

Оптимизация системы налогообложения в рамках модели общего равновесия для России

Замниус Алексей

Введение

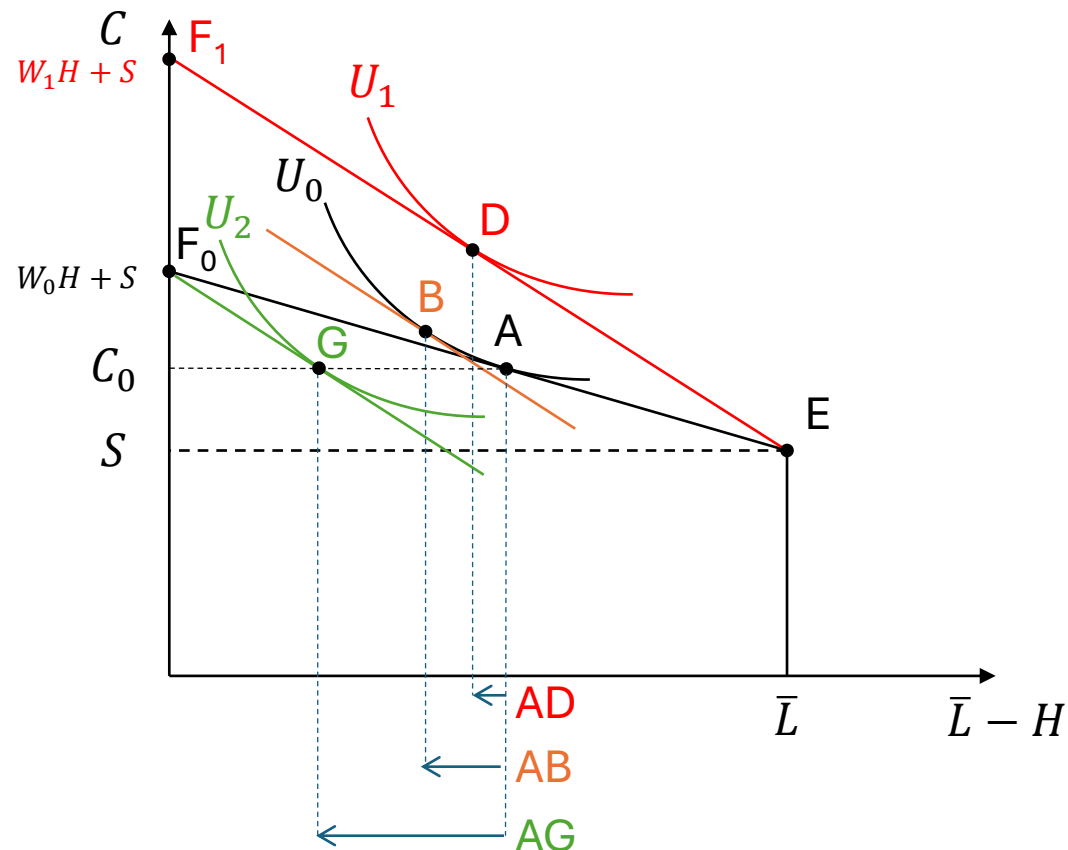
- **Цель:** Оценка воздействия от интервенций в области налогообложения и перераспределения на основные макроэкономические показатели с помощью модели общего равновесия для России
- **Задачи:**
 1. Изучить и систематизировать зарубежный опыт теоретических и методологических подходов построения современных моделей общего равновесия по оптимизации налоговой политики;
 2. Разработать модель общего экономического равновесия для решения задачи оптимизации системы налогообложения и перераспределения;
 3. Провести калибровку модели общего экономического равновесия для РФ;
 4. В рамках численного имитационного анализа на основе откалиброванной модели общего экономического равновесия для российской экономики исследовать влияние интервенций в области политики налогообложения и перераспределения для формирования оптимальной налоговой политики;
 5. Протестировать объясняющую способность модели с помощью сопоставления порожденных траекторий рассматриваемых показателей с эмпирическими данными РФ;
 6. Сформулировать содержательные выводы и возможные рекомендации из полученных результатов.

План

1. Введение
2. Оценка эластичностей предложения труда для России
 1. Эластичности предложения труда
 2. Подходы к оценке эластичностей предложения труда
 3. Оценка эластичностей предложения труда по транзитивным и перманентным шокам
3. Эконометрический анализ эволюции заработной платы от возраста
 1. Профиль заработных плат
 2. Оценка профиля заработных плат для России
4. Построение модели общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями для России
 1. Применение моделей общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями для оптимизации системы налогообложения
 2. Постановка модели общего равновесия для России
 3. Последствия налоговых реформ для России

Оценка эластичностей предложения труда для России

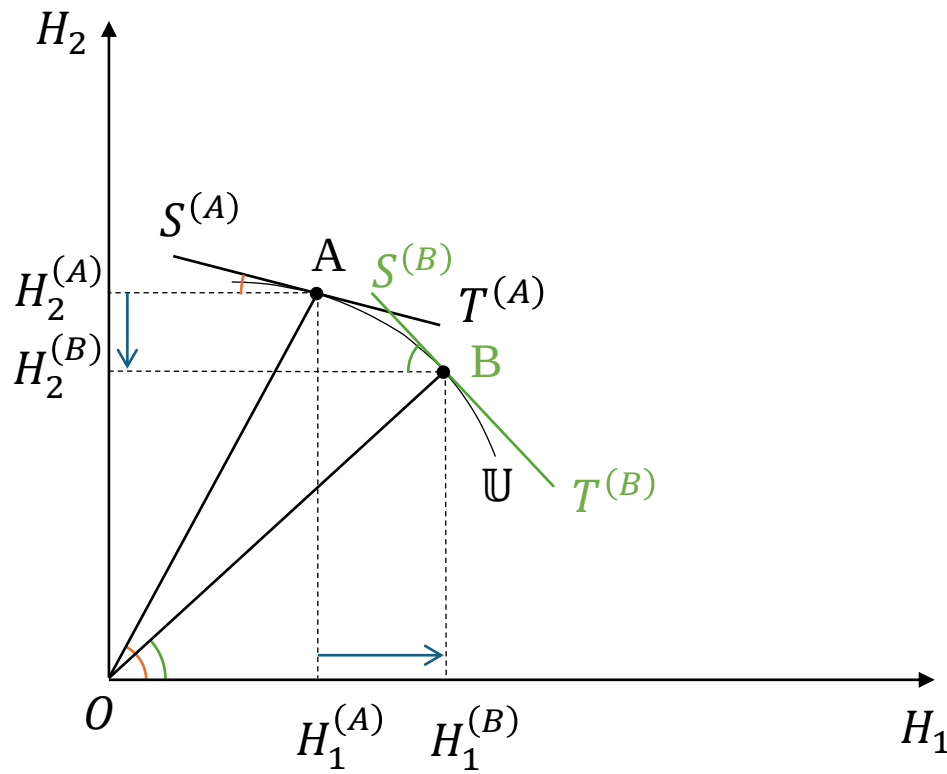
Однопериодная модель предложения труда



- Однопериодная задача индивида:

$$\begin{cases} U = U(C; H) \\ C = WH + S \end{cases}$$
- Реакция предложения труда на рост ставки з/п ($W_0 \nearrow W_1$):
 - **AD**: изменение по Маршаллу
 - **AB**: изменение по Хиксу
 - **AG**: изменение по Фришу
- Эластичность предложения труда по Фришу показывает реакцию H на шок W при фиксированном C :
 - Индивид заранее ожидал рост з/п и учел эту информацию при планировании своих сбережений и потребления

Двухпериодная модель предложения труда



- Двухпериодная задача индивида:

$$\begin{cases} \mathbb{U} = U(C_1; H_1) + \frac{1}{(1 + \rho)} U(C_2; H_2) \\ C_1 + A_2 = W_1 H_1 + (1 + r) A_1 \\ C_2 = W_2 H_2 + (1 + r) A_2 \end{cases}$$
- Реакция предложения труда на рост ставки з/п в периоде 1 ($W_1^{(A)} \nearrow W_1^{(B)}$):
 - Эластичность предложения труда по Фришу эквивалентна межвременной эластичности замещения труда
 - Межвременная эластичность замещения показывает реакцию $\frac{H_2}{H_1}$ на изменение $\frac{W_2}{W_1}$

Задача домохозяйства

$$\begin{cases} \mathbb{U} = E_t \left[\sum_{s=0}^{T-t} \frac{1}{(1+\delta)^s} U(C_{i,t+s}; N_{i,1,t+s}; N_{i,2,t+s}) \right] \\ A_{i,t+1} = (1+r)A_{i,t} + N_{i,1,t}W_{i,1,t} + N_{i,2,t}W_{i,2,t} - C_{i,t} \end{cases}$$

- Предпосылки:

- Мир неполной информации
- $W_{i,j,t}$ задана экзогенно
- Предпочтения в отношении потребления и труда несепабельны
- Предпочтения в отношении досуга у супругов несепабельны

- Обозначения:

- i – индекс домохозяйства
- $j = \{1; 2\}$ – индекс супруга
- t – индекс времени
- $C_{i,t}$ – потребление д/х
- $N_{i,j,t}$ – отработанные часы
- $W_{i,j,t}$ – реальная ставка з/п
- $A_{i,t}$ – запас активов на начало периода t
- δ – норма межвременных предпочтений
- r – реальная ставка процента

