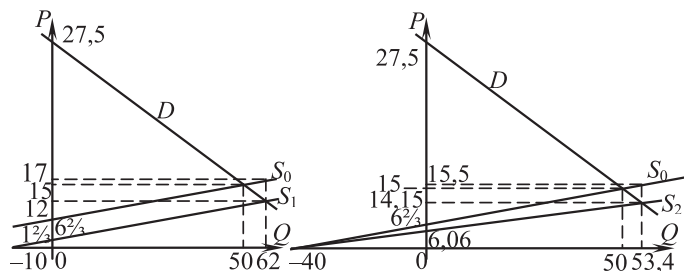
13.2.2.2. После введения субсидии потребительский излишек становится равным $CS_2 = 0,5 \cdot (27,5 - 14,15) \cdot 53,4 = 383,145$. Изменение выигрыша потребителей составит: $\Delta CS = 7,17$.

Рассчитаем изменение выигрыша производителей. После введения данной субсидии (переменные) издержки производителей будут равны площади под исходной функцией рыночного предложения:

$VC_2 = \frac{(6\frac{2}{3} + 15,57)53,4}{2} = 593,72$. Выручка производителей от реализации

продукции (без учета получаемой субсидии) составит: $TR_2 = 14,15 \cdot 53,4 = 755,61$. С учетом субсидии новый выигрыш производителей окажется равным: $PS_2 = TR_2 + S - VC_2 = 755,61 + 75,561 - 593,72 = 237,451$. Увеличение выигрыша производителей в результате введения субсидии составит: $\Delta PS = 237,451 - 208,3 = 29,151$.

Чистый эффект с точки зрения общественного благосостояния в целом в результате введения субсидии, как и в предыдущем случае, будет отрицательным: $DWL = \Delta CS + \Delta PS - S = 7,17 + 29,151 - 75,561 = -39,24$.



14. А. При предпочтениях Кобба—Дугласа данного вида решение задачи максимизации полезности при ограничении по доходу в общем виде задано функцией спроса по Маршаллу (1.42), значит, $x_1 = 10$, $x_2 = 5$.

В. Решение задачи минимизации расходов при условии достижения обозначенного уровня данной функции полезности в общем виде представлено соответствующей функцией спроса по Хиксу (1.53), поэтому $x_1 = 10$, $x_2 = 5$.

С. Как видно, при заданной функции полезности и фиксированных ценах на продукты решения данных двойственных задач совпадают. При этом в задаче (1.21) максимальный уровень полезности составит $U^* = 5\sqrt{2}$ и совпадет с ограничением $\bar{U}$ в двойственной задаче, тогда как минимальный уровень расходов в задаче (1.44) $E^* = 100$ окажется равным ограничению по доходу в прямой задаче.

15. А. Рассчитаем эффекты дохода и замещения по Слуцкому и Хиксу.

Используя эквимаргинальное условие $\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$, которое дает соотношение между количествами двух товаров: $x_2 = \frac{p_1}{2p_2} x_1$, и бюджетное ограничение $M = p_1 x_1 + p_2 x_2$, выведем функции спроса, соответственно, на первый и второй товар как зависимости оптимальных объемов их потребления от рыночных цен и дохода потребителя:

$$x_1 = \frac{2M}{3p_1}, \quad x_2 = \frac{M}{3p_2}.$$

Поскольку потребитель располагает доходом в размере 60 тыс. руб., постольку данные функции спроса принимают вид:

$$x_1 = \frac{40}{p_1}, \quad x_2 = \frac{20}{p_2}.$$

Первоначальные объемы потребления товаров (при $p_1^1 = 2$, $p_2 = 1$) составляли: $x_1^1 = x_2^1 = 20$. При этом уровень полезности индивида $\bar{U}_0$ был приблизительно равен 9,4574. При изменившейся цене первого товара ($p_1^2 = 4$) объем его потребления снизится до $x_1^2 = 10$, тогда как количество потребляемого первого товара останется неизменным $x_2^2 = 20$.

Рассчитаем вспомогательный оптимум, минимизируя расходы потребителя при новых ценах ($p_1^2 = 4$, $p_2 = 1$) при условии, что уровень полезности остается на первоначальном уровне ($\bar{U}_0 = 9,4574$). При этом эквимаргинальное условие принимает вид: $\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2x_2}{x_1} = 4$. Подстав-

для вытекающее отсюда соотношение между объемами потребления товаров $x_2 = 2x_1$ в функцию полезности с учетом того, что ее величина зафиксирована на уровне $\bar{U}_0 = 9,4574$, получаем вспомогательный оптимум потребителя: $x_1^{3H} \approx 15,87, x_2^{3H} \approx 31,74$. Таким образом, прямые эффекты замещения и дохода по Хиксу составят: $OPSE_H \approx 15,87 - 20 \approx -4,13$; $OPIE_H \approx 10 - 15,87 \approx -5,87$.

При повышении p_1 данный товар становится относительно более дорогим, а второй — относительно более дешевым, поэтому за счет перекрестного эффекта замещения спрос на второй товар увеличивается: $CPSE_H \approx 31,74 - 20 \approx 11,74$ Перекрестный эффект дохода $CPIE_H \approx -11,74$ уравнивает перекрестный эффект замещения, и общий перекрестный эффект оказывается нулевым.

В трактовке Слуцкого, учитывая, что для приобретения исходной корзины товара по новым ценам потребуется доход в размере $20 \cdot 4 + 20 = 100$ (тыс. руб.), вспомогательный оптимум будет таким: $x_1^{3S} = 16\frac{2}{3}, x_2^{3S} = 33\frac{1}{3}$. Значит, прямые эффекты дохода и замещения по Слуцкому, соответственно, таковы: $OPSE_S = 16\frac{2}{3} - 20 = -3\frac{1}{3}$; $OPIE_S = 10 - 16\frac{2}{3} = -6\frac{2}{3}$. Перекрестный эффект замещения $CPSE_S = 33\frac{1}{3} - 20 = 13\frac{1}{3}$ компенсируется перекрестным эффектом дохода $CPIE_S = 20 - 33\frac{1}{3} = -13\frac{1}{3}$ (см. рис. ниже).

В. Поскольку в трактовке Слуцкого для приобретения исходной корзины товаров по новым ценам потребуется доход в размере 100 (тыс. руб.), компенсирующая вариация дохода по Слуцкому составит: $CV_S = 100 - 60 = 40$.

Потребление вспомогательной корзины товаров $(x_1^{3H}, x_2^{3H}) = (15,87; 31,74)$ при новых ценах $(p_1^2, p_2) = (4, 1)$ будет стоить $M_1 = 15,87 \cdot 4 + 31,74 = 95,22$. Поэтому компенсирующая вариация дохода по Хиксу составит: $CV_H = 95,22 - 60 = 35,22$.

Для того чтобы купить новую корзину товаров $(x_1^2, x_2^2) = (10, 20)$ по старым ценам $(p_1^1, p_2) = (2, 1)$, потребителю потребовались бы денежные средства в размере $10 \cdot 2 + 20 = 40$. Следовательно, эквивалентная вариация дохода по Слуцкому составит: $EV_S = 40 - 60 = -20$.

Если бы при старых ценах $(p_1^1, p_2) = (2, 1)$, когда эквиваргинальное условие имело вид $\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{2x_2}{x_1} = 2$, т.е. $x_2 = x_1$, потребитель захотел достигнуть новый уровень полезности $\left(\bar{U}_1 = 6,6874 = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{4}} = x_1^{\frac{1}{2}} x_1^{\frac{1}{4}} \right)$, то его оптимальная корзина товаров была бы: $x_1^4 = x_2^4 \approx \sqrt[3]{6,6874^4} \approx 12,6$. Данный набор стоил бы $M_2 \approx 12,6 \cdot 4 + 12,6 \approx 37,8$. Следовательно, эквивалентная вариация дохода по Хиксу составит: $EV_H \approx 37,8 - 60 \approx -22,2$ (см. рис. ниже).

