3.1. Потребительский выбор с учетом активов индивидуума

Обобщением задачи потребительского выбора (I.1a) является такая ее постановка (для внутреннего оптимума $x_1 > 0,\ x_2 > 0$), в которой рассматривается не только расходование денежного дохода индивидуума, но и его формирование как стоимости его активов:

$$\max_{x_1,x_2} U(x_1,x_2): \\ p_1x_1 + p_2x_2 = M = p_1\omega_1 + p_2\omega_2, \tag{I.1b}$$

где $\omega_j,\ j = 1,\dots,l$ – запас j-го блага, находящийся в собственности индивидуума (в анализируемом, элементарном случае $l = 2$).

Введем понятие чистого, или избыточного, спроса потребителя на каждый товар как превышение спроса, предъявляемого на данный товар, над доступным его количеством, т.е. первоначальным запасом:

$$z_j = x_j - \omega_j. \tag{3.1}$$

В этих обозначениях бюджетное ограничение потребителя может быть переписано так: $p_1z_1 = -p_2z_2$. Таким образом, индивидуум финансирует покупки товара, в котором он ощущает недостаток по сравнению с имеющимся запасом, за счет продажи излишка другого продукта – того, который у него имеется в избытке.

Условия максимизации полезности в задаче выбора с учетом первоначальных запасов благ остаются такими же, как и в исходной задаче связанной максимизации полезности (2.9) – (2.10), с учетом того, что доход теперь является уже не экзогенно заданной денежной суммой, а стоимостью активов индивидуума. Это обстоятельство позволяет представить функции спроса по Маршаллу (2.11) в виде зависимостей оптимальных объемов потребления товаров от их цен и первоначальных запасов:

$$x_j^m = x_j(p_1,p_2,\omega_1,\omega_2), j = \{1,2\}. \tag{3.2}$$

Функции условного спроса по Маршаллу с учетом активов индивидуума являются однородными нулевой степени по ценам товаров:

$$x_j(\alpha p_1,\alpha p_2,\omega_1,\omega_2) = x_j(p_1,p_2,\omega_1,\omega_2) = x_j^m. \tag{3.3}$$

Данное свойство вытекает из однородности нулевой степени по ценам величины совокупных чистых расходов потребителя:

$$E_n = p_1z_1 + p_2z_2 \equiv p_1(x_1-\omega_1) + p_2(x_2-\omega_2) = \alpha p_1(x_1-\omega_1) + \alpha p_2(x_2-\omega_2) = 0.$$

Другими словами, равнопропорциональное изменение цен на товары сохраняет неизменным бюджетное ограничение потребителя, а значит, и решение задачи максимизации полезности, и значение функции условного спроса по Маршаллу с учетом первоначальных запасов благ.

Пример 3.1. Функция спроса по Маршаллу с учетом запасов благ для функции полезности Кобба–Дугласа

Для функции полезности (П1.3.2), если расписать доход как стоимость первоначальных запасов благ, то функции спроса по Маршаллу (П2.1.3) принимают вид:

$$x_j = \frac{\alpha_j \sum_{h=1}^{l} p_h\omega_h}{p_j \sum_{h=1}^{l} \alpha_h} = \frac{\alpha_j\omega_j}{\sum_{h=1}^{l} \alpha_h} + \frac{\alpha_j \sum_{h=1,h\neq j}^{l} p_h\omega_h}{p_j \sum_{h=1}^{l} \alpha_h}. \tag{П3.1}$$

Рассчитаем прямую эластичность спроса по цене:

$$\epsilon_{p_j}^{x_j} = \frac{\partial x_j}{\partial p_j}\cdot\frac{p_j}{x_j} = -\frac{\alpha_j \sum_{h=1,h\neq j}^{l} p_h\omega_h}{p_j^2 \sum_{h=1}^{l} \alpha_h}\frac{p_j}{\frac{\alpha_j \sum_{h=1}^{l} p_h\omega_h}{p_j \sum_{h=1}^{l} \alpha_h}} = -\frac{1}{1 + \frac{p_j\omega_j}{\sum_{h=1,h\neq j}^{l} p_h\omega_h}}.$$

Поскольку знаменатель в последней дроби больше единицы, спрос с учетом первоначального запаса благ менее эластичен, нежели без учета этого запаса, обладающий единичной эластичностью (П2.1.6).

