

Безрисковая процентная ставка в условиях пандемии Ковид-19: ошибки применения и выводы для профучастников

Магомет Яндиев

Экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

1. Введение

Данная небольшая записка написана с целью продемонстрировать наличие серьезного упущения, допускаемого профучастниками при формировании безрисковой процентной ставки, что особенно в периоды кризисов: вместо того, чтобы повышать безрисковую ставку, профучастники, наоборот, ее массово занижают. Последствиями этого являются ошибочные инвестиционные и финансовые решения, особенно связанные с использованием моделей CAPM, модели ценообразования опционов и портфельной теории.

2. Обзор литературы

Поиск литературы, посвященной формированию безрисковой процентной ставки, был произведен на сайте международной библиотеки Social Science Research Network, www.ssrn.com/, по ключевым словам "risk free rate" в заголовке, аннотации и ключевых словах публикаций, размещенных в библиотеке¹. В ответ было получено 1644 статьи; поиск по тем же ключевым словам, но только в заголовке, дал 50 статей, из которых было отобрано 30 работ, соответствующих теме данной статьи (см. 7. Список литературы). При этом:

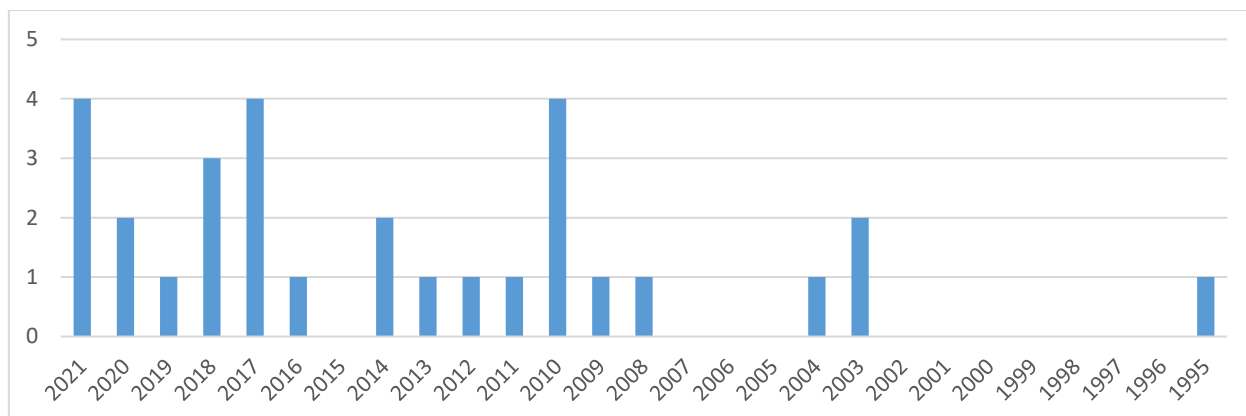
- работы, с числом скачиваний больше ста, отбирались вне зависимости того, в каком году они были опубликованы; для информации – самая ранняя работа датируется 1995 годом;
- работы, опубликованные в последние пять лет, отбирались без учета количества скачиваний, то есть даже при количестве меньше ста, но больше единицы;
- работы, опубликованные в последние пять лет, но ни разу не скаченные, игнорировались.

На основании года выхода каждой из отобранных публикаций был построен график 1. Из него видно, что в последнее десятилетие интерес к тематике безрисковой ставки вырос по сравнению с нулевыми годами и прошлым веком. Однако, в целом, публикационная активность, по сравнению с другими

¹ Поисковый механизм сайта ищет по отдельным словам, но не фразе целиком

финансовыми темами, низкая, несмотря на то, что безрисковая ставка лежит в основе ряда важнейших финансовых моделей.

