3.3. Межвременной контекст потребительского спроса

Рассматривая взаимосвязь между структурой межвременных предпочтений, распределением потока доходов и расходов экономических агентов во времени, а также ставкой процента, И. Фишер сформулировал ставшую теперь классической модель межвременного потребительского выбора[1]:

$$\max_{C_1,C_2} U(C_1,C_2) :$$
$$C_1 + \frac{C_2}{1+i} = M_1 + \frac{M_2}{1+i}, \qquad (\mathrm{I}.1d)$$

где M_1, M_2 – доходы экономических агентов соответственно в базисном и отчетном периодах; C_1, C_2 – потребительские расходы в этих периодах в базисных ценах, т.е. в реальном выражении (3.6); i – ставка процента. Максимизация полезности здесь связана межвременным бюджетным ограничением, предполагающим равенство дисконтированных доходов и расходов.

Решая данную задачу связанной максимизации полезности, составляем функцию Лагранжа:

$$\mathfrak{L} = U(C_1,C_2) - \lambda\left(C_1 + \frac{C_2}{1+i} - M_1 - \frac{M_2}{1+i}\right).$$

Необходимые условия оптимума потребителя задаются системой:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial C_1} = \dfrac{\partial U}{\partial C_1} - \lambda = 0, \\ \dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial C_2} = \dfrac{\partial U}{\partial C_2} - \dfrac{\lambda}{1+i} = 0, \\ \dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \lambda} = C_1 + \dfrac{C_2}{1+i} - M_1 - \dfrac{M_2}{1+i} = 0; \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} MU_1 = \lambda, \\ MU_2 = \dfrac{\lambda}{1+i}, \\ C_1 + \dfrac{C_2}{1+i} = M_1 + \dfrac{M_2}{1+i}; \end{cases}$$

из которой делением первого равенства на второе получаем, что соотношение предельных полезностей текущего и будущего потребления равняется темпу роста финансовых средств:

$$\frac{MU_1}{MU_2} = 1 + i.$$

Рассчитав полную производную межвременной функции полезности вдоль кривой безразличия

$$dU|_{U=const} = \frac{\partial U}{\partial C_1} dC_1 + \frac{\partial U}{\partial C_2} dC_2 = 0,$$

получаем, что отношение предельных полезностей текущего и будущего потребления равняется предельной норме межвременного замещения потребительских расходов, т.е. стоимости добавочного будущего потребления, необходимого для компенсации человеку, отказывающемуся от дополнительной единицы расходов на текущее потребление.

[1] Здесь, как и ранее, предполагается внутренний оптимум: $C_1 > 0$, $C_2 > 0$.

Таким образом, выбор домохозяйств между текущим и будущим потреблением подчиняется следующему общему условию (рис. 3.4 – 3.5):

$$MRS_{12} \equiv -\frac{dC_2}{dC_1}\bigg|_{U=const} = \frac{\partial U/\partial C_1}{\partial U/\partial C_2} = \frac{MU_1}{MU_2} = 1 + i. \quad (3.9)$$

В задаче межвременного выбора величина ставки процента представляет собой относительную (альтернативную) стоимость текущего потребления по отношению к будущему, т.е. стоимость времени.

По определению, сбережения каждого периода времени представляют собой непотребленный доход:

$$S_1 \equiv M_1 - C_1, S_2 \equiv M_2 - C_2. \quad (3.10)$$

С учетом межвременного бюджетного ограничения получаем равенство

$$S_1 = -\frac{M_2 - C_2}{1 + i}.$$

Итак, возросшие на процентную ставку сбережения первого периода потребляются во втором: $S_1(1 + i) = -S_2$.

Возможна двоякая трактовка эффектов дохода и богатства в межвременном контексте: с точки зрения будущей ценности текущих расходов и дохода либо текущей ценности будущего дохода и потребления индивидуума (рис. 3.4 – 3.5). Рассмотрим первую альтернативу. При изменении ставки процента эффект дохода (IE_1) будет отражен переходом с бюджетного ограничения № 3 на бюджетное ограничение № 4′, описываемое уравнением $(1 + i_2)C_1 + C_2 = (1 + i_1)M_1 + M_2$, в котором величина расходов оценивается по старой ставке процента, что элиминирует эффект богатства, а потребительские расходы – по новой, возросшей ставке. При увеличении ставки процента покупательная способность дохода индивидуума будет снижаться, поскольку его текущие потребительские расходы, приведенные к будущему периоду, возрастают. Но за счет эффекта богатства (WE_1) индивидуум разбогатеет, поскольку возрастет и его текущий доход, приведенный к будущему периоду. Это отразится в переходе с бюджетного ограничения № 4′ на более высокое второе бюджетное ограничение, характеризуемое уравнением[2] $(1 + i_2)C_1 + C_2 = (1 + i_2)M_1 + M_2$.

Если индивидуум является заемщиком текущего периода, то эффект дохода перевесит эффект богатства, поскольку для такого экономического агента более важно изменение покупательной способности, нежели будущей стоимости текущего дохода; и в случае роста процентной ставки для него второе бюджетное ограничение будет лежать ниже третьего (рис. 3.4). Противоположная картина будет характеризовать случай кредитора текущего периода, для которого, наоборот, эффект богатства перевесит эффект дохода, поэтому при увеличении процентной ставки второе бюджетное ограничение окажется выше, чем третье (рис. 3.5).

Если оценивать эффекты дохода (IE_2) и богатства (WE_2) с точки зрения должника либо рантье будущего периода, когда требуется оценить текущую ценность будущих денежных средств, то соотношение между данными эффектами будет противоположным. Бюджетное ограничение №4″, в котором исключается эффект богатства, будет вы-

[2] В первоначальном бюджетном ограничении (№ 1) стоимость текущих доходов и расходов приводится к будущему периоду в соответствии с исходным уровнем процентной ставки ($(1 + i_1)C_1 + C_2 = (1 + i_1)M_1 + M_2$). Эффект замещения на рис. 3.4 – 3.5 трактуется в соответствии с подходом Хикса. Бюджетная линия № 3 подразумевает изменение величины расходов потребителя, оцениваемых по новой, изменившейся ставке процента, по сравнению с конечным уровнем, зафиксированным ограничением № 2.

глядеть так: $C_1 + \frac{C_2}{1+i_2} = M_1 + \frac{M_2}{1+i_1}$. В условиях повышения процентной ставки при переходе с бюджетного ограничения № 4″ на вторую линию человек беднеет, поскольку его будущий доход приводится к текущему времени по более высокой ставке процента; таким образом, эффект богатства для него оказывается отрицательным. При этом на должника будущего периода эффект дохода подействует меньше, чем эффект богатства, поскольку для данного индивидуума объем покупок товаров оказывается меньше располагаемого дохода в реальном выражении в будущем периоде; и второе бюджетное ограничение окажется ниже третьего (рис. 3.4). Противоположный по знаку чистый эффект дохода характеризует рантье будущего периода (рис. 3.5).

