

Оценка и прогнозирование кривых доходностей денежного рынка Российской Федерации

Федоров Дмитрий 401

Научный руководитель: Картаев Филипп Сергеевич

Научный консультант: Магжанов Тимур Ринатович

07.12.2023

Актуальность-1

- Доходности гособлигаций - ранний индикатор кризиса (Klepsch and Wollmershäuser, 2011)
- Доходности ценных бумаг могут содержать информацию о дальнейшей динамике инфляции и темпах роста экономики (Saito, Takeda, 2000)
- Выбор оптимальной модели прогнозирования наиболее актуален для развивающихся стран (Лапшин, 2018)
- Динамика ключевой ставки определяет доходность ценных бумаг
- При неожиданном изменении ключевой ставки, по сравнению с ожидаемым, сильнее меняется доходность ценных бумаг (Kuttner, 2000; Gurkaynak, 2005)

Актуальность-2

- Резкое повышение ключевой ставки ФРС в 2022 привело к появлению нереализованных потерь у коммерческих размером в 1,7 трлн долл. США (Will Daniel, 2023)
- По данным обзора рисков финансовых рынков от ЦБ РФ (2023), на февраль 2023 года системно значимые кредитные организации выкупили 65,6% всех размещений ОФЗ и традиционно являются их основными держателями
- Прогнозы по ставке существуют, но их публикация происходит раз в месяц, и это точечные оценки
- Качественный прогноз траектории ставки во времени предоставил бы агентам ценную информацию, которая позволит снизить риски и скорректировать ожидания

Цель

- Оценить влияние шоков денежно-кредитной политики на ожидаемую агентами траекторию ключевой ставки (**RUONIA?**) и на основе полученных результатов улучшить рыночные прогнозы ставки

Задачи-1

- Проанализировать литературу, связанную с оценкой и прогнозированием доходностей гособлигаций и ценных бумаг. Это позволит сформировать необходимые предпосылки и набор подходящих моделей временной структуры, которые можно оценить на данных российского межбанковского рынка
- Провести оценки моделей на основе данных по свопам ROISFIX ставки RUONIA. По оценённым моделям будет возможность построить прогнозные кривые доходности, которые будут отражать рыночные ожидания дальнейшей траектории ключевой ставки
- Провести сравнительный анализ моделей и результатов оценки с целью выявления наиболее точной модели

Задачи-2

- Оценить модель векторной авторегрессии с использованием ключевых макропеременных и параметров моделей временной структуры на основе месячных данных
- Проанализировать влияние шоков ДКП на агентские ожидания траектории ставки и параметры кривой доходности
- Улучшить прогнозы с помощью комбинации моделей временной структуры процентных ставок и векторной авторегрессии. Плюсом такого подхода будет более высокая точность и учет как временной структуры, так и макропараметров, что позволит выявить основные факторы, влияющие на ожидания и их несоответствие с фактом

План работы – желаемые сроки

- ~~• Обзор литературы – до конца декабря~~
- Сбор и обработка данных – январь-февраль 1/2
- Оценка моделей и составление прогнозов – февраль-март 1/4
- Описание результатов и выводы – до апреля

Теория

- Спот-ставка $s(m)$ – значение доходности к погашению бонда с нулевым купоном через m лет. $f(m, M)$ отражает значение доходности к погашению «с расчётом через m лет к сроку M при условии $m < M$ ». Тогда мгновенная форвардная ставка с расчётом на m лет определяется формулой:

$$r(m) = \lim_{M \rightarrow m} f(m, M)$$

- Доходность к погашению – это усреднённое значение всех мгновенных ставок
- Текущая цена актива P :

$$P = \sum_i \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

- CF – денежный поток, r – доходность к погашению

Первые работы по моделированию доходности

- McCulloch, Huston (1971, 1975) - полиномиальные сплайны
- Vasicek, Fong (1982) – экспоненциальные сплайны
- Shea (1984) – полиномиальные и экспоненциальные сплайны имеют недостатки, связанные с гладкостью и параметрами

Nelson-Siegel, 1987 – постановка модели

- $r(m)$ – мгновенная форвардная ставка со сроком погашения m
- Базовая постановка:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 * e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 * e^{-\frac{m}{\tau_2}}$$

- Конечная постановка:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 * e^{-\frac{m}{\tau}} + \beta_2 * \frac{m}{\tau} * e^{-\frac{m}{\tau}}$$

- $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ – оцениваются через МНК, τ – подбираются через поиск по сетке (*grid search*)
- Коэффициент β_0 определяет поведение длинного конца кривой доходности, β_1 – короткого, β_2 – среднесрочного