График 1. Количество публикаций по теме



Источник информации: список литературы, расчеты автора

Можно предположить, что финансовые кризисы последних десятилетий несколько активизировали научные поиски, в частности, о роли и влиянии безрисковой процентной ставки на финансовые и экономические параметры. Отобранные в список литературы исследования охватывают широкий диапазон направлений: от макроэкономики до недвижимости. Например, утверждается, что изменение неопределенности инфляции в экономике ведет к снижению безрисковой ставки [28], а в условиях снижения безрисковой ставки приток средств в паевые инвестиционные фонды США становится менее чувствительны к прошлым доходам [8]. В других работах дается объяснение отрицательной связи между спредами доходности корпоративных облигаций и безрисковыми процентными ставками [24] и утверждается, что процентная ставка по казначейским облигациям (Treasuries) ниже безрисковой процентной ставки [16] - сказанное ставит под сомнение выбор безрисковой на основе традиционного правила, что чем ниже доходность облигаций, тем меньше риск. В работе [13] демонстрируется, что чем ниже безрисковая ставка, тем выше спрос на рискованные активы, а в работе [30] утверждается, что корреляция котировок акций и безрисковой ставки незначительна - звучит так как будто безрисковая меняется так же часто, как и котировки акций. Доказывается, что в безрисковую ставку заложена экономическая информация, влияющая на дивиденды [26] и что изменения безрисковой ставки являются решающим фактором изменений цен на жилье [21] - последнее утверждение свидетельствует о межотраслевой значимости безрисковой ставки.

Пытаясь расширить понимание безрисковой ставки, повысить точность ее применения и, возможно, сталкиваясь с необъяснимыми феноменами на рынках, ученые вводят разнообразные вариации процентной ставки, не всегда

на мой взгляд обоснованные. Например, в работе [2] анализируются "фиксированная" и "переменная" безрисковые процентные ставки, в работе [9] - "подразумеваемая", в работе [11] - "нормализованная", в работе [15] - "верхняя" и "нижняя" границы безрисковой процентной ставки, в работе [20] - "равновесная", в работе [21] - "реальная", в работе [28] уже симбиоз двух предыдущих - "равновесная реальная", в работе [25] - "глобальная". В работе [18] вводится термин "волатильность безрисковой ставки", что противоречит логике: у безрискового актива не может быть волатильности, а в работе [1] используется термин "случайные изменения" безрисковой ставки, что также вызывает возражения, так как безрисковая ставка определяется не на рынке, чтобы иметь возможность "случайно изменяться", а самими профучастниками, а кроме того, она представляется достаточно стабильным параметром.

В целом ряде работ подчеркивается тот факт, что ученые и практики расходятся во мнениях относительно подходящего источника для формирования безрисковой ставки [5], выбор источника для ее формирования и даже понятие безрисковой ставки подвергаются критике [6]. Эти вопросы, видимо, настолько актуальны, что порождают убийственный вопрос: "а что, если нет безрисковых инвестиций" [7]? При этом критерием безрисковости называется отсутствие дефолта по облигациям. С таким подходом сложно согласиться, поскольку нет такого эмитента, что государственного, что корпоративного, кто стал бы выпускать облигации, допуская свой дефолт (мы не берем в расчет злой умысел). Но тогда безрисковыми можно было бы признать большинство бумаг, обращающихся на рынке облигаций.

В научной литературе можно найти целый ряд разноплановых рекомендаций, касательно выбора безрисковой ставки. Например, в работе [6] ставится под сомнение выбор государственной доходности как источника для формирования безрисковой доходности и утверждается, что обменные ставки могут быть хорошей альтернативой безрисковой ставке. В работе [14] безрисковая процентная ставка определяется как доходность бесконечно диверсифицированного портфеля, но не в коем случае не как экспертно полученный параметр. В работе [10] говорится об использовании альтернативных безрисковых ставок с акцентом на LIBOR. В работе [27] также обсуждаются вопросы расчета безрисковых ставок по инструментам денежного рынка, уделяя особое внимание ситуациям, когда срок погашения инструментов денежного рынка не совпадает со сроком погашения других исследуемых активов. Утверждается [22], что казначейские векселя (Treasury bills) лучше отражают безрисковую ставку, чем долгосрочные казначейские ценные бумаги (longer-term Treasury securities), независимо от горизонта инвестирования. Признается [22], что ученые и практики склонны использовать краткосрочные казначейские векселя (short-term Treasury bills) или долгосрочные казначейские облигации (long-term Treasury bonds) в качестве безрисковых ценных бумаг без эмпирического обоснования.

Таким образом можно констатировать наличие в научной литературе неопределенности по вопросу формирования безрисковой ставки.