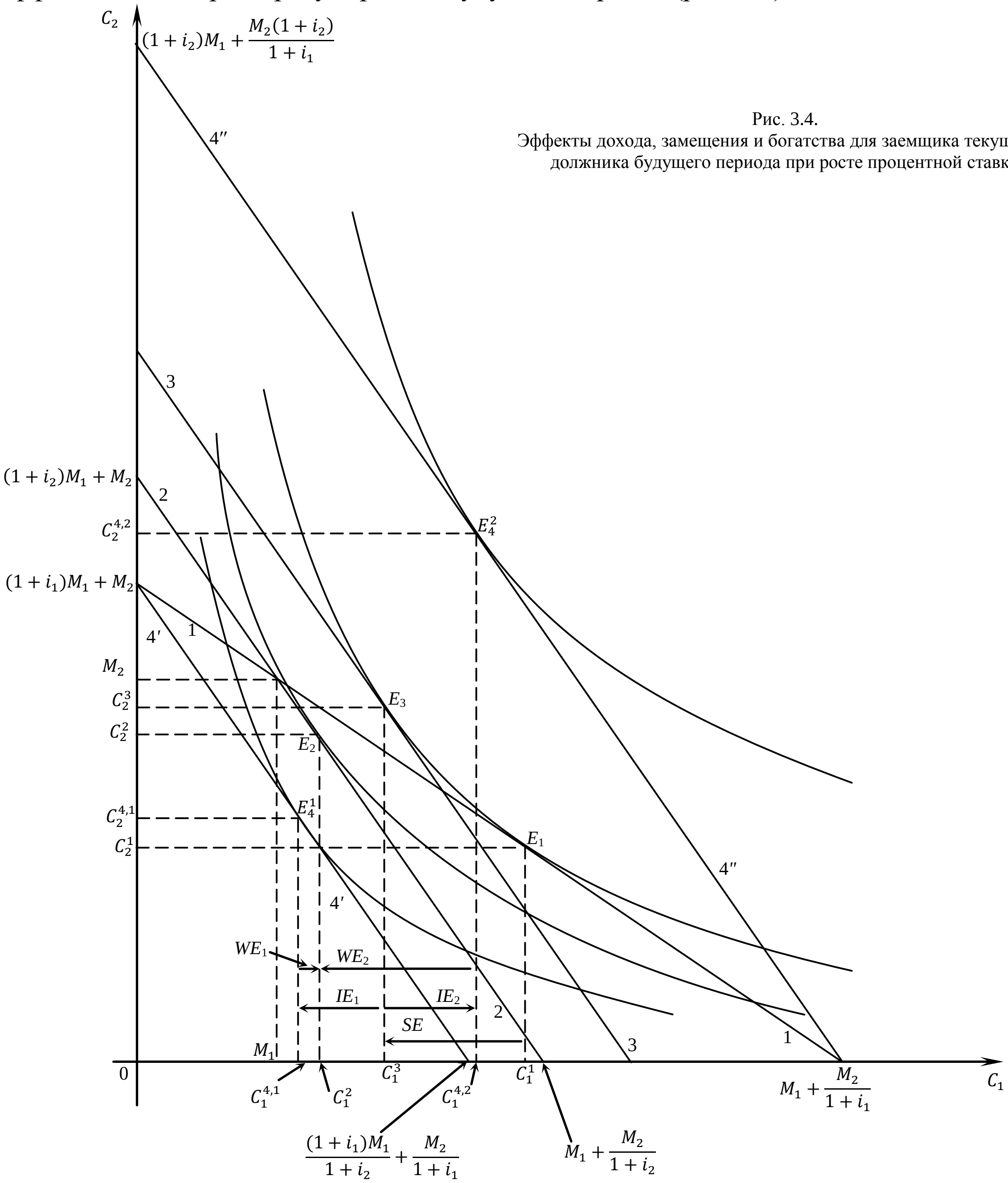


Рис. 3.4.
Эффекты дохода, замещения и богатства для заемщика текущего – должника будущего периода при росте процентной ставки