Противоположной по отношению к связанной максимизации полезности (I.1b) является задача условной минимизации расходов потребителя, которая так же ставится с учетом находящихся в его распоряжении запасов благ (для внутреннего оптимума $x_1 > 0, x_2 > 0$):

$$\begin{aligned} &\min_{x_1,x_2}\big(p_1(x_1-\omega_1)+p_2(x_2-\omega_2)\big):\\ &U(x_1,x_2)\geqslant \bar{U}. \end{aligned} \tag{II.1b}$$

При этом функция чистых расходов будет иметь следующий вид: $\tilde{E}(p_1,p_2,\bar{U}) = p_1(x_1(p_1,p_2,\bar{U})-\omega_1)+p_2(x_2(p_1,p_2,\bar{U})-\omega_2)$. Применив к ней теорему об огибающей, получаем модифицированную лемму Шепарда:

$$\frac{d\tilde{E}}{dp_j} = x_j^h - \omega_j;\ i,j = \{1,2\}; i \neq j. \tag{3.4}$$

Ее следствием является модифицированное уравнение Слуцкого, которое получается дифференцированием тождества (2.26) по цене одного из товаров $\left(\frac{dx_j^h}{dp_j} = \frac{\partial x_j^m}{\partial p_j} + \frac{\partial x_j^m}{M}\left(x_j-\omega_j\right)\right)$:

$$\frac{dx_j^m}{dp_j} = \frac{\partial x_j^h}{\partial p_j} + \left(\omega_j - x_j\right)\frac{\partial x_j^m}{M} = \frac{\partial x_j^h}{\partial p_j} - z_j\frac{\partial x_j^m}{M}, \tag{3.5}$$

где $\frac{\partial x_j^m}{\partial p_j}$ – общий эффект изменения цены, $\frac{dx_j^h}{dp_j}$ – эффект замещения, $-x_j\frac{\partial x_j^m}{\partial M}$ – эффект дохода, $\omega_j\frac{\partial x_j^m}{\partial M}$ – эффект богатства; $j = \{1,2\}$.

Эффект богатства (*WE*) проявляется в изменении (снижении или повышении) стоимости запаса блага, находящегося в распоряжении индивидуума, при колебании (снижении или повышении) цены на данный товар. Графически эффект богатства отражается (рис. 3.1 – 3.2) переходом со вспомогательного бюджетного ограничения № 4, в котором стоимость потребления товаров рассчитывается по изменившимся, а запасов – по старым ценам ($p_1^2x_1 + p_2x_2 = p_1^1\omega_1 + p_2\omega_2$, или $x_2 = \frac{p_1^1}{p_2}\omega_1 + \omega_2 - \frac{p_1^2}{p_2}x_1$), что позволяет элиминировать данный эффект, на конечное бюджетное ограничение № 2, в котором стоимость и покупок, и запасов рассчитывается по новым ценам $\left(p_1^2x_1 + p_2x_2 = p_1^2\omega_1 + p_2\omega_2, \text{или } x_2 = \frac{p_1^2}{p_2}\omega_1 + \omega_2 - \frac{p_1^2}{p_2}x_1\right)$.

Направленность чистого эффекта дохода как разницы между валовым эффектом дохода (IE_H, IE_S) и эффектом богатства будет зависеть от того, является человек чистым покупателем или продавцом данного товара. В первом случае индивидуум в реальности не продает, но докупает для себя недостающее количество данного блага, поэтому преобладающим оказывается рост покупательной способности при снижении цены товара, и чистый эффект дохода (отражаемый перемещением от третьего до второго бюджетного ограничения на рис. 3.1) является положительным.

