

Дорогие первокурсники!

Мы знаем, что некоторые из вас хотят подготовиться к учебному году. Не надо пытаться начать самостоятельно осваивать математический анализ и линейную алгебру. Лучше отдохнуть, чтобы сразу, с первой недели, включиться в работу. Тем более, что во всех источниках материал излагается по-разному.

Вместе с тем мы считаем полезным повторение некоторых разделов школьной математики, которые будут наиболее востребованы на первых же занятиях, а также на распределительном тесте.

Мы решили кратко перечислить эти разделы.

1. Линейная функция.

Различные формы записи уравнения прямой:

$y = kx + b$, геометрический смысл коэффициентов;

$y - y_0 = k(x - x_0)$ – уравнение прямой, проходящей через точку $(x_0; y_0)$, с угловым коэффициентом k ;

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$ – уравнение прямой, проходящей через точку $(x_0; y_0)$ перпендикулярно вектору $(A; B)$ – см. раздел «Векторы».

Уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, дифференцируемой в точке $x = x_0$:
 $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ или, что то же самое, $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

2. Уравнение плоскости в трёхмерном пространстве:

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ – уравнение плоскости, проходящей через точку $(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $(A; B; C)$ – см. раздел «Векторы».

3. Квадратичная функция.

Выделение полного квадрата;

корни квадратного трехчлена;

разложение на линейные множители;

теорема Виета;

обратная теорема Виета;

график, направление ветвей, пересечение с осями координат, координаты вершины.

4. Расстояние между точками на плоскости, уравнение окружности, круг на плоскости.

5. Степенная функция.

Свойства функции;

график;

взаимное расположение графиков при различных показателях степеней.

6. Дробно-линейная функция.

Выделение целой части (приведение к виду $A + \frac{B}{x - x_0}$);

нахождение точек пересечения с осями координат;

нахождение асимптот;

построение графика.

7. Многочлены.

Нахождение целых и рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами;

деление многочленов в столбик;

разложение многочленов на сомножители.

8. Модули.

Определение: $|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ 0, & x = 0. \\ x, & x > 0 \end{cases}$

График функции $y = |x|$ и его сдвиги вдоль осей координат.

Свойства.

При всех значениях x, y выполнено

$$|x| \geq 0$$

$$|x| \geq x$$

$$|-x| = |x|$$

$$|xy| = |x||y|$$

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0)$$

$$|x + y| \leq |x| + |y| \quad (\text{неравенство треугольника})$$

$$|x - y| \geq |x| - |y|$$

$$|x - y| \geq ||x| - |y||$$

Множества решений неравенств вида $|x - a| < c$, $|x - a| > c$.

9. Показательная функция.

Основные свойства, включая возрастание и убывание в зависимости от основания; поведение на плюс и минус бесконечности;

графики;

взаимное расположение графиков в зависимости от основания.

Изобразите на одном рисунке графики функций

$$y = 2^x, \quad y = 3^x, \quad y = 2^{-x}, \quad y = 3^{-x}.$$

Попробуйте изобразить (не вычисляя производных) график функции $y = 2^{1/x}$.

10. Логарифмическая функция.

Определение и основные свойства функции $y = \log_a x$, включая возрастание и убывание, в зависимости от основания логарифма;

графики;

взаимное расположение графиков в зависимости от основания логарифма.

Изобразите на одном рисунке графики функций

$$y = \log_2 x, \quad y = \log_3 x, \quad y = \log_{1/2} x, \quad y = \log_{1/3} x.$$

11. Тригонометрия.

Определение и свойства тригонометрических и обратных тригонометрических функций:

$$y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad y = \operatorname{tg} x, \quad y = \operatorname{ctg} x,$$

$$y = \arcsin x, \quad y = \arccos x, \quad y = \operatorname{arctg} x, \quad y = \operatorname{arcctg} x.$$

Основные формулы (включая преобразование разности в произведение); табличные значения.

Графики тригонометрических и обратных тригонометрических функций.

12. Преобразования графиков функций.

Сдвиг вдоль оси абсцисс, сдвиг вдоль оси ординат.

Сжатие и растяжение вдоль оси абсцисс, сжатие и растяжение вдоль оси ординат.

Симметрия относительно оси абсцисс, симметрия относительно оси ординат.

13. Векторы. Про векторы можно частично прочитать, например, в книге

<https://www.mccme.ru/free-books/ivovski/trig.pdf>, глава 4, §§ 17, 18.

Операции с векторами: сложение векторов, умножение вектора на число.

Скалярное произведение векторов.

Координаты вектора, сложение векторов и умножение вектора на число в координатной записи, скалярное произведение в декартовых координатах.

Уравнение прямой на плоскости:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \quad - \text{уравнение прямой, проходящей через точку } (x_0; y_0)$$

перпендикулярно вектору $(A; B)$.

Уравнение плоскости в трёхмерном пространстве:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad - \text{уравнение плоскости, проходящей через точку } (x_0; y_0; z_0) \text{ перпендикулярно вектору } (A; B; C).$$

14. Прогрессии.

Формула общего члена арифметической прогрессии; сумма арифметической прогрессии.

Формула общего члена геометрической прогрессии; сумма геометрической прогрессии;

сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.