

# Оценка и прогнозирование кривых доходностей денежного рынка Российской Федерации

Федоров Дмитрий 401

Научный руководитель: Картаев Филипп Сергеевич

Научный консультант: Магжанов Тимур Ринатович

07.12.2023

# Актуальность-1

- Доходности гособлигаций - ранний индикатором кризиса (Klepsch and Wollmershäuser 2011),
- Доходности ценных бумаг могут содержать информацию о дальнейшей динамике инфляции и темпах роста экономики (Saito, Takeda 2000)
- Выбор оптимальной модели прогнозирования наиболее актуален для развивающихся стран (Лапшин 2018)
- При неожиданном изменении ключевой ставки, по сравнению с ожидаемым, сильнее меняется доходность ценных бумаг (Kuttner 2000, Gurkaуnak 2005)

# Актуальность-2

- Резкое повышение ключевой ставки ФРС в 2022 привело к появлению нереализованных потерь у коммерческих размером в 1,7 трлн долл. США (Will Daniel 2023)
- При этом по данным обзора рисков финансовых рынков от ЦБ РФ (2023), на февраль 2023 года системно значимые кредитные организации выкупили 65,6% всех размещений ОФЗ и традиционно являются их основными держателями
- Прогнозы по ставке существуют, но их публикация происходит раз в месяц, и это точечные оценки

# Цель

- Оценить кривые доходности денежного рынка РФ на основе комбинирования прогнозов моделей срочной структуры процентных ставок и векторной авторегрессии

# Задачи-1

- Сделать обзор литературы, связанной с оцениванием и прогнозированием доходностей гособлигаций и ценных бумаг. Это позволит сформировать необходимые предпосылки и набор подходящих моделей, которые можно оценить на данных российского межбанковского рынка
- Провести оценки моделей на основе данных по свопам RUONIA, RUSFEX. По оценённым моделям будет возможность построить прогнозные кривые доходности, которые будут отражать ожидания рынка по дальнейшей траектории ключевой ставки
- Провести сравнительный анализ моделей и результатов оценки с целью выявления наиболее точной модели. Сравнения можно проводить на основе различных метрик точностей прогнозов

# Задачи-2

- Оценить модель векторной авторегрессии с использованием ключевых макропеременных на месячных данных, построить прогнозы
- Составить новые оптимальные прогнозы на основе комбинации прогнозов модели срочной структуры процентных ставок и векторной авторегрессии. Плюсом такого подхода будет более высокая точность и учет и срочной структуры, и макропараметров, что позволит выявить основные факторы, влияющие на ожидания и их несоответствие с фактом

# План работы – желаемые сроки

- Обзор литературы – до конца декабря
- Сбор и обработка данных – январь-февраль
- Оценка моделей и составление прогнозов – февраль-март
- Описание результатов и выводы – апрель

# Теория

- Спот-ставка  $s(m)$  – значение доходности к погашению бонда с нулевым купоном через  $m$  лет.  $f(m, M)$  отражает значение доходности к погашению «с расчётом через  $m$  лет к сроку  $M$  при условии  $m < M$ ». Тогда мгновенная форвардная ставка с расчётом на  $m$  лет определяется формулой:

$$r(m) = \lim_{M \rightarrow m} f(m, M)$$

- Доходность к погашению – это усреднённое значение всех мгновенных ставок
- Текущая цена актива  $P$ :

$$P = \sum_i \frac{CF_i}{(1+r)^i}$$

- $CF$  – денежный поток,  $r$  – доходность к погашению



# Первые работы по моделированию ДОХОДНОСТИ

- McCulloch, Huston (1971, 1975) - полиномиальные сплайны
- Vasicek, Fong (1982) – экспоненциальные сплайны
- Shea (1984) – полиномиальные и экспоненциальные сплайны имеют недостатки, связанные с гладкостью и параметрами

# Nelson-Siegel (1987) – постановка модели

- $r(m)$  – мгновенная форвардная ставка со сроком погашения  $m$

- Базовая постановка:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 * e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 * e^{-\frac{m}{\tau_2}}$$

- Конечная постановка:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 * e^{-\frac{m}{\tau}} + \beta_2 * \frac{m}{\tau} * e^{-\frac{m}{\tau}}$$

- $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  – оцениваются через МНК,  $\tau$  – подбираются через поиск по сетке (*grid search*)
- Коэффициент  $\beta_0$  определяет поведение длинного конца кривой доходности,  $\beta_1$  – короткого,  $\beta_2$  – среднесрочного

# Nelson-Siegel (1987) – постановка модели

- Доходность к погашению:

$$R(m) = \frac{1}{m} \int_0^m r(x) dx$$

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \frac{[1 - e^{-\frac{m}{\tau}}]}{\frac{m}{\tau}} - \beta_2 * e^{-\frac{m}{\tau}}$$

# Nelson-Siegel (1987) – оценка

- Nelson-Siegel (1987) – обычный МНК внутри одного дня
- Jan Annaert et al. (2012) – МНК + ridge-регрессия для устранения мультиколлинеарности
- Гамбаров (2004) – использование фильтра Кальмана