3. Вся правда о безрисковой ставке

Безрисковая процентная ставка² интересна тем, что все финансисты знают о ее существовании, признают ее необходимость, но кроме слов, что это ставка доходности безрискового инструмента, мало что могут добавить еще: существует инвестиция с гарантированной доходностью, которая предлагает как фирмам, так и инвесторам «безрисковый» выбор [7].

Тем не менее, возьмем сказанное за основу и немного его расширим: безрисковая ставка – это ставка доходности актива, стандартное отклонение доходности которого равно нулю. Из сказанного вытекает, что безрисковый инструмент – это любой финансовый актив с нулевой волатильностью.

Отталкиваясь от этого, можно перечислить следующие известные источники для определения величины безрисковой ставки, а также сформулировать новые.

1. Государственные облигации. Использование доходности к погашению гособлигаций является самым распространенным способом выбора безрисковой ставки. Это совершенно незатратный, малоконфликтный и быстрый выбор ставки.

2. Банковские депозиты. Использование ставки по банковским депозитам также популярно из-за простоты.

3. Краткосрочные кредиты на рынке межбанковских кредитов (МБК). Использование ставки типа LIBOR в качестве безрисковой возможно, но очень спорно, так как срок кредитования на рынке МБК очень мал и не позволяет применять эту ставку для средне- и долгосрочных операций.

4. Конструктур. Речь идет о расчете безрисковой ставки на основе убеждений типа: "Доходность актива равна сумме безрисковой доходности и премии за риск инвестирования в бумаги этого эмитента" или "Безрисковая доходность в РФ равна сумме доходности казначейских бумаг США плюс премия за риск инвестирования в РФ" и аналогичных. Полученная таким образом безрисковая ставка будет носить исключительно экспертный характер.

² Небольшое лирическое отступление: наука предполагает полный охват изучаемой темы. В нашем случае, если мы изучаем термин "Безрисковая процентная ставка", то совершенно логичным было бы проверить целесообразность введения и применения противоположного термина - "Бездоходный риск", а также их взаимосвязь друг с другом. Однако работ на данную тему в библиотеке обнаружить не удалось. На практике, безусловно, все профучастники стремятся избежать принятия риска без вознаграждения, что означает для них убытки. Однако, как бы они не стремились, на практике такое случается достаточно часто.

Однако, этот перечень не полный. Считаю возможным добавить еще два источника.

5. Акции с нулевой Бэтой. Чисто теоретически, на рынке может существовать такая акция, коэффициент Бэта которой будет равен нулю или максимально близкому к нулю значению. По модели CAPM ожидаемая доходность актива с Бэтой, равной нулю, равна безрисковой ставке. Кроме того, такую акцию можно смело признать безрисковой, так как у нее отсутствует волатильность. Следовательно, еще один источник для определения безрисковой ставки – это акции с нулевой Бэтой. Звучит почти фантастически, но ничего не мешает таким акциям существовать на практике и приносить своим владельцам действительно безрисковый доход.

6. Арбитражные сделки. Совершенно незаслуженно оставлены без внимания популярные на финансовых рынках арбитражные сделки. Смысл работы большинства спекулянтов — это поиск арбитражных возможностей и конвертация их в прибыль. При таких сделках риски формально отсутствуют. Прimitивный пример: есть две биржи, на которых торгуются акции компании; на первой бирже они стоят в два раза больше чем, на второй; тогда спекулянт берет в долг акций и продает их на первой бирже, а вырученные деньги использует для покупки этих же акций на второй; в итоге: у него есть долг в акциях, есть акции для покрытия долга и остается прибыль. Конечно, арбитражные сделки — это не финансовый актив, это серия операций с разными активами, но в целом весь набор арбитражных манипуляций выглядит, по итогу, именно как инвестирование в один условный актив. Поэтому доходность по арбитражным сделкам с полным правом может считаться безрисковой.

Таким образом, мы фиксируем шесть источников формирования безрисковой ставки. По логике вещей, из шести вариантов следует выбирать в качестве безрисковой актив с наибольшей доходностью. Это звучит логично, ведь никто не станет выбирать актив с низкой доходностью, если есть такой-же безрисковый, но с большей доходностью.