Nelson-Siegel, 1987

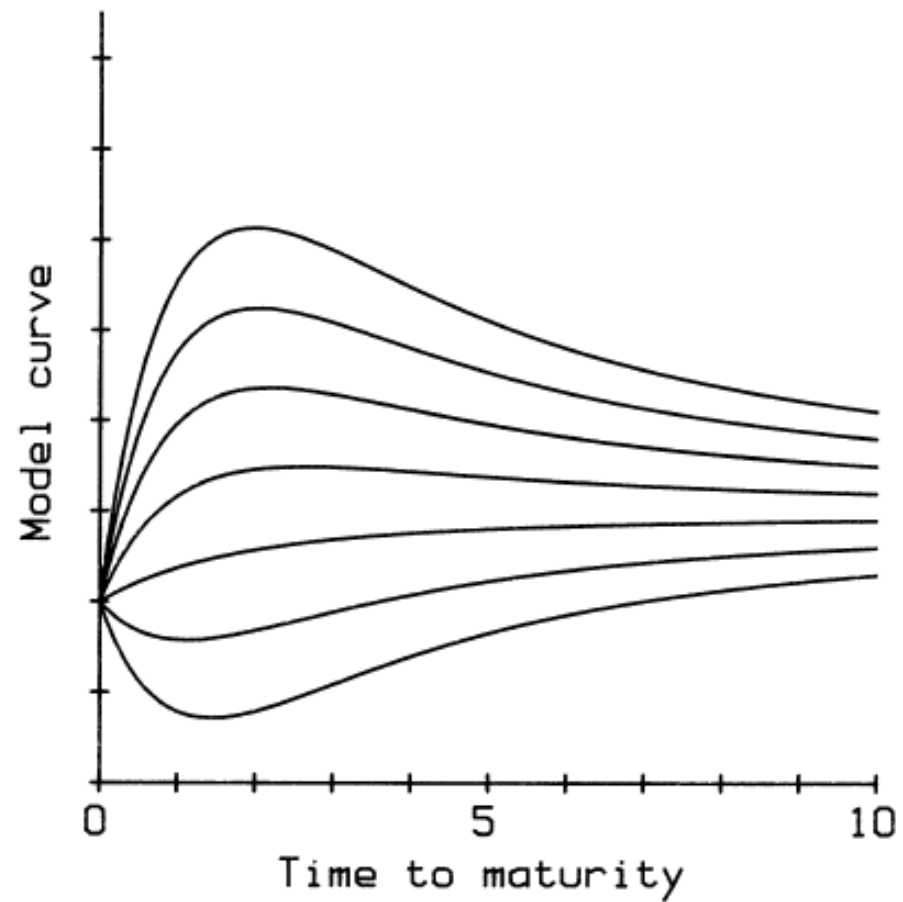


FIG. 1.—Yield curve shapes

Nelson-Siegel, 1987 – постановка модели

- Доходность к погашению $R(m)$ со сроком m :

$$R(m) = \frac{1}{m} \int_0^m r(x) dx$$

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \frac{[1 - e^{-\frac{m}{\tau}}]}{\frac{m}{\tau}} - \beta_2 * e^{-\frac{m}{\tau}}$$

Nelson-Siegel, 1987 – оценка

- Nelson-Siegel, 1987 – обычный МНК
- Jan Annaert et al., 2012 – МНК + ridge-регрессия для устранения мультиколлинеарности
- Diebold and Li, 2006; Гамбаров, 2004 – использование фильтра Кальмана

Svensson, 1994

- Мгновенная форвардная ставка:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 * e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 * \frac{m}{\tau_1} * e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_3 * \frac{m}{\tau_2} * e^{-\frac{m}{\tau_2}}$$

- Доходность к погашению $R(m)$ со сроком m :

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \frac{[1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}]}{\frac{m}{\tau_1}} - \beta_2 * e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_3 * \left[\frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\frac{m}{\tau_2}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right]$$

- Добавляются два параметра в новом слагаемом для повышения гибкости исходной модели и возможности создания «двугорбых» кривых доходностей

Комбинирование прогнозов (Michiel de Pooter et al., 2010)

- VAR-модели включают в себя доходности других ценных бумаг
- Модели срочной структуры (NS, NSS) строятся на основе доходности одной ценной бумаги
- Итоговый прогноз = $\alpha * Forecast_{var} + (1 - \alpha) * Forecast_{NSS}$
- $Forecast_{var}$ - прогнозная кривая доходности, построенная с помощью VAR-модели
- $Forecast_{NSS}$ - прогнозная кривая доходности, построенная с помощью модели срочной структуры

Веса (Michiel de Pooter et al., 2010)

α_i — вес прогноза i -й модели, $\alpha_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^M \alpha_i = 1$, M -число моделей

Веса в Michiel de Pooter et al. (2010):

- Прогнозам всех моделей присваивается одинаковый вес
- Веса обратно пропорциональны ошибкам прогноза:

$$\alpha_i = \frac{1/MSPE_i}{\sum_{j=1}^M \frac{1}{MSPE_j}}$$

$MSPE_i$ — средняя квадратическая ошибка прогноза i -й модели

Альтернатива:

- Фильтр Калмана

Minjie Ding, 2020

- В VAR-модели используются макроэкономические переменные: инфляция, экономический рост, денежная масса
- Оценка VAR производится на основе рядов коэффициентов модели NS и макропеременных
- По оценённой VAR строятся прогнозы коэффициентов модели NS
- По предсказанным коэффициентам NS строятся прогнозные кривые доходности

Vereda et al., 2014

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_t \\ \beta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^z \\ \alpha^\beta \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{t-k} \\ \beta_{t-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t^z \\ \epsilon_t^\beta \end{bmatrix}$$

- $z_t = [\pi_t \ x_t \ r_t]$, π_t -инфляция, x_t - мера экономической активности, r_t -ставка
- $\beta_t = [\beta_{0,t} \ \beta_{1,t} \ \beta_{2,t}]$ - коэффициенты модели NS
- $\begin{bmatrix} \epsilon_t^z \\ \epsilon_t^\beta \end{bmatrix}$ - случайная ошибка

Vereda et al., 2014 – идентификации (1)

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_t \\ \beta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^Z \\ \alpha^\beta \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{t-k} \\ \beta_{t-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t^Z \\ \epsilon_t^\beta \end{bmatrix}$$

- 1. $B = 0, A = D = I$** (шоки параметров NS не оказывают мгновенного влияния на макропеременные)
- 2. $B = C = 0, A = D = I$** (параметры NS и макропеременные не оказывают мгновенного влияния друг на друга)
- 3. $B = B_1 = \dots = B_K = 0, A = D = I$** (шоки параметров NS не оказывают влияния на макропеременные)

Vereda et al., 2014 – идентификации (2)

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_t \\ \beta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^z \\ \alpha^\beta \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{t-k} \\ \beta_{t-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t^z \\ \epsilon_t^\beta \end{bmatrix}$$

$$4. B = 0, A = D = I, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13} \\ 0 & 0 & c_{23} \\ 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix}, C_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13}^k \\ 0 & 0 & c_{23}^k \\ 0 & 0 & c_{33}^k \end{bmatrix}$$

(шоки параметров NS не оказывают мгновенного влияния на макропеременные, при этом параметры NS реагируют только на шоки ставки)

$$5. B = B_1 = \dots = B_K = 0, A = D = I, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13} \\ 0 & 0 & c_{23} \\ 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix}, C_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13}^k \\ 0 & 0 & c_{23}^k \\ 0 & 0 & c_{33}^k \end{bmatrix}$$

(3-я + 4-я идентификации)