Решение модели жизненного цикла

- Алгоритм (Blundell et al., 2016):
 - Лог-линеаризация условий первого порядка
 - Декомпозиция $\lambda_{i,t}$ на агрегированную и индивидуальную составляющие
 - Лог-линеаризация интегрального бюджетного ограничения
- Решение модели для $w_{i,j,t} = \sum_{s=1}^t v_{i,j,s} + u_{i,j,t} \Rightarrow \Delta w_{i,j,t} = v_{i,j,t} + \Delta u_{i,j,t}$ (MaCurdy, 1982):

$$\begin{pmatrix} \Delta c_t \\ \Delta n_{1,t} \\ \Delta n_{2,t} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \kappa_{c,u_1} & \kappa_{c,u_2} & \kappa_{c,v_1} & \kappa_{c,v_2} \\ \kappa_{n_1,u_1} & \kappa_{n_1,u_2} & \kappa_{n_1,v_1} & \kappa_{n_1,v_2} \\ \kappa_{n_2,u_1} & \kappa_{n_2,u_2} & \kappa_{n_2,v_1} & \kappa_{n_2,v_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u_{1,t} \\ \Delta u_{2,t} \\ v_{1,t} \\ v_{2,t} \end{pmatrix}$$

- Обозначения:
 - $u_{i,j,t}$ – транзитивный шок з/п j-го супруга
 - $v_{i,j,t}$ – перманентный шок з/п j-го супруга
 - $c_{i,t}; n_{i,j,t}$ – логарифмы от потребления и отработанных часов, очищенные от наблюдаемых характеристик
 - $\kappa_{x,y}$ – коэффициент эластичности x по y

Results: second-order moments of wage shocks

Parameter	Estimate	Parameter	Estimate
$\sigma_{u_1}^2$ – variance of husband’s transitory shock	0.047*** (0.017)	$\sigma_{u_2}^2$ – variance of wife’s transitory shock	0.028** (0.012)
$\sigma_{v_1}^2$ – variance of husband’s permanent shock	0.085*** (0.007)	$\sigma_{v_2}^2$ – variance of wife’s permanent shock	0.096*** (0.008)
$\sigma_{u_1 u_2}$ – covariance of transitory shocks	0.011*** (0.003)	$\sigma_{v_1 v_2}$ – covariance of permanent shocks	0.002 (0.004)

- Transitory components of spouses are positively correlated ($\sigma_{u_1 u_2} = 0.01$):
 - Due to assortative mating, spouses tend to work in sectors, occupations, or even firms that are subject to similar aggregate shocks
- Estimates of the second-order moments of wage shocks can be used to calibrate macroeconomic models with two-earner households under idiosyncratic shocks (see, for example, (Freestone, 2020))

Results: preference parameters for consumption

Parameter	Estimate	Parameter	Estimate
κ_{c,u_1} – elasticity of consumption with respect to husband's transitory shock	0.089*** (0.011)	κ_{c,v_1} – elasticity of consumption with respect to husband's permanent shock	0.239*** (0.019)
κ_{c,u_2} – elasticity of consumption with respect to wife's transitory shock	0.062*** (0.011)	κ_{c,v_2} – elasticity of consumption with respect to wife's permanent shock	0.171*** (0.015)

- Consumption reacts to transitory wage shocks ($\kappa_{c,u_1} = 0.09$; $\kappa_{c,u_2} = 0.06$):
 - Non-separability of preferences for consumption and leisure: a transitory wage shock induces a change in hours and, through preference shifts, requires an adjustment also of consumption
- Not a one-to-one response of consumption to permanent wage shocks ($\kappa_{c,v_1} = 0.24$; $\kappa_{c,v_2} = 0.17$):
 - Added worker effect
 - Precautionary savings

Results: preference parameters for labor supply

Parameter	Estimate	Parameter	Estimate
κ_{n_1, u_1} – elasticity of husband's hours with respect to husband's transitory shock	0.119*** (0.016)	κ_{n_1, v_1} – elasticity of husband's hours with respect to husband's permanent shock	0.025 (0.024)
κ_{n_2, u_2} – elasticity of wife's hours with respect to wife's transitory shock	0.270*** (0.023)	κ_{n_2, v_2} – elasticity of wife's hours with respect to wife's permanent shock	0.017 (0.016)
κ_{n_1, u_2} – elasticity of husband's hours with respect to wife's transitory shock	-0.063** (0.029)	κ_{n_1, v_2} – elasticity of husband's hours with respect to wife's permanent shock	-0.060* (0.033)
κ_{n_2, u_1} – elasticity of wife's hours with respect to husband's transitory shock	-0.111*** (0.033)	κ_{n_2, v_1} – elasticity of wife's hours with respect to husband's permanent shock	-0.063* (0.033)

- Frisch labor supply elasticity for men ($\kappa_{n_1, u_1} = 0.12$) is lower than for women ($\kappa_{n_2, u_2} = 0.27$)
- Marshallian labor supply elasticity is insignificant for both men and women ($\kappa_{n_1, v_1} = \kappa_{n_2, v_2} = 0$)
 - Own labor supply is not used as a consumption-smoothing device
- There is evidence of an added worker effect ($\kappa_{n_1, v_2} \approx \kappa_{n_2, v_1} \approx -0.06$)
- Preferences for leisure are nonseparable for spouses ($\kappa_{n_1, u_2} = -0.06$; $\kappa_{n_2, u_1} = -0.11$)

Эконометрический анализ эволюции заработной платы от возраста

Факторы, оказывающие воздействие на индивидуальную траекторию заработных плат

- Изменения в индивидуальной производительности
 - Заработная плата возрастает в силу накопления человеческого капитала, однако со временем он амортизируется из-за изменений в технологиях (Mincer, 1974)
- Агрегированные макроэкономические условия
 - Способствует увеличению доходов в молодом возрасте и позволяет компенсировать амортизацию человеческого капитала в пожилом (Thornton et al., 1997)
- Когорта, в которой был рожден индивид
 - Определяет начальный запас человеческого капитала и отдачу от его накопления для ее представителей (Rosen, 1975)

Спецификация модели

$$\ln W_{ijt} = \alpha_1 x_{ijt} + \alpha_2 x_{ijt}^2 + Z_{ijt}\beta + \gamma \ln GRP_{jt} + RE_i + \epsilon_{ijt}$$

- Переменные:
 - W_{ijt} – ставка заработной платы i -го индивида, проживающего в j -ом регионе, в момент времени t
 - x_{ijt} – возраст
 - Z_{ijt} – экзогенные детерминанты заработной платы
 - GRP_{jt} – реальный ВРП региона
 - RE_i – случайный индивидуальный эффект
- Данные:
 - РМЭЗ НИУ ВШЭ за период 2000-2019 гг.
 - Индивиды в возрасте 25-55 лет
 - Оцениваем модель на 15 подвыборках, разделенных по полу и уровню образования

Результаты оценивания

- На всех выборках кросс-секционный профиль будет иметь перевернутую U-образную форму
- Эластичность заработной платы по ВРП колеблется вокруг единицы, присутствует тенденция к ее снижению по мере повышения уровня образования:
 - Экономический рост в РФ сопровождался более интенсивным ростом спроса на рабочую силу с низким уровнем образования
 - Может наблюдаться, например, при более интенсивном развитии услуг, не относящихся к высокотехнологической деятельности, что характерно для стран-нефтеэкспортеров при росте цен на энергоресурсы
- Чем выше ступень полученного образования, тем больше заработная плата
 - Более того, если получение среднего образования повышает заработную плату примерно на 0-3%, то высшее образование способствует увеличению на 30-40%
- Люди, проживающие в городе, так же получают более высокую заработную плату

Таблица 1: Уравнение заработной платы

$\ln W_{ijt} = \alpha_1 x_{ijt} + \alpha_2 x_{ijt}^2 + Z_{ijt}\beta + \gamma \ln GRP_{jt} + RE_i + \epsilon_{ijt}$			
Выборка	(1)	(2.1)	(2.2)
Возраст	0.031*** (3.86e-03)	0.025*** (5.34e-03)	0.039*** (4.62e-03)
Квадрат возраста	-3.8e-04*** (5.0e-05)	-3.6e-04*** (7.0e-05)	-4.3e-04*** (6.0e-05)
Среднее образование	0.017 (0.012)	0.031** (0.015)	0.024 (0.017)
Специальное образование	0.103*** (0.017)	0.158*** (0.023)	0.148*** (0.02)
Высшее образование	0.307*** (0.019)	0.324*** (0.024)	0.405*** (0.02)
Город	0.149*** (0.019)	0.182*** (0.024)	0.108** (0.02)
Логарифм ВРП	0.972*** (0.054)	0.925*** (0.064)	0.992*** (0.05)
Пол	-	Муж	Жен
Наблюдения	98,837	44,461	54,376
Within-R ²	0.147	0.112	0.175
Between-R ²	0.400	0.427	0.438
Overall-R ²	0.352	0.363	0.391
F-статистика	2.89e+04***	1.27e+04***	1.89e+04***

