

Исследование операций

Лектор: Клачкова О.А. (e-mail: sparrow889@gmail.com)

Предполагаемые **семинаристы** (список не окончательный): Клачкова О.А., Красков В.В., Сучкова О.В., Рощина Я.А.

Дисциплину можно выбирать в семестрах: 4, 6

Курсы, которые следуют за данным: Сетевые модели и оптимизационные алгоритмы в экономике, Имитационное моделирование социально-экономических процессов, Динамическая оптимизация.

Содержание дисциплины и литература

Тема 1. Введение

Типы математических моделей. Математическое моделирование: зачем нужно, основные задачи, примеры. Виды ММ: аналитическое и имитационное. Роль оптимизационных задач в моделировании. Классификация оптимизационных задач. Подходы к решению задач с несколькими целевыми функциями.

Постановка задачи линейного программирования (канонический, стандартный, общий вид задачи). Основные понятия, примеры задач линейного программирования: задача планирования производства, транспортная задача, оптимальное смешение, оптимальный раскрой, планирование финансов, сетевые задачи. Геометрическая интерпретация и геометрическое решение задачи линейного программирования в случае двух переменных.

Основная литература

1. Таха Х. Введение в исследование операций (в 2-х книгах). – М.: Мир, 1985.
2. Sundaram R.K., A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996.

Дополнительная литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – СПб: Лань, 2011.
2. Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П. Исследование операций в экономике: учебное пособие. – М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2003.
3. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. – М.: КноРус, 2010.
4. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
5. Cormen T., Leiserson C., Rivest R., Stein C. Introduction to Algorithms, Third Edition. – MIT Press. – 2009.

Тема 2. Геометрия линейного программирования

Понятие отрезка в n-мерном пространстве. Понятие выпуклого множества. Выпуклость гиперплоскости и полупространства. Теорема о пересечении выпуклых множеств. Выпуклость множества допустимых решений задачи линейного программирования. Выпуклость множества оптимальных решений задачи линейного программирования.

Понятие крайней точки выпуклого множества. Понятие базисного решения. Теорема о соответствии крайних точек и допустимых базисных решений. Теорема о существовании допустимого базисного решения. Теорема о существовании оптимального базисного решения. Понятие выпуклой

линейной комбинации, выпуклой оболочки. Выпуклость множества всех выпуклых линейных комбинаций конечного числа точек. Многогранное множество, многогранник. Теорема о представлении многогранника.

Основная литература

1. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование. Теория и конечные методы. – М.: ФизМатЛит, 1963.
2. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. – М.: Факториал Пресс, 2008

Дополнительная литература

1. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. – СПб: Лань, 2012.

Тема 3. Симплексный метод

Основные идеи симплексного метода. Алгебра симплексного метода. Симплексная таблица и работа с ней. Правильность заполнения симплексной таблицы. Признак оптимальности допустимого базисного решения. Признак неограниченности целевой функции. Признак возможной неединственности оптимального решения. Нахождение всех оптимальных решений и всех базисных оптимальных решений в случае одномерного и в случае двумерного оптимального множества. Понятие вырожденного базисного решения. Проблемы, связанные с вырождением. Дополнительные переменные и их использование в симплексном методе.

Метод искусственного базиса. Основные идеи двойственного симплексного метода.

Решение практических задач симплексным методом на языке R.

Основная литература

1. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. – М.: Факториал Пресс, 2008
2. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
3. Таха Х. Введение в исследование операций (в 2-х книгах). – М.: Мир, 1985.

Дополнительная литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – СПб: Лань, 2011.
2. Ашманов С.А., Тимохов А.В. Теория оптимизации в задачах и упражнениях. – СПб: Лань, 2012.
3. Akpan N., Iwok I. Application of Linear Programming for Optimal Use of Raw Materials in Bakery // *International Journal of Mathematics and Statistics Invention (IJMSI)*. – 2016.
4. Patil A.N., Kasturi S. Optimal Diet Decision Using Linear Programming // *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. – 2016.
5. Waheed B.Y. et al. Profit Maximization In A Product Mix Company Using Linear Programming // *European Journal of Business and Management*. – 2012.
6. Campo A., Cano J., Gómez-Montoya R. Linear Programming for Aggregate Production Planning in a Textile Company // *Fibres and Textiles in Eastern Europe*. – 2018.
7. Dash M., Pathak R. A Linear Programming Model for Assessing Asset-Liability Management in Banks // *SSRN*. – 2009.

Тема 4. Теория двойственности и анализ чувствительности

Двойственность в линейном программировании. Построение сопряженной задачи для исходной задачи в стандартной, канонической и общей формах. Задача, сопряженная к сопряженной.

Лемма о значениях целевых функций исходной и двойственной задач. Следствия из нее. Признак оптимальности пары взаимно-двойственных задач («слабая» постановка). Первая теорема двойственности («сильная» постановка).

Вторая теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости в случае задачи в стандартной форме и в общем случае.

Третья теорема двойственности. Геометрическая иллюстрация. Экономическая интерпретация двойственных переменных. Анализ устойчивости. Вывод функций спроса на ресурсы и предложения товаров.

Формализация реальных практических ситуаций в виде задач линейного программирования.

Решение практических задач на анализ чувствительности на языке R.

Основная литература

1. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. – М.: Факториал Пресс, 2008
2. Таха Х. Введение в исследование операций (в 2-х книгах). – М.: Мир, 1985.