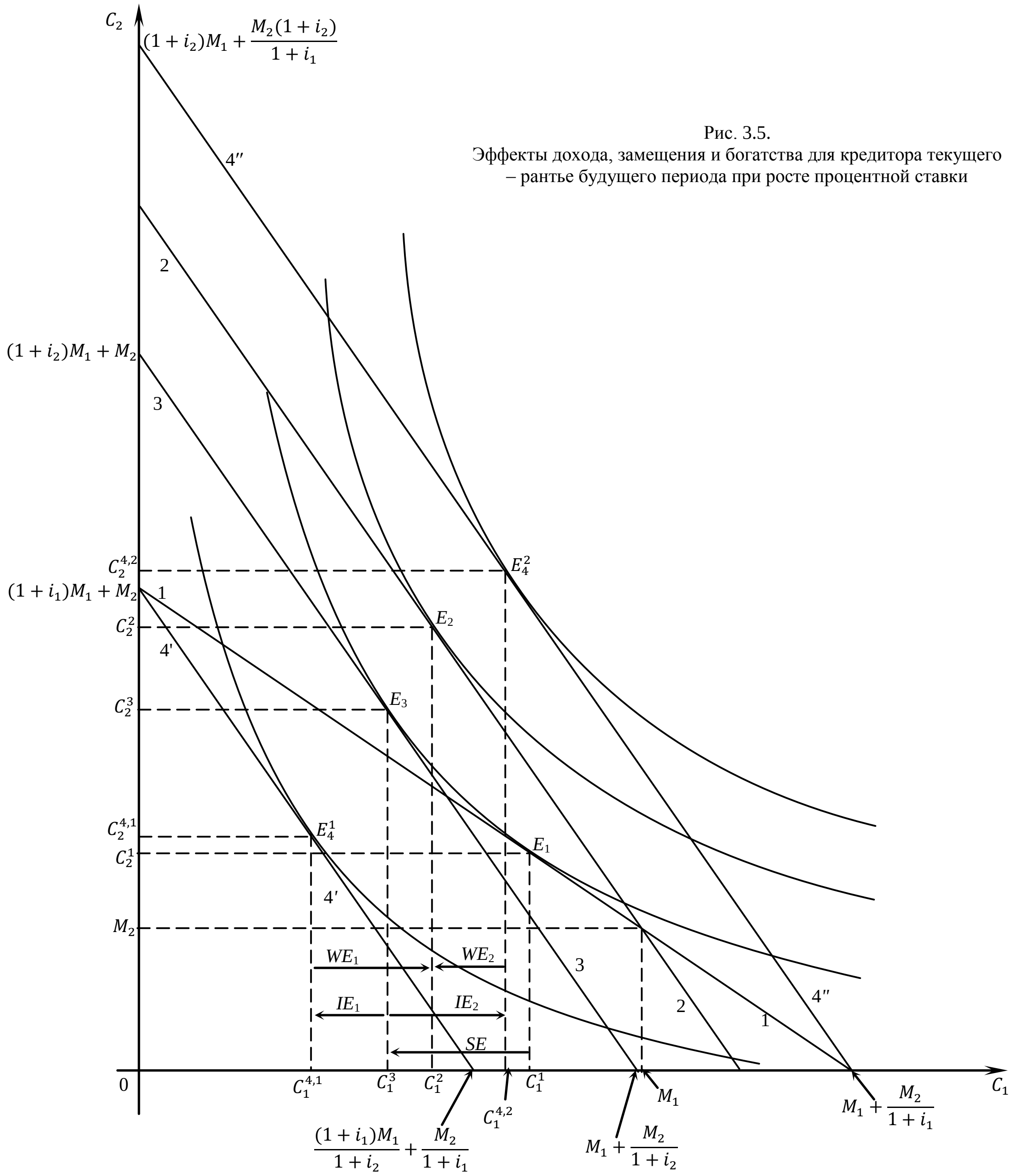


Рис. 3.5.
Эффекты дохода, замещения и богатства для кредитора текущего – рантье будущего периода при росте процентной ставки

Решая задачу межвременного выбора (I.1d), каждый потребитель определяет для себя маршаллианские функции спроса на текущее и будущее потребление:

$$C_1 = C_1^m(M_1, M_2, i),\ C_2 = C_2^m(M_1, M_2, i). \tag{3.11}$$

Подставляя их в тождество сбережений (3.10), получаем функции предложения сбережений: $S_1 = M_1 - C_1^m(M_1, M_2, i) = S_1(M_1, M_2, i)$, $S_2 = M_2 - C_2^m(M_1, M_2, i) = S_2(M_1, M_2, i)$. Традиционная функция спроса представляет собой убывающую зависимость объемов потребительских товаров от их цены, роль которой в данном случае играет процентная ставка. В таком случае функция сбережений будет являться их возрастающей зависимостью от ставки процента.

Пример 3.4. Потребительский спрос и предложение сбережений для предпочтений Кобба–Дугласа

Если полезность потребителя описывается зависимостью Кобба–Дугласа вида $U = \sqrt[3]{C_1 C_2}$, то по эквимаржинальному принципу (3.9) $\frac{C_1}{C_2} = 1 + i$, а значит, функция спроса на текущее потребление будет иметь вид:

$$C_1 = \frac{M_1}{2} + \frac{M_2}{2(1+i)}. \qquad (\text{П}3.4.1)$$

Используя определение сбережений (3.10), получаем функцию их предложения в текущем периоде:

$$S_1 = \frac{M_1}{2} - \frac{M_2}{2(1+i)}. \qquad (\text{П}3.4.2)$$

Рассмотрим модель, лежащую в основе концепции «жизненного цикла» сбережений Ф. Модильяни, которая предполагает конечную продолжительность жизни домохозяйства (индивидуума). Ключевой предпосылкой здесь является однородность первой степени межвременной функции полезности по объемам потребления в разных периодах (1.13), а именно, $f(\alpha C_1, \alpha C_2) = \alpha^\gamma f(C_1, C_2)$, т.е. она представима в виде $\frac{1}{\alpha^\gamma} f(\alpha C_1, \alpha C_2) = f(C_1, C_2)$.

Пусть $\alpha = \frac{1}{C_1}$, тогда $\frac{U}{C_1^\gamma} = \frac{1}{C_1^\gamma} f(C_1, C_2) = f\left(1, \frac{C_2}{C_1}\right) = f\left(\frac{1}{\frac{C_1}{C_2}}\right)$. Аналогично, если взять $\alpha = \frac{1}{C_2}$, то $\frac{U}{C_2^\gamma} = \frac{1}{C_2^\gamma} f(C_1, C_2) = f\left(\frac{C_1}{C_2}, 1\right) = f\left(\frac{C_1}{C_2}\right)$. Итак, в силу предположения о линейной однородности функцию полезности можно записать в следующем виде:

$$U = C_1^\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) = C_2^\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}\right). \qquad (3.12)$$

Продифференцируем полученную функцию по C_1:

$$\frac{\partial U}{\partial C_1} = \gamma C_1^{\gamma-1} f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) + C_1^\gamma \frac{\partial f(C_2/C_1)}{\partial C_1} = C_1^{\gamma-1}\left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) + C_1 \frac{\partial f(C_2/C_1)}{\partial (C_2/C_1)} \frac{\partial (C_2/C_1)}{\partial C_1}\right)$$
$$= C_1^{\gamma-1}\left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \frac{\partial f(C_2/C_1)}{\partial (C_2/C_1)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_1}\right)\right).$$

Аналогично дифференцируя (3.12) по C_2, получаем:

$$\frac{\partial U}{\partial C_2} = C_2^{\gamma-1}\left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f(C_1/C_2)}{\partial (C_1/C_2)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_2}\right)\right).$$

Следовательно,

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = \left(\frac{\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \frac{\partial f(C_2/C_1)}{\partial (C_2/C_1)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_1}\right)}{\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f(C_1/C_2)}{\partial (C_1/C_2)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_2}\right)}\right)\left(\frac{C_1}{C_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Таким образом, данное отношение предельных полезностей, равное в точке оптимума $1 + i$, зависит только от соотношения C_1/C_2:

$$MRS_{12} = \frac{\partial U/\partial C_1}{\partial U/\partial C_2} = g\left(\frac{C_1}{C_2}\right) = 1 + i.$$

Поскольку $\frac{\partial U/\partial C_1}{\partial U/\partial C_2} \neq const$, производная $g(\cdot)$ отлична от нуля, а значит, по теореме об обратной функции[3], существует $\frac{C_1}{C_2} = g^{-1}(1+i) = k$, или $C_2 = \frac{C_1}{k}$, где коэффициент k зависит от ставки процента, межвременных предпочтений и возраста индивидуума.

Значит, межвременное бюджетное ограничение принимает вид:

$$C_1 + \frac{C_1}{(1+i)k} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i},$$

или

$$C_1 = \frac{Y_1(1+i)k}{(1+i)k+1} + \frac{Y_2^e k}{(1+i)k+1},$$

где Y_2^e – ожидаемый доход во втором периоде.

При этом $\frac{C_2}{1+i} = Y_1 - C_1 + \frac{Y_2}{1+i} = S_1 + \frac{Y_2}{1+i}$, или $C_2 = S_1(1+i) + Y_2$, т.е. потребление во втором периоде равно доходу данного периода, увеличенному на активы, накопленные в первом периоде $A_1 = S_1$, возросшие на ставку процента.