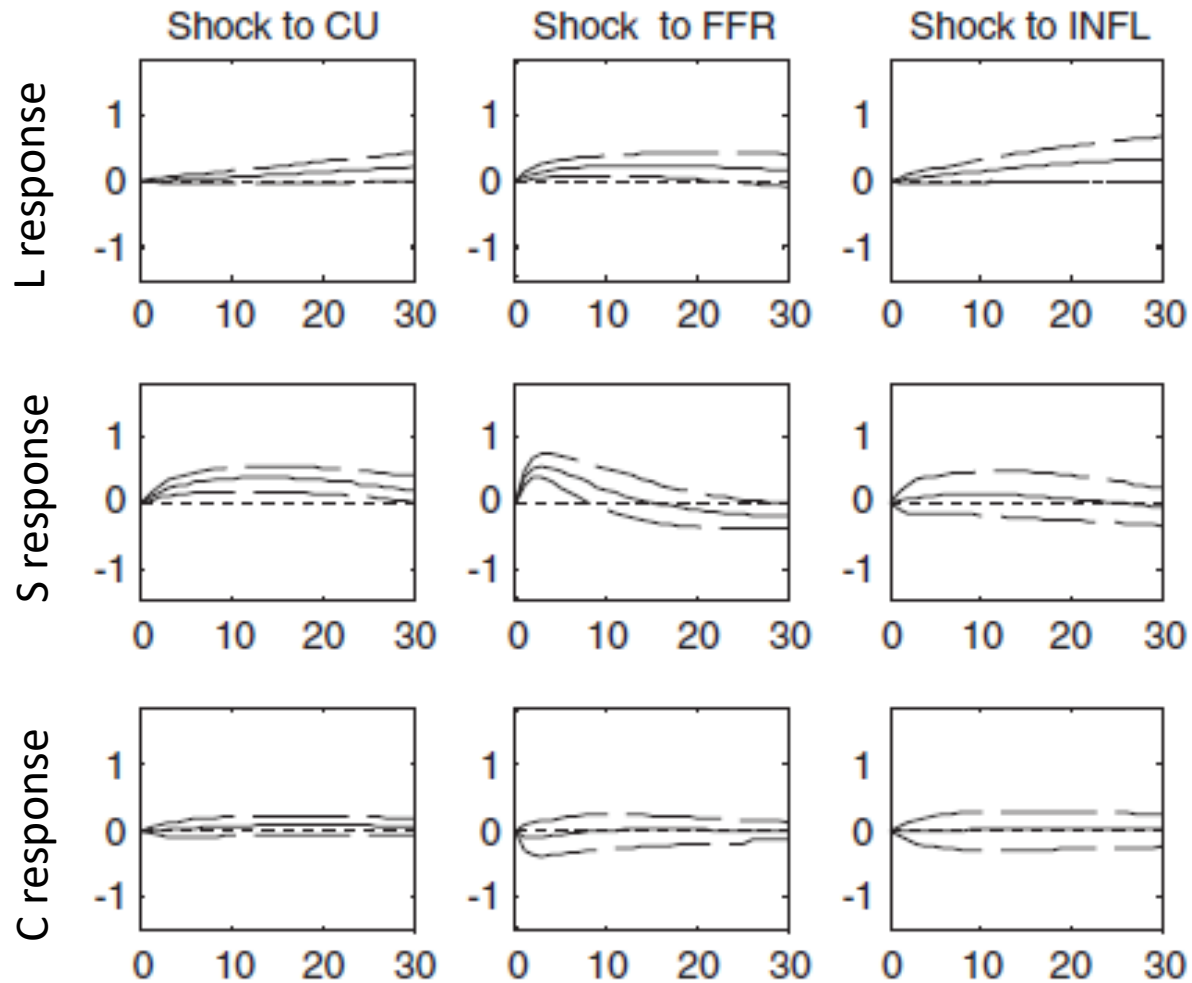
Diebold et al., 2006 – VAR-NS модель и IRF

$$R(m) = L + S * \frac{[1 - e^{-\frac{m}{\tau}}]}{\frac{m}{\tau}} + C * \left(\frac{[1 - e^{-\frac{m}{\tau}}]}{\frac{m}{\tau}} - e^{-\frac{m}{\tau}} \right)$$

Постановка Diebold et al. (2006):

- $R(m)$ – доходность к погашению со сроком m
- $L = \beta_0$ - уровень/сдвиг
- $S = \beta_1$ - наклон
- $C = \beta_2$ - кривизна