Однако это тезис следует отклонить, так как финансовые институты могут вести деятельность одновременно на разных сегментах финансовых рынков, а также могут иметь приоритеты в пользу того или иного рынка. Если объем сделок компании равномерно распределен по сегментам, то тогда в качестве безрисковой можно взять среднюю арифметическую по всем шести источникам. Но в реальной жизни так не бывает и у разных компаний образуется разный объем вложений в разные сегменты финансовых рынков. Поэтому безрисковую процентную ставку следует считать как средневзвешенное всех шести источников по объему инвестирования в тот или иной сегмент финансовых рынков.

Все вышесказанное можно свести в формулу:

$$r_0 = W_1*r_1 + W_2*r_2 + W_3*r_3 + W_4*r_4 + W_5*r_5 + W_6*r_6 \quad [1]$$

Где:

r_0 - это безрисковая процентная ставка;

W_1, r_1 - доля средств, размещенных в облигациях, в общем объеме сделок; доходность облигаций к погашению;

W_2, r_2 - доля средств, размещенных в банковских вкладах, в общем объеме сделок; доходность банковских вкладов;

W_3, r_3 - доля средств, представленных в кредит на рынке МБК, в общем объеме сделок; доходность межбанковских кредитов;

W_4, r_4 - доля и доходность определяются экспертно, что влечет за собой необходимость также экспертно скорректировать все остальные параметры в сторону уменьшения;

W_5, r_5 - доля средств, размещенных в акциях с Бэтой, равной нулю, в общем объеме сделок; текущая доходность таких акций;

W_6, r_6 - доля средств, использованных при проведении арбитражных операций, в общем объеме сделок; доходность арбитражных сделок.

Таким образом, безрисковая ставка для каждого профучастника будет своя, индивидуальная. Она отражает возможности компании получить доход с нулевым риском. У одних компаний таких возможностей больше, у других меньше, поэтому каждый профучастник должен использовать свою индивидуальную безрисковую ставку, а не пытаться ориентироваться на некое общее, например, среднестрановое, значение.

Формула 1 показывает, что нынешнее понимание безрисковой процентной ставки – только первых четыре фактора – неполное и в силу этого фактически используемое на практике значение безрисковой ставки ошибочно.

4. Безрисковая процентная ставка в кризис

Неполное понимание безрисковой ставки ярко проявляется в условиях кризисов, например, в ходе текущей пандемии Ковид-19 мы наблюдаем глобальное снижение безрисковой процентной ставки во всем мире [12].

Конечно, следует принять к сведению следующее слаботи исследования [12]:

- безрисковая ставка считается всеми профучастниками по-разному, в мире нет единой методологии, соответственно, сложно сравнивать;

- анализируется усреднённая ставка по стране, хотя разброс значений внутри каждой из стран достаточно высок; наибольший диапазон демонстрирует пример Аргентины: безрисковая ставка, используемая местными профучастниками, колеблется от 5,5% до 47,8%.

Несмотря на замечания, исследование [12] практически единственный академический источник информации по безрисковой процентной ставке в мире. Итак, по данным этого исследования:

- в 2021 по сравнению с 2020 годом: в большинстве стран (22 страны), преимущественно развитых, отмечено снижение безрисковой ставки в 2021 по сравнению с 2020 годом;
- в 2020 по сравнению с 2019 годом: в абсолютном большинстве стран (34 страны) отмечено снижение безрисковой ставки в 2020 по сравнению с 2019 годом;
- в 2019 по сравнению с 2018 годом: в большинстве стран (25 стран) отмечено снижение безрисковой ставки в 2019 по сравнению с 2018 годом;
- в 2018 по сравнению с 2015 годом: в 26 странах отмечен рост безрисковой ставки в 2018 по сравнению с 2015 годом.

Итак, в исследовании [12] демонстрируется, что безрисковая ставка в последние три года в основном сокращается. Этот факт противоречит логике формулы 1.

Чтобы доказать сказанное, для начала проанализируем формулу 1 и экспертно установим – для лучшей иллюстрации основной мысли – критерии, которые помогут установить величину весов каждого из слагаемых формулы в относительных размерах (см. таблицу 1).

Таблица 1. Значимость слагаемых формулы 1.