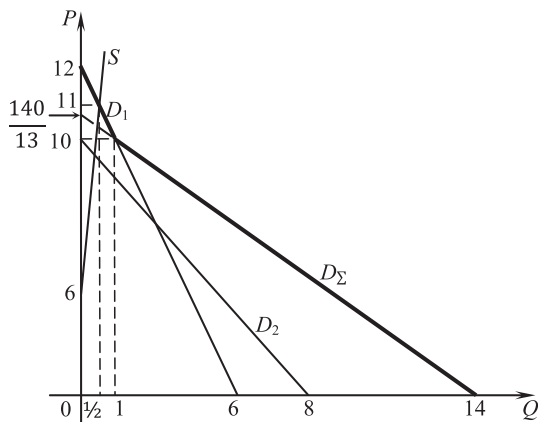
16. А. Функция рыночного спроса такова:

$$Q = 14 - 1,3P \text{ при } 0 < P \leq 10; Q = 6 - 0,5P \text{ при } 10 < P \leq 12.$$

Соответственно, обратная функция рыночного спроса будет выглядеть так:

$$P = 12 - 2Q \text{ при } 0 \leq Q < 1; P = \frac{140}{13} - \frac{10}{13}Q \text{ при } 1 \leq Q \leq 14.$$

В. Приравняем функцию предложения каждому из сегментов рыночного спроса. При этом равновесный объем продаж попадает в допустимый диапазон лишь для первого сегмента: $P = 12 - 2Q = 6 + 10Q$; $Q = 0,5$. Таким образом, равновесная цена на данном рынке равна 11, а равновесный объем продаж составит 0,5 (см. рис. ниже).



Индивидуальный и рыночный спрос: пример

17. Средние переменные издержки данного предприятия равны

$$AVC = \frac{w}{AP_L} = \frac{500}{2,5} = 200, \text{ а предельные издержки равны } MC = \frac{w}{MP_L} = \frac{500}{2} = 250.$$

18. А. Предприятие сталкивается с задачей минимизации расходов на ресурсы для достижения запланированного объема выпуска продукции. Рассчитаем предельные продукты — соответственно, капитала:

$$MP_K = \frac{1}{2} K^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{3}} \text{ и труда: } MP_L = \frac{1}{3} K^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{2}{3}}. \text{ Следовательно, используя выра-}$$

жение предельной нормы технологического замещения капитала трудом как отношение предельных продуктов факторов, получаем эквивариантное условие:

$$MRTS_{KL} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{1}{3} K^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{2}{3}}}{\frac{1}{2} K^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{3}}} = \frac{2K}{3L} = \frac{w}{r},$$

которое задает соотношения между затратами факторов производства, минимизирующими его издержки, т.е. так называемую траекторию развития фирмы: $K = \frac{3w}{2r} L$, или $L = \frac{2r}{3w} K$.

Подставляя данные соотношения в производственную функцию, приходим к зависимостям между количеством выпускаемой продукции и объемами затрат факторов:

$$Q = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{3}} = K^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2r}{3w} K \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2r}{3w} \right)^{\frac{1}{3}} K^{\frac{5}{6}}, \text{ а значит, } K = \left(\frac{3w}{2r} \right)^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{6}{5}};$$

$$Q = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3w}{2r} L \right)^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{3w}{2r} \right)^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{6}}, \text{ следовательно, } L = \left(\frac{2r}{3w} \right)^{\frac{3}{5}} Q^{\frac{6}{5}}.$$

Если объем выпускаемой продукции будет зафиксирован на уровне $Q = 32$, то, поскольку $r = 3$, $w = 2$, постольку $K^* = L^* = 64$ (см. рис. ниже).

В. Выведем функцию общих издержек производства. Для этого подставим полученные выше зависимости между объемом производства и его факторами в выражение себестоимости продукции:

$$TC = rK + wL = r \left(\frac{3w}{2r} \right)^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{6}{5}} + w \left(\frac{2r}{3w} \right)^{\frac{3}{5}} Q^{\frac{6}{5}} = \frac{5}{6} (2r)^{\frac{3}{5}} (3w)^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{6}{5}}.$$

Средние издержки — это общие в расчете на единицу выпуска:

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{5}{6} (2r)^{\frac{3}{5}} (3w)^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{1}{5}}. \text{ Взяв производную общих издержек по объему}$$

выпускаемой продукции, получаем функцию предельных издержек про-

$$\text{изводства: } MC = \frac{dTC}{dQ} = (2r)^{\frac{3}{5}} (3w)^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{1}{5}}.$$

С. Рассчитаем характеристики деятельности предприятия, максимизирующего прибыль. Необходимое условие ее максимума – это равенство

предельных издержек рыночной цене продукта: $MC = (2r)^{\frac{3}{5}}(3w)^{\frac{2}{5}}Q^{\frac{1}{5}} = p$. Следовательно, функция предложения продукции для данной конкурент-

ной фирмы имеет вид: $Q = \frac{p^5}{72r^3w^2}$. Отметим, что данная функция будет

работать при любом неотрицательном объеме производства, поскольку минимум средних издержек, необходимый для существования фирмы в долгосрочной перспективе, достигается в нуле.

Подставляя в функцию предложения значения рыночных цен на продукт и производственные факторы ($r = 3, w = 2, p = 12$), получаем оптимальный объем производства для данной фирмы: $Q^* = 32$. Используя полученные выше соотношения между объемом выпускаемой продукции и оптимальными затратами факторов, рассчитываем их значения для фирмы, максимизирующей прибыль: $K^* = L^* = 64$. Очевидно, что максимизация прибыли предполагает минимизацию издержек производства. Поэтому если использовать в качестве ограничения по выпуску в задаче минимизации издержек объем производства, максимизирующий прибыль, то оптимальные затраты факторов для данных оптимизационных задач будут совпадать, что мы и наблюдаем в нашем случае.

Д. Снижение ставки заработной платы с 2 до 1 приводит к сдвигу траектории развития фирмы от $K = L$ к $K = \frac{L}{2}$, а значит, и к изменению за-

висимостей между капиталом- и трудозатратами и объемом выпускаемой

продукции. Первоначально они выглядели так: $K_1 = L_1 = Q^{\frac{6}{5}}$. При новом соотношении цен на факторы производства они становятся такими:

$$K_2 = \left(\frac{Q}{\sqrt[3]{2}} \right)^{\frac{6}{5}}, L_2 = (\sqrt{2}Q)^{\frac{6}{5}}.$$

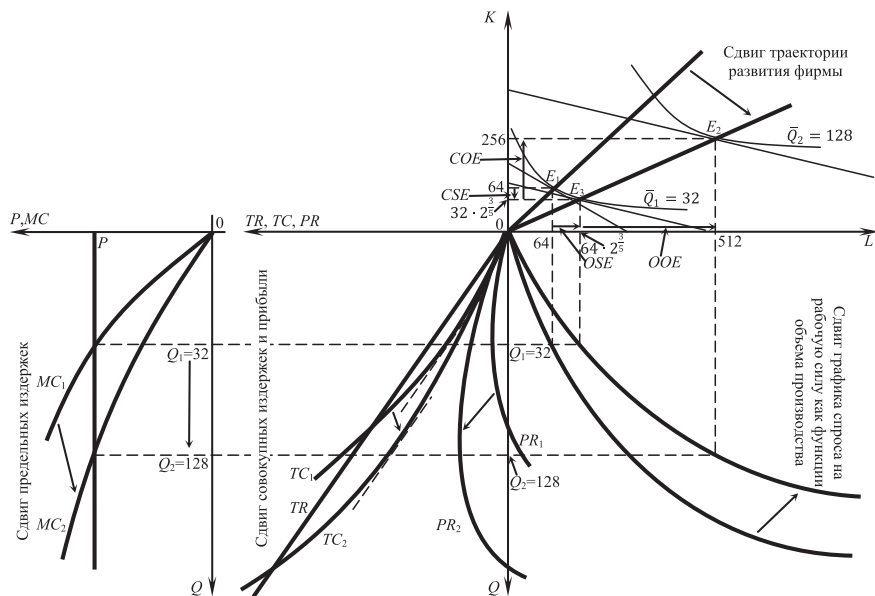
Это вызывает сдвиг функций общих издержек производства: если исходно они имели вид $TC_1 = 5Q^{\frac{6}{5}}$, то теперь они растягиваются вниз и становятся равными $TC_2 = 5 \left(\frac{Q}{\sqrt[3]{2}} \right)^{\frac{6}{5}}$.

Следовательно, происходит смещение вниз и графика функции предельных издержек: если исходно они имели вид $MC_1 = 6Q^{\frac{1}{5}}$, то теперь их выражение меняется на $MC_2 = 6\left(\frac{Q}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$.

А значит, при неизменном уровне рыночной цены на продукцию фирмы новое условие максимизации прибыли $p = 12 = MC_2 = 6\left(\frac{Q}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$ свидетельствует об увеличении оптимального объема производства с $Q_1^* = 32$ до $Q_2^* = 128$ и, соответственно, затрат факторов с $K_1^* = L_1^* = 64$ до $K_2^* = 256$, $L_2^* = 512$.