Полученные результаты можно обобщить применительно к случаю произвольного числа временны́х отрезков. Допустим, таких периодов три. Аналогично рассуждениям, проведенным выше, имеем:

$$U = C_1^{\gamma} f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right) = C_2^{\gamma} f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right) = C_3^{\gamma} f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right). \quad (3.13)$$

Дифференцируя (3.13) по C_1, получаем:

$$\frac{\partial U}{\partial C_1} = \gamma C_1^{\gamma-1} f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right) + C_1^{\gamma}\left(\frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_1}\right)} \frac{\partial\left(\frac{C_2}{C_1}\right)}{\partial C_1} + \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_3}{C_1}\right)} \frac{\partial\left(\frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial C_1}\right)$$

$$= C_1^{\gamma-1}\left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_1}\right)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_3}{C_1}\right)} \cdot \left(\frac{C_3}{C_1}\right)\right).$$

Аналогично рассчитаем производную (3.13) по C_2 и C_3:

$$\frac{\partial U}{\partial C_2} = C_2^{\gamma-1}\left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_2}\right)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_3}{C_2}\right)} \cdot \left(\frac{C_3}{C_2}\right)\right);$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_3} = C_3^{\gamma-1}\left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_3}\right)} \cdot \left(\frac{C_1}{C_3}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_3}\right)} \cdot \left(\frac{C_2}{C_3}\right)\right).$$

---

[3] Теорема об обратной функции утверждает, что если для функции $x_2 = h(x_1)$ $\frac{dx_2}{dx_1} \neq 0$, то существует обратная функция $x_1 = h^{-1}(x_2)$, причем

$$\frac{dx_1}{dx_2} = 1/\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right).$$

Данное утверждение является следствием теоремы о неявной функции.

Следовательно,

$$MRS_{12} = \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = \left(\frac{\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_1}\right)}\left(\frac{C_2}{C_1}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1}, \frac{C_3}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_3}{C_1}\right)}\left(\frac{C_3}{C_1}\right)}{\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_2}\right)}\left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_3}{C_2}\right)}\left(\frac{C_3}{C_2}\right)} \right)\left(\frac{C_1}{C_2}\right)^{\gamma-1} = g_1\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_2}{C_3}, \frac{C_3}{C_1}\right) = 1 + i;$$

$$MRS_{23} = \frac{\frac{\partial U}{\partial C_2}}{\frac{\partial U}{\partial C_3}} = \left(\frac{\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_2}\right)}\left(\frac{C_1}{C_2}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_3}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_3}{C_2}\right)}\left(\frac{C_3}{C_2}\right)}{\gamma f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_3}\right)}\left(\frac{C_1}{C_3}\right) - \frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_3}, \frac{C_2}{C_3}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_3}\right)}\left(\frac{C_2}{C_3}\right)} \right)\left(\frac{C_2}{C_3}\right)^{\gamma-1} = g_2\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{C_2}{C_3}, \frac{C_3}{C_1}\right) = 1 + i.$$

Поскольку $\frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{\frac{C_2}{C_3} \cdot \frac{C_3}{C_1}}$, получаем систему из двух неявных функций трех переменных:

$$\begin{cases} MRS_{12} = g_1\left(\frac{C_2}{C_3}, \frac{C_3}{C_1}\right) = 1 + i, \\ MRS_{23} = g_2\left(\frac{C_2}{C_3}, \frac{C_3}{C_1}\right) = 1 + i. \end{cases}$$

По теореме о неявной функции[4], поскольку $MRS_{ij} \neq const$, постольку $\frac{C_2}{C_3} = h_1\left(\frac{C_3}{C_1}, i\right) = h_2\left(\frac{C_3}{C_1}, i\right)$. Еще раз применяя к данному равенству теорему о неявной функции $\left(\frac{C_2}{C_3} \neq 0\right)$, получаем $\frac{C_3}{C_1} = k_1(i)$, значит, $C_3 = k_1 C_1$. Отсюда $\frac{C_2}{C_3} = h_1(k_1(i), i) = k_2(i)$, т.е.

$$C_2 = k_2 C_3, \tag{3.14}$$

следовательно, $C_2 = k_1 k_2 C_1$.

Межвременное бюджетное ограничение $C_1 + \frac{C_2}{1+i} + \frac{C_3}{(1+i)^2} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \frac{Y_3}{(1+i)^2}$ принимает вид:

$$C_1 + \frac{k_1 k_2 C_1}{1+i} + \frac{k_1 C_1}{(1+i)^2} = C_1\left(1 + \frac{k_1 k_2}{1+i} + \frac{k_1}{(1+i)^2}\right) = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \frac{Y_3}{(1+i)^2},$$

или

$$C_1 = \frac{Y_1}{1 + \frac{k_1 k_2}{1+i} + \frac{k_1}{(1+i)^2}} + \frac{Y_2}{1 + i + k_1 k_2 + \frac{k_1}{1+i}} + \frac{Y_3}{(1+i)^2 + (1+i)k_1 k_2 + k_1}$$
$$= \frac{(1+i)^2 Y_1 + (1+i)Y_2^e + Y_3^e}{(1+i)^2 + (1+i)k_1 k_2 + k_1},$$

где Y_2^e и Y_3^e – ожидаемые уровни дохода во втором и третьем периодах.

---

[4] Теорема о неявной функции $F(x_1, x_2) = 0$, с нулевым полным дифференциалом

$$dF = \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial F}{\partial x_i} dx_i = 0$$

утверждает, что если $\frac{\partial F}{\partial x_i} \neq 0$, то локально существует функция $x_2 = h(x_1)$, причем

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial F}{\partial x_1} \Big/ \frac{\partial F}{\partial x_2}.$$

Аналогично на основе (3.14) можно исключить из бюджетного ограничения объем потребления третьего периода: $\frac{C_2}{1+i}+\frac{C_2}{(1+i)^2k_2}=Y_1-C_1+\frac{Y_2}{1+i}+\frac{Y_3}{(1+i)^2}$, или в терминах сбережений: $C_2\big((1+i)k_2+1\big)=(1+i)^2k_2S_1+(1+i)k_2Y_2+k_2Y_3$. В итоге получаем потребительскую функцию промежуточного периода, аргументами которой являются $A_1\equiv S_1$ – активы, накопленные на первом временно́м интервале, Y_2 – доход текущего периода, Y_3^e – ожидаемый доход в будущем:

$$C_2=\frac{(1+i)^2k_2}{1+(1+i)k_2}A_1+\frac{(1+i)k_2}{1+(1+i)k_2}Y_2+\frac{k_2}{1+(1+i)k_2}Y_3^e.$$

Пример 3.5. Потребительская функция в модели «жизненного цикла» сбережений при предпочтениях Кобба–Дугласа

