

**Тема:** «Моделирование факторов технологической эффективности»

**Цель:** Обзор подходов к моделированию факторов технологической эффективности.

**Задачи:**

1. Обзор основных методов оценивания производственной границы (*production frontier*);
2. Описание основных подходов к моделированию факторов технологической эффективности в рамках метода огибающих и метода стохастической границы;
3. Проведение сравнительного анализа представленных методов;
4. Обзор эмпирических работ, использующих метод стохастической границы при моделировании факторов технологической эффективности.

**Определения:**

Производственная граница (*production frontier*) – функция, ставящая в соответствие каждому набору затрат (ресурсов) максимально возможный набор выпусков.

Технологическая эффективность – отношение фактического выпуска исследуемого объекта к его максимально возможному значению при фиксированном объеме затрат.

**Непараметрические методы оценивания производственной границы (метод огибающих)**

Общий вид задачи линейного программирования (ЗЛП) для оценки производственной границы: (Ferrier, Lovell, 1987)

$$\begin{aligned} & \max_{u,v} (u'q_i / v'x_i), \\ & u'q_j / v'x_j \leq 1, j=1,2,\dots,I, \\ & u \geq 0, v \geq 0, \quad (1) \end{aligned}$$

где  $i$ -ая фирма характеризуется вектором  $x_i$  затрат (ресурсов) и вектором  $q_i$  выпусков.  $v$  ( $N \times 1$ ),  $u$  ( $M \times 1$ ) – вектора весов затрат и выпусков соответственно.

Во избежание ситуации появления бесконечного множества решений вводится ограничение  $v'x_i = 1$ , в результате чего новая ЗЛП принимает вид:

$$\begin{aligned} & \max_{\mu,v} (\mu'q_i), \\ & v'x_i = 1, \\ & \mu'q_j - v'x_j \leq 0, j=1,2,\dots,I, \\ & \mu \geq 0, v \geq 0. \quad (2) \end{aligned}$$

**Моделирование факторов технологической эффективности в рамках метода огибающих:**

1. Объекты разделяются на группы по степени подверженности влиянию фактора на технологическую эффективность. Сопоставление значений технологической эффективности осуществляется для фирм, принадлежащих одной группе. [Banker, Morey, 1986]
2. Объекты разделяются на группы по некоторому качественному признаку. Метод огибающих используется для каждой группы объектов. Затем точки фактического выпуска для объекта каждой группы проектируются на соответствующую им производственную границу. Затем метод огибающих применяется для объединенной выборки, состоящей из точек-проекции каждой группы, и оценивается разница в средней эффективности групп. [Charnes, Cooper, Rhodes, 1981]
3. Непосредственное включение сопутствующих факторов в ЗЛП [Ferrier, Lovell, 1990].
4. Четвертый подход к учету сопутствующих факторов состоит из двух этапов. На первом этапе к выборке применяется метод огибающих. На втором этапе на основе эконометрических методов находится зависимость значений технологической эффективности, рассчитанных на первом этапе, от сопутствующих факторов. Оцененные коэффициенты регрессии могут быть использованы для корректировки значений эффективности, полученных на первом этапе [Coelli T., Rao P., 2005].

## **Параметрические методы оценивания производственной границы (метод стохастической границы)**

Aigner, Lovell, Schmidt (1977), Meeusen, van den Broeck (1977)

Общий вид граничной производственной функции:

$$\ln q_i = x_i' \beta + v_i - u_i, \quad (3)$$

где  $q_i$  - объем производства  $i$ -ой фирмы, ( $i=1, \dots, I$ ).

$x_i$  - вектор  $K \times 1$ , состоящий из логарифмов затрат.

$\beta$  - вектор параметров производственной функции.

$u_i$  - независимая от  $v_i$  неотрицательная случайная переменная, имеющая усеченное в нуле нормальное распределение (с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_u^2$ ), характеризующая результаты воздействия на производственный процесс всей совокупности факторов, снижающих его эффективность.