Для того чтобы выделить в общем эффекте изменения ставки заработной платы эффект замещения относительно подешевевшим трудом относительно подорожавшего капитала, рассчитаем вспомогательный, виртуальный оптимум E_3 , соответствующий минимизации издержек при исходном объеме производства ($\bar{Q}_1 = 32$) и новом соотношении цен на его факторы ($r = 3, w_2 = 1$): $K_3 = 32 \cdot 2^{\frac{3}{5}}$, $L_3 = 64 \cdot 2^{\frac{3}{5}}$.

Таким образом, прямые эффекты замещения и выпуска, соответственно, составляют $OSE = 64\left(2^{\frac{3}{5}} - 1\right)$, $OOE = 64\left(8 - 2^{\frac{3}{5}}\right)$; а перекрестные эффекты — соответственно, $CSE = 32\left(2^{\frac{3}{5}} - 2\right)$, $COE = 32\left(8 - 2^{\frac{3}{5}}\right)$.



Эффекты замещения и выпуска при снижении ставки заработной платы: пример

19. В соответствии с формулой оптимального количества снятий денег со счета: $N^* = \sqrt{\frac{3000 \cdot 0,0075}{4}} \approx 2,3$.

Сравним величину прибыли экономического агента при ближайших целых величинах снятий денег.

В данном случае величины прибыли при $N = 2$ и $N = 3$ составят

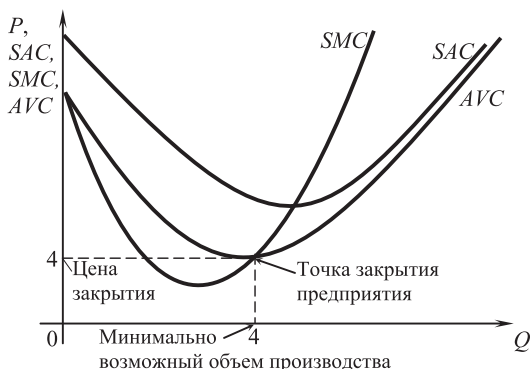
$$PR = \frac{3000}{4} \cdot 0,0075 - 4 = 1,625 \text{ и } PR = \frac{3000 \cdot 2}{6} \cdot 0,0075 - 6 = 1,5 \text{ соответственно}$$

но. Поэтому, учитывая принцип максимизации прибыли, можно сделать вывод, что оптимальное число снятий денег со счета в банке и среднее количество денег в виде наличности в соответствии с моделью Баумоля—Тобина составляют: $N^* = 2$, $\bar{M} = 750$.

Средняя величина остатков денежных средств на счете в банке будет

$$\text{равна среднему объему наличности: } \bar{Y} - \bar{M} = \frac{3000 \cdot 1}{2 \cdot 2} = 750.$$

20. $AVC = Q^2 - 8Q + 20$; $AVC' = 2Q - 8 = 0$; $Q = 4$.
 $p = AVC_{\min} = AVC(4) = 4$. Таким образом, в коротком периоде конкурентная фирма прекратит производство при цене ниже 4, когда ее объем выпуска превысит 4 единицы (см. рис. ниже).



Прекращение производства конкурентной фирмой: пример

21. А. Обратную функцию индивидуального предложения получаем из правила максимизации прибыли конкурентной фирмой и выражения ее предельных издержек: $P = MC_i = 2q_i - 10$. Тогда, поскольку объем производства отдельной фирмы равен 0,1 совокупного выпуска в отрасли, обратная функция отраслевого предложения будет иметь вид: $P = 2(Q/10) - 10 = 0,2Q - 10$. Этот результат можно получить и по-другому. Прямая функция индивидуального предложения имеет вид: $q_i = 0,5P + 5$. Отраслевое предложение — это «горизонтальная» сумма индивидуальных функций: $Q = 10(0,5P + 5) = 5P + 50$.

В. Условие равновесия рыночного спроса и предложения ($80 - Q = 0,2Q - 10$) задает отраслевой выпуск $Q = 75$ и цену $P = 5$.

Ответ: равновесная цена равна 5, объем производства каждой из фирм составляет 7,5.

22. А. Найдем равновесную цену и объем производства каждой из фирм.

$MC = 3q + 4$. Индивидуальное предложение: $P = 3q + 4$; $q = \frac{1}{3}P - 1\frac{1}{3}$.

Рыночное предложение: $Q = 30(\frac{1}{3}P - 1\frac{1}{3}) = 10P - 40$.

Рыночный спрос: $P = 59 - Q$.

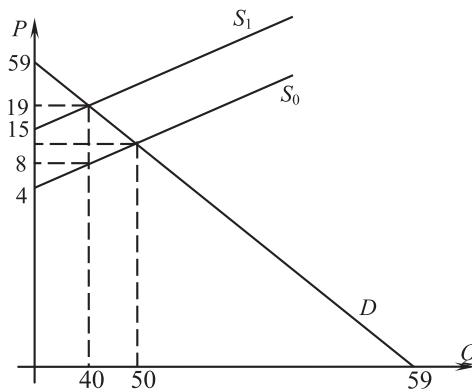
Условие равновесия: $59 - Q = 0,1Q + 4$; $1,1Q = 55$; $Q = 50$; $P = 9$; $q = 1\frac{2}{3}$.

Равновесная цена равна 9, объем производства каждой из фирм равен $1\frac{2}{3}$ (см. рис. ниже).

В. При введении государством аккордной субсидии для каждой из фирм в размере 2 (ден. ед.) по сравнению с исходной ситуацией (пункт А) объем производства каждой из фирм в отдельности и отрасли в целом, а также выигрыш потребителей и общественное благосостояние не изменятся; при этом выигрыш производителей увеличится на величину суммарной субсидии, т. е. на 60 денежных единиц.

С. Рассчитаем новые условия рыночного равновесия при введении государством потоварного налога на продукцию каждой из фирм в размере 11 (ден. ед.): $59 - Q = 0,1Q + 15$; $1,1Q = 44$; $Q = 40$; $P = 19$; $q = 1\frac{1}{2}$. Таким образом, по сравнению с исходной ситуацией (пункт А) объем производства каждой из фирм уменьшится на $\frac{1}{3}$ (единицы продукции), а общеотраслевой выпуск — на 10 (единиц продукции).

Изменение излишка потребителей, выигрыша производителей и общественного благосостояния в целом на данном рынке по сравнению с исходной ситуацией (пункт А), соответственно, составят: $\Delta CS = 0,5 \cdot 90 \cdot 10 = 450$; $\Delta PS = 0,5 \cdot 90 = 45$; $DWL = 0,5 \cdot 11 \cdot 10 = 55$.



Введение потоварного налога: пример

Итоговая контрольная работа

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ответ	В	А	А	Д	Д	С	Д	В	С	С	В	В

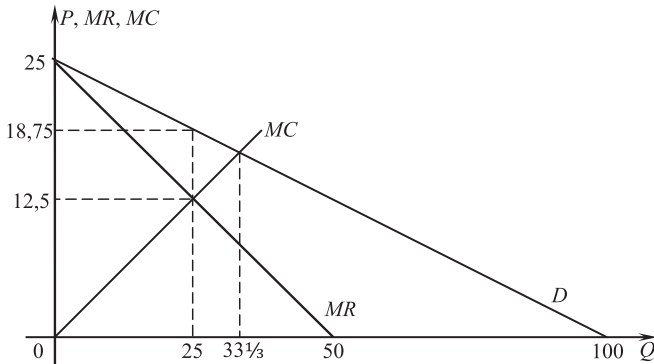
13. А. Объем выпуска, соответствующий условиям максимизации прибыли, определяется условием: $MR = 25 - 0,5Q = MC = 0,5Q$. Он составит: $Q = 25$ (см. рис. ниже).

В. Подставляя оптимальный объем производства в функцию спроса $P = 25 - 0,25Q$, получаем цену, соответствующую условиям максимизации прибыли: $P = 18,75$.

С. Величина экономического прибыли составит: $PR = 312,5$.

Д. Потери общественного благосостояния от монополизации отрасли будут равны: $DWL = \frac{1}{2}(18,75 - 12,5) \left(\frac{100}{3} - 25 \right) \approx 26$.

Е. Индекс Лернера составит: $L = \frac{18,75 - 12,5}{18,75} = \frac{1}{3}$.



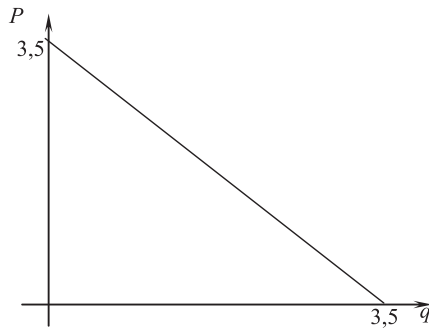
14. А. $MC = 4Q + 5 = MR = 100 - Q$; $Q = 19$; $P = 90,5$; $MC = 81$;
 $L = \frac{P - MC}{P} = \frac{9,5}{90,5} \approx 0,1$.