Пусть межвременная функция полезности имеет вид $U=\sqrt{C_1C_2C_3}$. Выпишем функцию Лагранжа: $\mathfrak{L}=\sqrt{C_1C_2C_3}-\lambda\left(C_1+\frac{C_2}{1+i}+\frac{C_3}{(1+i)^2}-Y_1-\frac{Y_2}{1+i}-\frac{Y_3}{(1+i)^2}\right)$. Необходимые условия экстремума межвременной полезности будут выглядеть так:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial U}{\partial C_1}=\lambda,\\ \dfrac{\partial U}{\partial C_2}=\dfrac{\lambda}{1+i},\\ \dfrac{\partial U}{\partial C_3}=\dfrac{\lambda}{(1+i)^2},\\ C_1+\dfrac{C_2}{1+i}+\dfrac{C_3}{(1+i)^2}=Y_1+\dfrac{Y_2}{1+i}+\dfrac{Y_3}{(1+i)^2}.\end{cases}$$

Следовательно, $MRS_{23}=\frac{C_3}{C_2}=1+i$, т.е. $C_2=\frac{C_3}{1+i}$. Таким образом, используя межвременное бюджетное ограничение, с учетом определения сбережений (3.10) можно выписать следующую зависимость расходов потребителя во втором периоде от накопленных активов, фактического и ожидаемого дохода:

$$C_2=\frac{A_1(1+i)}{2}+\frac{Y_2}{2}+\frac{Y_3^e}{2(1+i)}.$$

Индуктивно проведенный выше анализ можно распространить на случай произвольного количества (T) периодов. При этом соотношение (3.13) превращается в следующее:

$$U=C_1^{\gamma}f\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)=\dots=C_T^{\gamma}f\left(\frac{C_1}{C_T},\dots,\frac{C_{T-1}}{C_T}\right). \tag{3.15}$$

Дифференцируя (3.15) по C_t, $t=1,\dots,T$, получаем градиент функции полезности:

$$\frac{\partial U}{\partial C_1}=C_1^{\gamma-1}\left(\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)-\frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_1}\right)}\left(\frac{C_2}{C_1}\right)-\dots-\frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_T}{C_1}\right)}\left(\frac{C_T}{C_1}\right)\right),$$

$$\dots$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_T}=C_T^{\gamma-1}\left(\gamma f\left(\frac{C_1}{C_T},\dots,\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)-\frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_T},\dots,\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_T}\right)}\left(\frac{C_1}{C_T}\right)-\dots-\frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_T},\dots,\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}{\partial\left(\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}\left(\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)\right).$$

Следовательно:

$$MRS_{12}=\frac{\partial U/\partial C_1}{\partial U/\partial C_2}=\left(\frac{\gamma f\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)-\frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_2}{C_1}\right)}\left(\frac{C_2}{C_1}\right)-\dots-\frac{\partial f\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)}{\partial\left(\frac{C_T}{C_1}\right)}\left(\frac{C_T}{C_1}\right)}{\gamma f\left(\frac{C_1}{C_2},\dots,\frac{C_T}{C_2}\right)-\frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2},\dots,\frac{C_T}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_2}\right)}\left(\frac{C_1}{C_2}\right)-\dots-\frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_2},\dots,\frac{C_T}{C_2}\right)}{\partial\left(\frac{C_T}{C_2}\right)}\left(\frac{C_T}{C_2}\right)}\right)\left(\frac{C_1}{C_2}\right)^{\gamma-1};$$

$$\dots$$

$$MRS_{T-1,T}=\frac{\partial U/\partial C_{T-1}}{\partial U/\partial C_T}$$
$$=\left(\frac{\gamma f\left(\frac{C_1}{C_{T-1}},\dots,\frac{C_T}{C_{T-1}}\right)-\frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_{T-1}},\dots,\frac{C_T}{C_{T-1}}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_{T-1}}\right)}\left(\frac{C_1}{C_{T-1}}\right)-\dots-\frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_{T-1}},\dots,\frac{C_T}{C_{T-1}}\right)}{\partial\left(\frac{C_T}{C_{T-1}}\right)}\left(\frac{C_T}{C_{T-1}}\right)}{\gamma f\left(\frac{C_1}{C_T},\dots,\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)-\frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_T},\dots,\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}{\partial\left(\frac{C_1}{C_T}\right)}\left(\frac{C_1}{C_T}\right)-\dots-\frac{\partial f\left(\frac{C_1}{C_T},\dots,\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}{\partial\left(\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}\left(\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)}\right)\left(\frac{C_{T-1}}{C_T}\right)^{\gamma-1}.$$

Получаем следующую систему необходимых условий максимизации межвременной функции полезности:

$$\begin{cases}MRS_{12}=g_1^0\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1};\frac{C_3}{C_2},\dots,\frac{C_T}{C_2}\right)=1+i;\\ MRS_{23}=g_2^0\left(\frac{C_1}{C_2},\frac{C_3}{C_2},\dots,\frac{C_T}{C_2};\frac{C_1}{C_3},\frac{C_4}{C_3},\dots,\frac{C_T}{C_3}\right)=1+i;\\ \dots\\ MRS_{T-3,T-2}=g_{T-3}^0\left(\frac{C_1}{C_{T-3}},\dots,\frac{C_{T-4}}{C_{T-3}},\frac{C_{T-2}}{C_{T-3}},\frac{C_{T-1}}{C_{T-3}},\frac{C_T}{C_{T-3}};\frac{C_1}{C_{T-2}},\dots,\frac{C_{T-4}}{C_{T-2}},\frac{C_{T-1}}{C_{T-2}},\frac{C_T}{C_{T-2}}\right)=1+i;\\ MRS_{T-2,T-1}=g_{T-2}^0\left(\frac{C_1}{C_{T-2}},\dots,\frac{C_{T-3}}{C_{T-2}},\frac{C_{T-1}}{C_{T-2}},\frac{C_T}{C_{T-2}};\frac{C_1}{C_{T-1}},\dots,\frac{C_{T-3}}{C_{T-1}},\frac{C_T}{C_{T-1}}\right)=1+i;\\ MRS_{T-1,T}=g_{T-1}^0\left(\frac{C_1}{C_{T-1}},\dots,\frac{C_{T-2}}{C_{T-1}},\frac{C_T}{C_{T-1}};\frac{C_1}{C_T},\dots,\frac{C_{T-3}}{C_T},\frac{C_{T-2}}{C_T}\right)=1+i.\end{cases}$$

Заметим, что

$$\frac{C_2}{C_1}\cdot\frac{C_3}{C_2}=\frac{C_3}{C_1},\dots,\frac{C_2}{C_1}\cdot\frac{C_T}{C_2}=\frac{C_T}{C_1}. \tag{3.16}$$

Значит,

$$MRS_{12}=g_1^0\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right).$$

Аналогично:

$$\frac{C_3}{C_2}\cdot\frac{C_4}{C_3}=\frac{C_4}{C_2},\dots,\frac{C_3}{C_2}\cdot\frac{C_T}{C_3}=\frac{C_T}{C_2}. \tag{3.17}$$