Слагаемые Формулы 1	W1*r1	W2*r2	W3*r3	W4*r4	W5*r5	W6*r6
Содержание слагаемых	облигации	банковские вклады	кредиты на МБК	экспертно	нулевая Бэта	арбитражные возможности
Значимость слагаемых в обычных условиях	высокая	средняя	низкая	средняя	минимальная	минимальная
Значимость слагаемых в условиях кризиса	низкая	низкая	минимальная	минимальная	минимальная	высокая

Источник информации: разработано автором

Заданные критерии позволяют установить примерные изменения в весах формулы, которые происходят после наступления кризиса. Ход размышлений для доказательства будем следующим:

- в условиях кризиса часть эмитентов начинают генерировать убыток, а часть - дополнительную прибыль;
- этот факт вынуждает профучастников пересматривать текущие котировки, выставяемые ими на торгах, портфели и др.;
- массовое переосмысление котировок отражается в увеличении волатильности активов;
- рост волатильности порождает на финансовых рынках множество новых, ранее невозможных, арбитражных возможностей;
- профучастники увеличивают вложения и даже концентрируют свои ресурсы в арбитражных сделках.

Следовательно, после наступления кризиса в формуле 1 будет наблюдаться существенный рост фактора арбитражных сделок и снижение значимости всех остальных факторов, что означает в итоге рост безрисковой ставки.

Таким образом, нарастание кризисных явлений должно сопровождаться ростом значения безрисковой процентной ставки, а не сокращением, как сейчас в большинстве стран. Сокращение безрисковой ставки оказывает негативное влияние на процесс принятия инвестиционных и финансовых решений, задает неправильные ориентиры для развития бизнеса и порождает ошибки в применении безрисковой ставки.

5. Последствия ошибок в применении безрисковой ставки

5.1. в модели CAPM

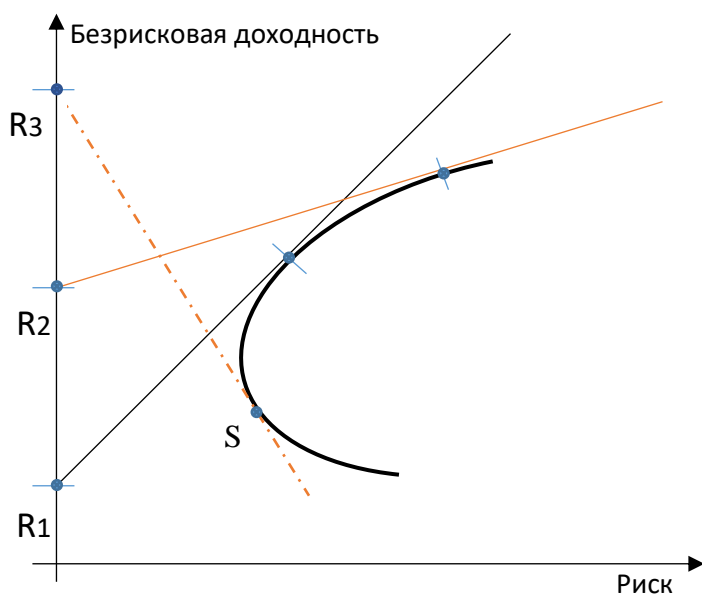
Сокращение безрисковой ставки в периоды кризисов, как это практикуется в мире и что автор оспаривает, ведет к тому, что доходность актива, определенная по модели CAPM (при неизменных прочих параметрах), повышается; хотя должна снижаться. В таких условиях профучастники вместо покупки актива получают сигнал к его продаже, и наоборот. Соответственно, процент ошибочных решений в работе профучастника повышается.

5.2. в портфельной теории

Как известно, портфельная теория рекомендует включение в портфель безрискового актива с целью упрощения процесса определения оптимального портфеля. Однако сокращение безрисковой ставки в периоды кризисов, как это практикуется в мире и что автор оспаривает, ведет к тому, что профучастники неверно устанавливают весовое значение безрискового инструмента в портфеле активов. Ключевой момент здесь то, что безрисковая ставка в условиях кризиса на самом деле должна расти и на определенном этапе линия безрискового инструмента станет практически горизонтальной, а при еще большем увеличении безрискового актива – наклоненной в обратную сторону (см. рисунок 1). Но тогда включение в портфель ценных бумаг

безрискового актива перестает быть полезным: лишает профучастника возможности регулировать риск и доходность портфеля; превращается в обузу.