$MC_t = 4Q + 5 + t = MR = 100 - Q$; $Q_t = 19 - 0,2t$; $T = 19t - 0,2t^2$; $T' = 19 - 0,4t = 0$; $t = 47,5$.

В. $Q_t = 19 - 0,2 \cdot 47,5 = 9,5$; $P_t = 100 - 0,5 \cdot 9,5 = 93,25$; $T = 47,5 \cdot 9,5 = 451,25$; $MC_t = 90,5$; $L_t = \frac{P_t - MC_t}{P_t} = \frac{2,75}{93,25} \approx 0,03$.

С. $\Delta L \approx 0,07$.

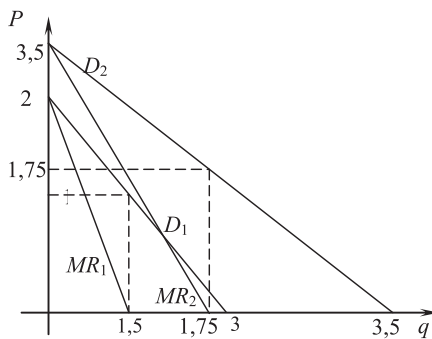
15. А. $q = 3,5$; $PR = 6,125$; потребительский излишек и потери мертвого груза равны 0 (см. рис. ниже).



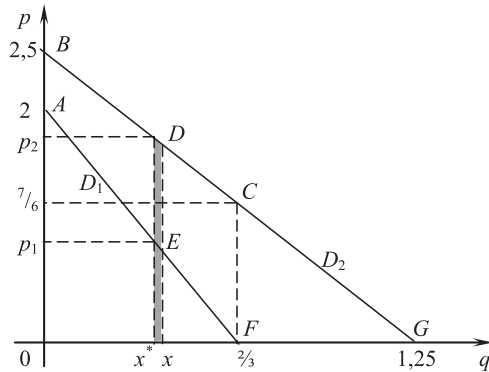
В. $MR_1 = 2 - \frac{4}{3}Q = 0$; $MR_2 = 3,5 - 2Q = 0$.

Следовательно, монополист, применяющий политику ценовой дискриминации третьей степени, предложит на рынок: $q_1 = 1,5$ по цене $P_1 = 1$; $q_2 = 1,75$ по цене $P_2 = 1,75$ (см. рис. ниже).

Поскольку $CS_1 = 0,75$, $CS_2 = \frac{49}{32} = 1,53125$, постольку суммарный излишек потребителей продукта монополии и совокупные потери от мертвого груза составят: $CS = DWL = \frac{72}{32} = 2,28125$.



С. Исходный контракт, стимулирующий покупателей проявить свою готовность платить за товар, будет выглядеть так: продавать 1,25 единицы товара по цене $\frac{2}{3} + \frac{7}{6} = \frac{11}{6}$ либо продавать $\frac{2}{3}$ единицы товара по цене $\frac{2}{3}$. Тогда потребителю 2 безразлично, покупать 1,25 или $\frac{2}{3}$ единицы товара, так как в итоге у него все равно останется излишек S_{ABCF} . Первый потребитель сможет купить только $\frac{2}{3}$ единицы товара по цене $\frac{2}{3}$ (см. рис. ниже).



Однако для увеличения прибыли монополист может уменьшить количество, продаваемое первому потребителю, на $(\frac{2}{3} - x)$ и цену — на $S_{EFx} = 0,5(2 - 3x)(\frac{2}{3} - x) = \frac{2}{3} - 2x + 1,5x^2$. При этом второму потребителю монополист может повысить цену на:

$$\begin{aligned} S_{EDCF} &= 0,5\left(2,5 - 2x + \frac{7}{6}\right)\left(\frac{2}{3} - x\right) - S_{EFx} = \\ &= \left(\frac{11}{6} - x\right)\left(\frac{2}{3} - x\right) - \left(\frac{2}{3} - 2x + 1,5x^2\right) = \frac{5}{9} - 0,5x - 0,5x^2. \end{aligned}$$

Для монополиста выгодно поступать таким образом до тех пор, пока изменение S_{EFx} будет меньше, чем прирост S_{EDCF} . Прибыль монополиста будет максимальной, когда $\frac{\partial}{\partial x} S_{EFx} = -2 + 3x = \frac{\partial}{\partial x} S_{EDCF} = -0,5 - x$; т.е. при $x^* = 0,375$.

$$S_{0AEx} = 0,569025, S_{0AEx} + S_{DGx} = 1,3046875.$$

Итак, монополист, который путем ценовой политики стимулирует покупателей проявить свою готовность платить за товар, предложит рынку следующее меню объемов поставок и соответствующих цен: $q_1 = 0,375$ по цене 0,5690625; $q_2 = 1,25$ по цене 1,3046875.

16. Рассчитаем предельные продукты — соответственно, капитала:

$MP_K = \frac{1}{2} K^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{4}}$ и труда: $MP_L = \frac{3}{4} K^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{4}}$. Следовательно, используя вы-

ражение предельной нормы технологического замещения капитала трудом как отношение предельных продуктов факторов, получаем эквивариантное условие:

$$MRTS_{KL} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\frac{3}{4} K^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{4}}}{\frac{1}{2} K^{-\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{4}}} = \frac{3K}{2L} = \frac{w}{r},$$

которое задает соотношения между затратами факторов производства, минимизирующими его издержки: $K = \frac{2w}{3r} L$, или $L = \frac{3r}{2w} K$.

Подставляя данные соотношения в производственную функцию, приходим к зависимостям между количеством выпускаемой продукции и объемами затрат факторов:

$$Q = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{4}} = K^{\frac{1}{2}} \left(\frac{3r}{2w} K \right)^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{3r}{2w} \right)^{\frac{3}{4}} K^{\frac{5}{4}}, \text{ а значит, } K = \left(\frac{2w}{3r} \right)^{\frac{3}{5}} Q^{\frac{4}{5}};$$

$$Q = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{2w}{3r} L \right)^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{2w}{3r} \right)^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{4}}, \text{ следовательно, } L = \left(\frac{3r}{2w} \right)^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{4}{5}}.$$

Выведем функцию общих издержек производства. Для этого подставим полученные выше зависимости между объемом производства и его факторами в выражение себестоимости продукции:

$$TC = rK + wL = r \left(\frac{2w}{3r} \right)^{\frac{3}{5}} Q^{\frac{4}{5}} + w \left(\frac{3r}{2w} \right)^{\frac{2}{5}} Q^{\frac{4}{5}} = \frac{5}{6} (3r)^{\frac{2}{5}} (2w)^{\frac{3}{5}} Q^{\frac{4}{5}}.$$

Взяв производную общих издержек по объему выпускаемой продукции, получаем функцию предельных издержек производства:

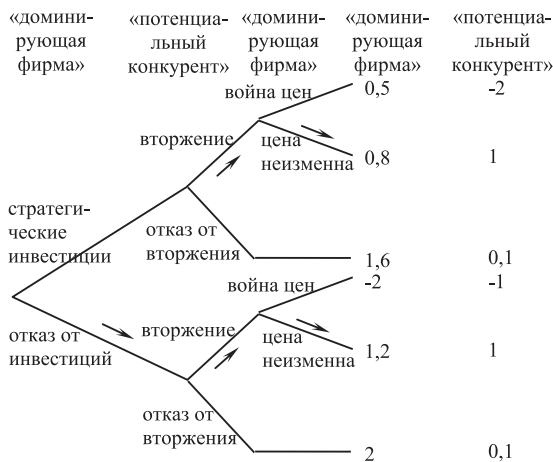
$$MC = \frac{dTC}{dQ} = \frac{2(3r)^{\frac{2}{5}} (2w)^{\frac{3}{5}}}{3Q^{\frac{1}{5}}}.$$

Рассчитаем характеристики деятельности предприятия, максимизирующего прибыль. Необходимое условие ее максимума — это равенство предельного дохода предельным издержкам: $MC = \frac{2(3r)^{\frac{2}{5}} (2w)^{\frac{3}{5}}}{3Q^{\frac{1}{5}}} = MR = \frac{1}{2Q^{\frac{1}{2}}}.$

Оно позволяет определить оптимальный объем производства:

$Q^* = \frac{9}{4^{\frac{13}{3}} r^{\frac{4}{3}} w^2} = \frac{1}{4}$. Подставляя данную величину в зависимости между количеством выпускаемой продукции и затратами факторов производства, получаем их оптимальные значения: $K^* = \frac{1}{2}$, $L^* = \frac{1}{4}$.

