3.2. Индивидуальное предложение труда: выбор между доходом и досугом

Функция потребительских предпочтений может трактоваться в широком смысле, когда ее аргументами – объектами выбора –являются не только предметы потребления (C), но и свободное время, досуг (H) как экономическое благо $U(C,H)$, где:

$$C = \sum_{i=1}^{h} p_{i0} x_{it} \text{ –} \tag{3.6}$$

расходы на потребительские товары $(h = 2)$ в реальном выражении, рассчитанные в ценах базисного периода.

Рассмотрение потребления в широком смысле, когда его предметом выступают не только материальные блага, но и время досуга, дает возможность построить модель распределения индивидуумом времени между работой по найму, которая приносит ему доход, расходуемый на товары, и нерабочим, свободным временем, или досугом, как нормальным благом:

$$L + H = \omega_T, \tag{3.7}$$

где ω_T – совокупный временной фонд жизнедеятельности индивидуума, как правило, суточный – считается, что $\omega_T = 24$ (в часах).

В теории выбора продолжительности труда и досуга работник должен учитывать как ограничение по времени (3.7), так и бюджетное ограничение:

$$\bar{M} + wL = pC,$$

где w – ставка заработной платы; L – отработанное время в часах. Здесь p – это индекс цен Пааше (2.33), поэтому с учетом (3.6) $pC = \sum_{i=1}^{n} p_{it} x_{it}$, $n = 2$, – фактические расходы индивидуума на потребительские товары. В данной модели предполагается, что трудовые доходы не являются единственным источником существования индивидуума, который получает денежные средства в размере $\bar{M}$ помимо заработной платы.

Объединяя ограничения по времени и денежным средствам, получаем: $\bar{M} + w(24 - H) = pC$, или $\bar{M} + 24w = pC + wH$, где $(\bar{M} + 24w)$ – полная величина дохода с учетом альтернативной стоимости совокупного запаса времени, $(pC + wH)$ – полная величина расходов, включающая альтернативную стоимость использования досуга. Если выразить объем материальных благ: $C = \frac{\bar{M}+24w}{P} - \frac{w}{P}H$, то можно видеть, что реальная ставка заработной платы w/P как индивидуальная ценность работы по найму является альтернативной стоимостью свободного времени, досуга.

При заданной ставке заработной платы работник максимизирует функцию предпочтений, делая выбор между материальными благами C и досугом H при условии ограничений по времени и финансовым средствам, расходуемым на покупки потребительских благ:

$$\begin{aligned} &\max_{C,H} U(C,H): \\ &pC = wL + \bar{M}, \\ &H + L = \omega_T; \end{aligned} \tag{I.1c}$$

где w – ставка заработной платы; L – продолжительность рабочего дня в часах, ω_T – совокупный (дневной) временной фонд жизнедеятельности человека.

Решая задачу связанной максимизации полезности (I.1c), объединяем финансовое и временно́е ограничения $(pC = w(\omega_T - H) + \bar{M})$ и переходим к исследованию на экстремум функции Лагранжа $\mathfrak{L} = U(C,H) - \lambda(pC + wH - \bar{M} - 24w)$. Необходимое условие внутреннего оптимума потребителя $(H < \omega_T)$ – это равенство нулю ее дифференциала:

$$
\begin{aligned}
d\mathfrak{L} &= dU(C,H) - d\big(\lambda(pC + wH - \bar{M} - 24w)\big) \\
&= dU(C,H) - (pC + wH - \bar{M} - 24w)d\lambda - \lambda d(pC + wH - \bar{M} - 24w) \\
&= \frac{\partial U}{\partial C}dC + \frac{\partial U}{\partial H}dH - (pC + wH - \bar{M} - 24w)d\lambda - \lambda(pdC + wdH) \\
&= \left(\frac{\partial U}{\partial C} - \lambda p\right)dC + \left(\frac{\partial U}{\partial H} - \lambda w\right)dH - (pC + wH - \bar{M} - 24w)d\lambda = 0.
\end{aligned}
$$

Равенство нулю дифференциала функции Лагранжа должно выполняться для любых значений дифференциалов независимых переменных dC, dH, $d\lambda$, а значит, необходимое условие связанного максимума полезности представляет собой систему:

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial C} = \dfrac{\partial U}{\partial C} - \lambda p = 0, \\
\dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial H} = \dfrac{\partial U}{\partial H} - \lambda w = 0, \\
\dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \lambda} = -pC - wH + \bar{M} + 24w = 0.
\end{cases}
$$