Diebold et al., 2006 – VAR-NS модель и IRF



$L = \beta_0$ -

уровень/сдвиг

$S = \beta_1$ - наклон

$C = \beta_2$ - кривизна

CU –

производственные

мощности

FFR – ставка ФРС

INFL - инфляция

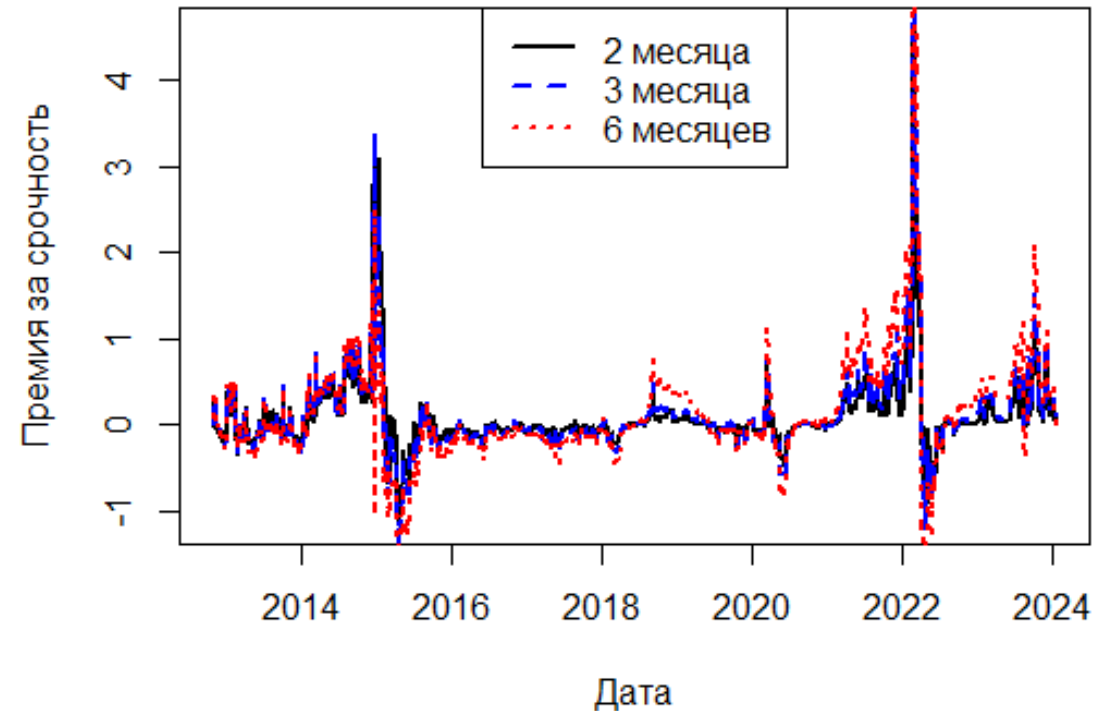
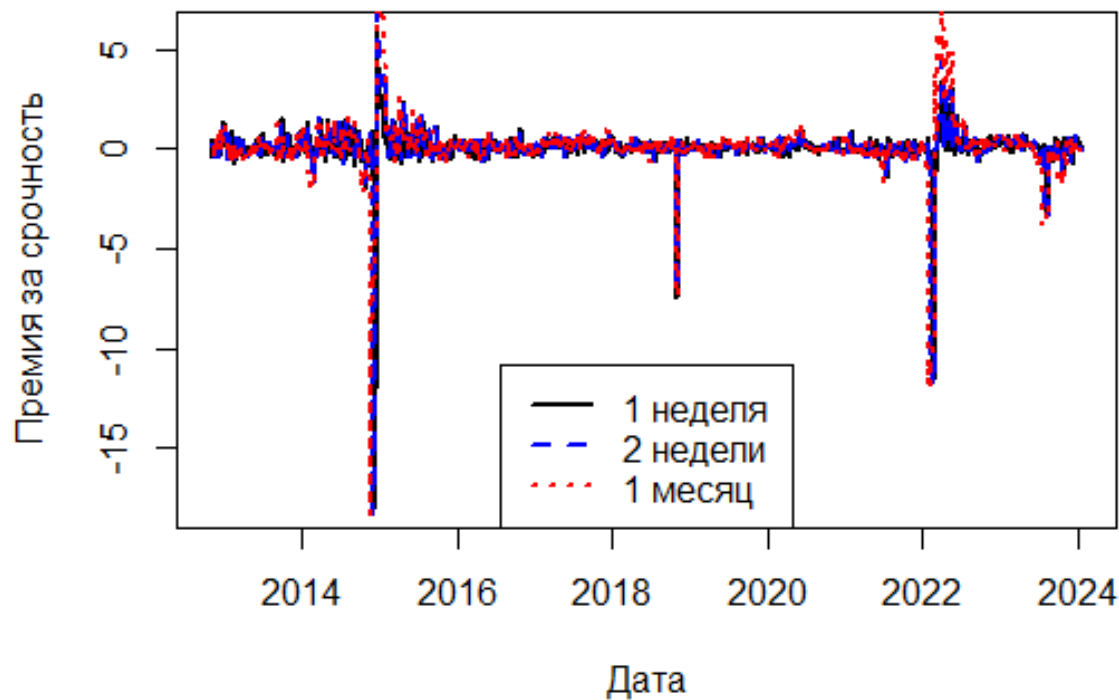
Данные – период с 05.2011 по 11.2023

- Доходности свопов ROISFIX – дневные данные
- Ставка RUONIA – дневные данные
- Темпы прироста выпуска – месячные данные
- ИПЦ - месячные данные
- Спотовые цены (долл. за баррель) на нефть Urals - месячные данные
- Обменный курс доллара к рублю – дневные данные
- Госрасходы (млрд. руб.) – месячные данные