17. Используя метод обратной индукции, можно прийти к выводу, что «отраслевой монополист» выберет стратегию не осуществлять инвестиций. Когда «потенциальный конкурент» вторгается, в свою очередь «отраслевой монополист» не меняет цену. Стрелки на рисунке ниже указывают последовательность возможных ходов и соответствующую ответную реакцию фирм.



18. А. $MC = 2q + 10$. Индивидуальное предложение: $P = 2q + 10$; $q = 0,5P - 5$.

Рыночное предложение: $Q = 10(0,5P - 5) = 5P - 50$.

Рыночный спрос: $P = 370 - Q$.

Условие равновесия: $370 - Q = 0,2Q + 10$; $1,2Q = 360$; $Q = 300$; $P = 70$; $q = 30$.

Итак, равновесная цена установится на уровне 70; объем производства каждой из фирм будет равен 30.

В. При введении государством аккордного налога на продукцию каждой из фирм в размере 15 (ден. ед.) объем производства каждой из фирм

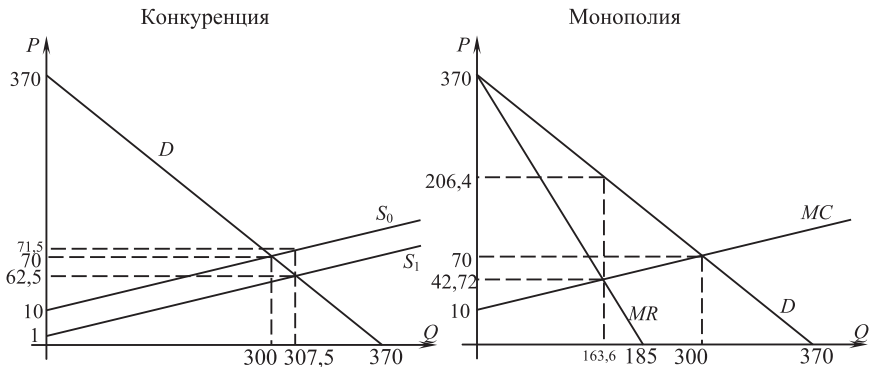
и отрасли в целом, излишек потребителей и совокупное общественное благосостояние на данном рынке по сравнению с исходной ситуацией не изменятся, а выигрыш производителей сократится на величину налоговых выплат, т. е. на 150 денежных единиц.

С. При введении государством потоварной субсидии на продукцию каждой из фирм в размере 9 (ден. ед.) возникнут новые условия равновесия: $370 - Q = 0,2Q + 1$; $1,2Q = 369$; $Q = 307,5$; $P = 62,5$; $q = 30,75$. Следовательно, по сравнению с исходной ситуацией объем производства каждой из фирм увеличится на $\Delta q = 0,75$, а отрасли в целом — на $\Delta Q = 7,5$.

По сравнению с исходной ситуацией излишек потребителей возрастет на величину $\Delta CS = 0,5 \cdot 7,5 \cdot 607,5 = 2278,125$, а выигрыш производителей — на $\Delta PS = 0,5 \cdot 1,5 \cdot 607,5 = 455,625$. При этом потери общества в целом на данном рынке составят $DWL = 0,5 \cdot 7,5 \cdot 9 = 33,75$.

Д. Рассмотрим параметры монополизированной отрасли: $370 - 2Q = 0,2Q + 10$; $2,2Q = 360$; $Q = 163,63$; $q = 16,36$; $P = 206,36$. По сравнению с исходной ситуацией (пункт А) отраслевой выпуск сократится на величину $\Delta Q = -136,36$; объем производства каждой из фирм — на $\Delta q = -13,63$. При этом увеличение рыночной цены составит $\Delta P = 136,36$.

По сравнению с исходной ситуацией (пункт А) сокращение излишка потребителей составит $\Delta CS = 0,5 \cdot 136,4 \cdot 463,6 = 31617,52$. При этом выигрыш картелированных производителей увеличится на величину $\Delta PS = 0,5 \cdot (196,4 + 163,68) \cdot 163,6 - 0,5 \cdot 60 \cdot 300 = 20454,54$. Таким образом, общественное благосостояние в целом на данном рынке сократится: $DWL = 0,5 \cdot 163,7 \cdot 136,4 = 11164,34$.



Е. Сравним результаты законодательного установления потолка цены на уровне 60 в монополизированной (пункт Д) и конкурентной (пункт А) отраслях. В данных ситуациях отраслевой выпуск, объем производства

каждой из фирм, рыночная цена, излишек потребителей, выигрыш производителей и общественное благосостояние в целом отличаться не будут.

Ф. Проанализируем случай неполного картеля, в который объединяются только 2 фирмы, которые начинают вести себя как ценовой лидер по отношению к остальным 8 фирмам на рынке, представляющим конкурентное окружение:

$$Q_K = 2q_i; q_i = \frac{Q_K}{2}; MC_K = Q_K + 10.$$

$$S_{\text{окр}}: P = \frac{Q_S}{4} + 10; Q_S = 4P - 40;$$

$$Q_K = Q_D - Q_S = 370 - P - 4P + 40 = 410 - 5P; P = 82 - 0,2Q_K;$$

$$MR_K = 82 - 0,4Q_K = MC_K = Q_K + 10.$$

Значит, картель будет производить $Q_K = 51,43$ (единиц товара) и устанавливать цену на уровне $P = 71,7$. При этом предложение конкурентного окружения будет равно $Q_S = 246,8$, а выпуск каждой из фирм-аутсайдеров составит $q_i = 30,85$.

Г. Рассмотрим теперь ситуацию монополистической конкуренции по Чемберлину между фирмами. Объем производства фирмы — монополистического конкурента будет определяться формулой (8.5). В нашем

случае $a=370$, $b=1$, $c=2$, $d=10$. Следовательно, $q_i^* = \frac{360}{13}$.

19. А. Ответ: $L_i = \frac{3}{8}$.

В. Приравнивая предельные издержки в условиях максимизации прибыли, сокращая на единый коэффициент эластичности рыночного спроса

и отраслевой выпуск, получаем: $q_2 = \frac{4}{5}q_1$. Ответ: в 1,25 раза.

С. Решая систему из двух аналогичных уравнений максимизации прибыли

$$\begin{cases} 40 - 5q_1 - 5q_2 - 2,5q_1 = 49, \\ 40 - 5q_1 - 5q_2 - 2,5q_2 = 49, \end{cases}$$

получаем, что $q_1 = q_2$.

Подставляя это равенство в любое из уравнений системы выше, получаем: $12,5q_1 = 9$. Следовательно, $q_1 = q_2 = 0,72$, $P = 32,8$.

20. А. Построим уравнение реакции для каждой из фирм (7.4): $q_1 = 0,6 - 0,5q_2$; $q_2 = 0,6 - 0,5q_1$. Тогда равновесная цена составит 6, а объем выпуска каждой из фирм будет равен $q_i = \frac{a-c}{3b} = 0,4$.

В. Отраслевой выпуск в условиях олигополии Курно задается формулой (7.6). Объем производства каждой из фирм в отдельности будет определяться соотношением (7.7). В нашем случае $n = 5$, $a = 10$, $b = 5$, $c = 4$. Получаем: $Q = 1$; $P = 5$; $q_i = 0,2$.

С. В условиях конкурентного равновесия спрос равняется предложению — предельным издержкам c : $Q_c = \frac{a-c}{b}$. Выпуск каждого из олигополистов Курно составляет $\frac{1}{n+1}$ от конкурентного объема производства. Поэ-

тому при количестве олигополистов $n \geq 50$ выпуск каждой из них окажется менее 0,02 отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции.

Д. Рассчитаем отклонение отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции от общеотраслевого выпуска в условиях олигополии

Курно: $\frac{a-c}{b} - \frac{n(a-c)}{(n+1)b} = \frac{a-c}{(n+1)b} = q_i$. Таким образом, при любом количе-

стве фирм отклонение общеотраслевого выпуска в условиях олигополии Курно от отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции будет равно выпуску каждой из фирм, конкурирующих по Курно.

Ответ: ни при каком количестве фирм отклонение общеотраслевого выпуска в условиях олигополии Курно от отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции не может быть больше выпуска каждой из фирм, конкурирующих по Курно.

Е. Выпуск лидера: $q_L = \frac{a-c}{2b} = 0,6$; выпуск последователя: $q_F = \frac{a-c}{4b} = 0,3$; рыночная цена $P=5,5$.

Ф. Выпуск лидера и последователей будет определяться, соответственно, формулами (7.8) и (7.9). В нашем случае $n = 6$, $a = 10$,

$b = 5$, $c = 4$. Получаем: $q_L = 0,6$; $Q_L = \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 6 \cdot 5} = 0,5$, $q_j = 0,1$, $P=4,5$.