$v_i$  - случайная переменная, имеющая нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_v^2$ , отражающая влияние сбалансированных случайных воздействий.

Наиболее часто используемая мера технологической эффективности – отношение наблюдаемого выпуска к соответствующему значению стохастической границы:

$$TE_i = \frac{q_i}{\exp(x_i' \beta + v_i)} = \frac{\exp(x_i' \beta + v_i - u_i)}{\exp(x_i' \beta + v_i)} = \exp(-u_i). \quad (4)$$

Оценка параметров стохастической границы осуществляется методом максимального правдоподобия.

Накладываются следующие ограничения на случайные ошибки:

$$E(v_i) = 0,$$

$$E(v_i^2) = \sigma_v^2,$$

$$E(v_i v_j) = 0 \text{ для всех } i \neq j,$$

$$E(u_i^2) = \sigma_u^2,$$

$$E(u_i u_j) = 0 \text{ для всех } i \neq j.$$

Оценка параметров стохастической границы осуществляется методом максимального правдоподобия.

Другие варианты распределений ошибок  $u_i$ :

- экспоненциальное распределение [Kumbhakar, Lovell, 2000],

- гамма распределение [Green, 1990],

- усеченное нормальное распределение с ненулевым средним ( $u_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2)$ ) [Stevenson, 1980].

Оценка технологической эффективности  $TE_i = \exp(-\hat{u}_i)$ .

## **Моделирование факторов технологической эффективности в рамках метода стохастической границы:**

1. Включение сопутствующих факторов непосредственно в детерминированную часть производственной границы [Coelli, Perelman, Romano, 1999]. Модель производственной границы при этом принимает следующий вид:

$$\ln q = x_i' \beta + z_i' \gamma + v_i - u_i, \quad (5)$$

где  $z_i$  - вектор неосновных (сопутствующих) факторов,  $\gamma$  - вектор неизвестных параметров.

Структура остатков, а также процедура оценки параметров модели (5) аналогична модели (4).

2. Включение неосновных (сопутствующих) факторов в стохастическую часть производственной границы [Kumbhakar, Glosh, McGuckin, 1991; Айвазян, Афанасьев, Макаров, 2008].

$$\ln q_i = x_i' \beta + v_i - u_i$$

$$u_i \sim N^+(z_i' \gamma, \sigma_u^2). \quad (6)$$

Случайные остатки имеют усеченное нормальное распределение со средним, зависящим от сопутствующих факторов  $z_i$ . Функция правдоподобия в данном случае является обобщением функции правдоподобия прежней модели.

### **Сравнительный анализ методов оценки производственной границы:**

*Метод обгибающих:*

Преимущества	Недостатки
<ul style="list-style-type: none"> <li>- возможность построения многопродуктовой модели;</li> <li>- отсутствие априорных предположений о функциональной форме детерминированной части производственной границы;</li> <li>- возможность работы с группами объектов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- отсутствие случайных ошибок;</li> <li>- чувствительность к выбросам в данных;</li> <li>- наличие проблемных участков (<i>slacks</i>) на производственной границе, характеризующихся возможностью производства прежнего объема выпуска при меньших затратах ресурсов.</li> </ul>

*Метод стохастической границы:*

Преимущества	Недостатки
<ul style="list-style-type: none"> <li>- возможность получения функциональной зависимости объема выпуска от количеств используемых факторов и описания причин, вызвавших неэффективное использование ресурсов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- априорное постулирование функциональной формы и распределения остатков.</li> </ul>

### **Метод стохастической границы с использованием панельных данных**

Версия модели (4) для панельных данных [Greene, 2005]:

$$\ln q_{it} = x_{it}' \beta + v_{it} - u_{it}, \quad (7)$$

- 1)  $u_{it} = u_i$ , где  $i = 1, \dots, I$ ;  $t = 1, \dots, T$ , где  $u_i$  - фиксированный параметр или случайная переменная, что соответствует моделям с фиксированными или случайными эффектами.

