

Экономический факультет МГУ
Эконометрический кружок
Декабрь 2015

Matching and Propensity Score Estimators

Оценка эффекта воздействия при
помощи сопоставления
и мер склонности

Филипп Картаев
kartaev@gmail.com

План

- Введение: эффект воздействия (Treatment Effect), экспериментальные и не экспериментальные данные
- Оценка при помощи сопоставления (Matching Estimator)
- Оценка при помощи сопоставления на основе меры склонности (Propensity Score Matching Estimator)

План

- Введение: эффект воздействия (Treatment Effect), экспериментальные и не экспериментальные данные
- Оценка при помощи сопоставления (Matching Estimator)
- Оценка при помощи сопоставления на основе меры склонности (Propensity Score Matching Estimator)

Вопросы

о причинно-следственных связях

- Как изменится здоровье индивида, если его госпитализировать?
- Как изменится занятость в результате принятия закона о минимальной заработной плате?
- Как размер школьного класса влияет на эффективность обучения школьников?

Вопросы

О причинно-следственных связях

- В каждом из этих случаев, легко посчитать корреляцию (или сравнить два средних значения):
 - Например, сравнить уровни здоровья госпитализированных и не госпитализированных индивидов
- Но корреляция не всегда означает присутствие причинно-следственной связи
 - В чем могут быть проблемы с причинностью в нашем примере про госпитализацию?
- Как получать ответы не про корреляцию, а именно про причинно-следственные связи?
 - На этой лекции мы обсудим один из подходов — экспериментальные данные

Терминология

В качестве примера при обсуждении терминологии мы будем использовать гипотетическое исследование, в котором анализируется эффективность лечения.

Представим, что мы анализируем группу индивидов, часть из которых подвергалась госпитализации и лечению, а часть — нет. И нас интересует причинно-следственная связь между госпитализацией индивида и его уровнем здоровья.

Treatment group/ Control group

Treatment group (испытуемая группа) — группа объектов, которая подверглась воздействию, влияние которого мы и хотим выяснить.

- Например, если мы хотим выяснить, как помещение человека в больницу влияет на его здоровье, то treatment group — это группа людей, помещенная в госпиталь.
- Исторически терминология пришла из медицинских экспериментов (дословно: treatment — лечение)

Control group (контрольная группа) — группа объектов, которая не подвергалась воздействию.

- Например, группа людей, которые не были госпитализированы.

Treatment group/ Control group

Будем использовать индикатор D_i

$D_i = 1$, если i -ый объект вошел в группу подвергшуюся воздействию (treatment group)

- Например, если пациент был госпитализирован
- Уровень здоровья i -го индивида в этом случае будем обозначать $Y_i(1)$

$D_i = 0$, если i -ый объект вошел в контрольную группу (control group)

- Например, если пациент не был госпитализирован
- Уровень здоровья i -го индивида в этом случае будем обозначать $Y_i(0)$

Терминология

$Y_i(0)$ — здоровье i -го индивида, если его **не** госпитализировали

$Y_i(1)$ — здоровье i -го индивида, если его госпитализировали

Изменение здоровья в результате лечения равно:

$$Y_i(1) - Y_i(0)$$

Эта величина называется эффект воздействия (**treatment effect** или **causal effect**) для i -го индивида.

В нашем примере treatment effect для некоторого индивида — это величина, на которую изменится уровень его здоровья, если его подвергнуть лечению, по сравнению со случаем, если его не лечить

Average treatment effect (ATE)

$Y_i(1)$ — здоровье i -го индивида, если его **не** госпитализировали

$Y_i(0)$ — здоровье i -го индивида, если его госпитализировали

$Y_i(1) - Y_i(0)$ — **treatment effect** для i -го индивида.

Обычно нас интересует средний эффект для всей генеральной совокупности:

$E(Y_i(1) - Y_i(0))$ — **average treatment effect**

Average treatment effect (ATE)

$E(Y_{1i} - Y_{0i})$ — average treatment effect

Примеры **ATE**:

- На сколько в среднем увеличивается здоровье индивида в результате его госпитализации?
- На сколько в среднем увеличивается успеваемость школьника, если обучать его в маленьком классе вместо класса нормальной величины?
- На сколько процентов изменится занятость в результате принятия закона о минимальной заработной плате?

В чем проблема с оценкой treatment effect?

Чтобы посчитать **treatment effect** нужно вычислить разность $Y_i(1) - Y_i(0)$.