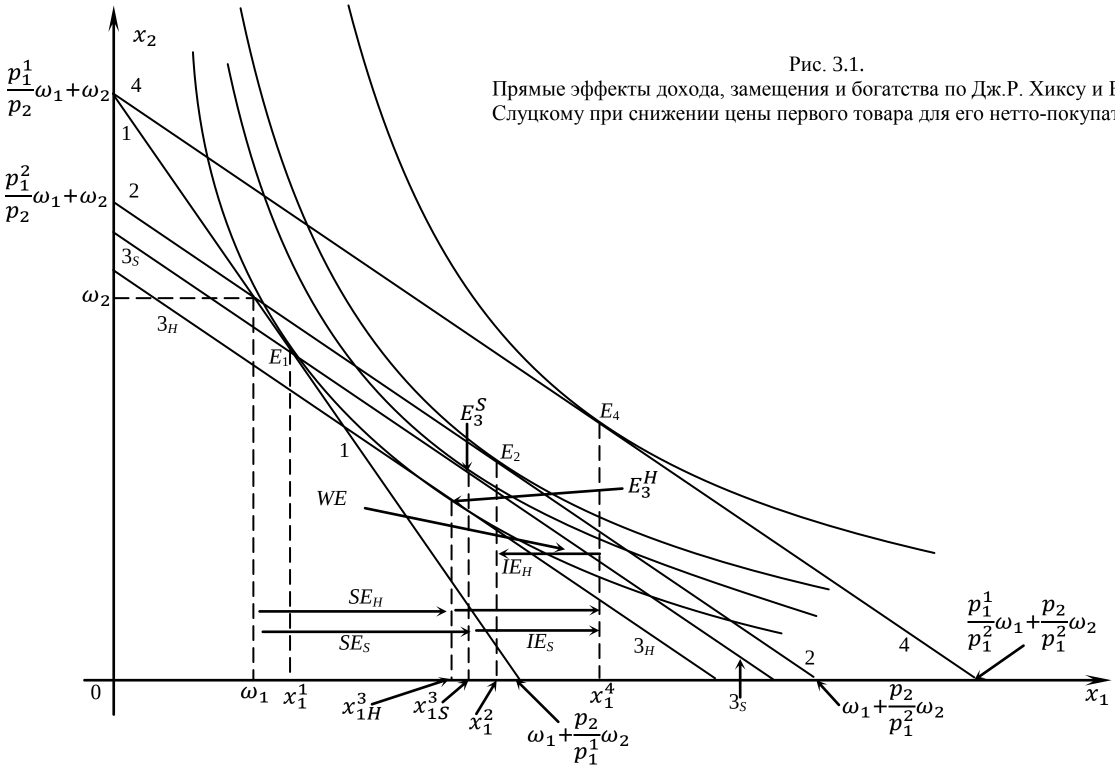

Рис. 3.1.
Прямые эффекты дохода, замещения и богатства по Дж.Р. Хиксу и Е.Е. Слуцкому при снижении цены первого товара для его нетто-покупателя

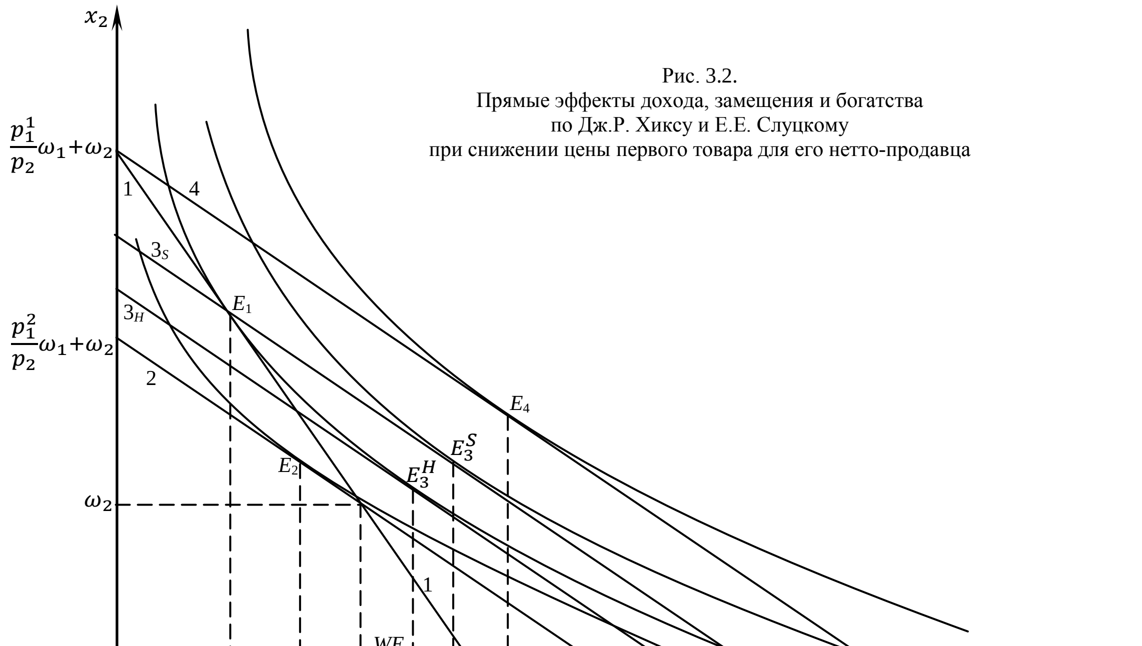

Рис. 3.2.
Прямые эффекты дохода, замещения и богатства по Дж.Р. Хиксу и Е.Е. Слуцкому при снижении цены первого товара для его нетто-продавца