$TE_i = \exp(\alpha_i - \max_i \{\alpha_i\})$ , где  $\alpha_i$  - коэффициент при  $i$ -ой фиктивной переменной.

- 2)  $u_{it} = f(t)u_i$ , где  $f(\cdot)$  - функция, отражающая изменение технологической неэффективности во времени. Версии функции  $f(\cdot)$ :

$$\text{Kumbhakar (1991): } f(t) = [1 + \exp(\alpha t + \beta t^2)]^{-1}, \quad (8)$$

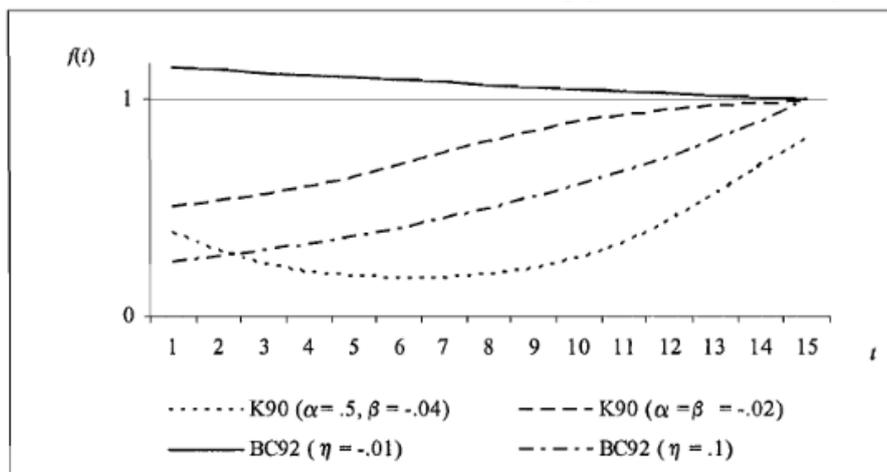
$$\text{Battese, Coelli (1992): } f(t) = \exp[\eta(t - T)], \quad (9)$$

где  $\alpha, \beta, \eta$  - неизвестные параметры, которые необходимо оценить. Функция Kumbhakar содержится в единичном интервале. Функция Battese, Coelli содержит только один неизвестный параметр и обладает следующими свойствами:  $f(t) \geq 0$ ,  $f(T) = 1$ .

Фирмы не могут менять ранг технологической эффективности. Если  $u_i < u_j$ , то

$$u_{it} = f(t)u_i \leq f(t)u_j = u_{jt}.$$

Функции, отражающие изменение технологической эффективности во времени:



Источник: Coelli T., Rao P., 2005

**Ghosh S., Mastromarcko C., Foreign Capital, Human capital and Efficiency: A Stochastic Frontier Analysis for Developing Countries, 2009**

Выборка: 57 развивающихся стран в период с 1960 по 2000 гг.

Производственная граница задана в виде:

$$y_{it} = \beta_1 l_{it} + \beta_2 k_{it} + \beta_3 l_{it}^2 + \beta_4 l_{it} k_{it} + \beta_5 k_{it}^2 + v_{it} - u_{it}, \quad (10)$$

$$i=1, \dots, N; t=1, \dots, T;$$

$$u_{it} = \delta Z_{it} + \omega_{it}, \quad (11)$$

где  $u_{it}$  - переменная, отражающая влияние технологической неэффективности ( $u_{it} \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ ),  $Z_{it}$  - набор неосновных факторов производства,  $\delta$  - вектор оцениваемых параметров,  $\omega_{it}$  - случайная переменная средним ( $\omega_{it} \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ ), удовлетворяющая условию  $\omega_{it} \geq -\delta z_{it}$ .

$$u_{it} = \delta_0 + \delta_1 FDI_{it} + \delta_2 ME_{it} + \delta_3 RD_{it} + \delta_4 HC_{it} + \delta_5 HC_{it} FDI_{it} + \delta_6 HC_{it} ME_{it} + \delta_7 HC_{it} RD_{it} + \omega_{it}, \quad (12)$$

где  $FDI$  – прямые иностранные инвестиции,  $ME$  – импорт оборудования,  $RD$  – импорт НИОКР,  $HC$  – человеческий капитал.