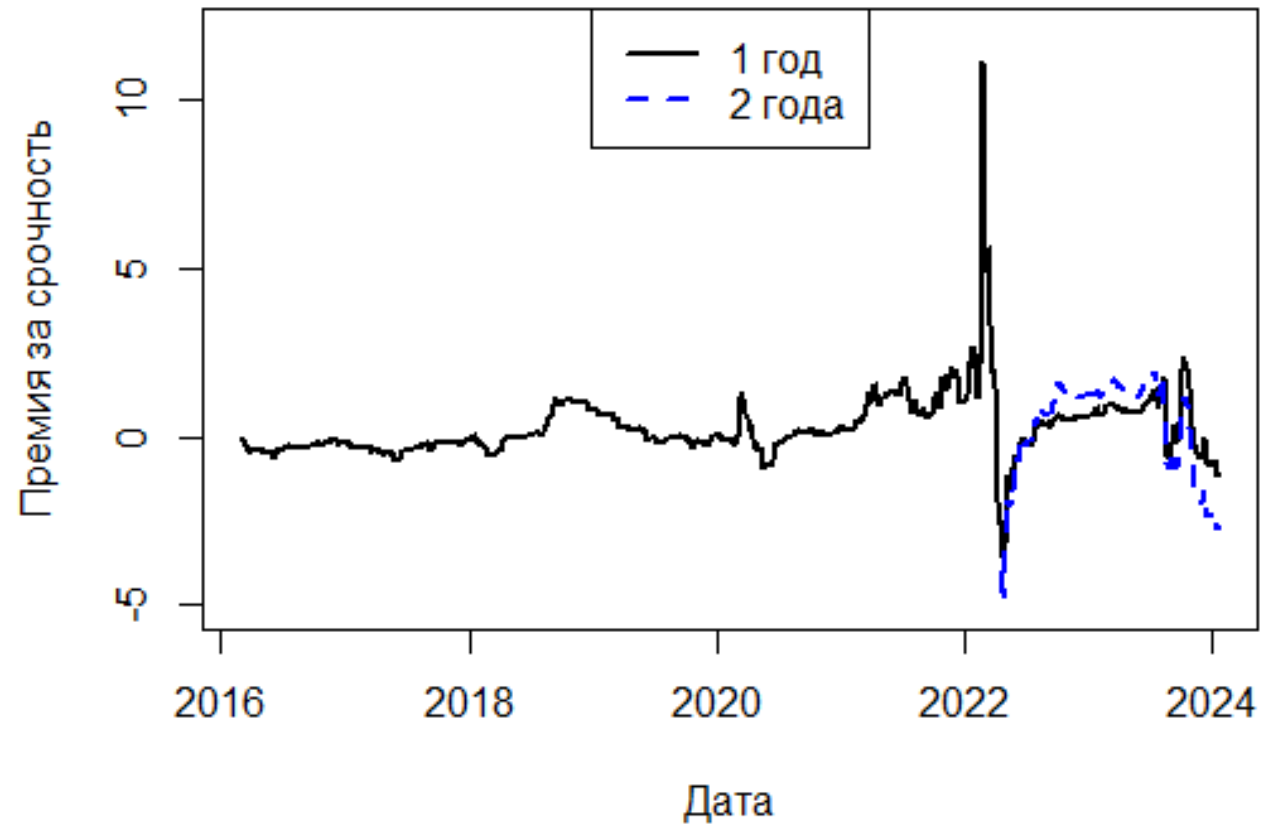
Премия за срочность

- «На протяжении многих лет наблюдалось, что процентные ставки выше для долгосрочных инструментов... Разница между реальными ожиданиями по краткосрочным ставкам и наблюдаемой доходностью называется премией за срочность» - [Ralph Suerpel \(2016\)](#)
- «Премия за срок – это сумма, на которую доходность долгосрочных облигаций превышает доходность краткосрочных облигаций. Эта премия отражает сумму, которую инвесторы ожидают получить в качестве компенсации за кредитование на более длительные сроки» – [FRED \(2019\)](#)

Премия за срочность – короткие и средние сроки



Премия за срочность – длинные сроки



Премия за срочность - расчеты

Срок	1 нед.	2 нед.	1 мес.	2 мес.	3 мес.	6 мес.	1 год	2 года
р-значение теста Дики-Фулера	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01	0.0486
Среднее значение премии за срочность, п.п.	0.057	0.059	0.064	0.095	0.108	0.139	0.265	0.340

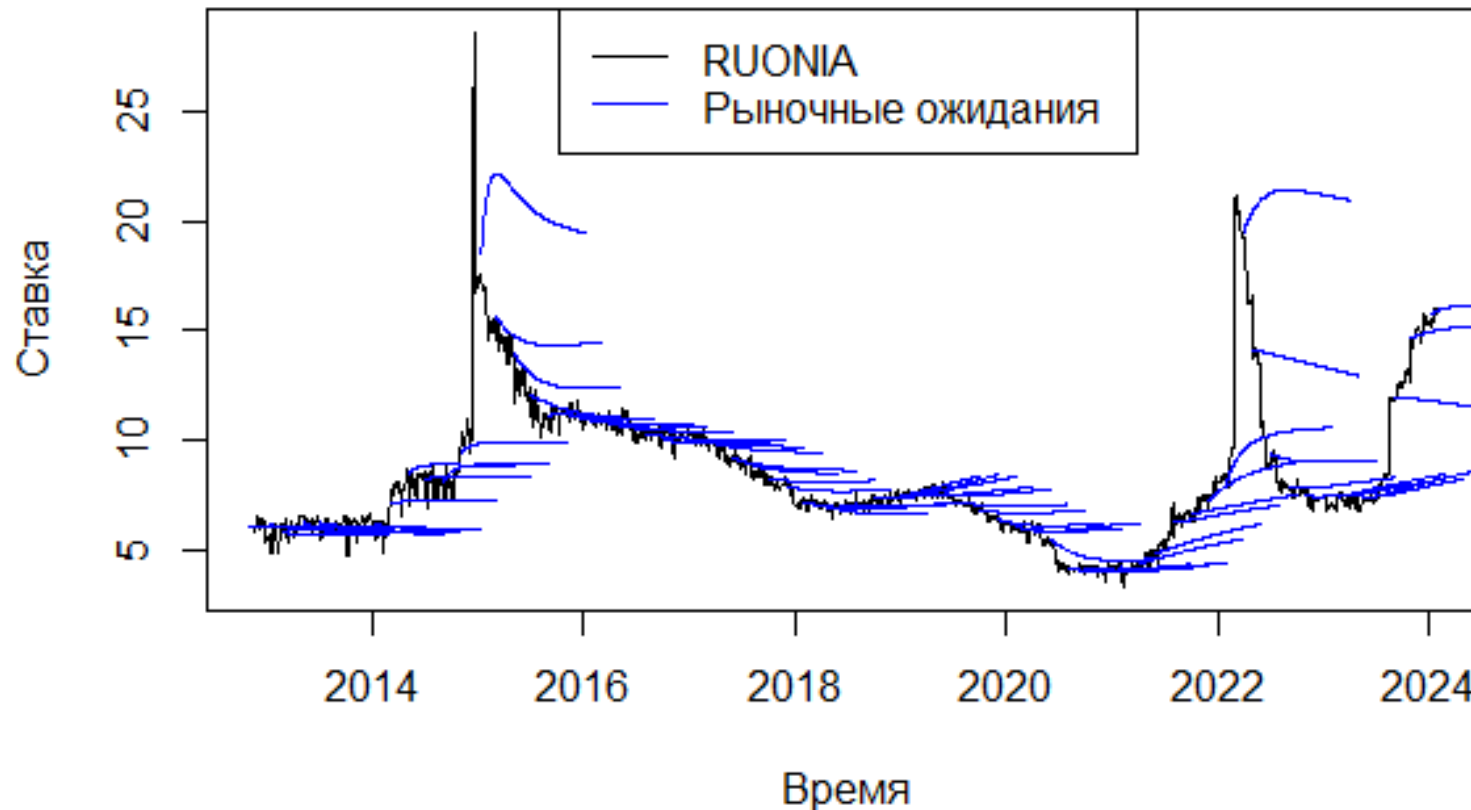
Риск-нейтральные ожидания

$$RNE_t^m = ROIS_t^m - TP_m$$

- RNE_t^m - риск-нейтральные ожидания ставки RUONIA в момент времени t на m периодов вперёд
- $ROIS_t^m$ - фактическая доходность свопа ROISFIX в момент времени t со сроком погашения через m периодов
- TP_m - среднее значение премии за срочность для свопов со сроком погашения m