Комментарий: в скобках указаны стандартные ошибки, *p<0.1;
скорректированные на кластеризацию на региональном уровне **p<0.05;
***p<0.01

Таблица 2: Уравнение заработной платы				
$\ln W_{ijt} = \alpha_1 x_{ijt} + \alpha_2 x_{ijt}^2 + Z_{ijt}\beta + \gamma \ln GRP_{jt} + RE_i + \epsilon_{ijt}$				
Выборка	(3.1)	(3.2)	(3.3)	(3.4)
Возраст	0.023*** (4.96e-03)	0.036*** (6.32e-03)	0.028*** (3.89e-03)	0.044*** (7.6e-03)
Квадрат возраста	-3.1e-04*** (7.0e-05)	-4.6e-04*** (8.0e-05)	-3.6e-04*** (5.0e-05)	-5.0e-04*** (1.0e-04)
Город	0.152*** (0.023)	0.103*** (0.04)	0.135*** (0.024)	0.159*** (0.011)
Логарифм ВРП	1.029*** (0.068)	0.971*** (0.058)	1.008*** (0.063)	0.887*** (0.037)
Образование	Среднее	Специальное	Без высшего	Высшее
Наблюдения	41,864	26,339	68,203	30,634
Within-R ²	0.147	0.151	0.152	0.131
Between-R ²	0.377	0.340	0.360	0.306
Overall-R ²	0.319	0.315	0.315	0.286
F-статистика	1.19e+04***	7.25e+03***	1.87e+04***	7.02e+03***
Комментарий: в скобках указаны стандартные ошибки, скорректированные на кластеризацию на региональном уровне				*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Таблица 3: Уравнение заработной платы				
$\ln W_{ijt} = \alpha_1 x_{ijt} + \alpha_2 x_{ijt}^2 + Z_{ijt}\beta + \gamma \ln GRP_{jt} + RE_i + \epsilon_{ijt}$				
Выборка	(4.1)	(4.2)	(4.3)	(4.4)
Возраст	0.014** (6.71e-03)	0.047*** (9.64e-03)	0.021*** (5.93e-03)	0.05*** (0.013)
Квадрат возраста	-2.3e-04*** (8.0e-05)	-6.3e-04*** (1.2e-04)	-3.1e-04*** (8.0e-05)	-6.3e-04*** (1.6e-04)
Город	0.202*** (0.022)	-4.7e-03 (0.078)	0.148*** (0.031)	0.233*** (0.015)
Логарифм ВРП	1.02*** (0.074)	0.815*** (0.06)	0.969*** (0.07)	0.809*** (0.048)
Пол	Муж	Муж	Муж	Муж
Образование	Среднее	Специальное	Без высшего	Высшее
Наблюдения	23,790	9,650	33,440	11,021
Within-R ²	0.131	0.088	0.120	0.094
Between-R ²	0.409	0.343	0.390	0.331
Overall-R ²	0.339	0.291	0.327	0.306
F-статистика	6.99e+03***	2.22e+03***	8.93e+03***	2.42e+03***
Комментарий: в скобках указаны стандартные ошибки, скорректированные на кластеризацию на региональном уровне				*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Таблица 4: Уравнение заработной платы				
$\ln W_{ijt} = \alpha_1 x_{ijt} + \alpha_2 x_{ijt}^2 + Z_{ijt}\beta + \gamma \ln GRP_{jt} + RE_i + \epsilon_{ijt}$				
Выборка	(4.5)	(4.6)	(4.7)	(4.8)
Возраст	0.041*** (6.86e-03)	0.043*** (7.95e-03)	0.042*** (5.18e-03)	0.042*** (7.86e-03)
Квадрат возраста	-4.8e-04*** (9.0e-05)	-4.8e-04*** (9.0e-05)	-4.8e-04*** (7.0e-05)	-4.3e-04*** (1.0e-04)
Город	0.066* (0.035)	0.202*** (0.019)	0.105*** (0.023)	0.112*** (0.013)
Логарифм ВРП	1.026*** (0.069)	1.013*** (0.06)	1.02*** (0.061)	0.931*** (0.036)
Пол	Жен	Жен	Жен	Жен
Образование	Среднее	Специальное	Без высшего	Высшее
Наблюдения	18,074	16,689	34,763	19,613
Within-R ²	0.172	0.191	0.186	0.150
Between-R ²	0.397	0.359	0.370	0.322
Overall-R ²	0.347	0.337	0.333	0.295
F-статистика	5.92e+03***	5.44e+03***	1.1e+04***	4.96e+03***
Комментарий: в скобках указаны стандартные ошибки, скорректированные на кластеризацию на региональном уровне				*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Внутрикогортные профили на примере Москвы