# Svensson (1994)

- Мгновенная форвардная ставка:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 * e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 * \frac{m}{\tau_1} * e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_3 * \frac{m}{\tau_2} * e^{-\frac{m}{\tau_2}}$$

- Доходность к погашению:

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \frac{[1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}]}{\frac{m}{\tau_1}} - \beta_2 * e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_3 * \left[ \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\frac{t}{\tau_2}} - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right]$$

- Добавляются два параметра в новом слагаемом для повышения гибкости исходной модели и возможности создания «двугорбых» кривых доходностей

# Комбинирование прогнозов (Michiel de Pooter et al. (2010))

- VAR-модели включают в себя доходности других ценных бумаг
- Модели срочной структуры (NS, NSS) строятся на основе доходности одной ценной бумаги
- Итоговый прогноз =  $\alpha * Forecast_{var} + (1 - \alpha) * Forecast_{NSS}$
- $Forecast_{var}$  - прогнозная кривая доходности, построенная с помощью VAR-модели
- $Forecast_{NSS}$  - прогнозная кривая доходности, построенная с помощью модели срочной структуры

# Веса (Michiel de Pooter et al. (2010))

$\alpha_i$  — вес прогноза  $i$ -й модели,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^M \alpha_i = 1$ ,  $M$ -число моделей

Веса в Michiel de Pooter et al. (2010):

- Прогнозам всех моделей присваивается одинаковый вес
- Веса обратно пропорциональны ошибкам прогноза:

$$\alpha_i = \frac{MSPE_i}{\sum_{j=1}^M MSPE_j}$$

MSPE — средняя квадратическая ошибка прогноза

Альтернатива:

- Фильтр Калмана

# Minjie Ding (2020)

- В VAR-модели используются макроэкономические переменные: инфляция, экономический рост, денежная масса
- Зависимыми переменными являются коэффициенты модели NS

$$\begin{aligned}\beta_{1t} = & 1.063 * \beta_{1,t-1} - 0.005 * \beta_{1,t-2} - 0.124 * \beta_{1,t-3} - 0.168 * \beta_{1,t-4} \\ & + 0.123 * \beta_{1,t-5} + 0.264 * \beta_{1,t-6} + 0.401 * \beta_{1,t-7} + 0.252 * \beta_{1,t-8} \\ & - 0.201 * \beta_{1,t-9} + 0.246 * \beta_{1,t-10} - 0.207 * \beta_{1,t-11} + 0.024 * \beta_{1,t-12} \\ & + 0.063 * \text{CPI}_{t-1} + 0.056 * \text{CPI}_{t-2} + 0.001 * \text{CPI}_{t-3} - 0.005 * \text{CPI}_{t-4} \\ & - 0.001 * \text{CPI}_{t-5} + 0.028 * \text{CPI}_{t-6} - 0.035 * \text{CPI}_{t-7} - 0.064 * \text{CPI}_{t-8} \\ & + 0.065 * \text{CPI}_{t-9} + 0.053 * \text{CPI}_{t-10} - 0.030 * \text{CPI}_{t-11} \\ & - 0.001 * \text{CPI}_{t-12} - 0.005 * \text{IAV}_{t-1} - 0.012 * \text{IAV}_{t-2} \\ & + 0.058 * \text{IAV}_{t-3} - 0.007 * \text{IAV}_{t-4} + 0.007 * \text{IAV}_{t-5} \\ & - 0.091 * \text{IAV}_{t-6} - 0.006 * \text{IAV}_{t-7} - 0.068 * \text{IAV}_{t-8} \\ & + 0.132 * \text{IAV}_{t-9} - 0.135 * \text{IAV}_{t-10} - 0.048 * \text{IAV}_{t-11} \\ & + 0.046 * \text{IAV}_{t-12} + 0.506\end{aligned}$$

$$R^2 = 0.926$$

$$\begin{aligned}\beta_{2t} = & 1.160 * \beta_{2,t-1} - 0.280 * \beta_{2,t-2} - 0.049 * \beta_{2,t-3} + 0.038 * \beta_{2,t-4} \\ & + 0.024 * \beta_{2,t-5} - 0.083 * \text{M2}_{t-1} + 0.007 * \text{M2}_{t-2} + 0.136 * \text{M2}_{t-3} \\ & - 0.031 * \text{M2}_{t-4} - 0.038 * \text{M2}_{t-5} - 0.063\end{aligned}$$

Minjie Ding (2020) Результаты оценки VAR стр. 10/13



# Vereda et al. (2014)

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_t \\ \beta_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^z \\ \alpha^\beta \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{t-k} \\ \beta_{t-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_t^z \\ \epsilon_t^\beta \end{bmatrix}$$

- $z_t = [\pi_t \ x_t \ r_t]$ ,  $\pi_t$ -инфляция,  $x_t$ - мера экономической активности,  $r_t$ -ставка
- $\beta_t = [\beta_{0,t} \ \beta_{1,t} \ \beta_{2,t}]$  - коэффициенты модели NS
- $\begin{bmatrix} \epsilon_t^z \\ \epsilon_t^\beta \end{bmatrix}$  - случайная ошибка