Но это невозможно, так как ни для одного объекта мы не наблюдаем одновременно $Y_i(1)$ и $Y_i(0)$. Мы наблюдаем либо одно либо другое.

- Индивид либо госпитализирован либо нет
- Если индивид госпитализирован, то мы наблюдаем $Y_i(1)$. При этом мы не знаем достоверно, что было бы, если индивида не лечили, то есть мы не наблюдаем $Y_i(0)$.

Уровень здоровья, который мы фактически наблюдаем, обычно называют potential outcome:

$$Y_i = \begin{cases} Y_i(1), & \text{if } D_i = 1 \\ Y_i(0), & \text{if } D_i = 0 \end{cases} \Leftrightarrow Y_i = Y_i(0) + D_i * (Y_i(1) - Y_i(0))$$

Как оценить treatment effect?

Так как мы не можем непосредственно вычислить **treatment effect** $Y_i(1) - Y_i(0)$, то мы не можем вычислить и его среднее значение $E(Y_i(1) - Y_i(0))$, то есть ATE.

Вместо этого мы можем попытаться оценить этот эффект, используя наблюдаемые данные.

В нашем примере можем попробовать оценить эффект от лечения сравнив средние уровни здоровья тех, кто был госпитализирован со средним уровнем здоровья всех остальных.

Это означает, что мы можем вычислить вот такую величину:

$$E(Y_i | D_i = 1) - E(Y_i | D_i = 0)$$

Обратите внимание, что это не тоже самое, что ATE

Как оценить treatment effect?

Как оценить average treatment effect $E(Y_{1i} - Y_{0i})$?

Простая идея — посчитать средние для госпитализированных и для негоспитализированных и сравнить их.

То есть вычислить:

$$E(Y_i | D_i = 1) - E(Y_i | D_i = 0)$$

Чтобы проверить, будет ли такая оценка несмещенной оценкой АТЕ, нужно сравнить два эти выражения.

Selection Bias

Смещение самоотбора (Selection Bias):

В нашем примере — это ситуация, когда людей подвергают или не подвергают лечению в зависимости от их уровня здоровья.

В общем случае, это ситуация, когда случайная величина D_i распределена в зависимости от характеристик индивида (распределена не независимо от характеристик):

$$D_i \text{ зависит от } Y_i(0)$$

Selection Bias

Если Selection Bias равен нулю, то простая разность средних оценивает нужную нам причинно-следственную связь:

$$\begin{aligned} E(Y_i | D_i = 1) - E(Y_i | D_i = 0) &= \\ &= E(Y_{1i} - Y_{0i} | D_i = 1) \end{aligned}$$

На сколько лучше в среднем здоровье госпитализированных по сравнению с их здоровьем, если бы их не госпитализировали.

Selection Bias

Но в нашем примере, скорее всего есть отрицательный selection bias.

Так как обычно в больницу отправляются те люди, которые изначально характеризуются более низким здоровьем.

Поэтому сравнение средних будет давать некорректный результат.

Как решить эту проблему?

Экспериментальные данные

Эксперимент: индивиды по некоторой заранее определенной процедуре случайным образом распределяются между treatment группой и контрольной группой.

Случайное распределение по группам (**random assignment**) должно быть устроено таким образом, чтобы отнесение индивида к той или иной группе не зависело от его характеристик

Если это требование выполнено, смещение исчезает и мы можем оценить АТЕ при помощи простого сравнения средних

Экспериментальные данные

- В нашем примере с лечением под экспериментом может пониматься ситуация, когда индивиды, которые получают лекарство (treatment group), определяются случайным образом (и вероятность получения лекарства не зависит от их уровня здоровья).
- А остальные индивиды вместо лекарства получают плацебо.

Если экспериментальные данные нам недоступны, то приходится применять различные хитрые подходы для устранения Selection Bias. Один из них — matching

Мотивация

Чем хорош мэтчинг?