Итак, индивидуальное равновесие в модели выбора между трудом и досугом представлено системой условий:

$$
\begin{cases}
MU_C = \lambda p, \\
MU_H = \lambda w, \\
pC = \bar{M} + 24w - wH.
\end{cases}
$$

Деление первого равенства на второе дает эквимаржинальный принцип оптимума потребителя, утверждающий, что предельная норма замещения потребительских расходов досугом в положении равновесия равна реальной ставке заработной платы (рис. 3.3)[1]:

---

[1] Модель выбора между работой по найму, приносящей денежный доход, который расходуется на потребительские товары, и досугом как экономическим благом может рассматриваться в качестве частного случая модели Г. Беккера, включающей производственную деятельность внутри домохозяйства:

$$
\max_{y_i} U(y_1, \dots, y_l):
$$

$$
L_i = a_i y_i, \qquad x_i = g_i y_i;
$$

$$
\sum_{i=1}^{l} p_i x_i = wL + \bar{M};
$$

$$
\sum_{i=1}^{l} L_i + L = \omega_T;
$$

где y_i – производимые внутри домашнего хозяйства продукты конечного потребления, x_i – товары, покупаемые на рынке, $i = 1, \dots, l$; a_i, g_i – коэффициенты затрат времени и товаров на производство единицы товара y_i внутри домохозяйства; L_i – продолжительность неоплачиваемой трудовой деятельности i-го вида в быту, L – продолжительность рыночной трудовой деятельности, приносящей денежный доход и оплачиваемой по ставке w (Беккер Г.С. Человеческое поведение: экономический подход. – М.: Изд-во ГУ ВШЭ, 2003). Объединяя финансовое и технологические условия модели, приходим к развернутому бюджетному ограничению:

$$
\sum_{i=1}^{l} p_i x_i + w \sum_{i=1}^{l} L_i = \sum_{i=1}^{l} (p_i g_i + w a_i) y_i = w\omega_T + \bar{M}.
$$

Здесь $\pi_i = p_i g_i + w a_i$ представляет собой полную цену единицы товара y_i. Решая поставленную задачу связанной оптимизации, выписываем функцию Лагранжа:

$$
\mathfrak{L} = U(y_1, \dots, y_l) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{l} (p_i g_i + w a_i) y_i - w\omega_T - \bar{M}\right).
$$

$$MRS_{HC} \equiv -\left.\frac{dC}{dH}\right|_{U=const} = \frac{\partial U/\partial H}{\partial U/\partial C} = \frac{MU_H}{MU_C} = \frac{w}{p}. \qquad (3.8)$$

Решая задачу выбора работника между свободным временем и расходами на потребление материальных благ (I.1c), аналогично базовой теории потребительского выбора, можно получить маршаллианскую функцию спроса индивидуума на досуг как зависимость количества нерабочих часов в день, выбираемого индивидуумом, от ставки заработной платы, уровня цен и нетрудового дохода:

$$H = H^m(w, p, \overline{M}).$$

Симметричная, или взаимная, по отношению к связанной максимизации полезности (I.1c) задача минимизации совокупных расходов потребителя как работника при условии достижения заданного уровня полезности будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} &\min_{C,H}\left(p\left(C-\frac{\overline{M}}{p}\right)+w(H-\omega_T)\right): \\ &U(C,H) \geqslant \overline{U}, \end{aligned} \qquad (\mathrm{II}.1c)$$

Решая данную задачу минимизации расходов работника, можно получить функции компенсированного спроса на досуг

$$H = H^h(p, w, \overline{U})$$

и материальные блага

$$C = C^h(p, w, \overline{U}).$$

Подставляя эти функции условного спроса по Хиксу в выражение потребительских затрат, можно получить функцию расходов работника, аргументами которой будут являться ставка заработной платы, уровень цен и заданный уровень полезности:

$$E(p, w, \overline{U}) = p\left(C(p, w, \overline{U}) - \frac{\overline{M}}{p}\right) + w(H(p, w, \overline{U}) - \omega_T).$$

Условия оптимума имеют вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial y_i} = \dfrac{\partial U}{\partial y_i} - \lambda\pi_i = 0, i = 1, \dots, l; \\ \dfrac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \lambda} = -\displaystyle\sum_{i=1}^{l}(p_i g_i + w a_i) y_i + w\omega_T + \overline{M} = 0. \end{cases}$$

