

ПРОЕКТ

макета учебной дисциплины

«Методы оптимальных решений»

«Methods of Optimal Decisions»

Кафедра Математических методов анализа экономики. Ауд. 356-360, тел. 939-38-02

Сайт: <http://www.econ.msu.ru/departments/mmae/>.

e-mail: mmae@econ.msu.ru

Статус дисциплины: по выбору, читается на программе бакалавров по направлению «Экономика»

Авторы программы и лекторы:

Кострикин Игорь Алексеевич, e-mail iakostrikin@mail.ru,

Красков Вадим Васильевич, e-mail kraskovvv@yandex.ru.

1. Перечень планируемых результатов обучения

Изучение данной дисциплины способствует в дальнейшем освоению фундаментальных знаний, прикладных экономических навыков и получению следующих

Общекультурных компетенций (ОК):

- способность использовать фундаментальные экономические знания в различных сферах деятельности (ОК-3);
- способность к самоорганизации и активному самообразованию (ОК-7).

Общепрофессиональных компетенций (ОПК):

- способность выбирать и комбинировать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы (ОПК-3);
- способность находить эффективные и комплексные организационно-управленческие решения в профессиональной деятельности и готовность нести за них ответственность (ОПК-4).

Профессиональных компетенций (ПК):

- способностью выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами (ПК-3);
- способность на основе описания экономических, исторических, политических, экологических, демографических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты и делать прогнозы (ПК-4);
- способность использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические и программные средства и информационные технологии (ПК-8);
- способность критически оценивать предлагаемые варианты управленческих решений на микро и макро уровне, разрабатывать и обосновывать предложения по их совершенствованию с учетом критериев социально-экономической эффективности, финансовых и экологических рисков и возможных социально-экономических последствий (ПК-11);
- способность использовать в преподавании экономических дисциплин в образовательных организациях различного уровня существующие программы и учебно-методические материалы (ПК-12).

1.1 В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать

1. постановку основных задач линейного программирования;
2. симплексный метод решения задач линейного программирования;
3. двойственный симплексный метод;
4. геометрическую интерпретацию симплексного метода;
5. признак оптимальности допустимого базисного решения;
6. признак неограниченности целевой функции;
7. признак возможной неединственности оптимального решения;
8. понятие вырожденного базисного решения;
9. метод искусственного базиса;
10. понятие двойственной задачи;
11. теоремы двойственности;
12. транспортную задачу;
13. метод потенциалов решения транспортной задачи;
14. связь метода потенциалов с теорией двойственности;
15. задачу о назначениях;
16. целочисленные задачи линейного программирования;
17. метод отсечений, отсечение Гомори;
18. метод ветвей и границ;
19. основные понятия теории графов;
20. задачу о кратчайшем пути;
21. задачу о максимальном потоке;
22. связь сетевых задач с линейным программированием;
23. постановку задачи динамического программирования;
24. принцип оптимальности Беллмана;
25. задачу о рюкзаке;
26. задачу распределения ресурсов.

Уметь:

1. строить модели конкретных экономических процессов;
2. решать задачи линейного программирования симплексным методом;
3. анализировать полученные решения с помощью теории двойственности;
4. решать транспортные задачи;
5. решать задачи о назначениях;
6. решать целочисленные задачи линейного программирования;
7. решать оптимизационные задачи на сетях;
8. решать определенный класс задач динамического программирования;
9. интерпретировать полученные решения рассматриваемых оптимизационных моделей в терминах исходной содержательной (экономической) задачи.

Владеть:

1. терминологией вышеуказанных разделов теории оптимизации;
2. методами математического моделирования (в рамках данного курса);
3. методами нахождения оптимальных решений в задачах различного типа;
4. методами анализа полученных оптимальных решений.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы (ООП) подготовки бакалавра.

Курс «Методы оптимальных решений» относится к математическому и естественнонаучному циклу. Математический аппарат, изучаемый в рамках курса, активно используется при моделировании экономических процессов, и, в частности, применяется в таких курсах как микроэкономика-2, макроэкономика-2, теория игр,

экономика отраслевых рынков, количественные методы в прикладной экономике, институциональная экономика, моделирование экономических процессов, и др.