Применяя затем к (3.17) процедуру (3.16), делаем вывод о том, что

$$MRS_{23}=g_2^0\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right).$$

Сделаем теперь индукционный переход. Допустим, такая логика была применена еще $(T-6)$ раз, тем самым получено, что

$$MRS_{T-4,T-3}=g_{T-4}^0\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right).$$

Отметим, что:

$$\frac{C_{T-2}}{C_{T-3}}\cdot\frac{C_1}{C_{T-2}}=\frac{C_1}{C_{T-3}},\cdots,\frac{C_{T-2}}{C_{T-3}}\cdot\frac{C_{T-4}}{C_{T-2}}=\frac{C_{T-4}}{C_{T-3}},\frac{C_{T-2}}{C_{T-3}}\cdot\frac{C_{T-1}}{C_{T-2}}=\frac{C_{T-1}}{C_{T-3}},\frac{C_{T-2}}{C_{T-3}}\cdot\frac{C_T}{C_{T-2}}=\frac{C_T}{C_{T-3}}. \quad (3.18)$$

Применяя к (3.18) последовательно аналогичные предыдущие $(T-4)$ процедуры в порядке их убывания, приходим к выводу о том, что

$$MRS_{T-3,T-2}=g^0_{T-3}\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right).$$

Далее:

$$\frac{C_{T-1}}{C_{T-2}}\cdot\frac{C_1}{C_{T-1}}=\frac{C_1}{C_{T-2}},\dots,\frac{C_{T-1}}{C_{T-2}}\cdot\frac{C_{T-3}}{C_{T-1}}=\frac{C_{T-2}}{C_{T-2}},\frac{C_{T-1}}{C_{T-2}}\cdot\frac{C_T}{C_{T-1}}=\frac{C_T}{C_{T-2}}. \quad (3.19)$$

Применяя к (3.19) процедуру (3.18), а потом последовательно аналогичные предыдущие $(T-4)$ процедуры в порядке их убывания, приходим к выводу о том, что

$$MRS_{T-2,T-1}=g^0_{T-2}\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right).$$

Наконец:

$$\frac{C_T}{C_{T-1}}\cdot\frac{C_1}{C_T}=\frac{C_1}{C_{T-1}},\dots,\frac{C_T}{C_{T-1}}\cdot\frac{C_{T-3}}{C_T}=\frac{C_{T-3}}{C_{T-1}}. \quad (3.20)$$

Применяя к (3.20) процедуры (3.19), (3.18), затем последовательно аналогичные предыдущие $(T-4)$ процедуры в порядке их убывания, приходим к выводу о том, что

$$MRS_{T-1,T}=g^0_{T-1}\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right).$$

Получаем систему из $(T-1)$ неявных функций T переменных:

$$\begin{cases} MRS_{12}=g^0_1\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)=1+i, \\ \dots \\ MRS_{T-1,T}=g^0_{T-1}\left(\frac{C_2}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1}\right)=1+i. \end{cases}$$

По теореме о неявной функции, поскольку $MRS_{ij}\neq const$, $i=1,\dots,T-1, j=i+1$, получаем:

$$\frac{C_2}{C_1}=g^1_1\left(\frac{C_3}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1},i\right)=\dots=g^1_{T-2}\left(\frac{C_3}{C_1},\dots,\frac{C_T}{C_1},i\right).$$

Далее, последовательно применяя $(T-2)$ раз теорему о неявной функции $\left(\frac{C_t}{C_1}\neq 0, t=3,\dots,T\right)$, получаем $\frac{C_T}{C_1}=k_{T1}(i)$, значит, $C_T=k_{T1}C_1$. Отсюда

$$\frac{C_{T-1}}{C_1}=g^{T-2}_1(k_{T1}(i),i)=k_{T-1,1}(i),\cdots,\frac{C_2}{C_1}=g^1_1(k_{31}(i),\dots,k_{T1}(i),i)=k_{21}(i);$$

т.е.

$$C_{T-1}=k_{T-1,1}C_1,\cdots,C_2=k_{21}C_1,$$

или

$$C_1=\frac{C_{T-1}}{k_{T-1,1}}=\cdots=\frac{C_2}{k_{21}}. \quad (3.21)$$

Равенства (3.21) позволяют получить соотношения между объемами потребления любых двух периодов:

$$C_i=\frac{k_{i1}}{k_{j1}}C_j=k_{ij}C_j, i,j=\{1,\dots,T\}.$$

В частности, выразим в межвременном бюджетном ограничении потребление всех периодов через расходы в первоначальный момент:

$$C_1 + \frac{C_1}{k_{12}(1+i)} + \cdots + \frac{C_1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \cdots + \frac{Y_T}{(1+i)^{T-1}}.$$

Приводя к общему знаменателю, получаем функцию потребительских расходов первого периода:

$$C_1 = \frac{k_{1T}(1+i)^{T-1}Y_1}{k_{1T}(1+i)^{T-1} + \frac{k_{1T}}{k_{12}}(1+i)^{T-2} + \cdots + 1} + \frac{k_{1T}(1+r)^{T-2}Y_2}{k_{1T}(1+r)^{T-1} + \frac{k_{1T}}{k_{12}}(1+r)^{T-2} + \cdots + 1}$$
$$+ \cdots + \frac{k_{1T}Y_T}{k_{1T}(1+r)^{T-1} + \frac{k_{1T}}{k_{12}}(1+r)^{T-2} + \cdots + 1}.$$

Аналогичные рассуждения справедливы и для потребления промежуточных периодов, например, второго. Преобразуя межвременное бюджетное ограничение

$$\frac{C_2}{1+r} + \cdots + \frac{k_{12}C_2}{k_{1T}(1+r)^{T-1}} = Y_1 - C_1 + \frac{Y_2}{1+r} + \cdots + \frac{Y_T}{(1+i)^{T-1}},$$

приходим к потребительской функции, отражающей зависимость от активов, накопленных в предыдущем периоде (первая дробь), текущего дохода (вторая дробь) и доходов, ожидаемых в будущем (остальные дроби):

$$C_2 = \frac{k_{1T}(1+i)^{T-2}A_1}{k_{1T}(1+i)^{T-2} + \cdots + k_{12}} + \frac{k_{1T}(1+i)^{T-2}Y_2}{k_{1T}(1+i)^{T-2} + \cdots + k_{12}} + \cdots$$
$$+ \frac{k_{1T}Y_T^e}{k_{1T}(1+i)^{T-2} + \cdots + k_{12}}.$$

Таким образом, в рамках модели «жизненного цикла» сбережений, рассматриваемой в качестве развития теории межвременного выбора, получается следующая краткосрочная потребительская функция кейнсианского типа[5]:

$$C_t = \sigma_A A_{t-1} + \sigma Y_t + \sigma_e Y_e. \qquad (3.22)$$

Здесь первое и последнее слагаемые в правой части отражают две составляющие богатства, а коэффициенты σ, σ_A, σ_e зависят от ставки процента, межвременных предпочтений индивидуума и его текущего возраста.