Из первых l равенств получаем эквимаржинальное условие: $\frac{MU_i}{MU_j} = \frac{\pi_i}{\pi_j}, i, j = 1, \dots, l;\ i \neq j$. Оптимум в базовой модели предложения труда (3.8) окажется следствием модели Беккера, если представить последнюю в агрегированном виде с функцией полезности $U(C, H)$ и значениями технологических коэффициентов $g_C = 1$, $a_C = 0$, $g_H = 0$, $a_H = 1$. Действительно, в таком случае получаем:

$$\frac{MU_H}{MU_c} = \frac{p_H g_H + w a_H}{p_C g_C + w a_C} = \frac{w}{p}.$$

Возможно обобщение модели деятельности домашнего хозяйства как производителя на случай нелинейной технологии (ср.: Рощин С.Ю., Разумова Т.О. Экономика труда. – М.: Инфра-М, 2001):

$$\begin{aligned} &\max_{y_1,\dots,y_l} U(y_1, \dots, y_l): \\ &y_i = f(x_1, \dots, x_l, L_1, \dots, L_l); \\ &\sum_{i=1}^{l} p_i x_i = wL + \overline{M}; \\ &\sum_{i=1}^{l} L_i + L + H = \omega_T. \end{aligned}$$

С учетом данной функции расходов модифицированная лемма Шепарда (3.4) применительно к теории выбора между доходом и досугом будет выглядеть так:

$$\frac{dE}{dw} = H(p, w, \overline{U}) - \omega_T.$$

Задача распределения времени между трудом и досугом (I.1c) представляет собой развитие модели выбора с учетом первоначальных запасов благ (I.1b), где таковыми являются временнóй фонд жизнедеятельности человека (ω_T) и нетрудовой доход в реальном выражении ($\overline{M}/P$), который в свою очередь можно трактовать как стоимость активов индивидуума.

Используя совпадение величин спроса по Маршаллу и Хиксу при каждом данном значении ставки заработной платы и уровне цен

$$H^h(p, w, \overline{U}) \equiv H^m\big(p, w, E(p, w, \overline{U})\big),$$

можно получить соотношение, аналогичное (2.27):

$$\frac{dH^h}{dw} = \frac{\partial H^m}{\partial w} + \frac{\partial H}{\partial E}\frac{dE}{dw},$$

которое с учетом модифицированной леммы Шепарда дает уравнение Слуцкого применительно к теории выбора между доходом и досугом:

$$\frac{\partial H^m}{\partial w} = \frac{dH^h}{dw} + (\omega_T - H)\frac{\partial H}{\partial E}.$$

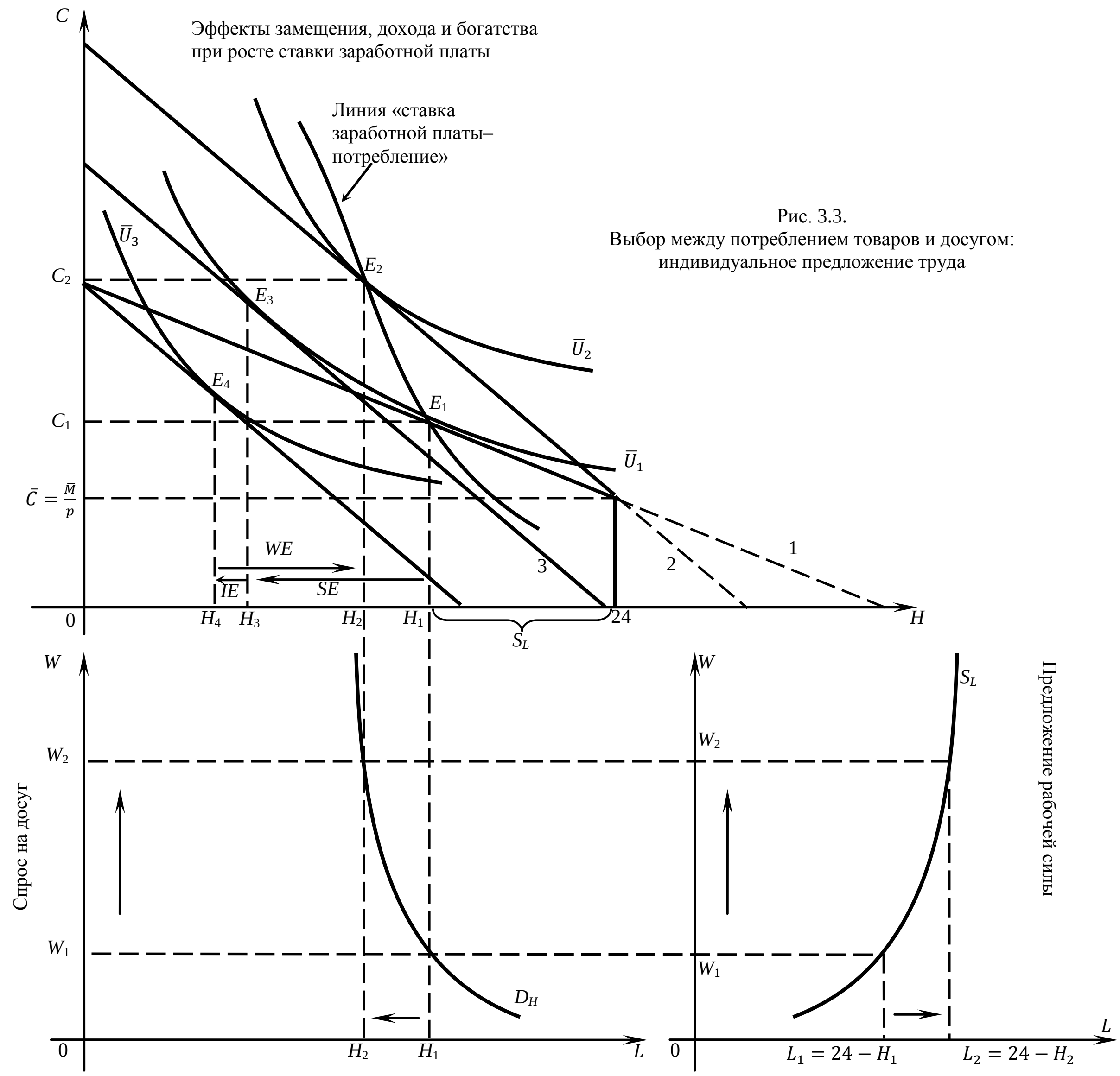
Рассмотренная модель позволяет описать механизм индивидуального предложения рабочей силы. Подставляя функцию спроса на досуг по Маршаллу $H = H^m(w, p, \overline{M})$ в ограничение по времени (3.7), получаем индивидуальную функцию предложения рабочей силы как зависимость количества отработанных часов в день от ставки заработной платы, величины нетрудовых доходов и уровня цен, задающего стоимость потребления $L_s = 24 - H^m(w, p, \overline{M})$.