После включения в уравнение (10) временного тренда, а также фиктивных переменных для регионов:

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 l_{it} + \beta_2 k_{it} + \frac{1}{2} \beta_3 l_{it}^2 + \beta_4 l_{it} k_{it} + \frac{1}{2} \beta_5 k_{it}^2 + \beta_6 D_1 + \beta_7 D_2 + \beta_8 t + \beta_9 0.5t^2 + \beta_{10} k_{it} t + \beta_{11} l_{it} t + v_{it} - u_{it} \quad (13),$$

где  $D_1$  - фиктивная переменная, принимающая значение 1 для африканских стран,  $D_2$  - для азиатских, в группу остальных стран входят страны Латинской Америки, Кипр, Мальта, Турция.

Технологическая эффективность:  $TE = E[\exp(-u_{it}) | \varepsilon_{it}]$ ,  $\varepsilon_{it} = v_{it} - u_{it}$ . (14)

Среднеарифметическое (медианное) значения технологической эффективности:

	1981–85	1986–90	1991–95	1996–2000
All countries	0.302 (0.249)	0.299 (0.253)	0.396 (0.263)	0.387 (0.322)
Africa	0.183 (0.257)	0.207 (0.286)	0.201 (0.348)	0.224 (0.332)
Asia	0.294 (0.243)	0.326 (0.191)	0.410 (0.155)	0.495 (0.168)
Reference group	0.378 (0.230)	0.425 (0.271)	0.410 (0.289)	0.432 (0.328)