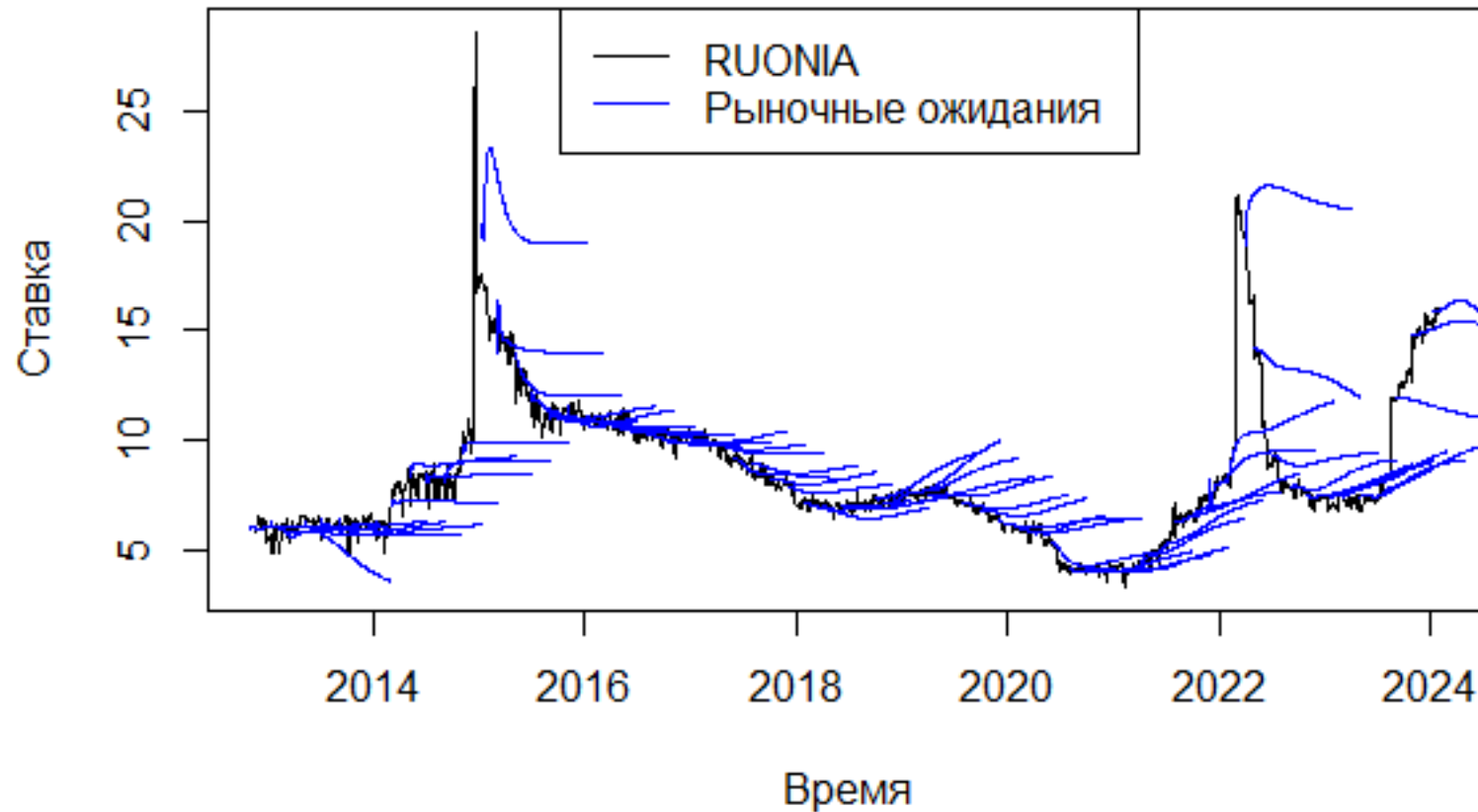
Оценка рыночных ожиданий с помощью модели Нельсона-Сигеля

Синие графики в каждый момент времени представляют собой годовую прогнозную траекторию RUONIA



Оценка рыночных ожиданий с помощью модели Свенссона

Синие графики в каждый момент времени представляют собой годовую прогнозную траекторию RUONIA



Ошибки прогнозов моделей временной структуры

$$RMSE_m = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\widehat{y}_t^m - RUO_{t+m})^2}$$

- $RMSE_m$ - средняя квадратическая ошибка прогнозов на m периодов вперед

• \widehat{y}_t^m - прогноз ставки RUONIA в момент времени t на m периодов вперед

• RUO_{t+m} - фактическое значение ставки RUONIA в момент времени $t+m$

Срок	1 мес.	3 мес.	6 мес.	1 год
RMSE – Nelson-Siegel, п.п.	1.579	2.572	2.816	3.960
RMSE – Svensson, п.п.	1.613	2.488	2.746	4.039
Число наблюдений, дни	2748	2710	2645	2523

Дальнейшие шаги – программа минимум

- Приведение дневных данных к месячным
- Оценка VAR моделей на основе макропеременных и рядов коэффициентов NS, Свенссона с идентификацией шока ДКП
- Построение импульсных откликов коэффициентов моделей NS, Свенссона на шок ДКП и их интерпретация
- (Желательно) Построение импульсных откликов риск-нейтральных ожиданий разной степени срочности на шок ДКП с помощью local projection (через 2 слайда)
- Улучшение прогнозов ставки, основанных на VAR-NS
- Оценка качества новых прогнозов

