Применение метода фрактального анализа для группировки российских компаний (ГРК), оперирующих на фондовом рынке

Рассказчик Андрей Злотник.

Фрактальная статистика указывает на беспорядочность и сложность жизни, но многое таит и в себе.

Edgar E. Peters [Πετερc2000, 129]

Конечная цель работы в рамках представляемой тематики: построение прогнозирующей модели основанной на идеях фрактальности и R/S анализе.

Задачи сделанные в рамках текущей тематики: Группированы компании на РТС по степени предсказуемости ісh доходностей.

Фрактал – **объект**, **в котором** части некоторым образом подобны целому, т.е. отдельные **составные части "самоподобны".** [Петерс2004, 290]

Применительно к ценам фрактальной будем считать структуру такую, что существует величина периода, начиная с которой на любом отрезке большей величины невозможно выделить монотонную функцию.

МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ ГИПОТЕЗЫ ЭФФЕКТИВНОГО РЫНКА (ЕМН) [Малюгин2003, 216;244]

В каждой естественной науке заключено столько истины, сколько в ней математики.

Кант

- Е.1. Инвесторы осуществляют оценку активов, основываясь на их ожидаемой доходности и риске.
- **Е.2**. При выборе из двух идентичных во всем, кроме ожидаемой доходности, активов инвестор отдает пре-дпочтение активу с большей ожидаемой доходностью.
- Е.3. При выборе из двух идентичных во всем, кроме риска, активу инвестор отдает предпочтение портфелю с меньшим риском.
- Е.4. Характеристики активов относятся к одному заданному периоду владения.
- Е.5. Активы являются бесконечно делимыми, т.е. в каждый актив может быть вложена любая доля капитала инвестора.
- **Е.6**. Отсутствуют какие-либо технические препятствия в реализации оптимальных инвестиционных стратегий; относительно любого актива возможна операция "короткая продажа"; налоги и издержки, связанные с покупкой и продажей активов, не принимаются во внимание.
- **Е.7**. Существует безрисковая ставка R_f , по которой инвесторы могут кредитовать и заимствовать произвольную сумму денег.
- **Е.8.** Информация в одинаковой степени доступна всем участникам рынка, которые идентично ее интерпретируют и мнгновенно используют для принятия или корректировки решений.
- **Е.9.** Инвесторы имеют однородные ожидания: поступают рационально, придерживаясь однородных целевых установок и стратегий поведения, а, следовательно, имеют одинаковые прогнозы относительно ожидаемой доходности и риска ценных бумаг.

Математическое описание эффективного рынка основано на предположении о *случайном блуждании* цен финансовых активов [Малюгин2003, 161;162]

МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ ГИПОТЕЗЫ ФРАКТАЛЬНОГО РЫНКА (FMH) [Петерс2004, 57;58]

Математика может открыть определенную последовательность даже в хаосе.

Гертруда Стайн

{Гипотеза фрактального рынка – обобщение гипотезы эффективного рынка}

- **F.1.** Рынок стабилен, когда он состоит из инвесторов, охватывающих большое количество инвестиционных горизонтов. Это гарантирует, что существует достаточно ликвидности для трейдеров.
- **F.2.** Информационное множество больше связано с настроением рынка и техническими факторами в краткосрочной перспективе, чем в более долгосрочной перспективе. По мере увеличения инвестиционных горизонтов доминирует более долговременная фундаментальная информация. Таким образом, изменения цены могут отражать информацию, важную только для этого инвестиционного горизонта.
- **F.3.** Если происходит событие, которое ставит под сомнение действительность фундаментальной информации, долгосрочные инвесторы либо прекращают участие на рынке, либо начинают торговать на основании краткосрочного информационного множества. **Когда общий инвестиционный горизонт рынка сокращается до однородного уровня, рынок становится нестабильным.** Нет долгосрочных инвесторов, чтобы стабилизировать рынок, предлагая ликвидность краткосрочным инвесторам.
- **F.4.** Цены отражают сочетание краткосрочной технической торговли и долгосрочной фундаментальной оценки. Таким образом, вероятно, что краткосрочные изменения цен будут более волатильными или "более шумными", чем долгосрочные. Основная тенденция на рынке отражает изменения в ожидаемом доходе на основании изменяющейся экономической среды. **Краткосрочные тенденции, более вероятно, являются результатом поведения толпы**. Нет причин полагать, что длина краткосрочных тенденций связана с долгосрочной экономической тенденцией.
- **F.5.** Если ценная бумага никак не связана с экономическим циклом, то не будет никакой долгосрочной тенденции. Будут доминировать торговля ценными бумагами, ликвидность и краткосрочная информация.
- В отличие от гипотезы эффективного рынка (ЕМН) гипотеза фрактального рынка(FМН) говорит, что информация оценивается согласно инвестиционному горизонту инвестора. Поскольку различные инвестиционные горизонты оценивают информацию по-разному, распространение информации также будет неровным. В любой конкретный момент времени цены не могут отражать всю имеющуюся информацию, они могут отражать только ту информацию, которая важная для этого инвестиционного горизонта.