Для успешного овладения курсом студентам необходимы знания по следующим дисциплинам: математический анализ, линейная алгебра, математический анализ-2, линейная алгебра-2.

Курс должен читаться в третьем семестре.

3. Желательный объем дисциплины: 5 зачетных единиц (180 академических часов, в том числе: лекции 54 часа, семинары 36 часов, контактные часы 8 часов, самостоятельная работа 82 часа)

4. Структура и содержание дисциплины

Тема 1. ВВЕДЕНИЕ

Постановка задачи линейного программирования. Основные понятия, примеры задач линейного программирования: задача планирования производства, задача о диете, транспортная задача. Геометрическая интерпретация и геометрическое решение задачи линейного программирования в случае двух переменных.

Тема 2. СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД

Алгебра симплексного метода. Симплексная таблица и работа с ней. Признак оптимальности допустимого базисного решения. Признак неограниченности целевой функции. Признак неединственности оптимального решения. Нахождение всех оптимальных решений и всех базисных оптимальных решений. Понятие вырожденного базисного решения. Дополнительные переменные и их использование в симплексном методе. Метод искусственного базиса.

Тема 3. ГЕОМЕТРИЯ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Понятие отрезка в n -мерном пространстве. Понятие выпуклого множества. Выпуклость множества допустимых решений и множества оптимальных решений задачи линейного программирования. Теоремы о соответствии крайних точек и допустимых базисных решений, о существовании допустимого и оптимального базисного решения задачи линейного программирования. Многогранное множество, многогранник. Теорема о представлении многогранника. Представление допустимого и оптимального множеств задачи линейного программирования.

Тема 4. ТЕОРИЯ ДВОЙСТВЕННОСТИ И АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Двойственность в линейном программировании. Построение сопряженной задачи для исходной задачи в стандартной, канонической и общей формах. Первая теорема двойственности. Вторая теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости. Теорема о маргинальных значениях. Экономическая и геометрическая интерпретация двойственных переменных. Связь между вырожденностью и неединственностью решения. Двойственный симплексный метод.

Тема 5. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Различные формы транспортной задачи. Структура допустимого множества замкнутой транспортной задачи. Нахождение исходного допустимого базисного решения методом северо-западного угла и методом минимального элемента. Понятие цикла. Метод потенциалов решения транспортной задачи. Вырожденность и неединственность в транспортной задаче. Транспортная задача с ограничениями на пропускную способность. Задача о назначениях.

Тема 6. ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Целочисленные задачи линейного программирования. Метод отсечений. Отсечение Данцига. Отсечение Гомори; правильность отсечения Гомори. Комбинаторные методы дискретного программирования. Метод ветвей и границ. Некоторые экономические задачи целочисленного программирования.

Тема 7. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ И ОПТИМИЗАЦИЯ НА СЕТЯХ

Основные понятия теории графов. Задача о кратчайшем пути. Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Сетевые задачи и линейное программирование.

Тема 8. ЭЛЕМЕНТЫ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана. Алгоритмы решения оптимизационных задач, основанные на принципе Беллмана (на примере задачи о ранце и задачи распределения ресурсов).

5. Литература

1. Количественные методы в экономических исследованиях. Под редакцией М.В. Грачевой, Л.Н. Фадеевой, Ю.Н. Черемных. М.: ЮНИТИ, 2004.
2. Линейное программирование. Учебно-методическое пособие под редакцией Ю.Н.Черемных. М.: Издательство Московского университета, 1992.
3. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. М.: Наука, 1991.
4. Таха Х. Введение в исследование операций (в 2-х книгах). М.: Мир, 1985.
5. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. М.: Мир, 1974.

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

В начале каждого семестра студенты получают список теоретических вопросов и обширный набор образцов практических и теоретических заданий, пополняемый в течение семестра Эти материалы служат основой для самостоятельной работы и подготовки к практическим и теоретическим письменным работам.

а) перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе обучения

Компетенции ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-4, ПК-3, ПК-4, ПК-8, ПК-11, ПК-12 формируются в процессе обучения всем темам курса.

б) типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

1. Решите задачу симплексным методом:

$$\begin{aligned} z &= 14x_1 + 10x_2 + 8x_3 + 2x_4 \rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &\geq 18 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 12 \\ x_1 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

2. Дана задача линейного программирования.

$$\begin{aligned} z &= 14x_1 + 10x_2 + 8x_3 + 2x_4 \rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &\geq b_1 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= b_2 = -1 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

а) Решите графическим способом задачу, двойственную к данной.

б) Решите исходную задачу с помощью решения двойственной задачи и второй теоремы двойственности.

в) Используя двойственную задачу, выясните приращение оптимального значения функции z , если

- 1) $\Delta b_1 = 2$ 2) $\Delta b_1 = -2$ 3) $\Delta b_2 = 2$ 4) $\Delta b_2 = -2$

г) Используя двойственную задачу, выясните приращение параметра b_1 , при котором приращение оптимального значения функции z равно

- 1) 8 2) -8

д) Используя двойственную задачу, выясните приращение параметра b_2 , при котором приращение оптимального значения функции z равно

- 1) 4 2) -4

3. Каждое из указанных решений данной задачи линейного программирования проверьте на оптимальность, используя двойственную задачу и вторую теорему двойственности.

$$\begin{aligned} z &= 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 9x_4 \rightarrow \min \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 &= 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 &\geq 16 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &\leq 12 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

- 1) (1 ; 1 ; 7 ; 0) 2) (0 ; 0 ; 8 ; 0)
3) (1 ; 3 ; 0 ; 3) 4) (0 ; 4 ; 0 ; 4)

4. Решите транспортную задачу, заполнив исходную таблицу методом минимального элемента.

		9	13	11
11	4		5	8
4	6		4	7
8	2		3	1
10	9		9	6

5. а) Решите задачу о назначении четырех исполнителей на четыре вида работ. Степень эффективности выполнения i -м исполнителем j -го вида

работ задана матрицей $\begin{pmatrix} 6 & 8 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 1 & 2 \\ 7 & 9 & 1 & 8 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. Начальное заполнение таблицы

произведите одним из двух стандартных способов.

б) Решите задачу о назначениях, считая, что матрица задает плату за выполнение i -м исполнителем j -го вида работ. Начальное заполнение таблицы произведите методом северо-западного угла.

6. Решите задачу целочисленного линейного программирования, используя метод отсечений Гомори и двойственный симплексный метод. Дайте графическую иллюстрацию, указав полученные отсечения.

$$z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$3x_1 + x_2 \leq 9/2$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 ; x_1, x_2 \in Z$$

7. Форма проведения самостоятельной работы и текущего контроля успеваемости

- По каждой теме: изучение литературы и материалов лекций, решение задач. Суммарная трудоемкость 36 часов.
- Письменные контрольные работы. Трудоемкость подготовки 10 часов.
- Экзамен. Трудоемкость подготовки 36 часов.

Итоговая сумма баллов для каждого студента складывается из результатов по следующим видам работ:

- две письменные контрольные работы;
- письменный экзамен.

8. Образовательные технологии.

Интерактивные лекции, семинарские занятия, устный разбор результатов контрольных работ, консультации по теоретическому материалу.

9. Балльная система оценки знаний.

Итоговая оценка в баллах выставляется в соответствии с принятой на факультете балльно-рейтинговой системой, исходя из 250 баллов.

Критерии оценок:

- отлично — не менее 85%,
- хорошо — не менее 65%, но менее 85%;
- удовлетворительно — не менее 40%, но менее 65%.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).

Для лекций необходимы:

- аудитория с меловой доской, проектором и качественным микрофоном;
- доступ студентов и преподавателей курса к образовательному порталу экономического факультета МГУ;
- наличие обязательной литературы в достаточном количестве в библиотеке экономического факультета МГУ.