Diebold et al., 2006 – VAR-NS модель и IRF

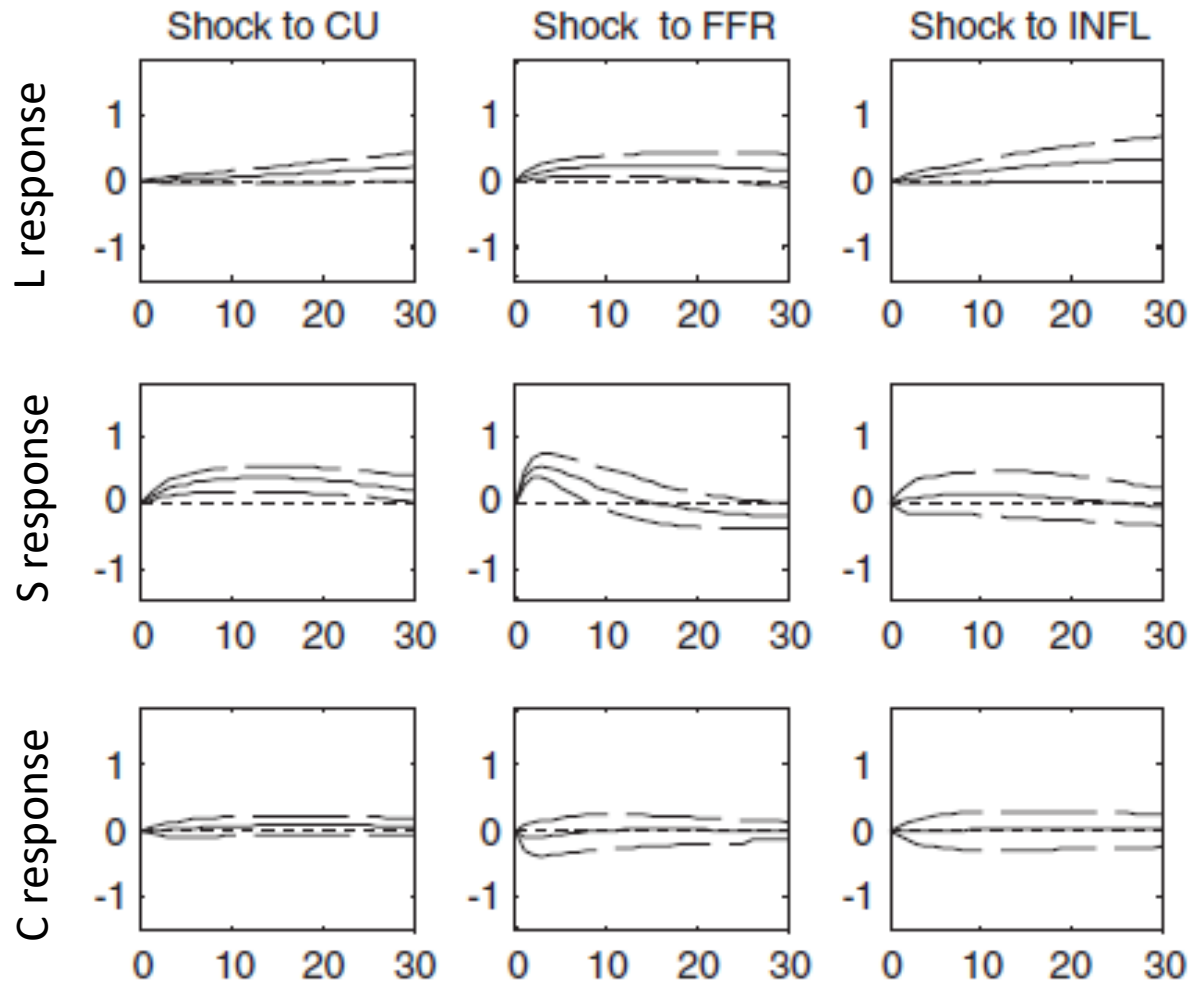
$$R(m) = L + S * \frac{[1 - e^{-\frac{m}{\tau}}]}{\frac{m}{\tau}} + C * \left(\frac{[1 - e^{-\frac{m}{\tau}}]}{\frac{m}{\tau}} - e^{-\frac{m}{\tau}} \right)$$

Постановка Diebold et al., 2006:

- $R(m)$ – доходность к погашению со сроком m
- $L = \beta_0$ - уровень/сдвиг
- $S = \beta_1$ - наклон
- $C = \beta_2$ - кривизна

Diebold et al., 2006 – VAR-NS модель и IRF

CU – производств.
мощности
FFR – ставка ФРС
INFL - инфляция



Постановка Diebold
et al. (2006):

$L = \beta_0$ -

уровень/сдвиг

$S = \beta_1$ - наклон

$C = \beta_2$ - кривизна

Постановка Nelson,
Siegel, 1987:

β_0 - долгосрочная
компонента

β_1 - краткосрочная
компонента

β_2 - среднесрочная
компонента

Zhu and Rahman, 2015 – функции ИМПУЛЬСНЫХ ОТКЛИКОВ ДЛЯ ДОХОДНОСТЕЙ

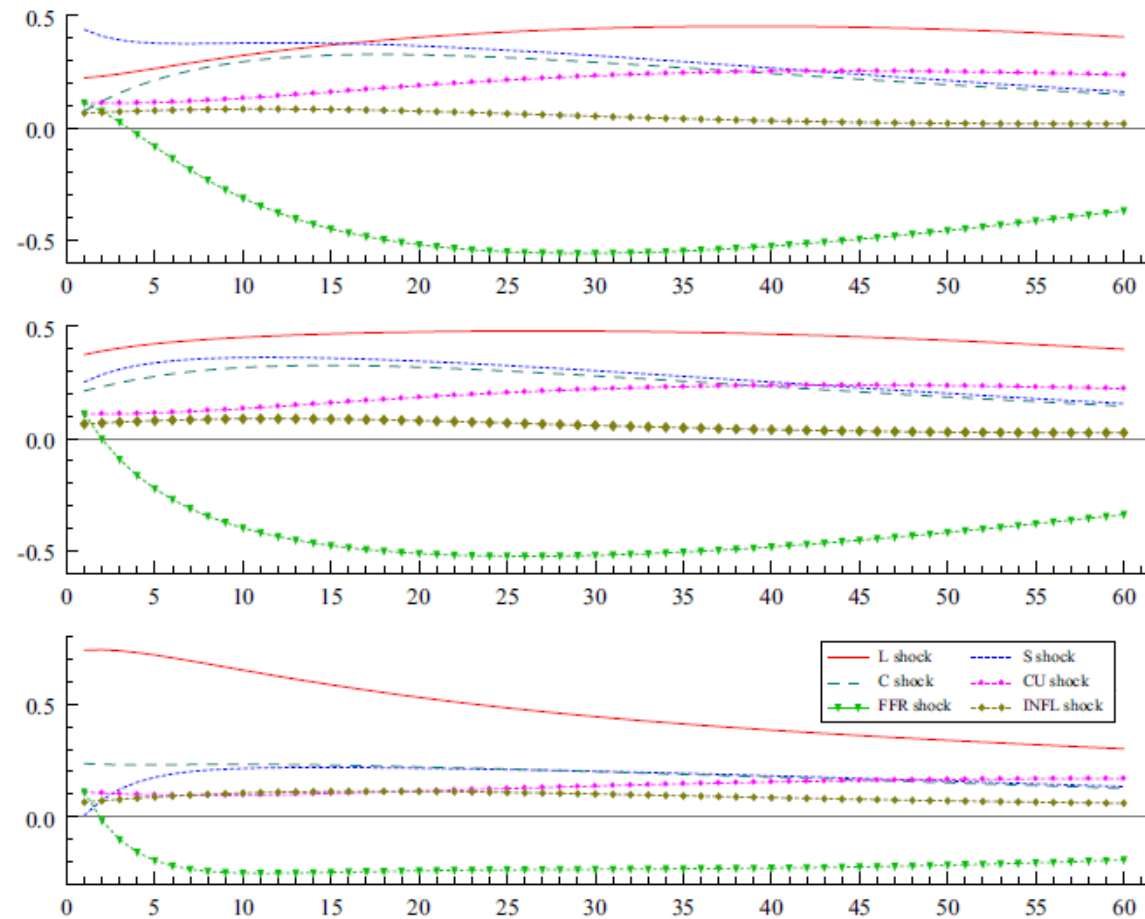


Fig. 6. Impulse response functions. Impulse Responses (IR's) for 3 month (top panel), 12 month (middle panel) and 60 month (bottom panel) yields in the low volatility regime.