### **Список литературы:**

- 1) Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Макаров В.Л., Моделирование достижимого производственного потенциала и оценка эффективности производства на основе методологии стохастической границы, препринт, Москва, ЦЭМИ, 2008
- 2) Павлова Н. Экономико-математический анализ влияния образования на экономический рост. Современные проблемы экономико-математического моделирования. Сборник научных трудов. ТЕИС, М., 2001
- 3) Acemoglu D., Directed Technical Change, *The Review of Economic Studies*, Vol.69, No.4, Oct., 2002
- 4) Aghion P., Aneletos M., Banerjee A., Manova K., Volatility and Growth Financial Development and the Cyclical Composition of Investment, *Harvard Working Paper*, 2004
- 5) Aghion P., Askenazy P., Berman N, Cette G., Eymard L., Credit Constraint and the cyclicality of R&D Investment: Evidence from France, *Paris School of Economics, Working Paper №6*, 2008
- 6) Aghion P., Bloom N., Blundell R., Griffith R., Howitt P., Competition and Innovation: An Inverted U Relationship, September, 2002
- 7) Aghion P., Harris C., Howitt P., Vickers J., Competition, Imitation and Growth with Step-by-Step Innovation, *European Economic Review*, Vol.41, Is.3-5, 2004
- 8) Aghion P., Howitt P., Growth with Quality-Improving Innovations: An Integrated Framework, 2005
- 9) Aghion P., Howitt P. Capital, innovation and growth accounting, *Oxford Review of Economic Policy*, Volume 23, Number 1, 2007
- 10) Aigner D.J., Lovell C.A.K., Schmidt P., Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models, *Journal of Econometrics*, 6, 1977
- Akcomak, Weel, Social Capital, Innovation and Growth: Evidence from Europe, *Discussion Paper Series, IZA DP No.3341*, February, 2008
- 11) Banker R.D., Morey R.C., The Use of Categorical Variables in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 32, 1986
- 12) Battese GE, Coelli T.J., A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data, *Empirical Economics*, 7, 1992
- 13) Borensztein E., Gregorio J., Lee J.-W., How Does Foreign Direct Investment Affect Economic Growth, *Journal of International Economics* 45, 1998
- 14) Coelli T., Rao P., O'Donnell C., Battese G., *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Springer Science+Business Media, 2005
- 15) Coelli T.J., Perelman S., Romano E., Accounting for Environmental Influences in Stochastic Frontier Models: With Application to International Airlines, *Journal of Productivity Analysis*, 1999
- 16) Green W.H., A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model, *Journal of Econometrics* №46: 1/2, 1990
- 17) Horii R., Kitagawa A., Futagami K., Availability of Higher Education and Long Term Economic Growth, *Japanese Economic Review*, Vol.59, No.2, June 2008
- 18) Ghosh S., Mastromarcko C., Foreign Capital, Human capital and Efficiency: A Stochastic Frontier Analysis for Developing Countries, *World Development*, Vol.37, №2, 2009
- 19) Greene W., Fixed and Random Effects in Stochastic Frontier Models, *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 23, №1
- 20) Kong Weng Ho, Hian Teck Hoon, Growth Accounting for a Follower-Economy in a World of Ideas: The Example of Singapore, June, 2006;
- 21) Kumbhakar S.C., Ghosh S., McGukin., A Generalized Production Frontier Approach for Estimating Determinants of Inefficiency in US Dairy Farms, *Journal of Business and Economic Statistics*, №9:3 (July), 1991
- 22) Meeusen W., and van den Broeck, Efficiency Estimation From Cobb-Douglas Production Functions With Composed Error, *International Economic Review*, №18, 1977
- 23) Mumit A, Level or Growth, which is more important? Influence of Human Capital on spillovers from FDI, *North-South University Working Paper*, January 2008;
- 24) Papagni E., Human Capital, Fertility, and Growth under Borrowing Constraints, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.30, Issue 1, January 2006
- 25) Peretto P., Smulders S., Technological Distance, Growth and Scales Effects, *The Economic Journal*, 112(July,) 2002

- 26) Pitt M.M., Lee L.F., The Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry, Journal of Development Economics, №9, 1981
- 28) Romer P., Endogenous Technological Change, The Journal of Political Economy, Vol.98, No.5, Partt 2: 1990
- 29) Stevenson R.E., Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Estimation, Journal of Econometrics, №19, 1980
- 30) Wang H.J., Schmidt P., One-step and Two-step Estimation of the Effects of Exogenous Variables on Technical Efficiency Levels, Journal of Productivity Analysis, Vol. 18, №2, 2002

*Приложение*

***Классификация теоретических работ, основанных на эндогенном подходе к учету НТП, по факторам НТП***

<b><i>Фактор НТП</i></b>	<b><i>Авторы работ</i></b>
Конкуренция	Aghion, Bloom, (2005) (+/-) Aghion , Howitt (2001) (+) Grossman, Helpman (1991)(-)
Уровень человеческого Капитала	Romer (1990) (+) Павлова (2002) (+), Kitagawa (2008) (+) Aghion, Meghir (2004) (+)
Несовершенство кредитных рынков	Papagni (2002) (-) Aghion (2007) (-)
Цена фактора производства	Acemoglu (2002) (+)
Наделенность фактором производства	Acemoglu (2002) (+)
Социальный капитал	Akcomak, Weel, (2008) (+)
Прямые иностранные инвестиции	Borenszetein, 1998 (+) Weng (2006) (+) Mumit A. (2008) (+), Todo Y. (2003) (+),
Участие в международной торговле	Weng (2006) (+), Schiff M. (2009) (+), Cameron G. (2005) (+)

*Обозначения, используемые в таблице: в скобках указано направление влияния фактора на НТП и экономический рост («+» - положительное, «-» - отрицательное, «+/-» - неоднозначное)*