Г. При любом: независимо от числа фирм-последователей выпуск лидера равен половине отраслевого выпуска в условиях совершенной конкуренции.

21. Выпишем функцию прибыли: $PR = -0,5q^3 + 2q^2 - 2q$. Приравняем нулю по необходимому условию максимума первую производную этой функции: $PR' = -1,5q^2 + 4q - 2 = 0$. Решениями этого уравнения являются два объема производства: $q_1 = 2$ и $q_2 = \frac{2}{3}$. Рассчитаем вторую производную функции прибыли: $PR'' = -3q + 4$. Достаточное условие максимума прибыли заключается в том, что ее вторая производная в точке экстремума должна быть отрицательной: $PR'' < 0$. Это условие выполняется при $q > 1\frac{1}{3}$. Следовательно, оптимальный, с точки зрения данной фирмы-монополистического конкурента, объем производства составляет две единицы продукции: $q = 2$.

При этой величине производства для фирмы наиболее целесообразно установить цену, равную пяти денежным единицам: $p = 5$. Такое сочетание оптимальной цены и количества производимой продукции позволит фирме работать, лишь покрывая издержки, поскольку в этом случае экономическая прибыль будет нулевой: $PR = 0$. Итак, фирма, максимизируя прибыль, добивается лишь покрытия затрат. В экономической теории такая ситуация характеризуется как состояние долгосрочного равновесия. Действительно, поскольку $AC = 0,5q^2 - 4q + 11$, постольку $AC(2) = 5 = p$.

Отметим, что такая ситуация характеризуется избыточными производственными мощностями у фирмы, которые равны разнице между оптимальными объемами производства в условиях совершенной и монополистической конкуренции. При совершенной конкуренции в долгосрочном периоде фирма выбрала бы объем производства, соответствующий минимуму средних издержек, когда $AC' = q - 4 = 0$, т. е. $q = 4$ при $AC_{\min} = 3$. В данном случае избыточные мощности составляют 2 единицы продукции, а плата за разнообразие равна 2 денежным единицам.

Ответ: оптимальный объем производства фирмы составит 2;

оптимальная цена для фирмы составит 5;

величина экономической прибыли продавца будет равна 0;

избыток производственных мощностей будет равен 2;

плата за разнообразие для потребителей за единицу продукции составит 2.

22. В силу предположения о постоянстве средних издержек на рекламу, расходы на рекламу можно представить функцией: $TC_a = aQ$. Поэтому $AC_a = a$. Отсюда: $LRAC_1' = (0,25Q^2 - 3Q + 10 + a)' = -1; 0,5Q - 3 = -1$;

$Q = 4$. Используя условие нулевой экономической прибыли в долгосрочном аспекте: $LRAC_1 = 0,25Q^2 - 3Q + 10 + a = 10 - Q$, или $0,25Q^2 - 2Q + a = 0$, получаем, что при $Q = 4$ $a = 4$; $TC_a = 16$.

23. Протяженность линейного города в данной модели Хотеллинга такова: $l = 500$. Первый магазин удален от границы города на величину $a = 100$, а второй расположен на расстоянии $b = 200$ от конца улицы. При этом удельные транспортные расходы покупателей составляют $t = 0,5$. Тогда в соответствии с формулами (6.6)–(6.9) оптимальные цены и объемы продаж магазинов таковы: $p_1 = 233, (3)$, $p_2 = 266, (6)$, $q_1 = 233, (3)$, $q_2 = 266, (6)$

24. Продифференцировав производственную функцию предприятия, получаем его предельный продукт труда: $MP_L = \frac{1}{\sqrt{L}}$.

Поскольку предельная доходность труда $MRP_L = p \cdot MP_L = \frac{p}{\sqrt{L}}$ в ситуации совершенной конкуренции равна рыночной ставке зарплаты, постольку:

А. функция спроса предприятия на рабочую силу имеет вид $L = \left(\frac{p}{w}\right)^2$;

В. при этом функцию предложения $Q = \frac{2p}{w}$ можно получить подстановкой спроса на труд в производственную функцию.

25. Используя выражение для отраслевой функции спроса на труд в краткосрочной перспективе (7.5), получаем, что при данных условиях она будет иметь вид:

$$w = 160 - 258L + 4,8L^2 - 0,02L^3.$$

26. Поскольку $MFC = 4q_1 - 20 = MRP = 100 - q_1$, постольку будет произведено 24 единицы сырья по цене 28 денежных единиц.

27. А. Предложение труда мужчин описывается функцией $w = 10 + 0,25L_m^s$, а женщин – зависимостью вида $w = L_{ж}^s - 20$.

Оптимизация затрат женского труда будет выглядеть так:

$$MVP_L = p \cdot MP_L = 400 - 4L_{ж} - 4L_m = MC_L^* = 2L_{ж} - 20.$$

Аналогично, в отношении мужской занятости имеем:

$$MVP_L = p \cdot MP_L = 400 - 4L_{\text{ж}} - 4L_{\text{м}} = MC_L^{\text{м}} = 0,5L_{\text{м}} + 10.$$

Итак, должна выполняться система условий:

$$\begin{cases} 400 - 4L_{\text{ж}} - 4L_{\text{м}} = 2L_{\text{ж}} - 20, \\ 400 - 4L_{\text{ж}} - 4L_{\text{м}} = 0,5L_{\text{м}} + 10. \end{cases}$$

Решая ее, получаем, что $L_{\text{м}} = 4L_{\text{ж}} - 60$; $400 - 4L_{\text{ж}} - 16L_{\text{ж}} + 240 = 2L_{\text{ж}} - 20$; $22L_{\text{ж}} = 660$; $L_{\text{ж}} = 30$; $L_{\text{м}} = 60$. Ставки зарплаты для женщин и мужчин, соответственно, составят: $W_{\text{ж}} = 10$; $W_{\text{м}} = 25$.

В. Определим теперь, каковы были бы ставки зарплаты и сколько женщин и мужчин было бы нанято, если бы фирма не могла применять дискриминацию рабочей силы по половому признаку.

Суммарное предложение: $L = -20 + 5w$, или $w = 4 + 0,2L$, $w \geq 10$, $L \geq 30$.

При отсутствии дискриминации единая функция предложения труда будет выглядеть так:

$$w = \begin{cases} -20 + L & \text{при } L \in [20, 30], \\ 4 + 0,2L & \text{при } L > 30, \end{cases}$$

а значит,

$$MFC_L = \begin{cases} -20 + 2L & \text{при } L \in [20, 30], \\ 4 + 0,4L & \text{при } L > 30. \end{cases}$$

Используя условие максимизации прибыли монополией $400 - 4L = -20 + 2L$; $6L = 420$; $L = 70 \notin [20, 30]$; $400 - 4L = 4 + 0,4L$; $4,4L = 396$; $L = 90 > 30$, получаем, что соответствующему диапазону занятости принадлежит лишь второе из возможных решений: $L = 90$. При этом единая ставка заработной платы составит: $w = 22$. Соответственно, будут использоваться следующие объемы мужского и женского труда: $L_{\text{м}} = 48$; $L_{\text{ж}} = 42$.

28. По эквимаргинальному принципу (10.4) $\frac{C_1}{C_2} = 1 + r$, а значит, функ-

ция спроса на текущее потребление будет иметь вид:

$$C_1 = \frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{2(1+r)}.$$

Используя определение сбережений, получаем функцию их предложения в текущем периоде:

$$S_1 = \frac{M_1}{2} - \frac{M_2}{2(1+r)}.$$

29. А. Каждый год изнашивается 10 процентов установленного капитала: $\delta = 0,1$. Поскольку $MP_K = \frac{\sqrt{L}}{K^{\frac{2}{3}}}$, коэффициент Тобина при текущем за-

пасе капитала равен $q_T = \frac{\frac{P}{P_K} MP_K - \delta}{r} = \frac{\frac{5}{9^{\frac{2}{3}}} - 0,1}{0,1} = 4, (5)$ что свидетельствует

о необходимости дополнительных инвестиций в предприятие.

Действительно, должно выполняться условие:

$MP_K = \frac{\sqrt{L}}{K^{\frac{2}{3}}} = \frac{5}{K^{\frac{2}{3}}} = \frac{P_K}{P}(r + \delta) = 0,2$, которое позволяет определить оптимальную величину капитала на предприятии: $K^* = 125$. При этом коэф-

фициент Тобина, очевидно, будет равен $q_T = \frac{\frac{P}{P_K} MP_K - \delta}{r} = \frac{\frac{5}{125^{\frac{2}{3}}} - 0,1}{0,1} = 1$.