Рассмотрим теперь иной вариант развития теории межвременного выбора, лежащий в основе модели «перманентного дохода» М. Фридмана[6]. Первая базовая предпосылка данной модели, которая отличает ее от концепции «жизненного цикла» Ф. Модильяни, – это бесконечная продолжительность существования домохозяйства[7].

Вторая фундаментальная предпосылка модели «перманентного дохода» заключается в том, что доход домохозяйства (Y_t) может быть разложен на две части – постоянную (Y^P) и временную (Y_t^T) составляющие:

$$Y_t = Y^P + Y_t^T.$$

Будет разумным предположить, что последовательность абсолютных значений отклонений фактического дохода от постоянного $\{|Y_t^T|\}$, $t \in \mathbb{N}$, ограничена сверху:

$$\exists \bar{Y}^T : |Y_t^T| \leqslant \bar{Y}^T \forall t \in \mathbb{N}. \qquad (3.23)$$

---

[5] Modigliani F., Ando A. The «life cycle» hypothesis of saving: aggregate implications and tests // American economic review. 1963 Vol. 53. № 1.

[6] Friedman M. A theory of the consumption function. – Princeton: Princeton univ. press, 1956.

[7] Данные модели приводят к одинаковым результатам, поскольку, как замечает Ф. Модильяни, «при анализе поведения в краткосрочном периоде не важно, каков жизненный срок – 50 лет или вечность» (О чем думают экономисты: беседы с нобелевскими лауреатами. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2009. С. 149).

В модели «перманентного дохода», как и в модели «жизненного цикла», предположение об однородности межвременной функции полезности по объемам потребления каждого периода позволяет, исходя из модели межвременного выбора И. Фишера, установить между ними соотношение

$$C_i = k_{ij} C_j, i, j = \{1, \dots, T, \dots\}. \tag{3.24}$$

В данной модели необходимо дополнительно предположить, что последовательность коэффициентов $\{k_{ij}\}$, $i, j \in \mathbb{N}$, ограничена, т.е.:

$$\exists \underline{k}, \overline{k} \colon \underline{k} \leqslant k_{ij} \leqslant \overline{k} \ \forall i, j \in \mathbb{N}. \tag{3.25}$$

С учетом данных гипотез межвременное бюджетное ограничение приобретает вид:

$$\begin{aligned} C_1 + \frac{C_2}{1+i} + \dots + \frac{C_T}{(1+i)^{T-1}} + \dots &= C_1 + \frac{C_1}{k_{12}(1+i)} + \dots + \frac{C_1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} + \dots \\ &= Y_1 + \frac{Y_2}{1+i} + \dots + \frac{Y_T}{(1+i)^{T-1}} + \dots \\ &= Y^P + Y_1^T + \frac{Y^P + Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y^P + Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \dots \\ &= Y^P \left(1 + \frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{T-1}} + \dots\right) + Y_1^T + \frac{Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} \\ &+ \dots \end{aligned}$$

Итак:

$$\begin{aligned} C_1 \left(1 + \frac{1}{k_{12}(1+i)} + \dots + \frac{1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} + \dots\right) \\ = \frac{Y^P(1+i)}{i} + Y_1^T + \frac{Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \dots \end{aligned} \tag{3.26}$$

По предположению, последовательность коэффициентов $\{k_{ij}\}$ ограничена (3.25). Тогда ряд

$$1 + \frac{1}{k_{12}(1+i)} + \dots + \frac{1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} + \dots$$

сходится по мажорантному признаку Вейерштрасса[8], поскольку сходится ряд

$$1 + \frac{1}{\underline{k}}\left(\frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{T-1}} + \dots\right) = 1 + \frac{1}{\underline{k} i}.$$

Кроме того, по аналогичному предположению, последовательность абсолютных величин временного дохода ограничена сверху (3.23). Поэтому по мажорантному признаку Вейерштрасса ряд

$$Y_1^T + \frac{Y_2^T}{1+i} + \dots + \frac{Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \dots$$

сходится, поскольку сходится ряд

$$\overline{Y}^T \left(1 + \frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{T-1}} + \dots\right) = \frac{\overline{Y}^T(1+i)}{i}.$$

Обозначим через R сумму ряда

$$1 + \frac{1}{k_{12}(1+i)} + \dots + \frac{1}{k_{1T}(1+i)^{T-1}} + \dots,$$

[8] Зорич В.А. Математический анализ. – 2-е изд. – М.: ФАЗИС, 1997, ч. 2.

а через Y^T – сумму ряда

$$Y_1^T + \frac{Y_2^T}{1+i} + \cdots + \frac{Y_T^T}{(1+i)^{T-1}} + \cdots$$

Тогда:

$$C_1 = \frac{Y^P(1+i)}{iR} + \frac{Y_T}{R}. \tag{3.27}$$

Аналогичные рассуждения будут справедливы для объемов потребления каждого данного периода.

Отметим, что допустима альтернативная и, возможно, более реалистичная трактовка жизнедеятельности домохозяйства, которое, располагая информацией о настоящем и всех предшествующих уровнях дохода, определяет текущее потребление (C_t):

$$\begin{aligned} C_t + C_{t-1}(1+i) + C_{t-2}(1+i)^2 + \cdots + C_{t-n}(1+i)^n + \cdots \\ = Y_t + Y_{t-1}(1+i) + Y_{t-2}(1+i)^2 + \cdots + Y_{t-n}(1+i)^n + \cdots \\ = Y^P + Y_t^T + (Y^P + Y_{t-1}^T)(1+i) + \cdots + (Y^P + Y_{t-n}^T)(1+i)^n + \cdots \\ = \frac{Y^P(1+i)}{i} + Y_t^T + Y_{t-1}^T(1+i) + \cdots + Y_{t-n}^T(1+i)^n + \cdots \end{aligned}$$

Данная трактовка приводит к таким же выводам, что и предыдущая.

В основе модели «жизненного цикла» сбережений, разработанной Ф. Модильяни, лежит предпосылка о том, что продолжительность существования домохозяйства конечна и равна T годам. Пусть для простоты анализа домохозяйство тождественно индивидууму.

Кейнсианская потребительская функция предполагает зависимость расходов на потребительские товары от располагаемого дохода: $C = C(Y_t)$. В простейшем случае (без учета роли государства) линейная функция потребительских расходов выглядит так: $C = C_0 + MPC \cdot Y$. Краткосрочная кейнсианская функция потребительских расходов предполагает постоянство предельной склонности к потреблению ($0 < MPC = const < 1$) и убывание средней склонности к потреблению с ростом располагаемого дохода (рис. 3.7):

$$APC \equiv \frac{C}{Y} = \frac{C_0}{Y} + MPC.$$

Эмпирические тесты и постоянство APC на длительных промежутках времени привели к возникновению концепции долгосрочной кейнсианской потребительской функции (рис. 3.7). В отличие от краткосрочной, функция потребления в долгосрочном периоде имеет вид:

$$C = APC \cdot Y. \tag{3.28}$$

В силу тождества (3.10) простейшая (при отсутствии государственного сектора) кейнсианская долгосрочная функция сбережений будет иметь вид:

$$S = (1 - APC)Y = APS \cdot Y.$$

Иллюстрацией долгосрочной, так же как и краткосрочной, потребительской функции в кейнсианском стиле могут служить модели Фридмена и Андо–Модильяни.