- Мэтчинг — не единственный способ устранения смещения. Вы уже знакомы с методами, основанными на использовании регрессий с контрольными переменными и/или инструментов.
- Однако мэтчинг — это непараметрический метод. Вам не требуется предполагать какую-либо функциональную форму для исследуемой причинно-следственной связи

План

- Введение: эффект воздействия (Treatment Effect), экспериментальные и не экспериментальные данные
- **Оценка при помощи сопоставления (Matching Estimator)**
- Оценка при помощи сопоставления на основе меры склонности (Propensity Score Matching Estimator)

Простое сопоставление (пример)

Как посещение курсов повышения квалификации влияет на производительность труда?

i	Посещение курсов D	Образование x	Производительность труда y
1	0	Среднее	4
2	0	Среднее	4
3	0	Высшее	7
4	0	Высшее	9
5	1	Среднее	3
6	1	Среднее	5
7	1	Среднее	4
8	1	Среднее	4
9	1	Высшее	9

Простое сопоставление (еще пример)

Как посещение курсов повышения квалификации влияет на производительность труда?

i	Посещение курсов D	Образование $x^{(1)}$	Пол $x^{(2)}$	Производительность труда y
1	0	Среднее	Муж.	4
2	0	Среднее	Жен.	4
3	0	Высшее	Жен.	7
4	0	Высшее	Жен.	9
5	1	Среднее	Жен.	3
6	1	Среднее	Муж.	5
7	1	Среднее	Жен.	4
8	1	Среднее	Жен.	4
9	1	Высшее	Жен.	9

Простое сопоставление

Простое сопоставление (**simple matching**) сравнивает группы наблюдений соответствующих одинаковым дискретным значениям x .

$$\Delta^M = \sum_k w_k * (\bar{y}_{1,k} - \bar{y}_{0,k})$$

$\bar{y}_{1,k}$ — средний результат для группы, подвергшейся воздействию

$\bar{y}_{0,k}$ — средний результат для группы, подвергшейся воздействию

w_k — доля наблюдений, относящихся к k -ой группе, среди всей выборки

Простое сопоставление

Альтернативная форма (Dehejia and Wahba, 2002)

$$\Delta^M = \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} \left(y_i - \frac{1}{N_{C,i}} \sum_{j \in \{D=0\}} y_j \right)$$

N_T — количество наблюдений в группе, подвергшейся воздействию

$N_{C,i}$ — количество наблюдений в той части контрольной группы наблюдений, которая сопоставляется с i -м объектом из группы, подвергшейся воздействию

Сопоставление по ближайшим соседям (nearest-neighbor matching)

i -ое наблюдение из экспериментальной группы сопоставляется с множеством ближайших наблюдений из контрольной группы.

В качестве меры близости используется евклидово расстояние.

$$A_i = \{j \mid \min_j ||x_i - x_j||\}$$

A_i — множество объектов из контрольной группы, которые сопоставляются с i -м наблюдением и экспериментальной группы

Сопоставление по ближайшим соседям

Пример: как посещение курсов повышения квалификации влияет на производительность труда?

i	Посещение курсов D	Образование x	Производительность труда y
1	0	2	60
2	0	3	80
3	0	5	90
4	0	12	200
5	1	5	100
6	1	3	80
7	1	4	90
8	1	2	70

Сопоставление по ближайшим соседям

i	D	x	y	A_i	y_1	y_0	$y_1 - y_0$
1	0	2	60	—			
2	0	3	80	—			
3	0	5	90	—			
4	0	12	200	—			
5	1	5	100	{3}	100	90	10
6	1	3	80	{2}	80	80	0
7	1	4	90	{2, 3}	90	85	5
8	1	2	70	{1}	70	60	10

$$\Delta^M = \frac{1}{4} * (10 + 0 + 5 + 10) = 6,25$$

План

- Введение: эффект воздействия (Treatment Effect), экспериментальные и не экспериментальные данные
- Оценка при помощи сопоставления (Matching Estimator)
- Оценка при помощи сопоставления на основе меры склонности (Propensity Score Matching Estimator)

Меры склонности

Если вектор объясняющих переменных имеет большую размерность, или если среди переменных есть непрерывные, то точное сопоставление не вполне удобно.

В этом случае используют **меру склонности (propensity score)** — условную вероятность того, что объект подвергнется воздействию при условии заданных значений регрессоров.

$$P \left(D_i = 1 \mid x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(k)} \right) = p \left(x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(k)} \right)$$

Меры склонности

Меру склонности (propensity score) обычно оценивают при помощи логит- или пробит-модели

$$P \left(D_i = 1 \mid x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(k)} \right) = p \left(x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \dots, x_i^{(k)} \right)$$

Таким образом, мэтчинг осуществляется в два этапа:

1. Для каждого наблюдения оценивается значение меры склонности (например, на основе логит-модели)

2. Затем осуществляется сопоставление объектов с близкими значениями меры склонности.