R/S – **АНАЛИЗ** [Ширяев1998, 441-455]

Легкость математики основана на возможности чисто логического ее построения, трудность, отпугивающая многих, - на невозможности иного изложения. Хуго Штейнгаус

Пусть $\{P_t\}$ - ряд цен актива,

Обозначим:

$$h_{t}\coloneqq \ln \frac{P_{t}}{P_{t-1}}$$
 - доходность актива, (1)

 $H_t \coloneqq h_1 + \ldots + h_t, \quad t \in N$ - накопленная доходность актива, (2)

$$R_{t} := \max_{i \leq t} \left(H_{i} - \frac{i}{t} H_{t} \right) - \min_{i \leq t} \left(H_{i} - \frac{i}{t} H_{t} \right) \stackrel{(*)}{=} \ln \left[\frac{\max \left(\frac{P_{i}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}} \right)^{\frac{i}{t}}}{\min \left(\frac{P_{i}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}} \right)^{\frac{i}{t}}} \right], (3)$$

 R_{t} - степень отклонения от случая постоянной доходности (пропорционального изменения цен): $H_{i} = \frac{i}{t}H_{t}$.

Пусть далее:

$$S_{t}^{2} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} \left(h_{i} - \overline{h}_{t} \right)^{2} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} \left(\ln \frac{P_{i}}{P_{i-1}} - \ln \left(\frac{P_{t}}{P_{0}} \right)^{\frac{1}{t}} \right)^{2}, (4)$$

Обозначим:

$$Q_t \equiv \frac{R_t}{S_t}, (5)$$

 Q_t - нормализованный размах накопленных сумм $H_i, i \le t$ (" the adjusted range of the cumulative sums $H_i, i \le t$ ")

из (3-5) следует, что величина Q_i - инвариантна относительно преобразований $h_i \to q(h_i+p), i \in N$ и Q_i не зависит от матожидания и дисперсии величин $\{h_i\}$, что означает непараметричность Q_i - статистики.

Это свойство позволяет с той или иной вероятностью проверять гипотезу H_0 о том, что цены подчиняются схеме случайного блуждания, лежащей в основе классической концепции эффективно функционирующего рынка.

Feller в 1951 году показал, что для: независимых и одинаково распределённых случайных величин $\{h_t\}$:

$$\frac{R_{t}}{S_{t}} \Box ct^{\frac{1}{2}}(8)$$

Harold E. Hurst обнаружил, что вместо ожидаемых значений $\frac{R_t}{S_t}$ получились значения:

:

$$\frac{R_{t}}{S_{\cdot}} \Box ct^{H}$$
,(9)

где H — значимо отличается от $\frac{1}{2}$.

Более того, оказалось, что случаи, когда $H = \frac{1}{2}$ -крайне редки. Edgar E. Peters(2000) Приводит только один случай: Обменный курс сингапурского доллара к американскому. Причина — сингапурское правительство придерживается политики следования за американским долларом. Поэтому случайные флуктуации - суть действия трейдеров. Относительно незначительный объём рынка, наряду с достаточно большим количеством трейдеров, обеспечивает ситуацию близкую к случайному блужданию (совершенной конкуренции).

Стоит ещё раз подчеркнуть, что поскольку H значимо отличается от $\frac{1}{2}$, то сомнительно применение моделей типа ARIMA, ARCH, в основе построения которых лежит белый гауссовский шум.

