4.5. Спрос фирмы на денежные средства

Модель Баумоля–Тобина, позволяющая получить функцию спроса на кассовые остатки, может служить иллюстрацией теснейшей связи между спросом на деньги со стороны транзакций и со стороны активов. В рамках этой модели предполагается, что в распоряжение индивидуума в течение каждого, определенного периода времени поступает фиксированная денежная сумма. Экономический агент может получить процентный доход от размещения денег на сберегательном банковском счете или в ценных бумагах:

$$TR = \left(\frac{Y_n}{2} - \frac{Y_n}{2N}\right) i = \frac{Y_n(N-1)}{2N} i, \qquad (4.26)$$

где Y_n – доход, поступающий в начальный момент и полностью, равными частями расходуемый в течение данного периода, поэтому $\bar{Y} = \frac{Y_n - 0}{2} = \frac{Y_n}{2}$ – средний доход за анализируемый период; N – количество частей, на которые делится равномерно используемый доход, т.е. число снятий денег со счета в банке (или продаж ценных бумаг) в течение данного временного отрезка, другими словами, $M = \frac{Y_n}{N}$ – единовременно снимаемая со счета сумма денег. Поскольку данная сумма M полностью расходуется к моменту следующего получения денег, $\bar{M} = \frac{M+0}{2} = \frac{M}{2} = \frac{\bar{Y}}{N} = \frac{Y_n}{2N}$ – средняя сумма денег на руках экономического агента; $\bar{Y} - \bar{M} = \bar{Y} - \frac{\bar{Y}}{N} = \frac{Y_n(N-1)}{2N}$ – средняя величина остатков денежных средств на счете в банке (рис. 4.12).

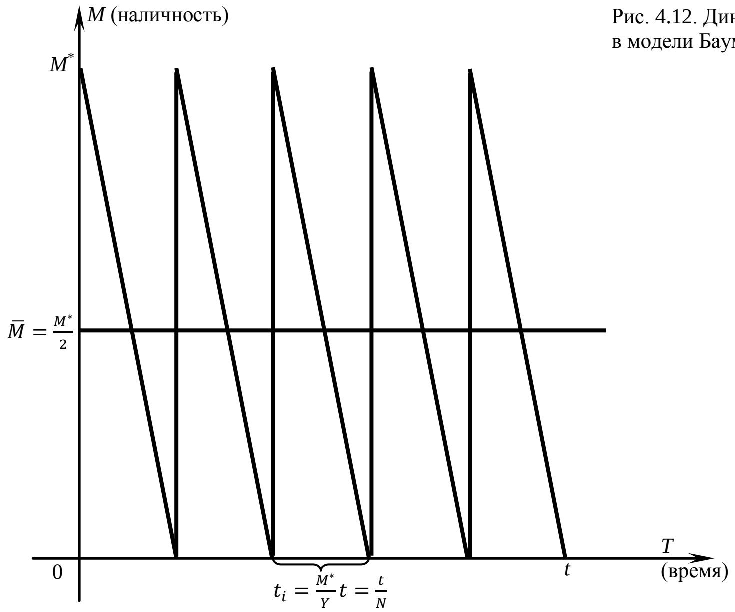


Рис. 4.12. Динамика поступления и расходования средств в модели Баумоля–Тобина

Данную разность можно получить, рассматривая последовательность снятий денег со счета экономическим агентом. Деньги снимаются со счета равномерно, суммами, равными Y_n/N. В конце периода с учетом объема и продолжительности хранения на счете денежной суммы выплачиваются простые проценты. Дольше всего, $(N-1)/N$ отчетного периода, на счете будет оставаться сумма в размере $Y_n - \frac{(N-1)Y_n}{N} = \frac{Y_n}{N}$. Она будет снята за $1/N$ до окончания срока расходования средств. На данную сумму будет начислен процент в размере $\left(Y_n - \frac{(N-1)Y_n}{N}\right)\frac{(N-1)}{N} i$. Сумма в размере $Y_n - \frac{(N-2)Y_n}{N} = \frac{2Y_n}{N}$ пролежит на счете $(N-2)/N$ отчетного периода, и на нее будет начислен процент $\left(Y_n - \frac{(N-2)Y_n}{N}\right)\frac{(N-2)}{N}i$. При расчете суммарных процентных начислений по данным двум денежным суммам необходимо сделать поправку для избежания двойного счета, поскольку проценты по первой из них составляют часть начислений по второй:

$$\left(Y_n - \frac{(N-2)Y_n}{N} - \frac{Y_n}{N}\right)\frac{(N-2)}{N}i + \left(Y_n - \frac{(N-1)Y_n}{N}\right)\frac{(N-1)}{N}i.$$