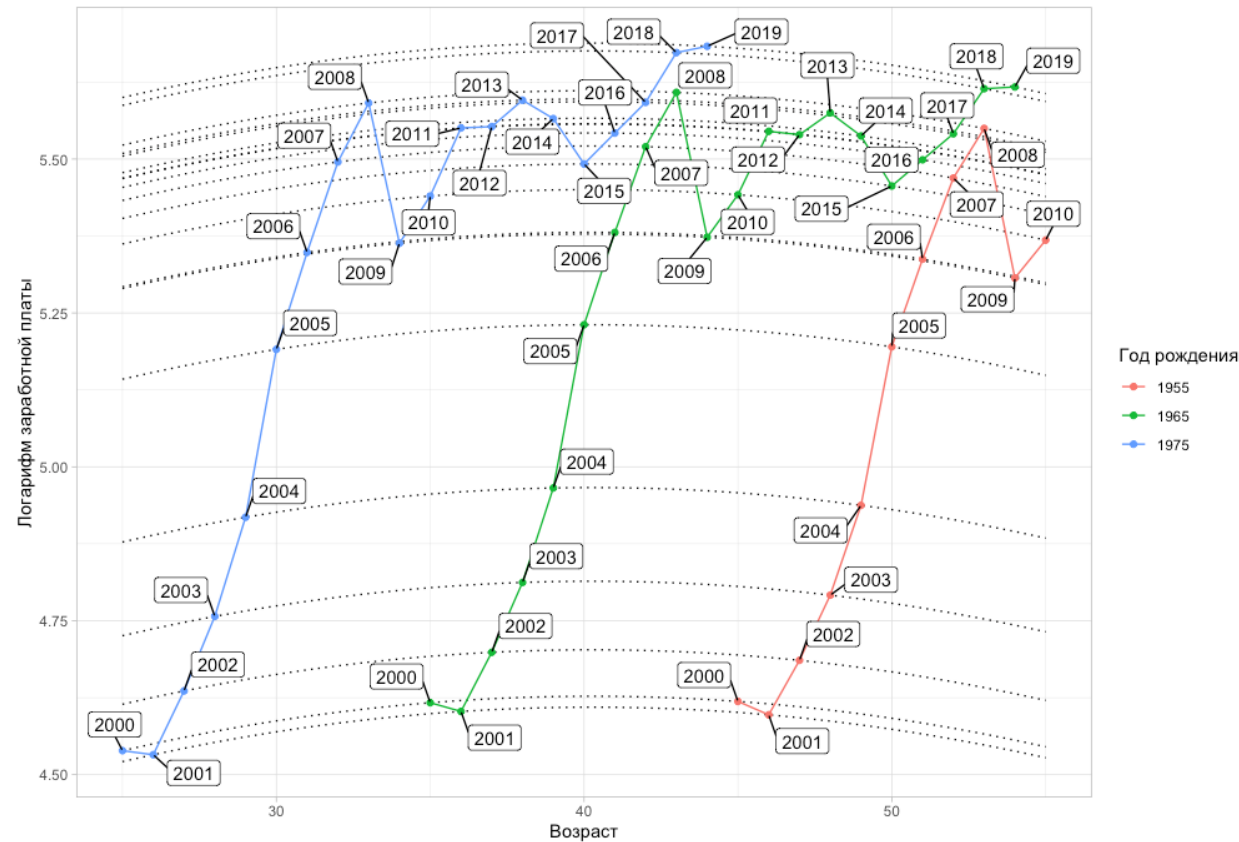


Рис. 1. Внутрикогортные профили заработных плат для Москвы

Внутрикогортные профили на примере Москвы

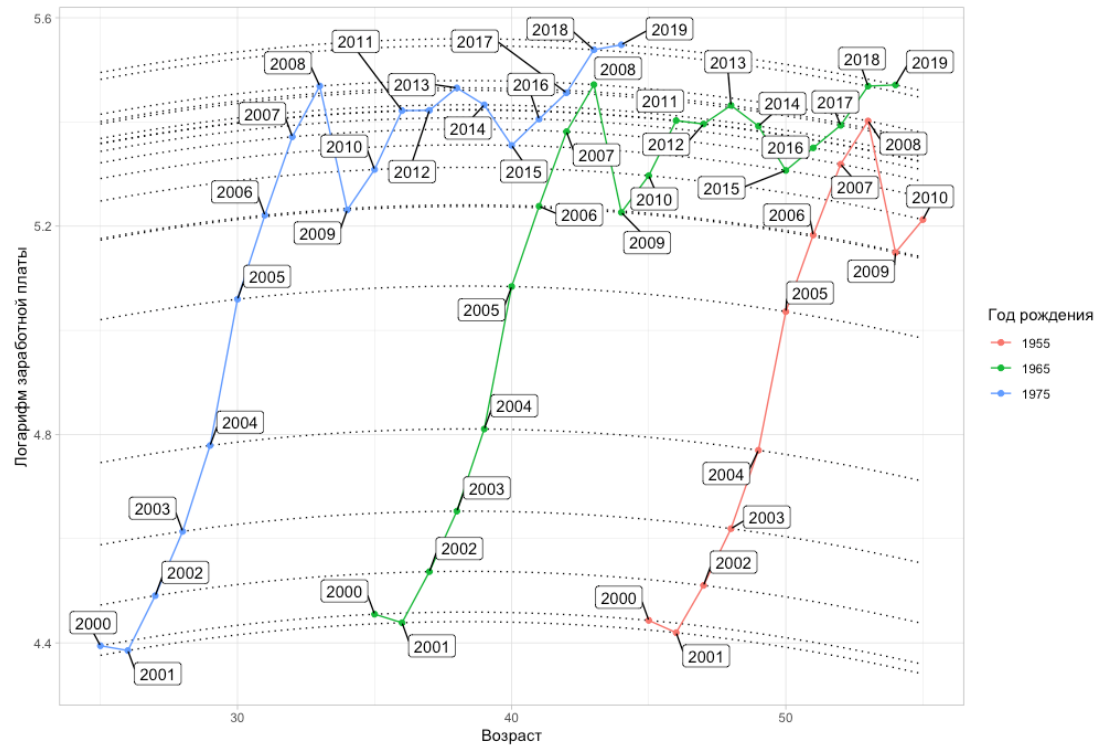


Рис. 2. Внутрикогортные профили заработных плат для людей без высшего образования в Москве

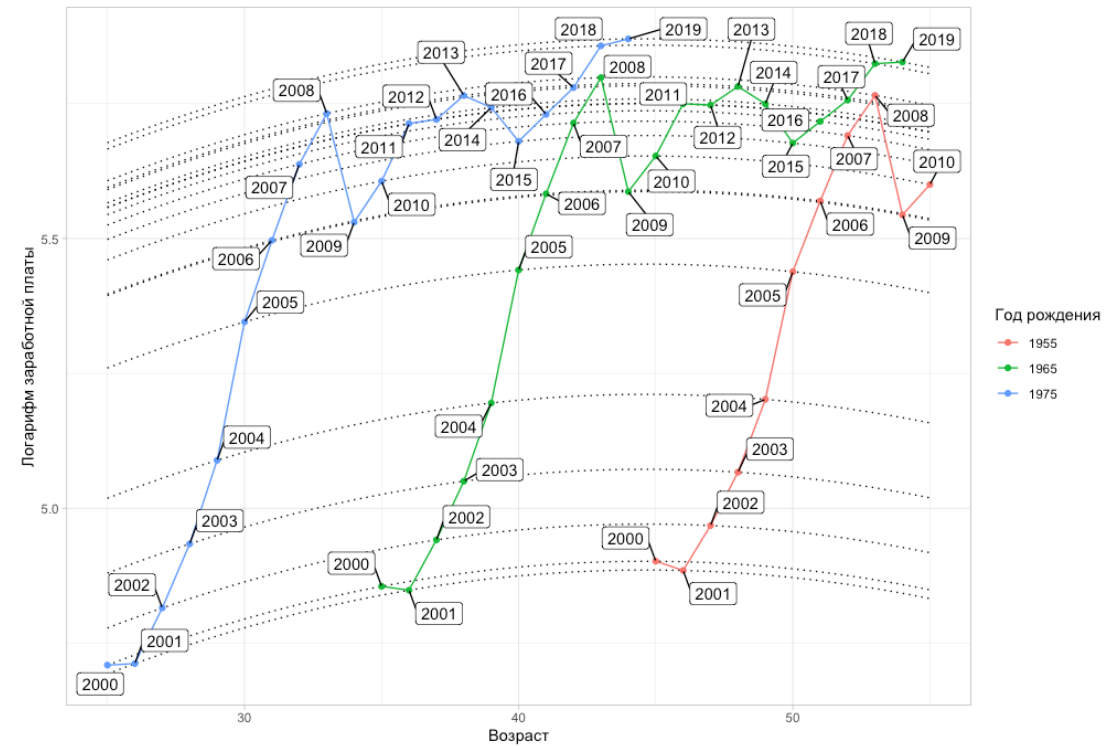


Рис. 3. Внутрикогортные профили заработных плат для людей с высшим образованием в Москве

Построение модели общего экономического равновесия с перекрывающимися поколениями для России

Фирмы и государство

- Фирмы:

$$PR_t = Y_t - (1 + \tau_f)W_tN_t - R_tK_t \rightarrow \max_{N_t; K_t}$$

$$Y_t = AK_t^\alpha N_t^{(1-\alpha)}$$

$$R_t = r_t + \delta$$

- Государство:

$$T_t = G_t + B_t + TR_t$$

- Равновесие:

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

- Y_t – выпуск
- A – СФП
- K_t – физический капитал
- N_t – эффективный труд
- W_t – рыночная ставка з/п
- R_t – арендная цена капитала
- α – эластичность выпуска по капиталу
- r_t – рыночная ставка процента
- δ – норма амортизации капитала
- τ_f – налог на социальные платежи
- T_t – объем собранных налогов
- B_t – пенсии
- TR_t – трансферты
- G_t – государственные расходы
- I_t – инвестиции
- C_t – потребление

Целевая функция домохозяйства

- Целевая функция домохозяйства:

$$\mathbb{U} = E \left[\sum_{j=J_i}^J \beta^{j-J_i} \left(\prod_{s=0}^{j-J_i} \psi_s \right) U(c_{j,t}; n_{j,t}; d_{j,t}) + \epsilon^M(d_{j,t}^M) + \epsilon^F(d_{j,t}^F) \right] \rightarrow \max_{c; m; d}$$

$$n_{j,t} = (n_{j,t}^M; n_{j,t}^F)$$

$$d_{j,t} = (d_{j,t}^M; d_{j,t}^F)$$

- Шок предпочтений в отношении труда:

$$\epsilon^S \sim GEV(0; \sigma_{\epsilon^S}^2; 0) \left(\epsilon^* = \epsilon^S(1) - \epsilon^S(0) \Rightarrow F_{\epsilon^*}(x) = \frac{e^x}{1 + e^x} \right)$$

- Функция полезности относится к классу CRRA:

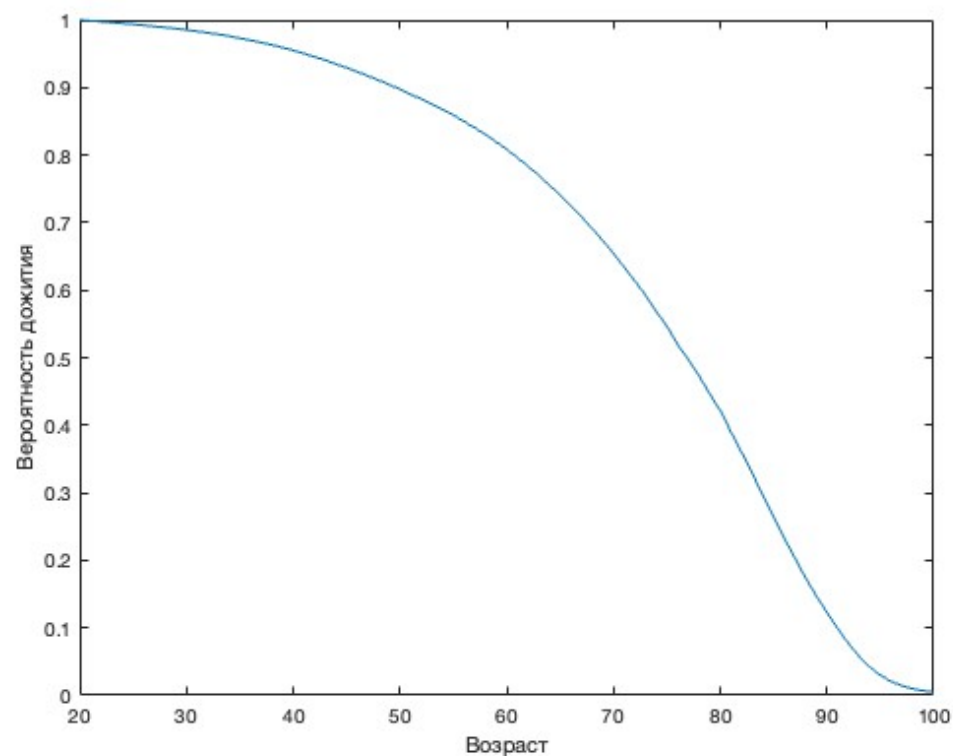
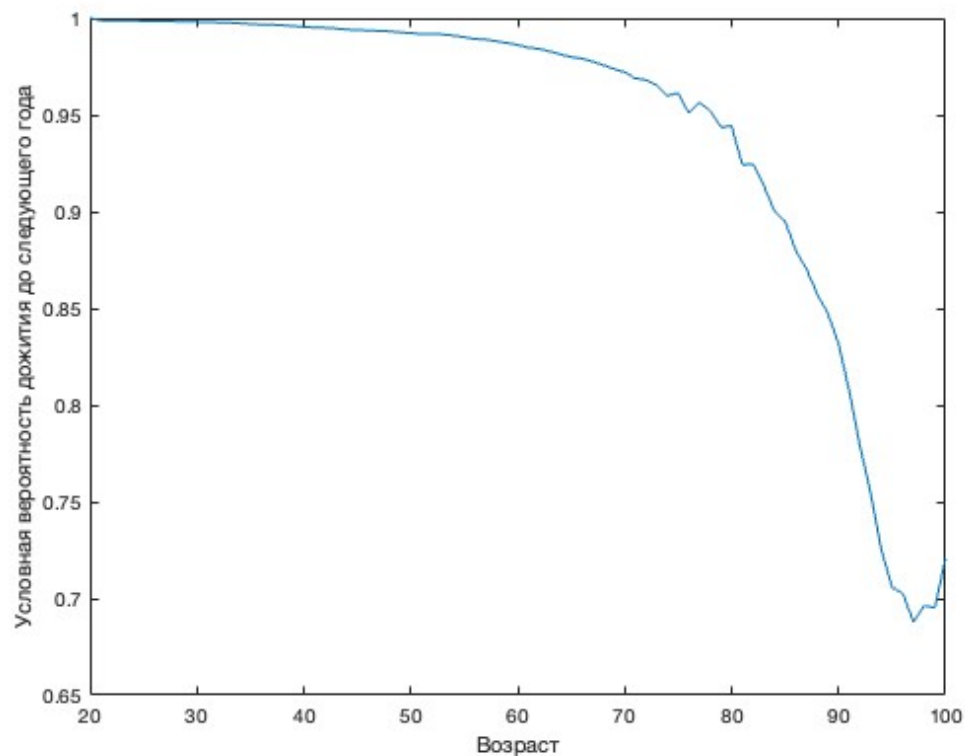
$$U(c_{j,t}; n_{j,t}; d_{j,t}) = \frac{c_{j,t}^{1-\theta}}{1-\theta} + \xi^M \frac{(1 - n_{j,t}^M)^{1-\phi^M}}{1 - \phi^M} + \xi^F \frac{(1 - n_{j,t}^F)^{1-\phi^F}}{1 - \phi^F} - \chi^M d_{j,t}^M - \chi^F d_{j,t}^F$$