Как правило, для последовательностей $\{h_t\}$ со "слабой зависимостью" (марковских, авторегрессионных и т.п.) параметр H оказывается близким к $\frac{1}{2}$. В этом случае обычно говорят, что процесс $\{h_t\}$ имеет "конечную $\frac{R_t}{S_t}$ память".

Одним из кандидатов на объяснение подобного явления может служить фрактальный гауссовский шум.

 $\frac{R_t}{S_t}$ -анализ даёт хорошие результаты в моделях, где $\{h_t\}$ - последовательность типа фрактального гауссовского шума. В ситуации заранеенеизвестного закона распределения целесообразно исследовать статистику: $V_t = \frac{Q_t}{\frac{1}{t^2}}$. Этот анализ основан на идее: в случае белого шума

 $\left(H = \frac{1}{2}\right)$ при больших t статистика V_t должна стабилизироваться ($V_t \to c$, где c - некоторая постоянная, а сходимость понимается в том или ином подходящем вероятностном смысле).

Если же $\{h_t\}$ - фрактальный гауссовский шум с $H > \frac{1}{2}$, то значения V_t должны расти с ростом t и убывать, если $H < \frac{1}{2}$.

ВЫВОДЫ [Петерс2000, 127;128]

Законы математики, имеющие какое-либо отношение к реальному миру, ненадежны; а надежные математические законы не имеют отношения к реальному миру.

Эйнштейн

Почему на рынках возникает статистика Hursta? Изменения цен имеют в своей основе ощущение инвесторами некой справедливой величины. В прошлом мы всегда имели оценку "справедливой величины" для каждой отдельной цены. Я полагаю, что инвесторы в действительности оценивают активы в некотором диапазоне цен. Этот диапазон частично определяется фундаментальной информацией, такой, как доходы, управление, новая продукция и текущая экономическая обстановка. Эта информация часто бывает полезной для определения единственной справедливой цены при помощи известных методов анализа. Второй компонентой ценового диапазона является то, в какой мере инвесторы ощущают готовность платить со стороны других инвесторов. Эта "чувствительная компонента" также анализируется и в результате складывается некий диапазон около определённой "справедливой цены". Это соединение информации и мнений даёт в результате смещение оценки капитала. Если основные показатели благоприятны, цена приближается к "справедливой величине". Если инвесторы видят, что тренд соответствует их позитивным ожиданиям в отношении той или иной ценной бумаги, они начинают покупать по примеру других. Вчерашняя активность оказывает влияние сегодня — рынок хранит память о своём вчерашнем тренде. Смещение изменится, когда цена достигнет верхнего предела справедливой величины. На этой точке смещение потерпит изменение.

Эта модель предполагает, что "диапазон" остаётся постоянным. В действительности это не так. Новая информация относительно той или иной ценной бумаги или рынка в целом может изменить этот диапазон и стать причиной драматического поворота в рыночной ситуации или в курсе отдельной ценной бумаги.

Поскольку развитый рынок прогрессирует или приходит в упадок в зависимости от экономических факторов, S&P500 и доход от 30-летних казначейских облигаций имеют циклы, совпадающие с циклами общеэкономическими.

"Показатель Hursta H измеряет влияние информации на временной ряд данных; $H = \frac{1}{2}$ подразумевает случайное блуждание и подтверждает гипотезу эффективного рынка. Вчерашние события не оказывают влияния сегодня. Сегодняшние не влияют на будущее. События некоррелированны. Старые новости уже впитаны и обесценены рынком.

В противоположность этому $H > \frac{1}{2}$ подразумевает, что сегодняшние события будут иметь значения завтра. Это означает что полученная информация продолжает учитываться рынком некоторое время спустя. Это не просто последовательная корреляция, когда влияние информации быстро падает. Это функция долговременной памяти, которая обуславливает информационное влияние в течении больших периодов времени и сказывается по отношению к любому временному масштабу. Все шестимесячные периоды все последующие шестимесячные периоды, все двенадцатимесячные - на все последующие двенадцатимесячные. Это влияние ослабевает со временем, однако медленнее, чем кратковременные зависимости. Длина цикла, следовательно – мера того, как долго длится этот период влияния – пока оно не уменьшится до неразличимой величины. В терминах статистики это – время декорреляции ряда. Для ежемесячных данных S&P500 этот период, или длина цикла, составляет в среднем 48 месяцев. В терминах нелинейной динамики – приблизительно через 48 месяцев теряется память о начальных условиях. Это влияние остаётся, однако, чуствительным.