Во втором случае индивидуум фактически не покупает данный товар, запаса которого ему с избытком хватает для удовлетворения своей платежеспособной потребности. Поэтому для него имеет значение именно эффект богатства, который частично компенсируется валовым эффектом дохода; и чистый эффект дохода при снижении цены товара (отражаемый перемещением с третьего на второе бюджетное ограничение на рис. 3.2) оказывается отрицательным[1].

Пример 3.2. Эффекты замещения, дохода и богатства для предпочтений Кобба–Дугласа

Пусть выполняются все условия примера 2.10 за исключением того, что доход потребителя задан не в денежной, а в натуральной форме – запасов товаров, которые составляют: $\omega_1 = 10, \omega_2 = 20$. Поскольку при этом денежная величина дохода остается такой же, как и в примере 2.10, сохраняют силу расчеты начального (E_1) и вспомогательного – по Хиксу (E_3^H) и Слуцкому (E_3^S) – оптимумов. Кроме того, в примере 2.10 был рассчитан и оптимум E_4, который в простейшей задаче потребительского выбора (I.1a) являлся конечным (E_2). Поэтому остаются справедливыми соответствующие расчеты эффектов замещения и дохода (П2.10.1) – (П2.10.2).

Рассчитаем теперь эффекты богатства в соответствии с трактовками Хикса и Слуцкого. Обратим внимание на то, что в данном примере наблюдается вырожденная ситуация, когда начальный оптимум (E_1) совпадает с корзиной запасов благ (ω_1, ω_2), и потребителю не нужно ни продавать, ни докупать ни один из товаров. Поэтому, в соответствии с уравнением Слуцкого (3.5), эффект богатства должен компенсировать эффект дохода, и общий эффект должен совпадать с эффектом замещения. Однако в общем случае это верно лишь при бесконечно малых изменениях цен. В нашем случае, при конечном сокращении цены перого блага, эффект богатства будет нулевым только в трактовке Слуцкого, когда бюджетные ограничения № 2 и № 3_S (рис. 3.1 – 3.2) будут совпадать. Действительно, в соответствии с (П3.1), функции спроса по Маршаллу будут выглядеть так: $x_1 = \frac{4p_1+8p_2}{p_1}$, $x_2 = \frac{6p_1+12p_2}{p_2}$, а значит, в данном примере конечный оптимум (E_2) будет представлять собой третий, вспомогательный оптимум по Слуцкому (E_3^S): $x_1 = x_2 = 16$. В трактовке Хикса конечное (№ 2) и третье, вспомогательное (№ 3_H) бюджетные ограничения уже не совпадают, и прямой эффект богатства, который равен –4, несколько расходится по абсолютной величине с эффектом дохода (П2.10.1).

[1] В первоначальном бюджетном ограничении (№ 1) стоимость и покупок, и запасов рассчитывается по исходным ценам $\left(p_1^1 x_1 + p_2 x_2 = p_1^1 \omega_1 + p_2 \omega_2, \text{или } x_2 = \frac{p_1^1}{p_2}\omega_1 + \omega_2 - \frac{p_1^1}{p_2}x_1\right)$. Бюджетное ограничение № 3 служит для выделения эффекта замещения, который можно трактовать, следуя подходам Хикса (IE_H) и Слуцкого (IE_S). В трактовке Хикса (№ 3_H) третье бюджетное ограничение представляет собой параллельный сдвиг линии № 2 до касания с исходной кривой безразличия, а в трактовке Слуцкого (№ 3_S) – до точки первоначального оптимума E_1 (рис. 3.1 – 3.2). Такой параллельный сдвиг подразумевает изменение величины расходов потребителя, покупки которого оцениваются по новым, измененным ценам.