- j – возраст
- J_i – возраст выхода на рынок труда
- J – последний период жизни
- β – коэффициент дисконтирования
- ψ_j – вероятность в возрасте j дожить до $j + 1$
- $c_{j,t}$ – потребление
- $n_{j,t}$ – отработанные часы
- $d_{j,t}$ – решение о занятости

Вероятности дожития

- Наличие вероятностей дожития влияет на дисконтирование:
$$U = \psi_0 U_1 + \beta \psi_1 U_2 + \beta^2 \psi_1 \psi_2 U_3 + \beta^3 \psi_1 \psi_2 \psi_3 U_4 \dots$$
 - ψ_1 – вероятность в возрасте 1 дожить до 2 при условии, что индивид дожил до возраста 1
 - $\psi_1 \psi_2$ – вероятность в возрасте 1 дожить до 3 при условии, что индивид дожил до возраста 1
 - $\psi_0 = 1 \Rightarrow \psi_1 \psi_2$ – безусловная вероятность дожить до возраста 3 и т.д.
- Основная идея: придать периодам старости еще меньший вес в дисконтированном потоке полезности. Размер веса зависит от того, насколько вероятным индивид оценивает свое дожитие до старости

Вероятности дожития (таблица смертности для РФ в 2022 г.)



Накопление активов в рабочем периоде

- Накопление активов в рабочем периоде:

$$a_{j+1,t+1}$$

$$= (1 + r_t)a_{j,t} + (1 - \tau_w)(y_{j,t}^M + y_{j,t}^F) - (1 + \tau_c)c_{j,t} + tr_t$$

- Трудовой доход:

$$y_{j,t}^S = W_t Z_j^S e^{p_j^S + u_j^S} n_{j,t}^S, u_j^S \sim iidN(0; \sigma_{u^S}^2)$$

- Процесс накопления человеческого капитала:

$$\ln Z_j^S = k_0^S + k_1^S j + k_2^S j^2$$

- Процесс формирования ненаблюдаемой траектории перманентного дохода:

$$p_j^S = p_{j-1}^S + v_j^S, v_j^S \sim iidN(0; \sigma_{v^S}^2)$$

- $a_{j,t}$ – активы
- tr_t – трансферты
- τ_w – ставка налога на трудовой доход
- τ_c – ставка налога на потребление
- u_j – транзитивный шок индивидуальной производительности
- v_j – перманентный шок индивидуальной производительности

Накопление активов на пенсии

- Достигая пенсионного возраста, индивиды больше не могут выходить на рынок труда ($n_{j,t} = d_{j,t} = 0$) и начинают получать пенсию ($b_{j,t}$). Накопление активов на пенсии:

$$a_{j+1,t+1} = (1 + r_t)a_{j,t} - (1 + \tau_c)c_{j,t} + b_{j,t} + tr_t$$

Уравнение Беллмана: пенсионный период

- Целевая функция:

$$V_j(a_j) = \max_{c_j} \{U(c_j; 0; 0) + \beta \psi_{j+1} V_{j+1}(a_{j+1})\}$$

- Ограничения:

$$a_{j+1} = (1 + r)a_j - (1 + \tau_c)c_j + b_j + tr$$
$$a_{J+1} = 0$$

Уравнение Беллмана: рабочий период

- Целевая функция:

$$\begin{aligned} V_j(a_j; d_j | p_j; u_j) = \\ \max_{c_j; n_j; d_j} \{ U(c_j; n_j; d_j) + \beta \psi_{j+1} E[V_{j+1}(a_{j+1} | p_{j+1}; u_{j+1}; \epsilon_{j+1})] \} + \\ v_1 n_j^M + v_2 n_j^F \end{aligned}$$

- Ограничения:

$$\begin{aligned} a_{j+1} &= (1 + r)a_j + (1 - \tau_w)(y_j^M + y_j^F) - (1 + \tau_c)c_j + tr \\ y_j^S &= W Z_j^S e^{p_j^S + u_j^S} n_j^S, u_j^S \sim iid N(0; \sigma_{u^S}^2) \\ \ln Z_j^S &= k_0^S + k_1^S j + k_2^S j^2 \\ p_j^S &= p_{j-1}^S + v_j^S, v_j^S \sim iid N(0; \sigma_{v^S}^2) \\ n_j^S &\geq 0 \quad (v n_j^S = 0) \end{aligned}$$

Функция ценности

Дискретный выбор – это одновременно управление и состояние, поэтому мы будем работать с двумя функциями ценности:

- $V_j(a_j; d_j | p_j; u_j)$ – ценность, в зависимости от выбора
- $V_j(a_j | p_j; u_j; \epsilon_j)$ – общая ценность

$$V_j(a_j | p_j; u_j; \epsilon_j) = \max\{V_j(a_j; d_j = 0 | p_j; u_j) + \epsilon(0); V_j(a_j; d_j = 1 | p_j; u_j) + \epsilon(1)\}$$

Ожидаемая функция ценности

- В силу того, что $\epsilon \sim GEV(0; \sigma_\epsilon^2; 0)$, матожидание по шоку предпочтений берется по формуле логарифмической суммы (McFadden, 1973):

$$E[V_j(a_j|p_j; u_j; \epsilon_j)|p_j; u_j] = EV_j^\epsilon(a_j|p_j; u_j) = \sigma_\epsilon \ln \left[\exp\left(\frac{V_j(a_j; d_j = 0|p_j; u_j)}{\sigma_\epsilon}\right) + \exp\left(\frac{V_j(a_j; d_j = 1|p_j; u_j)}{\sigma_\epsilon}\right) \right]$$

- Вероятность быть занятым (безработным):

$$P_j(d_j = d|a_j; p_j; u_j) = \frac{P[V_j(a_j; d_j = d|p_j; u_j) + \epsilon_j(d_j = d) > V_j(a_j; d_j \neq d|p_j; u_j) + \epsilon_j(d_j \neq d)]}{\sum_{d_j \neq d} \exp(V_j(a_j; d_j|p_j; u_j)/\sigma_\epsilon)} = \frac{\exp(V_j(a_j; d_j = d|p_j; u_j)/\sigma_\epsilon)}{\sum_{d_j \neq d} \exp(V_j(a_j; d_j|p_j; u_j)/\sigma_\epsilon)}$$

- Ожидаемая функция ценности:

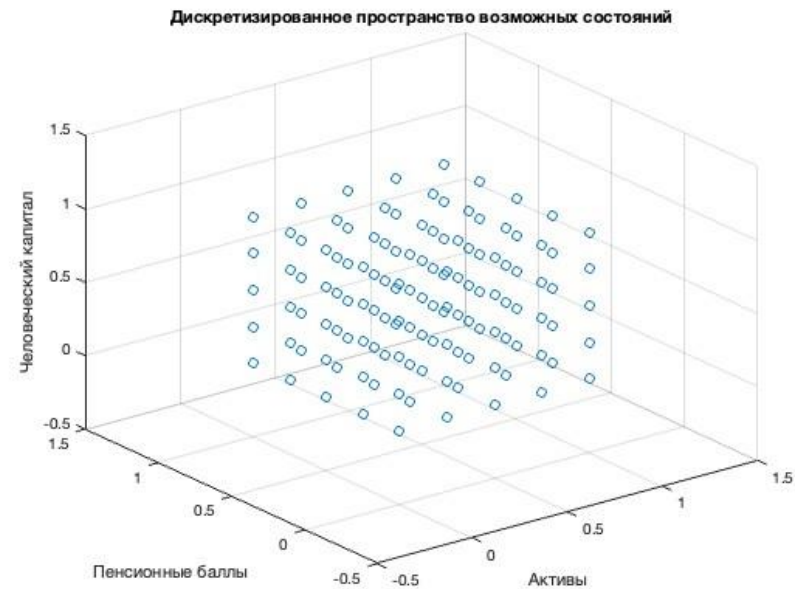
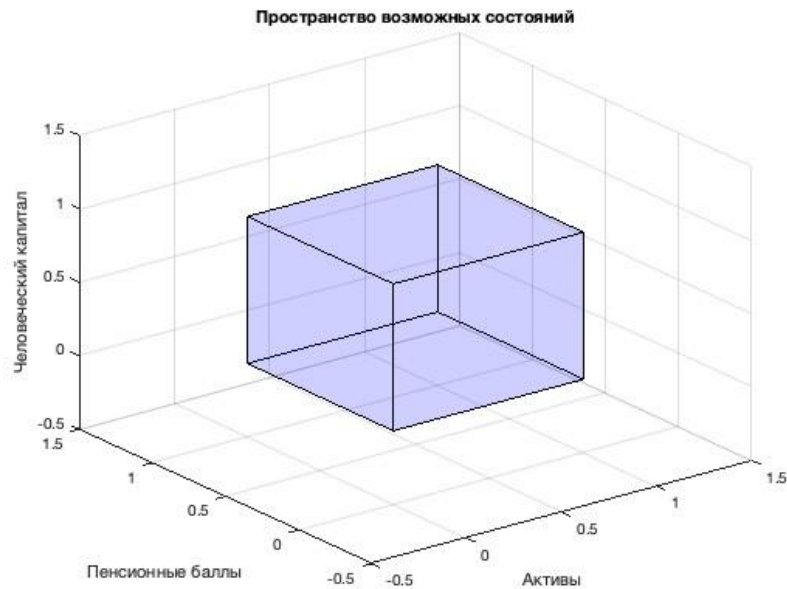
$$E[V_{j+1}(a_{j+1}|p_{j+1}; u_{j+1}; \epsilon_{j+1})] = E[EV_j^\epsilon(a_j|p_j; u_j)|p_{j-1}] = \int_{-\infty}^{+\infty} EV_j^\epsilon(a_j|p_{j-1} + v; u) f_v(v) f_u(u) dv du$$

Алгоритм решения модели

- У описанной постановки есть две проблемы:
 - Наличие дискретного выбора, который нарушает всю монотонность
 - Большого числа переменных состояния $(a_j; d_j^M; d_j^F; p_j^M; p_j^F; u_j^M; u_j^F)$
- Для решения этой проблемы была разработана модификация метода DC-EGM (Iskhakov et al., 2017) для двух дискретных переменных управления
- Основные преимущества используемого метода:
 - Алгоритм построен на простых матричных операциях и интерполяциях, что позволяет значительно сократить применение ресурсозатратных солверов
 - Нет необходимости дискретизировать пространства возможных состояний на сетки с большим количеством элементов

Метод эндогенной сетки: пространство ВОЗМОЖНЫХ СОСТОЯНИЙ

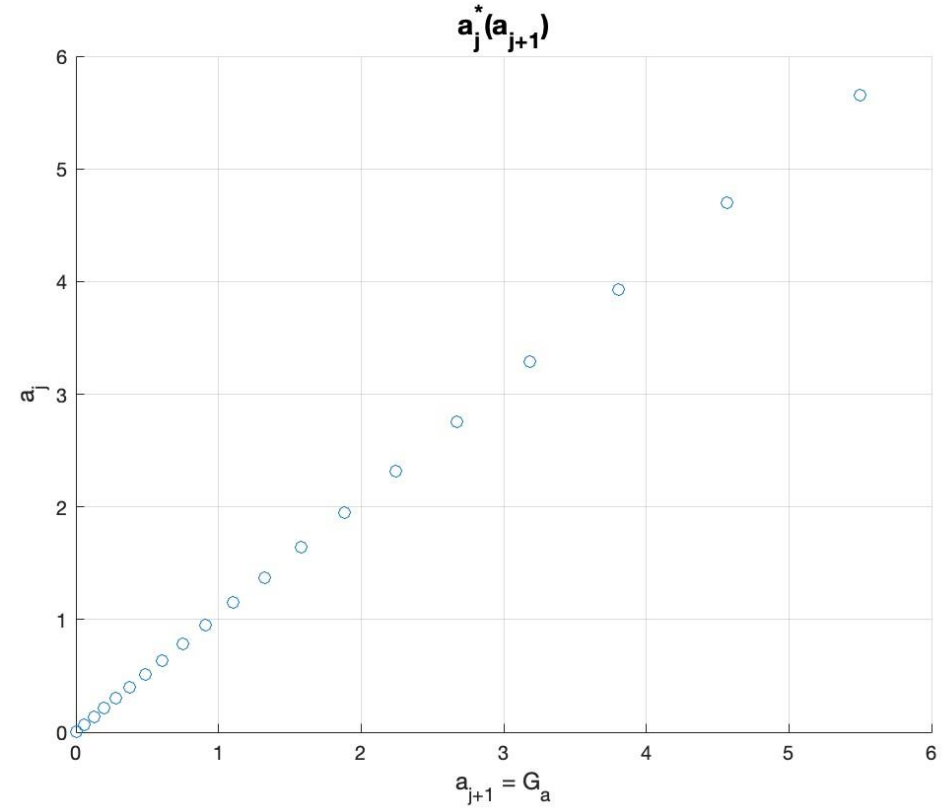
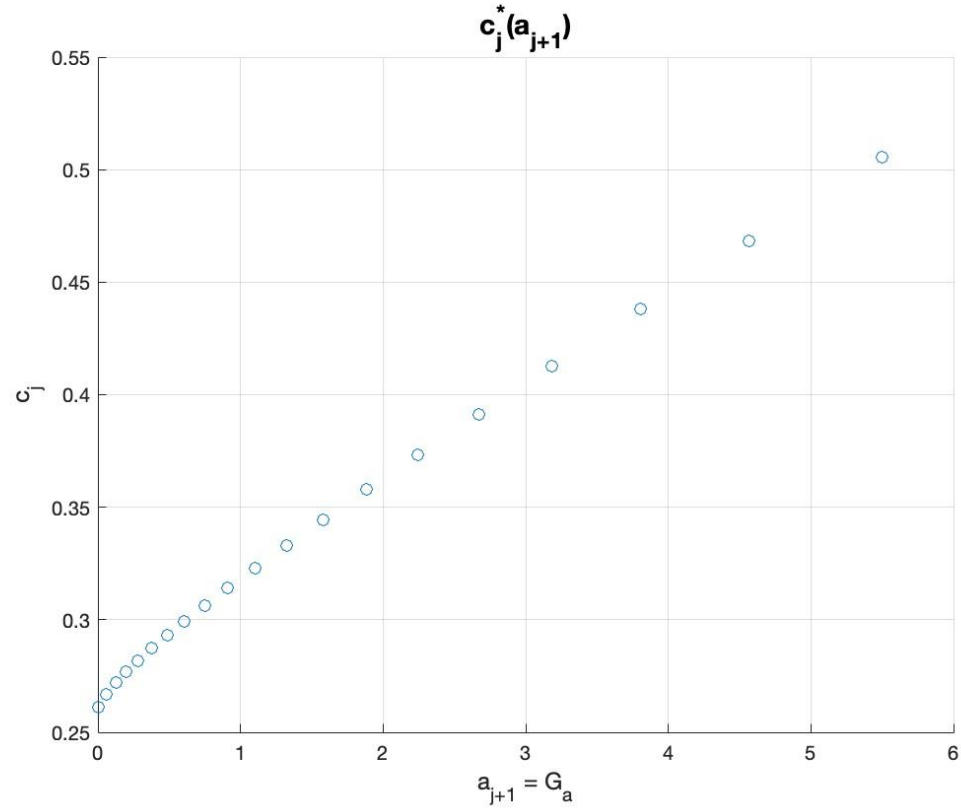
- Пусть пространство возможных состояний было дискретизировано по активам, перманентному доходу, транзитивному шоку: $\mathcal{G}_a = \{a^1; \dots; a^{m_a}\}$; $\mathcal{G}_p = \{p^1; \dots; p^{m_p}\}$; $\mathcal{G}_u = \{u^1; \dots; u^{m_u}\}$
- Пусть S – дискретизированное множество возможных состояний