Сорокавосьмимесячный цикл для S&P500 — средний цикл, так как не периодический. не переодические циклы характерны для нелинейных динамических систем. К тому же это статистический цикл, а не "ценовой", который мог бы представлять интерес для технического анализа. Ввиду того, что этот цикл не переодический, спектральный анализ, как правило, так же не выявляет этот тип цикла.

Фрактальная природа рынков капитала противоречит ЕМН и всем количественным моделям, которые из неё выводятся. К ним относятся САРМ, АРМ, ценовая модель Блека-Шоулза и другие численные модели, которые подразумевают нормальное Распределение и/или конечную дисперсию.

Почему же эти модели терпят неудачу? Они упрощают реальность, предполагая случайное поведение, игнорируют влияниевремени на принятие решений. Этим предположением о случайности проблема упрощается и делается "изящной" — она может быть оптимизирована с целью получения единственного решения. Используя случайное блуждание, можно получить "оптимальный портфель", "истинную величину, справедливую цену".

ЗАКЛЮЧЕНИЕ [Мандельброт2004, 193;194]

После такого долгого статистического экскурса неплохо было бы вернуться к проблеме "реальности экономических циклов". Анализ *R/S* подтверждает и значительно усиливает спектральный анализ: общее правило гласит, что экономические циклы настолько далеки от периодичности и настолько зависят как от длины имеющейся в нашем распоряжении выборки, так и от предпочтений наблюдателя, что вплоть до новых распоряжений их следует рассматривать, как артефакты. Если верить Кейнсу [Keynes 1940], ценность таких циклов заключается прежде всего в том, что с их помощью очень удобно разбивать главы по истории экономики.

ГРК

Математика похожа на мельницу: если вы засыпете в нее зерна пшеницы, то получите муку, если же засыпите отруби, отруби и получите.

Андру Филлинг Хаксли

В результате проведённого анализа активы можно разбить на четыре группы:

1) РАО ЕЭС РФ, МОСЭНЕРГО, ЮКОС - Доходности этих активов характеризуются наличием "персистентности" (чёрный шум) — тенденции следовать по направлению тренда. Персистентные временные ряды имеют "долгую память" — долговременную корреляцию между событиями. Это свойство отмечено во всех работах по фрактальному анализу, как присущее доходностям ценных бумаг.

Значительно интереснее ситуация с доходностями следующих трёх групп.

2) СБЕРБАНК, СИБНЕФТЬ — Доходности этих активов характеризуются сильной персистеностью в первый и третий периоды и "антиперсистентностью" во второй (розовый шум) — быстрой перемежаемостью последовательных значений (реверсирует чаще чем случайный ряд) во второй. Вообще говоря, антиперсистентность не характерна для доходностей, по крайней мере, в западной практике таких случаев отмечено не было, поэтому полученные данные могут иметь три смысла: используется неверная, доходности российских активов характеризуются особыми свойствами (причём в данном случае это не означает невозможность использовать данный анализ, ибо этот метод выявляет определённые статистические характеристики временного ряда), у конкретных активов происходят качественные изменения, которые не позволяют рассматривать анализируемый период целиком.

3)РТС, НОРИЛЬСКИЙ НИКЕЛЬ, РОСТЕЛЕКОМ, СЕВЕРСТАЛЬ – Доходности этих активов характеризуются значениями показателей H, близких к однойвторой, что соответствует ситуации **случайного блуждания** и допускает применение стандартных эконометрических моделей.

4) ЛУКОИЛ, СУРГУТНЕФТЕГАЗ - Доходности этих активов характеризуются устойчивым наличием антиперсистентности.

ОПИСАТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИКИ [EViews 4.0 Help]

В математике нет символов для неясных мыслей.