Сопоставляются объекты из контрольной группы и группы, подвергшейся воздействию.

Меры склонности

Вопросы на которые стоит ответить при осуществлении на основе меры склонности:

1. Сопоставлять с возвращением или без возвращения
2. Сколько наблюдений использовать для сопоставления (компромисс между смещением и точностью)
3. Какой метод сопоставления выбрать

Примеры способов сопоставления на основе меры склонности

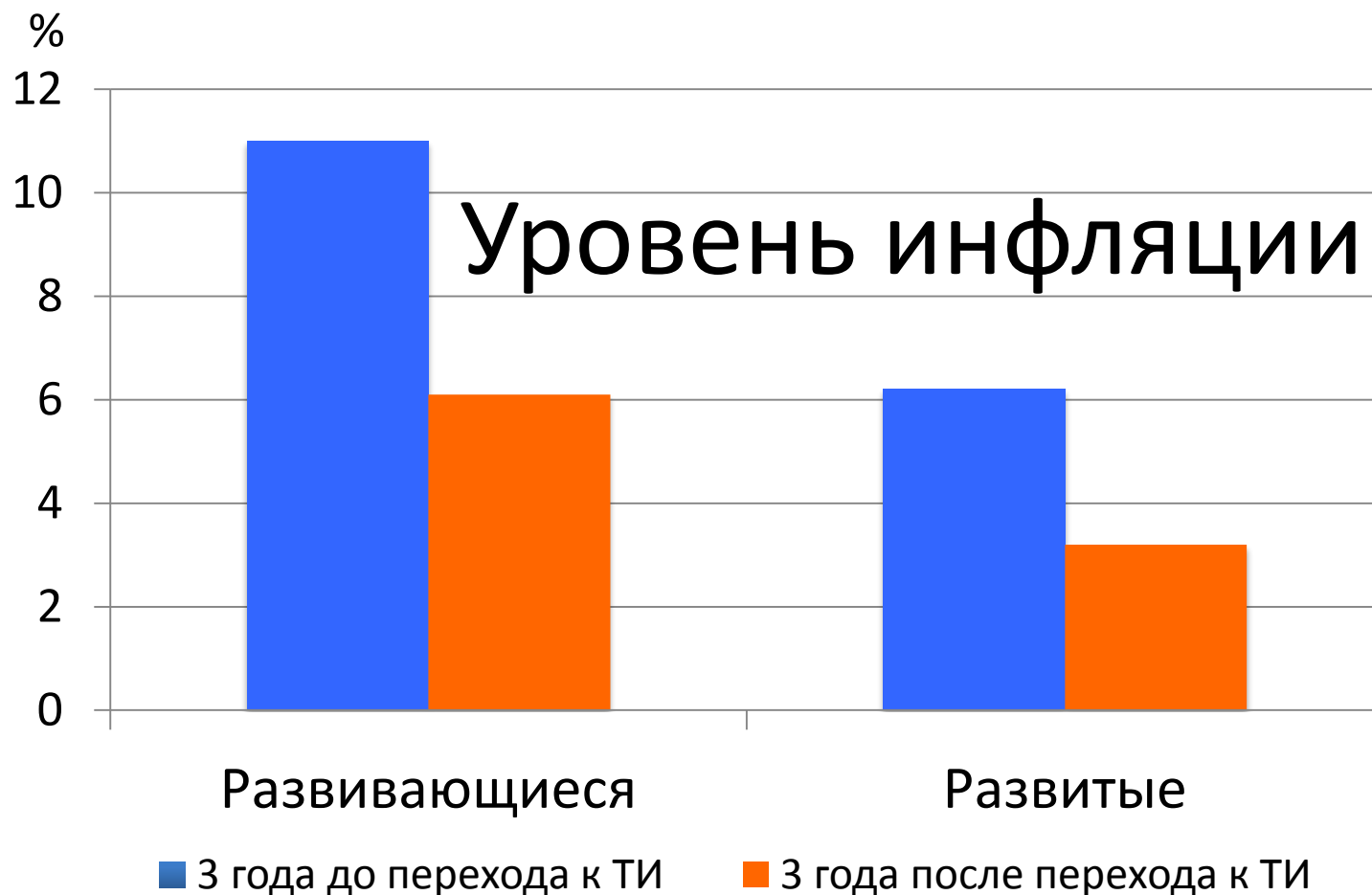
- Сопоставление по ближайшим соседям
- Сопоставление со стратификацией
- Радиальное сопоставление

Пример реализации

- Galina Hale, Alexej Philippov (2015).
«Is Transition to Inflation Targeting Good for Growth?»
FRBSF Economic Letter.