Зависимость оптимального запаса капитала от рыночной ставки процента имеет вид: $K = \left(\frac{5}{r + 0,1} \right)^{\frac{3}{2}}$.

В. В состоянии оптимума должна выполняться система равенств (10.9):

$$\begin{cases} MP_K = \frac{\sqrt{L}}{K^{\frac{2}{3}}} = \frac{P_K}{P}(r + \delta) = 0,2, \\ MP_L = \frac{3\sqrt[3]{K}}{2\sqrt{L}} = \frac{w}{P} = 1,5; \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} \frac{3P}{2wK^{\frac{1}{3}}} = \frac{P_K}{P}(r + \delta) = 0,2, \\ \sqrt{L} = \frac{3P}{2w} K^{\frac{1}{3}} = K^{\frac{1}{3}}, \end{cases}$$

которая позволяет определить оптимальную величину капитала и занятости на каждом предприятии: $K^* = 125$, $L^* = 25$.

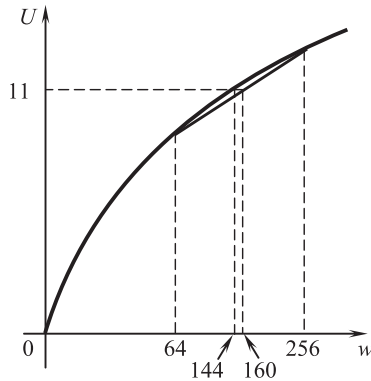
Очевидно, что (предельный) коэффициент Тобина при оптимальных величинах запаса капитала и занятости равен единице:

$$q_T = \frac{\frac{P}{P_K} MP_K - \delta}{r} = \frac{\frac{5}{125^{\frac{2}{3}}} - 0,1}{0,1} = 1.$$

Из последней системы условий вытекает, что функции спроса предприятия на труд и капитал от рыночной ставки процента и реальных цен на факторы производства при стационарной цене на продукцию, соответственно, имеют вид:

$$K = \frac{27}{8 \left(\frac{w}{p}\right)^3 \left(\frac{p_K}{p}\right)^3 (r + \delta)^3}, L = \frac{9K^{\frac{2}{3}}}{4 \left(\frac{w}{p}\right)^2} = \frac{81}{16 \left(\frac{p_K}{p}\right)^2 \left(\frac{w}{p}\right)^4 (r + \delta)^2}.$$

30. Рассчитаем ожидаемую полезность данного вероятностного дохода: $EU = \frac{1}{2}\sqrt{256} + \frac{1}{2}\sqrt{64} = \frac{1}{2} \cdot 16 + \frac{1}{2} \cdot 8 = 12$. При этом ожидаемый доход будет равен: $EW = \frac{1}{2} \cdot 256 + \frac{1}{2} \cdot 64 = 160$. Следовательно, гарантированный эквивалент игры составит: $c = U^{-1}(12) = 12^2 = 144$, а премия за риск будет равна $EW - c = 160 - 144 = 16$ (см. рис. ниже).



31. А. Поскольку функции полезности в данной задаче имеют вид зависимостей Кобба–Дугласа, функции спроса на соответствующие товары для каждой группы потребителей задаются следующими соотношениями:

$$x_1^A = \frac{M_A}{2P_1} = \frac{10P_1 + 40P_2}{2P_1} = 5 + 20\frac{P_2}{P_1},$$

$$x_2^A = \frac{M_A}{2P_2} = \frac{10P_1 + 40P_2}{2P_2} = 5\frac{P_1}{P_2} + 20,$$

$$x_1^B = \frac{M_B}{2P_1} = \frac{20P_1 + 20P_2}{2P_1} = 10 + 10\frac{P_2}{P_1},$$

$$x_2^B = \frac{M_B}{2P_2} = \frac{20P_1 + 20P_2}{2P_2} = 10\frac{P_1}{P_2} + 10,$$

где $M_A = 10P_1 + 40P_2$ и $M_B = 20P_1 + 20P_2$ – доходы потребителей А и В, соответственно.

В. Относительные цены продуктов можно найти на основе натуральных балансовых соотношений по каждому из рынков в состоянии равновесия. В соответствии с законом Вальраса достаточно использовать какое-либо одно из соотношений, например, для первого рынка:

$$x_1^A + x_1^B = 5 + 20\frac{P_2}{P_1} + 10 + 10\frac{P_2}{P_1} = 15 + 30\frac{P_2}{P_1} = \omega_1 = 30.$$

Следовательно, $\frac{P_2}{P_1} = 0,5$.

С. Используя данную относительную цену в функциях спроса потребителей А и В на каждый из товаров, можно получить конечное распределение продуктов между индивидами: $x_1^A = 15$, $x_2^A = 30$; $x_1^B = 15$, $x_2^B = 30$.

Д. Выведем уравнение линии контрактов. Для этого рассчитаем предельные нормы замещения первого и второго продуктов, равные для индивидов А и В:

$$MRS_{12}^A = \frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \frac{x_2^A}{x_1^A} = \frac{MU_1^B}{MU_2^B} = \frac{x_2^B}{x_1^B} = MRS_{12}^B.$$

Кроме того, суммарные запасы первого продукта в данной экономике составляют 10 единиц, а второго – 20 единиц. Поэтому справедливы следующие соотношения между индивидуальными объемами потребления продуктов: $x_1^B = 30 - x_1^A$, $x_2^B = 60 - x_2^A$. Из данных условий получаем отношения между объемами потребления продуктов:

$$\frac{x_2^A}{x_1^A} = \frac{x_2^B}{x_1^B} = \frac{60 - x_2^A}{30 - x_1^A},$$

откуда следует уравнение линии контрактов:

$$x_2^A = 2x_1^A.$$

Ее график будет диагональю в прямоугольнике Эджуорта.

Е. Выведем теперь уравнение границы доступных полезностей общества. Используя уравнение линии контрактов, получаем соотношение для объемов потребления второго товара индивидом A :

$$U_A = (x_1^A)^{\frac{4}{5}} (x_2^A)^{\frac{4}{5}} = (0,5x_2^A)^{\frac{4}{5}} (x_2^A)^{\frac{4}{5}} = 2^{-\frac{4}{5}} (x_2^A)^{\frac{8}{5}},$$

т. е.

$$x_2^A = \sqrt[5]{2} U_A^{\frac{5}{8}}.$$

Используя балансовые соотношения по объемам потребления и запасов для каждого из рынков, а также уравнение контрактной кривой, выразим также через x_2^A полезность индивида B :

$$\begin{aligned} U_B &= (x_1^B)^{\frac{2}{3}} (x_2^B)^{\frac{2}{3}} = (30 - x_1^A)^{\frac{2}{3}} (60 - x_2^A)^{\frac{2}{3}} = \\ &= (30 - 0,5x_2^A)^{\frac{2}{3}} (60 - x_2^A)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4} (30 - 0,5x_2^A)^{\frac{4}{3}}. \end{aligned}$$

В итоге граница доступных полезностей для данной экономической системы имеет следующий вид:

$$U_B = \sqrt[3]{4} \left(30 - \frac{U_A^{\frac{5}{8}}}{\sqrt[5]{2}} \right)^{\frac{4}{3}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдашева С. Б., Розанова Н. М. Теория организации отраслевых рынков. — М.: Магистр, 1998.
2. Акерлоф Дж. Рынок «лимонов»: неопределенность качества и рыночный механизм // THESIS, 1994.— Вып. 5.
3. Аллен Р. Экономические индексы. — М.: Статистика, 1980.
4. Антипина О. Н. Асимметрия информации // Вестник МГУ. Серия 6. Экономика, 2003. — № 2, №3.
5. Антипина О. Н. Асимметричная функция ценности Канемана — Тверски // Большая российская энциклопедия: научно-образовательный портал. — URL: <https://bigenc.ru/c/asimmetrichnaia-funktsiia-tsennosti-kanemana-tverski-662ca4/?v=4064281>. — Дата публикации: 21.06.2022.
6. Антипина О. Платформы как многосторонние рынки эпохи цифровизации // Мировая экономика и международные отношения. — 2020. — Т. 64. — № 3. С. 12–19. <https://doi.org/10.20542/0131-2227-2020-64-3-12-19>
7. Антипина О. Н. Информационная экономика: современные технологии и ценообразование. — М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2009.
8. Антипина О. Н., Вереникин А. О. Микроэкономика продвинутого уровня: учебное пособие. 2-е изд. — М.: Кнорус, 2021.
9. Антипина О. Н., Вереникин А. О. Микроэкономика промежуточного уровня: учебное пособие. — М.: Экономический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2019.
10. Антипина О. Н., Вереникин А. О., Матвеев Е. О. Парадокс Гиффена в XXI в. // Вестник Московского университета. Серия 6. Экономика. — 2019. — № 5. С. 183–205.
11. Блауг М. Методология экономической науки. — М.: Вопросы экономики, 2004.
12. Вальрас Л. Элементы чистой политической экономии, или теория общественного богатства. — М.: Экономика, 2000.
13. Вереникин А. О. Микроэкономика. Вводный курс. — М.: Перо, 2022.
14. Вереникин А. О. Сбалансированность экономической системы: микро- и макроаспекты. — М.: ТЕИС, 2010.
15. Ворст Й., Ревентлоу П. Экономика фирмы. — М.: Высшая школа, 1994.
16. Гальперин В. М., Игнатьев С. М., Моргунов В. И. Микроэкономика. В 3 т. — СПб.: Экономическая школа, 1996.