Пуанкаре

KURTOSIS

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{y_i - \overline{y}}{\hat{\sigma}} \right)^4$$

SKEWNESS

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{y_i - \overline{y}}{\hat{\sigma}} \right)^3$$

JARQUE-BERA

$$J - B = \frac{N - k}{6} \left(S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right)$$

ГРУППИРОВКА ПО KURTOSISY

- 1- Стабильное значение РАО ЕЭС, СИБНЕФТЬ
- 2- Стабильное значение, за исключением последнего года СБЕРБАНК, РТС
- 3- Нестабильно низкое значение НОРИЛЬСКИЙ НИКЕЛЬ, РОСТЕЛЕКОМ, СУРГУТНЕФТЕГАЗ и ЮКОС
- 4- Стабильные высокие значения при учёте последнего года ЛУКОЙЛ, МОСЭНЕРГО
- 1 Значения больше и меньше 3 ЛУКОЙЛ, РОСТЕЛЕКОМ, ЮКОС
- 2 Хотя бы раз близко к 3 МОСЭНЕРГО, СБЕРБАНК, РТС
- 3 Значительно больше 3 РАО ЕЭС, НОРИЛЬСКИЙ НИКЕЛЬ, СИБНЕФТЬ, СУРГУТНЕФТЕГАЗ

В совокупности можно выделить 2 периода

Высокое среднее значение коэффициента, намного выше 3 — свидетельствует об отсутствии нормального распределения доходностей компаний, возможно связано с бурным ростом рынка в 2005 году

Среднее значение близко к 3, период – 2002-2003 года

ВЫВОДЫ ПО СТАТИСТИКЕ JARQUE-BERA

Нулевая гипотеза о нормальном распределении не отвергается у: РТС(03.01.2002-31.12.2002), НОРИЛЬСКИЙ НИКЕЛЬ(03.01.2002-31.12.2002),

СИБНЕФТЬ(03.01.2002-31.12.2004), РОСТЕЛЕКОМ(05.01.2004-30.12.2005)

ПАРЕТО – ЛЕВИ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ [АйвазянМхитарян2001, 139]

Математика - учение об отношениях между формулами,

лишенными какого бы то ни было содержания.

Гильберт

Функция распределения вероятностей:

$$F_{\xi}(x) = P\{\xi < x\} = 1 - \left(\frac{const}{x}\right)^{\alpha}$$

Функция плотности распределения вероятностей:

$$f_{\xi}(x) = \frac{\alpha}{const} \left(\frac{const}{x}\right)^{\alpha+1}$$

Вот! [Петерс2000, 301]

$$H = \frac{1}{\alpha}$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Christian Gourieroux. Modeles ARCH et applications financieres. Paris: ECONOMICA, 1992. 290 p.
- 2. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Теория вероятностей и прикладная статистика. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 656 с.
- 3. Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг: Количественные методы анализа: Учеб. пособие. М.: Дело, 2003. 320 с.
- 4. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы: Пер. с англ. Москва-Ижевск: НИЦ "Регулярная хаотическая динамика", 2004, 256 стр.
- 5. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: применение теории хаоса в инвестициях и экономике: Пер. с англ. М.: Интернет-трейдинг, 2004 304 с.
- 6. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: Пер. с англ. М.: Мир, 2000. 333 с.
- 7. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т.1: Факты и модели. М.: ФАЗИС, 1998. 490 с.
- 8. EViews 4.0 Help. –Quantitative Micro Software, 2001

Данные для анализа были взяты с сайтов http://finance.yahoo.com

Цитаты позаимствованы у кфм Вячеслава Сычёва (Мехмат МГУ 1997) - разработчика программы Fractan http://impb.psn.ru/~sychyov/html/index.shtml

$$\left(H_{i} - \frac{i}{t}H_{t}\right) = \sum_{j=1}^{i} h_{j} - \frac{i}{t} \left(\sum_{j=1}^{t} h_{t}\right) = \sum_{j=1}^{i} \ln \frac{P_{j}}{P_{j-1}} - \frac{i}{t} \left(\sum_{j=1}^{t} \ln \frac{P_{j}}{P_{j-1}}\right) = \ln P_{i} - \ln P_{0} - \frac{i}{t} \left(\ln P_{t} - \ln P_{0}\right) = \ln \frac{P_{i}}{P_{0}} - \frac{i}{t} \ln \frac{P_{t}}{P_{0}} = \ln \frac{P_{i}}{P_{0}} - \ln \left(\frac{P_{t}}{P_{0}}\right)^{\frac{1}{t}} = \ln \left(\frac{P_{i}}{P_{0}}\right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}}\right)^{\frac{1}{t}} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}}\right)^{\frac{1}{t}} = \ln \left(\frac{P_{i}}{P_{0}}\right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}}\right)^{\frac{1}{t}} \left(\frac{P$$