Рассуждая аналогичным образом, получаем суммарную величину начисленных процентов на остающиеся во вкладе сбережения[1]:

$$\begin{aligned}TR = {} & \left(Y_n - \frac{\big(N-(N-1)\big)Y_n}{N} - \frac{(N-2)Y_n}{N}\right)\frac{\big(N-(N-1)\big)}{N}i \\ & + \left(Y_n - \frac{\big(N-(N-2)\big)Y_n}{N} - \frac{(N-3)Y_n}{N}\right)\frac{\big(N-(N-2)\big)}{N}i + \cdots \\ & + \left(Y_n - \frac{(N-2)Y_n}{N} - \frac{Y_n}{N}\right)\frac{(N-2)}{N}i + \left(Y_n - \frac{(N-1)Y_n}{N}\right)\frac{(N-1)}{N}i \\ & = \frac{Y_n i}{N^2} + \frac{2Y_n i}{N^2} + \cdots + \frac{(N-2)Y_n i}{N^2} + \frac{(N-1)Y_n i}{N^2} = \frac{Y_n(N-1)}{2N}i.\end{aligned}$$

Допустим, что транзакционные издержки одного посещения банка (или брокерское вознаграждение), т.е. средние транзакционные издержки F, постоянны. Тогда общие транзакционные издержки пропорциональны числу посещений банка N:

$$TC_{\text{тр}} = FN. \tag{4.27}$$

С учетом (4.26) – (4.27) максимизация прибыли экономическим агентом будет выглядеть так:

$$\max_N PR = \max_N(TR - TC) = \max_N\left(\frac{Y_n(N-1)}{2N}i - FN\right).$$

Необходимое условие максимума функции прибыли – равенство нулю ее первой производной (рис. 4.13):

$$PR' = MR - MC = \frac{Y_n i}{2N^2} - F = 0.$$

Следовательно, оптимальное число снятий денег со счета составляет (рис. 4.13)[2]:

$$N^* = \sqrt{\frac{Y_n i}{2F}}. \tag{4.28}$$

Отсюда оптимальная величина средней суммы денег в виде наличности на руках у экономического агента равна:

$$\bar{M} = \sqrt{\frac{Y_n F}{2i}}. \tag{4.29}$$

Поскольку денежные средства, находящиеся на руках экономического агента, $\bar{M}$ могли бы оставаться в банке и приносить процентный доход, альтернативные издержки снятия денег со счета можно записать так: $TC_{\text{ал}} = \frac{Y_n}{2N}i$. Общие затраты по поддержанию

[1] Ср.: Дорошенко М.Е. Анализ неравновесных состояний и процессов в макроэкономических моделях. – М.: ТЕИС, 2000.

[2] Вторая производная функции прибыли отрицательна:

$$PR'' = -\frac{Y_n i}{N^3} < 0,$$

поэтому число снятий денег со счета (4.28) доставляет именно максимум прибыли.

достаточного объема денежной наличности определяются суммированием альтернативных и транзакционных издержек. С учетом (4.27) имеем:

$$TC = TC_{\text{ал}} + TC_{\text{тр}} = \frac{Y_n}{2N} i + FN. \qquad (4.30)$$

Оптимизацию поведения экономического агента можно трактовать не только в терминах максимизации прибыли, но и – минимизации издержек:

$$\min_N TC = \min_N \left(\frac{Y_n}{2N} i + FN \right).$$

Необходимое условие минимума функции издержек – равенство нулю ее первой производной (рис. 4.14):

$$TC' = -\frac{Y_n i}{2N^2} + F = 0,$$

откуда вытекает оптимальное число снятий денег с банковского счета[3] (4.28).

Рис. 4.13. Оптимальное количество снятий денег с точки зрения максимизации прибыли экономического агента в модели Баумоля–Тобина

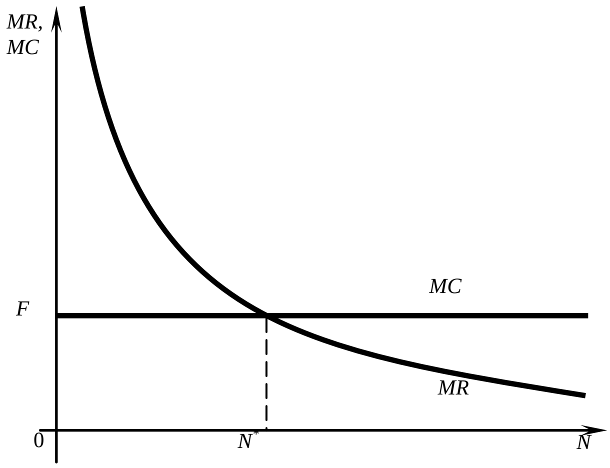
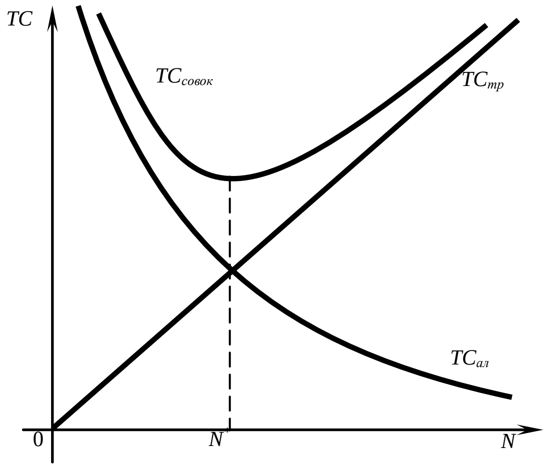