17. Долан Э.Дж., Линдсей Д. Е. Рынок: микроэкономическая модель. — СПб.: Автокомп, 1992.
18. Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. Математические методы в экономике. 3-е изд. — М.: Дело и Сервис, 2001.
19. Зорич В. А. Математический анализ. В 2 ч. 2-е изд. — М.: ФАЗИС, 1997.
20. Капелюшников Р. И. Экономическая теория прав собственности. — М.: ИМЭМО РАН, 1990.
21. Коуз Р. Г. Природа фирмы // Вехи экономической мысли. Теория фирмы. Т. 2. Под ред. В. М. Гальперина. — СПб.: Экономическая школа. 2000. С. 11–32.
22. Макконелл К., Брю С. Экономикс. — М.: Инфра-М, 1999.
23. Маршалл А. Принципы экономической науки. В 3 т. — М.: Прогресс, 1993.
24. Моделирование экономических процессов / Под ред. М. В. Грачевой, Л. П. Фадеевой, Ю. Н. Черемных — М.: Юнити-Дана, 2005.
25. Никифоров А. А., Антипина О. Н., Миклашевская Н. А. Макроэкономика: научные школы, концепции, экономическая политика. — М.: Дело и Сервис, 2010.
26. Нуреев Р. М. Курс микроэкономики. 3-е изд. — М.: НОРМА-ИНФРА-М, 2015.
27. Пигу А. Экономическая теория благосостояния. — М.: Прогресс, 1985.
28. Пиндайк Р. С., Рубинфельд Д. Л. Микроэкономика. 2-е изд. — М.: Дело, 2001.
29. Робинсон Дж. Экономическая теория несовершенной конкуренции. — М.: Прогресс, 1986.
30. Рощин С. Ю., Разумова Т. О. Экономика труда. — М.: ИНФРА-М, 2000.
31. Саймон Г. А. Теория принятия решений в экономической теории и науке о поведении // Вехи экономической мысли. Теория фирмы. Т. 2 / Под ред. В. М. Гальперина. — СПб.: Экономическая школа. 2000. С. 54–72.
32. Сажина М. А., Чибриков Г. Г. Экономическая теория. — М.: Норма-Инфра-М, 1998.
33. Слуцкий Е. Е. К теории сбалансированного бюджета потребителя // Народнo-хозяйственные модели: теоретические вопросы потребления. — М.: Издательство АН СССР, 1963. — Серия «Экономико-математические методы». — Вып. 1. С. 241–271.
34. Тарасевич Л. С., Гребенников П. И., Леусский А. И. Микроэкономика. 4-е изд. — М.: Юрайт, 2006.
35. Тарасова С. В. Экономическая теория благосостояния. — М.: Юнити, 2001.
36. Теория потребительского поведения и спроса // Серия «Вехи экономической мысли». — Вып. 1. — СПб.: Экономическая школа, 2000.
37. Теория фирмы // Серия «Вехи экономической мысли». — Вып. 2. — СПб.: Экономическая школа, 2000.
38. Тихомиров В. М. Рассказы о максимумах и минимумах. 2-е изд. — М.: МЦНМО, 2006.

39. Тобин Дж. Денежная политика и экономический рост. — М.: Либроком, 2010.
40. Уильямсон О. И. Экономические институты капитализма: фирмы, рынки, «отношенческая» контрактация. — СПб.: Лениздат, 1996.
41. Фридман А. А. Лекции по курсу микроэкономики промежуточного уровня. — М.: ГУ ВШЭ, 2009.
42. Хикс Дж. Р. Стоимость и капитал. — М.: Прогресс-Универс, 1993.
43. Чеканский А. Н., Фролова Н. Л. Микроэкономика: промежуточный уровень: учебник. — М.: Инфра-М, 2005.
44. Чеканский А. Н., Фролова Н. Л. Микроэкономика. Промежуточный уровень: учебное пособие. — М.: ИНФРА-М, 2005
45. Чемберлин Э. Теория монополистической конкуренции. — М.: Экономика, 1996.
46. Шаститко А. Е. Внешние эффекты и транзакционные издержки. — М.: ТЕИС, 1997.
47. Шаститко А. Е. Новая институциональная экономическая теория. 4-е изд. — М.: ТЕИС, 2010.
48. Шерер Ф. М., Росс Д. Структура отраслевых рынков. — М.: Инфра-М, 1997.
49. Шумпетер Й. А. История экономического анализа. В 3 т. — СПб.: Экономическая школа, 2001.
50. Экономическая теория. Вводный курс. Микроэкономика / Под ред. И. Е. Рудаковой— М.: ИНФРА-М, 2012.
51. Эрроу К. Дж. Коллективный выбор и индивидуальные ценности. М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2004.
52. Arrow K. J., Chenery H. B., Minhas B. S., Solow R. M. Capital-labor substitution and economic efficiency // Review of economics and statistics. 1961. Vol. 43. № 3. P.225–250.
53. Cobb C. W., Douglas P. H. A theory of production // American economic review. 1928. Vol. 18. № 3.
54. Dixit A. K., Stiglitz J. E. Monopolistic competition and optimum product diversity // The American Economic Review. 1977. Vol. 67. № 3. P. 297–308.
55. Dwyer G. P., Lindsey C. M. Robert Giffen and the Irish Potato // American Economic Review. 1984. Vol. 74. № 1. P. 188–192.
56. Geary R. C. A note on «a constant-utility index of the cost of living» // Review of economic studies. 1949–1950. Vol. 18. Part 1. № 45.
57. Gibbons R. A primer in game theory. — London: Harvester-Wheatsheaf, 1992.
58. Gravelle H., Rees R. Microeconomics. 2nd ed. — London, New York: Longman, 1992.
59. Honoré T. Making law bind.—Oxford: Clarendon press, 1987.
60. Jensen R., Miller N. Giffen behavior and subsistence consumption // The American Economic Review. 2008. Vol. 98. № 4. P. 1553–1577.

61. Kahneman D., Tversky A. Prospect theory: an analysis of decision under risk // *Econometrica*. 1979. Vol. 47, № 2. P. 263–291.
62. Kreps D. M. A course in microeconomic theory. — New York, London etc.: Harvester Wheatsheaf, 1990.
63. Nicholson W. Microeconomic theory: basic principles and extensions. — Mason: South-Western, 2005.
64. Pareto V. Manuel d'économie politique. 2^{me} éd. — Paris: Marcel Giard, 1927.
65. Pratt J. W. Risk aversion in the small and in the large // *Econometrica*. 1964. Vol. 32. January/April. P. 122–136.
66. Roy R. De l'utilité: Contribution à la théorie des choix. — Paris: Hermann, 1942.
67. Samuelson P. A. The collected scientific papers: in 2 vol. 6th pr. — Cambridge (Mass.); London: MIT press, 1985.
68. Shepard R. W. Theory of cost and production functions. — Princeton: Princeton University Press, 1953.
69. Stigler G. J. Notes on the history of the Giffen paradox // *The Journal of Political Economy*. 1947. Vol. 55. № 2. P. 152–156.
70. Stone R. Linear expenditure systems and demand analysis // *Economic journal*. 1954. Vol. 64. № 255.
71. Stone R. Quantity and price indexes in national accounts. — Paris: OEEC, 1956.
72. Von Stackelberg H. Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre. 2. Auflage. — Bern: A. Francke AG. Verlag; Tübingen: J. C. B. Mohr (Paul Siebeck), 1951.

Электронное издание сетевого распространения.
49,0 печ. л. Опубликовано 25.09.2025.
Издательство «ЭФ МГУ имени М.В. Ломоносова»;
www.econ.msu.ru; +7 (495) 939-17-15

Антипина О. Н., Вереникин А. О.

Микроэкономика промежуточного уровня

Учебник

ISBN 978-5-907690-85-1



9 785907 690851