Рисунок 1. Новое понимание значимости безрисковой ставки в портфельной теории в условиях кризиса.



Источник информации: разработано автором

На рисунке 1 линия, начинающаяся в точке R1, это традиционная иллюстрация применения безрисковой в портфельной теории. В случае роста значения безрисковой (точка R2) угол наклона касательной к множеству портфелей становится более пологим. Небольшой прирост доходности сопровождается существенным приростом риска. Но самое интересное начинает наблюдаться при значительном росте величины безрисковой ставки (точка R3): наклон линии изменяется и касательная может быть проведена только к нижней части графика, предлагая явно невыгодное решение, так как при том же уровне риска может быть получена большая доходность. Налицо явная неэффективность.

5.3. в модели ценообразования опционов

Сокращение безрисковой ставки в периоды кризисов, как это практикуется в мире и что автор оспаривает, ведет к тому, что модель ценообразования опционов Блэка-Шоулза, при прочих равных условиях, демонстрирует сокращение цены опциона, а должно быть наоборот, что и влечет за собой ошибки в принятии финансовых решений.

6. Выводы

1. Формула 1 показывает, что нынешнее понимание безрисковой процентной ставки – только первых четыре фактора из формулы 1 – неполное и в силу этого используемое профучастниками значение безрисковой ставки ошибочно.
2. Нарастание кризисных явлений в экономике должно сопровождаться ростом значения безрисковой процентной ставки.
3. Есть некоторый предел роста значения безрисковой ставки, после достижения которого применение безрискового инструмента для формирования портфеля ценных бумаг становится нецелесообразным.
4. Источником формирования безрисковой ставки может быть доходность акций с коэффициентом Бэта, равным нулю.
5. Источником формирования безрисковой ставки может быть доходность, полученная по итогам арбитражных сделок.

7. Список литературы

1. Barnard, Brian, Sovereign Credit Rating, Rating Migration, and the Risk-Free Rate: A Joint Markov Process and Random Walk Modelling of the Risk-Free Rate (September 8, 2017). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3034284>
2. Bianconi, Marcelo and MacLachlan, Scott and Sammon, Marco, Implied Volatility and the Risk-Free Rate of Return in Options Markets. North American Journal of Economics and Finance, 31, 2015, <https://ssrn.com/abstract=2386017>
3. van Biljon, Andrew and Hassan, Shakill and Hassan, Shakill, The Equity Premium and Risk-Free Rate Puzzles in a Turbulent Economy: Evidence from 105 Years of Data from South Africa (February 16, 2010). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1553704> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1553704>
4. Borri, Nicola and Ragusa, Giuseppe, Sensitivity, Moment Conditions, and the Risk-free Rate in Yogo (2006) (November 4, 2016). Critical Finance Review, Vol.6 No.2 2017, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2855792>
5. Cannonier, Colin and Faulk, Greg and Smolira, Joe, The Impact of the Maturity and Source of the Risk-Free Rate in Equity Estimation Under the CAPM (August 3, 2014). Journal of Law and Financial Management, Vol. 13, No. 1, June 2014, pp. 30-37, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2475643>
6. Dacorogna, Michel M. and Coulon, Jerome, The Risk-Free Rate: An Inescapable Concept? (2013). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2730595>
7. Damodaran, Aswath, Into the Abyss: What If Nothing is Risk Free? (July 23, 2010). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1648164>
8. De Jesus, Miguel, The Risk-free Rate and the Sensitivity of Mutual Fund Flows to Past Performance (2021). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3408429>