В странах, перешедших к политике ТИ, снизилась инфляция

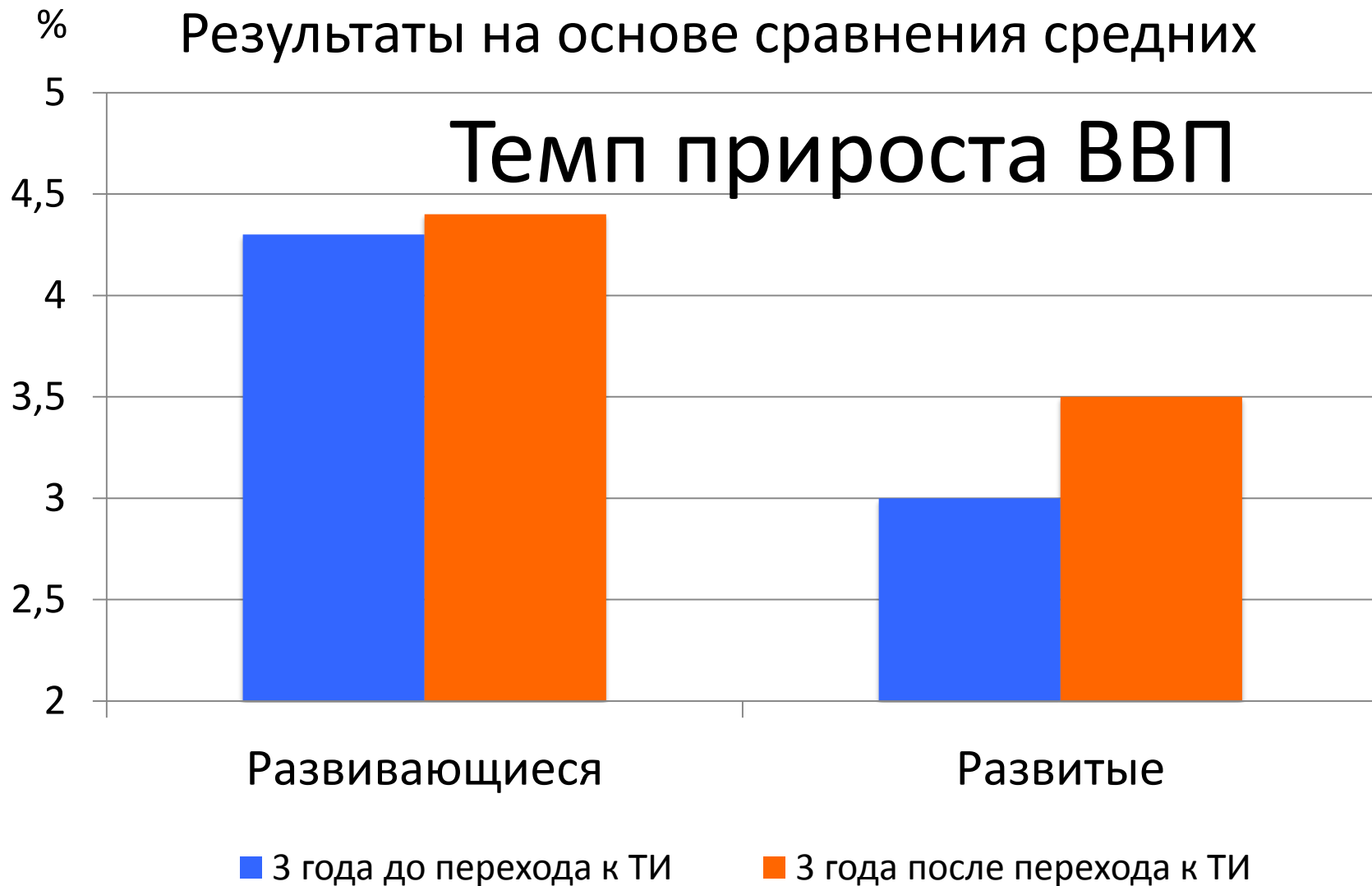
Результаты на основе сравнения средних



В странах, перешедших к политике ТИ, увеличились темпы роста ВВП

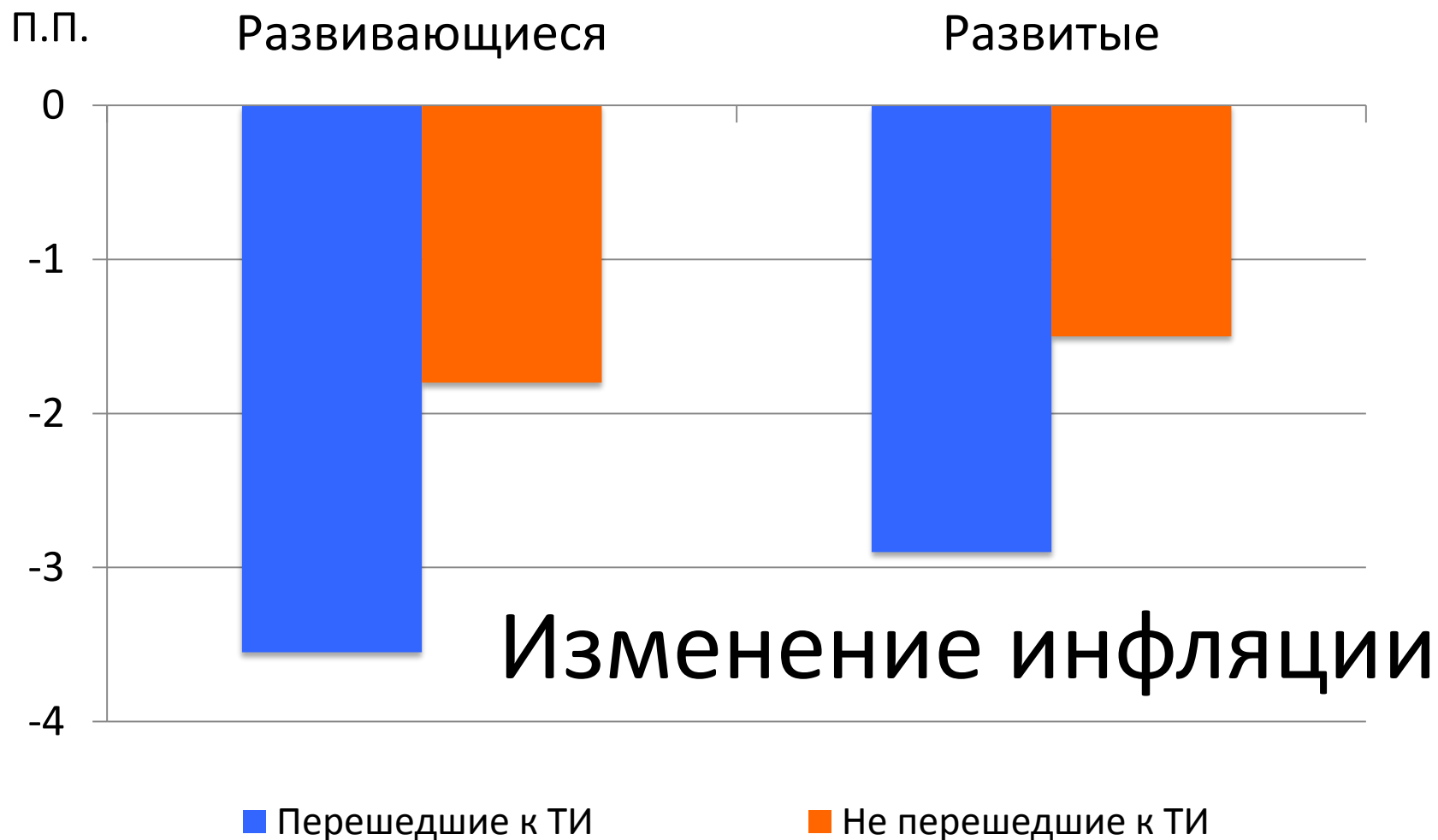
Результаты на основе сравнения средних

Темп прироста ВВП



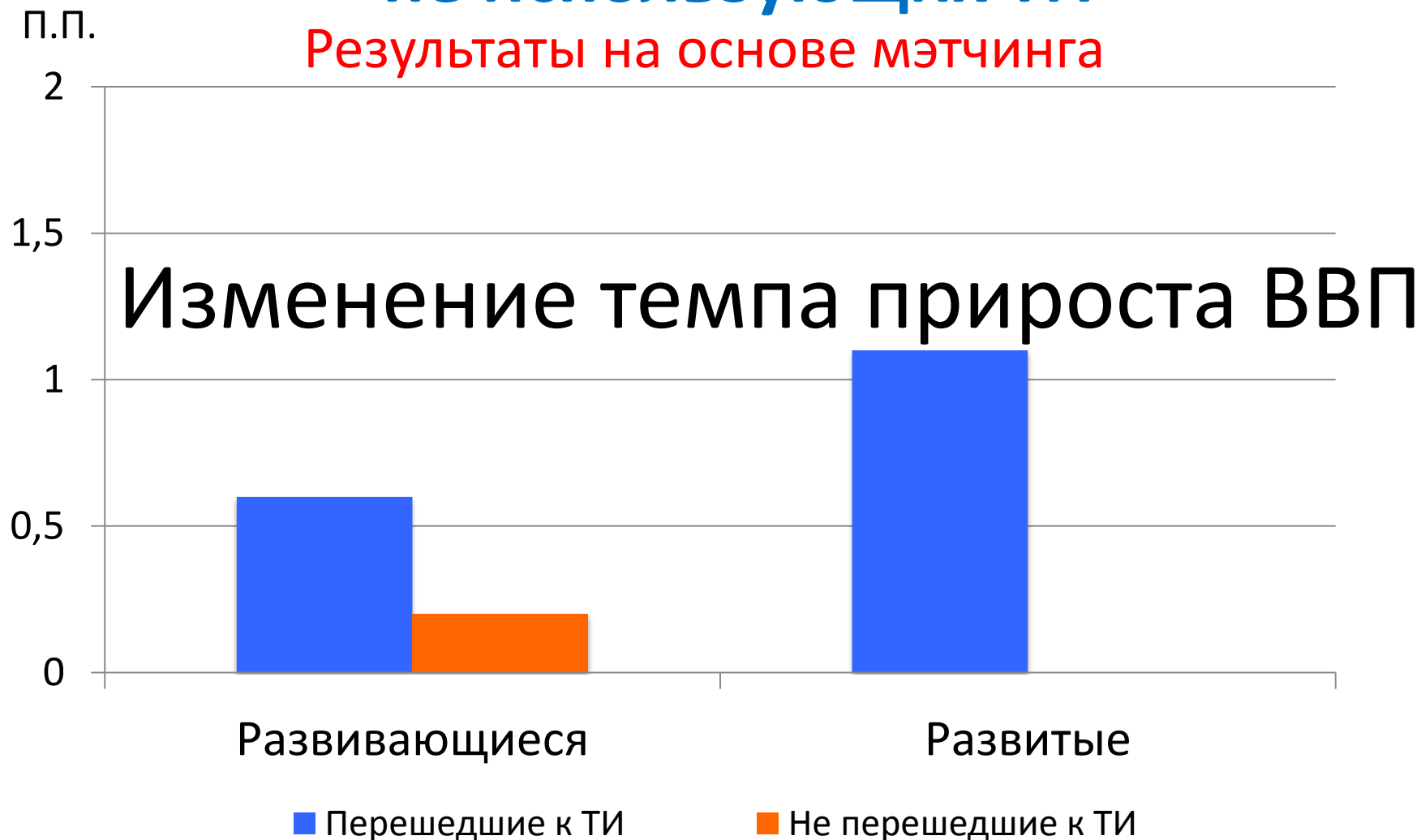
В странах, использующих ТИ, инфляция упала сильнее, чем в аналогичных странах, не использующих ТИ

Результаты на основе мэтчинга



В странах, использующих ТИ, ВВП растет быстрее, чем в аналогичных странах, не использующих ТИ

Результаты на основе мэтчинга



Реализация в эконометрическом пакете

Подключаемый пакет в программе R

<https://cran.r-project.org/web/packages/Matching/Matching.pdf>

Package 'Matching' February 19, 2015

Version 4.8-3.4 Date 2013/10/28

Multivariate and Propensity Score Matching with Balance
Optimization

Author Jasjeet Singh Sekhon

Литература

1. Angrist and Pischke, Mostly harmless econometrics. — Princeton University Press, 2009
2. Cameron and Trivedi, Microeconometrics. — Cambridge University Press, 2005