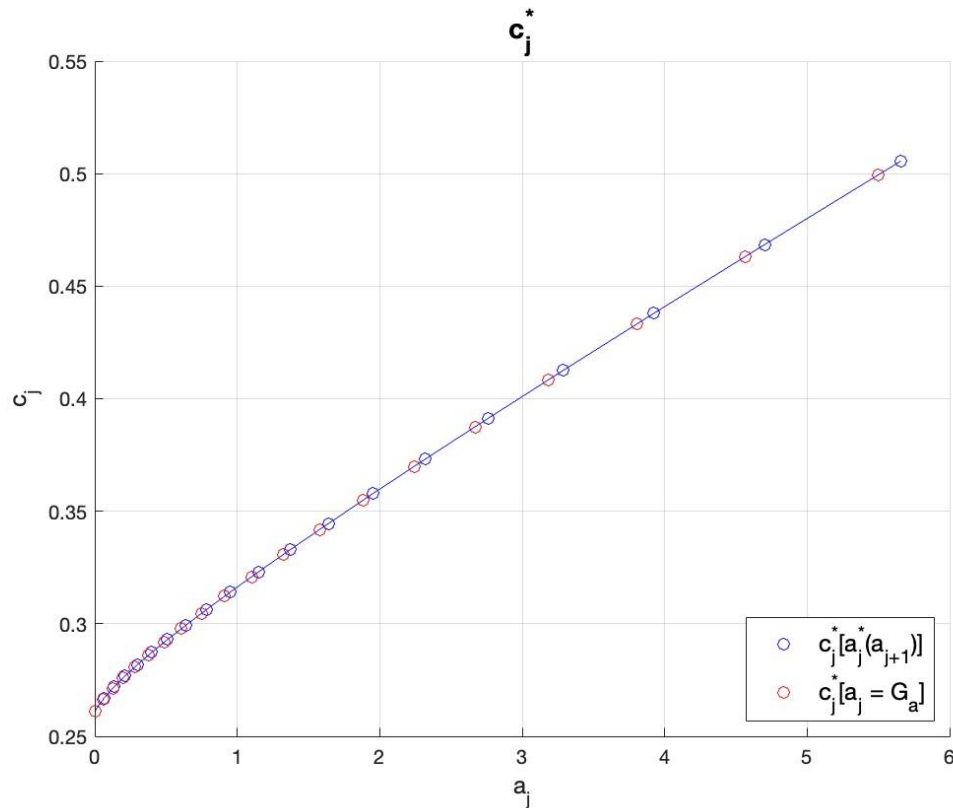
Метод эндогенной сетки: алгоритм

- В каждый момент времени j нам известны значения будущих функций управления на сетке $c_{j+1}^*(S_{j+1}); n_{j+1}^*(S_{j+1})$ где $S_{j+1} = (a_{j+1}; d_{j+1} | p_{j+1}; u_{j+1})$
- Находим текущие оптимальные значения переменных управления и состояния:
 - Через уравнение Эйлера: $c_j^*(S_{j+1})$
 - Через MRS: $n_j^*(S_{j+1})$
 - Подставляя оптимальные значения управлений в б/о, получаем $a_j^*(S_{j+1})$
 - Находим значение функции ценности $V_j^*(S_{j+1})$
- Применяем интерполяцию:
 - Имеем значения управлений $c_j^*(S_{j+1}); n_j^*(S_{j+1})$ и ценности $V_j^*(S_{j+1})$ в точках $a_j^*(S_{j+1})$
 - С помощью интерполяции находим значения управлений и ценности на текущей сетке: $c_j^*(S_j); n_j^*(S_j); V_j^*(S_{j+1})$

Поиск оптимального управления с помощью интерполяций

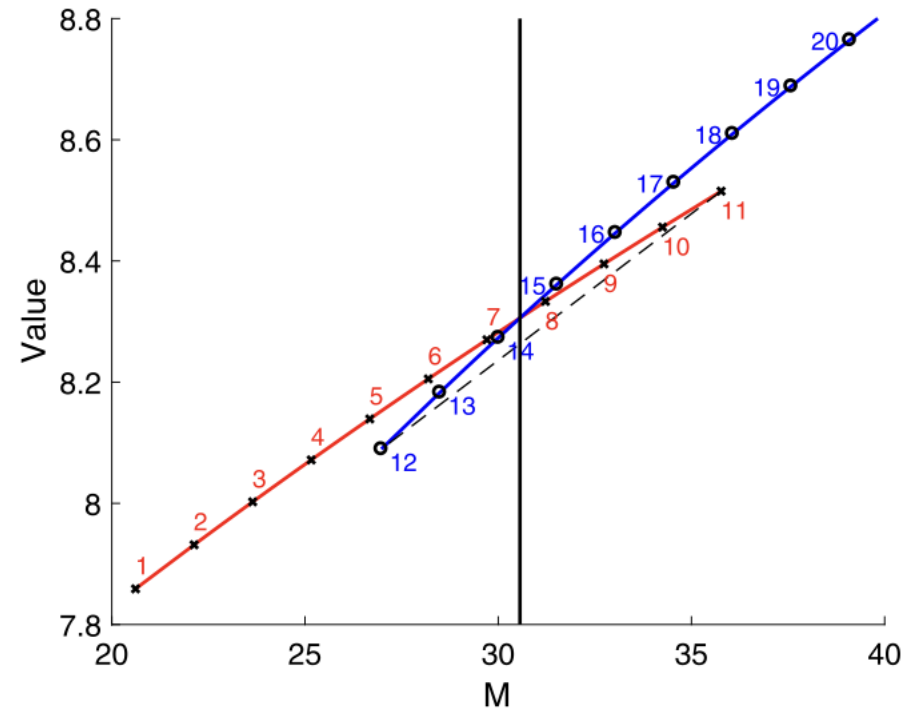
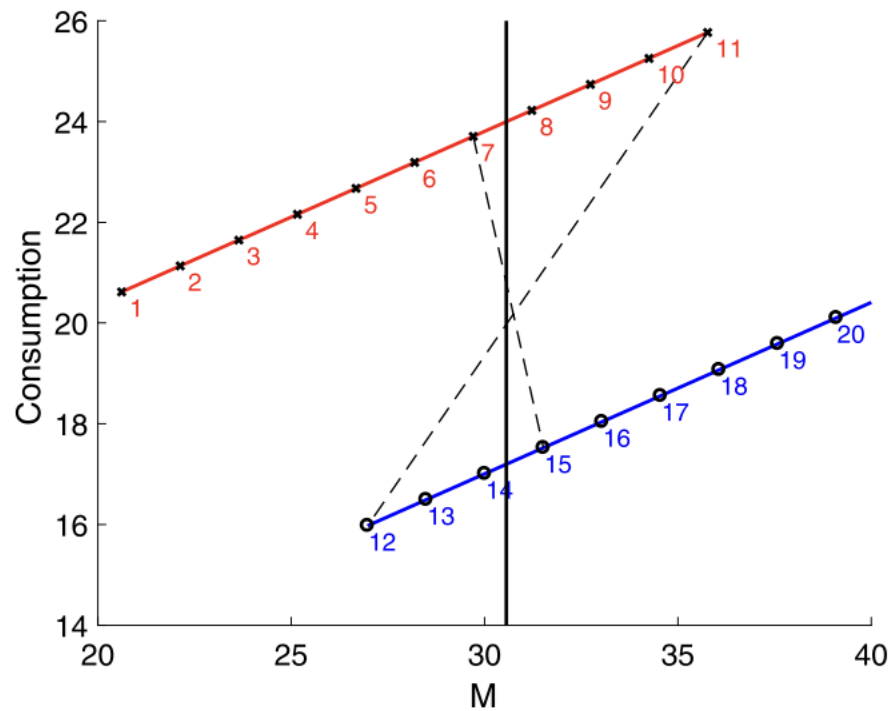


Поиск оптимального управления с помощью интерполяций



- Имеем:
 - Оптимальное текущее потребление для каждого значения будущих активов на сетке $c_j^*(a_{j+1} = G_a)$
 - Оптимальные текущие активы для каждого значения будущих активов на сетке $a_j^*(a_{j+1} = G_a)$
- Их можно сопоставить и получить оптимальное текущее потребление в зависимости от оптимальных текущих активов для каждого значения будущих активов на сетке $c_j^*[a_j^*(a_{j+1} = G_a)]$
- С помощью интерполяции находим оптимальное текущее потребление для каждого значения текущих активов на сетке $c_j^*(a_j = G_a)$

Изломы из-за дискретного выбора



Источник: (Iskhakov et al., 2017)