$$R_{t} = \max_{i \leq t} \left(H_{i} - \frac{i}{t} H_{t} \right) - \min_{i \leq t} \left(H_{i} - \frac{i}{t} H_{t} \right) = \max_{i \leq t} \ln \left(\frac{P_{i}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}} \right)^{\frac{i}{t}} - \min_{i \leq t} \ln \left(\frac{P_{i}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{i}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{i}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{i}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{t}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right)^{\frac{i}{t}} - \ln \min_{i \leq t} \left(\frac{P_{0}}{P_{0}} \right) \left(\frac$$

$$S_{t}^{2} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} \left(h_{i} - \overline{h}_{t} \right)^{2} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} \left(\ln \frac{P_{i}}{P_{i-1}} - \frac{\sum_{i=1}^{t} h_{i}}{t} \right)^{2} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^{t} \left(\ln \frac{P_{i}}{P_{i-1}} - \ln \left(\frac{P_{t}}{P_{0}} \right)^{\frac{1}{t}} \right)^{2} (**)$$

_

H – **USA** [Петерс2000, 109-126]

Активы	Н	Циклы (месяцы)
IBM(январь 1963 – июль 1989)	0,72	18
Xerox	0,73	18
Apple Computer	0,75	18
Coca-Cola	0,70	42
Anheuser-Busch	0,64	48
McDonald's	0,65	72
Niagara Mohawk	0,69	72
Texas State Utilities	0,54	90
Consolidated Edison	0,68	90
S&P 500(январь 1950 – июль 1988) месячные	0,78	48
MSCI Germany(январь 1959 – февраль 1990)	0,72	60
MSCI Japan	0,68	48
MSCI U.K.	0,68	30
USD - Японская Йена(январь 1973 – декабрь	0,64	Nobody know
1989)		
USD - <i>Германская</i> марка	0,64	Nobody know
USD - Английский фунт	0,61	Nobody know
USD - Сингапурский доллар	0,50	No persistancy no cyclecy