9. Dokuchaev, Nikolai, Properties of Implied Volatility and Risk-Free Rate for Market Models with Risk-Neutral Valuation (July 18, 2004). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=565783> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.565783>
10. Falco, Veronica and Bianchetti, Marco and Cherubini, Umberto, Moving from IBORs to Alternative Risk Free Rates (December 31, 2020). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3757940> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3757940>
11. Fernandez, Pablo, 'Normalized' Risk-Free Rate: Fiction or Science Fiction? (October 10, 2020). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3708863>
12. Fernandez, Pablo and banuls, sofia and Fernandez Acin, Pablo, Survey: Market Risk Premium and Risk-Free Rate used for 88 countries in 2021 (June 6, 2021). IESE Business School Working Paper, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3861152> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3861152>
13. Ganzach, Yoav and Wohl, Avi, A Behavioral Theory of the Effect of the Risk-Free Rate on the Demand for Risky Assets (June 1, 2018). Forthcoming, Journal of Behavioral and Experimental Economics, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3206174>
14. Gremm, Martin, Global Gauge Symmetries, Risk-Free Portfolios, and the Risk-Free Rate (May 9, 2016). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2777814>
15. Hara, Chiaki and Kajii, Atsushi, On the Range of the Risk-Free Interest Rate in Incomplete Markets (November 2003). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=494582> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.494582>
16. Hui, Cho-Hoi and Lo, Chi-Fai and Fung, Chin-To, Dynamics of Market Anomalies and Measurement Errors of Risk-Free Interest Rates (June 7, 2017). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2934769>
17. Jorgensen, Peter Lochte, An Analysis of the Solvency II Regulatory Framework's Smith-Wilson Model for the Term Structure of Risk-Free Interest Rates (August 10, 2018). Journal of Banking and Finance, Vol. 97, 2018, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3018432> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3018432>
18. Ma, Jun, Is There a Structural Break in the Risk Free Interest Rate Dynamics? (February 5, 2008). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=889681>
19. Mayordomo, Sergio and Pena, Juan Ignacio and Schwartz, Eduardo S. and Schwartz, Eduardo S., Towards a Common European Monetary Union Risk Free Rate (March 12, 2010). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1569675>
20. Menkveld, Albert J. and Sarkar, Asani and van der Wel, Michel, Customer Order Flow, Intermediaries, and Discovery of the Equilibrium Risk-free Rate (March 9, 2011). Journal of Financial and Quantitative Analysis (JFQA), 17, 821-849, EFA 2007 Ljubljana Meetings Paper, FRB of New York Staff Report No. 307, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=966059/>

21. Miles, David Kenneth and Monro, Victoria, UK House Prices and Three Decades of Decline in the Risk-Free Real Interest Rate (December 20, 2019). Bank of England Working Paper No. 837, December 2019, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3508653> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3508653>
22. Mukherji, Sandip, The Capital Asset Pricing Model's Risk-Free Rate (2011). The International Journal of Business and Finance Research, Vol. 5, No. 2, pp. 75-83, 2011, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1876117>
23. Nawalkha, Sanjay K., The Duration Vector: a Continuous-Time Extension to Default-Free Interest Rate Contingent Claims (January 1995). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=983349> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.983349>
24. Sarkar, Sudipto, Risk-Free Interest Rates, the Call Feature, and Corporate Bond Yield Spreads (January 2003). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=371260> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.371260>
25. Schmelzing, Paul, Eight Centuries of the Risk-Free Rate: Bond Market Reversals from the Venetians to the 'VaR Shock' (October 20, 2017). Bank of England Working Paper No. 686, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3062498>
26. Ulrich, Maxim, The Real Risk-Free Rate and the Price of Equity: What Role does Macroeconomic Uncertainty Play? (September 26, 2012). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2067140> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2067140>
27. Vaihekoski, Mika and Vaihekoski, Mika, On the Calculation of the Risk Free Rate for Tests of Asset Pricing Models (August 27, 2009). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=958471> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.958471>
28. Wong, George and Chang, Xin and Grundy, Bruce D., Multiplicative Risk Prudence, Inflation Uncertainty and the Real Risk-Free Rate Puzzle (May 11, 2010). Australian Centre for Financial Studies - Finsia Banking and Finance Conference 2010, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1649231>
29. Yankov, Vladimir, In Search of a Risk-Free Asset: Search Costs and Sticky Deposit Rates (May 13, 2018). Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2044882> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2044882>
30. Zhang, Tongbin, Stock Prices and the Risk-free Rate: An Internal Rationality Approach (March 12, 2021). Journal of Economic Dynamics and Control, 2021, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3589925>