# Список литературы-1

- Авдеева О.А., Цыплаков А.А. «Метод адаптивного оценивания срочной структуры процентных ставок» Экономический журнал ВШЭ. Т. 19. № 4. С. 609–639 (2015)
- Корнев К.В. «Оценка кривых временной структуры процентных ставок российского рынка облигаций различных групп кредитного риска». Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки, vol. 10, iss. 1, pp. 119–132. (2010)
- Лапшин В.А., Терещенко М.Ю. «Выбор модели срочной структуры процентных ставок на основе ее свойств» Journal of Corporate Finance Research/Корпоративные финансы №2 Том 16 (2018)
- Belsley, D.A. «Conditioning Diagnostics – Collinearity and Weak Data in Regression», Wiley Series in Probability and mathematical Statistics, (1991)
- Alan S. Blinder, Michael Ehrmann, Marcel Fratzscher, Jakob De Haan, David-Jan Jansen « Central Bank Communication And Monetary Policy: A Survey Of Theory And Evidence» Journal of Economic Literature Vol. 46, No. 4 (pp. 910-45), December 2008
- Diebold, F. X. and Li, C., «Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields», Journal of Econometrics, Vol. 130 337-364 (2006)

# Список литературы-2

- Ding M. Analyzing China's Term Structure of Interest Rates Using VAR and Nelson-Siegel Model //Journal of Mathematical Finance. – 2020. – Т. 10. – №. 2. – С. 242-254.
- Durand, David. «Basic yields of corporate bonds, 1900-1942». Technical Paper no. 3. Cambridge, Mass.: National Bureau of Economic Research. (1942).
- Fabozzi, F. J., Martellini, L. And Priaulet, P., «Predictability in the Shape of the Term Structure of Interest Rates», Journal of Fixed Income, Vol. 15, No. 1 (June 2005) 40-53
- Refet S. Gurkaynak, Brian Sack and Eric T. Swanson «Do Actions Speak Louder Than Words? The Response of Asset Prices to Monetary Policy Actions and Statements» International Journal of Central Banking May (2005)
- Jan Annaert, Anouk G. P. Claes, Marc J. K. de Ceuster, Hairui Zhang «Estimating the Yield Curve Using the Nelson-Siegel Model: A Ridge Regression Approach», International Review of Economics & Finance, Forthcoming (May 8, 2012)

# Список литературы-3

- Stefanie Kleimeier, Harald Sander «Expected versus unexpected monetary policy impulses and interest rate pass-through in euro-zone retail banking markets»  
Journal of Banking & Finance Volume 30, Issue 7, Pages 1839-1870, (July 2006)
- Kenneth N. Kuttner «Monetary Policy Surprises and Interest Rates: Evidence from the Fed Funds Futures Market» Federal Reserve Bank of New York.  
February 10, 2000
- Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Neter, J., and Li, W., «Applied Linear Statistical Models (5th Edition)», McGraw-Hill, (2004)
- McCulloch, J. Huston. «Measuring the Term Structure of Interest Rates». Journal of Business, vol. 44, no. 1, pp. 19–31. (1971)
- McCulloch, J. Huston. «The tax-adjusted yield curve». Journal of Finance 30: 811-29. (1975)

# Список литературы-4

- Nelson, C., and Siegel, A. F., «Parsimonious Modeling of Yield Curves», *Journal of Business*, Vol. 60 (October 1987), 473-489
- Svensson, L. E. O., «Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994», *IMF Working Paper*, WP/94/114 1-49. (September 1994)
- Svensson, L. E. O., «Estimating the Term Structure of Interest Rates for Monetary Policy Analysis», *Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 98 (1996), 163-183
- Vasicek, O.A., and Fong, H.G. «Term Structure Modeling Using Exponential Splines». *The Journal of Finance*, vol. 37, no. 2, pp. 339–348. (1982)
- Luciano Vereda, Hélio Lopes, Jessica Kubrusly, Adrian Pizzinga «Yield Curve Forecasts and the Predictive Power of Macro Variables in a VAR Framework» *Journal of Reviews on Global Economics*, 377-393 (2014)
- Yudaeva, K. (2018). «Frontiers of Monetary Policy: Global Trends and Russian Inflation Targeting Practices». *Russian Journal of Money and Finance*, v. 77(2), pp. 95-100.

# Список литературы-5

- Will Daniel <https://fortune.com/2023/03/23/banks-unrealized-losses-nearly-2-trillion-treasuries-mortgage-backed-securities/>
- [https://www.cbr.ru/Collection/Collection/File/43828/ORFR\\_2023-02.pdf](https://www.cbr.ru/Collection/Collection/File/43828/ORFR_2023-02.pdf)
- [https://cbr.ru/collection/collection/file/45148/forecast\\_230721.pdf](https://cbr.ru/collection/collection/file/45148/forecast_230721.pdf)
- <https://www.federalreserve.gov/releases/h8/20230106/>