Функция предложения индивидуальной рабочей силы формируется под влиянием эффектов замещения (*SE*), дохода (*IE*) и богатства, или первоначального запаса (*WE*) (рис. 3.3). Для того чтобы проанализировать влияние эффектов замещения и дохода на предложение труда, рассмотрим изменение, например, повышение ставки заработной платы.

Поскольку свободное время является нормальным благом, эффекты дохода и замещения сонаправлены[2]. Величина общего эффекта изменения цены рабочей силы (отрезок [H_2H_1] на рис. 3.3) складывается из трех эффектов: замещения [H_3H_1], возникающего за счет относительного удорожания досуга; дохода [H_4H_3], проистекающего из снижения покупательной способности человека с учетом потребления досуга; и богатства [H_4H_2], имеющего своим источником повышение потенциальной стоимости временнóго фонда жизнедеятельности человека. Знак общего эффекта определяет направление монотонности функции предложения труда. Она является возрастающей, если эффекты замещения и дохода превышают эффект богатства и общий эффект противоположен по направлению изменению ставки заработной платы. Возможна и противоположная ситуация, когда эффект богатства перекрывает эффекты замещения и дохода, общий эффект сонаправлен изменению ставки заработной платы. При этом функция предложения труда будет убывающей.

---

[2] Если для трудолюбивого индивидуума досуг является благом низшего порядка, то действие эффектов дохода и замещения будет противоположно по направлению.



Пример 3.3. Предложение труда при предпочтениях Кобба–Дугласа

Пусть функция полезности имеет вид: $U = \sqrt{CH}$. Тогда эквимаржинальный принцип (3.8) дает $\frac{MU_H}{MU_C} = \frac{C}{H} = \frac{w}{p}$, а значит, $C = \frac{w}{p}H$. Используя это соотношение в бюджетном ограничении $wH = -wH + 24w + \bar{M}$, получаем функцию спроса на досуг: $H = 12 + \frac{\bar{M}}{2w}$. Применяя ограничение по времени (3.7), приходим к искомой функции предложения труда: $L = 12 - \frac{\bar{M}}{2w}$. Обратим внимание на то, что если единственным доходом индивидуума является заработная плата ($\bar{M} = 0$), то независимо от ставки заработной платы эффекты дохода и замещения совпадают по величине, оптимальное рабочее и свободное время равно 12 часам в день, и функция ежедневного предложения рабочей силы представляет собой прямую линию, параллельную оси $0W$.