H - PTC

Актив	H(03.01.2002-30.12.2005)	H(04.01.2003-0.12.2005)	H(03.01.2002-	Группировка	999R ²	749R ²	751R ²
	N = 999	N = 749	31.12.2004)N = 751				
SBER	0,6994	0,4297	0,7495	2	0,9586	0,9073	0,9689
LKOH	0,3633	0,4178	0,4116	4	0,8602	0,7995	0,9023
GMKN	0,4806	0,5377	0,5222	3	0,9309	0,9109	0,9441
EESR	0,708	0,5326	0,7491	1	0,9121	0,9297	0,9065
MSNG	0,6244	0,5507	0,6862	1	0,9123	0,8875	0,9381
RTKM	0,4723	0,5202	0,484	3	0,9086	0,926	0,889
SIBN	0,7221	0,307	0,7486	2	0,9568	0,6562	0,9512
SNGS	0,4235	0,4332	0,4307	4	0,9547	0,9202	0,9434
YUKO	0,6948	0,6875	0,683	1	0,9601	0,9054	0,9481
CHMF	0,4413	0,5344	0,5438	3	0,7545	0,9284	0,8821
(982)	(0,554;0,7269)	(0,5918;0,7269)	(0,554)		(0,8968;0,9218)	(0,9357;0,9218)	(0,8968)
CLOSED	0,473	0,4795	0,4866	3	0,9224	0,8998	0,9065
	SBER LKOH GMKN EESR MSNG RTKM SIBN SNGS YUKO CHMF (982)	N = 999 SBER	N = 999 N = 749 SBER 0,6994 0,4297 LKOH 0,3633 0,4178 GMKN 0,4806 0,5377 EESR 0,708 0,5326 MSNG 0,6244 0,5507 RTKM 0,4723 0,5202 SIBN 0,7221 0,307 SNGS 0,4235 0,4332 YUKO 0,6948 0,6875 CHMF 0,4413 0,5344 (982) (0,554;0,7269) (0,5918;0,7269)	N = 999 N = 749 31.12.2004)N = 751 SBER 0,6994 0,4297 0,7495 LKOH 0,3633 0,4178 0,4116 GMKN 0,4806 0,5377 0,5222 EESR 0,708 0,5326 0,7491 MSNG 0,6244 0,5507 0,6862 RTKM 0,4723 0,5202 0,484 SIBN 0,7221 0,307 0,7486 SNGS 0,4235 0,4332 0,4307 YUKO 0,6948 0,6875 0,683 CHMF 0,4413 0,5344 0,5438 (982) (0,554;0,7269) (0,5918;0,7269) (0,554)	N = 999 N = 749 31.12.2004)N = 751 SBER 0,6994 0,4297 0,7495 2 LKOH 0,3633 0,4178 0,4116 4 GMKN 0,4806 0,5377 0,5222 3 EESR 0,708 0,5326 0,7491 1 MSNG 0,6244 0,5507 0,6862 1 RTKM 0,4723 0,5202 0,484 3 SIBN 0,7221 0,307 0,7486 2 SNGS 0,4235 0,4332 0,4307 4 YUKO 0,6948 0,6875 0,683 1 CHMF 0,4413 0,5344 0,5438 3 (982) (0,554;0,7269) (0,5918;0,7269) (0,554)	SBER 0,6994 0,4297 0,7495 2 0,9586 LKOH 0,3633 0,4178 0,4116 4 0,8602 GMKN 0,4806 0,5377 0,5222 3 0,9309 EESR 0,708 0,5326 0,7491 1 0,9121 MSNG 0,6244 0,5507 0,6862 1 0,9123 RTKM 0,4723 0,5202 0,484 3 0,9086 SIBN 0,7221 0,307 0,7486 2 0,9568 SNGS 0,4235 0,4332 0,4307 4 0,9547 YUKO 0,6948 0,6875 0,683 1 0,9601 CHMF 0,4413 0,5344 0,5438 3 0,7545 (982) (0,554;0,7269) (0,5918;0,7269) (0,554) (0,554) (0,8968;0,9218)	N = 999 N = 749 31.12.2004)N = 751 SBER 0,6994 0,4297 0,7495 2 0,9586 0,9073 LKOH 0,3633 0,4178 0,4116 4 0,8602 0,7995 GMKN 0,4806 0,5377 0,5222 3 0,9309 0,9109 EESR 0,708 0,5326 0,7491 1 0,9121 0,9297 MSNG 0,6244 0,5507 0,6862 1 0,9123 0,8875 RTKM 0,4723 0,5202 0,484 3 0,9086 0,926 SIBN 0,7221 0,307 0,7486 2 0,9568 0,6562 SNGS 0,4235 0,4332 0,4307 4 0,9547 0,9202 YUKO 0,6948 0,6875 0,683 1 0,9601 0,9054 CHMF 0,4413 0,5344 0,5438 3 0,7545 0,9284 (982) (0,554;0,7269) (0,5918;0,7269) (0,554) (0,8968;0,9218) (0,9357;0,9218)

KURTOSIS - USA [Gourieroux1992, 86]

Série	Kurtosis
Alcoa(1966-1976)	7.2
Am. Can.	5.7
AT and T	6.3
Anaconda	11.1
Chrysler	6.9
Dupont	4.8
Kodak	6.3
G. Electric	5.1
G. Foods	5.7
G Motors	7.2
Harvester	5.7
Or(1975-1982)	11.4
Argent(1970-1974)	11.4
Cuivre(1966-1981)	9.9
Plomb(1970-1981)	9.6
Etain	9.9
Zink	15.0
Pound/\$(1974-1982)	8.4

ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА

03.01.2002-30.12.2005

	CLOSED	EESR	GMNK	LKOH	MSNG	RTKM	SBER	SIBN	SNGS	YUKO
Skewness	0.730102	-0.267837	-0.027531	1.195101	0.797095	-0.252779	1.313877	-0.399149	0.462722	-0.176797
Kurtosis	3.161153	1.956665	1.610462	3.874546	3.283849	1.721701	4.274937	2.461092	2.247962	1.699235
Jarque-Bera	89.83374	57.25500	80.49639	269.6423	109.1412	78.65607	355.0845	38.61560	59.19102	75.63339
Probability	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Observations	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999