Дальнейшие шаги – программа максимум

- Оценка BVAR моделей на основе макропеременных и рядов коэффициентов NS, Свенссона с идентификацией шока ДКП
- Построение импульсных откликов коэффициентов моделей NS, Свенссона на шок ДКП и их интерпретация
- Улучшение прогнозов с помощью линейной комбинации предсказаний (15-16 слайды) моделей временной структуры и VAR/BVAR
- Подбор весов в линейной комбинации тремя способами: равные, на основе ошибок прогнозов, с помощью фильтра Калмана
- Анализ динамики весов линейной комбинации во времени и их интерпретация

Дальнейшие шаги – программа верхняя грань

- Моделирование премии за срочность для извлечения более точных риск-нейтральных ожиданий
- Улучшение прогнозов с помощью линейной комбинации предсказаний моделей (15-16 слайды) и использования тримминга (Timmermann, 2006)

Список литературы-1

- Авдеева О.А., Цыплаков А.А. «Метод адаптивного оценивания срочной структуры процентных ставок» Экономический журнал ВШЭ. Т. 19. № 4. С. 609–639 (2015)
- Корнев К.В. «Оценка кривых временной структуры процентных ставок российского рынка облигаций различных групп кредитного риска». Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки, vol. 10, iss. 1, pp. 119–132. (2010)
- Лапшин В.А., Терещенко М.Ю. «Выбор модели срочной структуры процентных ставок на основе ее свойств» Journal of Corporate Finance Research/Корпоративные финансы №2 Том 16 (2018)
- Belsley, D.A. «Conditioning Diagnostics – Collinearity and Weak Data in Regression», Wiley Series in Probability and mathematical Statistics, (1991)
- Alan S. Blinder, Michael Ehrmann, Marcel Fratzscher, Jakob De Haan, David-Jan Jansen « Central Bank Communication And Monetary Policy: A Survey Of Theory And Evidence» Journal of Economic Literature Vol. 46, No. 4 (pp. 910-45), December 2008
- Diebold, F. X. and Li, C., «Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields», Journal of Econometrics, Vol. 130 337-364 (2006)

Список литературы-2

- Ding M. Analyzing China's Term Structure of Interest Rates Using VAR and Nelson-Siegel Model //Journal of Mathematical Finance. – 2020. – Т. 10. – №. 2. – С. 242-254.
- Durand, David. «Basic yields of corporate bonds, 1900-1942». Technical Paper no. 3. Cambridge, Mass.: National Bureau of Economic Research. (1942).
- Fabozzi, F. J., Martellini, L. And Priaulet, P., «Predictability in the Shape of the Term Structure of Interest Rates», Journal of Fixed Income, Vol. 15, No. 1 (June 2005) 40-53
- Refet S. Gurkaynak, Brian Sack and Eric T. Swanson «Do Actions Speak Louder Than Words? The Response of Asset Prices to Monetary Policy Actions and Statements» International Journal of Central Banking May (2005)
- Jan Annaert, Anouk G. P. Claes, Marc J. K. de Ceuster, Hairui Zhang «Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model: A Ridge Regression Approach», International Review of Economics & Finance, Forthcoming (May 8, 2012)

Список литературы-3

- Stefanie Kleimeier, Harald Sander «Expected versus unexpected monetary policy impulses and interest rate pass-through in euro-zone retail banking markets»
Journal of Banking & Finance Volume 30, Issue 7, Pages 1839-1870, (July 2006)
- Kenneth N. Kuttner «Monetary Policy Surprises and Interest Rates: Evidence from the Fed Funds Futures Market» Federal Reserve Bank of New York.
February 10, 2000
- Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Neter, J., and Li, W., «Applied Linear Statistical Models (5th Edition)», McGraw-Hill, (2004)
- McCulloch, J. Huston. «Measuring the Term Structure of Interest Rates». Journal of Business, vol. 44, no. 1, pp. 19–31. (1971)
- McCulloch, J. Huston. «The tax-adjusted yield curve». Journal of Finance 30: 811-29. (1975)

Список литературы-4

- Nelson, C., and Siegel, A. F., «Parsimonious Modeling of Yield Curves», *Journal of Business*, Vol. 60 (October 1987), 473-489
- Svensson, L. E. O., «Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994», *IMF Working Paper*, WP/94/114 1-49. (September 1994)
- Svensson, L. E. O., «Estimating the Term Structure of Interest Rates for Monetary Policy Analysis», *Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 98 (1996), 163-183
- Timmermann, A. (2006), *Forecast Combinations*, in G. Elliot, C. Granger, and A. Timmermann (eds.), *Handbook of Economic Forecasting*, North-Holland, 135-196.
- Vasicek, O.A., and Fong, H.G. «Term Structure Modeling Using Exponential Splines». *The Journal of Finance*, vol. 37, no. 2, pp. 339–348. (1982)
- Luciano Vereda, Hélio Lopes, Jessica Kubrusly, Adrian Pizzinga «Yield Curve Forecasts and the Predictive Power of Macro Variables in a VAR Framework» *Journal of Reviews on Global Economics*, 377-393 (2014)

Список литературы-5

- Will Daniel <https://fortune.com/2023/03/23/banks-unrealized-losses-nearly-2-trillion-treasuries-mortgage-backed-securities/>
- https://www.cbr.ru/Collection/Collection/File/43828/ORFR_2023-02.pdf
- https://cbr.ru/collection/collection/file/45148/forecast_230721.pdf
- <https://www.federalreserve.gov/releases/h8/20230106/>