Для того чтобы проанализировать динамику активов и сбережений потребителя, рассмотрим упрощенный вариант модели жизненного цикла[9]. Ставка процента для упрощения в простейшем варианте модели полагается нулевой. Таким образом, все коэф-

[9] Modigliani F. Life cycle, individual thrift, and the wealth of nations // American economic review. 1986. Vol. 76. № 3; Modigliani F., Brumberg R. Utility analysis and the consumption function: interpretation of cross-section data // Post keynesian economics / Ed. by K.K. Kurihara. – New Brunswick: Rutgers univ. press, 1954.

фициенты k полагаются единичными. Предполагается отсутствие процедуры завещания и наследования богатства.

Ключевые предпосылки проводимого ниже анализа состоят в следующем. Доход индивидуума ($Y_t = \bar{Y}$) постоянен во времени на протяжении всего периода экономической активности, равного L годам, и равен нулю с момента выхода на пенсию в возрасте L лет в течение последних R лет жизни ($T = L + R$). Потребление ($C_t = \bar{C}$) постоянно на протяжении всей жизни. Итак, в простейшем варианте модели

$$T \cdot C_t = T \cdot \bar{C} = L \cdot Y_t = L \cdot \bar{Y},$$

т.е.

$$C_t = \bar{C} = \frac{L}{(L+R)} Y_t = \frac{L}{(L+R)} \bar{Y}.$$

На протяжении первых L лет жизни, когда доход Y_t положителен, человек делает положительные сбережения

$$S_t = Y_t - C_t = \bar{Y} - \bar{C} = \frac{R}{(L+R)} \bar{Y} \ (t = 0, \dots, L),$$

накапливая тем самым активы:

$$A_t = t \cdot S_t = t \cdot \frac{R}{(L+R)} \bar{Y}, \qquad (3.29)$$

которые достигают максимума к моменту выхода на пенсию – к L годам (рис. 3.6):

$$A_L = \frac{L \cdot R}{(L+R)} \bar{Y}.$$

На протяжении последних R лет жизни, когда доход индивидуума нулевой ($Y_t = 0$), человек «проедает» сбережения $C_t = -S_t$ ($t = L+1, \dots, T$), расходуя накопленные активы[10]:

$$-S_t = \frac{A_L}{R} = \frac{L}{(L+R)} \bar{Y} = \bar{C}.$$

Итак, важнейшим следствием модели «жизненного цикла» является долгосрочная потребительская функция кейнсианского типа (3.28), где

$$APC = \frac{L}{L+R} = const.$$

Рис. 3.6. «Курган» богатства домохозяйства

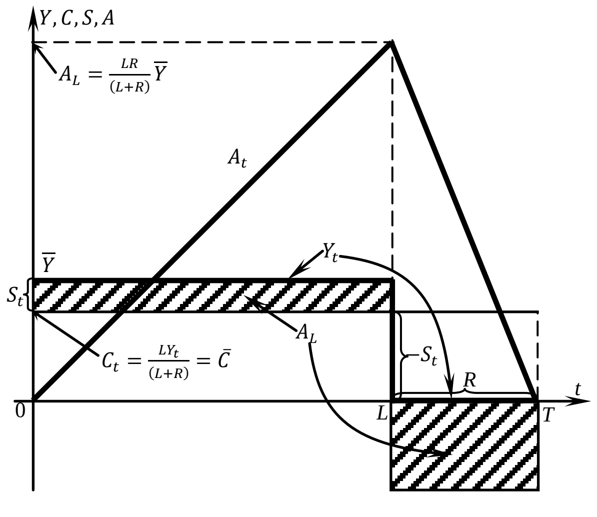
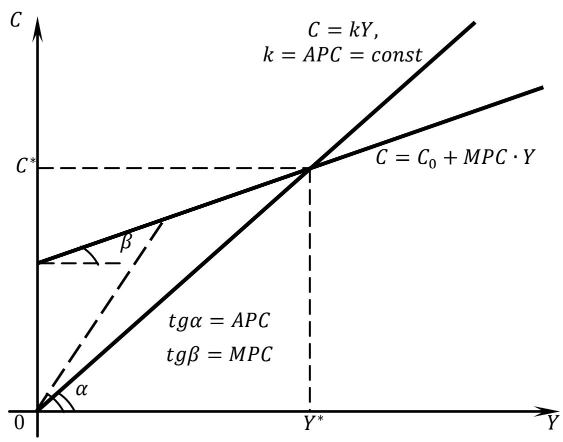


Рис. 3.7. Краткосрочная и долгосрочная кейнсианская потребительская функция



[10] К аналогичному выводу относительно «горбатого» профиля сбережений пришел Р. Харрод при построении теории экономической динамики (рис. 9.13).

Как было показано выше, на основе развития теории межвременного выбора в рамках модели постоянного, или «перманентного», дохода, разработанной М. Фридманом, может быть получена краткосрочная потребительская функция кейнсианского типа: $C_t = \sigma_P Y^P + \sigma_T Y^T$, где коэффициенты σ_P и σ_T зависят от ставки процента и межвременных предпочтений домохозяйства. Данная функция потребительских расходов аналогична полученной в рамках модели «жизненного цикла». Здесь дисконтированная сумма временных доходов может служить аппроксимацией богатства домохозяйства, подобно ранней версии модели «жизненного цикла» Дьюзенберри–Модильяни, где потребление рассматривалось как функция от текущего дохода и наивысшего, пикового уровня дохода в прошлом.

Чтобы получить долгосрочную функцию потребительских расходов, рассмотрим, аналогично теории «жизненного цикла», упрощенный вариант модели «перманентного дохода» при предпосылке о нулевой ставке процента. В модели предполагается, что потребительские расходы пропорциональны перманентной компоненте дохода. Временная компонента представляет собой случайные отклонения с нулевым математическим ожиданием от постоянной его величины. С течением времени эти отклонения в положительную и отрицательную сторону погашаются. В итоге модель «перманентного» дохода, как и модель «жизненного цикла», приводит к долгосрочной потребительской функции кейнсианского типа:

$$C = APC \cdot Y^P.$$

Таким образом, современные теории потребления, развивающие модель межвременного выбора И. Фишера, подчеркивают зависимость потребительского спроса от богатства домохозяйства, в том числе, от запаса денежных средств.