03.01.2002-31.12.2004

	CLOSED	EESR	GMNK	LKOH	MSNG	RTKM	SBER	SIBN	SNGS	YUKO
Skewness	0.218419	-0.117042	0.338627	0.511451	1.514343	0.171983	0.384751	-0.101930	0.512089	-0.526035
Kurtosis	1.745960	1.453410	1.561091	1.782492	5.921751	1.692032	2.093882	2.743804	1.815412	2.990842
Jarque-Bera	55.18114	76.56240	79.14081	79.12576	554.1620	57.23534	44.22091	3.354316	76.73305	34.63780
Probability	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.186904	0.000000	0.000000
Observations	751	751	751	751	751	751	751	751	751	751

03.01.2002-31.12.2003

	CLOSED	EESR	GMNK	LKOH	MSNG	RTKM	SBER	SIBN	SNGS	YUKO
Skewness	0.772748	0.681627	1.410516	0.729975	0.347317	0.618557	-0.316494	-0.366983	1.067739	0.460126
Kurtosis	2.529219	2.067719	3.766725	2.898036	1.649159	2.235400	2.340620	3.524617	3.557805	2.949252
Jarque-Bera	54.37902	56.82524	178.0434	44.62193	48.06849	44.06381	17.40532	16.95683	101.4877	17.69669
Probability	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000166	0.000208	0.000000	0.000144
Observations	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500

03.01.2002-31.12.2002

	CLOSED	EESR	GMNK	LKOH	MSNG	RTKM	SBER	SIBN	SNGS	YUKO
Skewness	-0.175993	-0.011063	-0.053647	-0.405448	0.156095	1.171808	-0.850446	-1.296688	0.886077	-0.835359
Kurtosis	2.859941	1.540642	2.400706	2.487669	1.683648	4.086363	2.439030	3.549810	3.375485	3.250898
Jarque-Bera	1.494902	22.18975	3.861094	9.583700	19.06507	69.50753	33.41378	73.20720	34.18246	29.73176
Probability	0.473572	0.000015	0.145069	0.008297	0.000072	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Observations	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250

03.01.2003-30.12.2005

	CLOSED	EESR	GMNK	LKOH	MSNG	RTKM	SBER	SIBN	SNGS	YUKO
Skewness	0.779034	-0.731732	-0.473168	0.978331	0.854796	-0.635983	1.213291	-0.249203	0.085956	0.100441
Kurtosis	3.599796	3.799556	2.501070	3.446192	3.640468	2.773500	3.867677	2.086277	2.502308	1.393261
Jarque-Bera	86.98800	86.79091	35.71738	125.6951	104.0143	52.09295	207.2595	33.80795	8.652542	81.82715
Probability	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.013217	0.000000
Observations	749	749	749	749	749	749	749	749	749	749

05.01.2004-30.12.2005

	CLOSED	EESR	GMNK	LKOH	MSNG	RTKM	SBER	SIBN	SNGS	YUKO
Skewness	1.258389	0.970507	0.614537	1.239178	0.910629	-0.015313	1.075933	-0.250212	1.040097	1.065842
Kurtosis	3.642146	3.843242	2.738137	3.235846	3.599623	3.029754	3.398516	2.198329	3.314784	2.682269
Jarque-Bera	140.2714	93.11733	32.83412	128.8640	76.44114	0.037908	99.57833	18.56905	92.03002	96.57788
Probability	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.981225	0.000000	0.000093	0.000000	0.000000
Observations	499	499	499	499	499	499	499	499	499	499

11.01.2005-31.12.2005

	CLOSED	EESR	GMNK	LKOH	MSNG	RTKM	SBER	SIBN	SNGS	YUKO
Skewness	0.594246	0.874672	0.594593	0.455699	0.209370	0.249435	0.769086	0.241771	0.599944	1.761807
Kurtosis	2.002558	2.495674	2.256382	1.647357	1.449860	3.636836	2.749351	2.040703	1.894597	5.169929
Jarque-Bera	24.87649	34.25034	20.32699	27.48965	26.64220	6.762461	25.09761	11.92532	27.50367	176.9526
Probability	0.000004	0.000000	0.000039	0.000001	0.000002	0.034006	0.000004	0.002573	0.000001	0.000000
Observations	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248