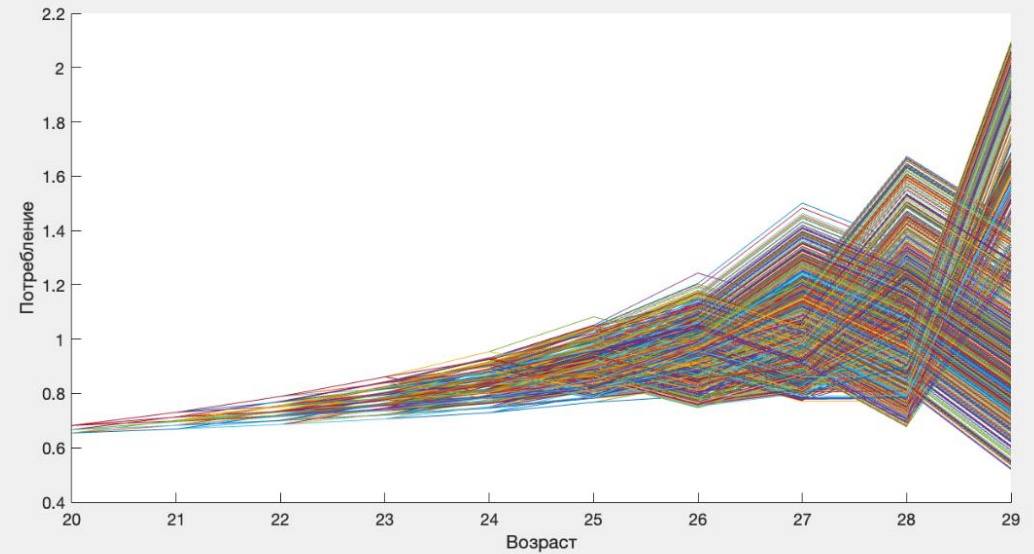
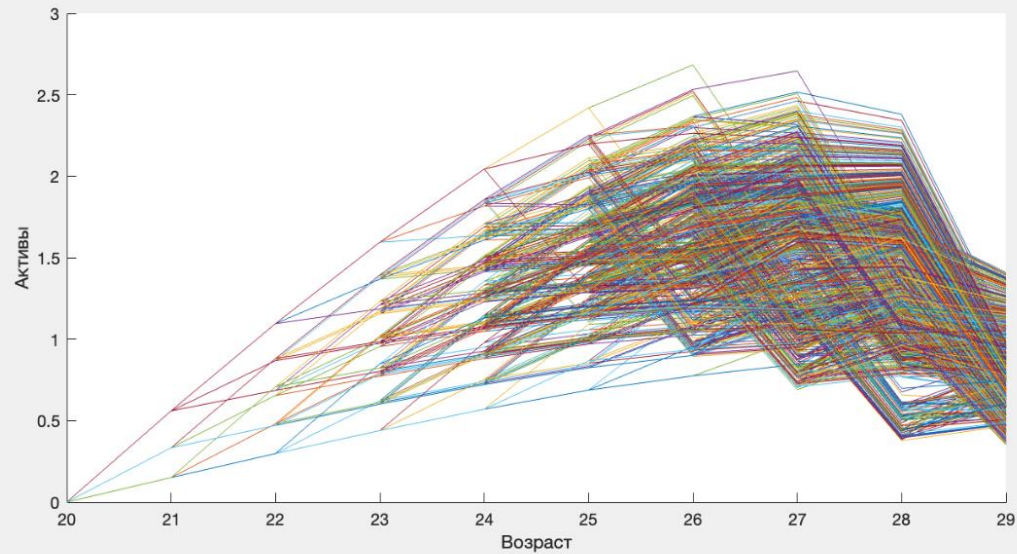
Калибровка

Параметр	Оценка	Источник
β – коэффициент дисконтирования полезности	0.99	
θ – обратный коэффициент межвременной эластичности замещения	2	
ϕ^M – обратный коэффициент межвременной эластичности досуга для мужчин	5.602	(Zamnius, 2024)
ϕ^M – обратный коэффициент межвременной эластичности досуга для женщин	2.469	(Zamnius, 2024)
ξ^M – параметр нормировки в ФП	0.5	
ξ^F – параметр нормировки в ФП	1.3	
χ^M – параметр нормировки в ФП	1	
χ^F – параметр нормировки в ФП	1.3	

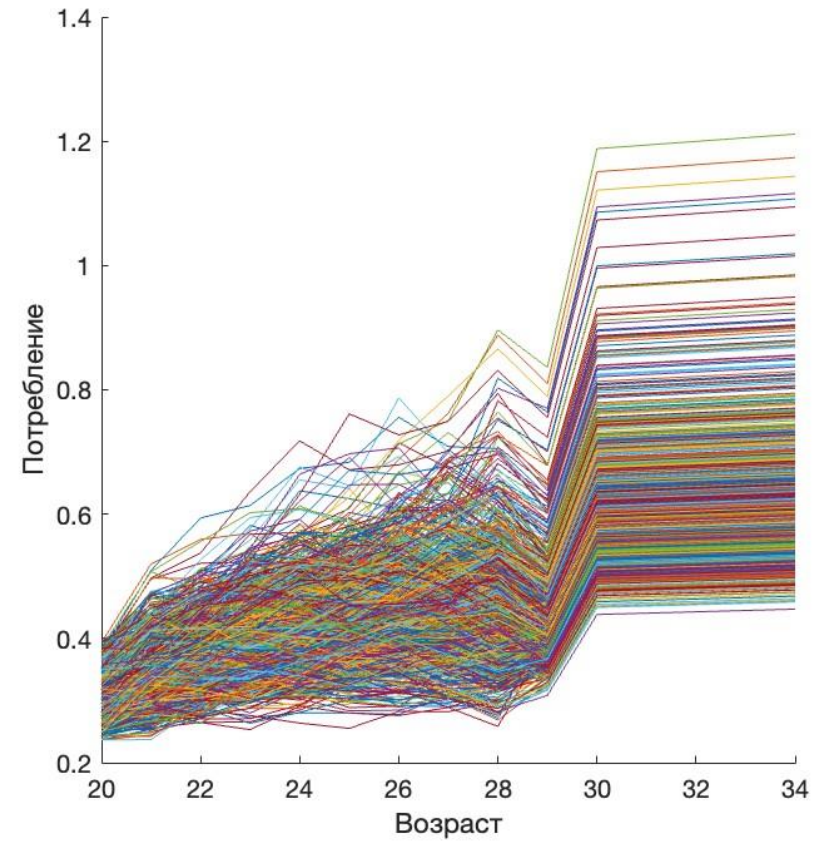
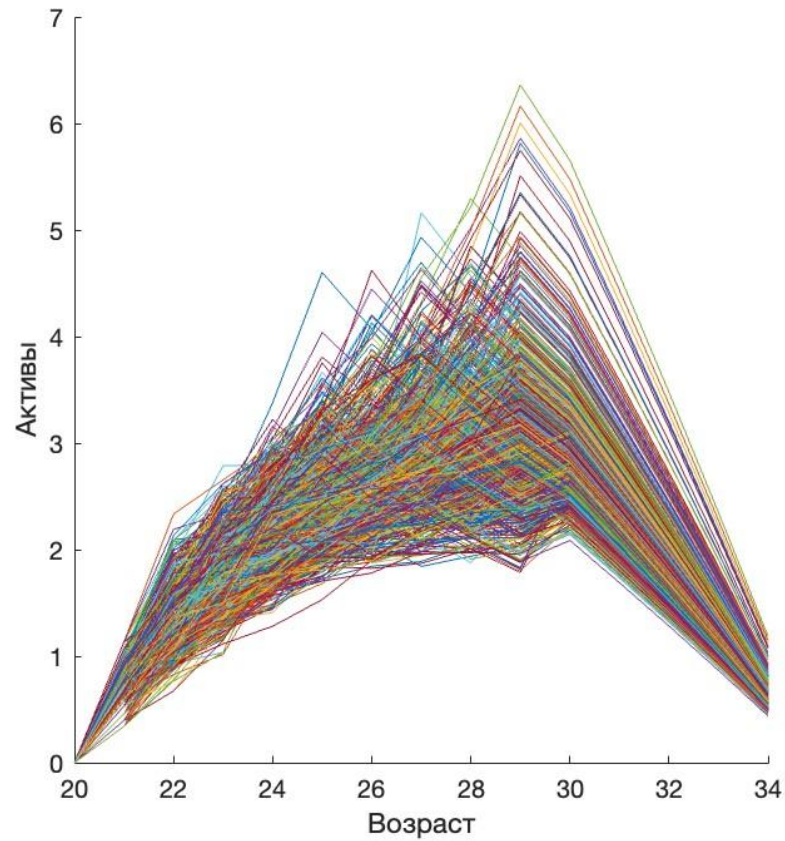
Калибровка

Параметр	Оценка	Источник
$(k_0^M; k_1^M; k_2^M)$ – вектор коэффициентов отдачи от возраста для мужчин	(0.477; 0.025; –0.00036)	(Замниус et al., 2023)
$(k_0^F; k_1^F; k_2^F)$ – вектор коэффициентов отдачи от возраста для женщин	(0.438; 0.039; –0.00043)	(Замниус et al., 2023)
$(\sigma_{vM}^2; \sigma_{uM}^2; \sigma_{\epsilon M}^2)$ – дисперсии шоков мужчин	(0.085; 0.047; 2)	(Zamnius, 2024)
$(\sigma_{vF}^2; \sigma_{uF}^2; \sigma_{\epsilon F}^2)$ – дисперсии шоков женщин	(0.096; 0.028; 2)	(Zamnius, 2024)
τ_w – ставка подоходного налога	0.13	
τ_c – ставка налога на потребление	0.2	
τ_f – ставка налога на потребление	0.3	
W – рыночная ставка заработной платы	1	
r – ставка процента	0.02	

Симуляции в модели с одним индивидом



Симуляции в модели с двумя супругами



Симуляции в модели с двумя супругами