Дополнительная литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – СПб: Лань, 2011.

Тема 5. Целочисленное программирование

Общая постановка задачи ЦЛП. Основные методы решения. Примеры задач, приводящих к целочисленной постановке. Основные отличия от непрерывных задач. Теорема о возможности сведения 3ЦЛП к ЗЛП.

Метод отсечений. Отсечение Данцига. Метод отсечений Гомори. Лемма Гомори.

Метод ветвей и границ решения целочисленной задачи линейного программирования.

Решение практических задач методами целочисленного программирования на языке R.

Основная литература

1. Таха Х. Введение в исследование операций (в 2-х книгах). – М.: Мир, 1985.

Дополнительная литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – СПб: Лань, 2011.

Тема 6. Транспортная задача

Транспортная задача: постановка задачи; представление в виде задачи линейного программирования.

Теорема о допустимости замкнутой транспортной задачи. Теорема о ранге матрицы ограничений транспортной задачи. Нахождение исходного допустимого базисного решения методом северо-западного угла и методом минимального элемента.

Задача, двойственная к транспортной. Метод потенциалов решения транспортной задачи. Теорема о коэффициентах целевой функции транспортной задачи при выражении этой функции через свободные переменные (связь коэффициентов с потенциалами). Критерий оптимальности

транспортной задачи. Понятие цикла. Теорема о несуществовании цикла из базисных клеток. Теорема о существовании единственного цикла пересчета для каждой свободной клетки.

Вопросы вырожденности и неединственности в транспортной задаче. Несбалансированная транспортная задача. Транспортная задача с ограничениями на перевозки.

Задача о назначениях. Составление расписания. Матрицы корреспонденций.

Решение практических транспортных задач и задач о назначении на языке R.

Основная литература

1. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
2. Таха Х. Введение в исследование операций (в 2-х книгах). – М.: Мир, 1985.

Дополнительная литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – СПб: Лань, 2011.
2. Satheeskumar B., Nareshkumar S., Kumaraghuru S. Linear Programming Applied to Nurses Shifting Problems // *International Journal of Science and Research (IJSR)*. – 2014.
3. Sufahani S., Ismail Z. A Real Scheduling Problem for Hospital Operation Room // *Applied Mathematical Sciences*. – 2014.
4. Garaix T., Gondran M., Lacomme P., Mura E., Tchernev N. Workforce Scheduling Linear Programming Formulation // *16th IFAC Synopsium on Information Control Problems in Manufacturing (INCOM)*. – 2018.
5. Rath S., Rajaram K., Mahajan A., Integrated Anesthesiologist and Room Scheduling for Surgeries // *Operations Research*. – 2017.
6. Kant G., Jacks M., Aantjes C. Coca-Cola Enterprises Optimizes Vehicle Routes for Efficient Product Delivery // *Interfaces*. – 2008.
7. Caiati V., Bedogni L., Bononi L., Ferrero F., Fiore M., Vesco A. Estimating urban mobility with open data: A case study in Bologna // *IEEE International Smart Cities Conference (ISC2)*. – 2016.

Тема 7. Выпуклость функций

Понятие выпуклой и вогнутой функций двух и нескольких переменных. Теорема о непрерывности выпуклой функции, определенной на выпуклом открытом множестве. Необходимые и достаточные условия выпуклости для непрерывных, дифференцируемых функций и дважды дифференцируемых функций. Экстремум выпуклой функции. Связь выпуклости функции и выпуклости различных множеств с ней связанных (надграфик, оптимальное множество и т.д.). Понятие квазивыпуклой функции.

Основная литература

1. Sundaram R.K., A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996.
2. Weitzman M., Income, Wealth and the Maximum Principle. – Harvard University Press, 2003

Дополнительная литература

1. Blume L., Simon C.P. Mathematics for economists. – W.W. Norton & Company. – 1994.

Тема 8. Нелинейное программирование

Конечномерные гладкие задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Теоремы отделимости. Задача выпуклого

программирования. Теорема Куна-Таккера. Субдифференциал. Теорема Моро-Рокафеллара. Теорема Дубовицкого-Милютин.

Метод опорных векторов. Постановка задачи в случае линейной разделимости и линейной неразделимости. Двойственность в нелинейных задачах. Ядерные функции.

Решение практических задач на метод опорных векторов на языке R.

Основная литература

1. Sundaram R.K., A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996.

Дополнительная литература

1. M. P. Deisenroth, A. A. Faisal, C. S. Ong. Mathematics for Machine Learning. Cambridge University Press. – 2019.

Тема 9. Элементы динамического программирования

Постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности Беллмана для решения задач динамического программирования с конечным горизонтом. Задача о распределении ресурсов. Задача о рюкзаке.

Основная литература

1. Sundaram R.K., A First Course In Optimization Theory – Cambridge University Press, 1996.

Дополнительная литература

1. Ljungqvist L., Sargent T., Recursive Macroeconomic Theory, Second Edition – MIT, 2000.

Предполагаемая система оценивания

Формы текущей и промежуточной аттестации (оценочные средства)	
Первая контрольная работа	20%
Вторая контрольная работа	20%
Домашняя работа (возможно, в группах)	10%
Практическая работа	10%
Экзамен (устная часть на оценку «отлично»)	40%