Рис. 4.14. Минимизация издержек, связанных с хранением наличности, в модели Баумоля–Тобина



У. Баумоль при построении модели использует альтернативный подход к определению функции издержек операций с наличной денежной массой[4]. В качестве искомой переменной он рассматривает сумму денег, конвертируемых в наличность M:

$$TC = \frac{M}{2} i + \frac{E}{M} F,$$

где $E = Y_n$ – общая сумма расходов, т.е. денежных средств, необходимых для поддержания текущих операций в течение данного периода. Здесь $N = \frac{E}{M}$ (рис. 4.12), т.е. $M = \frac{E}{N}$, откуда получаем выражение (4.30).

Для того чтобы минимизировать общие затраты, следуя трактовке У. Баумоля, дифференцируем их выражение по M и приравниваем производную, по необходимому условию экстремума, нулю:

---

[3] Рассчитав вторую производную функции издержек

$$TC'' = \frac{Y_n i}{N^3} > 0,$$

можно убедиться, что найденное значение N^* соответствует их минимальному, а не максимальному значению.

[4] Baumol W.J. The transactions demand for cash: an inventory theoretic approach // Quarterly journal of economics. 1952. Vol. 66. № 4.

$$\frac{\partial TC}{\partial M} = \frac{i}{2} - \frac{EF}{M^2} = 0.$$

Поэтому оптимальная сумма денег, снимаемая со счета, составляет:

$$M^* = \sqrt{\frac{2FE}{i}}, \qquad (4.31)$$

откуда с учетом равенства доходов и расходов ($E = Y_n$) приходим к величине спроса на наличность как средней денежной сумме, хранимой на руках[5] (4.29).

Полученная формула оптимальной величины денежной наличности (4.31), а значит, и (4.29) не изменятся, если допустить, чтобы среднее брокерское вознаграждение, или средние транзакционные издержки, содержали не только постоянную компоненту F, но и слагаемое, пропорциональное денежной сумме, конвертируемой в наличность. Другими словами, если брокерское вознаграждение, или транзакционные издержки, пропорционально не только количеству сделок по конвертации финансовых активов в наличность, но и общей сумме платежей, т.е. доходов и расходов экономического агента:

$$TC_{\text{тр}} = \frac{E}{M}(F + kM) = \frac{E}{M}F + kE.$$

[5] При построении теории спроса на деньги У. Баумоль опирался на разработанную в рамках логистики модель управления запасами (см.: Arrow K.J., Harris T., Marshak J. Optimal inventory policy // Econometrica. 1951. Vol. 19. № 3). Выражение (4.31) известно в логистике как формула оптимального заказа Уилсона (см.: Wilson R.H. A scientific routine for stock control // Harvard business review. 1934. Vol. 13). В соответствии с логикой модели Уилсона, оптимальный размер запасов будет соответствовать минимуму суммарных годовых затрат

$$TC = C_{\text{в}}\frac{D}{q} + C_{\text{п}}\bar{Q} = C_{\text{в}}\frac{D}{q} + C_{\text{п}}\frac{q}{2},$$

где q – размер заказа, D – годовой объем спроса на продукцию, $\bar{Q}$ – средняя величина запаса на складе, $C_{\text{в}}$ и $C_{\text{п}}$ – соответственно затраты на выполнение и поддержание запаса.

Приравнивая производную затрат по величине заказа нулю:

$$\frac{\partial TC}{\partial q} = -C_{\text{в}}\frac{D}{q^2} + \frac{C_{\text{п}}}{2} = 0,$$

получаем формулу Уилсона оптимального размера заказа:

$$q^* = \sqrt{2D\frac{C_{\text{в}}}{C_{\text{п}}}}.$$

Оптимальное время между заказами составит

$$t^* = \frac{q^*}{D}$$

при оптимальном количестве заказов в год

$$N^* = \frac{D}{q^*}.$$